

CATHERINE LECLERC

**ANALYSE ET OPTIMISATION DES MÉCANISMES
PARALLÈLES ENTRAÎNÉS PAR CÂBLES :
APPLICATION AU SIMULATEUR DE VOL**

Mémoire présenté

à la Faculté des études supérieures de l'Université Laval
dans le cadre du programme de maîtrise en génie mécanique
pour l'obtention du grade de maître ès sciences (M.Sc.)

FACULTÉ DES SCIENCES ET DE GÉNIE
UNIVERSITÉ LAVAL
QUÉBEC

2008

Résumé

Ce projet de recherche vise à l'élaboration de nouveaux outils de détermination de l'espace atteignable d'un mécanisme à câbles, pour une application de simulateur de vol. On introduit d'abord la théorie des simulateurs de vol afin de bien saisir les besoins en terme de plate-forme de génération de mouvement. Ensuite, on présente brièvement les mécanismes à câbles comme solution potentielle aux lacunes des simulateurs de vol actuels. S'en suit le développement de plusieurs outils d'évaluation des mécanismes à câbles, puis l'utilisation de ces outils à l'intérieur d'une optimisation multicritérielle visant à déterminer une architecture optimale. On présente l'architecture ainsi obtenue et enfin, on discute du prototype fabriqué au Laboratoire de Robotique de l'Université Laval.

Avant-propos

Je tiens d’abord à remercier tout particulièrement le professeur Clément Gosselin, directeur du Laboratoire de Robotique de l’Université Laval, pour m’avoir donné la chance, et par son soutien financier, et par supervision, de réaliser ce projet formidable. Sa passion pour la recherche et sa pédagogie exemplaire ont toujours forcé mon admiration et m’ont inspiré à emprunter à mon tour le chemin de la robotique.

Un merci bien spécial également à tous ceux qui m’ont aidé à mener à terme ce projet, de par leur aide soutenue et leurs si précieux conseils. Boris, Thierry, Patrice Lambert, Jean-François Dupuis et Steve de l’équipe du RQCHP, merci infiniment.

Je remercie bien évidemment tous les membres du laboratoire de robotique avec qui j’ai non seulement travaillé, mais aussi passé d’innombrables bons moments. Plus particulièrement, je remercie chaleureusement Simon Perreault, mon camarade de maîtrise et de cours avec qui j’ai parlé “toute seule” depuis près de trois ans, Louis-Alexis, Nicolas, Noémie, Medhi, Philippe, Martin, Pier-Luc, Mathieu, Simon Foucault et Jean-Philippe.

À mes très chères amies, Marie-Josée, Érika et Geneviève, qui ont partagé les bons et les mauvais côtés de cette période de ma vie, je ne vous remercierai jamais suffisamment !

Et finalement, à ma famille, qui m’ont TOUT offert. De la curiosité, une ambiance favorable aux études, un appui inestimable et une tête dure, merci du plus profond du coeur !

Parce que toute bonne chose a une fin...
... même la fin!

Table des matières

Résumé	i
Avant-propos	ii
Table des matières	iv
Liste des tableaux	viii
Liste des figures	ix
Introduction	1
1 Les simulateurs de vol	7
1.1 Perception des mouvements	8
1.1.1 Le système visuel	8
1.1.2 Le système vestibulaire	9
1.1.3 Les propriocepteurs	14
1.1.4 Seuils de sensibilité	14
1.2 Sous-systèmes constituant un simulateur	15
1.3 Algorithme du <i>Washout filter</i>	17
1.3.1 Principes de base	18
1.3.2 Fonctionnement	20
2 Théorie des mécanismes entraînés par câbles	23
2.1 Théorie générale	24
2.1.1 Description, avantages et inconvénients	24
2.1.2 Hypothèses	25

2.1.3	Conventions	26
2.2	Modèle géométrique	26
2.3	Modèle cinématique	26
2.4	Modèle dynamique	28
2.5	Modèle de commande	30
2.6	Notions d'interférence	32
2.6.1	Problématique	32
2.6.2	Analyse géométrique	33
2.6.3	Algorithme	36
2.7	Cahier des charges	39
3	Détermination et visualisation de l'espace atteignable d'un mécanisme entraîné par câbles	45
3.1	Notions préliminaires	46
3.2	Architecture modèle	47
3.3	Initiation à la problématique	50
3.4	Convention d'angles <i>Tilt and Torsion</i>	53
3.5	Tester l'Espace des Poses Polyvalentes	55
3.5.1	Introduction à l'EPP	55
3.5.2	Détermination du ψ_{init} optimal d'une architecture	57
3.5.3	Détermination du pourcentage de l'espace atteignable faisant partie de l'EPP	59
3.5.4	Détermination de l'impact du paramètre h sur l'EPP	63
3.5.5	Détermination de la variance de l'EPP	63
3.6	Surface du premier lieu d'interférence	64
3.6.1	Introduction à la problématique	64
3.6.2	Description de la méthode	65
3.6.3	Présentation d'un exemple simple	71
3.7	Tester par trajectoires	75
3.7.1	Description de la méthode	75
3.7.2	Trajectoire d'approche	76
3.7.3	Trajectoires sinusoïdales pures	78
3.7.3.1	Description des trajectoires (1ddl à la fois)	78
3.7.3.2	Exemple de résultats	79
3.7.3.3	Analyse <i>Amplitude vs Fréquence</i>	83
3.7.3.4	Détermination des intervalles atteignables	86
3.7.3.5	Analyse des tensions dans les câbles	87

3.8	Représentation graphique de l'espace atteignable	90
3.8.1	Espace atteignable en orientation pour $(x, y, z) = (0, 0, 3.64)$	92
3.8.1.1	Travaux antérieurs	92
3.8.1.2	Éléments nouveaux	92
3.8.1.3	Procédure de calcul	93
3.8.1.4	Analyse des résultats	95
3.8.1.5	Limitations de la méthode	99
3.8.2	Espace atteignable en translation pour $(\phi, \theta, \sigma) = (0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$	100
3.8.2.1	Procédure de calcul	100
3.8.2.2	Analyse des résultats	100
3.8.3	Espace atteignable en orientation pour $(x, y, z) = (1.5, 1.89, 4.25)$	104
3.8.4	Espace atteignable en translation pour $(\phi, \theta, \sigma) = (90^\circ, 30^\circ, 30^\circ)$	106
4	Optimisations et Algorithmes génétiques	109
4.1	Introduction	110
4.2	Théorie des optimisations et des algorithmes génétiques	111
4.2.1	Optimisation à critère unique	111
4.2.2	Optimisation multicritérielle et NSGA-II	113
4.2.3	Principe d'innovisation	114
4.2.4	Exemple d'utilisation - poutre en flexion	115
4.3	Définition du problème	118
4.3.1	Modèle paramétrisé	120
4.4	Optimisation complète	122
4.4.1	Présentation des résultats	122
4.4.2	Choix de l'architecture optimale	129
4.4.3	Innovisations	130
4.5	Optimisation simple - 1 paramètre	130
4.5.1	Optimisation - paramètre p_5	131
4.5.1.1	Résultats de l'optimisation et innovisations	131
4.5.2	Optimisation - paramètre p_4	133
4.5.2.1	Résultats de l'optimisation et innovisations	133
4.5.3	Optimisation - paramètre p_2	134
4.5.3.1	Résultats de l'optimisation et innovisations	134
5	Architecture finale	136
5.1	Architecture optimale	136
5.2	Espace atteignable de l'architecture finale	137

5.2.1	Espace atteignable en orientation	139
5.2.2	Espace atteignable en translation	139
5.3	Discussion quant aux objectifs du cahier des charges	142
5.4	Prototype	142
Conclusion		146
Bibliographie		150
A Description du programmes : OrientationWorkspace4.m		155
B Déploiement de l’algorithme génétique multicritériel sur un noeud de calcul scientifique haute-performance		158
B.1	Déploiement de l’application sur un noeud de calcul scientifique haute-performance	159
B.1.1	Problématique	159
B.1.2	Étapes à suivre	160
B.1.3	Précisions	162
B.2	Exemples de fichiers	163
B.2.1	Exemple de fichier <i>Makefile</i> pour créer la librairie dynamique	163
B.2.2	Exemple de fichier principal en C	164
B.2.3	Exemple de fichier <i>Makefile</i> pour le calcul en parallèle au RQCHP	165
B.2.4	Exemple de fichier input : simulateur.in	167
B.2.5	Exemple de fichier launsh.sh	167
B.2.6	Exemple de fichier qsub.dat	168

Liste des tableaux

2.1	Limites des simulateurs de vol actuellement sur le marché.	42
2.2	Débattements limites requis pour un avion de chasse typique.	42
2.3	Résumé du cahier des charges.	44
3.1	Coordonnées des points d'attache.	49
3.2	Débattements angulaires désirés selon la convention $T&T$	55
3.3	Discrétisation des ddl pour la détermination de ψ_{init}	58
3.4	Résultats du calcul de l'EPPOC $_{@(\phi=\theta=\sigma=0^\circ)}$	61
3.5	Résultats du calcul de l'EPP pour trois discrétisations angulaires différentes.	63
3.6	Définition des trajectoires sinusoïdales pures.	79
3.7	Performances du manipulateur pour les trajectoires sinusoïdales pures.	87
4.1	Intervalles de l'espace des paramètres d'optimisation.	121
4.2	Discrétisation et paramètres d'optimisation.	122
4.3	Paramètres de la solution optimale.	130
4.4	Paramètres fixés pour l'optimisation de p_5	131
4.5	Paramètres fixés pour l'optimisation de p_4	133
4.6	Paramètres fixés pour l'optimisation de p_2	134
5.1	Débattements limite requis par le cahier des charges.	142

Liste des figures

1	Plate-formes de Gough-Stewart avec connexions de type 3-3, 3-6, 6-6. Image tirée de [2].	3
1.1	Système vestibulaire humain. Image tirée de [11].	10
1.2	Vue de coupe d'un canal semi-circulaire. Image tirée de [10].	11
1.3	Effet d'une accélération angulaire sur un canal semi-circulaire. Images tirées de [10].	13
1.4	Sous-systèmes des simulateurs de vol : (a) illustration d'un simulateur de B777 et (b) sous-systèmes d'un simulateur de vol. Images tirées de [6].	16
1.5	Axes de référence sur un avion.	19
1.6	Schéma du <i>washout filter</i>	20
2.1	Mécanisme parallèle à six ddl entraîné par huit câbles. Image tirée de [21].	24
2.2	Notation pour la liaison i d'un mécanisme spatial. Image tirée de [21]. .	27
2.3	Exemples de mécanismes 2D : (a) sans croisement de câbles et (b) avec croisement de câbles.	32
2.4	Plus petite distance entre deux segments de droite : (a) la perpendiculaire commune et (b) les vecteurs unitaires.	35
2.5	Deux câbles en situation d'interférence.	36
3.1	Vue 3D du mécanisme à câbles "type".	47
3.2	Mécanisme "type" vue de haut, dans sa pose de référence : (a) la vue XY et (b) les référentiels.	48
3.3	Les deux rotations successives définissant la convention $T\mathcal{E}T$: (a) <i>tilt</i> et (b) <i>torsion</i> . Image tirée de [39].	54

3.4	Volume de l'EPPOC du mécanisme en fonction de l'orientation initiale (ψ_{init}) pour $h = 0.75m$	58
3.5	Nuage de points illustrant l'EPPOC $_{@(\phi=\theta=\sigma=0^\circ)}$	61
3.6	Nuage de points illustrant l'EPP $_{@(\pm 180^\circ, 30^\circ, \pm 30^\circ)}$	62
3.7	Lieu d'interférence pour chaque paire de câbles.	72
3.8	Influence du changement d'orientation sur le lieu d'interférence des quatre croisements principaux : (a) $(\phi, \theta, \sigma) = (0, 0, -30)$, (b) $(\phi, \theta, \sigma) = (0, 0, 30)$, (c) $(\phi, \theta, \sigma) = (0, -30, 0)$, (d) $(\phi, \theta, \sigma) = (0, 30, 0)$	74
3.9	Surface du lieu d'interférence pour la paire de câbles (2 et 7).	75
3.10	Tableau des résultats d'un test par trajectoire (page 1 de 2).	81
3.11	Tableau des résultats d'un test par trajectoire (page 2 de 2).	82
3.12	A vs ω : Conditions d'arrêt pour une trajectoire sinusoïdale selon θ , en quasi-statique ($t = 300s$).	84
3.13	A vs ω : Conditions d'arrêt pour une trajectoire sinusoïdale selon θ , en dynamique ($t = 3s$).	86
3.14	Tensions maximales pour des trajectoires sinusoïdales selon θ , en dynamique ($t = 3s$).	88
3.15	Tensions maximales pour des trajectoires sinusoïdales selon θ , en dynamique, section réalisable sans interférence, sur 10π	89
3.16	Système de coordonnées polaires intermédiaire.	94
3.17	Espace atteignable en orientation pour $h = 0m$: (a) vue 3D et (b) vue 2D pour $\sigma = 0^\circ$	96
3.18	Espace atteignable en orientation pour $h = 0.2m$: (a) vue 3D et (b) vue 2D pour $\sigma = 0^\circ$	97
3.19	Espace atteignable en translation pour $h = 0m$	101
3.20	Tranches X-Y de l'espace atteignable en translation pour $h = 0m$: (a) $z = 4m$, (b) $z = 2m$ et (c) $z = 1.75m$	102
3.21	Espace atteignable en translation pour $h = 0.2m$	103
3.22	Tranches X-Y de l'espace atteignable en translation pour $h = 0.2m$: (a) $z = 5m$, (b) $z = 4m$ et (c) $z = 1.75m$	103
3.23	Espace atteignable en orientation à $(x, y, z) = (1.5, 1.89, 4.25)$, pour $h = 0m$: (a) vue 3D et (b) vue 2D pour $\sigma = 0^\circ$	105
3.24	Espace atteignable en translation à $(\phi, \theta, \sigma) = (90^\circ, 30^\circ, 30^\circ)$, pour $h = 0.0m$	107
3.25	Espace atteignable en translation à $(\phi, \theta, \sigma) = (90^\circ, 30^\circ, 30^\circ)$, pour $h = 0.2m$	108

4.1	Exemple d'une barre en flexion.	115
4.2	Front de solutions : minimisation du volume et de la déflexion d'une poutre en flexion.	117
4.3	Relation entre les paramètres et les critères d'optimisation pour l'exemple de la poutre en flexion.	117
4.4	Modèle paramétrisé.	120
4.5	Optimisation de l'architecture complète, f_1 vs f_2	123
4.6	Paramètre p_1 vs f_1 et f_2	124
4.7	Paramètre p_2 vs f_1 et f_2	125
4.8	Paramètre p_3 vs f_1 et f_2	126
4.9	Paramètre p_4 vs f_1 et f_2	126
4.10	Paramètre p_5 vs f_1 et f_2	127
4.11	Paramètre p_6 vs f_1 et f_2	128
4.12	Paramètre p_7 vs f_1 et f_2	128
4.13	Optimisation pour le paramètre p_5 : (a) graphique de f_1 vs f_2 et (b) graphiques de p_5 vs f_1 et f_2	132
4.14	Optimisation pour le paramètre p_4 : (a) graphique de f_1 vs f_2 et (b) graphiques de p_4 vs f_1 et f_2	133
4.15	Optimisation pour le paramètre p_2 : (a) graphique de f_1 vs f_2 et (b) graphiques de p_2 vs f_1 et f_2	135
5.1	Architecture optimale du simulateur de vol : (a) vue 3D et (b) vue XY	138
5.2	Espace atteignable en orientation pour le mécanisme idéal : (a) vue 3D et (b) vue 2D pour $\sigma = 0^\circ$	140
5.3	Espace atteignable en translation pour le mécanisme idéal.	141
5.4	Architecture du prototype.	143
5.5	Prototype.	144
B.1	Exemple de fichier <i>Makefile</i> pour compiler la librairie dynamique et créer l'exécutable.	164
B.2	Exemple de fichier principal en C qui appelle et utilise la librairie dynamique.	165
B.3	Exemple de fichier <i>Makefile</i> pour compiler l'application dans le but de la soumettre en parallèle au noeud de calcul du RQCHP.	166
B.4	Exemple de fichier input.	167
B.5	Exemple de fichier <i>launsh.sh</i>	167
B.6	Exemple de fichier <i>qsub.sh</i>	168

Introduction

La simulation de vol

Au matin du samedi 17 décembre 1903, assisté de son frère Wilbur, Orville Wright réalisa le premier vol contrôlé de l'histoire. Sur un engin motorisé plus lourd que l'air, ne durant guère plus de 12 secondes et ne s'étendant que sur 40 mètres, ce voyage permit à Orville d'accomplir ce dont l'homme n'avait jusqu'alors pu que rêver. Il vola.

De suite, vint l'ère des aviateurs téméraires vêtus de leurs caractéristiques vestes de cuir, écharpes de soie et lunettes tape-à-l'oeil, établissant record après record de durée, vitesse et distance dans de frêles biplans faits de toile et de bois.

Bientôt, l'émergence de l'aéronautique et le souci des risques encourus par cette pratique engendrèrent un nouveau besoin : celui de tester et d'améliorer, au sol, donc dans un environnement contrôlé, les performances et la fiabilité de l'avion ainsi que l'habileté du pilote, avant que tous deux ne se hasardent dans les airs.

Ce fut Edwin Link qui surmonta ce défi et devint, dès 1929, le père de la simulation de vol alors qu'il construisit la première plate-forme de génération de mouvement destinée à cette utilisation [1]. Cependant, son invention n'attira l'attention de l'industrie que quelques années plus tard, en 1934, au moment de l'addition, à son simulateur,

de la technologie nécessaire au *vol aux instruments*. Il démontra ainsi qu'un entraînement au vol aux instruments (par opposition à la technique de l'époque qui consistait à s'orienter sur des repères au sol) fournit aux pilotes une formation efficace permettant de voler sécuritairement et cela, même dans des conditions atmosphériques hostiles.

À l'aube de la deuxième guerre mondiale, le simulateur de Link, connu de dizaines de milliers de pilotes sous le nom de *blue box*, était devenu un équipement standard de chaque école d'aviation des États-Unis et des nations alliées. Il était déjà reconnu, à cette époque, le fait que les simulateurs de vol permettent de sauver à la fois : temps, argent et vies, mais leurs technologies sous-jacentes et leur efficacité n'en étaient qu'au début de leur évolution.

Problématique

Les simulateurs de vol haute fidélité comportent tous une plate-forme de génération de mouvement qui contribue à donner à la simulation le plus grand réalisme possible. La majorité de ces simulateurs misent sur la vénérable plate-forme de Gough-Stewart afin de générer le mouvement. Originellement proposée en 1938 dans le but de réaliser des essais sur des pneus de voiture, plusieurs variantes de cette plate-forme ont par la suite été développées, dont certaines sont présentées à la figure 1. Faisant usage de six cylindres hydrauliques afin de contrôler les 6 degrés de liberté (ddl) de la plate-forme, ce type de système, qui fournit un mouvement fidèle à plusieurs scénarios d'entraînement au vol, présente tout de même un inconvénient majeur. En effet, les six chaînes cinématiques qui procurent au système une bonne répartition des charges, introduisent simultanément un niveau élevé d'encombrement. Pour une plate-forme de type et de dimensions standard, ceci limite les rotations angulaires à un maximum d'environ $\pm 35^\circ$ et les débattements à bien souvent moins d'un mètre. Naturellement, augmenter la dimension de tous les vérins augmente du même coup l'espace atteignable en translation, par contre, cela n'affecte aucunement les limites en rotation. Cet inconvénient rend difficile la simulation d'accélération de grandes amplitudes soutenues telles que celles ressenties à bord d'avions de chasse.

C'est dans le but de palier ces limitations que plusieurs concepts de plate-formes de génération de mouvement haute-fidélité ont récemment été développés.

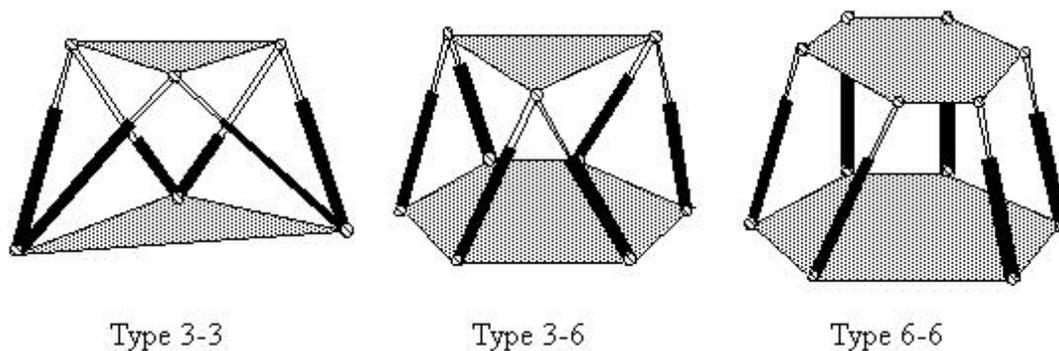


FIG. 1 – Plate-formes de Gough-Stewart avec connexions de type 3-3, 3-6, 6-6. Image tirée de [2].

Par exemple, TNO Human Factors (Pays-Bas), en collaboration avec AMST Systemtechnik (Autriche) ont conçu le système de simulation de mouvement Desdemona [3]. Ce simulateur grande échelle permet des rotations illimitées selon toutes les directions, via un cockpit monté sur un système équivalent à une articulation sphérique. Ce sous-système est supporté par une structure qui ajoute des débattements de huit mètres horizontalement et de deux mètres verticalement. De plus, le rail horizontal peut pivoter autour d'un axe vertical, rendant possible la centrifugation¹. Desdemona possède une liberté de mouvement angulaire illimitée et peut simuler une force allant jusqu'à 3 fois celle de la gravité terrestre de façon soutenue, selon certaines directions de mouvement.

Un autre concept, le *Vertical Motion Simulator* [4] conçu par le *NASA's Ames Research Center*, possède une plate-forme à 6 ddl et un impressionnant rayon d'action de 18.30 mètres (60') verticalement et 12.20 mètres (40') latéralement. Aussi, ce système a été pensé de façon à ce que la cabine de pilotage soit facilement et rapidement commuable, ce qui permet de simuler plusieurs types d'engins différents avec le même simulateur.

Bien que ces concepts résolvent en partie les problèmes de mouvements limités, ils entraînent des coûts de construction et d'utilisation exorbitants, voire même de beaucoup supérieurs à ceux des plates-formes de Gough-Stewart standard.

¹Procédé qui consiste à simuler des accélérations vers l'avant, soutenues sur une période théoriquement illimitée, en pivotant un bras de levier au bout duquel est fixé le cockpit [5]. Ce sujet ne sera pas approfondi davantage dans ce mémoire

À la lumière de ces exemples, notre défi majeur consiste donc à concevoir un simulateur de vol polyvalent, pour lequel la plate-forme de génération de mouvement peut produire et soutenir des accélérations et des accélérations angulaires de grande amplitude, tout en maintenant un faible coût de fabrication et d'utilisation. Puisque les composantes électroniques deviennent progressivement meilleur marché et que le coût des pièces mécaniques ne change pas considérablement, il y a une forte tendance, pour les concepteurs de systèmes mécaniques, à orienter leurs recherches vers des systèmes simples mécaniquement mais demandant en calcul et en contrôle. C'est le cas de la solution envisagée et étudiée ici. Le projet consiste donc à utiliser un mécanisme entraîné par câbles comme plate-forme de génération de mouvement d'un simulateur de vol.

De même que les plate-formes de Gough-Stewart, les mécanismes à câbles sont des systèmes robotiques parallèles. Les actionneurs sont disposés sur la base et chacun interagit avec la plate-forme par une liaison unique. Ils diffèrent toutefois de la plate-forme de Gough-Stewart par le fait qu'ils utilisent des câbles, contrôlés par le biais de moteurs électriques, plutôt que des cylindres hydrauliques. Les mécanismes à câbles présentent plusieurs avantages manifestes comparativement aux robots parallèles et sériels conventionnels. Notamment, la masse et l'inertie de la plate-forme mobile sont faibles puisque les actionneurs sont disposés sur la base fixe. Ceci fait en sorte qu'ils possèdent un ratio [masse totale]/[espace de travail] inférieur et un ratio [charge supportée]/[masse totale] supérieur aux plate-formes de Gough-Stewart. Par conséquent, ce type de mécanisme possède un espace de travail de beaucoup supérieur pour une même charge supportée. En fait, à l'exception de la masse des câbles, qui est par ailleurs souvent considérée négligeable, la masse et l'inertie d'un mécanisme à câbles est indépendante de la taille du système et de l'espace de travail. Cette propriété est d'un grand intérêt pour ce qui a trait aux recherches actuelles visant à augmenter les limites de l'espace atteignable des simulateurs de vol.

