

BENOIT CANTIN

**ÉTUDE DES PERFORMANCES, ANALYSE ET
OPTIMISATION D'UN MÉCANISME PARALLÈLE
SPATIAL À 6 DEGRÉS DE LIBERTÉ ENTRAÎNÉ PAR
CÂBLES**

Mémoire présenté
à la Faculté des études supérieures de l'Université Laval
dans le cadre du programme de maîtrise en génie mécanique
pour l'obtention du grade de maître ès sciences (M.Sc.)

FACULTÉ DES SCIENCES ET DE GÉNIE
UNIVERSITÉ LAVAL
QUÉBEC

NOVEMBRE 2004

Résumé

Dans ce mémoire sont présentés différents éléments permettant l'optimisation d'un mécanisme parallèle à six degrés de liberté entraîné par câbles.

Dans un premier temps, la nomenclature ainsi que les équations de base de la cinématique du système sont établies. Un outil de simulation permettant l'étude du comportement du système est ensuite réalisé.

Les équations permettant le calcul des forces dans les câbles sont dérivées et utilisées dans la programmation d'un prédicteur. Une analyse du comportement dynamique des actionneurs est réalisée afin de programmer un prédicteur rattaché au comportement des actionneurs.

Un algorithme permettant la calibration du système est ensuite développé. Cet algorithme permet d'éliminer les incertitudes sur les mesures des points d'attaches des câbles et ainsi améliorer le positionnement de l'effecteur.

Finalement, une commande hybride est développée et implantée sur le mécanisme. Cette commande permet un contrôle en position pour certains degrés de liberté et un contrôle en force pour les autres degrés de liberté.

Avant-propos

Ce travail fait suite aux travaux réalisés par Guillaume Barrette [7] et Gabriel Coté [8]. Le travail de Guillaume Barrette [7] porte sur l'étude générale des mécanismes actionnés par câbles et sur la détermination des frontières de l'espace atteignable. Le travail de Gabriel Coté [8] porte sur le développement d'un algorithme d'optimisation de l'espace atteignable de mécanismes actionnés par câbles et sur la réalisation d'un prototype spatial à six degrés de libertés.

Le prototype réalisé est optimisé pour la grandeur de son espace atteignable. Il est entraîné par neuf câbles, dont six (contrôlés en position) servent à contrôler la position et l'orientation de l'effecteur et trois (contrôlés en couple et en boucle ouverte) servent de supports supplémentaires à l'effecteur. Sans ces trois câbles, les accélérations vers le bas seraient limitées à l'accélération gravitationnelle g .

Les différents essais réalisés dans le cadre de ce travail ont été faits sur ce prototype. Les outils de simulation ainsi que les modules supplémentaires ajoutés au système ont été conçus en fonction et pour le mécanisme dans sa configuration actuelle.

La nomenclature utilisée dans ce mémoire est celle utilisée pour les travaux de Guillaume Barrette [7] et de Gabriel Coté [8] afin de faciliter le passage d'un mémoire à l'autre.

J'aimerais par la même occasion, remercier tous les gens du laboratoire qui m'ont apporté tout le support nécessaire pendant les deux années de ma maîtrise et plus particulièrement mon directeur, Clément Gosselin, ainsi que les ingénieurs de recherche, Simon Foucault, Thierry Laliberté et Boris Mayer-St-Onge.

Table des matières

Résumé	i
Avant-propos	ii
Table des matières	iii
Liste des tableaux	vi
Liste des figures	vii
Introduction	1
1 Définitions de base, cinématique et dynamique	3
1.1 Généralités	3
1.2 Modèle géométrique	5
1.3 Définitions	6
1.4 Modèle cinématique	7
2 Outil de simulation du comportement dynamique d'un mécanisme à câbles	10
2.1 Un outil de simulation	11
2.2 Suppositions et conditions initiales	11
2.3 Principe de modélisation d'un câble	12
2.3.1 Modélisation du comportement d'un câble sans amortissement	12
2.3.2 Modélisation de l'amortissement dans un câble	14
2.4 Calcul de la force et de sa direction	14
2.5 Génération de la trajectoire et calcul de l'actionnement des câbles	15

2.6	Intégration dans le logiciel ADAMS	17
2.6.1	Mise en place des éléments de base	18
2.6.1.1	Création de l'effecteur	18
2.6.1.2	Mise en place des marqueurs et calcul des longueurs initiales des câbles	19
2.6.2	Entraînement des câbles et calcul des forces	19
2.7	Simulations et résultats	20
2.8	Conclusion	23
3	Algorithme permettant le calcul de la position et de l'orientation de l'effecteur	25
3.1	Introduction	26
3.2	Positionnement des pastilles émettrices et conventions	26
3.3	Explication de l'algorithme	28
3.3.1	Première étape : Calcul de la matrice d'orientation de l'effecteur	28
3.3.2	Deuxième étape : Calcul de la position de l'effecteur	30
3.4	Déduction des angles d'Euler	30
3.5	Conclusion	31
4	Ajout de prédicteurs	32
4.1	Introduction	32
4.2	Prédiction au niveau de l'effecteur	33
4.2.1	Analyse statique	33
4.2.2	Analyse dynamique	35
4.3	Prédiction de la tension effective dans les câbles de soutien	38
4.3.1	Calcul des tensions dues aux accélérations	38
4.3.2	Calcul des tensions dues au couplage électromagnétique des moteurs	39
4.4	Prédiction au niveau des actionneurs contrôlés en position	43
4.5	Résultats	46
4.5.1	Essai sur un actionneur seul	46
4.5.2	Essai sur le système en entier	48
4.6	Conclusion	49
5	Étalonnage par les moindres carrés non linéaires	50
5.1	Introduction	51
5.2	Rappel des équations cinématiques	52
5.3	Approche préliminaire	53
5.4	Mise en forme des équations	54

5.5	Explication de l'algorithme	55
5.6	Interprétation des résultats	57
5.7	Conclusion	60
6	Implantation d'une commande hybride sur un mécanisme parallèle à six degrés de liberté	61
6.1	Introduction	62
6.2	Commande en position	63
6.3	Découplage de la commande	64
6.4	Commande en force	66
6.5	Commande hybride	67
6.6	Conclusion	68
	Conclusion	70
	Bibliographie	73

Liste des tableaux

2.1	Propriétés des différents câbles utilisés en simulation.	21
5.1	Résultats obtenus avec les points utilisés pour l'étalonnage.	58
5.2	Résultats obtenus avec des points arbitraires.	58

Liste des figures

1.1	Notation pour la liaison i d'un mécanisme spatial.	5
2.1	Trajectoire imposée selon l'axe vertical en fonction du temps.	15
2.2	Accélération prescrite selon l'axe vertical en fonction du temps.	16
2.3	Enroulements des câbles en fonction du temps.	17
2.4	Photo du montage physique réel.	18
2.5	Implantation des divers éléments de calcul de la longueur du $i^{\text{ème}}$ câble.	20
2.6	Position et accélération en fonction du temps de l'effecteur actionné par des câbles de type 1.	21
2.7	Position et accélération en fonction du temps de l'effecteur actionné par des câbles de type 2.	22
2.8	Position et accélération en fonction du temps de l'effecteur actionné par des câbles de type 3.	22
3.1	Notation définissant l'emplacement de la $i^{\text{ème}}$ pastille émettrice.	27
4.1	Modèle équivalent d'un moteur à courant continu.	39
4.2	Modèle représentant la configuration des moteurs utilisés.	40
4.3	Réponse en vitesse et en accélération à un échelon de couple de $0,01 N \cdot m$	44
4.4	Coefficient de friction calculé en fonction de la vitesse angulaire.	45
4.5	Réponse en vitesse du système compensé à l'échelon de couple.	46
4.6	Consigne et réponse en position sans prédicteur et avec prédicteur.	47
4.7	Erreur sur la position pour un actionneur sans prédicteur et avec prédicteur.	47
4.8	Consigne et réponse en position (pour l'actionneur 1) sans prédicteur et avec prédicteur à l'effecteur.	48

4.9	Erreur sur la position pour le système sans prédicteur et avec prédicteur.	49
6.1	Commande en position.	63
6.2	Première version de la commande découplée.	64
6.3	Deuxième version de la commande découplée.	65
6.4	Version finale de la commande découplée.	66
6.5	Commande en force.	67
6.6	Commande hybride.	67
6.7	Photo de la plate-forme munie du capteur d'efforts.	68

Introduction

L'utilisation de manipulateurs à architecture parallèle est de plus en plus fréquente et répandue. En effet, les manipulateurs parallèles offrent certains avantages par rapport aux structures sérielles conventionnelles. Un de ces avantages est la rigidité structurelle du manipulateur. En utilisant plusieurs chaînes cinématiques plutôt qu'une, il est possible de manipuler un effecteur ou une charge relativement plus lourde. Un deuxième avantage de la structure parallèle est au niveau de ses propriétés dynamiques. Dans ce cas, il est possible de placer tous les actionneurs au niveau de la base du manipulateur réduisant ainsi l'inertie globale de la structure [9].

Une telle structure possède cependant des désavantages par rapport à la structure sérielle conventionnelle. Le désavantage majeur est la réduction de l'espace de travail. Il faut, en effet, que les positions désirées de l'effecteur puissent être atteignables par toutes les chaînes cinématiques, ce qui cause une réduction de l'espace de travail de la structure assemblée.

L'utilisation de câbles comme membrures permet de palier de façon efficace à cette réduction de l'espace de travail. Les câbles, contrairement aux membrures conventionnelles utilisées sur les manipulateurs parallèles, sont flexibles et peuvent facilement être enroulés et déroulés à souhait [8]. Plusieurs architectures parallèles utilisent des câbles comme membrures, entre autres le Robocrane du NIST [1] et la SkyCam de Garrett [2].

L'utilisation de câbles permet un actionnement unidirectionnel seulement puisqu'il est possible de tirer sur un câble mais il est impossible de pousser ce qui a pour effet de dessiner un espace de travail généralement bien différent d'une structure identique mais actionnée de façon bidirectionnelle. Les travaux de Coté [8] et Barrette [7] traitent en détail de ce sujet.

Un prototype à six degrés de liberté a été construit ici au laboratoire de robotique. Ce prototype est complémentaire aux études réalisées précédemment et permet de confirmer les modèles théoriques établis.

Ce mémoire présente les outils qui ont été développés pour ce prototype ainsi que les améliorations qui y ont été apportées. Dans un premier temps, la notation utilisée ainsi que les équations générales concernant les manipulateurs parallèles sont établies. Un outil de simulation dynamique est ensuite présenté. Dans le chapitre 2 sont présentés les équations utilisées, les astuces de programmation ainsi que les résultats obtenus pour des simulations.

Le chapitre 3 présente un algorithme utilisé pour déterminer la position et l'orientation de l'effecteur à partir des informations obtenues d'un appareil optique de repérage. Le chapitre suivant présente la mise en équation des prédicteurs ajoutés sur le prototype. Ces prédicteurs ont été ajoutés à deux niveaux, soit dans un premier temps au niveau des actionneurs et ensuite au niveau de l'effecteur.

Le chapitre 5 présente un algorithme utilisé pour calibrer le prototype. Les points d'attache des câbles ainsi que les coordonnées de départ de l'effecteur n'étant pas connues précisément, le positionnement réel de l'effecteur diffère souvent du positionnement désiré. Cet algorithme permet de calculer avec une meilleure précision les paramètres.

Finalement, le dernier chapitre présente la mise en oeuvre et l'intégration sur le prototype d'une commande hybride. Cette commande permet le contrôle en force de certains degrés de liberté et le contrôle en position des degrés de liberté restants.

Chapitre 1

Définitions de base, cinématique et dynamique

Dans ce chapitre, les notions de base sur les manipulateurs parallèles entraînés par câbles sont présentées de même que la notation utilisée tout au long de ce mémoire. Ce chapitre est largement inspiré des travaux de Barrette [7] et Coté [8].

1.1 Généralités

Un manipulateur parallèle est un mécanisme constitué de plusieurs chaînes cinématiques entre une base fixe et un effecteur. À l’opposé, un manipulateur sériel n’est

composé que d'une seule chaîne cinématique entre une base fixe et un effecteur. Un manipulateur parallèle entraîné par câbles est donc un manipulateur parallèle dont les chaînes cinématiques reliant la base à l'effecteur incluent des câbles. La principale caractéristique qui distingue ce type de manipulateur des manipulateurs parallèles conventionnels est l'unité de la transmission. En effet, de par leur nature les câbles ne peuvent travailler qu'en tension. Aussi, cette caractéristique inhérente aux câbles leur donne des frontières d'espace atteignable très différentes de celles des manipulateurs parallèles conventionnels de type Gough-Stewart par exemple. Un manipulateur parallèle entraîné par câbles est défini par un corps mobile appelé l'effecteur, relié à une base fixe en des points d'attache fixes à la base et sur l'effecteur. Les câbles reliant les points d'attache constituent soit des liens passifs, soit des liens actifs. Les liens actifs sont les câbles reliés à des actionneurs et les liens passifs peuvent être soit des ressorts, soit des ressorts à force constante, ou bien tout autre type de lien dont le contrôle (loi de commande) est indépendant des liens entraînés.

Des hypothèses sont faites dans le cadre de l'analyse des manipulateurs à câbles. Les analyses de mécanismes à câbles présentées considèrent le câble comme une ligne droite. Les déformations dues à la masse du câble ou à d'autres forces externes (aérodynamiques entre autres) sont donc négligées. Cette approximation est très exacte pour l'analyse de mécanismes ayant des débattements de faibles à moyens. Aussi, dans les analyses, les débattements maximums des câbles ne sont pas considérés.

Par convention, les unités du système international (SI) sont utilisées. Sauf avis contraire, donc, le temps, la longueur, la masse, le moment d'inertie, la force et moment de force sont mesurés en seconde (s), mètre (m), kilogramme (kg), kilogramme-mètre carré ($kg \cdot m^2$), Newton (N) et Newton-mètre ($N \cdot m$) respectivement. Sauf avis contraire, les angles seront exprimés en radians.

Par convention, une lettre minuscule en caractère gras désignera toujours un vecteur, tandis qu'une majuscule en caractère gras désignera une matrice. Aussi, mis à part certains paramètres utilisés ponctuellement, chaque symbole sera associé jusqu'à la toute fin à l'entité qu'il désigne. Par exemple, d , n et k désigneront respectivement le nombre de degrés de liberté, le nombre de câbles et le nombre de liaisons actives d'un mécanisme.

1.2 Modèle géométrique

On désigne par P_i le i ème point d'attache sur la base et par V_i le i ème point d'attache sur la plate-forme. L'axe Z du repère fixe est considéré vertical et la notation suivante est utilisée (figure 1.1) :

- \mathbf{p}_i : vecteur position du point P_i (composantes a_i , b_i et c_i dans le repère fixe)
- \mathbf{v}_i : vecteur position du point V_i (composantes x_i , y_i et z_i dans le repère mobile)
- \mathbf{c} : vecteur position du point C , origine du repère mobile (composantes x , y et z dans le repère fixe)
- \mathbf{Q} : matrice d'orientation du repère mobile par rapport au repère fixe
- ρ_i : distance entre P_i et V_i (longueur de la liaison i)

La configuration de l'effecteur est entièrement définie par le vecteur \mathbf{c} et la matrice \mathbf{Q} .

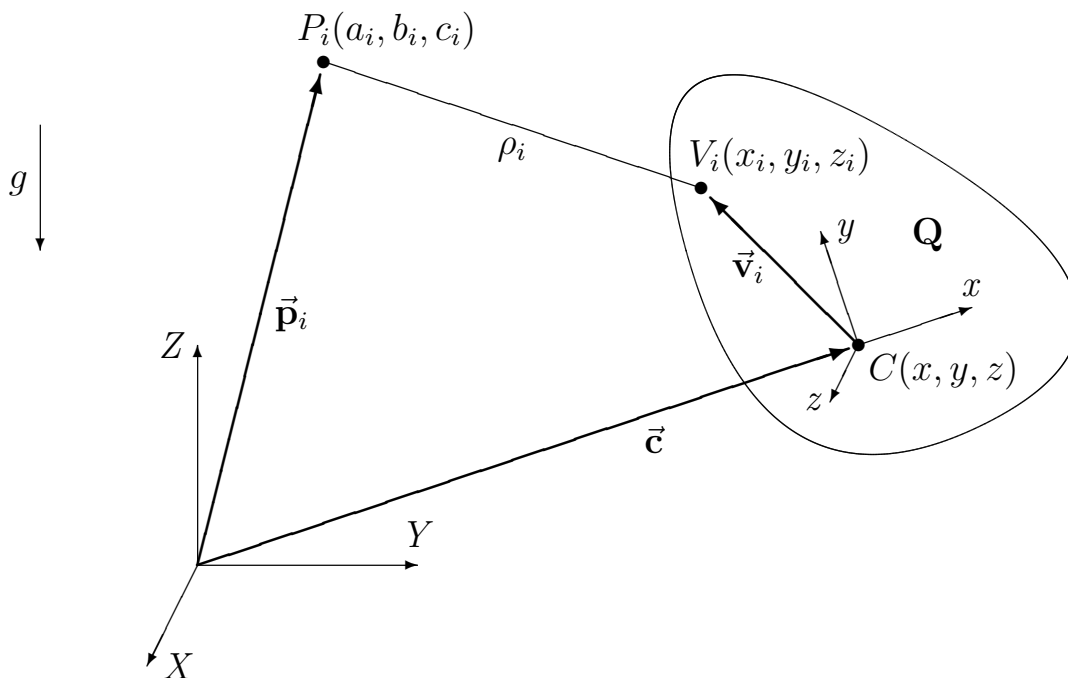


FIG. 1.1 – Notation pour la liaison i d'un mécanisme spatial.

1.3 Définitions

Les définitions suivantes sont introduites pour faciliter la compréhension du texte du mémoire ; certaines d'entre elles seront clarifiées au moment approprié.

EFFECTEUR : Organe terminal d'un mécanisme, d'un robot ou d'un manipulateur.

MÉCANISME PARALLÈLE : Mécanisme dont l'effecteur et la base sont reliés par plusieurs chaînes cinématiques.

REDONDANCE D'ACTIONNEMENT : Un mécanisme est dit à actionnement redondant lorsqu'il possède plus d'actionneurs que de degrés de liberté.

CONFIGURATION : État d'un mécanisme ou pose de tous les corps de ce mécanisme. La configuration d'un mécanisme est habituellement définie par ses variables articulaires ou ses variables cartésiennes.

SINGULARITÉ : Dégénérescence de la relation entre les vitesses articulaires et les vitesses à l'effecteur d'un manipulateur.

CONFIGURATION SINGULIÈRE : Configuration d'un mécanisme pour laquelle celui-ci est en singularité.

CONDITIONS DYNAMIQUES : Ensemble des accélérations linéaires et angulaires de l'effecteur. Les conditions dynamiques sont définies par trois paramètres dans le plan $(\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{\phi})$, et 9 dans l'espace $(\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \dot{\omega}, \dot{\omega})$ où ω est le vecteur tridimensionnel des vitesses angulaires de l'effecteur par rapport aux trois axes respectifs du repère fixe.

ESPACE ATTEIGNABLE DYNAMIQUE : Ensemble des configurations du mécanisme permettant de générer les conditions dynamiques requises tout en maintenant les câbles en tension.

CONFIGURATION POLYVALENTE : Configuration dans laquelle le mécanisme peut résister à tout jeu d'efforts externes ou générer tout jeu d'accélération à l'effecteur.

1.4 Modèle cinématique

Comme c'est en général le cas pour des mécanismes parallèles conventionnels, le problème géométrique inverse (PGI) des manipulateurs parallèles entraînés par câbles est simple. Pour une position et une orientation donnée de l'effecteur il est possible de trouver la position des points d'attache sur la plate-forme mobile de l'effecteur. Par la suite, les longueurs respectives de chaque lien entraîné est simplement la distance du vecteur reliant la base à l'effecteur.