En résumé, ce projet propose de rallier un vaste espace de travail, une grande flexibilité et de faibles coûts dans un concept innovateur de simulateur de vol actionné par câbles. Efficace, accessible et abordable, il pourrait permettre d'étendre l'utilisation des simulateurs de vol haute fidélité à une plus grande clientèle de transporteurs et d'écoles de pilotage, de plus ou moins grande échelle, qui dépendent actuellement des très gros transporteurs auxquels ils louent du temps d'utilisation.

Structure du mémoire

Ce mémoire introduit le concept d'une nouvelle classe de simulateurs de vol qui repose sur l'utilisation d'un mécanisme à câbles comme plate-forme de génération de mouvement. Il contient, entre autres, la méthodologie des optimisations qui ont mené à l'architecture finale ainsi que l'étude détaillée de l'espace de travail de celle-ci.

Des considérations de sécurité et de ressources financières limitées ne nous ont pas permis de développer un simulateur de vol réel, capable de supporter le poids d'un cockpit comprenant une vraie personne à son bord. À tout le moins, l'étude qui suit, portant sur un mécanisme large mais léger et dont découle un prototype, permet de démontrer la faisabilité du concept et d'estimer les performances attendues d'un tel simulateur.

Dans un premier temps, le chapitre 1 présente un survol des artifices utilisés en aviation pour arriver à faire croire à l'utilisateur du simulateur de vol qu'il se trouve en plein cœur d'une situation de vol. Y sont décrits les mécanismes humains de perception du mouvement ainsi que les sous-systèmes constituant le simulateur de vol, l'interaction desquels contribue à entretenir l'illusion.

Au chapitre 2, on présente la théorie inhérente aux mécanismes actionnés par câbles. Ce chapitre contient, entre autres, les modèles cinématique, dynamique et de contrôle du mécanisme ainsi que la théorie relative à l'interférence entre les câbles. Il contient finalement le cahier des charges qui fait le pont entre les grandes exigences reliées au simulateur vol et la façon dont les capacités limitées du mécanisme à câbles pourront satisfaire celles-ci.

Le chapitre 3 présente les différents tests qui servent à quantifier l'espace atteignable d'un mécanisme à câbles. Ces tests sont en effet très nombreux car, l'espace atteignable complet de tels systèmes étant de nature très complexe, aucune méthode de représentation ne permet de décrire entièrement celui-ci.

Au chapitre 4, les méthodes d'évaluation de l'espace atteignable développées au chapitre 3 sont utilisées à l'intérieur d'algorithmes d'optimisation afin de rechercher l'architecture qui offre l'espace de travail le plus vaste possible.

Finalement, on présente, au chapitre 5, l'architecture finale théorique qui résulte des optimisations du chapitre 4, ainsi que l'architecture finale utilisée lors de la construction du prototype. Nous verrons alors les causes qui font que ces deux architectures diffèrent en réalité l'une de l'autre.

Chapitre 1

Les simulateurs de vol

Dans ce chapitre, le système neurovestibulaire, lieu d'analyse des mouvements chez l'humain, est présenté afin de mieux comprendre les artifices de la simulation de mouvement. Ces derniers permettent de déjouer l'utilisateur en lui faisant croire qu'il se trouve dans une situation de vol alors qu'il est en réalité à l'intérieur d'une plate-forme fixée au sol. Les différents sous-systèmes inhérents aux simulateurs de vol sont par la suite expliqués. En terminant, ce chapitre présente l'algorithme du *washout filter* qui permet de traduire les mouvements de l'avion réel en mouvements correspondants de la plate-forme mobile du simulateur de vol. Certaines notions de ce chapitre ont été puisées des travaux réalisés par Nicolas Pouliot [6], Pascal Dufour [7] et Émilie Sabrié [8] et qui portaient sur l'élaboration d'une plate-forme de simulateur de vol sphériques à trois degrés de liberté.

1.1 Perception des mouvements

Les simulateurs de vol, comme leur nom l'indique, ont pour but de simuler les mouvements d'un avion, et ce, avec un maximum de réalisme. En fait, ce qu'on cherche à reproduire le plus fidèlement possible, ce n'est pas le mouvement réel d'un avion, il s'agit de la perception humaine de ce mouvement. Il convient donc d'examiner tout d'abord les mécanismes physiologiques humains qui permettent de détecter et d'interpréter les mouvements.

Le système neurovestibulaire comprend principalement trois groupes de composantes. Il comprend : 1. des organes, qui perçoivent les accélérations ; 2. des nerfs, qui transmettent l'information à la moelle épinière et au cerveau et 3. un centre organisationnel, qui intègre l'information de façon à ce que nous puissions déterminer comment répondre convenablement à une perturbation de l'environnement. Dans le cas de la première de ces composantes, trois organes (ou systèmes sensoriels) principaux se divisent les tâches de détection et d'interprétation des stimuli provoqués par les mouvements du corps. En effet, les yeux (système visuel), l'oreille interne (système vestibulaire) et les récepteurs situés dans les muscles et les joints (propriocepteurs) participent conjointement au maintien de la posture et de l'équilibre. Ces systèmes, qui nous assistent dans chacun de nos mouvements, sont décrits un à un dans ce qui suit.

1.1.1 Le système visuel

Le système visuel constitue la source la plus importante d'information quant à l'identification d'un mouvement. Dans le cas d'un pilote en situation de vol, les yeux perçoivent la scène à l'extérieur du cockpit (ligne d'horizon, pente, dimension des objets au sol) et envoient au cerveau des images de la position et de la vitesse instantanées de l'avion par rapport au sol. Ce système n'est toutefois pas sans faille et il est possible qu'il nous induise en erreur. En effet, en se basant uniquement sur sa vision, un individu ne peut distinguer si c'est lui ou l'environnement qui bouge. Par exemple, ne vous est-il jamais arrivé que, assis dans un véhicule et regardant par la fenêtre, vous croyiez entreprendre la marche avant alors qu'en réalité, il s'agit du véhicule voisin qui amorce la marche arrière ? Le cas échéant, dès que le véhicule voisin atteint une accélération au delà de laquelle nos autres systèmes de détection de mouvement devraient se mettre

en branle et confirmer ce qui a d'abord été perçu visuellement, nous réalisons notre erreur. Il y a alors une incompatibilité entre le système visuel, sensible principalement aux positions et vitesses, et les autres systèmes de détection de mouvement, sensibles quant à eux aux accélérations.

1.1.2 Le système vestibulaire

Le rôle principal du système vestibulaire [9, 10] est d'accentuer la vision. Pour ce faire, celui-ci procure au cerveau l'information nécessaire quant aux accélérations et accélérations angulaires pour stabiliser les yeux. Sans cette précaution, tout mouvement de la tête et du corps résulterait en une vision embrouillée et confuse. Ainsi, une activité aussi banale que la marche donnerait une vision similaire à celle d'un film tourné caméra au poing. Son rôle secondaire, mais d'importance capitale pour la simulation de mouvement, est de procurer au cerveau, advenant l'absence ou l'insuffisance de stimuli visuel, une évaluation de la position et du mouvement du corps. Situé au niveau de l'oreille interne, de part et d'autre de la tête, et de la taille approximative d'un pois, le système vestibulaire se divise en ses deux constituants (ou capteurs) principaux (voir figure 1.1) :

- Les canaux semi-circulaires
- Les organes otolithiques : utricule et saccule

Sommairement, les canaux semi-circulaires sont des capteurs de rotation de la tête et perçoivent les accélérations angulaires, tandis que les organes otolithiques perçoivent les accélérations de basses fréquences, soit sous forme de translation de la tête, soit sous forme d'inclinaison de celle-ci par rapport à la gravité. Examinons maintenant plus en détails l'anatomie (ou structure) ainsi que la physiologie (ou fonctionnement) de ces deux composantes du système vestibulaire.

Les canaux semi-circulaires sont composés de trois tores rigides disposés à angles droits les uns par rapport aux autres de façon à former un repère orthogonal dans l'espace. Dans le domaine de l'aéronautique, ces trois plans de rotation sont appelés tangage (mouvement de la tête de haut en bas tel le signe de tête "oui"), roulis (inclinaison de la tête, de l'épaule gauche à l'épaule droite, et vice versa) et lacet (mouvement

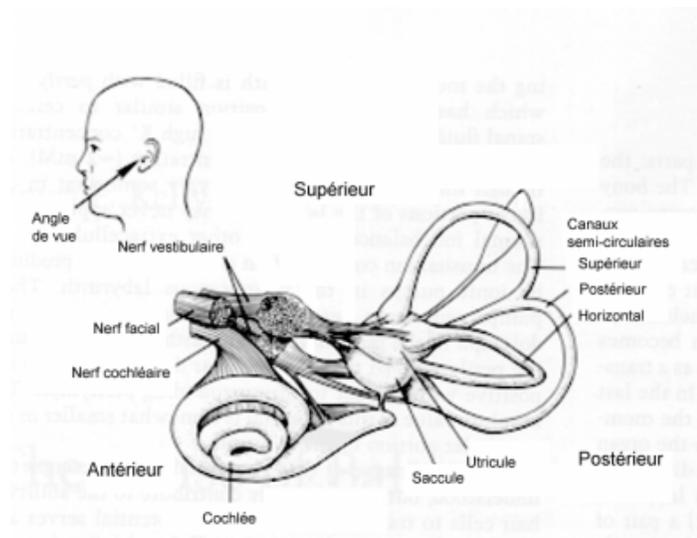


FIG. 1.1 – Système vestibulaire humain. Image tirée de [11].

latéral de la tête de gauche à droite tel le signe de tête "non"). Chaque canal a ainsi un axe de rotation céphalique préférentiel, c'est à dire qu'une rotation autour de cet axe provoque une réponse neuronale maximale. La réponse relative des trois canaux est ensuite assimilée par le cerveau, qui détermine le plan effectif de la rotation.

En un mot, chaque canal fonctionne tel un circuit complet et indépendant dont la cavité centrale est remplie d'un liquide visqueux (endolymphe) et qui présente à sa base un renflement appelé ampulla (voir figure 1.2). Sur cette figure, on remarque que l'endolymphe ne peut se déplacer librement dû à la présence de la cupula, située à l'intérieur de l'ampulla, qui clôt et scelle le canal. Cette membrane contient la prolongation des cellules sensorielles ciliées responsables de la transmission neuronale.

Le fonctionnement des canaux semi-circulaires est basé sur un mécanisme inertiel. La mécanique par laquelle les canaux semi-circulaires arrivent à percevoir et à évaluer les accélérations angulaires peut donc être plus facilement comprise si on procède tout d'abord à un rappel du principe de l'inertie. Celui-ci stipule que *tout corps persévère dans l'état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme dans lequel il se trouve, à moins que quelque force n'agisse sur lui, et ne le contraigne à changer d'état*. En effet, les accélérations et décélérations angulaires affectent les canaux semi-circulaires de par le mouvement relatif qu'ils induisent entre l'endolymphe et la cupula, en d'autres mots, de par l'effet de l'inertie de l'endolymphe sur la cupula.

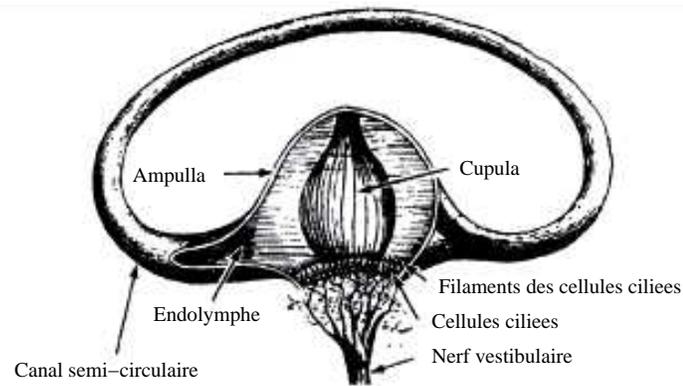


FIG. 1.2 – Vue de coupe d'un canal semi-circulaire. Image tirée de [10].

Prenons l'exemple d'une rotation du corps (et donc de la tête) dans le sens des aiguilles d'une montre autour d'un axe vertical. Initialement, le canal semi-circulaire qui se trouve dans le plan de la rotation, ainsi que l'endolymphe qui le remplit, sont tous deux au repos (voir figure 1.3(a)). Notons que sur cette figure, l'axe z positif est tel qu'il sort de la feuille. Lorsque le corps amorce le mouvement de rotation, la structure rigide du canal semi-circulaire se met en mouvement immédiatement puisque celle-ci est solidement fixée au reste de la tête et du corps. Par contre, l'endolymphe à l'intérieur de ce canal demeure momentanément au repos due à son inertie, appliquant ainsi une force sur la cupula, qui se déforme vers la droite (voir figure 1.3(b)). Cette déviation entraîne un mouvement des cils émergeant des cellules ciliées, qui sont solidaires de la cupula. L'inclinaison des cils envoie au cerveau un influx nerveux informant que le corps subit actuellement une accélération angulaire dans le sens des aiguilles d'une montre, ce qui est exact. Si la rotation se poursuit avec une vitesse angulaire constante pendant une période prolongée (10-20 secondes), les forces de friction et de traînée induisent progressivement le fluide à tourner à la même vitesse que le reste du corps et le mouvement relatif entre le canal et l'endolymphe est réduit à zéro (voir figure 1.3(c)). Lorsque cela se produit, la cupula reprend sa position non déformée malgré le fait que le corps est toujours en rotation. Le cerveau perçoit alors, à tort, que la rotation a pris fin. À présent, que se passe-t-il si on met réellement fin à la rotation ? Alors que le canal est stoppé immédiatement, l'endolymphe en mouvement possède maintenant un *momentum* ou moment angulaire qui le pousse à continuer sa course jusqu'à ce que la friction le conduise à l'arrêt. Il en résulte une déformation de la cupula et des cils dans le sens opposé, donc vers la gauche (voir figure 1.3(d)). Ceci induit le cerveau en erreur, qui croit percevoir une accélération angulaire dans le sens inverse des aiguilles d'une

montre alors qu'en réalité, le corps est stationnaire. Ainsi, de par sa nature inertielle, le système vestibulaire n'est sensible qu'aux accélérations de la tête et ne distingue pas l'immobilité de la rotation à vitesse constante.

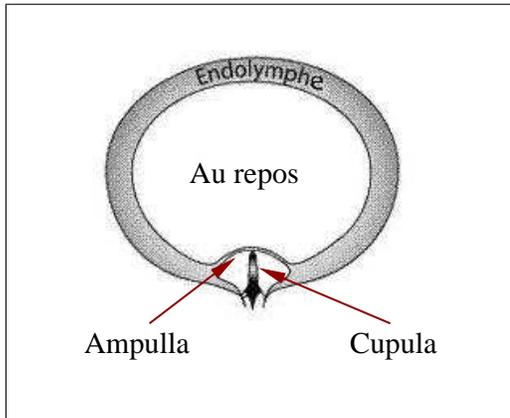
Les capteurs otolithiques sont aussi des capteurs inertiels et leur fonctionnement présente de grandes similitudes avec celui des canaux semi-circulaires. Ils se composent également de cellules ciliées mais l'extrémité de leurs cils est, quant à elle, solidaire d'amas de cristaux calcaires appelés otolithes (ou otoconies). Ceux-ci procurent aux cils, et à la membrane otolithique dans laquelle ils reposent, une plus grande inertie.

Les deux organes otolithiques, qu'on peut visualiser sur la figure 1.1 se nomment l'utricule et le saccule. Ils permettent de détecter les déplacements, horizontaux et verticaux, respectivement. Ils sont affectés par le champ gravitationnel, ce qui leur permet de déceler les changements d'inclinaison de la tête.

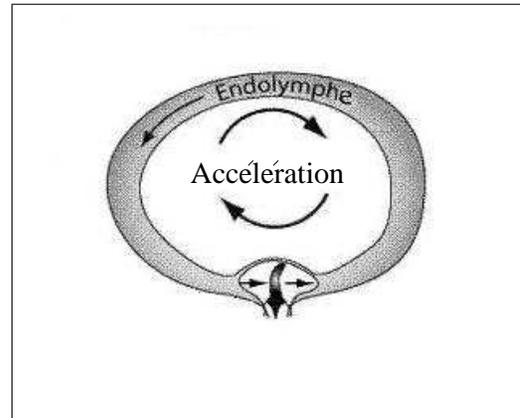
Sous l'effet de la gravité terrestre, pour toute position de la tête en dehors de la verticale, les otolithes sont entraînés par leur poids spécifique selon le gradient de gravité (généralement vers le bas) et continuent d'appuyer verticalement sur le sommet des cils alors que la base de ces derniers a changé d'orientation. Ceci provoque une angulation des cils et leurs terminaisons nerveuses renvoient au cerveau l'information concernant l'inclinaison. Une accélération de la tête produit une force analogue sur les otoconies et génère un message nerveux par le même mécanisme.

Prenons l'exemple d'une accélération vers l'avant à bord d'un véhicule. Pendant l'accélération, l'inertie de la membrane otolithique fait en sorte qu'elle reste derrière alors que la portion de l'utricule qui est solidaire du corps est accélérée vers l'avant. Ceci provoque une flexion des cellules ciliées vers l'arrière. Cette déflexion est convertie en message nerveux qui indique au cerveau la direction et l'amplitude de l'accélération.

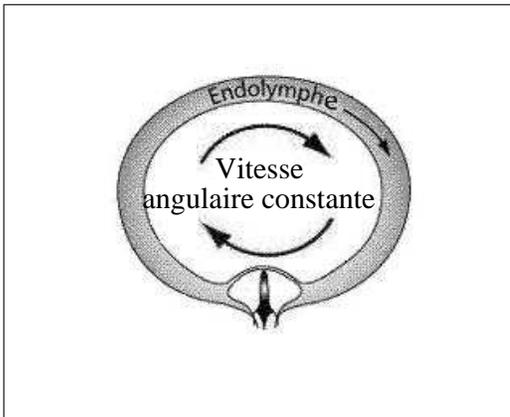
Notons cependant que l'information fournie est ambiguë. En effet, les organes otolithiques ne peuvent pas distinguer les parts respectives de la gravité et d'une éventuelle accélération. L'information fournie par le saccule et l'utricule est en fait la résultante de l'inclinaison de la tête par rapport au champ de gravité terrestre et de toute accélération du corps. C'est ce qu'on appelle la force spécifique. En simulation de mouvement, il est possible de tirer profit de cette ambiguïté afin d'induire l'utilisateur en erreur et nous verrons de quelle façon à la section 1.3 alors que nous aborderons le sujet des *washout*



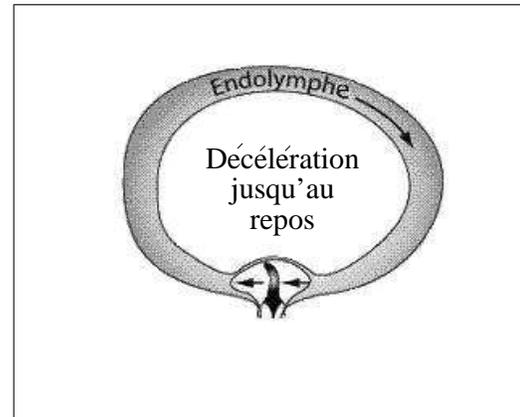
(a) • Aucune accélération angulaire • Aucun mouvement relatif entre le canal et l'endolymphe • Cupula non-fléchie • Aucun mouvement angulaire perçu.



(b) • Accélération angulaire dans le sens des aiguilles d'une montre • L'inertie retient l'endolymphe derrière • Cupula fléchie vers la droite • Mouvement angulaire dans le sens des aiguilles d'une montre perçu.



(c) • L'endolymphe se déplace à la même vitesse que le canal • Aucun mouvement relatif entre le canal et l'endolymphe • Cupula non-fléchie • Aucun mouvement angulaire perçu.



(d) • Le mouvement du canal est stoppé • L'endolymphe continue de tourner dans le sens des aiguilles d'une montre de par l'effet de son moment angulaire • Cupula fléchie vers la gauche • Mouvement angulaire dans le sens contraire des aiguilles d'une montre perçu.

FIG. 1.3 – Effet d'une accélération angulaire sur un canal semi-circulaire. Images tirées de [10].

filters.

En terminant, la nature inertielle des capteurs otolithiques contraint ceux-ci aux mêmes limitations que les canaux semi-circulaires, à savoir l'impossibilité de distinguer entre l'immobilité et un mouvement à vitesse constante.

1.1.3 Les propriocepteurs

Les propriocepteurs, situés à l'intérieur des muscles (plus particulièrement dans ceux du cou), des tendons et des articulations, envoient des signaux au cervelet concernant la position du corps. Ils sont le siège de la détection et de l'évaluation des accélérations de grandes fréquences. En d'autres termes, ils soumettent au cerveau une image mentale du corps, de sa position dans l'espace et des forces externes appliquées sur celui-ci. La faille de ces capteurs, qui est par ailleurs exploitée dans le domaine de la simulation, est qu'ils cessent de réagir lorsqu'ils sont soumis à une vitesse constante, ce qui implique que le cerveau doit s'en remettre uniquement aux informations visuelles afin d'identifier le mouvement qui a cours et ce, jusqu'à ce qu'un nouveau gradient de vitesse soit détecté.

1.1.4 Seuils de sensibilité

Il a été démontré, au cours des paragraphes précédents, que chacun des sous-systèmes servant à la détection et à l'évaluation des mouvements du corps humain possède des imperfections. Parmi ces failles, on compte le seuil de perception ou seuil de sensibilité (*threshold*) qui correspond à une valeur limite d'accélération (ou d'accélération angulaire) en dessous de laquelle un mouvement n'est pas détectable par les mécanismes physiologiques humains.

En général, on déterminera deux types de seuils, un premier associé aux accélérations et un deuxième associé aux accélérations angulaires. En réalité, chacun des canaux et organes otolithiques possède son seuil propre. Plusieurs travaux de recherche ont tenté d'établir la valeur expérimentale de ces seuils. Malheureusement, les résultats varient considérablement d'une étude à l'autre car ils sont fortement dépendants des sujets, du matériel (simulateur de mouvement) ainsi que de la méthode utilisée pour

l'évaluation [12]. À tout le moins, il semble exister un consensus dans le domaine de la simulation quant à la valeur approximative attribuée à ces seuils. Dans le cas des canaux semi-circulaires, le seuil de sensibilité aux accélérations angulaires est estimé à une valeur entre 0.035 et 0.05 rad/s^2 [13, 14]. Pour les organes otolithiques, le seuil de perception des accélérations est évalué entre 0.17 et 0.28 m/s^2 [6].

Évidemment, la perception humaine du mouvement est un sujet de recherche encore très actif. Pour le moment, ces modèles représentant la sensibilité du corps aux mouvements ont été développés à partir de tests ne considérant qu'un seul degré de liberté à la fois. Certains résultats supposent toutefois qu'il y aurait couplage entre ceux-ci. Par exemple, des données montrent une augmentation significative du seuil de perception d'un mouvement angulaire lorsqu'un mouvement translationnel lui est combiné [15]. Cela suppose l'implication des otolithes dans la détection des mouvements angulaires. Au cours de notre étude nous nous limiterons toutefois à l'utilisation des seuils présentés au paragraphe précédent.

Ce sont la plate-forme mobile et les systèmes contigus, présentés à la section suivante, qui permettront de stimuler les senseurs humains afin de les conduire à transmettre le message univoque au cerveau qu'il se trouve au coeur d'une situation de vol.

1.2 Sous-systèmes constituant un simulateur

Une bonne compréhension du fonctionnement d'un simulateur de vol requiert que l'on s'attarde un instant à la description des sous-systèmes le constituant. La figure 1.4(a) représente un simulateur de vol destiné à reproduire un appareil *Boeing 777* tandis que la figure 1.4(b) décrit schématiquement ce même simulateur en fonction des relations interdépendantes de ses différentes composantes. Le réalisme de la simulation est conditionnel à une interaction cohérente de tous ces sous-systèmes.

L'aventure de la simulation débute au moment où le pilote imprime les déplacements de l'avion aux commandes fictives de vol (palonnier, gouvernail, manette des gaz, etc.) et de navigation (radio, feux de position, etc.). Ces consignes sont ensuite analysées par l'unité de calcul, représentée à la figure 1.4(b) par le rectangle en lignes tiretées, afin

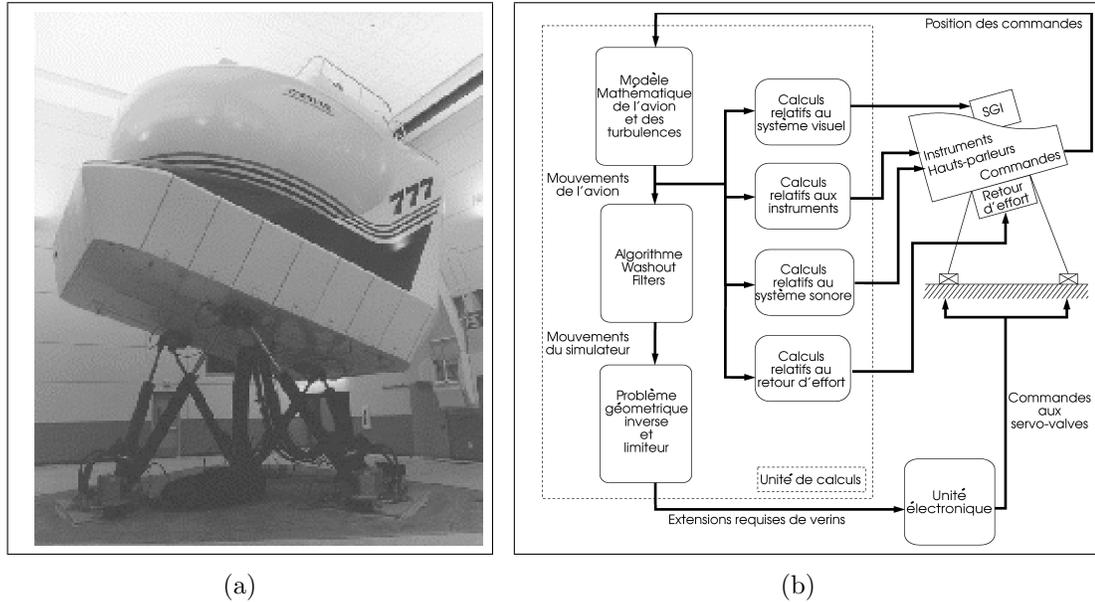


FIG. 1.4 – Sous-systèmes des simulateurs de vol : (a) illustration d'un simulateur de B777 et (b) sous-systèmes d'un simulateur de vol. Images tirées de [6].

que soit communiqué au pilote un retour approprié aux manoeuvres qu'il a exécuté.

Tout d'abord, le modèle mathématique interprète les commandes du pilote pour en déduire le comportement de l'avion en tenant compte, à la fois, des effets aérodynamiques, du comportement des moteurs, des turbulences, etc. Le mouvement de l'avion réel étant modélisé, on procède aussitôt aux calculs relatifs aux différents sous-systèmes. Le sous-système de génération d'image (SGI) produit, par l'intermédiaire d'un ou de plusieurs projecteurs, une image synthèse de la scène visible du cockpit. Le SGI utilisera, pour ce faire, d'importantes bases de données numérisées provenant souvent de photos satellites et couvrant de vastes territoires réels. En ce qui nous concerne, ces données sont acquises en temps réel à partir du logiciel de simulation de vol *X-Plane* [16,17].

La cabine de pilotage d'un simulateur de vol constitue la reproduction intégrale du cockpit d'un véritable appareil. Par conséquent, un des sous-systèmes est chargé de générer la réponse de l'altimètre, du radar embarqué, des systèmes de contrôle des moteurs et de tous les autres instruments de vol. Ce retour de commandes permet au pilote de corriger ses manoeuvres ou de carrément pratiquer le vol aux instruments. Un autre sous-système est chargé de reproduire l'environnement sonore correspondant aux conditions réelles de vol. Par l'intermédiaire d'un système ambiophonique, le pilote est en mesure de discerner le sifflement de l'air sur la carlingue, le bruit (normal ou non)

des moteurs et l'ouverture du train d'atterrissage. Le dernier sous-système est celui qui a la fonction de générer une force de retour réaliste aux commandes que le pilote actionne.

Bien qu'à ce point de la simulation, la plate-forme de génération de mouvement n'a pas encore été sollicitée, le pilote est alimenté de plusieurs stimuli qui, de par leur effet combiné, produisent déjà un environnement réaliste.

Les mouvements de l'avion ne pourront pas être engendrés intégralement par la plate-forme mobile, qui supporte le cockpit, en raison de ses limitations physiques inhérentes : elle est invariablement fixée au sol alors que l'avion ne l'est pas ! L'algorithme du *washout filter* a la fonction de réaliser le meilleur compromis face à cette limitation de l'espace atteignable. Une explication plus détaillée de cet algorithme est présentée à la section 1.3.

À l'étape suivante, les mouvements du simulateur calculés à partir de l'algorithme du *washout filter* sont convertis en mouvements des actionneurs. D'ordinaire, à cette fin, on procède au calcul cinématique inverse de l'architecture de la plate-forme. On verra au chapitre 2 que, dans le cas particulier de l'utilisation d'un mécanisme à huit câbles comme plate-forme de génération de mouvement dans un environnement où 6 ddl doivent être contrôlés, c'est en fait la dynamique inverse qui, combinée à un algorithme de programmation quadratique, permet de déterminer le mouvement des actionneurs. Les déplacements et les rotations de la cabine de pilotage seront donc convertis en longueurs correspondantes des huit câbles.

1.3 Algorithme du *Washout filter*

Tout système de génération de mouvement possède nécessairement un débattement limité. Cette nature limitative inhérente aux simulateurs de vol impose qu'il ne leur soit pas possible de reproduire intégralement tous les mouvements effectués à bord d'un avion réel. C'est en vue de pallier à cette limitation que les algorithmes de génération de mouvement appelés *washout filters*¹ ont été conçus. Ils ont la tâche de déterminer les

¹L'expression *washout filter*, d'usage dans le domaine de la simulation, fait référence à un filtre de *lessivage*, qui enlèvera tout le superflu pour ne conserver que l'essentiel. Aucune expression valable

mouvements à imposer au simulateur de façon à induire au pilote les sensations les plus conformes possibles à celles ressenties à l'intérieur de l'avion réel et ce, en respectant et en exploitant au mieux l'espace atteignable de la plate-forme mobile. Il existe plusieurs variations de *washout filters*, la plus répandue étant la forme dite classique [14, 18–20]. Il s'agit de celle qui a été utilisée dans ce projet et ses principes de base ainsi que son fonctionnement sont détaillés dans ce qui suit.

1.3.1 Principes de base

Avant tout, portons notre regard sur la figure 1.5 illustrant le système de coordonnées conventionnel selon lequel les mouvements d'un avion sont spécifiés. On définit ces axes tels que X correspond à l'axe longitudinal, c'est à dire l'axe passant au centre de la carlingue, par le nez, le centre de masse, et la queue de l'avion, Y correspond à l'axe transversal, c'est à dire qu'il est situé dans le plan des ailes, perpendiculaire à l'axe longitudinal et Z correspond à l'axe perpendiculaire aux axes longitudinal et transversal tel que, lorsque l'avion vole à l'horizontale, il est vertical. Ces trois axes, qui servent à définir les déplacements, s'entrecroisent orthogonalement au centre de masse de l'avion. D'après cette notation, une rotation autour de l'axe des X se nomme roulis (*roll*), une rotation autour de l'axe des Y se nomme tangage (*pitch*) tandis qu'une rotation autour de l'axe des Z se nomme lacet (*yaw*).

Une fois ces notions acquises, reportons-nous à l'étude des principes sous-jacents aux *washout filters*. De façon générale, une des tâches les plus contraignantes des simulateurs de mouvement est la simulation rigoureuse d'accélération de basses fréquences, car celles-ci ont tendance à entraîner très rapidement la plate-forme hors de son espace atteignable. Par exemple, une accélération de 1 m/s^2 selon l'axe longitudinal X et soutenue pendant 5 secondes demanderait un déplacement total de 12.5 mètres ! Partant du principe que l'on cherche à reproduire les sensations de mouvement plutôt que les mouvements eux-mêmes, il est possible d'exploiter l'accélération qui agit déjà sur le système : l'accélération gravitationnelle.

En fait, tel qu'expliqué dans la section 1.1, les mouvements linéaires ressentis par

ne semble faire consensus dans les milieux francophones de la simulation et ce sera donc l'expression anglaise qui sera utilisée dans ce mémoire.

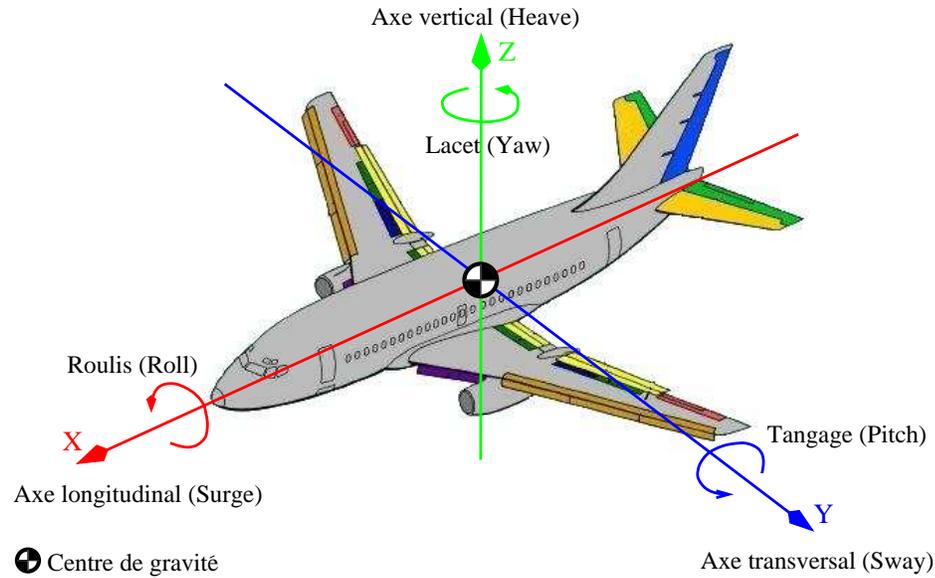


FIG. 1.5 – Axes de référence sur un avion.

l'être humain sont les forces spécifiques (\mathbf{f}), c'est-à-dire la différence entre le vecteur d'accélération (\mathbf{a}) et celui de l'accélération gravitationnelle (\mathbf{g}), soit : $\mathbf{f} = \mathbf{a} - \mathbf{g}$. En conséquence, pour l'exemple donné, il est possible d'incliner lentement la plate-forme d'un angle de 6° autour de son axe Y , tout en conservant l'image projetée à l'intérieur du cockpit fidèle à des conditions de vol horizontal. Dans cette situation, le pilote sentira une composante X de force spécifique égale à $9.81 \cdot \sin(6^\circ) \simeq 1 \text{ m/s}^2$. Donc, même si à ce moment la composante en Z des forces spécifiques est réduite à 9.75 m/s^2 , cette variation peut passer inaperçue dans la mesure où la vitesse de l'inclinaison est demeurée sous la valeur seuil de perception (voir section 1.1.4). Cet artifice, connu sous le nom de la verticale apparente (*Tilt coordination*), s'avère très efficace pour la simulation d'accélération de basses fréquences.

La seconde tâche des *washout filters* consiste à adapter les mouvements produits au moyen de la plate-forme mobile à l'espace atteignable de celle-ci. On verra au chapitre 3 que dans le cas d'un mécanisme à câbles, la détermination de cet espace est très complexe. On devra alors se contenter d'une description partielle de l'espace atteignable du système en fonction de l'application qui lui est dévolue.

L'adaptation des mouvements de l'avion à l'espace atteignable de la plate-forme du simulateur est réalisée en appliquant à la fois des gains et des filtres fréquentiels aux mouvements de l'avion. Le concept de filtre réside dans l'application d'une transforma-

tion mathématique à des données (un signal) qui laisse passer certaines fréquences et en atténue d'autres, en fonction de leur position relative (supérieure ou inférieure) avec la fréquence dite de coupure. Concrètement, le filtre modifie la phase et l'amplitude des signaux qui le traversent en fonction de la fréquence de ceux-ci. Le choix des filtres est fait dans l'optique de créer des mouvements qui n'éloignent pas trop la plate-forme de la position centrale de son espace atteignable. Ils servent également à continuellement ramener la plate-forme vers sa position centrale (le point neutre). L'ajustement des gains, des fréquences de coupure, et de l'ordre des filtres dépend alors de cet espace atteignable.

1.3.2 Fonctionnement

La figure 1.6 illustre la forme de l'algorithme du *washout filter* utilisé dans cette étude. Veuillez vous y référer régulièrement en tant que support visuel au développement théorique qui suit.

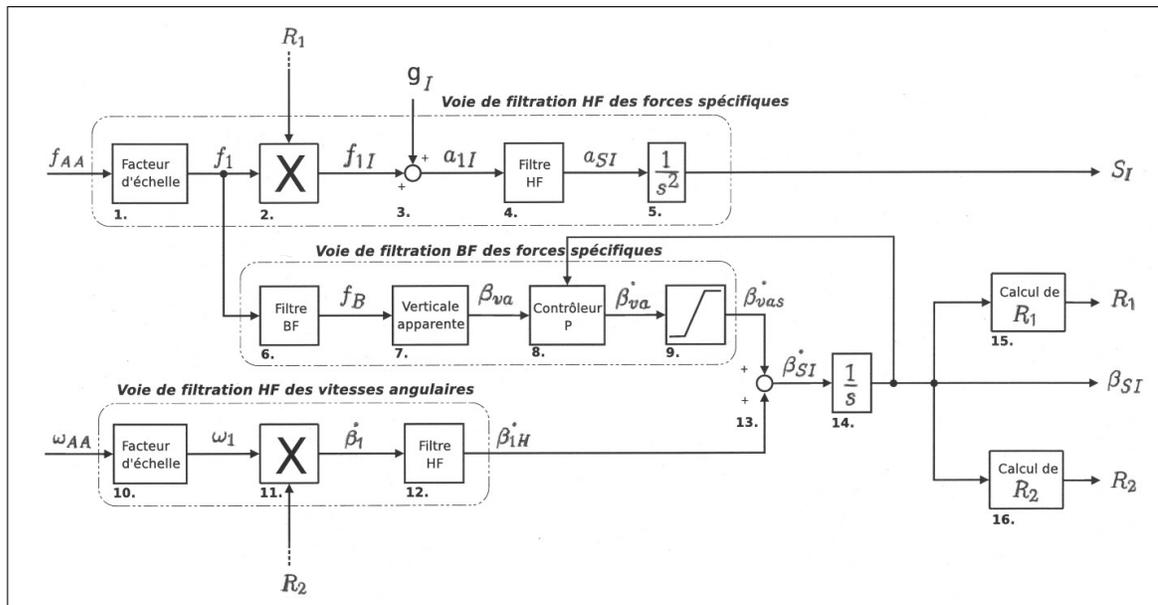


FIG. 1.6 – Schéma du *washout filter*.

L'algorithme du *washout filter* reçoit en entrée les forces spécifiques f_{AA} et les vitesses angulaires ω_{AA} de l'avion, toutes deux prélevées en temps réel du logiciel de simulation. Comme on peut le voir sur la figure, l'algorithme se divise par la suite selon trois axes parallèles :

- La voie de filtration haute-fréquence (HF) des forces spécifiques (blocs 1 à 5)
- La voie de filtration basse-fréquence (BF) des forces spécifiques (blocs 6 à 9)
- La voie de filtration haute-fréquence (HF) des vitesses angulaires (blocs 10 à 12)

La voie de filtration HF des forces spécifiques sert à bloquer les mouvements linéaires de basses fréquences de l'avion car ceux-ci entraînent de grands déplacements de la plate-forme. Au bloc 1, l'amplitude des forces spécifiques \mathbf{f}_{AA} est d'abord diminuée par un facteur d'échelle situé entre 0 et 1, tout dépendant de la perception de l'utilisateur. Les forces spécifiques atténuées \mathbf{f}_1 , jusqu'alors exprimées dans le référentiel de l'avion, sont multipliées au bloc 2 par la matrice de transformation \mathbf{R}_1 de façon à être désormais exprimées dans le référentiel inertiel, ce qui nous donne \mathbf{f}_{1I} . Au bloc 3, ces forces spécifiques sont converties en accélérations à la plate-forme \mathbf{a}_{1I} par la simple addition du vecteur gravité \mathbf{g}_I , exprimé lui aussi dans le référentiel inertiel. Les accélérations de hautes fréquences \mathbf{a}_{SI} qui, elles, réussissent à traverser le filtre du bloc 4, sont intégrées deux fois au bloc 5 dans le but d'obtenir les déplacements \mathbf{S}_I à imposer à la plate-forme. Ces manipulations sont effectuées sur chacun des trois axes translationnel, soit longitudinal, transversal et vertical.

La voie de filtration BF des forces spécifiques sert, quant à elle, à simuler la fraction de basses fréquences des forces spécifiques selon x et y . La première étape, au bloc 6, consiste à filtrer les forces spécifiques \mathbf{f}_1 de façon à ne conserver que les basses fréquences \mathbf{f}_B . L'algorithme de la verticale apparente est appliqué au bloc 7 et fait en sorte d'incliner lentement la plate-forme de façon à ce que les composantes x et y de \mathbf{g}_I correspondent à \mathbf{f}_B^x et \mathbf{f}_B^y respectivement. Elle transforme donc les forces spécifiques \mathbf{f}_B à faire ressentir au pilote, en inclinaisons de la plate-forme correspondantes β_{va} .

Le but est évidemment d'atteindre l'orientation du simulateur telle que $\mathbf{g}_I^x = \mathbf{f}_B^x$ et $\mathbf{g}_I^y = \mathbf{f}_B^y$, toutefois, il est essentiel de le faire lentement, car le pilote ne doit pas ressentir l'utilisation de cet artifice. Pour atteindre cette orientation, le bloc 8 contrôle la dérivée de l'erreur entre l'orientation réelle du simulateur et celle désirée. Le résultat en est la dérivée par rapport au temps des rotations à appliquer au simulateur $\dot{\beta}_{va}$ pour atteindre l'orientation désirée. Au bloc 9, on utilise un saturateur qui limite la vitesse de correction de l'erreur afin de s'assurer que celle-ci, $\dot{\beta}_{vas}$, demeure en tout temps sous le seuil de perception de l'utilisateur.

La voie de filtration HF des vitesses angulaires bloque les mouvements angulaires de basses fréquences de manière à s'assurer que le simulateur ne s'éloigne pas trop de son orientation initiale neutre. Les vitesses angulaires de l'avion ω_{AA} sont d'abord mises à l'échelle au bloc 10, de la même façon qu'en 1, puis sont exprimées dans le repère du simulateur ($\dot{\beta}_1$) à l'aide de la matrice de transformation \mathbf{R}_2 , au bloc 11. On ne conservera que les hautes fréquences $\dot{\beta}_{1H}$ en passant ce vecteur dans un filtre passe-haut au bloc 12. Ces manipulations sont effectuées pour chacun des trois axes de rotation, soit roulis, tangage et lacet.

Finalement, les vitesses de rotation de la plate-forme de basses et de hautes fréquences telles que calculées respectivement par la voie de filtration BF des forces spécifiques et par la voie de filtration HF des vitesses angulaires sont additionnées au bloc 13, puis intégrées au bloc 14. Il en résulte l'orientation du simulateur exprimée dans le repère inertiel β_{SI} .

Comme dans tout système, il est possible d'envisager quelques améliorations. Entres autres, tel qu'on le sait maintenant, le système visuel tend à dominer à de basses fréquences tandis que c'est le système vestibulaire qui tend à dominer à de hautes fréquences. Sachant cela et considérant que les débattements des simulateurs de mouvement sont très limités, on aurait avantage à construire un système de contrôle qui actionne le mouvement de la plate-forme uniquement lorsque les autres stimuli ne semblent pas fournir suffisamment d'information. En d'autres mots, il serait avantageux d'actionner la plate-forme lorsqu'il semble y avoir une incompatibilité entre le système visuel et le système vestibulaire, et non pas tenter de reproduire tous les mouvements, ce qui amène rapidement la plate-forme hors de son espace atteignable. Évidemment, ceci requiert d'étudier plus profondément les systèmes de perception humains afin d'en arriver à déterminer le moment exact où se manifeste ce type d'inadéquation entre les systèmes visuel et vestibulaire.

Ceci termine la section consacrée à la description de la théorie relative aux simulateurs de vol. Nous sommes maintenant en mesure de passer à l'étude, au chapitre 2, de la théorie générale associée au type de mécanisme qui constituera notre plate-forme de génération de mouvement, c'est à dire le mécanisme à câbles.

Chapitre 2

Théorie des mécanismes entraînés par câbles

Dans ce chapitre, les notions de base à propos des manipulateurs parallèles entraînés par câbles sont présentées. Notamment, y sont décrits les modèles géométrique, cinématique, dynamique et de contrôle de tels systèmes. Ensuite, la notion d'interférence entre les câbles est introduite. En terminant, ce chapitre présente le cahier des charges contenant les objectifs spécifiques de ce projet.

Certaines des sections de ce chapitre ont été inspirées des travaux réalisés par Marc Gouttefarde [21], Benoit Cantin [22], Gabriel Côté [23], Guillaume Barrette [24], Samuel Bouchard [25, 26] et Patrice Lambert [27] qui ont tous travaillé, au Laboratoire de Robotique de l'Université Laval, à des projets portant sur les mécanismes entraînés par câbles.

2.1 Théorie générale

2.1.1 Description, avantages et inconvénients

Un mécanisme parallèle entraîné par câbles est constitué, entre autres, d'un effecteur mobile, d'une base fixe et de câbles reliant en parallèle l'effecteur à la base. Chaque câble est attaché à un enrouleur fixé sur la base à une extrémité, et à un point sur l'effecteur à son autre extrémité. En contrôlant la longueur des câbles, on parvient à contrôler la pose de l'effecteur, c'est à dire sa position et son orientation. En ce qui concerne le cas à l'étude dans ce mémoire, un mécanisme parallèle à six ddl actionné par huit câbles sera utilisé. Un exemple simple d'un tel mécanisme est illustré à la figure 2.1.

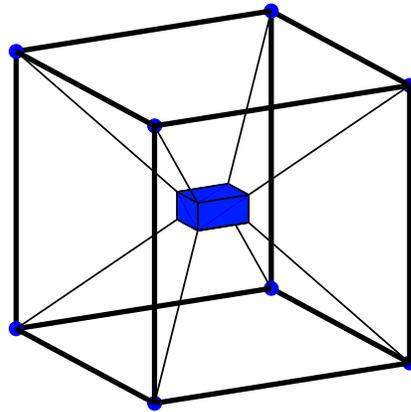


FIG. 2.1 – Mécanisme parallèle à six ddl entraîné par huit câbles. Image tirée de [21].

Ce type de mécanisme présente malheureusement quelques particularités et inconvénients. La plus importante limitation, portant sur l'espace de travail, est due à l'action unidirectionnelle des câbles pour la transmission des efforts, c'est à dire, le fait que les câbles ne peuvent que tirer l'effecteur, et pas le pousser. Aussi, le fait que les câbles soient des segments souples, et non des liens rigides, favorise les risques de vibration de l'effecteur mobile, ce qui occasionne une diminution de la précision du contrôle. Enfin, les interférences entre deux câbles ou entre un câble et l'effecteur peuvent également limiter l'espace de travail, notamment lorsque les câbles sont nombreux et/ou croisés et/ou que les trajectoires à générer comportent des rotations de grande amplitude.

En revanche, ces inconvénients sont largement compensés par les nombreux avantages associés à l'actionnement par câbles d'une architecture parallèle. Tout d'abord, la masse et l'inertie de la partie mobile du mécanisme sont faibles étant donné que les actionneurs sont disposés sur la base fixe du manipulateur et que, tant que les dimensions du mécanisme sont raisonnables, les câbles sont légers. En conséquence, les mécanismes parallèles actionnés par câbles ont la capacité de générer de grandes accélérations à l'effecteur (puisque la masse à déplacer est faible) et/ou de consommer peu d'énergie (puisque la puissance requise aux moteurs pour déplacer la plate-forme est moindre). De plus, ils ont l'avantage d'être faciles et abordables tant à construire, à transporter, qu'à utiliser. Leur géométrie (position des poulies actionnées à la base et position des points d'attache des câbles à l'effecteur) peut être aisément modifiée, mais cela requiert de vérifier que la nouvelle configuration conserve un espace atteignable capable de satisfaire aux exigences de l'application. Aussi, étant donné que de grandes longueurs de câbles peuvent être enroulées sur des poulies, les mécanismes parallèles entraînés par câbles ont le potentiel de fournir un grand espace de travail tant en translation qu'en rotation, pour peu que les points d'attache des câbles soient judicieusement choisis. Finalement, puisque la plate-forme de génération de mouvement peut facilement être déposée sur le sol, le dessous de la plate-forme n'étant encombré d'aucun système, il est facile d'interchanger les cabines de pilotage. Ceci offre la possibilité de simuler plusieurs types d'appareils différents avec un même système flexible et polyvalent.