Dans le cas complètement général, le PGI s'exprime :

$$\begin{aligned}
 \rho_i &= \| (\mathbf{c} + \mathbf{Q}\mathbf{v}_i - \mathbf{p}_i) \| , \\
 \rho_i^2 &= (\mathbf{c} + \mathbf{Q}\mathbf{v}_i - \mathbf{p}_i)^T (\mathbf{c} + \mathbf{Q}\mathbf{v}_i - \mathbf{p}_i) , \\
 \rho_i^2 &= \mathbf{c}^T \mathbf{c} + 2\mathbf{c}^T \mathbf{Q}\mathbf{v}_i - 2\mathbf{c}^T \mathbf{p}_i + (\mathbf{Q}\mathbf{v}_i)^T \mathbf{Q}\mathbf{v}_i - 2\mathbf{p}_i^T \mathbf{Q}\mathbf{v}_i + \mathbf{p}_i^T \mathbf{p}_i , \\
 \rho_i^2 &= \mathbf{c}^T \mathbf{c} + 2\mathbf{c}^T \mathbf{Q}\mathbf{v}_i - 2\mathbf{c}^T \mathbf{p}_i + \mathbf{v}_i^T \mathbf{v}_i - 2\mathbf{p}_i^T \mathbf{Q}\mathbf{v}_i + \mathbf{p}_i^T \mathbf{p}_i .
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

On peut simplement dériver pour obtenir les relations entre les vitesses.

En dérivant par rapport au temps, on obtient, pour chaque actionneur :

$$\rho_i \dot{\rho}_i = \mathbf{c}^T \dot{\mathbf{c}} + (\mathbf{Q}\mathbf{v}_i)^T \dot{\mathbf{c}} + \mathbf{c}^T \dot{\mathbf{Q}}\mathbf{v}_i - \mathbf{p}_i^T \dot{\mathbf{c}} - \mathbf{p}_i^T \dot{\mathbf{Q}}\mathbf{v}_i , \tag{1.2}$$

où $\dot{\rho}_i$ est le taux de variation de la longueur de la liaison i , c'est-à-dire la vitesse articulaire.

L'équation (1.2) représente un système de n équations linéaires qui peut être exprimé sous la forme matricielle suivante :

$$\mathbf{A} \dot{\boldsymbol{\rho}} = \mathbf{B} \mathbf{t} , \tag{1.3}$$

où $\dot{\boldsymbol{\rho}}$ est le vecteur des vitesses articulaires, \mathbf{t} est le vecteur des vitesses de l'effecteur, comprenant les translations et les rotations, et où \mathbf{A} et \mathbf{B} sont les matrices jacobiennes du système. On a

$$\dot{\boldsymbol{\rho}} = \begin{bmatrix} \dot{\rho}_1 & \dot{\rho}_2 & \dots & \dot{\rho}_n \end{bmatrix}^T , \tag{1.4}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \rho_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_2 & & 0 \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \rho_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & & 0 & \rho_n \end{bmatrix}_{n \times n} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_a & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_r \end{bmatrix}, \quad (1.5)$$

$$\left(\mathbf{A}_a\right)_{k \times k} = \text{diag} [\rho_1 \dots \rho_k], \quad \left(\mathbf{A}_r\right)_{(n-k) \times (n-k)} = \text{diag} [\rho_{k+1} \dots \rho_n],$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1^T \\ \mathbf{b}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{b}_{n-1}^T \\ \mathbf{b}_n^T \end{bmatrix}_{n \times d} = \begin{bmatrix} \left(\mathbf{B}_a\right)_{k \times d} \\ \left(\mathbf{B}_r\right)_{(n-k) \times d} \end{bmatrix}, \quad (1.6)$$

où d est le nombre de degrés de liberté du manipulateur et où les indices a et r réfèrent respectivement aux *actionneurs* et aux *ressorts*.

La matrice de rotation \mathbf{Q} est une matrice 3×3 orthogonale. Elle peut être constituée à partir des invariants naturels de la rotation qu'elle représente, à partir des trois angles d'Euler ou de toute autre représentation appropriée. Sa dérivée par rapport au temps est :

$$\dot{\mathbf{Q}} = \boldsymbol{\Omega} \mathbf{Q} \quad (1.7)$$

avec

$$\text{vect}(\boldsymbol{\Omega}) = \boldsymbol{\omega}$$

où $\boldsymbol{\omega}$ est le vecteur des trois composantes de la vitesse angulaire de l'effecteur par rapport aux trois axes respectifs du repère de base.

L'équation (1.2) devient donc :

$$\begin{aligned} \rho_i \dot{\rho}_i &= \mathbf{c}^T \dot{\mathbf{c}} + (\mathbf{Q} \mathbf{v}_i)^T \dot{\mathbf{c}} + \mathbf{c}^T (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{Q} \mathbf{v}_i) - \mathbf{p}_i^T \dot{\mathbf{c}} - \mathbf{p}_i^T (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{Q} \mathbf{v}_i), \\ \rho_i \dot{\rho}_i &= (\mathbf{c} + \mathbf{Q} \mathbf{v}_i - \mathbf{p}_i)^T \dot{\mathbf{c}} + \left(\mathbf{Q} \mathbf{v}_i \times (\mathbf{c} - \mathbf{p}_i) \right)^T \boldsymbol{\omega}. \end{aligned} \quad (1.8)$$

La rangée \mathbf{b}_i^T de la matrice \mathbf{B} et le vecteur \mathbf{t} de (1.3) sont les suivants :

$$\mathbf{b}_i^T = \left[\left(\mathbf{c} + \mathbf{Q}\mathbf{v}_i - \mathbf{p}_i \right)^T \quad \left(\mathbf{Q}\mathbf{v}_i \times (\mathbf{c} - \mathbf{p}_i) \right)^T \right]_{1 \times 6}, \quad (1.9)$$

$$\mathbf{t} = \left[\dot{\mathbf{c}}^T \quad \boldsymbol{\omega}^T \right]^T = \left[\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z} \quad \omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z \right]^T. \quad (1.10)$$

Chapitre 2

Outil de simulation du comportement dynamique d'un mécanisme à câbles

Ce chapitre traite des équations ainsi que des astuces de programmation pour la réalisation d'un outil de simulation du comportement dynamique d'un mécanisme à câbles. Cet outil servira principalement à évaluer l'influence de la rigidité des câbles utilisés sur le comportement dynamique du système.

2.1 Un outil de simulation

De façon générale, la réalisation d'un outil de simulation permet d'étudier le comportement d'un système afin d'y apporter les modifications nécessaires. Le principal but d'un tel outil est d'étudier l'influence de l'élasticité des câbles sur le comportement du mécanisme à câbles dans sa configuration actuelle. Différents câbles sont à l'essai dans le but de remplacer les câbles actuels qui limitent à certains niveaux les performances du mécanisme. La trajectoire implantée dans cet outil permet de solliciter fortement le mécanisme de façon à mettre en valeur les différences causées par l'utilisation de câbles de différentes natures au niveau du comportement du système. Cette trajectoire est un déplacement vertical de l'effecteur qui s'effectue sur 0,5 mètre et qui nécessite des accélérations maximales de plus et moins $2,5g$.

2.2 Suppositions et conditions initiales

La réalisation d'un outil de simulation étant relativement complexe, quelques hypothèses sont faites quant au comportement et aux conditions initiales du système. Ces suppositions permettent une mise en forme relativement simple des équations régissant le comportement du système, ce qui facilite l'intégration et permet de réduire les temps de simulation. Les suppositions et les conditions initiales sont les suivantes :

- Un câble ne peut glisser, donc s'étirer sur sa poulie d'enroulement ;
- L'allongement d'un câble ne peut se faire que sur la partie comprise entre le point d'attache sur l'effecteur et l'oeillet du guide à la base ;
- Le comportement élastique d'un câble est celui d'un ressort linéaire ;
- Un câble ne peut subir de déformations plastiques ;
- L'élasticité d'un câble est calculée en fonction de sa longueur avant son allongement ;
- La longueur statique totale d'un câble est définie comme étant la distance entre les points d'attache à l'effecteur et à l'actionneur à l'instant où débute la simulation ;
- Le système est à l'équilibre à l'instant où débute la simulation ;

2.3 Principe de modélisation d'un câble

L'outil de simulation a été réalisé avec le logiciel **ADAMS**. Pour l'instant, il n'y a pas d'éléments fournis avec le logiciel pouvant bien représenter un câble (ou un élément élastique) ayant un comportement qui dépend de facteurs extérieurs comme c'est le cas pour le mécanisme à câbles. Nous avons donc établi les équations représentant le comportement d'un câble et nous permettant ainsi la simulation du comportement global du mécanisme pour différentes raideurs de câbles.

Les câbles sont modélisés comme des ressorts linéaires avec amortissement ne produisant aucune force en compression. La force qu'applique un câble sur un point d'attache V_i de l'effecteur est donc fonction de sa longueur effective, de son allongement, de son orientation et de sa vitesse d'allongement. La longueur effective d'un câble est la distance entre le point d'attache sur l'effecteur et le point d'attache à l'actionneur. La raideur d'un câble dépend donc de cette longueur. La section 2.3.1 traite le cas d'un câble sans amortissement et la section 2.3.2 traite de l'amortissement dans un câble.

2.3.1 Modélisation du comportement d'un câble sans amortissement

L'allongement $\delta\rho_i$ du i ème câble est calculé en comparant la longueur effective ρ_i du câble et la longueur enroulée sur la poulie ρ_{ei} (qui, selon les prémisses établies dans la section 2.2, ne peut subir d'allongement) avec la longueur du câble à son état initial ρ_{0i} :

$$\delta\rho_i = \rho_i + \rho_{ei} - \rho_{0i} \quad (2.1)$$

L'allongement d'un câble ne peut cependant être négatif. Une telle propriété permettrait au câble d'appliquer des forces en compression, ce qui est contraire à la réalité. L'équation 2.1 devient donc :

$$\delta\rho_i = \max(\rho_i + \rho_{ei} - \rho_{0i}, 0) \quad (2.2)$$

La force F dans un câble est calculée en fonction de l'allongement $\delta\rho_i$ de ce dernier, de sa longueur effective ρ_i et de son comportement élastique. Le paramètre k , qui est fourni à l'outil de simulation, représente la constante d'élasticité d'un câble pour une section d'un mètre. La constante d'élasticité effective k_e , qui définit le comportement élastique réel du câble, est calculée au cours de la simulation en fonction de sa longueur effective. Elle est inversement proportionnelle à la longueur du câble :

$$k_e = \frac{k}{\rho_i} \quad (2.3)$$

Cependant, étant donné que la longueur ρ_i peut subir un allongement en fonction de la force à laquelle le câble est soumis, il est préférable de calculer le terme k_e à partir de ρ_{ei} et ρ_{0i} plutôt que ρ_i . En effet, à partir de l'équation 2.1, si $\delta\rho_i = 0$,

$$\rho_i = \rho_{0i} - \rho_{ei}$$

l'équation 2.3 devient donc :

$$k_e = \frac{k}{\rho_{0i} - \rho_{ei}} \quad (2.4)$$

La force F supportée par un câble peut maintenant être calculée comme un ressort idéal selon :

$$F = k_e \delta\rho_i$$

ou

$$F = \frac{k}{\rho_{0i} - \rho_{ei}} \max(\rho_i + \rho_{ei} - \rho_{0i}, 0) \quad (2.5)$$

2.3.2 Modélisation de l'amortissement dans un câble

Tout système physique réel tend à se stabiliser au fil du temps. Cette stabilisation est causée par la perte d'énergie dans les différentes composantes du système. Il y a évidemment une partie de cette énergie qui est perdue pendant l'allongement et la rétraction d'un câble. La perte d'énergie au niveau d'un corps élastique peut être modélisée comme s'il s'agissait d'amortissement. Cette force d'amortissement F_b est fonction de la vitesse d'allongement $\dot{\rho}_i$ du câble et du facteur d'amortissement b .

$$F_b = -\dot{\rho}_i b \quad (2.6)$$

La force totale F qu'applique un câble sur l'effecteur est aussi fonction de l'amortissement dans le câble. Elle peut être exprimée ainsi :

$$F = k_e \delta\rho_i - F_b$$

L'équation 2.5 devient donc :

$$F = \frac{k}{\rho_{0i} - \rho_{ei}} \max(\rho_i + \rho_{ei} - \rho_{0i}, 0) + \dot{\rho}_i b \quad (2.7)$$

L'équation 2.7 permet de calculer la force qu'un câble applique sur l'effecteur. Cette force est évidemment appliquée selon la direction du câble.

2.4 Calcul de la force et de sa direction

La force appliquée par un câble sur l'effecteur et sa direction, déterminée par les points d'attache à l'effecteur V_i et à l'actionneur P_i , est exprimée de la façon suivante :

$$\mathbf{F} = F \mathbf{e}_i \quad (2.8)$$

où \mathbf{F} est le vecteur force, F le module de la force et \mathbf{e}_i le vecteur unitaire donnant la direction de la force. Le vecteur \mathbf{e}_i est calculé de la façon suivante :

$$\mathbf{e}_i = \frac{\mathbf{p}_i - Q\mathbf{v}_i - \mathbf{c}}{\|\mathbf{p}_i - Q\mathbf{v}_i - \mathbf{c}\|} \quad (2.9)$$

2.5 Génération de la trajectoire et calcul de l'actionnement des câbles

La trajectoire imposée dans le domaine cartésien à l'effecteur, est une trajectoire polynomiale à continuité d'ordre 2 [9] où les vitesses et les accélérations sont nulles en début et en fin de course. L'accélération maximale lors du déplacement est de plus et moins $2,5g$, ce qui permet de solliciter fortement le système afin de faciliter les observations sur ces différents comportements. Le déplacement et l'accélération prescrits sont présentés sur les figures 2.1 et 2.2.

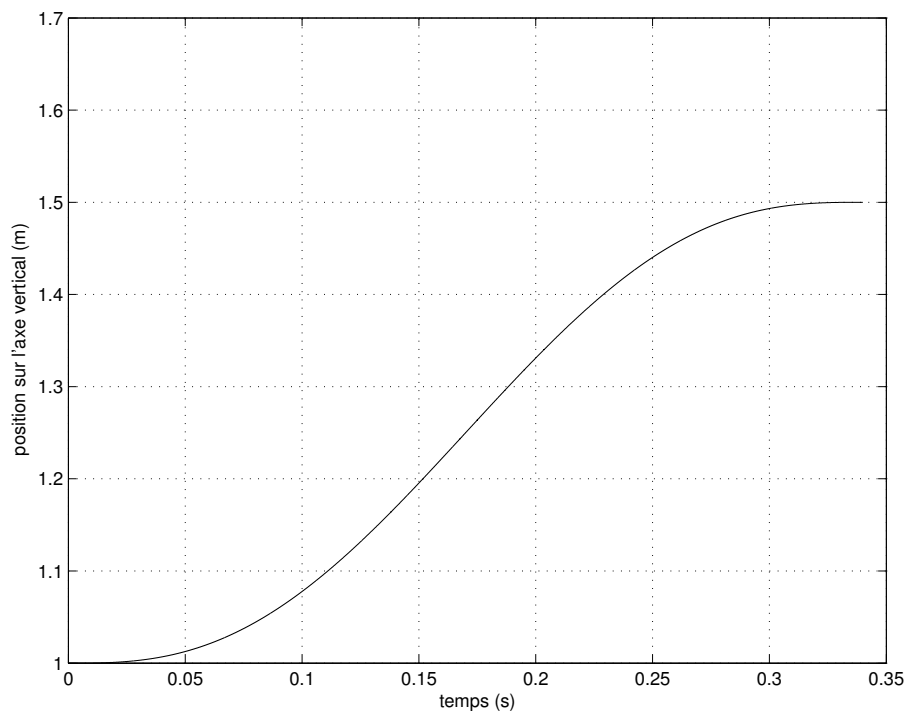


FIG. 2.1 – Trajectoire imposée selon l'axe vertical en fonction du temps.

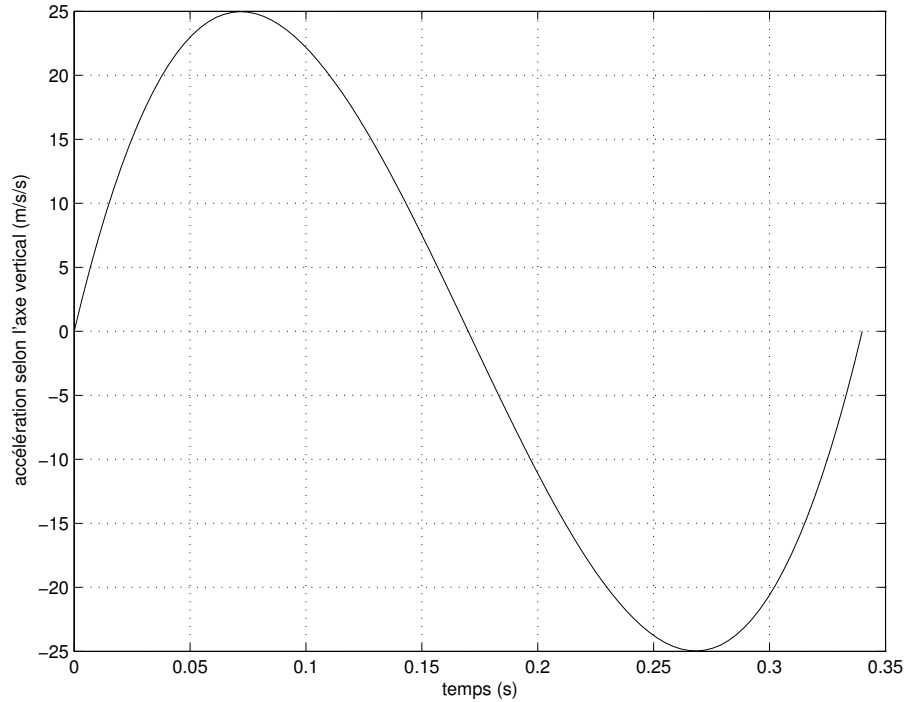


FIG. 2.2 – Accélération prescrite selon l’axe vertical en fonction du temps.

Cette trajectoire ne sera évidemment pas imposée à l’effecteur directement mais plutôt transformée dans le domaine articulaire par géométrie inverse et imposée comme trajectoire d’enroulement des câbles. Ces trajectoires d’enroulement sont générées à chaque pas de temps avec l’équation 1.1. La trajectoire imposée n’étant que sur l’axe vertical, la matrice de rotation \mathbf{Q} est donc définie comme une matrice identité et les deux premiers termes du vecteur position \mathbf{c} sont nuls en tout temps. Ces trajectoires d’enroulement sont présentées sur la figure 2.3.

Pour faire l’intégration de ces trajectoires dans **ADAMS**, il est plus facile d’utiliser des polynômes prédéfinis de trajectoire que de calculer avec l’équation 1.1 les nouvelles positions à chaque pas d’intégration. Des polynômes représentant les trajectoires sur la figure 2.3 ont donc été générés à l’aide la fonction *polyfit* de **MATLAB**.

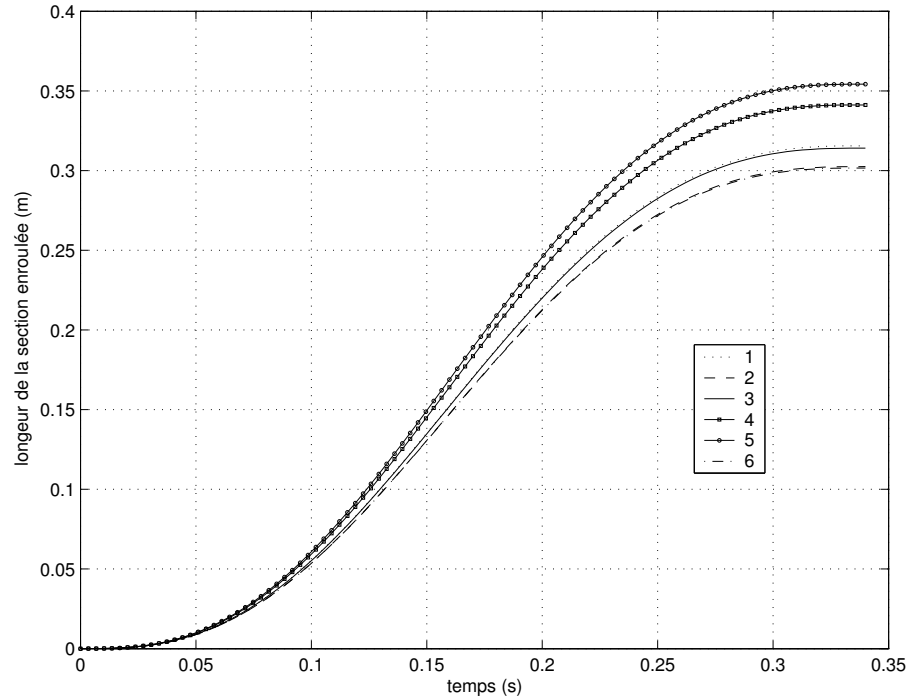


FIG. 2.3 – Enroulements des câbles en fonction du temps.

2.6 Intégration dans le logiciel ADAMS

Le logiciel **ADAMS** permet l'intégration et la coordination des trajectoires et des différents calculs composant le système dans le but d'en simuler le comportement dynamique. L'intégration et la mise en oeuvre du système nécessite cependant une préparation de l'environnement ainsi que quelques astuces de programmation. Les prochaines sections en font la description.

Il faut aussi noter que les trajectoires d'enroulement des câbles sont démarrées 0,5 seconde après le début de la simulation nous permettant ainsi de faire des observations en régime statique. Aussi, la simulation se termine 0,66 secondes après la fin de la trajectoire. Cette disposition permet une observation du comportement du système après l'excitation. La simulation est faite sur une durée de 1,5 secondes.

2.6.1 Mise en place des éléments de base

Avant même de poser les équations du système, il est nécessaire de préparer l'environnement où sera fait la simulation. Le système réel, tel qu'il est construit présentement, comprend essentiellement un effecteur, neuf actionneurs disposés dans l'espace et neuf câbles reliant les actionneurs à l'effecteur. Une photo du montage physique réel est présentée à la figure 2.4. Seulement six des actionneurs présents sont contrôlés en position. En effet, le mécanisme n'ayant que six degrés de liberté, l'utilisation en position de plus que six actionneurs amènerait une redondance d'actionnement. Les trois autres actionneurs appliquent donc à l'effecteur une force constante selon la direction du câble. Différents éléments sont nécessaires à "l'actionnement simulé" du système. Les prochaines sous-sections décrivent ces éléments préparatoires.



FIG. 2.4 – Photo du montage physique réel.

2.6.1.1 Création de l'effecteur

L'effecteur est le seul élément de l'outil ayant des propriétés inertielles. C'est cet élément qui est accéléré et qui génère les forces dans les câbles. L'effecteur généré dans **ADAMS** est une réplique de l'effecteur réel. C'est un anneau d'aluminium avec un diamètre extérieur de 21cm, un diamètre intérieur de 19cm et une épaisseur de 6,6mm.

La densité de l'aluminium utilisé est de 2740 kg/m^3 . Le repère mobile, rattaché à l'effecteur, est disposé au centre de l'anneau et à la hauteur de sa surface supérieure. L'effecteur (et son système de référence) est placé à l'instant où la simulation débute aux coordonnées $x = y = 0$ et $z = 1$.

2.6.1.2 Mise en place des marqueurs et calcul des longueurs initiales des câbles

La résolution du système lors de la simulation est faite à l'aide des équations et des trajectoires développées plus haut. L'outil requiert des marqueurs positionnés dans l'espace représentant les points d'attache et permettant le calcul des longueurs et des orientations de câbles pour en déduire les forces impliquées. Il y a au total dix-huit marqueurs soit neuf placés dans l'espace et neuf autres placés sur l'effecteur. Les marqueurs sur l'effecteur sont évidemment solidaires de celui-ci. Dans chacun des cas, six des marqueurs correspondent aux points d'attache des câbles actionnés en position, tandis que les trois autres correspondent aux câbles actionnés en force seulement.

Les longueurs initiales des câbles ρ_{0i} sont calculées à partir des emplacements des marqueurs à l'instant où débute la simulation. Connaissant la configuration initiale de l'effecteur, il est possible de calculer les longueurs initiales des câbles avec ce cas particulier de l'équation 1.1 :

$$\rho_i = \| \mathbf{e}_z + \mathbf{v}_i - \mathbf{p}_i \| \quad (2.10)$$

où $\mathbf{e}_z = [0 \ 0 \ 1]^T$.

2.6.2 Entraînement des câbles et calcul des forces

Selon les prémisses établies dans la section 2.2, l'allongement d'un câble i se fait sur la partie comprise entre les points P_i et V_i uniquement. Cette propriété nous laisse libre du choix de l'actionnement au niveau de la simulation. En effet, même si en réalité le câble est enroulé sur une poulie, il est possible, avec l'outil de simulation, de faire un actionnement différent afin de faciliter l'intégration. Ce qui a été implanté ici, ce sont

des actionnements linéaires au niveau des câbles. L'actionnement est fait en imposant les trajectoires linéaires présentées sur la figure 2.3 à des éléments de déplacement d_i . Ces éléments ont initialement comme coordonnées les points P_i respectifs. La distance mesurée entre un point P_i et d_i lors de son mouvement, est la mesure ρ_{ei} de l'enroulement d'un câble. La figure 2.5 illustre le système.

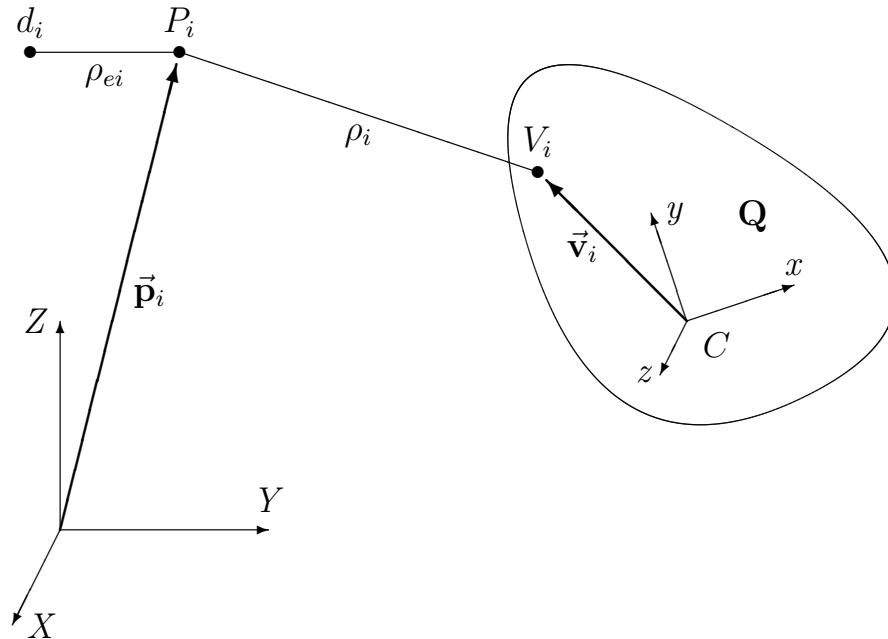


FIG. 2.5 – Implantation des divers éléments de calcul de la longueur du ième câble.

Tout est en place pour la simulation; l'état initial du système ainsi que les trajectoires sont fixées et le calcul des forces dans les câbles et de leurs composantes est possible à partir des équations 2.7, 2.8 et 2.9.

2.7 Simulations et résultats

Des simulations pour trois valeurs différentes de câbles ont été faites. Dans les trois cas, l'outil de simulation nous a fourni des résultats quant à la position et à l'accélération de l'effecteur. Les courbes de positions nous permettent d'évaluer les erreurs en régime statique de l'effecteur pour différentes raideurs de câbles. Les courbes d'accélérations nous permettent d'évaluer le comportement dynamique de l'effecteur.

Les différentes valeurs de raideur de câbles utilisées lors des simulations ont été obtenues par des essais de traction effectués sur des câbles réels. Ces essais n'ont mesuré que le module d'élasticité du câble. Trois types de câbles ont été retenus pour les essais en simulation. Le premier type est un câble de nylon utilisé initialement sur le système. Les deux autres sont des câbles de polyéthylène. Les coefficients d'élasticité sont mesurés pour une section de câble d'un mètre. Le tableau 2.1 présente les caractéristiques des câbles.

TAB. 2.1 – Propriétés des différents câbles utilisés en simulation.

	<i>matériaux utilisés</i>	<i>module d'élasticité (N/m)</i>
<i>type 1</i>	<i>nylon</i>	<i>358</i>
<i>type 2</i>	<i>polyéthylène</i>	<i>3292</i>
<i>type 3</i>	<i>polyéthylène</i>	<i>10920</i>

Les simulations nous permettent d'obtenir pour les trois types de câbles, la position ainsi que l'accélération selon l'axe vertical de l'origine du système de référence de l'effecteur en fonction du temps. Les différentes courbes expérimentales obtenues sont présentées sur les figures 2.6 à 2.8 et elles sont comparées aux courbes théoriques présentées sur les figures 2.1 et 2.2. Les courbes théoriques sont présentées en traits tiretés, tandis que les courbes simulées sont présentées en traits pleins.

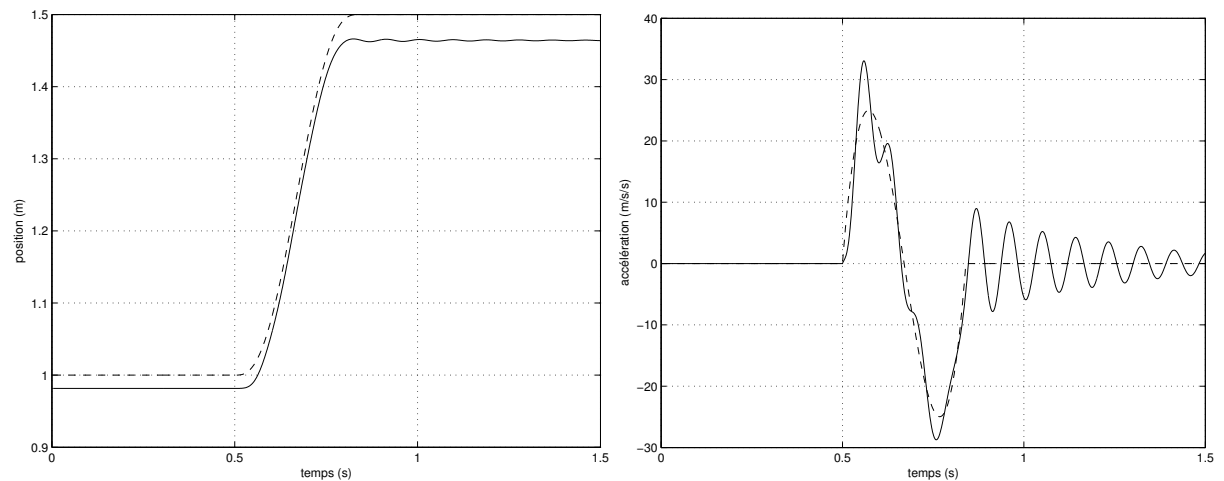


FIG. 2.6 – Position et accélération en fonction du temps de l'effecteur actionné par des câbles de type 1.

Les résultats obtenus par la simulation du système avec les câbles de type 1 sur la figure 2.6 sont conformes aux observations que l'on avait pu faire sur le système réel.

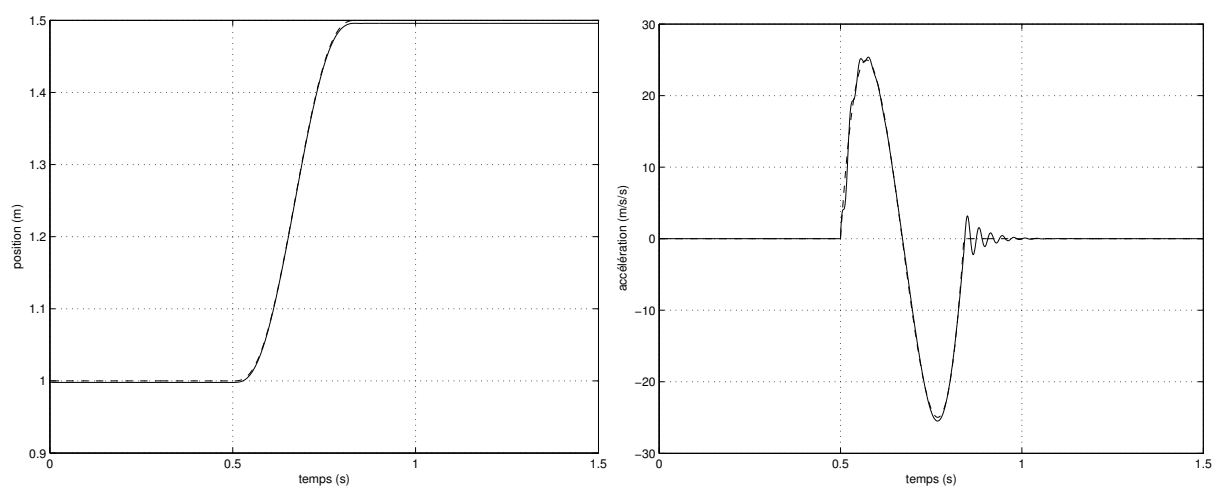


FIG. 2.7 – Position et accélération en fonction du temps de l'effecteur actionné par des câbles de type 2.

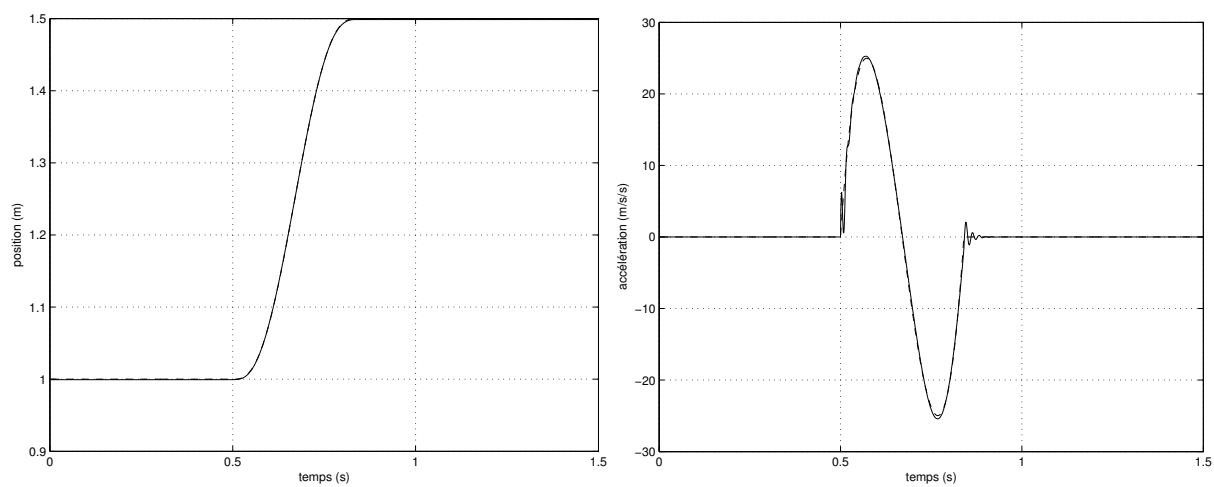


FIG. 2.8 – Position et accélération en fonction du temps de l'effecteur actionné par des câbles de type 3.

Il y a en effet un décalage de la position verticale de l'effecteur en régime statique. Ce décalage est d'autant plus important que la position de l'effecteur est haute. Dans la configuration actuelle du mécanisme, les tensions dans les câbles nécessaires pour maintenir l'effecteur dans l'espace augmentent considérablement lorsque sa position verticale augmente. L'allongement des câbles étant fonction des tensions auxquelles ils sont soumis, il s'en suit des décalages importants pour des positions élevées.

La divergence au niveau du comportement est facilement perceptible sur la courbe d'accélération. L'accélération de l'effecteur oscille continuellement autour de l'accélération prescrite selon la fréquence naturelle du système. C'est d'autant plus vrai une fois la trajectoire terminée. On peut aussi facilement voir, toujours sur la figure 2.6 que la troisième dérivée de la courbe expérimentale tend vers zéro, ce qui n'est pas le cas pour l'accélération prescrite étant donné que la trajectoire est de continuité d'ordre 2.

Le comportement du système simulé avec les câbles en polyéthylène s'approche beaucoup plus du comportement souhaité. Les réponses obtenues avec les câbles de type 3 sont à toutes fins pratiques parfaites. Les réponses obtenues avec les câbles de type 2 suivent moins bien les trajectoires prescrites mais elles sont cependant amplement suffisantes pour les applications actuelles du mécanisme.

Le câble retenu est de type 2. Au niveau du comportement simulé, les résultats les plus intéressants sont évidemment obtenus avec le type 3. En réalité, la section du câble de type 3 est beaucoup plus grosse que celle de type 2, ce qui peut engendrer certains problèmes lors de l'enroulement. Aussi, le câble de type 3 est beaucoup plus rugueux que celui de type 2 ajoutant ainsi de la friction supplémentaire dans le système. Le câble retenu pour nos applications est donc le câble de type 2.

2.8 Conclusion

Une fois les équations bien établies et les différents éléments bien coordonnés, l'outil de simulation permet, de façon efficace et rapide, de faire des observations rigoureuses sur le comportement du système. Cet outil est facilement modifiable dans le cas où l'on voudrait imposer d'autres types de trajectoires au système simulé.

Chapitre 3

Algorithme permettant le calcul de la position et de l'orientation de l'effecteur

Ce chapitre décrit les différentes étapes nécessaires à la réalisation d'un algorithme permettant la conversion de la position dans l'espace de points de repères placés sur l'effecteur en sa position et son orientation.

3.1 Introduction

L'appareil utilisé pour faire des observations sur la trajectoire et la position de l'effecteur, notamment lors de la calibration qui sera décrite au chapitre 5, est un **OPTOTRAK/3020** fabriqué par la compagnie *Northern Digital Inc.* Cet appareil optique permet de repérer dans un espace en trois dimensions, la position de pastilles émettrices.

Cet appareil ne fournit cependant pas les informations concernant les rotations des pastilles. Il est donc impossible de mesurer directement la position et l'orientation de l'effecteur en utilisant qu'une seule pastille placée sur celui-ci. Cependant, il est possible, en plaçant plusieurs pastilles sur l'effecteur, d'en déduire sa position et son orientation.

L'algorithme décrit ici permet de faire cette conversion, il suffit de connaître la position des pastilles émettrices dans le repère mobile de l'effecteur. Les positions et orientations sont calculées dans le repère du module d'acquisition de l'**OPTOTRAK/3020**. Pour connaître les configurations de l'effecteur dans le repère global du mécanisme, il faut cependant connaître la position et l'orientation du repère du module d'acquisition dans ce repère global, et d'en faire le transfert.

3.2 Positionnement des pastilles émettrices et conventions

Avant de faire la collecte de données à l'aide de l'appareil, il est nécessaire de préparer convenablement le système. Quelques règles simples doivent être respectées par rapport au positionnement des pastilles émettrices.

L'idée générale utilisée derrière cet algorithme pour le calcul de la position et de l'orientation est la superposition de plans (un au niveau du module d'acquisition et l'autre au niveau de l'effecteur) formés par la position des pastilles émettrices. Trois pastilles doivent être placées sur l'effecteur étant donné que c'est le nombre minimal de points nécessaire dans l'espace pour former un plan. L'emplacement des pastilles doit être choisi de telle façon qu'elles ne soient pas colinéaires; autrement une infinité

de plans peuvent être formés. La précision avec laquelle la position et l'orientation de l'effecteur seront déduites dépend non seulement de la précision avec laquelle nous connaissons l'emplacement de ces pastilles, mais aussi de la distance entre ces emplacements. En effet, une plus grande distance entre les pastilles augmente la capacité de distinction de l'algorithme et permet de minimiser l'erreur de mesure du positionnement de ces pastilles.

Les différents éléments nécessaires à l'algorithme sont illustrés sur la figure 3.1. La notation suivante est utilisée :

- \mathbf{p}_{ci} : vecteur position de la pastille émettrice P_{ci}
(composantes a_{ci} , b_{ci} et c_{ci} dans le repère du module d'acquisition)
- \mathbf{v}_{ci} : vecteur position de la pastille émettrice V_{ci}
(composantes x_{ci} , y_{ci} et z_{ci} dans le repère mobile)
- \mathbf{c}_c : vecteur position du point C_c , origine du repère mobile
(composantes x_c , y_c et z_c dans le repère du module d'acquisition)
- \mathbf{Q}_c : matrice d'orientation du repère mobile par rapport au repère du module d'acquisition

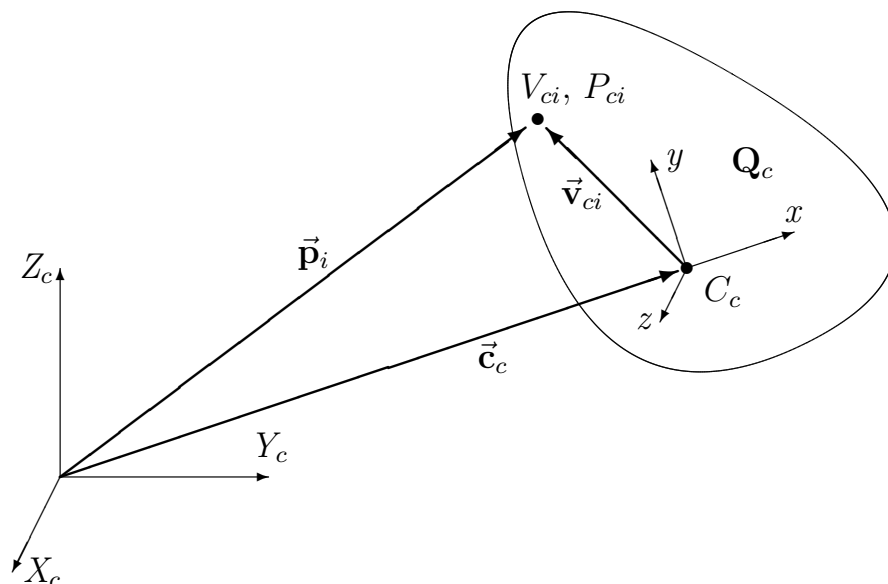


FIG. 3.1 – Notation définissant l'emplacement de la i^{eme} pastille émettrice.