2.1.2 Hypothèses

Dans un autre ordre d'idées, l'analyse des manipulateurs actionnés par câbles impose que l'on définisse d'abord les quelques hypothèses qui seront appliquées au modèle du système. Tout d'abord, à l'intérieur de ce mémoire, les câbles sont approximés par des segments de droites. Ce faisant, les déformations dues à la masse du câble et à d'autres forces externes (aérodynamiques entre autres) sont négligées. Cette approximation s'avère pour ainsi dire très acceptable dans le cas de l'analyse de mécanismes ayant des débattements, des vitesses et des diamètres de câbles de faibles à moyens. On suppose également, pour les modèles théoriques, qu'aucune vibration n'a cours. On considère finalement que l'enroulement du câble sur la poulie se fait de façon uniforme et que le diamètre de la poulie ne change pas malgré l'enroulement du câble.

2.1.3 Conventions

Par convention, les unités du système international (SI) sont utilisées. Autrement dit, les unités de temps, longueur, masse, moment d'inertie, force et moment de force sont mesurés respectivement en seconde (s), mètre (m), kilogramme (kg), kilogramme-mètre carré ($kg \cdot m^2$), Newton (N) et Newton-mètre ($N \cdot m$). Sauf exception, les angles sont exprimés en degrés. Par convention toujours, une lettre minuscule en caractère gras désigne un vecteur tandis qu'une majuscule en caractère gras désigne une matrice.

2.2 Modèle géométrique

La figure 2.2 ci-dessous représente la i -ème chaîne cinématique d'un mécanisme à câbles. Sur cette figure, on désigne par A_i le i -ème point d'attache sur la base et par B_i le i -ème point d'attache sur la plate-forme. L'axe Z du repère fixe est considéré vertical et la notation suivante est utilisée.

- \mathbf{a}_i : vecteur position du point A_i , exprimé dans le repère fixe
- \mathbf{b}_i : vecteur position du point B_i , exprimé dans le repère fixe
- \mathbf{p} : vecteur position du point P , exprimé dans le repère fixe
- \mathbf{d}_i : vecteur unitaire le long du câble i , exprimé dans le repère fixe
- ρ_i : distance entre A_i et B_i (longueur du câble i)

La configuration de l'effecteur est entièrement définie par le vecteur position \mathbf{p} et la matrice \mathbf{Q} , qui exprime l'orientation du repère mobile par rapport au repère fixe.

2.3 Modèle cinématique

Pour une position et une orientation données de l'effecteur (coordonnées cartésiennes), il est possible de déterminer la longueur de chacun des câbles (coordonnées articulaires). On nomme cette manipulation mathématique la résolution du problème

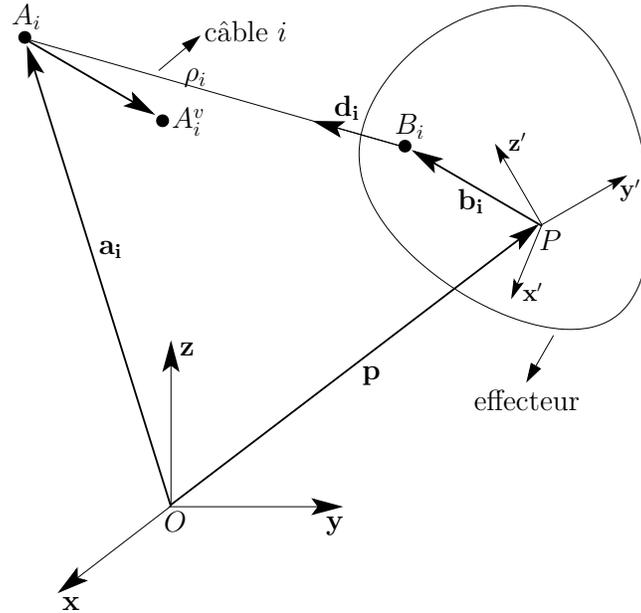


FIG. 2.2 – Notation pour la liaison i d'un mécanisme spatial. Image tirée de [21].

géométrique inverse (PGI). L'équation en boucle fermée appliquée à la chaîne cinématique i (voir figure 2.2) nous donne :

$$\rho_i \mathbf{d}_i = (\mathbf{a}_i - \mathbf{b}_i - \mathbf{p}) = (\mathbf{a}_i^v - \mathbf{p}) \quad (2.1)$$

avec

$$\mathbf{a}_i^v = \mathbf{a}_i - \mathbf{b}_i \quad (2.2)$$

et

$$\mathbf{b}_i = \mathbf{Q} \mathbf{b}'_i \quad (2.3)$$

où \mathbf{b}'_i est le vecteur position du point B_i exprimé dans le repère mobile, \mathbf{Q} est la matrice d'orientation du repère mobile par rapport au repère fixe qui sert à exprimer le vecteur \mathbf{b}'_i par rapport au repère fixe et \mathbf{a}_i^v est le vecteur position du point A_i^v . En pratique, pour une orientation donnée, A_i^v correspond à un point fixe tel que le câble i est complètement enroulé autour de sa poulie ($\rho_i = 0$) lorsque $P = A_i^v$ ou, en d'autres mots, lorsque A_i et B_i coïncident. Le vecteur \mathbf{a}_i^v dépend donc uniquement de l'architecture du mécanisme (choix des points d'attache) et de l'orientation de la plate-forme. Cette formulation indépendante de la dynamique du simulateur se révélera fort utile lors du processus de détermination de l'espace atteignable (voir section 3.5).

La solution au problème géométrique inverse (PGI), c'est à dire la longueur du câble i , est déterminée en calculant la norme de part et d'autre de l'équation (2.1) :

$$\rho_i = \sqrt{(\mathbf{a}_i^v - \mathbf{p})^T (\mathbf{a}_i^v - \mathbf{p})} \quad (2.4)$$

En dérivant le carré de l'équation (2.4) par rapport au temps, on obtient la relation entre les vitesses cartésiennes à l'effecteur et les vitesses articulaires pour chacun des actionneurs :

$$\rho_i \dot{\rho}_i = \mathbf{p}^T \dot{\mathbf{p}} + \mathbf{b}_i^T \dot{\mathbf{p}} + \mathbf{p}^T \dot{\mathbf{b}}_i - \mathbf{a}_i^T \dot{\mathbf{p}} - \mathbf{a}_i^T \dot{\mathbf{b}}_i, \quad (2.5)$$

où $\dot{\rho}_i$ est le taux de variation de la longueur de la liaison i , c'est-à-dire la vitesse articulaire.

2.4 Modèle dynamique

La résolution du problème dynamique détermine, pour une pose $[x, y, z, \phi, \theta, \psi]$ ainsi que pour des conditions dynamiques à l'effecteur $[\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}, \ddot{\phi}, \ddot{\theta}, \ddot{\psi}]$ données, l'ensemble de tensions dans les câbles requises pour contrebalancer les forces et les moments induits à la plate-forme. La nature même des câbles, c'est à dire le fait qu'ils ne peuvent que tirer et non pas pousser, impose que les tensions dans les câbles doivent demeurer strictement positives en tout temps. Pour considérer ces limitations, des contraintes d'inégalité sont intégrées au problème dynamique et l'utilisation de la redondance d'actionnement devient nécessaire si, comme c'est le cas ici, un contrôle de tous les degrés de liberté est désiré. Ainsi donc, le nombre de câbles se doit d'être supérieur au nombre de ddl à contrôler à la plate-forme, c'est à dire qu'au moins 7 câbles sont requis pour contrôler les 6 ddl (3 en translation et 3 en rotation) de la plate-forme. Naturellement, cette condition n'est pas suffisante en soit et un choix avisé, voire même minutieux, des points de fixation des enrouleurs à la base et des câbles à la plate-forme a une incidence déterminante quant aux performances du mécanisme.

Puisque les mécanismes à redondance d'actionnement ont plus d'actionneurs que de ddl, leur système d'équations de dynamique inverse est indéterminé, c'est à dire qu'il y a un nombre moindre d'équations d'équilibre des forces et des moments que d'inconnues (tensions dans les câbles). En conséquence, il existe une infinité de combinaisons de tensions dans les câbles qui pourraient produire une accélération particulière de la plate-forme, en présence d'efforts externes donnés. Dans l'optique de choisir la meilleure solution possible, nous avons élaboré un problème d'optimisation, comprenant à la fois des contraintes d'égalité et d'inégalité, qui minimisent une fonction objectif tout en satisfaisant à l'équation du mouvement.

La méthode utilisée consiste à minimiser les efforts internes, c'est à dire la fraction des tensions dans les câbles qui ne contribue pas au mouvement de la plate-forme. En somme, le problème consiste à minimiser une fonction objectif mesurant la norme au carré des tensions dans les câbles (Eq. 2.6a), tout en satisfaisant aux exigences des contraintes d'égalité (Eq. 2.6b) et d'inégalité (Eq. 2.6c) de l'équation du mouvement. Mathématiquement, cela correspond à :

$$\min_{\mathbf{t}} \quad \frac{1}{2} \mathbf{t}^T \mathbf{H} \mathbf{t} \quad (2.6a)$$

$$\text{assujetti à} \quad \mathbf{A}_{eq} \mathbf{t} = \mathbf{b}_{eq} \quad (2.6b)$$

$$t_i \geq 0 \quad (2.6c)$$

$$\text{pour } i = 1, \dots, 8$$

où \mathbf{t} est un vecteur de dimension 8 exprimant les tensions dans les câbles tandis que $\mathbf{H} = \mathbf{1}$ est une matrice de pondération 8×8 permettant ici une minimisation homogène des forces internes dans les câbles. La matrice \mathbf{A}_{eq} et le vecteur \mathbf{b}_{eq} sont obtenus de l'équation combinée de la dynamique translationnelle et angulaire :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{d}_1 & \mathbf{d}_2 & \dots & \mathbf{d}_8 \\ \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \mathbf{e}_8 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{eq}} \mathbf{t} = - \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{f}_e \\ \boldsymbol{\tau}_e \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}_{eq}} + \underbrace{\begin{bmatrix} m\ddot{\mathbf{p}} \\ \mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}_{eq}} \quad (2.7)$$

où \mathbf{d}_i est le vecteur unitaire le long du câble i , qui origine en B_i , donc indiquant la direction de la force qu'applique le câble i à son point d'attache sur la plate-forme :

$$\mathbf{d}_i = (\mathbf{a}_i^v - \mathbf{p})/\rho_i \quad (2.8)$$

\mathbf{e}_i correspond quant à lui à un vecteur dans la direction du moment qu'exerce ce même câble sur la plate-forme et est calculé de la façon suivante :

$$\mathbf{e}_i = \mathbf{b}_i \times \mathbf{d}_i \quad (2.9)$$

Les vecteurs \mathbf{d}_i et \mathbf{e}_i , sont exclusivement dépendants de la géométrie du mécanisme et de l'orientation de la plate-forme.

Revenons à présent à l'équation 2.7. Les vecteurs \mathbf{f}_e et $\boldsymbol{\tau}_e$ sont respectivement les vecteurs des forces et des moments externes agissant sur la plate-forme, $\boldsymbol{\omega}$ est le vecteur de la vitesse angulaire de la plate-forme et m et \mathbf{I} sont respectivement la masse et la matrice d'inertie de celle-ci. Dans le cas à l'étude, l'effecteur est approximé à un cube de $0.75m$ de côté dont la masse est de $8kg$. Puisque la forme de l'effecteur n'est qu'une estimation et ne représente pas l'effecteur réel, l'inertie de la plate-forme a été approximée à une valeur constante de $0.75kg \cdot m^2$ selon chacun des axes principaux. Une solution au problème d'optimisation, et donc au problème dynamique inverse, peut être trouvée uniquement s'il existe une combinaison de tensions strictement positives dans les câbles ($\mathbf{t} \geq 0$) pour les conditions dynamiques données.

2.5 Modèle de commande

Un problème connu à l'utilisation de la redondance d'actionnement est son inclinaison à accroître les forces internes d'un système si la stratégie de contrôle appliquée n'est pas suffisamment efficace. Pour ce qui est du cas à l'étude ici, effectuer simultanément le contrôle en position des 8 moteurs dans le but de superviser les 6 ddl à la plate-forme serait très complexe. Même une toute petite erreur de calibration pourrait provoquer sur le contrôleur une incapacité à atteindre la position des moteurs requise pour les n câbles et pourrait mener à la génération de forces internes considérables. Il est vrai que le contrôle en position de multiples câbles, bien que conduisant à l'augmentation des forces internes du système, améliorerait la rigidité mécanique du système et diminuerait

la propension de celui-ci à la vibration. Toutefois, cela mènerait à un surdimensionnement des moteurs, et donc à une augmentation des coûts, ce qui est contraire à la visée de ce projet.

Six câbles sont requis pour assigner à la plate-forme une pose particulière. La stratégie pour laquelle nous avons opté est donc de contrôler six des câbles en position et de contrôler en force les deux câbles résiduels. Selon cette stratégie, les six premiers câbles sont responsables du positionnement et de l'orientation de la plate-forme tandis que les deux câbles additionnels conservent une certaine tension à l'intérieur du système et permettent d'augmenter l'espace atteignable.

Aussi, plutôt que d'appliquer une tension constante dans les deux câbles contrôlés en force, tel qu'introduit dans [22, 25], la qualité totale du contrôle peut être améliorée lorsqu'on impose aux câbles les tensions résultantes de la résolution du problème dynamique inverse. Ainsi donc, la première étape consiste à résoudre le problème dynamique inverse incluant une optimisation quadratique qui minimise le vecteur \mathbf{t} des tensions dans les câbles, tel que décrit aux éqs. 2.6a à 2.6c. En imposant aux $n - 6$ câbles les tensions issues du problème dynamique inverse, on s'attend à ce que les six autres câbles contrôlés en position véhiculent les tensions issues de la même solution.

Les deux câbles contrôlés en force sont préférablement choisis comme étant ceux tirant la plate-forme vers le bas. La force gravitationnelle contribue à atteindre les accélérations vers le bas demandées, ce qui minimise la force à fournir par ces câbles pour ce type de tâche, diminuant du même coup le dimensionnement des moteurs de même que l'amplitude de l'erreur introduite. De plus, une étude [27] suggère que les deux moteurs contrôlés en force ne devraient pas reposer sur approximativement le même axe. Selon cette même étude, le contrôle est amélioré lorsque les moteurs contrôlés en force agissent perpendiculairement.

2.6 Notions d'interférence

2.6.1 Problématique

Les mécanismes à câbles sont presque indissociablement liés à la notion d'interférence, et ce, d'autant plus que, comme c'est le cas pour les simulateurs de vol, les déplacements et les rotations requis sont grands. Une des solutions qui permet d'augmenter l'espace atteignable en rotation des mécanismes à câbles est de croiser certains d'entre eux tel qu'illustré à la figure 2.3(b). Par contre, lorsque ce principe est appliqué à un mécanisme en 3D, les risques d'interférence sont augmentés pour, à la fois, les câbles entre eux et les câbles avec l'effecteur mobile.

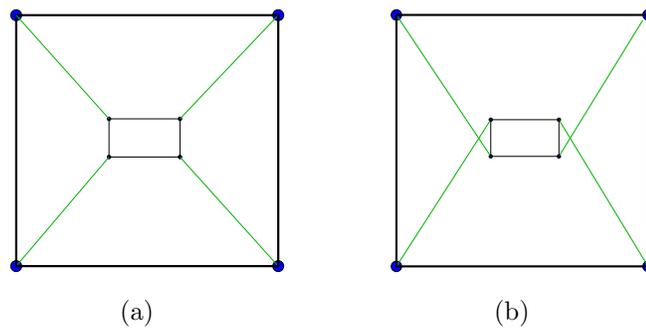


FIG. 2.3 – Exemples de mécanismes 2D : (a) sans croisement de câbles et (b) avec croisement de câbles.

Puisque pour les mécanismes à câbles, chaque moteur contrôle exactement un câble et que, par conséquent, il y a n moteurs pour n câbles, le niveau de redondance r , pour un nombre de ddl à contrôler k , est égal au nombre de chaînes cinématiques supplémentaires à k , c'est à dire $r = n - k$. Par exemple, dans notre cas, nous avons un mécanisme pour lequel 8 câbles contrôlent 6 ddl. Le nombre de chaînes cinématiques supplémentaires est de 2, ce qui fait que le degré de redondance d'actionnement est de 2 également. La redondance d'actionnement des mécanismes à câbles permet d'augmenter significativement leur espace atteignable. Par contre, cela amplifie grandement les risques de collision entre leurs chaînes cinématiques. Pour ces raisons, nous cherchons à obtenir le plus grand espace de travail possible libre d'interférence. S'il advenait que les interférences limitent trop l'espace atteignable, il a été convenu de faire une étude de l'impact du relâchement d'un des câbles en interférence afin de vérifier si cela permet d'augmenter significativement l'espace de travail. Ceci requiert une étude approfondie

de la détection des interférences. La procédure à suivre est décrite dans les sections 2.6.2 et 2.6.3.

La détection de l'interférence rend possible l'une des deux choses suivantes. Soit cela permet d'éviter les configurations problématiques et donc les situations d'interférence elles-mêmes, en permettant d'identifier clairement une zone libre d'interférence. Soit cela permet d'évaluer la possibilité de relâcher un des câbles et de valider la faculté du mécanisme à atteindre la configuration désirée malgré la perte d'un degré de contrôle. Dans le dernier cas, la tension est maintenue dans un des câbles, que l'on nomme "câble support", alors qu'elle est relâchée dans l'autre. Pour le simulateur de vol à 8 câbles à l'étude ici, au moins 7 câbles doivent demeurer sous tension de façon permanente afin de conserver le contrôle total des 6 ddl à la plate-forme. En d'autres mots, si la plate-forme doit être entièrement sous contrôle en tout temps, et donc son nombre de ddl ne peut être réduit, il n'est possible que de relâcher (ou de perdre temporairement le contrôle de) un seul câble à la fois. Les 7 câbles subsistants tentent de maintenir les tensions requises pour produire les accélérations désirées à la plate-forme.

2.6.2 Analyse géométrique

Les câbles sont considérés tels des segments de droite dans un espace tridimensionnel et sont définis par les points constituant leurs extrémités. La trajectoire à parcourir est divisée en très petits intervalles. Dans le but de déterminer si un contact s'est produit entre deux câbles pendant un intervalle de temps donné, la distance séparant chacune des paires de câbles est calculée pour les positions initiale et finale de cet intervalle [27]. Théoriquement, un contact survient si la distance entre deux câbles est réduite à zéro. Évidemment, puisque la procédure est de nature discrète et que donc, la vérification de l'interférence est exécutée pour des intervalles discrets, il est très improbable d'obtenir une distance entre deux câbles exactement nulle. Une interférence entre deux câbles est donc détectée si l'expression mathématique donnant la distance entre ces câbles en fonction du temps subit un changement de signe entre deux points de la trajectoire discrète. Cette vérification est réalisée pour chaque intervalle de temps de la trajectoire.

La figure 2.4(a) représente deux câbles à un instant arbitraire. Sur cette figure, le segment L_r , perpendiculaire à la fois au câble 1 et au câble 2, représente la plus petite

distance entre ces deux câbles. On nomme L_r , le segment liant. L_1 représente quant à lui la distance entre l'origine du câble 1 et l'origine du segment liant. De même, L_2 représente la distance entre l'origine du câble 2 et l'extrémité du segment liant. Les vecteurs unitaires passant par les câbles 1 et 2 sont respectivement \mathbf{d}_1 et \mathbf{d}_2 . Le vecteur passant par le vecteur liant, \mathbf{d}_r , lequel est unitaire uniquement dans le cas où \mathbf{d}_1 et \mathbf{d}_2 sont perpendiculaires, est obtenu en calculant le produit vectoriel suivant (voir figure 2.4(b)) :

$$\mathbf{d}_r = \mathbf{d}_1 \times \mathbf{d}_2 \quad (2.10)$$

En débutant à la position P_1 , il est possible d'atteindre la position P_2 en ne cheminant que par les trois segments L_1 , L_2 et L_r . L'équation de continuité qui en résulte, subdivisée selon les trois dimensions (X , Y et Z) de l'espace, nous donne :

$$P_{1x} + L_1 d_{1x} + L_r d_{rx} - L_2 d_{2x} = P_{2x} \quad (2.11a)$$

$$P_{1y} + L_1 d_{1y} + L_r d_{ry} - L_2 d_{2y} = P_{2y} \quad (2.11b)$$

$$P_{1z} + L_1 d_{1z} + L_r d_{rz} - L_2 d_{2z} = P_{2z} \quad (2.11c)$$

où P_i est constitué des coordonnées en position des points d'attache B_i , exprimés dans le repère de base. Les éqs. 2.11a à 2.11c constituent un système de 3 équations à 3 inconnues, dont l'une d'elles, L_r , correspond à la valeur recherchée, c'est à dire la plus petite distance entre les deux câbles.

Tel que mentionné précédemment, s'il s'avère que pour une paire de câbles, la valeur de L_r subit un changement de signe pendant un intervalle de temps donné, alors cela signifie que ces câbles se trouvent en situation d'interférence. Ce n'est que lorsque la valeur de L_r associée à ces deux câbles en mouvement subira un deuxième changement de signe que l'interférence aura pris fin. Pendant le temps que dure cette interférence, si la décision est prise de relâcher un des câbles, bien que celui-ci ne soit plus contrôlé, il est possible et intéressant de prédire son comportement.

Ainsi, si on conserve une tension suffisante dans le câble relâché et si on suppose une absence de friction, celui-ci glissera sur le câble support de manière à minimiser

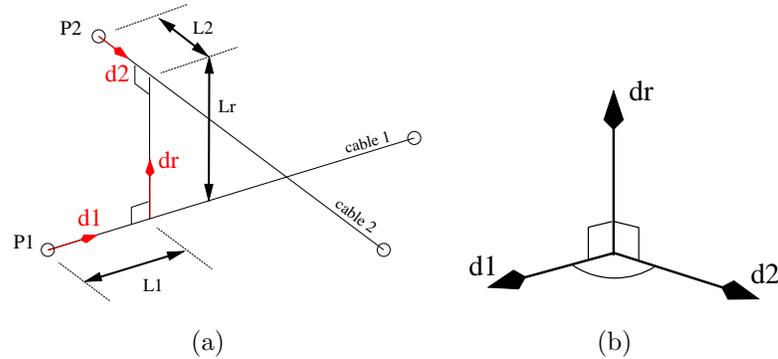


FIG. 2.4 – Plus petite distance entre deux segments de droite : (a) la perpendiculaire commune et (b) les vecteurs unitaires.

sa longueur totale. On note L_c la distance entre l'origine du câble support et l'endroit sur celui-ci où il y a contact avec le câble relâché (voir figure 2.5). Afin d'en arriver à définir entièrement la géométrie du câble relâché, nous devons identifier la position de ce point de contact, P_c , et pour ce faire, la valeur de L_c . Parmi toutes les valeurs possibles de L_c , nous devons déterminer celle qui permettra à la longueur totale du câble relâché d'être minimale. Le câble relâché passe par trois points, à savoir le point d'origine qui correspond à son point d'attache sur l'effecteur P_{r1} , le point de contact P_c et l'extrémité qui correspond à son point d'attache sur la base P_{r2} . On définit le vecteur unitaire du câble support \mathbf{d}_s à partir des points d'origine (P_{s1}) et d'extrémité (P_{s2}) de celui-ci. Ensuite, on définit la valeur du point de contact P_c à l'aide de l'équation :

$$P_c = P_{s1} + L_c \mathbf{d}_s \quad (2.12)$$

La longueur totale L_t du câble relâché est composée de la somme des longueurs des deux segments le constituant, c'est à dire L_{t1} et L_{t2} . Les expressions mathématiques permettant de calculer la longueur de chacun de ces segments sont données aux équations 2.13a et 2.13b.

$$L_{t1} = |P_c - P_{r1}| = |(P_{s1} + L_c \mathbf{d}_s) - P_{r1}| \quad (2.13a)$$

$$L_{t2} = |P_{r2} - P_c| = |P_{r2} - (P_{s1} + L_c \mathbf{d}_s)| \quad (2.13b)$$

On remarque de ces expressions que la longueur totale L_t dépend de l'endroit où se

produit le contact L_c :

$$L_t = L_{t1}(L_c) + L_{t2}(L_c) \quad (2.14)$$

La valeur minimale de L_t est déterminée en calculant la dérivée de celle-ci par rapport à L_c . La valeur de L_c recherchée est celle pour laquelle la dérivée sera nulle :

$$\frac{\partial L_t}{\partial L_c} = 0 \quad (2.15)$$

Une valeur nulle de la dérivée d'une fonction correspond à un optimum de cette fonction. Or, une dérivée nulle ne peut correspondre à un maximum dans le cas présent puisque la longueur totale de L_t augmentera toujours avec l'éloignement du point de contact du câble relâché de part et d'autre du L_c minimum recherché. Ceci constitue un problème simple d'une équation contenant une seule inconnue.

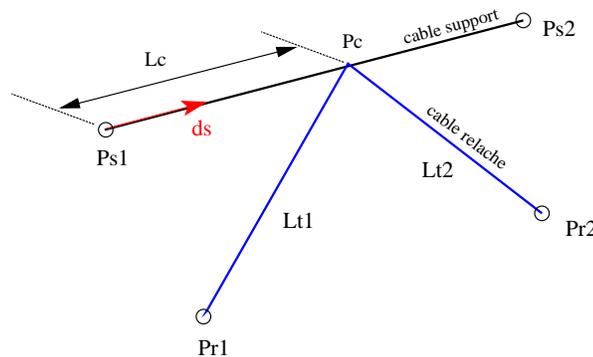


FIG. 2.5 – Deux câbles en situation d'interférence.

2.6.3 Algorithme

L'objectif de cette section est de proposer un algorithme qui détecte, analyse et illustre sur une fenêtre de visualisation, toutes les interférences rencontrées le long d'une trajectoire arbitraire de la plate-forme. Cet algorithme servira par la suite à valider les résultats des tests de trajectoires présentés au chapitre 3. L'algorithme présenté ici, est divisé selon trois phases distinctes.

(Phase I) Détection et classification des interférences

Le programme détecte les situations d'interférence lorsque la plate-forme passe d'une configuration initiale à une configuration finale, le long d'une trajectoire. Cette procédure n'est pas seulement adaptée pour détecter les interférences entre les câbles mais également pour détecter celles entre les câbles et les arêtes de la plate-forme, traitées également telles des segments de droite dans l'espace. Chaque combinaison de paire de segments est testée par l'algorithme, qui reçoit en entrée :

- le nombre de câbles ;
- les coordonnées des points d'attache des câbles à la base de même qu'à la plate-forme ;
- la trajectoire définie par la position et l'orientation de la plate-forme en fonction du temps.

Les sorties résultantes sont :

- la tension dans les câbles, qui sert à déterminer si la trajectoire est réalisable ou non ;
- le nombre d'interférences rencontrées et l'identification des câbles impliqués ;
- les instants auxquels chaque interférence a débuté et s'est terminée ;
- la nature de chaque interférence détectée.

Il existe en effet deux type d'interférence : réelle ou fictive. Une interférence est réelle si elle satisfait aux deux conditions suivantes :

- La valeur du segment liant L_r de la paire de câbles est zéro ou subit un changement de signe pendant l'intervalle de temps testé.
- Les valeurs initiales et finales des segments L_1 et L_2 sont supérieures à zéro et inférieures à la longueur de leur câble respectif ρ_i , calculée par cinématique inverse.

Si ces conditions ne sont pas respectées, un contact fictif a eu lieu sur la prolongation du segment et non sur le câble lui-même. Seules les interférences réelles sont d'intérêt ici et seront traitées à la *Phase II*.

(Phase II) Relâchement d'un câble en interférence

À cette étape, le programme teste la faisabilité du relâchement d'un câble dans le

but d'éviter une situation d'interférence. Ce qui suit présente les grandes lignes de la procédure numérique.

Le programme est exécuté une première fois pendant laquelle on teste si la trajectoire est praticable, identifiant chaque cas d'interférence rencontré, ainsi que leurs caractéristiques respectives. On classe alors la trajectoire dans l'une des catégories suivantes :

1. La trajectoire est classée praticable, exempte d'interférence ;
2. La trajectoire est classée impraticable, avant même que ne soit entrepris l'étude des interférences, car au moins un câble est momentanément sollicité à produire une tension négative (compression) ;
3. La trajectoire est classée praticable mais des interférences multiples simultanées sont détectées au cours de celle-ci, ce qui la rend irréalisable car il n'est possible que de relâcher un seul câble à la fois ;
4. La trajectoire est classée praticable mais une ou plusieurs interférences non simultanées sont détectées. Dans ce cas, le programme répertorie pour chaque interférence : les câbles impliqués, le moment auquel l'interférence a débuté ainsi que le moment auquel elle s'est terminée. Le programme est ensuite exécuté une seconde fois alors que le premier câble impliqué dans la première situation d'interférence est relâché. À la différence de la première exécution, le programme n'est exécuté ici que pour la période de temps que dure l'interférence concernée. Il vérifie que le relâchement du câble ne fait pas en sorte de rendre cette partie de la trajectoire irréalisable. Ceci nous mène à l'une des deux options suivante :
 - 4.1. Cette section de la trajectoire demeure praticable malgré le relâchement du premier câble. La prochaine interférence à survenir chronologiquement est similairement testée et les étapes 4.1 et 4.2 sont répétées autant de fois qu'il y a de situations d'interférence le long de la trajectoire. Si la dernière interférence a été vérifiée, la trajectoire entière est classée réalisable.
 - 4.2. Cette section de la trajectoire devient impraticable conséquemment au relâchement du premier câble impliqué. Ici, il y a deux possibilités :
 - 4.2.1. Si l'interférence est entre un câble et l'effecteur, la trajectoire est immédiatement classée irréalisable.
 - 4.2.2. S'il s'agit d'une interférence entre deux câbles, le programme est alors

exécuté à nouveau en relâchant, cette fois-ci, le second câble, ce qui résulte en l'une des deux options suivantes :

4.2.2.1. Cette section de la trajectoire demeure réalisable malgré le relâchement du second câble. La prochaine interférence à survenir est similairement testée et les étapes 4.1 et 4.2 sont répétées autant de fois qu'il y a de situations d'interférence le long de la trajectoire. Si la dernière interférence a été vérifiée, la trajectoire entière est classée réalisable.

4.2.2.2. Cette trajectoire est classée impraticable car le relâchement d'aucun des deux câbles n'a permis de trouver une solution où la tension dans les sept câbles restants demeure positive tout le long de la période d'interférence. Le programme est alors stoppé, et cela, sans égard aux possibles situations d'interférence subséquentes.

(Phase III) Création d'une représentation graphique 3D

En dernier lieu, si la trajectoire est réalisable et que les interférences le long de celle-ci (le cas échéant) peuvent être évitées, une visualisation 3D du mécanisme traçant la trajectoire est désirée afin de vérifier les résultats numériques précédemment obtenus. Le film ainsi créé inclut le déplacement des câbles relâchés, tel que décrit à la section 2.6.2, pendant leurs périodes hors-tension respectives.

2.7 Cahier des charges

Suite logique du survol, au chapitre 1, de la théorie générale associée à la simulation de vol, et au chapitre 2, de la théorie des mécanismes à câbles, cette section contient l'ensemble des exigences que le mécanisme à câbles devra satisfaire pour être implanté en tant que plate-forme mobile d'un simulateur de vol. Présenté sous forme d'une liste descriptive des points à respecter, le cahier des charges contient l'ensemble des objectifs de ce projet. Puisqu'au moment de débiter ce projet, nous avons déjà pris la décision

de travailler avec les mécanismes à câbles, les objectifs dont la résolution nous ont mené à ce choix de système mécanique ne sont inclus dans le cahier des charges que par soucis de parachever celui-ci. Certains des objectifs sont communs à tous les systèmes de simulation de vol et ont été puisés de [8]. En terminant, nous avons regroupé et quantifié l'ensemble des objectifs dans un tableau récapitulatif à la fin de cette section.

Caractéristiques générales

- Simplicité et coût : Le système doit être facilement manufacturable, à faible coût. Le prix du simulateur doit permettre aux petites compagnies qui louent actuellement des simulateurs commerciaux, ainsi qu'aux écoles de pilotage, de se procurer le système. Il doit aussi être simple d'installation et d'utilisation.
- Intégration : Le système doit permettre l'intégration d'autres sources de stimuli tels :
 - Influx visuels utilisant des images 2D/3D
 - Son ambiophonique
 - Chaleur
 - Cabine de pilotage recréée entièrement

Système audiovisuel

- Environnement visuel : La qualité de la projection des images doit être suffisante pour immerger le pilote dans l'environnement virtuel.
- Environnement sonore : La qualité du système sonore doit être suffisante pour immerger le pilote dans l'environnement simulé et l'isoler des bruits extérieurs à la simulation.

Système mécanique

- Qualité de la simulation : La qualité de la simulation de mouvement doit être comparable et même supérieure aux simulateurs de vol commerciaux.
- Source d'énergie : Le manipulateur doit consommer peu d'énergie. Aussi, la source d'énergie utilisée doit être facile d'accès (pour ne pas limiter les clients et les applications), peu encombrante, et peu bruyante (pour ne pas interférer avec l'audio de la simulation).
- Contrôle : Utilisation, au maximum, du mouvement réel pour produire les sen-

sations d'accélération. Aussi, utilisation de l'accélération gravitationnelle afin de maximiser les sensations d'accélération qui ne peuvent être reproduites intégralement.

Systeme de calcul

- **Modèle dynamique de l'avion** : Le modèle mathématique de l'avion simulé doit être assez réaliste pour donner au pilote l'impression qu'il est aux commandes de l'appareil. En particulier, ce modèle devra être assez réaliste pour passer les tests de certification réalisés par les organismes de contrôle comme la FAA (Federal Aviation Administration, organisme américain qui détermine les réglementations de l'aviation civile) et être approuvé pour servir à tout le moins dans les premières phases d'entraînement des pilotes.
- **Contrôle temps réel** : Le temps de calcul entre le moment où le pilote imprime les mouvements aux commandes de vol et celui où le mécanisme bouge suite à cette commande doit rester imputable à l'inertie de l'appareil. Dans un simulateur de vol, le délai acceptable entre la commande et les sensations correspondantes ne doit pas dépasser 150ms.
- **Synchronisation des différents systèmes** : Le décalage entre le système audiovisuel et le système mécanique doit rester le plus faible possible, afin d'éviter l'effet du "mal du simulateur".
- **Sécurité** : Étant donné qu'ultimement, une personne se trouvera dans le simulateur, on doit s'assurer qu'elle ne puisse en aucun cas subir de blessure. Des batteries doivent aussi être placées à l'unité de calcul pour parer à toute coupure de courant.

Espace atteignable

La détermination de l'espace atteignable en translation et en rotation est basée sur les limites physiques et les débattements maximums des différentes plate-formes de Gough-Stewart et autres systèmes de plus petite échelle qui se trouvent actuellement sur le marché. Il est important de spécifier qu'aucun simulateur actuel ne possède tous ces débattements maximaux simultanément. Nous avons compilé ces débattements à partir de l'ensemble des simulateurs confondus. Ces résultats sont exprimés selon la

convention d'angles Euler $Z(\psi)Y(\theta)X(\phi)$ et sont présentés au tableau 2.1.

TAB. 2.1 – Limites des simulateurs de vol actuellement sur le marché.

Débattements			Débattements Angulaires				
x	y	z	ϕ	θ	ψ		
$\pm 1.13m$	$\pm 3.00m$	$\pm 2.50m$	$\pm 60^\circ$	$\pm 60^\circ$	$\pm 45^\circ$		
Vitesses		Vitesses Angulaires		Accélérations		Accélérations Angulaires	
$\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$		$\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$		$\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$		$\ddot{\phi}, \ddot{\theta}, \ddot{\psi}$	
$\pm 2.00m/s$		$\pm 45^\circ/s$		$\pm 20m/s^2$		$\pm 500^\circ/s^2$	

Afin de vérifier si ces limites en débattement sont suffisantes pour représenter la majorité des modèles d'avion, nous avons recueilli les résultats d'une étude qui visait à concevoir un simulateur d'avion de chasse (*generic fighter*). Dans cette étude, le mouvement maximal selon chaque ddl est calculé à partir de trajectoires d'un avion de chasse typique, qui sont transformées par le *washout filter* en mouvements correspondants du simulateur. La projection, selon chaque ddl, des mouvements générés au simulateur pour l'ensemble des trajectoires nous informe sur les débattements maximums requis. La méthode pour obtenir ces valeurs est présentée dans [28] et les débattements résultant sont présentés au tableau 2.2.

TAB. 2.2 – Débattements limites requis pour un avion de chasse typique.

Débattements			Débattements Angulaires		
x	y	z	ϕ	θ	ψ
$\pm 1.653m$	$\pm 3.414m$	$\pm 1.1786m$	$\pm 8^\circ$	$\pm 22^\circ$	$\pm 17^\circ$

Ces données nous confirment, dans un premier temps, que les exigences fixées au tableau 2.1 quant à l'espace atteignable en orientation sont amplement suffisantes comparativement à ce qui est requis pour simuler un avion de chasse. Par contre, on constate qu'il y a un manque à combler en ce qui concerne l'espace atteignable en translation et nous devons augmenter légèrement les exigences en ce qui a trait aux débattements. En bref, si l'architecture du mécanisme à câbles nous permet de satisfaire aux exigences

maximales de débattement extraites des tableaux 2.1 et 2.2, nous serons alors en mesure de reproduire adéquatement tous les mouvements de l'ensemble des simulateurs actuels, en plus des mouvements d'un des avions les plus difficile à simuler : l'avion de chasse. En résumé :

- Espace atteignable en translation : L'espace atteignable du mécanisme devrait idéalement être un prisme de dimensions $4m \times 7m \times 5m$. Le mécanisme devra pouvoir atteindre des accélérations de $2g$.
- Espace atteignable en rotation : Le mécanisme devra pouvoir produire des débattements angulaires de $\pm 60^\circ$ ainsi qu'atteindre des accélérations angulaires d'au moins $500^\circ/s^2$.

Pour notre étude, il est plus important que l'espace atteignable en rotation soit atteint que celui en translation. En effet, il est possible de tout simplement augmenter les dimensions de la base fixe afin d'augmenter l'espace atteignable en translation, et ce, tout en conservant les propriétés en rotation.

Le tableau 2.3 résume les grandes lignes du cahier des charges. Dans ce tableau, les quantités précédées de + ou - sont celles qui n'ont pas été chiffrées, et où il faut faire le mieux possible. Les performances du manipulateur final seront décrites au chapitre 5.

TAB. 2.3 – Résumé du cahier des charges.

Système	Points dominants	Quantité désirée
Général	Coût Intégration	le plus faible possible facilité à greffer d'autres systèmes
Audio/Visuel	Graphisme Son	+immersion +immersion +isolement extérieur
Mécanique	Sensation de mouvement Source d'énergie Contrôle	\geq simulateur commercial -énergie -bruyant -entretien +mouvements réels
Calculs	Modèle dynamique d'avion Temps réel Synchronisation Sécurité	réalisme \geq limite de certification temps de calcul ≤ 150 ms pas de "mal du simulateur" \geq simulateur commercial
Espace Atteignable	Débattements Débattements Angulaires Vitesses Accélérations	prisme de dimensions $4 \times 7 \times 5m$ voir tableau 2.1 voir tableau 2.1 voir tableau 2.1

Chapitre 3

Détermination et visualisation de l'espace atteignable d'un mécanisme entraîné par câbles

À l'intérieur de ce chapitre sont développés les outils d'évaluation servant de base de comparaison des mécanismes à câbles. Ces outils ont la fonction d'estimer l'espace atteignable du système. Ils serviront, à la fois, de fonctions à maximiser pour les algorithmes d'optimisation du chapitre 4 et d'outils de visualisation de l'espace atteignable du mécanisme optimal en résultant. On introduit d'abord successivement chacun des algorithmes de calcul de l'espace atteignable, en détaillant leurs particularités respectives. Ensuite, on présente un exemple d'utilisation de l'algorithme avec visualisation des résultats obtenus. Enfin, on procède à une brève analyse de ces résultats afin d'en dégager quelques renseignements utiles.

3.1 Notions préliminaires

La détermination et l’optimisation de l’espace atteignable d’un manipulateur sont des sujets primordiaux dans un contexte de design. On désire, en effet, connaître *a priori* l’espace qui pourra être atteint par un manipulateur et, si possible, optimiser cette région afin de satisfaire, au mieux, les exigences du cahier des charges de l’application visée.

La définition du terme “espace atteignable” peut varier selon l’application, c’est à dire, la manière dont va être sollicité le mécanisme. L’espace atteignable complet d’un mécanisme à câbles à 6 ddl est un espace complexe de dimension 15 ($x, y, z, \phi, \theta, \psi, \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}, \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \ddot{\phi}, \ddot{\theta}, \ddot{\psi}$) pour lequel il n’existe actuellement ni représentation graphique, ni représentation algébrique. Un degré de complexité supplémentaire s’ajoute à cela du fait qu’on doit, de plus, considérer les lieux d’interférence entre les câbles. D’ordinaire, nous chercherons donc à déterminer différents sous-ensembles de cet espace. Ceci permet, à tout le moins, d’évaluer partiellement l’espace atteignable du mécanisme en fonction de l’application qui lui est dévolue. Nous avons donc développé, pour ce projet, plusieurs types d’espaces atteignables, ainsi que les outils de représentation qui leurs sont associés, lesquels nous aideront à faire un choix éclairé quant au manipulateur jugé optimal. Par exemple, l’espace atteignable en translation est défini ici comme l’ensemble des positions que peut atteindre le centre géométrique de l’effecteur tandis que l’espace atteignable en orientation est défini comme l’ensemble des orientations atteignables de l’effecteur.

Quelques exemples de sous-ensembles de l’espace atteignable couramment utilisés dans la littérature sont l’espace atteignable statique [29–31], l’espace de travail en translation avec orientation fixe [32], l’espace de travail dans lequel le mécanisme peut appliquer un ensemble de torseurs prédéfinis [33], l’espace de travail dynamique [34, 35] et enfin, spécifique cette fois aux mécanismes à câbles, l’espace des poses polyvalentes (EPP) [36–38]. L’EPP est défini comme l’ensemble des poses d’une plate-forme mobile auxquelles tout torseur peut être généré par une tension suffisante dans les câbles. Dans ce qui suit, nous tenterons, entre autres, d’évaluer l’espace atteignable selon cette définition.

3.2 Architecture modèle

Dans ce chapitre, afin de présenter les différents outils d'évaluation de l'espace atteignable, nous avons utilisé un mécanisme "type" issu de la phase initiale d'optimisation. Cette première phase consistait *grosso modo* en une suite, selon la méthode essai-erreur, de modifications logiques de l'architecture, suivie de tests de vérification de l'espace atteignable. Cela nous a permis de déterminer rapidement la géométrie la plus prometteuse. Par ailleurs, cette série de tests nous a également permis d'identifier quelques caractéristiques de l'architecture, qui tendent à maximiser l'espace atteignable. Par exemple, pour éviter le croisement des câbles, il est préférable d'attacher plusieurs des câbles au même point sur l'effecteur. Aussi, les configurations symétriques sont préférables car l'asymétrie d'un mécanisme peut se répercuter sur les caractéristiques dynamiques et sur la manipulabilité de celui-ci, ce qui n'est pas désirable dans notre cas.

Le mécanisme présenté ici n'est donc pas celui retenu comme optimal, mais il est tout de même suffisamment performant pour nous permettre de visualiser le résultat de chacun des sous-ensembles de l'espace atteignable utilisés dans ce mémoire. Ce choix initial nous permettra, de plus, d'assister à l'évolution du mécanisme lors du processus d'optimisation du chapitre 4, jusqu'à l'obtention de l'architecture finale, présentée au chapitre 5. L'architecture initiale est donc celle illustrée à la figure 3.1.

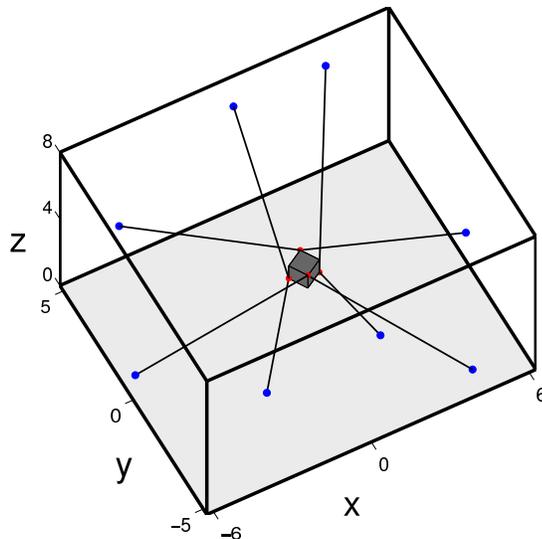


FIG. 3.1 – Vue 3D du mécanisme à câbles "type".

Sur cette figure, on peut voir que les câbles sont attachés deux par deux sur l'effecteur mobile et qu'ils sont disposés sur quatre des sommets de l'effecteur. Deux sont sur la face supérieure de l'effecteur cubique et les deux autres, sur la face inférieure. Les points d'attache à la base sont eux aussi répartis *grosso modo* selon deux niveaux. Les câbles fixés au niveau supérieur sur l'effecteur sont reliés à un point d'attache du niveau inférieur sur la base et vice versa.

La figure 3.2(a) présente à nouveau le mécanisme "type", cette fois-ci vue de haut, afin de mettre en relief la symétrie en ce qui a trait au croisement de ses câbles. À chaque câble est attribué un numéro et ceux-ci sont identifiés sur cette figure. On aura recours à ces numéros afin, entre-autres, d'identifier les câbles en situation d'interférence. Aussi, les référentiels fixe et mobile, l'origine de ce dernier coïncidant avec le centre de l'effecteur, sont illustrés à la figure 3.2(b). Le référentiel lié à l'effecteur mobile est déphasé d'un angle ψ_{init} par rapport au référentiel fixe. Nous verrons, à la section 3.5.2, comment déterminer ce déphasage initial afin de maximiser l'espace atteignable pour une architecture donnée. Les angles de rotation (on voit ici une rotation unique σ autour de l'axe des z) seront donc exprimés à partir de ce déphasage initial.

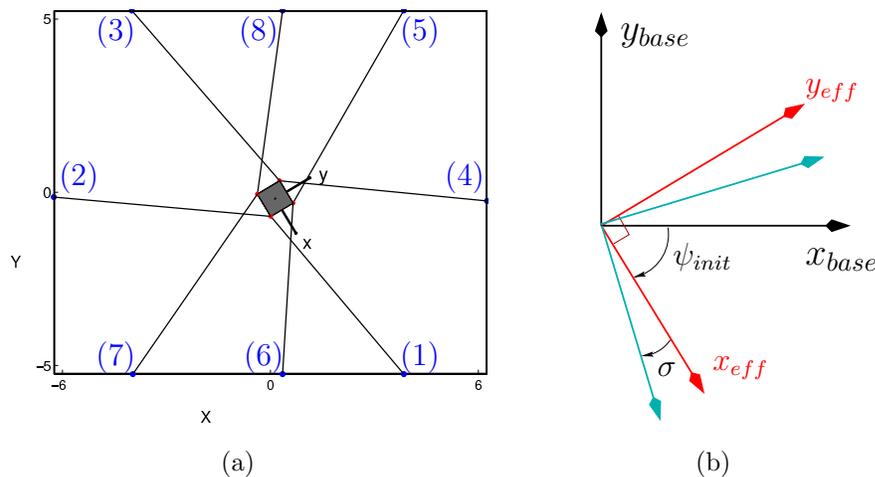


FIG. 3.2 – Mécanisme "type" vue de haut, dans sa pose de référence : (a) la vue XY et (b) les référentiels.

Les coordonnées des points d'attache des câbles, numérotés de 1 à 8 conformément au schéma de la figure 3.2(a), sont précisées au tableau 3.1. Dans ce tableau, les coordonnées des points d'attache des câbles à la base sont exprimées dans le référentiel inertiel, alors que celles des points d'attache sur la plate-forme sont exprimées dans le référentiel mobile. Les dimensions de la base fixe sont celles d'un prisme d'environ

$12m \times 10m \times 8m$ et correspondent aux dimensions du local qui nous était alloué pour la construction d'un prototype. Plusieurs points d'ancrage avaient par ailleurs déjà été mis en place dans ce local en prévision de cette étape du projet. Pour l'architecture "type", les points d'attache ont donc été répartis parmi ces points d'ancrage déjà disponibles de façon à être dispersés le plus uniformément possible sur les parois du local. Nous verrons au chapitre 4 que nous avons ensuite cherché à optimiser la disposition des points d'attache à la base sans imposer de limitation, donc sans points d'ancrage prédéterminés.