Les matrices de rotation \mathbf{Q}_{cp} et \mathbf{Q}_{cv} utilisées dans l'algorithme et définissant les rotations des plans formés par les coordonnées des pastilles par rapport à leurs repères

respectifs ainsi que la matrice de rotation \mathbf{Q}_c de l'effecteur dans le repère du module d'acquisition respectent la même convention que la matrice \mathbf{Q} utilisée pour définir les rotations de l'effecteur du mécanisme à câbles selon le repère fixe. Ces matrices, \mathbf{Q}_c , \mathbf{Q}_{cp} et \mathbf{Q}_{cv} sont définies selon la convention $(\mathbf{Q}_x, \mathbf{Q}_y, \mathbf{Q}_z)$ des angles d'Euler (ϕ, θ, ψ) .

Dans plusieurs équations des sections prochaines, on retrouve la fonction trigonométrique arctan. Si le système est résolu de façon numérique, il est préférable d'utiliser la fonction numérique atan2. Cette fonction prend en considération le signe des arguments afin de retourner une valeur d'angle qui se situe dans le bon quadrant. Pour utiliser cette fonction, il suffit de remplacer, par exemple, "arctan $\frac{y}{x}$ " par "atan2(y, x)" dans les équations concernées.

3.3 Explication de l'algorithme

L'algorithme de conversion des données d'observation en position/orientation de l'effecteur peut être divisé selon les deux grandes étapes que voici :

1. calcul de la matrice d'orientation de l'effecteur ;
2. calcul de la position de l'effecteur ;

Les prochaines sections présentent chacune de ces étapes.

3.3.1 Première étape : Calcul de la matrice d'orientation de l'effecteur

Il est possible en utilisant les vecteurs position \mathbf{v}_i et \mathbf{p}_i de construire une matrice de rotation \mathbf{Q}_c définissant l'orientation de l'effecteur dans l'espace. En effet, les vecteurs positions \mathbf{v}_i permettent de calculer des vecteurs reliant les pastilles émettrices dans le repère local tandis que les vecteurs positions \mathbf{p}_i permettent le calcul de ces vecteurs dans le repère du module d'acquisition. Il existe une relation entre ces vecteurs tel que :

$$\mathbf{Q}_c(\mathbf{v}_{c1} - \mathbf{v}_{c2}) = (\mathbf{p}_{c1} - \mathbf{p}_{c2}) \quad (3.1)$$

$$\mathbf{Q}_c(\mathbf{v}_{c1} - \mathbf{v}_{c3}) = (\mathbf{p}_{c1} - \mathbf{p}_{c3}) \quad (3.2)$$

$$\mathbf{Q}_c[(\mathbf{v}_{c1} - \mathbf{v}_{c2}) \times (\mathbf{v}_{c1} - \mathbf{v}_{c3})] = (\mathbf{p}_{c1} - \mathbf{p}_{c2}) \times (\mathbf{p}_{c1} - \mathbf{p}_{c3}) \quad (3.3)$$

Pour simplifier la notation, nous appellerons les vecteurs $(\mathbf{v}_{c1} - \mathbf{v}_{c2})$ et $(\mathbf{v}_{c1} - \mathbf{v}_{c3})$ reliant les pastilles émettrices dans le repère local \mathbf{v}_{e1} et \mathbf{v}_{e2} et le vecteur $[(\mathbf{v}_{c1} - \mathbf{v}_{c2}) \times (\mathbf{v}_{c1} - \mathbf{v}_{c3})]$ orthogonal au plan formé par les pastilles émettrices dans le repère local \mathbf{v}_{e3} . Une notation équivalente s'applique aussi pour les vecteurs dans le repère du module d'acquisition.

Les équations 3.1 à 3.3 constituent un système de neuf équations linéaires dont les neuf inconnues sont les éléments de la matrice \mathbf{Q}_c . Ce système s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{e1}^T \\ \mathbf{v}_{e2}^T \\ \mathbf{v}_{e3}^T \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{e1}^T \\ \mathbf{v}_{e2}^T \\ \mathbf{v}_{e3}^T \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{e1}^T \\ \mathbf{v}_{e2}^T \\ \mathbf{v}_{e3}^T \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{c11} \\ q_{c12} \\ q_{c13} \\ q_{c21} \\ q_{c22} \\ q_{c23} \\ q_{c31} \\ q_{c32} \\ q_{c33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{e11} \\ \mathbf{p}_{e21} \\ \mathbf{p}_{e31} \\ \mathbf{p}_{e12} \\ \mathbf{p}_{e22} \\ \mathbf{p}_{e32} \\ \mathbf{p}_{e13} \\ \mathbf{p}_{e23} \\ \mathbf{p}_{e33} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

où \mathbf{p}_{eij} est le j ème élément du vecteur \mathbf{p}_{ei} et où q_{cij} est l'élément ij de la matrice \mathbf{Q}_c .

Dues aux erreurs de mesures des vecteurs \mathbf{v}_i et \mathbf{p}_i , cette matrice \mathbf{Q}_c n'est pas, de façon générale, orthogonale. Il est cependant possible de la rendre orthogonale en lui apportant quelques légères modifications. Dans un premier temps, on normalise la première colonne. Dans un deuxième temps, on ajoute à un élément de la deuxième colonne une quantité α permettant de rendre cette colonne orthogonale à la première tel que :

$$q'_{12} = q_{12} + \alpha \quad (3.5)$$

$$q_{11} \cdot q'_{12} + q_{21} \cdot q_{22} + q_{31} \cdot q_{32} = 0 \quad (3.6)$$

On normalise ensuite cette deuxième colonne et on recalcule finalement la troisième colonne en faisant le produit vectoriel des deux premières. La matrice \mathbf{Q}_c est maintenant orthogonale et décrit fidèlement l'orientation de la plate-forme dans l'espace.

3.3.2 Deuxième étape : Calcul de la position de l'effecteur

La matrice d'orientation étant calculée, il est maintenant facile de déterminer la position \mathbf{c}_c du centre de masse de l'effecteur. Le calcul est présenté à l'équation 3.7.

$$\mathbf{c}_c = \mathbf{p}_{ci} - \mathbf{Q}_c \mathbf{v}_{ci} \quad (3.7)$$

ou i est égal à 1, 2 ou 3.

Il est évidemment possible de calculer trois valeurs de \mathbf{c}_c , i.e. une pour chaque pastille émettrice. De façon théorique, les valeurs de \mathbf{c}_c trouvées avec l'équation 3.7 pour différentes valeurs de i devraient être identiques. Cependant, dû à l'imprécision des mesures des positions des pastilles émettrices par l'utilisateur et aussi à la limitation de l'**OPTOTRAK/3020**, les valeurs calculées pour différents i sont légèrement différentes. L'algorithme retourne donc la valeur moyenne calculée à partir des trois réponses disponibles.

3.4 Dédution des angles d'Euler

Il peut être intéressant de connaître les trois angles d'Euler décrivant les rotations successives de la plate-forme dans la convention établie à la section 3.2. Ces angles ϕ_c ,

θ_c et ψ_c peuvent être déduits directement de la matrice \mathbf{Q}_c [9] à l'aide des équations suivantes :

$$\theta_c = \text{atan2} \left[\begin{array}{l} (q_{c13}, \sqrt{1 - q_{c13}^2}) \\ (q_{c13}, -\sqrt{1 - q_{c13}^2}) \end{array} \right] \quad (3.8)$$

$$\phi_c = \text{atan2} \left(\frac{-q_{c23}}{\cos \theta_c}, \frac{q_{c33}}{\cos \theta_c} \right) \quad (3.9)$$

$$\psi_c = \text{atan2} \left(\frac{-q_{c12}}{\cos \theta_c}, \frac{q_{c11}}{\cos \theta_c} \right) \quad (3.10)$$

Deux triplets de valeurs sont calculés pour les angles ϕ_c , θ_c et ψ_c . En effet, l'équation 3.8 conduit à deux valeurs possibles de θ_c et une valeur unique des autres angles est trouvée pour chacune de ces solutions de θ_c . Les deux triplets de valeurs sont donc valides puisqu'il s'agit d'une particularité des angles d'Euler de toujours associer deux triplets de valeurs à une même orientation.

3.5 Conclusion

L'algorithme décrit dans ce chapitre permet de calculer la position et l'orientation de l'effecteur dans le référentiel propre au module d'acquisition de l'**OPTOTRAK/3020**, ce qui permet de faire des observations quant au déplacement général ou à la dynamique du système. Si, toutefois, il est nécessaire de calculer l'orientation et la position de l'effecteur selon le repère fixe du système, il est possible de convertir les données fournies par l'**OPTOTRAK/3020** en utilisant aussi cet algorithme. C'est ce qui a été fait et qui sera expliqué au chapitre 5.

Chapitre 4

Ajout de prédicteurs

Dans ce chapitre, les différentes équations permettant l'ajout de prédicteurs au niveau du système de commande sont établies. Ces prédicteurs permettent le calcul des efforts au niveau des actionneurs requis par l'effecteur et aussi par les actionneurs pour une trajectoire dynamique donnée.

4.1 Introduction

À l'origine, l'actionnement du mécanisme à câbles est exclusivement fait en boucle fermée. En effet, les couples aux actionneurs sont calculés par un correcteur de type *PID* en fonction de l'écart entre la position mesurée et la position désirée de l'actionneur.

De façon générale, l'ajout de prédicteurs à un système permet d'améliorer sa réponse surtout au niveau dynamique (ou en régime transitoire), les efforts aux actionneurs étant prescrits en coordination avec les mouvements avant même que le réseau correcteur n'intervienne. Au niveau statique, les améliorations sont cependant plus difficilement visibles. Le prédicteur au niveau statique permet néanmoins de supporter le "poids" du système sans grande intervention du réseau correcteur.

À un niveau plus avancé, il est possible, une fois les prédicteurs implantés, de resserrer les gains du réseau correcteur tout en conservant la stabilité du système. Ainsi, les deux systèmes (prédicteur et réseau de correction) travaillent de pair et permettent un contrôle final plus robuste où les marges d'erreur sont plus fines. Nous ne traiterons cependant ici que des équations et des résultats apportés par les prédicteurs.

Le sujet sera traité en trois sections : la prédiction au niveau de l'effecteur, la prédiction de la tension effective dans les câbles de soutien (negators) et la prédiction au niveau des actionneurs.

4.2 Prédiction au niveau de l'effecteur

Le mécanisme, dans sa configuration actuelle, est constitué de six câbles "actionneurs" et de trois câbles de soutien. Les câbles actionneurs sont contrôlés en longueur (en position angulaire de la poulie) et servent à positionner l'effecteur. Les câbles de soutien exercent sur l'effecteur des forces permettant de lui imposer des accélérations plus grandes que g . Ces câbles ne sont pas commandés en longueur, ce qui nous permet de considérer le mécanisme comme un système où il n'y a pas de redondance d'actionnement même si toutefois il y a neuf actionneurs pour six degrés de liberté.

4.2.1 Analyse statique

Le calcul des tensions dans les câbles actionnant l'effecteur en régime statique est basé sur la troisième loi de Newton. En effet, les câbles actionneurs appliquent à l'effecteur des forces et des couples de même grandeur et de sens opposés que ceux appliqués

par la gravité et les câbles de soutien. Il est possible d'écrire une première relation au niveau des forces et des couples impliqués qui détermine le problème.

$$\mathbf{f} = -\mathbf{f}_n - \mathbf{g} \quad (4.1)$$

$$\mathbf{t} = -\mathbf{t}_n \quad (4.2)$$

où $\mathbf{g} = [0 \ 0 \ mg]^T$ et où \mathbf{f} et \mathbf{t} sont respectivement la force et le moment résultant appliqué par les câbles actionneurs sur l'effecteur, \mathbf{f}_n et \mathbf{t}_n la force et le moment résultant sur l'effecteur appliqué par les câbles de soutien, m la masse de l'effecteur et g l'accélération gravitationnelle.

Puisque le système est composé de six câbles actionneurs, le vecteur forces \mathbf{f} résulte de six vecteurs force pointant dans la direction de chacun des câbles. Le vecteur \mathbf{f} peut s'exprimer de la façon suivante :

$$\mathbf{f} = \sum_{i=1}^6 \frac{f_i \mathbf{n}_i}{\rho_i} \quad (4.3)$$

où $\mathbf{n}_i = \mathbf{p}_i - \mathbf{v}_i$, c'est à dire un vecteur allant du point V_i au point P_i le long du ième câble, ρ_i la longueur du ième câble (ou le module de \mathbf{n}_i) et f_i la tension dans le ième câble. Les vecteurs $\frac{\mathbf{n}_i}{\rho_i}$ sont unitaires et représentent la direction du câble i donc la direction de la force i .

De façon analogue, le vecteur \mathbf{t} résulte de six moments créés par l'action des câbles sur l'effecteur. Les moments sont calculés en effectuant le produit vectoriel entre le i^{eme} vecteur force et le vecteur reliant le centre masse de la plate-forme au ième point d'attache. On peut donc exprimer le vecteur \mathbf{t} de la façon suivante :

$$\mathbf{t} = \sum_{i=1}^6 \frac{\mathbf{Q}\mathbf{v}_i \times f_i \mathbf{n}_i}{\rho_i} \quad (4.4)$$

Dans chacun des cas (équations 4.3 et 4.4), f_1 à f_6 sont les valeurs inconnues que l'on cherche à identifier. Les valeurs de tensions des vecteurs \mathbf{f}_n et \mathbf{t}_n sont cependant

connues et elles nous permettront de déduire les forces f_1 à f_6 . Les vecteurs \mathbf{f}_n et \mathbf{t}_n sont la somme des forces ou des moments appliqués par les câbles de soutien et peuvent s'écrire de la façon suivante :

$$\mathbf{f}_n = \sum_{i=1}^3 \frac{\mathbf{n}_{ni} f_{ni}}{\rho_{ni}} \quad (4.5)$$

$$\mathbf{t}_n = \sum_{i=1}^3 \frac{\mathbf{Q}\mathbf{v}_{ni} \times \mathbf{n}_{ni} f_{ni}}{\rho_{ni}} \quad (4.6)$$

Notez que les éléments indicés n sont les éléments se rapportant aux câbles de soutien.

En combinant 4.1 à 4.6, on obtient le système d'équations traitant des forces impliquées dans le domaine statique du mécanisme, soit

$$\begin{bmatrix} \frac{\mathbf{n}_1}{\rho_1} & \frac{\mathbf{n}_2}{\rho_2} & \frac{\mathbf{n}_3}{\rho_3} & \frac{\mathbf{n}_4}{\rho_4} & \frac{\mathbf{n}_5}{\rho_5} & \frac{\mathbf{n}_6}{\rho_6} \\ \frac{\mathbf{Q}\mathbf{v}_1 \times \mathbf{n}_1}{\rho_1} & \frac{\mathbf{Q}\mathbf{v}_2 \times \mathbf{n}_2}{\rho_2} & \frac{\mathbf{Q}\mathbf{v}_3 \times \mathbf{n}_3}{\rho_3} & \frac{\mathbf{Q}\mathbf{v}_4 \times \mathbf{n}_4}{\rho_4} & \frac{\mathbf{Q}\mathbf{v}_5 \times \mathbf{n}_5}{\rho_5} & \frac{\mathbf{Q}\mathbf{v}_6 \times \mathbf{n}_6}{\rho_6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{n}_{n1} f_{n1}}{\rho_{n1}} + \frac{\mathbf{n}_{n2} f_{n2}}{\rho_{n2}} + \frac{\mathbf{n}_{n3} f_{n3}}{\rho_{n3}} + \mathbf{g} \\ \frac{\mathbf{Q}\mathbf{v}_{n1} \times \mathbf{n}_{n1} f_{n1}}{\rho_{n1}} + \frac{\mathbf{Q}\mathbf{v}_{n2} \times \mathbf{n}_{n2} f_{n2}}{\rho_{n2}} + \frac{\mathbf{Q}\mathbf{v}_{n3} \times \mathbf{n}_{n3} f_{n3}}{\rho_{n3}} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Pour trouver les forces f_1 à f_6 dans chacun des câbles, il suffit de résoudre le système d'équations linéaires 4.7.

4.2.2 Analyse dynamique

Une fois le système d'équations de prédiction statique établi, il est relativement simple d'y ajouter les éléments permettant de le convertir en système d'équations dynamiques. Les équations 4.1 et 4.2 deviennent donc les équations 4.8 et 4.9 suivantes :

$$\mathbf{f} = -\mathbf{f}_n - \mathbf{g} - m\ddot{\mathbf{c}} \quad (4.8)$$

$$\mathbf{t} = -\mathbf{t}_n - \frac{d}{dt}\mathbf{I}\boldsymbol{\omega} \quad (4.9)$$

où $\ddot{\mathbf{c}}$ est le vecteur des accélérations du centre de masse de la plate-forme et $\frac{d}{dt}\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}$ la dérivée du moment cinétique déterminant les accélérations angulaires dans le référentiel global tel que :

$$\frac{d}{dt}\mathbf{I}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} \quad (4.10)$$

La dérivée du moment cinétique peut être obtenue à l'aide de la matrice de rotation \mathbf{Q} et de sa dérivée [10]. Cette matrice de rotation est le produit de trois matrices de rotation établies selon la convention des angles d'Euler utilisée tel que :

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_\phi \mathbf{Q}_\theta \mathbf{Q}_\psi \quad (4.11)$$

La dérivée de la matrice \mathbf{Q} est donc :

$$\dot{\mathbf{Q}} = \dot{\mathbf{Q}}_\phi \mathbf{Q}_\theta \mathbf{Q}_\psi + \mathbf{Q}_\phi \dot{\mathbf{Q}}_\theta \mathbf{Q}_\psi + \mathbf{Q}_\phi \mathbf{Q}_\theta \dot{\mathbf{Q}}_\psi \quad (4.12)$$

La relation entre le vecteur $\boldsymbol{\omega}$ et les matrices \mathbf{Q} et $\dot{\mathbf{Q}}$ est par définition la suivante :

$$\boldsymbol{\omega} = \text{vect}(\dot{\mathbf{Q}}\mathbf{Q}^T) \quad (4.13)$$

$$\boldsymbol{\omega} = \text{vect}(\dot{\mathbf{Q}}_\phi \mathbf{Q}_\phi^T) + \mathbf{Q}_\phi \text{vect}(\dot{\mathbf{Q}}_\theta \mathbf{Q}_\theta^T) + \mathbf{Q}_\phi \mathbf{Q}_\theta \text{vect}(\dot{\mathbf{Q}}_\psi \mathbf{Q}_\psi^T) \quad (4.14)$$

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{R}\dot{\mathbf{n}} \quad (4.15)$$

où $\dot{\mathbf{n}} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} & \dot{\theta} & \dot{\psi} \end{bmatrix}^T$ et par conséquent :

$$\mathbf{R} = \left[\begin{array}{ccc} \frac{\text{vect}(\dot{\mathbf{Q}}_\phi \mathbf{Q}_\phi^t)}{\dot{\phi}} & \frac{\mathbf{Q}_\phi \text{vect}(\dot{\mathbf{Q}}_\theta \mathbf{Q}_\theta^t)}{\dot{\theta}} & \frac{\mathbf{Q}_\phi \mathbf{Q}_\theta \text{vect}(\dot{\mathbf{Q}}_\psi \mathbf{Q}_\psi^t)}{\dot{\psi}} \end{array} \right] \quad (4.16)$$

En dérivant le vecteur $\boldsymbol{\omega}$ de l'équation 4.14 par rapport au temps, on obtient le vecteur $\dot{\boldsymbol{\omega}}$ des accélérations angulaires :

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{R}\ddot{\mathbf{n}} + \dot{\mathbf{R}}\dot{\mathbf{n}} \quad (4.17)$$

où $\dot{\mathbf{R}}$ est la dérivée par rapport au temps de \mathbf{R} . Les différents éléments constituant la dérivée du moment cinétique $\frac{d}{dt}\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}$ étant dérivés, il est maintenant possible de calculer la contribution dynamique aux moments générés par les câbles de soutien.

De façon analogue au cas statique, en combinant les équations 4.4 à 4.6 et 4.8 à 4.10 on obtient le système d'équations traitant les forces impliquées dans le domaine dynamique du mécanisme, soit :

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{cccccc} \frac{\mathbf{n}_1}{\rho_1} & \frac{\mathbf{n}_2}{\rho_2} & \frac{\mathbf{n}_3}{\rho_3} & \frac{\mathbf{n}_4}{\rho_4} & \frac{\mathbf{n}_5}{\rho_5} & \frac{\mathbf{n}_6}{\rho_6} \\ \frac{\mathbf{Q}\mathbf{v}_1 \times \mathbf{n}_1}{\rho_1} & \frac{\mathbf{Q}\mathbf{v}_2 \times \mathbf{n}_2}{\rho_2} & \frac{\mathbf{Q}\mathbf{v}_3 \times \mathbf{n}_3}{\rho_3} & \frac{\mathbf{Q}\mathbf{v}_4 \times \mathbf{n}_4}{\rho_4} & \frac{\mathbf{Q}\mathbf{v}_5 \times \mathbf{n}_5}{\rho_5} & \frac{\mathbf{Q}\mathbf{v}_6 \times \mathbf{n}_6}{\rho_6} \end{array} \right] \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \end{bmatrix} \\ = - & \left[\begin{array}{c} \frac{\mathbf{n}_{n1}f_{n1}}{\rho_{n1}} + \frac{\mathbf{n}_{n2}f_{n2}}{\rho_{n2}} + \frac{\mathbf{n}_{n3}f_{n3}}{\rho_{n3}} + \mathbf{g} + m\ddot{\mathbf{c}} \\ \frac{\mathbf{Q}\mathbf{v}_{n1} \times \mathbf{n}_{n1}f_{n1}}{\rho_{n1}} + \frac{\mathbf{Q}\mathbf{v}_{n2} \times \mathbf{n}_{n2}f_{n2}}{\rho_{n2}} + \frac{\mathbf{Q}\mathbf{v}_{n3} \times \mathbf{n}_{n3}f_{n3}}{\rho_{n3}} + \mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} \end{array} \right] \quad (4.18) \end{aligned}$$

Pour calculer les forces f_1 à f_6 présentes dans les câbles en régime dynamique, il suffit de résoudre le système d'équations linéaires 4.18. C'est ce prédicteur qui est employé étant donné qu'il prend en compte les éléments du prédicteur statique.

4.3 Prédiction de la tension effective dans les câbles de soutien

Initialement, la construction du système prévoyait l'installation de câbles de soutien à tension constante. Ces câbles (3) permettent de maintenir la tension dans les six câbles servant au contrôle du mécanisme. L'ajout de ces câbles permet d'imposer, entre autre, des accélérations plus grandes que g vers le bas, ce qui serait impossible autrement. Pour ce faire, on alimente à courant constant des moteurs sur lesquels sont fixées des poulies actionnant les câbles.

En réalité, la tension dans les câbles n'est pas toujours constante et ceci pour trois raisons. Dans un premier temps, bien que le couple au rotor (couple électromagnétique) soit maintenu constant, les couples d'accélérations sont perçus par les câbles. Les tensions dans les câbles sont donc différentes de celles spécifiées lorsque les moteurs reliés à ces mêmes câbles de soutien accélèrent. Deuxièmement, pour des raisons de logistique, les trois moteurs utilisés pour les câbles de soutien sont branchés en parallèle sur un port. Il y a donc un effet de couplage perceptible entre les différents câbles lorsque ceux-ci s'enroulent, ou se déroulent. Finalement, les tensions dans les câbles sont affectées par le frottement au niveau des oeillets par lesquels passent les câbles. Cette partie n'a cependant pas été modélisée. Les équations de calcul des tensions effectives sont présentées dans les sous-sections suivantes.

4.3.1 Calcul des tensions dues aux accélérations

Même si le couple est maintenu constant de façon électrique au niveau du moteur, la tension f_j dans le câble j ne l'est pas nécessairement. En effet, pour successivement enrouler et dérouler un câble, il doit y avoir accélération angulaire des moteurs. Si la source d'alimentation du moteur fournit un courant de telle sorte que le couple en sortie soit constant, les couples nécessaires aux accélérations angulaires sont donc nécessairement fournis par le câble auquel ce moteur est attaché. La tension dans le câble n'est donc pas constante lorsqu'il y a accélération du moteur.

Il est possible de calculer la déviation de tension à partir des paramètres connus du

moteur et de la poulie et de l'information concernant l'accélération angulaire théorique des moteurs fournie par le système de contrôle. Cette tension peut être calculée à l'aide des équations de mécanique de base.

$$f_{aj} = \frac{J_n \alpha_j}{R_n} \quad (4.19)$$

où f_{aj} est la tension dans le câble causée par l'accélération du j^{eme} moteur, J_n l'inertie du rotor du moteur, α_j l'accélération du j^{eme} moteur et R_n , le rayon de la poulie.

4.3.2 Calcul des tensions dues au couplage électromagnétique des moteurs

Bien que le courant total envoyé aux moteurs soit constant, le courant circulant dans chaque moteur dépend de leurs vitesses de rotation respectives. Pour calculer ces courants, il est nécessaire d'introduire quelques notions définissant le modèle électrique d'un moteur à courant continu. Le schéma électrique du modèle d'un moteur à courant continu est illustré à la figure 4.1. Étant donné que le calcul de prédiction est basé sur les équations du moteur en régime permanent, on doit noter que l'effet d'inductance L_a est négligée. Cette approximation est valable étant donné que la constante de temps électrique d'un moteur est significativement plus petite que sa constante de temps mécanique.

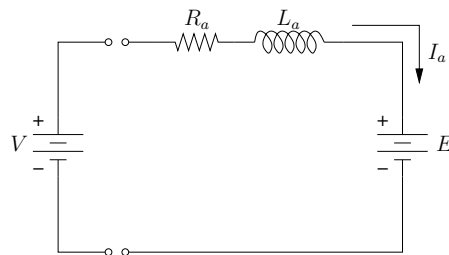


FIG. 4.1 – Modèle équivalent d'un moteur à courant continu.

Les équations générales du moteur à courant continu en régime permanent sont énumérées de 4.20 à 4.22 :

$$V = E + R_a I_a \quad (4.20)$$

$$E = k_e \omega_e \quad (4.21)$$

$$\tau = k_c I_a \quad (4.22)$$

où V est la tension d'alimentation, E la force contre-électromotrice, R_a la résistance de l'enroulement, I_a le courant circulant dans le moteur, k_e la constante contre-électromotrice, ω_e la vitesse de rotation, τ le couple de sortie et k_c , la constante de couple.

Présentement, les trois moteurs servant à actionner les câbles de soutien sont branchés en parallèle. Le bloc d'alimentation fait varier la tension appliquée aux moteurs de façon à garder le courant total circulant dans ces moteurs constant. Il est donc possible à partir des équations 4.20 à 4.22 et de l'information concernant la vitesse théorique des moteurs fournie par le système de commande, de déterminer le couple, donc la tension effective dans les câbles de soutien. La configuration des moteurs est illustrée sur la figure 4.2.

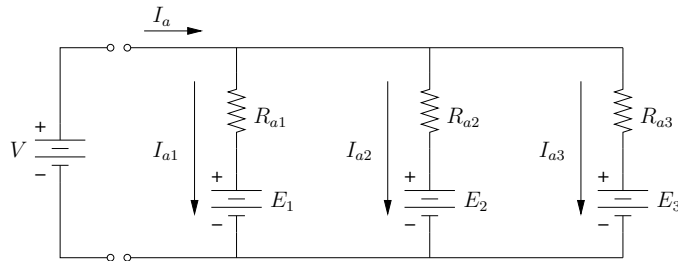


FIG. 4.2 – Modèle représentant la configuration des moteurs utilisés.

On peut supposer, pour simplifier les calculs que :

$$R_{a1} = R_{a2} = R_{a3} = R_a,$$

$$k_{e1} = k_{e2} = k_{e3} = k_e \text{ et}$$

$$k_{c1} = k_{c2} = k_{c3} = k_c.$$

Aussi, le schéma 4.2 nous permet d'écrire l'équation 4.23.

$$I_a = I_{a1} + I_{a2} + I_{a3} \quad (4.23)$$

ainsi que les équations 4.24 à 4.26, spécifiques a chacun des moteurs.

$$V = E_1 + R_a I_{a1} \quad (4.24)$$

$$V = E_2 + R_a I_{a2} \quad (4.25)$$

$$V = E_3 + R_a I_{a3} \quad (4.26)$$

On doit dans un premier temps, connaître la tension V d'alimentation. Pour ce faire, on inclut 4.24 à 4.26 dans 4.23 ce qui nous permet d'obtenir l'équation régissant le courant total I_{tot} circulant dans le système.

$$\begin{aligned} I_{tot} &= \frac{V - E_1}{R_a} + \frac{V - E_2}{R_a} + \frac{V - E_3}{R_a} \\ I_{tot} &= \frac{3V - (E_1 + E_2 + E_3)}{R_a} \end{aligned} \quad (4.27)$$

Il est possible d'isoler dans l'équation 4.27 le terme V pour obtenir l'équation suivante :

$$V = \frac{I_{tot} R_a + E_1 + E_2 + E_3}{3} \quad (4.28)$$

Finalement, en combinant les équations 4.20, 4.21 et 4.28, il est possible de déduire le courant I_{aj} circulant dans le j^{eme} moteur.

$$\begin{aligned} I_{aj} &= \frac{V - E_j}{R_a} \\ I_{aj} &= \frac{I_{tot}}{3} + \frac{E_1 + E_2 + E_3}{3R_a} - \frac{E_j}{R_a} \\ I_{aj} &= \frac{I_{tot}}{3} + \frac{k_e(\omega_{e1} + \omega_{e2} + \omega_{e3})}{3R_a} - \frac{k_e \omega_{ej}}{R_a} \end{aligned} \quad (4.29)$$

Le courant circulant dans chaque moteur est donc le suivant :

$$\begin{aligned}
I_{a1} &= \frac{I_{tot}}{3} + \frac{k_e(-2\omega_{e1} + \omega_{e2} + \omega_{e3})}{3R_a} \\
I_{a2} &= \frac{I_{tot}}{3} + \frac{k_e(\omega_{e1} - 2\omega_{e2} + \omega_{e3})}{3R_a} \\
I_{a3} &= \frac{I_{tot}}{3} + \frac{k_e(\omega_{e1} + \omega_{e2} - 2\omega_{e3})}{3R_a}
\end{aligned} \tag{4.30}$$

Les équations 4.31 et 4.32 permettent de convertir les valeurs de courant en tension dans les câbles.

$$I_{tot} = 3R_n k_c f_{nd} \tag{4.31}$$

$$I_{aj} = R_n k_c f_{nej} \tag{4.32}$$

ou R_n est le rayon de la poulie entraînant le câble, f_{nd} la tension désirée dans un câble et f_{nej} la tension imposée dans le j^{eme} câble par le j^{eme} moteur dû à l'effet de couplage entre les moteurs.

En combinant 4.31 et 4.32 dans 4.30, on obtient les équations définissant les tensions imposées dans les câbles de soutien.

$$\begin{aligned}
f_{ne1} &= f_{nd} + \frac{k_e(-2\omega_{e1} + \omega_{e2} + \omega_{e3})}{3R_n R_a k_c} \\
f_{ne2} &= f_{nd} + \frac{k_e(\omega_{e1} - 2\omega_{e2} + \omega_{e3})}{3R_n R_a k_c} \\
f_{ne3} &= f_{nd} + \frac{k_e(\omega_{e1} + \omega_{e2} - 2\omega_{e3})}{3R_n R_a k_c}
\end{aligned} \tag{4.33}$$

Comme dans la plupart des cas $k_c = k_e$, on peut réécrire les équations 4.33 de la façon suivante :

$$f_{ne1} = f_{nd} + \frac{-2\omega_{e1} + \omega_{e2} + \omega_{e3}}{3R_n R_a}$$

$$\begin{aligned}
f_{ne2} &= f_{nd} + \frac{\omega_{e1} - 2\omega_{e2} + \omega_{e3}}{3R_n R_a} \\
f_{ne3} &= f_{nd} + \frac{\omega_{e1} + \omega_{e2} - 2\omega_{e3}}{3R_n R_a}
\end{aligned} \tag{4.34}$$

La tension effective appliquée par un câble de soutien est la somme des éléments présentés dans la section 4.3. Cette tension effective appliquée par le câble j est donc :

$$f_{nj} = f_{naj} + f_{nej} \tag{4.35}$$

Ces tensions f_{n1} , f_{n2} et f_{n3} sont intégrées au système d'équation 4.18 et permettent ainsi une prédiction plus juste des tensions dans les câbles reliés aux actionneurs.

4.4 Prédiction au niveau des actionneurs contrôlés en position

Tout comme pour l'effecteur, il est possible de calculer les efforts requis par un actionneur pour effectuer la trajectoire prescrite. Étant donné qu'un actionneur est un mécanisme à un degré de liberté, les équations de prédiction sont beaucoup plus simples. Le couple τ_i nécessaire au i^{eme} actionneur est calculé de la façon suivante :

$$\tau_i = b_i \omega_i + j_i \alpha_i \tag{4.36}$$

ou b est le coefficient de friction visqueuse, ω la vitesse angulaire, j l'inertie de la masse tournante et α , l'accélération angulaire.

L'inertie des pièces tournantes est facilement calculable. L'inertie du rotor d'un moteur est une donnée fournie par le fabricant. L'inertie de la poulie entraînée par le moteur est calculée automatiquement par le logiciel de conception. Il est possible dans la plupart des cas de négliger la contribution des engrenages de la boîte de réduction à l'inertie. C'est ce qui a été fait ici. L'inertie totale j des pièces tournantes est donc calculée de la façon suivante :

$$j = j_r + \frac{1}{a^2} j_p \quad (4.37)$$

où j_r est l'inertie du rotor, a le rapport de réduction et j_p , l'inertie de la poulie.

Le coefficient de friction visqueuse b n'est cependant pas indiqué par le fabricant. Il est possible d'en déduire la valeur à l'aide de la réponse en vitesse à un échelon de couple. De façon théorique, en l'absence de friction visqueuse, un échelon de couple génère une accélération constante donc une augmentation linéaire de la vitesse. Si par contre, il y a présence de friction visqueuse dans le système, un échelon de couple génère en fonction du temps une accélération de pente négative, donc une fonction polynomiale pour la vitesse. La figure 4.3 présente la réponse en vitesse et en accélération du moteur à un échelon de couple de $0,01 \text{ N} \cdot \text{m}$.

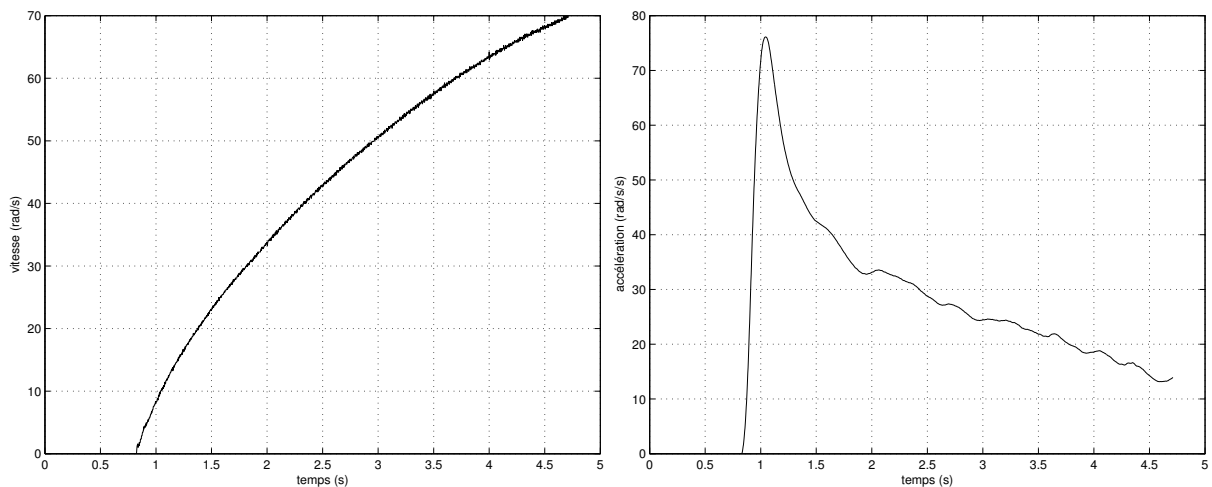


FIG. 4.3 – Réponse en vitesse et en accélération à un échelon de couple de $0,01 \text{ N} \cdot \text{m}$.

Il est possible, à partir des éléments de ces données de vitesse et d'accélération et de l'équation 4.36, de déduire le coefficient de frottement b . Connaissant le couple fourni et l'inertie totale, nous calculons pour chaque pas de temps une valeur de frottement visqueux b . Ces valeurs sont calculées plus spécifiquement avec l'équation 4.38 :

$$b = \frac{\tau - j\alpha}{\omega}$$

$$b = \frac{0,01 - 8 \cdot 10^{-6} \alpha}{\omega} \quad (4.38)$$

Le couple imposé au moteur était de $0,01 \text{ N} \cdot \text{m}$ et l'inertie totale des parties tournantes du système est évaluée à $8 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

Étant donné les non-linéarités dans le système (entre autre le frottement sec), les valeurs de b calculées ne sont pas identiques. La figure 4.4 présente les valeurs de b calculées pour les différentes valeurs de vitesses angulaires.

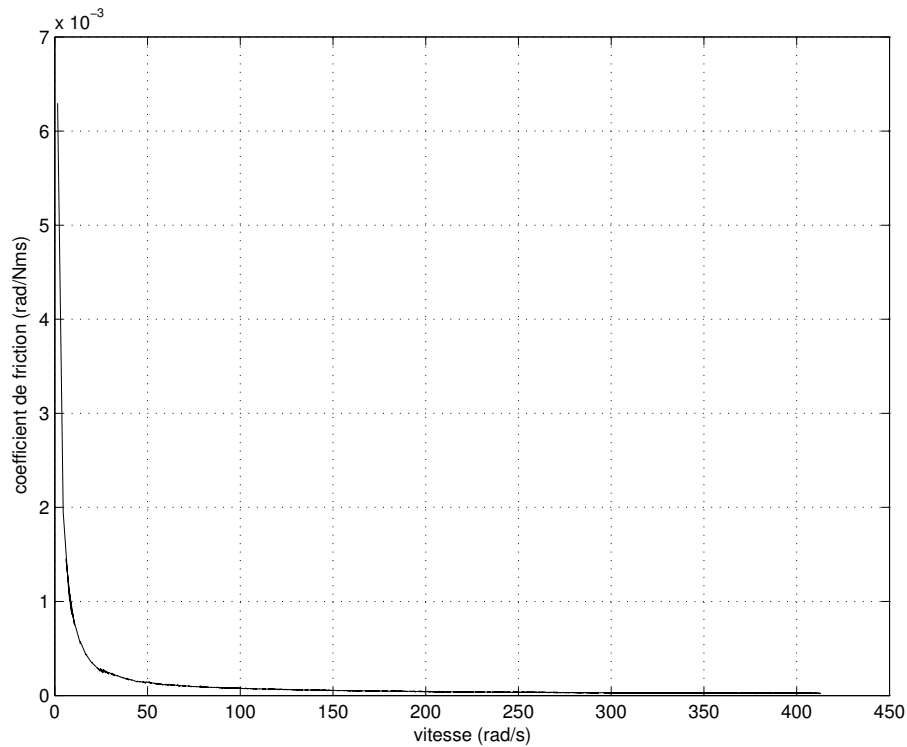


FIG. 4.4 – Coefficient de friction calculé en fonction de la vitesse angulaire.