TAB. 3.1 – Coordonnées des points d'attache.

n^o câbles	Point d'attache à la base (A_i) (m)	Point d'attache à l'effecteur (B_i) (m)
1	[3.85 ; -5.25 ; 1.67]	[0.375 ; -0.375 ; h/2]
2	[-6.25 ; -0.14 ; 1.67]	[0.375 ; -0.375 ; h/2]
3	[-4.00 ; 5.25 ; 2.00]	[-0.375 ; 0.375 ; h/2]
4	[6.25 ; -0.25 ; 1.67]	[-0.375 ; 0.375 ; h/2]
5	[3.85 ; 5.25 ; 6.16]	[0.375 ; 0.375 ; -h/2]
6	[0.35 ; -5.25 ; 6.16]	[0.375 ; 0.375 ; -h/2]
7	[-3.97 ; -5.25 ; 5.72]	[-0.375 ; -0.375 ; -h/2]
8	[0.35 ; 5.25 ; 6.16]	[-0.375 ; -0.375 ; -h/2]

L'effecteur possède, quant à lui, les dimensions d'un cube de 0.75m de côté. Toutefois, comme on peut le remarquer à la dernière colonne du tableau 3.1, le paramètre selon z des points d'attache à la plate-forme, appelé h , est maintenu variable. Il arrivera que pour certains tests, nous ajustions ce paramètre afin d'aider à illustrer un comportement ou résultat particulier. La valeur de ce paramètre ainsi que celle des autres dimensions de l'effecteur, seront par la suite optimisées au chapitre 4.

Comme on peut le déduire des coordonnées présentées dans le tableau ci-haut, ce système est, en réalité, le modèle réduit d'un simulateur. Il n'a pas été conçu dans le but de supporter le poids d'une vraie personne mais plutôt afin d'introduire le concept de simulateur de vol actionné par câbles, d'expliquer son fonctionnement, de démontrer la faisabilité de celui-ci ainsi que de présenter les performances attendues d'un tel système.

3.3 Initiation à la problématique

Ce chapitre remplit deux missions principales. La première consiste à déterminer et définir les méthodes qui permettent de quantifier l'espace atteignable pour notre application, de la façon la plus complète possible. Ces méthodes seront ensuite utilisées au chapitre 4, alors qu'on tentera d'optimiser l'architecture d'un mécanisme à câbles en maximisant son espace atteignable. Donc en bref, on cherche à définir les indices de performance qui serviront comme fonctions objectif aux optimisations du chapitre 4. La seconde mission est d'arriver à visualiser l'espace atteignable, ici encore, de la façon la plus explicite possible, afin d'améliorer notre compréhension de celui-ci. On s'assure ainsi de bien comprendre ce que représentent les indices de performance et les résultats qu'ils pourront amener.

Accomplir ces deux missions nous préparera adéquatement au chapitre 4, c'est à dire à l'optimisation des mécanismes à câbles en fonction de leur espace atteignable. Par ailleurs, l'espace atteignable tel que défini dans ce mémoire comprend deux composantes ou deux critères principaux :

1. L'atteignabilité d'une pose, en déterminant s'il est possible d'équilibrer la somme des efforts internes et externes par une tension strictement positive suffisante dans les câbles.
2. L'atteignabilité d'une pose, en déterminant s'il est possible de se déplacer jusqu'à celle-ci sans rencontrer d'interférence.

Dans ce qui suit, on testera les deux composantes de l'espace atteignable, d'abord isolément, puis combinées dans un même test représentant le comportement réel du manipulateur. Avant de présenter ces tests, voici un rappel des différents paramètres desquels dépend la détermination de l'espace atteignable :

Architecture de base : Paramètres A_i , B_i (dont h) et orientation de base du repère mobile par rapport au repère fixe (ψ_{init}).

Pose : Position et orientation de la plate-forme mobile. Quelques composantes de la pose peuvent être fixées pour certains tests.

Conditions dynamiques : Vitesses angulaires, accélérations et accélérations angulaires.

En résumé, on cherche à déterminer l'espace atteignable d'un mécanisme à câbles, c'est-à-dire définir ses deux composantes en fonction des paramètres de son architecture de base (qui seront optimisés au chapitre 4), des paramètres fixés de sa pose, et des conditions dynamiques données.

Pour ce faire, une série de tests ont été développés, dont chacun permet de calculer et de visualiser une partie de l'espace atteignable d'un mécanisme à câbles. Voici, en résumé, la liste des tests qui seront réalisés dans ce chapitre, ainsi que les résultats escomptés de chacun d'eux, qui contribueront à l'atteinte de nos deux missions ciblées ci-haut. Ils seront repris et détaillés, un à un, dans les sections subséquentes.

Test de l'EPP : Ce test évalue strictement la première composante de l'espace atteignable. On cherche à calculer et visualiser l'espace des poses polyvalentes pour une architecture donnée. Plus spécifiquement, on vise à :

- déterminer une structure générale (paramètres A_i , B_i , dont h) qui permet de maximiser l'atteignabilité de poses en statique, en ne considérant pas les risques d'interférence ;
- déterminer l'orientation optimale ψ_{init} de l'architecture du mécanisme, préalablement au calcul de son EPP ;
- calculer le pourcentage d'EPP, dans le but de l'utiliser comme indice de performance à optimiser ;
- illustrer l'EPP et bien comprendre ce qu'il représente ;
- déterminer l'impact qu'a le paramètre h sur l'EPP ;
- définir la variance de l'EPP, dans le but de l'utiliser comme indice de performance à optimiser.

Test du lieu de première interférence : Ici, on évalue strictement la deuxième composante de l'espace atteignable. On cherche à étudier le croisement des câbles à partir des équations définissant ces croisements, donc à partir de la géométrie de base du mécanisme et de la pose de celui-ci. Plus spécifiquement, on vise à :

- montrer la géométrie du lieu de première interférence pour un mécanisme simple, dans une configuration particulière ;
- si possible, mettre en relief les liens entre les paramètres de configuration d'un mécanisme (qui définissent le croisement des câbles pour une pose donnée) et

l'allure des courbes de première interférence.

Test par Trajectoires : À présent, on évalue la combinaison des deux composantes de l'espace atteignable en fonction des différents paramètres énumérés ci-haut. On observe le comportement réel du mécanisme lorsque sollicité à parcourir des trajectoires réelles simples (par découplage des mouvements) pour des conditions *quasi-statiques* et *dynamiques*. Plus spécifiquement, on vise à :

- déterminer l'atteignabilité d'une série de poses le long d'une trajectoire ;
- identifier les croisements entre les câbles survenus pour cette trajectoire ;
- déterminer la faisabilité de relâcher un câble à la fois pour une série de poses problématiques où il y a une situation d'interférence ;
- déterminer l'impact de la variation des conditions dynamiques sur l'atteignabilité d'une série de poses le long d'une trajectoire, qui comporte, ou non, des situations d'interférence ;
- quantifier les intervalles atteignables pour les trajectoires testées ;
- observer les tensions minimales et maximales rencontrées le long des trajectoires testées, qui comportent, ou non, des situations d'interférence.

Représentation graphique de l'espace atteignable : Les représentations graphiques sont réalisées à l'aide des tests par trajectoire. On cherche à qualifier et quantifier les différents volumes de l'espace atteignable. Plus spécifiquement, on vise à :

- mieux comprendre et visualiser les volumes de l'espace atteignable en orientation et de l'espace atteignable en translation ;
- comprendre quels sont les facteurs limitatifs principaux à l'atteignabilité d'une pose et dans quels cas ils sont prédominants ;
- si possible, identifier l'influence des paramètres sur, à la fois, l'atteignabilité d'une pose par équilibrage des efforts et l'atteignabilité d'une pose sans rencontrer d'interférence.

Une fois ces sous-objectifs bien définis, nous serons en mesure d'évaluer, au fur et à mesure de ce chapitre, s'ils ont été atteint, dans quelle mesure ils l'ont été et ce que cela apporte pour les travaux futurs. Avant de débiter la présentation des résultats, procédons d'abord à l'explication de quelques éléments de théorie supplémentaires.

3.4 Convention d'angles *Tilt and Torsion*

Les conventions d'angles, dont la plus connue est celle des angles d'Euler, servent à représenter l'orientation spatiale d'un système de référence par rapport à un autre au moyen d'une combinaison de rotations successives. Dans le domaine de l'aéronautique, on fait, en général, préférentiellement usage de la convention d'angles d'Euler ZYX afin de définir les rotations autour des axes de référence, qu'on nomme respectivement lacet (Z_ψ), tangage (Y_θ) et roulis (X_ϕ) (voir figure 1.5, chapitre 1).

Le choix d'une convention d'angle n'est pas une décision purement arbitraire. Cela peut dépendre, par exemple, de la nature d'un déplacement typique du système ou de la nature des résultats désirés.

Pour l'analyse qui nous intéresse, l'incidence qu'a le choix d'une convention plutôt qu'une autre provient du fait qu'on désire étudier isolément, puis représenter graphiquement, les performances du mécanisme selon chacun des ddls de celui-ci, puis selon certaines définitions d'espace atteignable données. Dans cette optique, la convention d'angles d'Euler modifiée, communément appelée *Tilt and Torsion (T&T)* [39], a entre autres l'avantage de permettre une représentation graphique compacte et intuitive de l'espace atteignable en orientation sur un système de coordonnées cylindrique (r, ϕ, h) . L'utilisation de cette représentation simple, qui facilite la compréhension des résultats, a constitué un des facteurs décisionnels entraînant le choix de la convention d'angles. Selon ce système, on identifie l'angle de *tilt* (θ) par le rayon r d'un cylindre et l'angle de *torsion* (σ) par sa hauteur h . Ce mode de représentation a été introduit par Bonev [40] et nous verrons, à la section 3.8, des exemples de l'avantageuse représentation visuelle que celui-ci permet.

En un mot, selon cette convention, au lieu d'utiliser trois rotations, comme cela se fait dans la plupart des conventions d'angle, nous n'en utilisons que deux, $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_a(\theta)\mathbf{Q}_z(\sigma)$. On appelle \mathbf{Q} la matrice qui représente les coordonnées du système de référence mobile par rapport au système de référence fixe. La première rotation est définie par un axe horizontal dont l'orientation est variable dans le plan XY et fixée à l'aide de l'angle ϕ , appelé *azimut*. Cet axe horizontal définit le plan vertical (perpendiculaire à l'axe a sur la figure 3.3(a)), dans lequel la première rotation (θ) aura lieu. Cette rotation est définie comme le *tilt* et aligne l'axe z avec l'axe z^* . La deuxième

rotation, appelée *torsion*, consiste à faire pivoter le référentiel d'un angle σ autour de l'axe z^* jusqu'à l'obtention de l'orientation finale désirée (voir figure 3.3(b)). La matrice de rotation résultante est présentée à l'équation 3.1, pour laquelle C_ϕ signifie $\cos(\phi)$, $S_\phi = \sin(\phi)$, $C_{\sigma-\phi} = \cos(\sigma - \phi)$, et ainsi de suite. De cette équation, on remarque que les deux rotations sont définies par trois angles distincts, soit ϕ, θ et σ .

$$\mathbf{Q}(\phi, \theta, \sigma) = \begin{bmatrix} C_\phi C_\theta C_{\sigma-\phi} - S_\phi S_{\sigma-\phi} & -C_\phi C_\theta S_{\sigma-\phi} - S_\phi C_{\sigma-\phi} & C_\phi S_\theta \\ S_\phi C_\theta C_{\sigma-\phi} + C_\phi S_{\sigma-\phi} & -S_\phi C_\theta S_{\sigma-\phi} + C_\phi C_{\sigma-\phi} & S_\phi S_\theta \\ -S_\theta C_{\sigma-\phi} & S_\theta S_{\sigma-\phi} & C_\theta \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

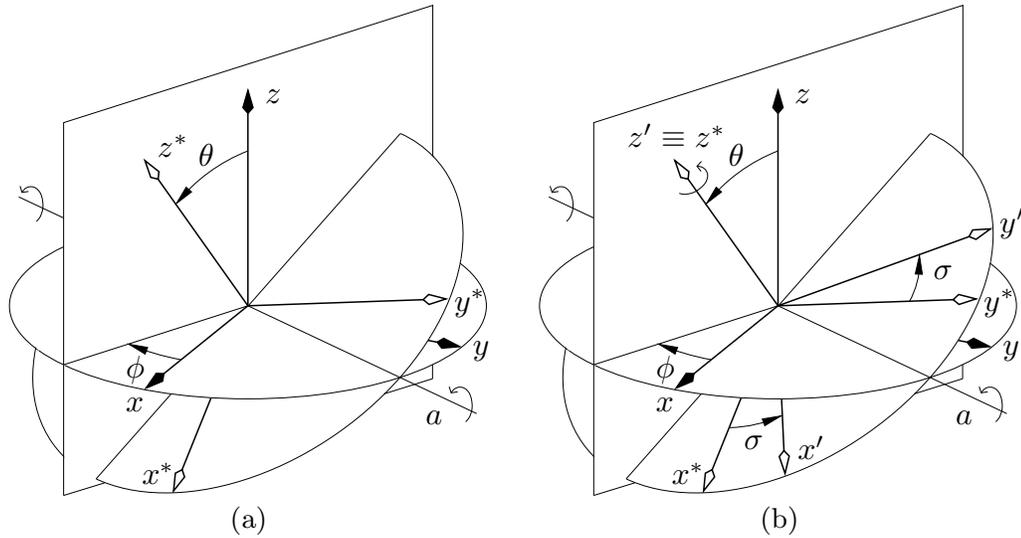


FIG. 3.3 – Les deux rotations successives définissant la convention $T\&T$: (a) *tilt* et (b) *torsion*. Image tirée de [39].

Afin d'éviter le dédoublement des orientations testées lors de nos calculs de l'espace atteignable en rotation, nous avons défini les intervalles des angles *azimut*, *tilt* et *torsion* tels que $\phi \in [-180^\circ, +180^\circ]$, $\theta \in [0^\circ, +180^\circ]$ et $\sigma \in [-180^\circ, +180^\circ]$ respectivement. Évidemment, il n'est pas requis pour le manipulateur d'arriver à couvrir tout cet espace. Les limites en orientation désirées, telles que mentionnées dans le cahier des charges (tableau 2.1, chapitre 2), sont à présent converties selon la convention d'angle $T\&T$ et sont présentées au tableau 3.2.

TAB. 3.2 – Débattements angulaires désirés selon la convention $T&T$.

ϕ	θ	σ
$[-180^\circ, +180^\circ]$	$[0^\circ, +60^\circ]$	$[-45^\circ, +45^\circ]$

3.5 Tester l'Espace des Poses Polyvalentes

3.5.1 Introduction à l'EPP

L'EPP, tel qu'introduit à la section 3.1, constitue l'ensemble des poses d'une plateforme mobile auxquelles tout torseur peut être généré par une tension positive suffisante dans les câbles. Nous présentons brièvement ici les conditions qui font en sorte qu'une pose particulière d'un mécanisme appartient à l'EPP. Les différentes méthodes qui permettent de s'assurer que ces conditions sont respectées, telle la méthode du *Convex Hull* [38], ne seront toutefois pas explicitées ici.

Reportons-nous à l'équation 2.7 introduite précédemment, et qui représente le modèle dynamique d'un mécanisme à câbles.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{d}_1 & \mathbf{d}_2 & \dots & \mathbf{d}_8 \\ \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \mathbf{e}_8 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{eq}} \mathbf{t} = - \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{f}_e \\ \boldsymbol{\tau}_e \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}_{eq}} + \underbrace{\begin{bmatrix} m\ddot{\mathbf{p}} \\ \mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} \end{bmatrix}}$$

Le côté droit de cette équation fait la somme de deux vecteurs, le premier étant le torseur des forces et moments externes appliqués à la plateforme, et le deuxième, le vecteur des conditions dynamiques de celle-ci. Un simulateur de vol ne subit que son propre poids tandis qu'il produit de grandes accélérations à la plateforme. Ceci implique que le torseur des efforts externes ne contient que l'effet de la gravité sur le système, tandis que le vecteur des conditions dynamiques est variable et déterminé à partir des trajectoires imposées au mécanisme. Au chapitre 2, nous avons identifié la somme de ces deux vecteurs par le terme \mathbf{b}_{eq} , conformément à la théorie des optimisations quadratiques. Nous allons à présent renommer ce terme, \mathbf{w}_p , pour lequel aucune trajectoire spécifique n'est prescrite. Ainsi donc, ce vecteur est libre de prendre toute valeur possible.

Le côté gauche de cette équation contient, quant à lui, le vecteur des tensions dans

les câbles multiplié par la matrice des torseurs. Nous avons préalablement identifié cette dernière par \mathbf{A}_{eq} . Nous la rebaptiserons ici :

$$\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1 \quad \mathbf{w}_2 \quad \dots \quad \mathbf{w}_8] \quad (3.2)$$

où

$$\mathbf{w}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_i \\ \mathbf{e}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_i \\ \mathbf{b}_i \times \mathbf{d}_i \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

et où, on s'en souvient, \mathbf{d}_i et \mathbf{b}_i sont indépendants de la dynamique du manipulateur. L'équation 2.7 peut donc être réécrite :

$$\mathbf{W}\mathbf{t} = \mathbf{w}_p \quad (3.4)$$

À première vue, cette modification ne semble pas apporter d'innovation considérable. Toutefois, cela permet une définition concise de l'EPP. En effet, on peut désormais définir l'EPP comme l'ensemble des poses de l'effecteur où, pour tout torseur $\mathbf{w}_p \in \mathbb{R}^6$, il existe au moins un vecteur $\mathbf{t} \geq 0 \in \mathbb{R}^7$ tel que $\mathbf{W}\mathbf{t} = \mathbf{w}_p$. Cela suppose évidemment que les câbles sont capable de supporter des tensions théoriquement illimitées.

D'après cette définition, l'EPP ne dépend que de la géométrie et de l'orientation du mécanisme. Cette propriété fait de l'EPP un choix judicieux de fonction objectif à optimiser et on y reviendra au chapitre 4. Par contre, comme on le verra alors, l'optimisation de l'EPP uniquement ne constitue pas un outil suffisamment complet pour déterminer l'architecture optimale. En effet, la détermination de cet espace ne tient aucunement compte de l'interférence entre les câbles. En fait, cette méthode suppose qu'on attache les câbles une fois le mécanisme dans la pose (position et orientation) testée et donc, qu'on n'a pas à atteindre cette pose à partir d'une autre, par exemple, à partir du point central de l'espace atteignable.

Mentionnons également qu'il est possible que le mécanisme soit apte à produire un torseur d'efforts donné bien qu'il se trouve dans une pose hors de la zone de l'EPP. On prédira, à la section 3.7, à partir de trajectoires typiques pour lesquelles l'amplitude et

la fréquence sont progressivement augmentées, les limites physiques réelles attendue du mécanisme.

Deux principaux tests seront effectués à partir de l'EPP. Le premier consiste à déterminer, pour une architecture donnée, l'orientation qui permet de maximiser l'EPP à orientation constante (EPPOC). Le deuxième test estime, pour une architecture, une orientation initiale et une discrétisation de ϕ , θ et σ données, lesquels des points de l'espace XYZ font parti de l'EPP pour la totalité de la discrétisation angulaire testée. La discrétisation angulaire choisie est symétrique de part et d'autre de l'orientation initiale. Ces tests sont explicités au cours des deux sections subséquentes.

3.5.2 Détermination du ψ_{init} optimal d'une architecture

L'architecture d'un mécanisme à câbles comprend les coordonnées des points d'attache sur la base ainsi que celles sur l'effecteur. Les coordonnées des points d'attache sur l'effecteur sont exprimées dans le référentiel mobile. Pour compléter la définition de l'architecture, il est essentiel de déterminer la matrice de transformation qui permet d'exprimer les points d'attache des câbles sur l'effecteur dans le référentiel inertiel. Le référentiel lié à la plate-forme a initialement été défini tel qu'il est aligné avec le référentiel inertiel pour une orientation nulle ($\phi = \theta = \sigma = 0^\circ$). Il nous faut par la suite découvrir son orientation de référence optimale.

De par la nature symétrique des tests qui serviront à évaluer l'EPP pour une plage d'orientations donnée (on teste pour $\pm\phi, \pm\theta, \pm\sigma$), on doit à présent s'assurer que l'orientation de départ du référentiel mobile pour ces tests est celle qui se trouve au centre de l'espace atteignable en orientation, ou, ce qui est à peu près équivalent et plus économique en temps de calcul, celle qui maximise l'EPPOC. Un exemple de résultat de l'EPPOC sera présenté, sous forme de nuage de points, à la section suivante.

Nous avons donc recherché l'orientation initiale qui maximise l'EPPOC pour les trois ddl en orientation et avons découvert, dans un premier temps, que le cas où $\phi = \theta = 0$ est optimal. Dans ce qui suit, nous chercherons donc à découvrir la valeur de σ qui permet d'optimiser l'EPPOC et nous rebaptiserons ce résultat ψ_{init} afin d'éviter toute confusion avec la variable cartésienne σ .

Tout d’abord, l’espace cartésien XYZ , ainsi que la plage d’orientation selon σ , sont discrétisés en respectivement n_x , n_y , n_z et n_σ points, tel que spécifié au tableau 3.3. On remarque que la discrétisation présentée dans ce tableau ne correspond pas à celle énoncée dans le cahier des charges. On justifiera cette différence à la section suivante. D’abord, les angles ϕ et θ sont fixés à 0. Ensuite, chacun des $n_x \times n_y \times n_z$ points ainsi formé est évalué, à chaque orientation constante n_σ , afin de déterminer s’il fait parti, ou non, de l’EPPOC pour cette orientation. La figure 3.4 nous montre la relation entre le volume de l’EPPOC (sous forme de pourcentage par rapport au volume désiré tel que définit dans le cahier des charges) et l’orientation initiale de la plate-forme pour l’architecture “type”, avec le paramètre h fixé à $0.75m$. On remarque sur cette figure que l’angle initial optimal est $\psi_{init} = -63^\circ$, et cela correspond précisément à l’orientation dans laquelle nous avons présenté le mécanisme aux figures 3.1 et 3.2. L’orientation nulle du mécanisme ($\phi = \theta = \sigma = 0^\circ$), c’est à dire l’orientation initiale du référentiel mobile par rapport au référentiel fixe, correspond désormais à une valeur de $\psi_{init} = -63^\circ$. Nous définirons les trajectoires à partir de cette orientation initiale.

TAB. 3.3 – Discrétisation des ddl pour la détermination de ψ_{init} .

x (m)	y (m)	z (m)	σ ($^\circ$)
$[-6 : 0.5 : 6]$	$[-5 : 0.5 : 5]$	$[1.5 : 0.5 : 6]$	$[-180 : 1 : 180]$

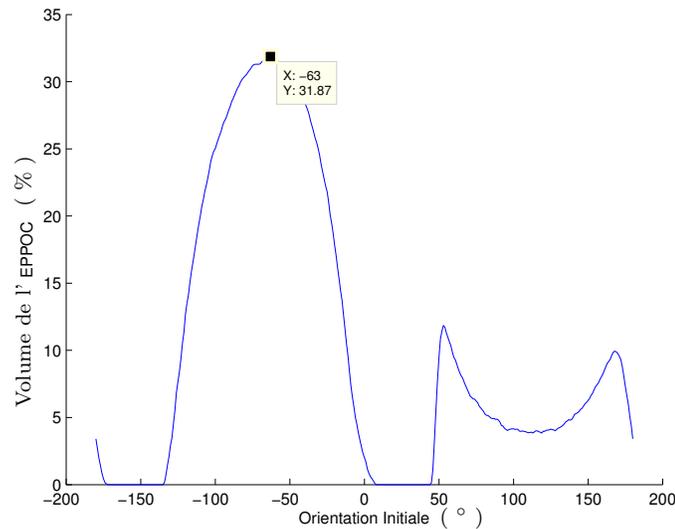


FIG. 3.4 – Volume de l’EPPOC du mécanisme en fonction de l’orientation initiale (ψ_{init}) pour $h = 0.75m$.