L'asymptote au début du graphique est causée par le frottement statique dans le système moteur/engrenages. On peut considérer constantes les valeurs de coefficient pour des valeurs de vitesses angulaires plus grandes que $60 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. La moyenne de ces éléments nous permet de trouver un coefficient de frottement de $41,17 \cdot 10^{-6} \frac{\text{rad}}{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}}$.

En connaissant le coefficient de frottement visqueux du système, il est possible de calculer le couple supplémentaire nécessaire pour compenser ces effets de frottement. La figure 4.5 présente la réponse en vitesse à l'échelon de couple avec la compensation pour la friction visqueuse. La valeur de b utilisée lors de cet essai est de $40 \cdot 10^{-6} \frac{\text{rad}}{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}}$ plutôt que $41,17 \cdot 10^{-6} \frac{\text{rad}}{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}}$.

On peut facilement voir que la vitesse angulaire du moteur augmente de façon

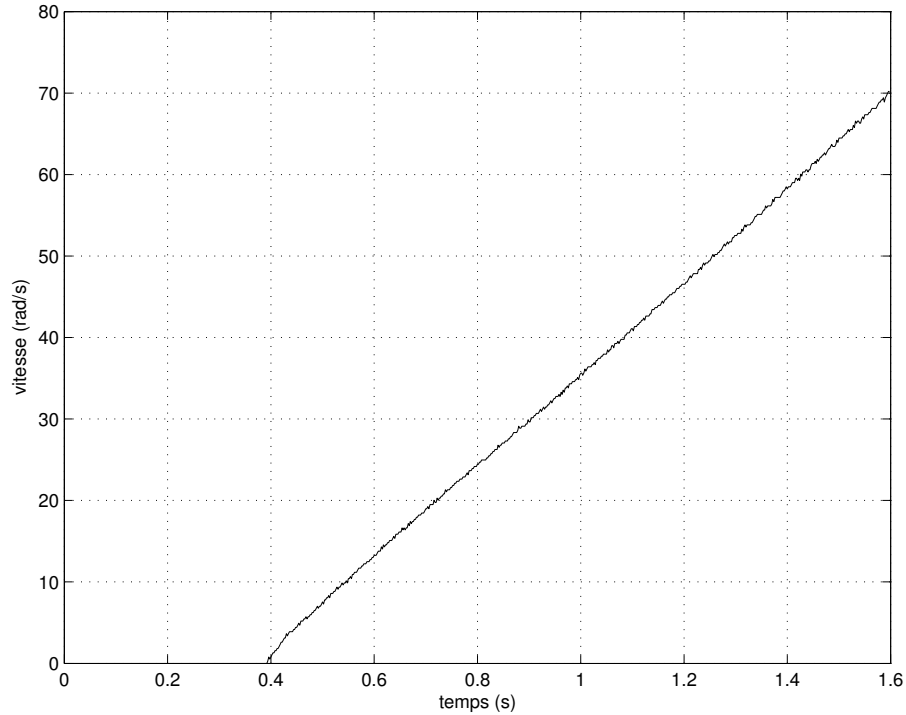


FIG. 4.5 – Réponse en vitesse du système compensé à l'échelon de couple.

pratiquement linéaire. L'approximation du coefficient de frottement est donc valide.

4.5 Résultats

Deux essais ont été faits afin de valider les prédicteurs. Un premier essai portant seulement sur les actionneurs et un deuxième essai portant sur l'ensemble du système. Dans chacun des cas, on impose une trajectoire sinusoïdale au système et on recueille les résultats avec et sans prédicteurs. Afin de mettre l'emphasis sur la contribution des prédicteurs, nous avons relâché les gains des réseaux de correction avant les essais.

4.5.1 Essai sur un actionneur seul

La trajectoire sinusoïdale imposée à l'actionneur a une amplitude de 1,98 rad à la sortie du réducteur (11,66 rad au rotor) à une fréquence de 3 Hz. Les résultats sans

prédicteur et avec prédicteur sont présentés à la figure 4.6.

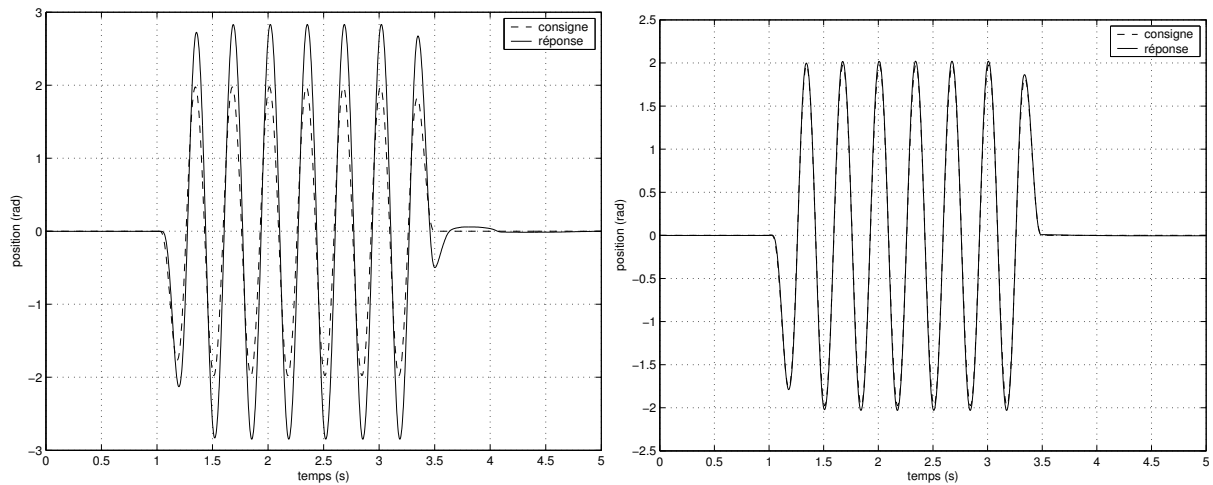


FIG. 4.6 – Consigne et réponse en position sans prédicteur et avec prédicteur.

Sur le premier graphique, on peut voir que le réseau correcteur ne parvient pas à contrôler parfaitement la position angulaire du moteur. L'utilisation du prédicteur en coordination avec le contrôleur sur le deuxième graphique permet au système de suivre fidèlement la consigne. L'erreur de position pour un actionneur sans prédicteur et avec prédicteur sont présentées à la figure 4.7.

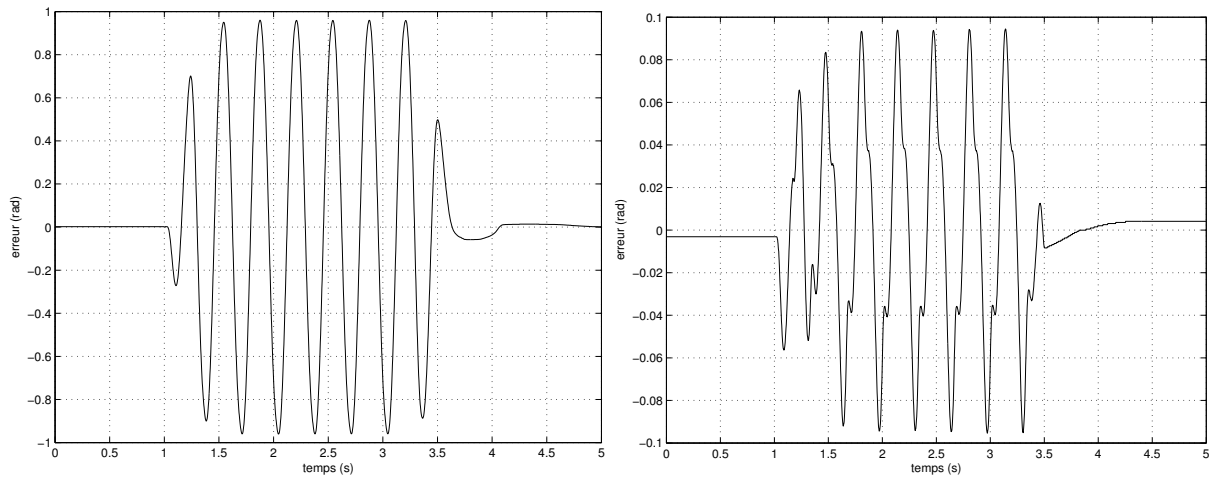


FIG. 4.7 – Erreur sur la position pour un actionneur sans prédicteur et avec prédicteur.

On note une diminution considérable de l'erreur en position pour le système assisté du prédicteur.

4.5.2 Essai sur le système en entier

La trajectoire sinusoïdale imposée au mécanisme a une amplitude de $0,2m$ et une fréquence de $1 Hz$. Les graphiques de la figure 4.8 présentent les résultats de suivi de trajectoire au niveau de l'actionneur *no.1*. Les réponses pour les actionneurs *no.2* à *6* sont similaires à celles présentées. Les essais réalisés sans prédicteur et avec prédicteur au niveau de l'effecteur incluent dans les deux cas les prédicteurs au niveau des actionneurs afin de vérifier de façon rigoureuse la performance du prédicteur à l'essai.

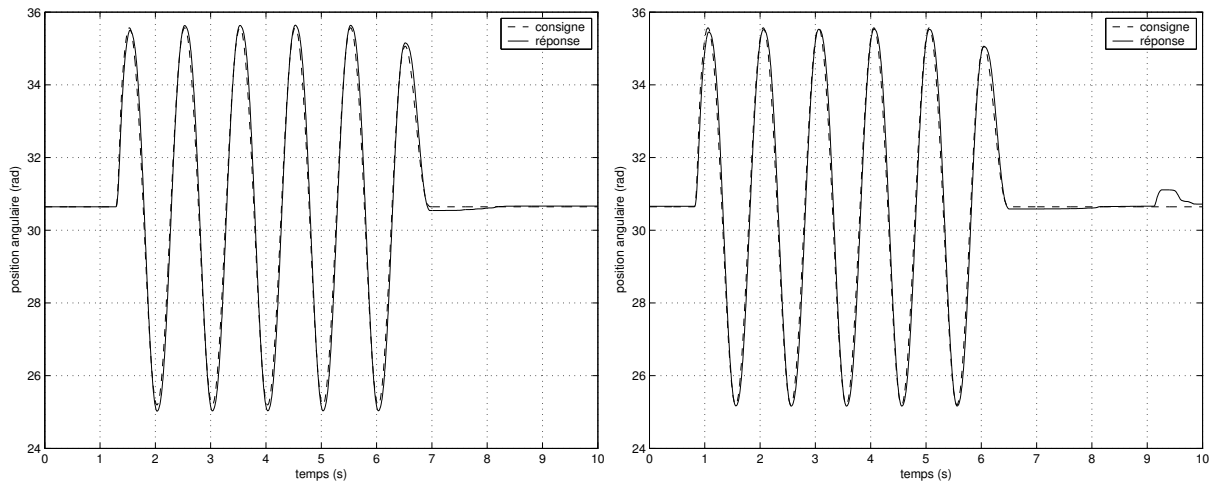


FIG. 4.8 – Consigne et réponse en position (pour l'actionneur 1) sans prédicteur et avec prédicteur à l'effecteur.

Contrairement au cas de l'actionneur seul, il n'y a pas de divergence importante dans le cas où on n'utilise pas de prédicteur. Les moteurs actionneurs étant muni d'un rapport de réduction relativement élevé, la charge apparente est constituée principalement du rotor du moteur. Pendant les essais, les prédicteurs au niveau des moteurs ont été conservés ce qui explique la bonne performance du système sans prédicteur à l'effecteur présentée sur le premier graphique. L'erreur de position pour le système sans prédicteur et avec prédicteur sont présentées à la figure 4.9.

Dans la configuration actuelle du système, l'ajout d'un prédicteur d'efforts au niveau de la plate-forme n'est pas nécessaire. L'erreur en position pour le système sans et avec prédicteur est sensiblement la même. L'ajout d'un tel prédicteur est cependant nécessaire dans le cas où la masse de la plate forme devient considérable.

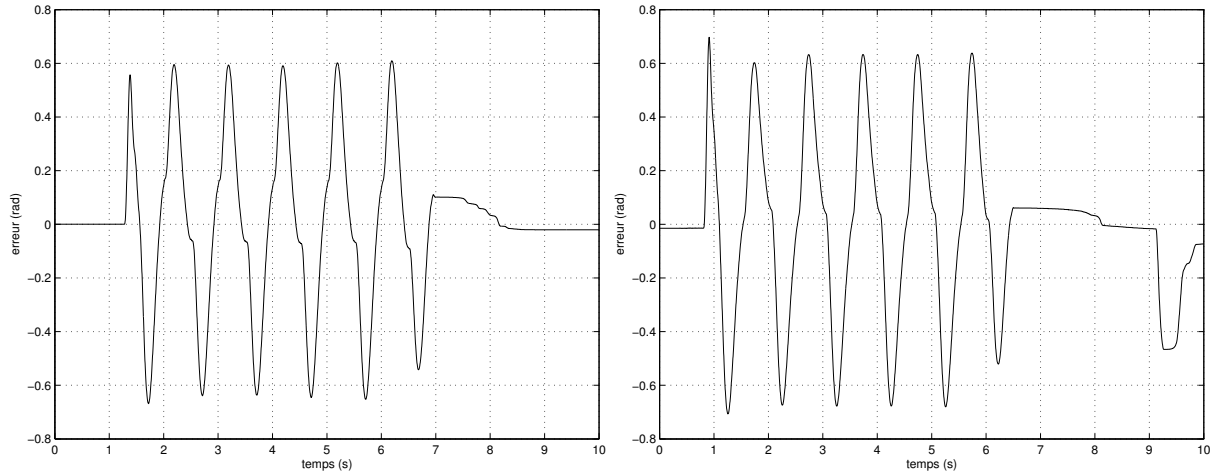


FIG. 4.9 – Erreur sur la position pour le système sans prédicteur et avec prédicteur.

4.6 Conclusion

L'utilisation de prédicteurs permet de façon générale d'améliorer la performance globale d'un système. Dans le cas présenté, avec les gains du réseau correcteur dégradés, nous avons noté une nette amélioration au niveau du suivi des trajectoires, ce qui valide les équations dérivées précédemment. Lors de l'utilisation normale du mécanisme, avec les gains nominaux du réseau correcteur, il est pratiquement impossible de percevoir les bénéfices apportés par les prédicteurs étant donné la grande performance du contrôleur. L'utilisation de prédicteurs serait cependant utile dans le cas où l'effecteur servirait au transport et où la masse totale supportée par les câbles serait beaucoup plus importante.

Chapitre 5

Étalonnage par les moindres carrés non linéaires

Ce chapitre présente un algorithme d'étalonnage d'un mécanisme parallèle utilisant la résolution par les moindres carrés non linéaires. Cette méthode s'applique principalement dans les cas où les points d'attache des membrures à l'effecteur ou des membrures à la base d'un mécanisme ne sont pas clairement définis ou difficilement mesurables. C'est le cas notamment des mécanismes à câbles où l'utilisation de guides et d'oeillets ne permettent pas une mesure très précise des points d'ancrage. La résolution par les moindres carrés permet entre autres le raffinement de ces points d'ancrage ainsi que l'étalonnage global du mécanisme.

5.1 Introduction

Les mécanismes parallèles actionnés par câbles présentent plusieurs avantages en comparaison aux mécanismes munis d'actionneurs linéaires ou angulaires conventionnels. Les deux principaux avantages sont dans un premier temps l'amplitude des mouvements possibles étant donné le faible espace que prennent les câbles lorsque enroulés et dans un deuxième temps, les accélérations possibles dues à la faible inertie des câbles [5] [6]. En contrepartie, ce design pose certains problèmes au niveau de la cinématique de l'effecteur. En effet, étant donné la grande incertitude des mesures sur la position des différents points d'attaches des câbles, le calcul, par géométrie inverse, des positions angulaires des actionneurs s'en trouve biaisé. Le résultat est donc une position et une orientation de l'effecteur différentes de celles spécifiées [3]. Une deuxième cause probable de déviation est la différence possible entre les positions/orientations initiales effective et spécifiée de l'effecteur. Cette différence introduit elle aussi des erreurs dans le calcul du problème géométrique inverse, donc au positionnement de l'effecteur.

Le travail d'étalonnage réalisé ici permet, en utilisant la résolution par les moindres carrés non linéaires, de raffiner les points d'attache et d'ajuster les conditions initiales du mécanisme. L'exercice consiste à mesurer la position et l'orientation pour différentes poses de l'effecteur. Ces mesures sont ensuite utilisées pour la construction du système d'équations utilisé par l'algorithme de résolution.

L'appareil servant à la mesure de la position et de l'orientation de l'effecteur est le même système utilisé au chapitre 3 sur l'étalonnage, soit un **OPTOTRAK/3020**. Les données recueillies par cet appareil sont converties par l'algorithme de conversion décrit aussi au chapitre 3. Rappelons que, trois pastilles sont placées sur l'effecteur afin de pouvoir déduire sa position et son orientation. La précision de cette position et cette orientation calculée est évidemment dépendante de la précision avec laquelle sont connues les emplacements des marqueurs. En ce qui nous concerne, la précision disponible sur la mesure des marqueurs est du même ordre que la précision voulue de l'effecteur. Un moyen efficace de contourner le problème est d'intégrer dans l'algorithme l'effet de la position des marqueurs et de calculer numériquement, au même titre que les points d'attaches, la position des différents marqueurs. L'intégration de ces éléments dans le système d'équation ne requiert que des poses supplémentaires de manière à rester surdéterminé.

Ce chapitre présente la mise en oeuvre de l'algorithme d'étalonnage par les moindres carrés non linéaires. En premier lieu, les équations du problème géométrique inverse seront dérivées. En second lieu, l'intégration de ces équations à l'algorithme sera présentée. Finalement, des résultats ainsi qu'une conclusion sur l'efficacité de la méthode seront présentés.

5.2 Rappel des équations cinématiques

Le module du vecteur reliant le point P_i au point V_i nous permet d'obtenir l'équation générale suivante :

$$\rho_i^2 = (\mathbf{c} + \mathbf{Q}\mathbf{v}_i - \mathbf{p}_i)^T (\mathbf{c} + \mathbf{Q}\mathbf{v}_i - \mathbf{p}_i) \quad (5.1)$$

Dans le cas spatial, la matrice de rotation \mathbf{Q} est définie selon la convention ($\mathbf{Q}_x, \mathbf{Q}_y, \mathbf{Q}_z$) des angles d'Euler (ϕ, θ, ψ) tel que :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & -\cos \theta \sin \psi & \sin \theta \\ \sin \phi \sin \theta \cos \psi + \cos \phi \sin \psi & -\sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & -\sin \phi \cos \theta \\ -\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi + \sin \phi \cos \psi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

L'équation (5.1) peut aussi s'exprimer sous une forme scalaire :

$$\begin{aligned} \rho_i^2 = & (x + q_{11}x_i + q_{12}y_i + q_{13}z_i - a_i)^2 \\ & + (y + q_{21}x_i + q_{22}y_i + q_{23}z_i - b_i)^2 \\ & + (z + q_{31}x_i + q_{32}y_i + q_{33}z_i - c_i)^2 \end{aligned} \quad (5.3)$$

où q_{ij} est l'élément ij de la matrice de rotation \mathbf{Q} .

5.3 Approche préliminaire

L'équation (5.1), lorsqu'elle est utilisée dans l'algorithme de contrôle, permet d'effectuer le calcul des longueurs des câbles du mécanisme requis pour une position et une orientation spécifiées de l'effecteur. Les positions angulaires des actionneurs sont ensuite déduites à partir des longueurs de câbles obtenues. Il est donc évident qu'une erreur sur les mesures des positions des points d'attache des câbles sur la base et l'effecteur entraîne une erreur sur la position et l'orientation finale de l'effecteur. Le but premier de l'algorithme d'étalonnage est de corriger ou de raffiner les mesures de ces points d'attache, i.e. les vecteurs \mathbf{p}_i et \mathbf{v}_i .

Le calcul de \mathbf{p}_i et \mathbf{v}_i nécessite la connaissance des autres paramètres présents dans l'équation cinématique (5.1). Une partie des données manquantes, soit le vecteur de position \mathbf{c} et les angles ϕ , θ et ψ composant la matrice d'orientation \mathbf{Q} sont disponibles via l'**OPTOTRAK/3020** et l'algorithme de conversion décrit au chapitre 3. Finalement, la mesure des longueurs des câbles ρ_i est facilement mise à notre disposition par le logiciel de contrôle du mécanisme.

Les informations recueillies sont, comme décrit au chapitre 3, exprimées dans le repère du module d'acquisition. Elles sont cependant converties immédiatement en données exprimées dans le repère fixe du mécanisme. En effet, en apposant dans ce repère trois pastilles émettrices et connaissant leurs coordonnées, il est possible de calculer avec l'algorithme du chapitre 3 la position et l'orientation du module d'acquisition dans le repère fixe et d'en convertir les données. Ces données peuvent donc être exprimées dans le repère fixe du mécanisme. La notation utilisée tout au long du chapitre traite donc des éléments dans ce repère fixe.

Une façon simple de résoudre le problème serait de mesurer les \mathbf{c} , \mathbf{Q} et ρ_i pour différentes poses de l'effecteur et ensuite de calculer par les moindres carrés non linéaires les points d'attaches. Toutefois, cette méthode n'est pas très rigoureuse. En effet, la validité de la position et de l'orientation de l'effecteur dans l'espace dépend de la précision avec laquelle nous connaissons l'emplacement des marqueurs sur cet effecteur. Or, la précision disponible sur la mesure des marqueurs est du même ordre que la précision obtenue lors de la mesure des points d'attaches. L'utilisation telle quelle des mesures sur la position des marqueurs n'est donc pas une bonne option. Les longueurs des

câbles ρ_i fournies par le logiciel de contrôle peuvent aussi constituer une source d'erreur. Ces longueurs sont effectivement calculées en se basant sur les longueurs initiales des câbles. Ces longueurs initiales dépendent de deux facteurs soit dans un premier temps les points d'attache du système et dans un deuxième temps la position et l'orientation initiales théoriques de l'effecteur. Or, les points d'attache étant les principaux éléments à étalonner, les longueurs des câbles calculées par le logiciel de contrôle sont nécessairement erronées. Deuxièmement, la configuration initiale effective de l'effecteur est, dans la plupart des cas, différente de la configuration initiale théorique, ce qui engendre des erreurs au niveau du calcul par le logiciel de contrôle des longueurs de câbles. La longueur des câbles calculée étant biaisée, l'utilisation brute de ces informations, dans ce cas-ci, n'est pas une bonne option.

5.4 Mise en forme des équations

Tel qu'il a été discuté dans la section précédente, les informations recueillies doivent subir un traitement avant d'être utilisées. Commençons tout d'abord par les longueurs de câbles. Les longueurs des câbles fournies par le logiciel de contrôle étant calculées à partir de plusieurs éléments différents, il est possible de séparer l'information juste de l'information comportant des incertitudes. Le calcul des longueurs est fait en fonction des points d'attache, de la position et de l'orientation initiales et de l'allongement des câbles. Il est donc possible d'exprimer la relation entre la configuration de l'effecteur et la longueur des câbles de la façon suivante :

$$\rho_i = d_i + \sqrt{(\mathbf{c}_0 + \mathbf{Q}_0 \mathbf{v}_i - \mathbf{p}_i)^T (\mathbf{c}_0 + \mathbf{Q}_0 \mathbf{v}_i - \mathbf{p}_i)} \quad (5.4)$$

où d_i représente l'allongement du i ème câble par rapport à sa longueur initiale, \mathbf{c}_0 la position initiale de l'effecteur et \mathbf{Q}_0 son orientation initiale. De tous les éléments de l'équation (5.4), seul d_i peut-être connu de façon exacte et est aussi mis à notre disposition par le logiciel de contrôle. En intégrant l'équation (5.4) dans l'équation (5.1) il est possible d'éliminer le terme ρ_i et de travailler avec l'allongement des câbles plutôt qu'avec les longueurs :

$$d_i = \sqrt{(\mathbf{c} + \mathbf{Q}\mathbf{v}_i - \mathbf{p}_i)^T(\mathbf{c} + \mathbf{Q}\mathbf{v}_i - \mathbf{p}_i)} - \sqrt{(\mathbf{c}_0 + \mathbf{Q}_0\mathbf{v}_i - \mathbf{p}_i)^T(\mathbf{c}_0 + \mathbf{Q}_0\mathbf{v}_i - \mathbf{p}_i)} \quad (5.5)$$

Cette nouvelle équation permet de regrouper d'un même côté les éléments \mathbf{p}_i et \mathbf{v}_i à corriger. On remarque aussi que se sont ajoutés les termes \mathbf{c}_0 et \mathbf{Q}_0 définissant la configuration initiale de l'effecteur. Comme discuté précédemment, la connaissance de ces conditions initiales est essentielle au bon positionnement de l'effecteur. Les valeurs des éléments de \mathbf{c}_0 ainsi que les angles ϕ_0 , θ_0 et ψ_0 composant la matrice d'orientation \mathbf{Q}_0 étant invariants dans le temps et dans l'espace, ils pourront donc être réajustés au même titre que les points d'attache.

Le deuxième lot d'informations à traiter concerne la position et l'orientation observées de l'effecteur. Ces informations ne sont pas mesurées directement mais bien, tel que mentionné plus haut, déduites des mesures dans l'espace des marqueurs placés sur l'effecteur. L'algorithme permettant de transférer les informations sur la position des marqueurs dans l'espace en position/orientation de l'effecteur requiert la connaissance de la position \mathbf{f}_1 à \mathbf{f}_3 de ces marqueurs dans le repère de l'effecteur. Une mesure précise de ces positions étant difficile à obtenir, il peut être intéressant d'intégrer ces positions au système à résoudre et de les étalonner. Étant donné que les positions des différents marqueurs ne peuvent être explicitement exprimées et placées dans l'équation (5.5), la routine permettant le calcul de la position et de l'orientation de l'effecteur sera appelée à chaque itération.

5.5 Explication de l'algorithme

La résolution par les moindres carrés non linéaires consiste à construire un système d'équations de préférence surdéterminé et d'ajuster les paramètres de façon à minimiser les résidus. La solution retenue ici pour augmenter le nombre d'équations et surdéterminer le système est de simplement prendre des mesures pour plusieurs configurations différentes de l'effecteur. Étant donné que les éléments que l'on cherche à optimiser (i.e. les points d'attache, la configuration initiale et les positions des marqueurs) ne varient pas dans le temps et dans l'espace, augmenter le nombre de poses de l'effecteur consiste à augmenter le nombre d'équations tout en laissant fixe le nombre

d'inconnues. Pour chaque pose supplémentaire, le nombre d'équations est majoré du nombre de câbles compris dans le système. Il est possible de calculer le nombre minimal de poses requis pour construire un système surdéterminé. Ce nombre N est calculé à partir du nombre total de câbles I , des neuf éléments déterminant la position des trois marqueurs et les six éléments décrivant la configuration initiale de l'effecteur :

$$N > (6I + 9 + 6)/I = 6 + 15/I \quad (5.6)$$

Dans le cas présenté ici où le nombre de câbles est de six, N doit être plus grand que 8.5, donc plus grand ou égal à 9. Le choix des configurations doit être fait de manière judicieuse. Ces dernières doivent non seulement faire partie de l'espace de travail mais elles doivent aussi être choisies relativement loin des limites de cet espace. Aussi, les configurations choisies ne doivent pas être singulières [4]. Ces précautions visent à éliminer les erreurs causées par les possibles biais mécaniques.

Pour résoudre le système, on doit être en mesure de calculer les résidus du système d'équations. Les résidus $\epsilon_{n,i}$ peuvent être calculés à partir de l'équation (5.7) :

$$\begin{aligned} \epsilon_{n,i} &= \sqrt{(\mathbf{c}_n + \mathbf{Q}_n \mathbf{v}_i - \mathbf{p}_i)^T (\mathbf{c}_n + \mathbf{Q}_n \mathbf{v}_i - \mathbf{p}_i)} \\ &- \sqrt{(\mathbf{c}_0 + \mathbf{Q}_0 \mathbf{v}_i - \mathbf{p}_i)^T (\mathbf{c}_0 + \mathbf{Q}_0 \mathbf{v}_i - \mathbf{p}_i)} - d_{n,i} \end{aligned} \quad (5.7)$$

ou \mathbf{c}_n et \mathbf{Q}_n définissent respectivement la position et l'orientation de la n ème configuration de l'effecteur. Comme expliqué dans la section précédente, les éléments x_n , y_n et z_n composant le vecteur de position \mathbf{c}_n et les éléments ϕ_n , θ_n et ψ_n permettant le calcul de la matrice \mathbf{Q}_n proviennent des informations recueillies sur la position des marqueurs dans l'espace. Ces positions \mathbf{f}_1 , \mathbf{f}_2 et \mathbf{f}_3 des marqueurs étant des éléments à corriger, la routine de conversion est donc appelée à chaque itération. Les résidus sont minimisés selon le critère suivant :

$$\min \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^I \epsilon_{n,i}^2 \quad (5.8)$$

Le système ainsi résolu nous permet d'obtenir de façon précise les différents points d'attache du système, la configuration initiale du système et les positions des marqueurs dans le référentiel de l'effecteur. Bien que la position des marqueurs soit une information qui a priori ne nous intéresse pas, elle peut-être utilisée ultérieurement pour mesurer la position et l'orientation de l'effecteur dans un cadre autre que l'étalonnage.

5.6 Interprétation des résultats

La fonction de résolution par les moindres carrés non linéaires utilisée nécessite la spécification de valeurs initiales des variables à calculer. Il est aussi possible de fournir un intervalle dans lequel la solution devrait se trouver. Étant donné que l'équation (5.7) peut présenter plusieurs minimums locaux, la validité des résultats dépend des entrées fournies par l'utilisateur. Dans le cas présenté ici, nous avons spécifié comme entrées les mesures grossières des points d'attache et des marqueurs et comme intervalles, nous avons fourni simplement les incertitudes évaluées sur les mesures prises.

Après avoir étalonné le modèle, nous avons effectué deux types de vérification. Dans un premier temps, nous avons vérifié l'amélioration de la précision pour les différentes positions et orientations de l'effecteur utilisées lors de l'étalonnage. Dans un deuxième temps, nous avons vérifié l'amélioration de la précision pour des poses autres que celles utilisées lors de l'étalonnage. Les résultats sont présentés dans les tableaux (5.1) et (5.2).

La validation de l'étalonnage, en prenant comme éléments de contrôle les points utilisés lors de l'étalonnage (tableau (5.1)), nous donne un bon aperçu de la capacité maximale de l'algorithme à étalonner le système. Certains éléments du système ne peuvent être modélisés, ce qui a pour effet de limiter les performances de l'algorithme d'étalonnage. Les guide-câbles montés sur le modèle sur lequel les tests d'étalonnage ont été effectués permettent un mouvement minime mais non négligeable des câbles. Les points d'attache calculés par l'algorithme sont ceux qui satisfont le mieux au critère

TAB. 5.1 – Résultats obtenus avec les points utilisés pour l'étalonnage.

<i>positions</i>	<i>Erreur moyenne avant étalonnage (mm)</i>	<i>Écart type (mm)</i>	<i>Erreur moyenne après étalonnage (mm)</i>	<i>Écart type (mm)</i>	<i>Diminution de l'erreur (%)</i>
<i>x</i>	7.40	0.89	0.99	0.41	87
<i>y</i>	3.25	0.47	0.19	0.11	94
<i>z</i>	9.22	1.85	0.45	0.34	95
<i>rotations</i>	<i>Erreur moyenne avant étalonnage (degrés)</i>	<i>Écart type (degrés)</i>	<i>Erreur moyenne après étalonnage (degrés)</i>	<i>Écart type (degrés)</i>	<i>Diminution de l'erreur (%)</i>
<i>φ</i>	0.71	0.26	0.13	0.082	82
<i>θ</i>	1.25	0.31	0.53	0.17	58
<i>ψ</i>	0.38	0.22	0.081	0.066	78

TAB. 5.2 – Résultats obtenus avec des points arbitraires.

<i>positions</i>	<i>Erreur moyenne avant étalonnage (mm)</i>	<i>Écart type (mm)</i>	<i>Erreur moyenne après étalonnage (mm)</i>	<i>Écart type (mm)</i>	<i>Diminution de l'erreur (%)</i>
<i>x</i>	8.79	1.57	1.18	0.70	87
<i>y</i>	9.29	2.11	1.79	1.61	81
<i>z</i>	10.83	2.87	1.52	1.47	86
<i>rotations</i>	<i>Erreur moyenne avant étalonnage (degrés)</i>	<i>Écart type (degrés)</i>	<i>Erreur moyenne après étalonnage (degrés)</i>	<i>Écart type (degrés)</i>	<i>Diminution de l'erreur (%)</i>
<i>φ</i>	0.70	0.27	0.31	0.21	56
<i>θ</i>	1.98	1.00	0.55	0.28	72
<i>ψ</i>	0.42	0.28	0.27	0.21	36

dans le cas des poses considérées pour l'étalonnage. Les résultats d'étalonnage obtenus de cette façon sont donc les meilleurs que l'on puisse obtenir.

Lors de nos tests, nous avons pu noter une diminution de l'erreur moyenne en position entre 87% et 95% et une diminution de l'erreur moyenne en rotation entre 58% et 82%. Cette diminution considérable de l'erreur, surtout dans le cas du positionnement, dénote une amélioration significative des différents paramètres constituant le système. Nous avons pu aussi noter une diminution de l'écart type ou de la dispersion de l'erreur. Cette convergence de l'erreur est aussi attribuable à une connaissance plus juste des paramètres composant le système.

Le tableau (5.2) présente les résultats obtenus pour des poses choisies de façon arbitraire. Comme discuté précédemment, la diminution de l'erreur est dans ce cas-ci moins prononcée que précédemment. Il est cependant intéressant de voir que, malgré le fait que l'étalonnage soit optimal pour des points différents de ceux utilisés ici, la diminution de l'erreur reste significative. La diminution de l'erreur moyenne se situe entre 81% et 87% pour les translations et entre 36% et 72% pour les rotations. On note aussi une diminution de l'écart type de l'erreur ce qui, comme dans le cas précédent, dénote une meilleure connaissance des paramètres.

Il est évidemment encore possible de diminuer l'erreur de positionnement en effectuant un étalonnage à partir du plus grand nombre de poses possibles et en utilisant le plus grand espace possible disponible. Ceci a pour effet, lorsque N tend vers l'infini, d'étalonner le système pour tout le volume de l'espace atteignable plutôt qu'un certain nombre de points. On augmente ainsi l'erreur de positionnement pour la première méthode de vérification, au profit de l'erreur de positionnement pour la deuxième méthode de vérification, ce qui se résume à une augmentation de la précision pour le positionnement global du système. L'amélioration maximale de l'étalonnage est atteinte lorsque les résultats pour les deux méthodes de vérification sont confondus. Pour augmenter encore plus la précision, il faut à ce moment diminuer de façon matérielle la variation dans le temps et dans l'espace des paramètres constituant le système. Dans le cas présenté ici, il faut diminuer le mouvement possible des câbles dans les guide-câbles.

5.7 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre une méthode d'étalonnage d'un mécanisme parallèle à six degrés de liberté entraîné par câbles utilisant la résolution par les moindres carrés non linéaires. Les différents essais d'étalonnage effectués sur le mécanisme nous ont permis de diminuer l'erreur moyenne en position jusqu'à un maximum de 94%, soit une erreur moyenne de 0.19mm. Nous avons aussi pu prouver que l'étalonnage, même s'il est fait à partir de quelques points dans l'espace, est valide pour n'importe quel ensemble de points compris dans l'espace de travail du mécanisme. Le système, dans sa configuration actuelle, présente quelques limitations. En effet, les guides câbles utilisés permettent un certain mouvement latéral des câbles. En empêchant ces mouvements, il serait possible d'améliorer encore la précision de positionnement de l'effecteur. La méthode présentée fait référence à un mécanisme parallèle à six degrés de liberté. Elle est cependant applicable à tout type de mécanisme où il est possible d'exprimer de façon analytique les équations décrivant son problème géométrique inverse.

Chapitre 6

Implantation d'une commande hybride sur un mécanisme parallèle à six degrés de liberté

Dans ce chapitre est présentée une technique utilisée pour la mise en oeuvre et l'utilisation d'une commande hybride sur un mécanisme parallèle à six degrés de liberté. Cette commande hybride permet un contrôle en force du système suivant certains degrés de liberté et un contrôle en position suivant les autres degrés de liberté. Cette méthode s'applique principalement aux mécanismes couplés cinématiquement, i.e. les mécanismes où chacun des actionneurs contribue à l'actionnement de tous les degrés de liberté. Les méthodes traditionnelles de contrôle en position utilisées dans le cadre d'une commande hybride sont mises en oeuvre dans le domaine cartésien. La méthode présentée permet de découpler le système en utilisant un contrôle en position dans le domaine articulaire plutôt que cartésien. Cette technique offre des avantages au niveau de la simplicité et de la robustesse du contrôleur.

6.1 Introduction

L'utilisation d'une commande hybride en force et en position présente certains avantages par rapport à une commande traditionnelle en position seulement. Cette commande permet entre autre à l'effecteur d'un robot d'effectuer un balayage sur une surface irrégulière sans y perdre contact, ou sans y appliquer des forces démesurées. La commande hybride permet aussi, si le système est muni d'un capteur de forces/moments, d'appliquer des efforts constants selon les degrés de liberté désirés et ce dans toutes les configurations possibles du système.

La commande hybride, comme elle est implantée ici, permet de dédier certains degrés de liberté à une commande en force et de dédier les autres degrés de liberté à une commande en position. Étant donné que chacun des actionneurs participe à l'actionnement de tous les degrés de liberté, il est cependant impossible de dédier un actionneur à une commande exclusivement en force ou en position. Ceci peut poser certains problèmes dans le cas où, comme pour le système sur lequel la commande hybride a été implantée, la commande initialement en position a été réalisée dans le domaine articulaire. De cette façon, les coordonnées correspondantes des actionneurs sont calculées pour les différentes configurations voulues de l'effecteur. Le contrôle en position de l'effecteur est ensuite fait au niveau même des actionneurs. Une façon de contourner le problème est de contrôler la position du mécanisme dans le domaine cartésien. Contrairement au contrôle dans le domaine articulaire, la correction de la position est effectuée directement au niveau de la position et de l'orientation de l'effecteur. En procédant ainsi, il est plus facile de dédier les degrés de liberté à un type de commande ou à un autre, le système étant en quelque sorte découplé. Cette méthode de contrôle en position présente cependant certains désavantages au niveau de sa mise en oeuvre et de sa robustesse. La commande hybride, comme elle est présentée dans ce chapitre, permet de conserver le contrôle de la position du mécanisme au niveau articulaire.

Le type de commande en force utilisé est une commande par retour d'efforts. Les efforts sur l'effecteur sont mesurés par un capteur multi-axes. Ce type de capteur nous permet de mesurer des forces dans les trois directions et les moments autour des trois axes de rotation. La commande en force peut donc être réalisée pour chacun des degrés de liberté de l'effecteur. Une fois que la commande en force est intégrée au système, il

est possible de contrôler chacun des degrés de liberté dans le mode voulu.

Ce chapitre présente la mise en oeuvre d'une commande hybride sur un mécanisme parallèle à six degrés de liberté soit 1. commande en position 2. découplage du système 3. un façon alternative de découpler le système 4. commande en force 5. commande hybride.

6.2 Commande en position

La commande en position implantée à l'origine sur le mécanisme a été réalisée dans le domaine articulaire. Avec ce type de commande, chacun des actionneurs est contrôlé de façon individuelle et indépendante des autres. La commande requiert donc un contrôleur par actionneur. Les consignes envoyées à ces contrôleurs sont calculées, par géométrie inverse, à partir des positions cartésiennes désirées. Le réseau de correction est de type *PID*. La figure 6.1 suivante illustre la boucle de commande.

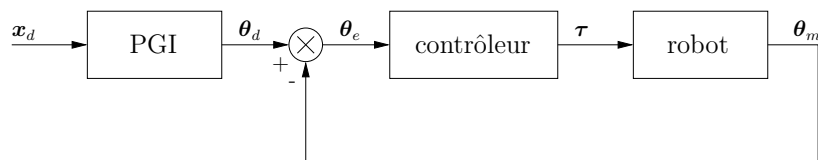


FIG. 6.1 – Commande en position.

où \mathbf{x}_d représente le vecteur des positions et des orientations cartésiennes désirées, $\boldsymbol{\theta}_d$ le vecteur des positions articulaires désirées, $\boldsymbol{\theta}_e$ le vecteur des erreurs en position, $\boldsymbol{\tau}$ le vecteur de couples prescrits au moteur et $\boldsymbol{\theta}_m$, le vecteur des positions mesurées des moteurs. Le module *PGI* permet de convertir les positions et les orientations cartésiennes en position articulaire.