De façon générale, faire varier le paramètre h définissant la distance selon z séparant

les points d’attache du manipulateur sur la plate-forme fait grandement varier le volume de l’EPPOC, mais ne fait pas varier de façon considérable l’angle pour lequel ce volume est maximal. On parle ici d’une différence maximale de $\pm 4^\circ$. Pour être tout à fait exact, nous devrions tout de même ajuster la valeur de ψ_{init} pour chaque test où h varie mais, nous avons décidé de maintenir celle-ci à $\psi_{init} = -63^\circ$ jusqu’à la fin de ce chapitre.

À la section suivante, nous verrons les résultats du calcul de l’EPP du mécanisme “type” pour certaines discrétisations de l’espace atteignable en orientation.

3.5.3 Détermination du pourcentage de l’espace atteignable faisant partie de l’EPP

Cette section présente la méthode servant à calculer une approximation de l’EPP pour un mécanisme donné. La méthode utilisée est semblable à celle de la détermination de l’EPPOC présentée à la section précédente. L’espace cartésien XYZ est donc d’abord discrétisé en n_x , n_y et n_z points, respectivement. Cette discrétisation de l’espace cartésien est par ailleurs la même que celle présentée au tableau 3.3. Ensuite, pour une orientation constante donnée, chacun des $n_x \times n_y \times n_z$ points ainsi formé est évalué afin de déterminer s’il fait partie, ou non, de l’EPPOC pour cette orientation. Les coordonnées des points faisant effectivement partie de l’EPPOC pour l’orientation testée sont gardées en mémoire. On passe ensuite, tour à tour, les orientations subséquentes et on recommence la procédure mais, à chaque fois, uniquement pour les points de la discrétisation cartésienne qui font partie de l’EPPOC de l’ensemble des orientations précédemment testées. Enfin, on calcule le pourcentage des points de la discrétisation cartésienne initiale ayant satisfait aux exigences de l’EPPOC, pour l’ensemble de la discrétisation angulaire testée et donc, ayant satisfait aux exigences de notre définition de l’EPP. Le résultat peut être visualisé sous forme d’un nuage de points.

Il est important de préciser que la totalité des performances du cahier des charges ne sont pas désirées simultanément. En effet, ce qu’on désire, c’est trouver au moins un point de l’espace (x, y, z) qui permet d’atteindre les orientations maximales spécifiées dans le cahier des charges. De plus, on désire un mécanisme qui possède un EPPOC à $\phi = \theta = \sigma = 0$ dont les dimensions correspondent au prisme décrivant l’espace atteignable en translation qui a été introduit au cahier des charges (section 2.3), et

qui en conserve la plus grande partie possible à des angles près de la limite désirée en orientation.

Dans un autre ordre d'idées, on remarque que pour la discrétisation du tableau 3.3, l'étendue de l'espace testé est plus vaste que celui défini dans le cahier des charges. Ceci est dû au fait que nous n'avions pas fixé, au préalable, de centre de l'espace atteignable désiré. On peut constater de quelle façon cela aurait constitué une limite nuisible à l'atteinte de notre objectif par l'exemple suivant. Supposons que l'intervalle désiré, selon x , a été défini tel que $x = [-3 : 3]$, et donc tel qu'il est centré à $x = 0$. Supposons maintenant qu'une architecture testée nous donne comme résultat un volume d'EPPOC pour lequel $x = [-4 : 2]$. On risquerait de rejeter cette architecture alors qu'à toute fin pratique, ces deux intervalles de l'espace des poses polyvalentes sont équivalents.

Nous avons donc testé un espace plus vaste que nécessaire, ce qui a comme conséquence, pour l'analyse des résultats, qu'un pourcentage d'EPPOC de seulement 25.93% serait théoriquement suffisant pour satisfaire l'espace atteignable visé. Encore faut-il qu'il ait la forme requise et qui a été préalablement définie telle un prisme de dimensions $4m \times 7m \times 5m$. Ce qui est généralement difficile à obtenir d'une architecture, c'est qu'elle possède un espace atteignable qui conserve une forme compacte utile pour des valeurs de z éloignées du centre de l'EPP. La section 3.5.5 introduit d'ailleurs un indice de performance qui nous permet de quantifier la variance d'un EPP dans le but de favoriser les architectures qui possèdent un espace atteignable compact.

Pour ce qui est de l'architecture "type" utilisée dans ce chapitre, il nous est impossible d'obtenir un EPPOC qui couvre les cinq mètres de débattement requis selon z puisque les points d'attache ne sont espacés que de, au maximum, $4.5m$. Nous aurons un débattement possible de $8m$ lors des optimisations réalisées au chapitre 4 et pouvons espérer augmenter nos performances jusqu'à l'atteinte des débattements désirés.

Dans un premier temps, la figure 3.5 illustre le nuage des points faisant partie de l'EPPOC du mécanisme pour $\phi = \theta = \sigma = 0^\circ$.

Les résultats de ce calcul, c'est à dire, le pourcentage de l'espace faisant partie de l'EPPOC, le point central de l'EPPOC (x_c, y_c, z_c) et le temps requis pour compléter ce calcul tel que programmé dans *Matlab 7.3* et exécuté sur un PC équipé d'un processeur de 2.13 Gz , sont présentés au tableau 3.4.

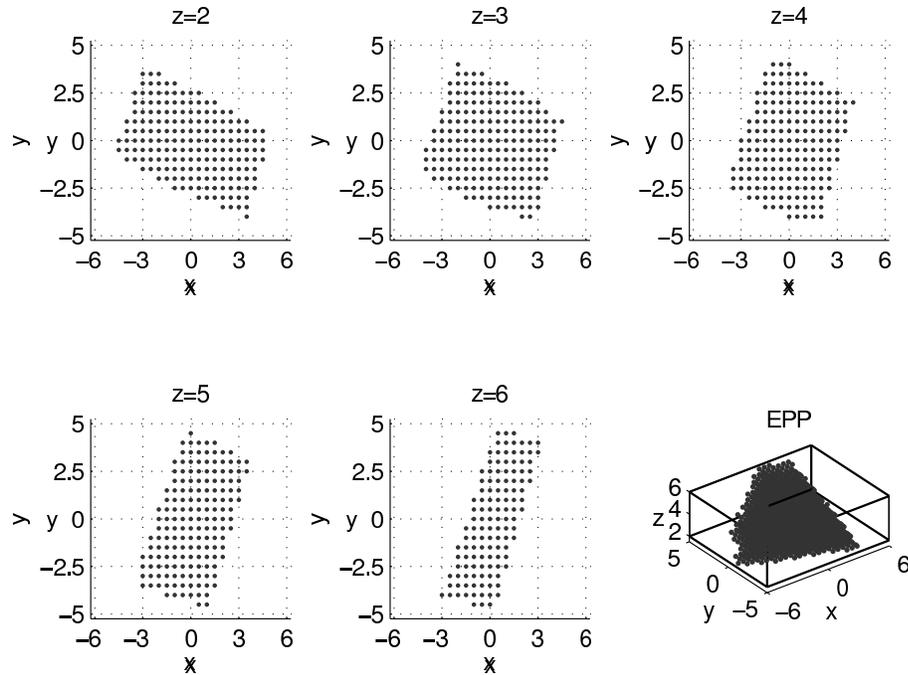


FIG. 3.5 – Nuage de points illustrant l'EPPOC_{@(φ=θ=σ=0°)}.

TAB. 3.4 – Résultats du calcul de l'EPPOC_{@(φ=θ=σ=0°)}.

% EPPOC	x_c (m)	y_c (m)	z_c (m)	temps de calcul (s)
31.8667 %	0.1641	-0.1874	3.6455	7.1747

D'après ces résultats, près de 32% de l'espace testé appartient à l'EPPOC_{@(φ=θ=σ=0°)}, ce qui pourrait théoriquement être suffisant quant aux exigences fixées dans le cahier des charges. Par contre, plus on augmente la valeur de z , plus l'espace atteignable obtenu perd sa forme compacte et devient difficilement utilisable. En fait, l'EPPOC possède une géométrie semblable à celle formée par les points d'attache à l'effecteur, si on les reliait. On tentera de trouver un mécanisme qui répond mieux à nos exigences au cours des optimisations du chapitre 4.

À présent, avant d'évaluer une approximation de l'EPP, on doit déterminer en fonction de quelle plage d'orientations on désire définir celui-ci. Ainsi, l'EPP_{@(±180°,30°,±30°)} correspond à calculer l'EPPOC pour chaque point de la discrétisation angulaire ($-180° \leq \phi \leq 180°, 0° \leq \theta \leq 30°, -30° \leq \sigma \leq 30°$) en ne conservant, d'une orientation à l'autre, que les points communs faisant simultanément partie de l'EPPOC pour toutes les orientations déjà testées. Dans les analyses qui suivent, le pas de discrétisation a été fixé

à 5° pour les trois ddl en orientation et ce, peu importe les intervalles d'orientations testées.

Nous avons donc procédé à une série de tests qui calculent l'EPP pour des intervalles angulaires de plus en plus exigeants, se rapprochant progressivement des exigences du cahier des charges. Le résultat est de même nature que précédemment, c'est à dire qu'il correspond au pourcentage des points testés ($n_x \times n_y \times n_z$) ayant satisfait aux exigences de la définition de l'EPP pour l'ensemble de la discrétisation angulaire. La précision de celui-ci dépend alors de la qualité de la discrétisation utilisée. La figure 3.6 montre le nuage de points résultant du calcul de l'EPP $_{@(\pm 180^\circ, 30^\circ, \pm 30^\circ)}$ pour notre mécanisme "type", avec le paramètre h fixé à $0.75m$.

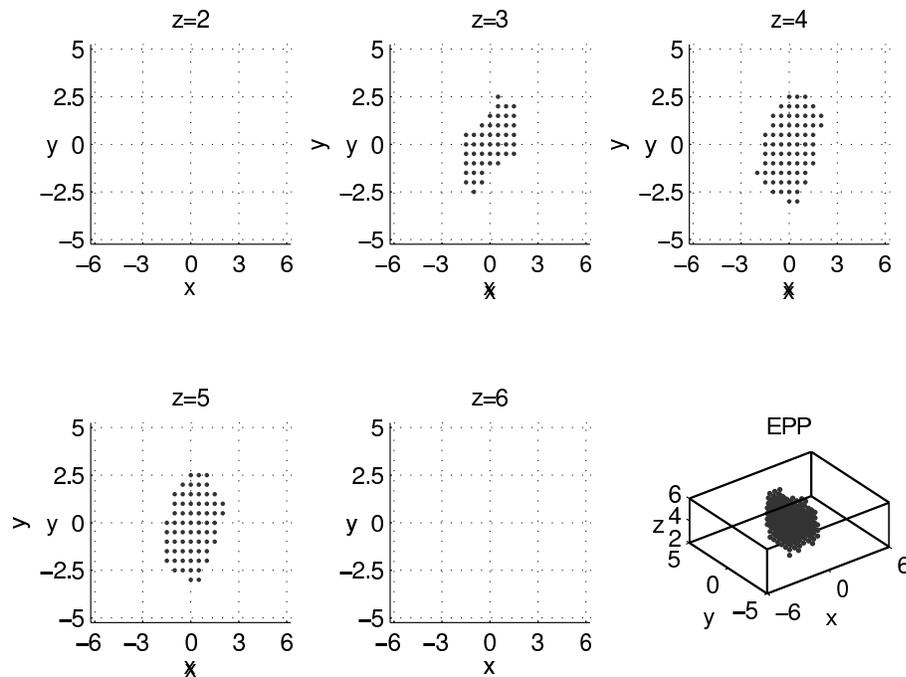


FIG. 3.6 – Nuage de points illustrant l'EPP $_{@(\pm 180^\circ, 30^\circ, \pm 30^\circ)}$.

Les résultats de ce calcul et de deux autres plus restrictifs quant aux intervalles angulaires à atteindre sont présentés au tableau 3.5. La représentation graphique de l'EPP pour les deux dernières définitions de discrétisation angulaire n'ont pas été insérées dans ce mémoire car leurs volumes n'étaient pas suffisamment significatifs. Le centre géométrique de l'EPP a été estimé, à partir de ces résultats, à $(x, y, z)=(0, 0, 3.64)$. En réalité, on a constaté que plus la plage d'orientation testée est exigeante, plus le centre de l'EPP se déplace vers le haut (selon z).

TAB. 3.5 – Résultats du calcul de l’EPP pour trois discrétisations angulaires différentes.

Définition de l’EPP	%EPP	x_c (m)	y_c (m)	z_c (m)	temps de calcul (s)
EPP _{@(±180°,30°,±30°)}	6.81905 %	0.0321	-0.1257	4.2221	1.0450e+04
EPP _{@(±180°,45°,±45°)}	0.438095 %	0	0.1522	4.1087	2.7842e+03
EPP _{@(±180°,60°,±45°)}	0.0 %	-	-	-	1.4375e+03

3.5.4 Détermination de l’impact du paramètre h sur l’EPP

On a testé le fait de varier le paramètre h afin d’observer l’impact de celui-ci sur le volume de l’EPP. Pour un effecteur de $0.75m$ de côté, en faisant varier h de 0 à $0.75m$, la valeur de h maximisant l’EPP (32.47%) est de $0.29m$. Somme toute, le volume de l’EPP augmente très rapidement de $h = 0$ à $0.29m$, puis diminue très légèrement jusqu’à $h = 0.75m$. On peut en déduire que, de façon générale, augmenter la valeur de h tend à améliorer la capacité du mécanisme à équilibrer les efforts pour des plages d’orientation exigeantes. On verra plus tard qu’augmenter la valeur du paramètre h tend également à augmenter les risques d’interférence.

3.5.5 Détermination de la variance de l’EPP

En ce qui a trait aux spécifications du mécanisme à câbles, il est plus avantageux de chercher une architecture qui permet d’atteindre les limites désirées de l’espace atteignable en orientation, plutôt que celles de l’espace atteignable en translation. Ceci est dû au fait que pour ce type de mécanisme, l’augmentation de l’espace atteignable en translation peut se faire tout simplement en augmentant proportionnellement les dimensions du prisme englobant tous les points d’attache à la base.

De plus, nous ne désirons pas seulement que les dimensions de l’espace atteignable soient les plus vastes possible, mais aussi qu’elles forment un espace atteignable le mieux distribué possible. En effet, un EPP de dimensions $2m \times 2m \times 2m$ est préférable à un autre de dimensions $1m \times 1m \times 8m$, bien que leur volume soit théoriquement équivalent.

Ainsi donc, la variance de l'EPP s'exprime de la façon suivante :

$$\sum x_i + y_i + z_i \quad (3.5)$$

où i correspond à chacun des points du nuage de points de l'EPP. Aussi, puisque les dimensions de la salle où sont fixés les points d'attache ne sont pas homogènes, on doit ajouter à cette équation un indice de pondération selon chacune des dimensions. L'équation 3.5 devient donc :

$$\sum 336x_i + 400y_i + 525z_i \quad (3.6)$$

En conclusion, nous pouvons affirmer que les objectifs concernant les tests de l'EPP, tels que définis en début de chapitre, sont atteints puisque nous avons déterminé, à la section 3.2, une architecture générale basée sur le calcul de l'EPP, puis, à la section 3.5.2, nous avons déterminé l'angle initial optimal pour cette architecture. Ensuite, aux sections 3.5.3 et 3.5.5, nous avons procédé à la détermination de deux indices de performance concernant l'EPP, qui pourront être optimisés au chapitre 4. Il s'agit du pourcentage et de la variance de l'EPP. Finalement, nous avons fourni une représentation graphique de l'EPP.

Puisque, d'une part, l'EPP ne prend pas en considération l'interférence entre les câbles et que, d'autres part, cet espace est en général plus restrictif que les performances réelles du manipulateur, nous désirons accroître notre connaissance des capacités réelles du mécanisme en procédant à quelques tests supplémentaires. Ceux-ci sont présentés aux sections subséquentes.

3.6 Surface du premier lieu d'interférence

3.6.1 Introduction à la problématique

L'interférence dans le cas des mécanismes actionnés par câbles est un sujet encore très peu étudié. Il a toujours été difficile, pour ce type de mécanisme, de définir les interférences, et donc de prévoir celles-ci avant qu'elles ne surviennent.

Jusqu'à présent, la méthode généralement utilisée afin de déterminer si une pose est atteignable sans interférence était de faire tracer virtuellement au manipulateur une trajectoire discrète jusqu'à la pose désirée, en vérifiant entre chaque pas d'itération si une interférence est survenue, pour chaque paire de câbles. C'est par ailleurs la méthode qui est utilisée pour la détermination de l'espace atteignable aux sections 3.7 et 3.8. Cette méthode est évidemment très coûteuse en temps de calcul, et la précision du résultat dépend de la qualité de la discrétisation de la trajectoire. De plus, le résultat obtenu n'est valide que pour les trajectoires testées et donc, la validité de la détermination de la zone libre d'interférence est fonction du nombre de trajectoires testées et du choix de celles-ci. On ne parvient donc jamais, avec cette méthode, à affirmer que la zone libre d'interférence trouvée est parfaitement définie.

Dans cette section, nous proposons une méthode qui permet la détermination exacte des positions de la plate-forme où se produisent les interférences. Nous déterminons donc, pour un mécanisme donné, dans une orientation donnée, la région libre d'interférence. Ce type de problème a déjà été abordé par Merlet [41] mais, à ma connaissance, n'a jamais été approfondi depuis.

3.6.2 Description de la méthode

On reprend tout d'abord les équations de continuité qui ont été présentées à la section 2.6.2, et qui permettent de déterminer les conditions de contact entre deux câbles (voir figure 2.4(a)).

$$P_{1x} + L_1 d_{1x} + L_r d_{rx} - L_2 d_{2x} = P_{2x} \quad (3.7a)$$

$$P_{1y} + L_1 d_{1y} + L_r d_{ry} - L_2 d_{2y} = P_{2y} \quad (3.7b)$$

$$P_{1z} + L_1 d_{1z} + L_r d_{rz} - L_2 d_{2z} = P_{2z} \quad (3.7c)$$

où P_i est constitué des coordonnées en position des points d'attache \mathbf{b}_i de deux des câbles, ici les câbles 1 et 2, exprimées dans le repère de base. On nomme \mathbf{p}_i , le vecteur définissant la position du point P_i . Les vecteurs \mathbf{d}_i sont quant à eux les vecteurs directeurs le long de ces câbles et les variables L_1 , L_2 et L_r sont les longueurs des trois segments de l'équation de continuité d'un point P_i à un autre.

Avec $\mathbf{b}'_i = \mathbf{Q}\mathbf{b}_i$, les trois équations, selon x , y et z respectivement, du point d'attache

du câble i à la plate-forme (P_i) s'expriment de la façon suivante :

$$P_{ix} = x + b'_{ix} \quad (3.8a)$$

$$P_{iy} = y + b'_{iy} \quad (3.8b)$$

$$P_{iz} = z + b'_{iz} \quad (3.8c)$$

De même, on exprime les composantes du vecteur unitaire \mathbf{d}_i de la façon suivante :

$$\mathbf{d}_i = \frac{\mathbf{p}_i - \mathbf{a}_i}{\|\mathbf{p}_i - \mathbf{a}_i\|} \quad (3.9)$$

$$d_{ix} = \frac{x + b'_{ix} - a_{ix}}{\sqrt{(x + b'_{ix} - a_{ix})^2 + (y + b'_{iy} - a_{iy})^2 + (z + b'_{iz} - a_{iz})^2}} \quad (3.10a)$$

$$d_{iy} = \frac{y + b'_{iy} - a_{iy}}{\sqrt{(x + b'_{ix} - a_{ix})^2 + (y + b'_{iy} - a_{iy})^2 + (z + b'_{iz} - a_{iz})^2}} \quad (3.10b)$$

$$d_{iz} = \frac{z + b'_{iz} - a_{iz}}{\sqrt{(x + b'_{ix} - a_{ix})^2 + (y + b'_{iy} - a_{iy})^2 + (z + b'_{iz} - a_{iz})^2}} \quad (3.10c)$$

Dans ce qui suit, nous utiliserons une version paramétrisée des matrices \mathbf{A}_i , \mathbf{B}_i et \mathbf{Q} , c'est à dire :

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} a_{1x} & a_{2x} & a_{3x} & a_{4x} & a_{5x} & a_{6x} & a_{7x} & a_{8x} \\ a_{1y} & a_{2y} & a_{3y} & a_{4y} & a_{5y} & a_{6y} & a_{7y} & a_{8y} \\ a_{1z} & a_{2z} & a_{3z} & a_{4z} & a_{5z} & a_{6z} & a_{7z} & a_{8z} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} b_{1x} & b_{2x} & b_{3x} & b_{4x} & b_{5x} & b_{6x} & b_{7x} & b_{8x} \\ b_{1y} & b_{2y} & b_{3y} & b_{4y} & b_{5y} & b_{6y} & b_{7y} & b_{8y} \\ b_{1z} & b_{2z} & b_{3z} & b_{4z} & b_{5z} & b_{6z} & b_{7z} & b_{8z} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Le problème consiste à déterminer pour quelles positions (x, y, z) de l'effecteur il se produit une interférence entre deux câbles donnés, pour une orientation fixe donnée.

Donc, on pose $L_r = 0$, c'est à dire que la distance la plus petite entre deux câbles est exactement zéro lorsqu'une paire de câbles se trouve en situation d'interférence. Les équations 3.7(a) à 3.7(c) deviennent alors :

$$P_{1x} + L_1 d_{1x} - L_2 d_{2x} - P_{2x} = 0 \quad (3.14a)$$

$$P_{1y} + L_1 d_{1y} - L_2 d_{2y} - P_{2y} = 0 \quad (3.14b)$$

$$P_{1z} + L_1 d_{1z} - L_2 d_{2z} - P_{2z} = 0 \quad (3.14c)$$

Si on connaît la forme de l'effecteur et que ce dernier est indéformable, alors $P_2 = fct(P_1)$ et vice versa. Aussi, $\mathbf{d}_i = fct(P_i, A_i)$ alors, puisqu'on connaît les points d'attache à la base (A_i), on peut déterminer \mathbf{d}_i si on connaît la position d'un des points d'attache sur l'effecteur (P_1 ou P_2).

On a donc un système de 3 équations à 5 inconnues (x, y, z, L_1, L_2). On peut résoudre ce système pour 3 des variables si on fixe deux des paramètres de la pose, par exemple y et z . Ainsi donc, pour chaque coordonnée (y, z) on peut trouver à quelle valeur de x il y a exactement interférence. Pour un plan z donné, itérer sur y nous permet de peu à peu tracer la courbe des positions de la plate-forme pour lesquelles il y a interférence, pour une paire de câbles donnée.