Un asservissement de position au niveau articulaire comporte plusieurs avantages comparativement à un asservissement au niveau cartésien. Un premier avantage est la simplicité du contrôleur qui consiste simplement à implanter de façon indépendante une boucle d'asservissement par actionneur. Un second avantage est la robustesse du système contrôlé. Cette commande permet la correction de façon individuelle de chaque actionneur fautif, contrairement à une commande cartésienne où il y a couplage par le contrôleur entre chaque actionneur, ce qui dans certains cas peut nuire à la robustesse.

En contrepartie, ce type de commande ne permet pas à priori une libération des degrés de liberté du système. En effet, étant donné que les positions articulaires sont calculées par géométrie inverse à partir des positions cartésiennes et que chacune de ces dernières contribue à toutes les positions articulaires, il est difficile de contrôler certains degrés de liberté et de laisser les autres libres. Nous verrons dans les prochaines sections comment contourner le problème.

6.3 Découplage de la commande

Avant d'implanter la commande en force sur le mécanisme, il faut être capable de libérer du contrôle en position les degrés de liberté que l'on veut contrôler en force. Comme mentionné dans la section précédente, l'architecture actuelle de la commande en position ne nous permet pas de le faire simplement. Il est cependant possible par une simple astuce de simuler ce comportement tout en conservant la commande en position au niveau articulaire. Cette astuce consiste à imposer comme consigne pour les degrés de liberté que l'on veut libérer la position cartésienne actuelle du mécanisme. De cette façon, le système de contrôle ne fait pas de corrections pour les degrés de liberté libérés étant donné que la consigne est équivalente à la position mesurée. La position et l'orientation du mécanisme est trouvée par géométrie directe. La figure 6.2 suivante illustre la boucle de commande :

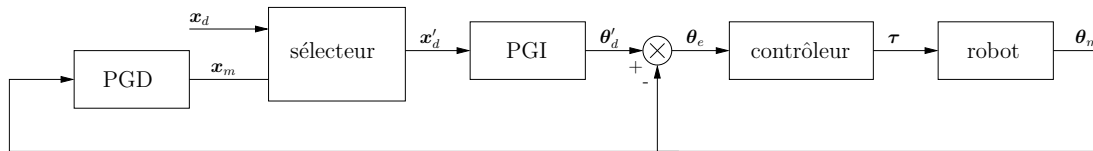


FIG. 6.2 – Première version de la commande découplée.

où \mathbf{x}'_d représente le vecteur modifié des consignes cartésiennes, $\boldsymbol{\theta}'_d$ le vecteur modifié des consignes articulaires, \mathbf{x}_m les positions cartésiennes du mécanisme et *PGD* le module permettant la conversion des coordonnées articulaires en coordonnées cartésiennes.

Ce type de commande fonctionne en théorie mais est difficilement réalisable en pratique. En effet, la chaîne de calculs qui va de $\boldsymbol{\theta}_m$ à $\boldsymbol{\theta}'_d$, est susceptible de générer des erreurs qui peuvent affecter la stabilité du système. La solution numérique du *PGD* est susceptible de générer des erreurs au niveau du vecteur \mathbf{x}_m selon le critère de

convergence spécifié. La divergence du système est engendrée par la différence possible à l'état stationnaire entre le vecteur θ'_d et θ_m . Cette différence entraîne une dérive instable du système dans les ddl libérés. Une loi de contrôle différente doit donc être envisagée. La condition à respecter pour éviter l'instabilité est d'éviter de comparer des valeurs provenant d'une source commune mais ayant été altérées par un système à résolution numérique, en occurrence le *PGD*.

Il est possible de créer une boucle de contrôle similaire à la précédente en modifiant l'ordre des modules de calcul. Le comportement théorique voulu du système contrôlé sera exactement le même que pour la commande précédente. Plutôt que d'imposer l'état actuel du système comme consigne de la position, il suffit d'injecter dans la boucle de retour les coordonnées cartésiennes entrées comme consigne et correspondantes au dds que l'on veut libérer. La figure suivante illustre la boucle de commande :

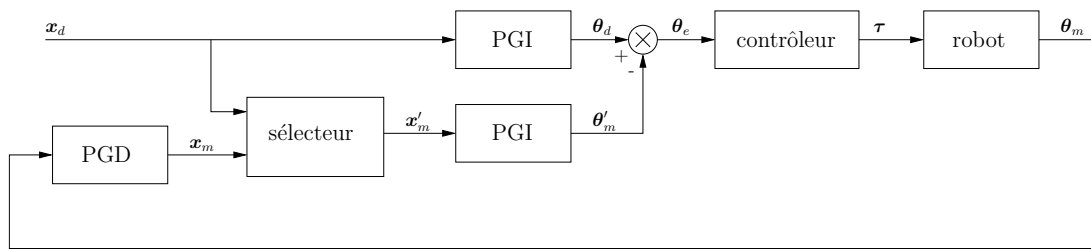


FIG. 6.3 – Deuxième version de la commande découplée.

où x'_m représente le vecteur modifié des positions cartésiennes mesurées et θ'_m le vecteur modifié des positions articulaires mesurées.

Cette architecture reproduit le comportement recherché avec l'architecture précédente à la différence qu'il n'y a pas de dérive du système. Ceci est dû au fait que contrairement à la structure présentée sur la figure 6.2, on ne compare pas les données articulaires mesurées du robot avec ces mêmes données biaisées par le module de calcul *PGD*. La comparaison des éléments est ici faite au travers des modules *PGI*, ce qui n'altère pas les données puisque la solution du *PGI* est analytique. Le système est donc parfaitement stable. Cette stabilité est cependant faite au détriment de la précision de positionnement de l'effecteur. En effet, les altérations provenant du *PGD* sont perçues dans la boucle de contrôle comme des informations erronées provenant des encodeurs numériques. Bien que ces erreurs de positionnement soient présentes, elles ne sont cependant pas mesurables étant donné qu'elles sont plus petites que la précision maximale physique du mécanisme.

La dernière architecture présentée permet de libérer le système de façon efficace et stable. Cette dernière peut cependant entraîner des problèmes d'asservissement pour les degrés de liberté que l'on veut contrôler en position lors d'un fonctionnement en mode hybride. Le comportement des éléments composants le vecteur θ'_m lorsque l'effecteur est en mouvement dépend des valeurs du vecteur de positions modifiées x'_m . Si x'_m est différent de la position x_m réelle du système, le comportement dynamique de θ'_m est différent de ce qu'il devrait être en réalité. Cette altération, due à la relation non-linéaire qui existe entre le positionnement cartésien et articulaire, est perçue au niveau du comportement dynamique du système comme une modification involontaire des paramètres du contrôleur. Il est possible de remédier à ce problème en modifiant légèrement la structure précédente. Sachant que pour libérer un axe il suffit d'entrer une valeur identique dans chacun des 2 *PGI* peu importe cette valeur, il suffit donc d'y placer l'élément provenant de x_m plutôt que x_d . La figure 6.4 suivante illustre la boucle de commande utilisée :

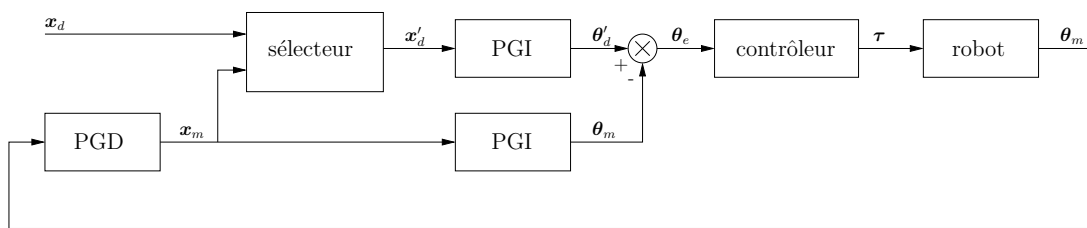


FIG. 6.4 – Version finale de la commande découplée.

Cette dernière architecture permet donc de libérer le système tout en laissant le système conséquent avec lui-même. Cette architecture est en fait l'architecture plus intuitive illustrée à la figure 6.2 avec une modification au niveau de la boucle de retour. En effet, le retour de position passe par le module *PGD* de façon à éviter la dérive du système. Avec la commande en position découplée, il est maintenant possible d'y intégrer la commande en force nécessaire à la commande hybride.

6.4 Commande en force

La commande en force est relativement simple comparativement à la commande en position. Le retour d'effort est ici assuré par un capteur d'efforts multi-axes. Il permet de mesurer les forces et les couples suivant les trois axes. Les calculs des efforts à appliquer

par les contrôleurs sont faits dans le domaine cartésien. La conversion des efforts dans le domaine articulaire est faite à l'aide de la matrice jacobienne. Le contrôleur utilisé est du type PI avec une dynamique similaire à celle du système de façon à conserver une certaine souplesse. La figure 6.5 illustre la boucle de commande.

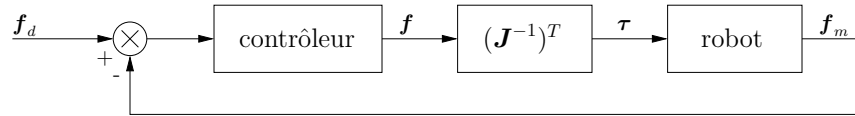


FIG. 6.5 – Commande en force.

où \mathbf{f}_d est le vecteur des forces désirées, \mathbf{f}_u est le vecteur des commandes au mécanisme, $\boldsymbol{\tau}_f$ est le vecteur des couples aux actionneurs, \mathbf{f}_m les efforts mesurés par le capteur et \mathbf{J} , la matrice jacobienne. Cette commande en force ajoutée à la commande en position découplable nous permettra de mettre en oeuvre la commande hybride.

6.5 Commande hybride

La réalisation de la commande hybride nécessite l'intégration des deux boucles de commande et un système de gestion des commandes. Le schéma de la commande hybride est illustré à la figure 6.6.

La première boîte de sélection, placée dans la boucle de contrôle en position, permet de choisir si un ddl est contrôlé en position ou laissé libre. La deuxième boîte de

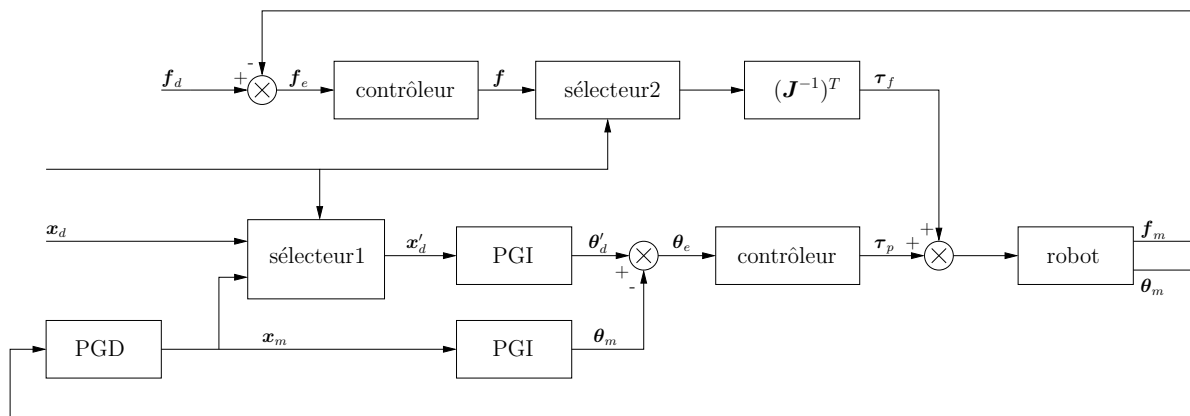


FIG. 6.6 – Commande hybride.

sélection, placée dans la boucle de contrôle en force, permet au système d'appliquer des efforts pour les ddls laissés libres. Évidemment, les deux boîtes de sélection doivent travailler de paire de façon à assurer une commande cohérente. Une fois la sélection faite, les couples calculés par les deux modules de contrôle sont additionnés et envoyés au robot. Le robot étant libre selon les axes où il est commandé en force, il n'y a pas d'interférence entre le travail de chaque contrôleur. La figure 6.7 présente une photo de la plate-forme munie du capteur d'efforts.



FIG. 6.7 – Photo de la plate-forme munie du capteur d'efforts.

6.6 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre une méthode permettant d'implanter une commande hybride sur un mécanisme parallèle tout en conservant un contrôle en position dans le domaine articulaire. Cette façon de fonctionner comporte des avantages au niveau de la rigidité et de la simplicité de la commande en position. En effet, étant donné que le contrôle en position est fait au niveau des actionneurs, il n'y a pas de couplage par le contrôleur sur l'actionnement et la correction de position des moteurs, ce qui améliore grandement la rigidité, le temps de réponse et la stabilité du système. L'architecture retenue présente cependant un désavantage. En effet, la précision de

positionnement peut dans certains cas être diminuée selon le seuil de convergence du *PGD*. Cette imprécision est cependant négligeable par rapport à la précision globale du système. Elle est donc imperceptible en pratique.

La commande hybride présentée ici permet au système d'appliquer des efforts sur son environnement suivant certains degrés de liberté tout en étant contrôlée en position pour les degrés de liberté restants. Les possibilités de commande sont évidemment limitées au repère du système. Pour augmenter les possibilités de contrôle, comme par exemple pour libérer l'effecteur dans un plan qui ne peut être défini par les axes du système de référence d'origine, il est possible de redéfinir le système d'axes de façon à s'adapter à la tâche à accomplir.

Conclusion

L'objectif général d'optimisation du mécanisme à câbles a été atteint. Les chapitres 2 à 6 présentent tour à tour des outils ou des fonctionnalités permettant l'amélioration du prototype à six degrés de liberté construit au laboratoire.

L'outil de simulation présenté au chapitre 2 nous a permis de choisir de façon judicieuse le type de câbles à utiliser en fonction de l'utilisation désirée du mécanisme. L'outil de simulation nous a fourni pour chacun des câbles à évaluer, une comparaison entre le comportement désiré et simulé de l'effecteur. Le câble retenu a été choisi en fonction de ses propriétés élastiques simulées et son aspect physique général. Il permet à l'effecteur d'avoir un comportement dynamique désiré et de répondre à nos attentes en ce qui a trait à la dimension de sa section et de sa rugosité.

La conception et la programmation de cet outil permet à l'utilisateur de modifier facilement les paramètres du système ainsi que les trajectoires prescrites. L'utilisateur peut donc évaluer le comportement du système dans les conditions désirées et en suivant les trajectoires désirées, ce qui rend l'outil souple et puissant.

L'algorithme présenté au chapitre 3 permet de faire la conversion entre les données d'observation fournies par l'appareil **OPTOTRAK/3020** et la position et l'orientation de l'effecteur. Cet outil a été développé pour l'étalonnage du mécanisme présenté au chapitre 5. Cet algorithme est essentiel dans le cas où l'on désire mesurer les orientations

de l'effecteur.

L'algorithme prend en entrée les positions connues des émetteurs dans le référentiel mobile ainsi que les positions mesurées par l'**OPTOTRAK/3020** dans ce référentiel et retourne la position et l'orientation de l'effecteur. La précision des résultats dépend de la précision avec laquelle sont connues les positions des émetteurs dans le référentiel mobile.

Le chapitre 4 présente les équations nécessaires à l'implantation de prédicteurs sur le système. Les prédicteurs ont été implantés à trois niveaux soit les actionneurs, l'effecteur et les câbles de soutien.

Le prédicteur au niveau de l'actionneur est sans aucun doute le plus simple en équation mais aussi le plus influent. Avec le rapport de réduction utilisé, la charge perçue par l'actionneur au niveau dynamique est en majeure partie composée de l'actionneur lui-même. Ce prédicteur permet donc à lui seul de calculer les différents couples d'accélération nécessaires aux actionneurs pour déplacer l'effecteur. Dans ce cas, le réseau de correction (PID) permet de faire les ajustements nécessaires afin de suivre fidèlement les trajectoires.

Le prédicteur au niveau de l'effecteur est beaucoup plus complexe en équation. En effet, en connaissant la configuration du système et les différents efforts appliqués à la plate-forme (forces et moments), il est possible de construire un système déterminant les forces impliquées. Ces forces sont calculées en résolvant ce système d'équation qui est en fait la matrice jacobienne du mécanisme. Étant donné les rapports de réduction utilisés, les effets de ce prédicteur sont moins visibles que pour le précédent. Il prendra de l'importance dans le cas où la masse de la plate-forme sera augmentée de façon considérable.

Le dernier prédicteur est complémentaire au prédicteur à l'effecteur. Idéalement, la tension dans les câbles de soutien devrait être constante. Étant donné que les trois moteurs utilisés sont branchés en parallèle, il se crée un couplage entre ces trois moteurs. Ce couplage a pour effet, lorsque les moteurs sont en rotation, d'altérer la tension dans les câbles. Aussi, l'accélération de ces moteurs induit des tensions supplémentaires dans ces câbles. Ce prédicteur permet de calculer les tensions effectives qui sont retournées au deuxième prédicteur pour le calcul des couples nécessaires au maintien et

au déplacement de la plate-forme.

Dans l'état actuel, les prédicteurs sont pratiquement inutiles étant donné la performance du réseau correcteur. Les essais réalisés avec un PID dégradé ont cependant démontré l'efficacité et la performance des prédicteurs.

Dans le chapitre 5 est présenté l'algorithme permettant la calibration du mécanisme. Les différentes coordonnées définissant le mécanisme n'étant pas connues avec une grande précision, il est impossible de positionner l'effecteur à l'endroit voulu avec une grande précision. L'algorithme de calibration nous a permis en moyenne de diminuer l'erreur en position de 94%, ce qui équivaut à une erreur moyenne finale en position de 0.19mm.

Ce qui est intéressant avec cette méthode, c'est que la calibration est valide pour n'importe quel ensemble de points compris dans l'espace de travail du mécanisme. En calibrant le système pour un ensemble fini de configurations, on améliore le positionnement du système dans son ensemble.

Le chapitre 6 présente la méthode utilisée pour l'intégration d'une commande hybride sur le mécanisme. Dans le cas d'un mécanisme parallèle, le contrôle en position est fait dans le domaine articulaire ce qui ne nous permet pas d'intégrer directement la commande en force qui est fait elle dans le domaine cartésien.

La méthode décrite dans le chapitre 6 permet de conserver un contrôle en position dans le domaine articulaire en y intégrant une commande en force dans le domaine cartésien. Cette façon de faire permet de conserver la simplicité et les avantages d'un contrôle dans le domaine articulaire.

Bibliographie

- [1] Albus, J., Bostelman, R., Dagalakis N., “The NIST Robocrane”, *Journal of Robotic Systems* 1993, vol. 10, n° 5, p.709–724.
- [2] Cone, L., “Skycam : An Aerial Robotic Camera System”, *Byte*, October 1995, pp.122–132.
- [3] Renaud, P., Andreff, N., Marquet, F., Martinet, P., “Vision-based kinematic calibration of a H4 parallel mechanism”, *Proceedings of the 2003 IEEE International conference on robotics and Automation, Taipei, Taiwan, September 14-19, 2003*, September 2003, pp. 1191–1196.
- [4] Renaud, P., Andreff, N., Marquet, F., Martinet, P., “Optimal pose selection for vision-based kinematic calibration of parallel mechanisms”, *Proceedings of the 2003 IEEE/RSJ Intl. Conference on intelligent Robots and Systems, Las Vegas, Nevada, October 2003*, October 2003, pp. 2223–2228.
- [5] Kawamura, S., Choe, W., Tanaka, S., Pandian, S.R., “Development of an ultrahigh speed robot FALCON using wire drive system”, *Proceedings of IEEE International conference on robotics and Automation, Nagoya, May 1995*, May 1995, pp. 215–220.
- [6] Barrette, G., Gosselin, C.M., “Kinematic analysis and design of planar parallel mechanism actuated with cables”, *Proceedings of DETC’00, Baltimore, Maryland, September 10-13, 2000*, September 2000, pp. 1–9.

- [7] Barrette, G., “Analyse des mécanismes parallèles actionnés par câbles”, Mémoire de maîtrise, Université Laval, Québec, Canada, octobre, 2000.
- [8] Coté, G., “Analyse et conception de mécanismes parallèles actionnés par câbles”, Mémoire de maîtrise, Université Laval, Québec, Canada, octobre, 2003.
- [9] Gosselin C. M. “Éléments de robotique GMC-17693” Notes de cours, Département de génie mécanique, Université Laval, Québec, Canada.
- [10] Gosselin C. M. “Mécanique des manipulateurs GMC-64388” Notes de cours, Département de génie mécanique, Université Laval, Québec, Canada.