Pour solutionner ce système, on remplace les expressions de P_i et d_i dans les équations 3.14a à 3.14c. On obtient un système d'équations de la forme :

$$a + \frac{L_1(x+b)}{\sqrt{(x+b)^2+c}} - \frac{L_2(x+d)}{\sqrt{(x+d)^2+e}} = 0 \quad (3.15a)$$

$$f + \frac{L_1g}{\sqrt{(x+b)^2+c}} - \frac{L_2h}{\sqrt{(x+d)^2+e}} = 0 \quad (3.15b)$$

$$i + \frac{L_1j}{\sqrt{(x+b)^2+c}} - \frac{L_2k}{\sqrt{(x+d)^2+e}} = 0 \quad (3.15c)$$

où les coefficients, exprimés sous une forme paramétrique développée, sont les suivants :

$$a = Q_{11}b_{ix} + Q_{12}b_{iy} + Q_{13}b_{iz} - Q_{11}b_{jx} - Q_{12}b_{jy} - Q_{13}b_{jz} \quad (3.16a)$$

$$b = Q_{11}b_{ix} + Q_{12}b_{iy} + Q_{13}b_{iz} - a_{ix} \quad (3.16b)$$

$$c = (y + Q_{21}b_{ix} + Q_{22}b_{iy} + Q_{23}b_{iz} - a_{iy})^2 + (z + Q_{31}b_{ix} + Q_{32}b_{iy} + Q_{33}b_{iz} - a_{iz})^2 \quad (3.16c)$$

$$d = Q_{11}b_{jx} + Q_{12}b_{jy} + Q_{13}b_{jz} - a_{jx} \quad (3.16d)$$

$$e = (y + Q_{21}b_{jx} + Q_{22}b_{jy} + Q_{23}b_{jz} - a_{jy})^2 + (z + Q_{31}b_{jx} + Q_{32}b_{jy} + Q_{33}b_{jz} - a_{jz})^2 \quad (3.16e)$$

$$f = Q_{21}b_{ix} + Q_{22}b_{iy} + Q_{23}b_{iz} - Q_{21}b_{jx} - Q_{22}b_{jy} - Q_{23}b_{jz} \quad (3.16f)$$

$$g = y + Q_{21}b_{ix} + Q_{22}b_{iy} + Q_{23}b_{iz} - a_{iy} \quad (3.16g)$$

$$h = y + Q_{21}b_{jx} + Q_{22}b_{jy} + Q_{23}b_{jz} - a_{jy} \quad (3.16h)$$

$$i = Q_{31}b_{ix} + Q_{32}b_{iy} + Q_{33}b_{iz} - Q_{31}b_{jx} - Q_{32}b_{jy} - Q_{33}b_{jz} \quad (3.16i)$$

$$j = z + Q_{31}b_{ix} + Q_{32}b_{iy} + Q_{33}b_{iz} - a_{iz} \quad (3.16j)$$

$$k = z + Q_{31}b_{jx} + Q_{32}b_{jy} + Q_{33}b_{jz} - a_{jz} \quad (3.16k)$$

En regardant de plus près les équations 3.15a à 3.15c, on réalise qu'on est en présence d'un système de 3 équations à 3 inconnues (x, L_1, L_2) dont l'une des variables est intrinsèque à une racine carrée. Solutionner ce système par substitution pour trouver une solution explicite de la variable qui nous intéresse, x , aurait été laborieux. Nous avons donc opté pour une méthode de calcul cinématique qui fait appel à la jacobienne du système afin de contourner cette difficulté. Dans la méthode utilisée, *Minimum number of power products method* introduite par Roth [42], on élimine d'abord l'une des variables en la considérant tout simplement comme une constante. Ici, on choisit d'éliminer x puisque c'est celle la plus difficile à isoler. Ensuite, on convertit les deux autres coordonnées en coordonnées homogènes en posant $L_1 = L'_1/W$ et $L_2 = L'_2/W$. Enfin, on multiplie l'ensemble des équations par la nouvelle variable introduite, W , de façon à éliminer les dénominateurs. On peut ainsi réécrire les équations 3.15a à 3.15c en fonction des nouvelles variables (L'_1, L'_2, W) :

$$L'_1 \frac{A}{B} - L'_2 \frac{C}{D} + EW = 0 \quad (3.17a)$$

$$L'_1 \frac{F}{B} - L'_2 \frac{G}{D} + HW = 0 \quad (3.17b)$$

$$L'_1 \frac{I}{B} - L'_2 \frac{J}{D} + KW = 0 \quad (3.17c)$$

où

$$A = x + b \quad (3.18a)$$

$$B = \sqrt{(x + b)^2 + c} \quad (3.18b)$$

$$C = x + d \quad (3.18c)$$

$$D = \sqrt{(x + d)^2 + e} \quad (3.18d)$$

$$E = a \quad (3.18e)$$

$$F = g \quad (3.18f)$$

$$G = h \quad (3.18g)$$

$$H = f \quad (3.18h)$$

$$I = j \quad (3.18i)$$

$$J = k \quad (3.18j)$$

$$K = i \quad (3.18k)$$

De ce nouveau système d'équations, on construit la matrice jacobienne (J) et on calcule la valeur du déterminant. Afin de déterminer les racines, ou ce qui est équivalent, les valeurs propres de cette matrice, on pose $\det(J) = 0$:

$$\det \left(\begin{bmatrix} \frac{A}{B} & -\frac{C}{D} & E \\ \frac{F}{B} & -\frac{G}{D} & H \\ \frac{I}{B} & -\frac{J}{D} & K \end{bmatrix} \right) = 0 \quad (3.19)$$

On obtient le déterminant de cette matrice, qui est :

$$\frac{I(EG + IEJF + IKAG - HC - IHJA - IKFC)}{DB} = 0 \quad (3.20)$$

On remarque de cette équation que les termes B et D , qui contiennent les radicaux problématiques, sont situés uniquement au dénominateur. Puisque cette expression est égale à zéro lorsque le numérateur est égal à 0, ils n'entreront plus dans la résolution du système. C'est donc dire que :

$$I(EG + IEJF + IKAG - HC - IHJA - IKFC) = 0 \quad (3.21)$$

Finalement, en substituant les valeurs de A, B, \dots, K , on obtient une équation de premier degré, fonction uniquement de la variable x , et de laquelle on peut facilement

isoler celle-ci. Nous obtenons donc explicitement la valeur de x à laquelle il y a une interférence entre deux câbles donnés lorsque y , z et l'orientation sont fixés.

$$x = \frac{-jah - j^2akg - j^2ihb + jfd + j^2fkb + j^2igd}{j^2ih - jf - j^2fk - j^2ig} \quad (3.22)$$

L'algorithme se construit tel qu'on fixe d'abord le plan z , puis on quadrille l'espace selon y et, pour une combinaison de deux câbles donnée, on calcule la valeur de x où il se produirait une interférence. Ensuite il faut procéder à la vérification de chacun des lieux d'interférence trouvés de façon à déterminer si les interférences sont réelles ou imaginaires. Pour ce faire, on introduit la valeur de x dans le système d'équations 3.17 et on calcule les valeurs de L_1 et L_2 correspondantes. Si les résultats pour L_1 et L_2 sont négatifs ou de valeurs supérieures aux longueurs des câbles respectifs, alors la solution n'est pas réelle.

Une fois l'analyse d'une paire de câbles terminée, on peut passer aux combinaisons de paires de câbles suivantes et ainsi, faire tracer successivement les courbes d'interférence pour chaque combinaison de câbles du mécanisme. On obtient alors autant de courbes superposées dans le plan qu'il y a de combinaisons de deux câbles possibles (sauf si deux câbles ont un point d'attache en commun, bien entendu). Pour des mouvements en translation, si l'interférence survient au-delà des limites physiques de la salle, on enregistre la limite de la salle comme lieu d'interférence. On peut alors déterminer la zone de première interférence comme étant la zone centrale la plus petite formée par la superposition des courbes pour chaque paire de câbles.

Comme on l'a mentionné précédemment, pour toutes racines réelles, donc pour toute interférence qui se produit bel et bien sur les câbles, et non sur la prolongation de ceux-ci, les valeurs de L_1 et L_2 correspondantes seront positives et plus petites que la longueur de leurs câbles respectifs. Du moins, c'est ce que nous nous attendions à obtenir. Malheureusement, le système s'est révélé insoluble et par conséquent, il n'est pas possible de trouver des valeurs de L_1 et L_2 qui satisfont à la fois aux trois équations du système. En effet, résoudre ce système pour L_1 et L_2 à partir des 3 combinaisons possibles de 2 des équations du système nous donne trois résultats différents et donc certaines interférences qui sont réelles dans certains cas deviennent imaginaires dans d'autres.

On sait aussi que les expressions pour ces variables possèdent des discontinuités lorsqu'elles traversent la barre du zéro. À ce moment, le dénominateur de l'expression servant à calculer ces variables devient zéro. Cela signifie qu'on a momentanément une fraction indéterminée (0/0). D'après les équations, cela semble se produire lorsque les deux câbles étudiés deviennent momentanément parallèles.

Plus précisément, dû à l'insolvabilité du système d'équation, cette condition est atteinte lorsque deux câbles sont respectivement parallèles dans le plan correspondant aux équations utilisées. Par exemple, pour la résolution des équations en y et en z du système, il y aura discontinuité lorsque les projections des câbles dans le plan YZ sont parallèles.

En conclusion, par cette méthode, il est possible de déterminer la position exacte de l'effecteur où il se produira une interférence théorique entre deux câbles mais pas de classer ces interférences selon le fait qu'elles sont réelles ou non.

Un avantage majeur de cette méthode est que la précision des solutions ne dépend pas du pas d'itération selon y . Chaque valeur trouvée est exacte et seule la qualité de la représentation graphique dépend de la finesse de la discrétisation.

Enfin, comme on ne doit pas résoudre d'optimisation, ce type de calcul est plus complet et moins exigeant numériquement.

3.6.3 Présentation d'un exemple simple

Nous présentons ici un exemple d'utilisation de cette méthode de détermination de la zone libre d'interférence, pour le plan $z = 3.64m$, pour l'orientation de référence et pour $h = 0$. La figure 3.7 illustre la solution obtenue pour l'ensemble des paires de câbles. Sur cette figure, le rectangle noir aux traits larges représente les limites physiques de la salle. Chacune des autres lignes noires représente le lieu d'interférence pour une combinaison de deux câbles donnée. Évidemment, la plupart de ces interférences ne sont pas réelles car elles surviennent sur la droite de prolongation des câbles et non pas sur les câbles eux-mêmes. À ce sujet, nous verrons bientôt pourquoi nous avons mis en évidence quatre de ces lieux d'interférence. Finalement, on remarque que la

relation exprimant la valeur de x par rapport à y est linéaire tel que nous le prédisait l'équation 3.22.

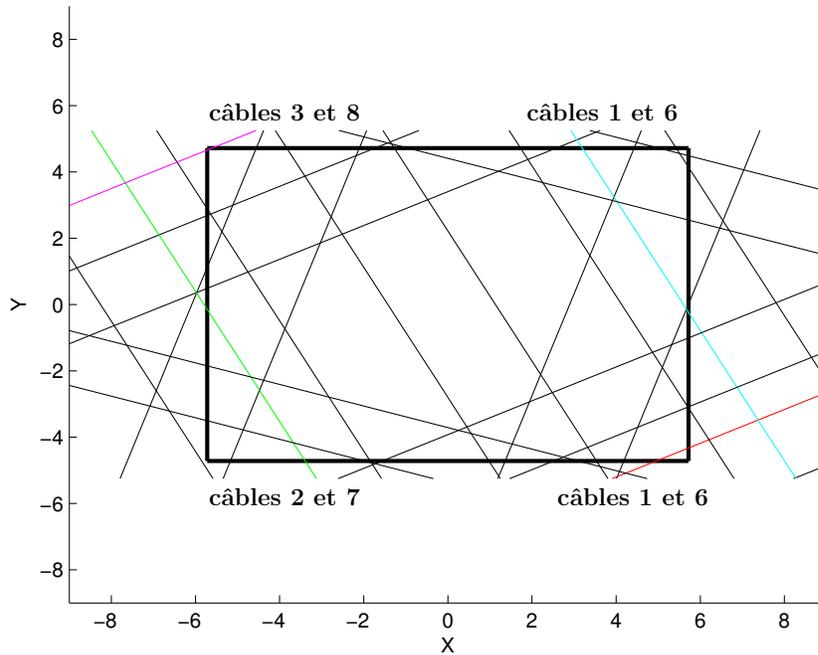


FIG. 3.7 – Lieu d'interférence pour chaque paire de câbles.

Puisque nous ne pouvons nous baser sur les valeurs de L_1 et L_2 pour le classement des interférences, nous avons fait l'hypothèse intuitive que les câbles les plus susceptibles de subir une interférence sont les paires de câbles qui sont croisés, vue de haut (voir figure 3.2). À la figure 3.7, les droites représentant ces quatre paires de câbles ont par ailleurs été mises en évidence par des couleurs distinctes, en plus d'avoir été identifiées par les numéros des câbles respectifs. Nous pensons que ces droites sont les plus restrictives pour une orientation nulle.

Pour des mouvements en translation du mécanisme qui se trouve dans une orientation près de l'orientation de référence, les autres interférences qui sont les plus susceptibles de survenir, en plus de ces quatre croisements de câbles principaux, sont les interférences entre les câbles et les parois de l'effecteur cubique. Nous n'avons cependant pas inclus ici le cas de l'interférence avec l'effecteur et cette étude complémentaire devrait être réalisée dans le futur.

Une brève étude de la conséquence du changement de l'orientation de la plateforme sur les quatre cas de croisement principaux, toujours pour le plan $z = 3.64m$, est

présentée dans ce qui suit. Pour tous les exemples cités dans ce qui suit, on fait référence à des illustrations pour lesquelles le même code de couleur que celui de la figure 3.7 est utilisé et les orientations testées sont comparées à l'orientation de référence de cette même figure. Somme toute, nous avons identifié les phénomènes suivants :

- Le fait de varier la valeur de σ a comme effet de déplacer les droites des quatre croisements principaux de façon à agrandir la zone sans interférence lorsque $\sigma < 0$ (voir figure 3.8(a)).
- À l'inverse, la zone sans interférence est diminuée lorsque $\sigma > 0$ (voir figure 3.8(b)).
- Un $\theta < 0$, par exemple $\theta = -30^\circ$ (voir figure 3.8(c)), a comme effet de déplacer et pivoter les droites de première interférence pour les paires de câbles (3 et 8) et (2 et 7) uniquement.
- À l'inverse, un $\theta > 0$, par exemple $\theta = 30^\circ$ (voir figure 3.8(d)), a comme effet de déplacer et pivoter les droites d'interférence pour les deux autres paires de câbles, c'est à dire, (4 et 5) et (1 et 6).

Il est également possible, à partir de ces mêmes équations, de déterminer l'équation de surface selon x , y et z du lieu de première interférence. L'équation résultante, exprimant le lieu d'interférence non borné pour une paire de câbles donnée, est de degré 1 selon x et y , et de degré 3 selon z . L'équation 3.23 nous montre la forme de cette équation.

$$\begin{aligned}
 mz(y+n) + oz^3(y+p) + qz^2(y+n)x + rz^2(y+n) + szx + \\
 tz + sz^3x + uz^3 + qz^2(y+p)x + vz^2(y+p) = 0 \quad (3.23)
 \end{aligned}$$

Pour l'équation 3.23, la valeur des coefficients (m, n, \dots, v) dépend du choix des câbles testés et de l'orientation du mécanisme pour une architecture donnée. À titre d'exemple, la figure 3.9 illustre cette relation pour la paire de câbles (2 et 7) de notre mécanisme, dans son orientation de référence.

En conclusion, nous pouvons affirmer que les objectifs par rapport à la détermination

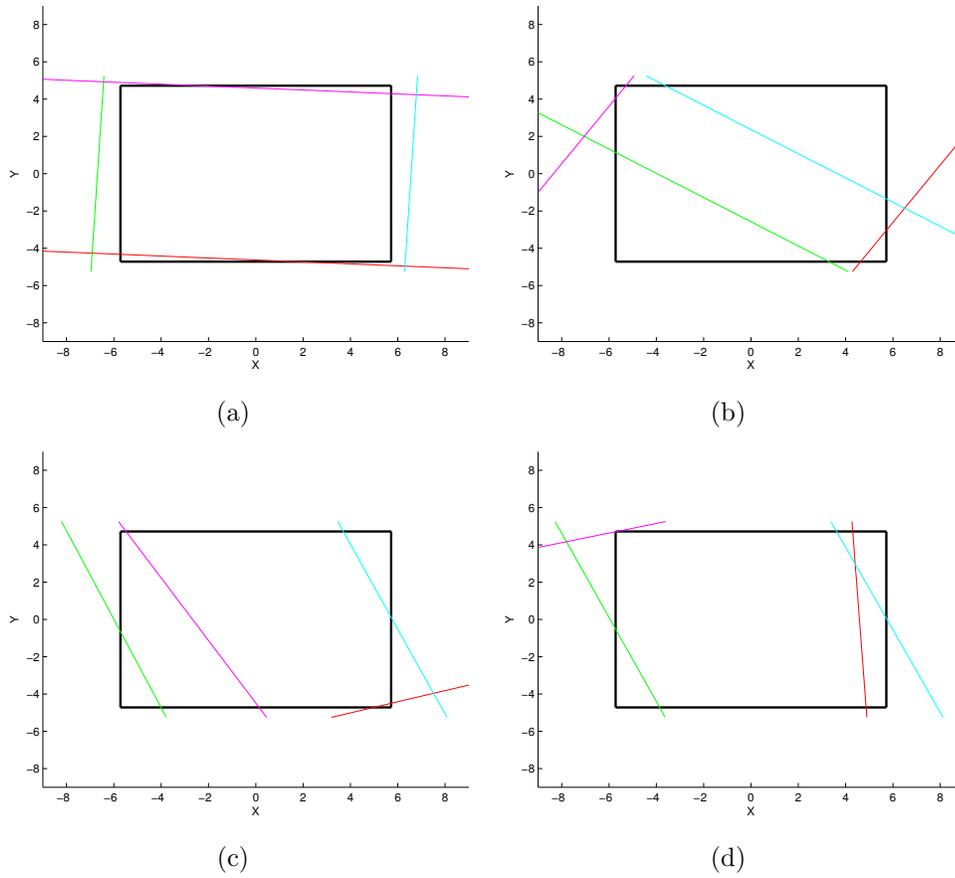


FIG. 3.8 – Influence du changement d'orientation sur le lieu d'interférence des quatre croisements principaux : (a) $(\phi, \theta, \sigma) = (0, 0, -30)$, (b) $(\phi, \theta, \sigma) = (0, 0, 30)$, (c) $(\phi, \theta, \sigma) = (0, -30, 0)$, (d) $(\phi, \theta, \sigma) = (0, 30, 0)$.

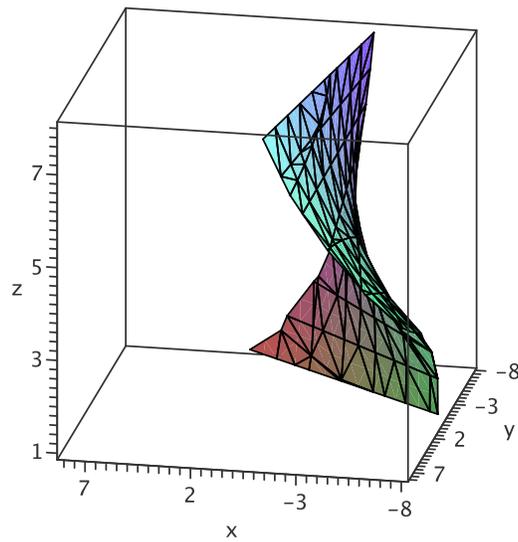


FIG. 3.9 – Surface du lieu d’interférence pour la paire de câbles (2 et 7).

du lieu de première interférence ont été partiellement atteint. En effet, nous avons bel et bien illustré l’allure du lieu de première interférence, mais nous n’avons pas encore approfondi la façon dont on peut classer ces interférences.

3.7 Tester par trajectoires

3.7.1 Description de la méthode

Les tests par trajectoire consistent à vérifier s’il est possible pour le manipulateur de tracer une trajectoire virtuelle. Pour ce faire, on s’assure que tous les câbles demeurent en tension en tout temps, et qu’aucune interférence (entre deux câbles ou entre un câble et l’effecteur) ne survient pendant la trajectoire. Il est important de préciser que dans les exemples qui suivent, nous n’avons pas fixé de limite maximale à la tension admissible dans les câbles. Un de nos objectifs était, au contraire, d’observer la tension nécessaire dans les câbles pour la réalisation de certaines trajectoires typiques.

Ces trajectoires sont d'abord simulées pour des conditions de mouvement dites *quasi-statiques*, c'est à dire pour un long intervalle de temps, donc pour des accélérations très faibles, voire négligeables. Ensuite, on fait le test de nouveau, cette fois-ci pour des conditions dites *dynamiques*, afin de visualiser si l'augmentation de la vitesse d'exécution d'un mouvement a un impact sur l'espace atteignable.

Le mécanisme au repos est placé dans une pose qu'on nomme *pose neutre* et qui correspond à la pose du mécanisme pour laquelle le centre géométrique de l'effecteur coïncide avec le centre de l'EPPOC_{@($\phi=\theta=\sigma=0^\circ$)} et l'orientation est nulle. Il arrive toutefois que le premier point de certaines trajectoires testées ne débute pas dans cette pose particulière. Dans ce cas, la pose initiale de la trajectoire testée est d'abord atteinte à partir de la pose neutre à l'aide d'une trajectoire d'approche. Sans cette précaution, cela reviendrait à supposer qu'on attache les câbles dans la pose de l'effecteur correspondant au premier point de la trajectoire testée et on risquerait alors que toute la trajectoire soit réalisée en situation d'interférence, sans le détecter. Une trajectoire transitoire semblable sera utilisée, si nécessaire, afin de replacer le manipulateur dans sa pose neutre, à la fin de la trajectoire testée. La section suivante présente la définition d'une telle trajectoire d'approche.

3.7.2 Trajectoire d'approche

La trajectoire d'approche utilisée ici, dont la tâche consiste à faire cheminer le mécanisme, de la pose neutre à la pose initiale de la trajectoire testée, est une trajectoire de type *pick and place* d'ordre 3 [43]. Cela assure une continuité des positions, vitesses et accélérations de la plate-forme à la jonction de deux trajectoires consécutives. Il est en effet essentiel que les accélérations demandées ne contiennent pas de discontinuité car cela induirait des discontinuités quant aux tensions à produire dans les câbles. Ce type de trajectoire est définie telle qu'elle passe par le chemin le plus court entre la pose de référence et la pose initiale de la trajectoire. Les conditions de continuité d'ordre 3, requises au début et à la fin de la trajectoire d'approche, se traduisent mathématiquement par :

$$\Theta(0) = \Theta^I, \quad \dot{\Theta}(0) = 0, \quad \ddot{\Theta}(0) = 0, \quad \dddot{\Theta}(0) = 0 \quad (3.24a)$$

$$\Theta(T) = \Theta^F, \quad \dot{\Theta}(T) = 0, \quad \ddot{\Theta}(T) = 0, \quad \dddot{\Theta}(T) = 0 \quad (3.24b)$$

où T est le temps que prend le mécanisme pour parcourir la trajectoire entière. $\Theta(t)$ représente ici l'évolution de la trajectoire à parcourir, selon un des ddl, en fonction du temps. Le vecteur Θ^I correspond à la pose initiale, spécifiée dans l'espace cartésien par un vecteur position \mathbf{p}_I et une matrice d'orientation \mathbf{Q}_I , alors que le vecteur Θ^F correspond à la pose finale, spécifiée dans l'espace cartésien par un vecteur position \mathbf{p}_F et une matrice d'orientation \mathbf{Q}_F .

Les équations 3.24a et 3.24b nous donnent 8 conditions à satisfaire. L'utilisation d'un minimum un polynôme de degré 7 est donc requise afin de satisfaire à ces conditions. On obtient, sous une forme normalisée, le polynôme suivant :

$$s(\tau) = a\tau^7 + b\tau^6 + c\tau^5 + d\tau^4 + e\tau^3 + f\tau^2 + g\tau + h \quad (3.25)$$

avec

$$0 \leq s(\tau) \leq 1, \quad 0 \leq \tau \leq 1 \quad (3.26)$$

et

$$\tau = \frac{t}{T} \quad (3.27)$$

où t est le temps le long de la trajectoire. On cherche à déterminer le polynôme général $s(\tau)$ qui nous permettra, après remise à l'échelle, de calculer l'évolution de chacune des variables $\mathbf{v} = [x, y, z, \phi, \theta, \sigma]$. On aura donc :

$$\mathbf{v}_i(t) = \mathbf{v}_i^I + (\mathbf{v}_i^F - \mathbf{v}_i^I)s(\tau) \quad (3.28)$$

La solution à la détermination des coefficients de $s(\tau)$ (équation 3.25) est trouvée en appliquant à celle-ci les conditions de continuité (équations 3.24a et 3.24b). Ceci mène à un système à 8 équations et 8 inconnus, pour lequel la solution est :

$$s(\tau) = -20\tau^7 + 70\tau^6 - 84\tau^5 + 35\tau^4 \quad (3.29)$$

Connaissant les poses initiale et finale désirées, l'équation 3.28, exprimant l'évolution des variables cartésiennes, peut maintenant être résolue. On procédera par la suite au calcul du PGI afin de déterminer l'évolution des variables articulaires.

La section 3.7.3 présente différents types de trajectoires que nous avons fait tracer virtuellement au manipulateur. La structure de cette section est telle qu'on définit d'abord la liste des trajectoires testées, puis, on présente un exemple d'utilisation d'une de ces trajectoires, et enfin, on explique les résultats de l'exemple ainsi que les informations qu'on peut en déduire.

On pourra, par exemple, déceler les zones où l'espace atteignable calculé pour une trajectoire spécifique est limité par la trajectoire d'approche qui mène au point initial de celle-ci.

3.7.3 Trajectoires sinusoïdales pures

3.7.3.1 Description des trajectoires (1ddl à la fois)

Cette section présente les trajectoires qui ont été utilisées afin de tester et visualiser les performances attendues du manipulateur. Pour faire correspondre la trajectoire testée à des conditions de mouvement réelles, ce que nous faisons tracer au manipulateur constitue une trajectoire sinusoïdale déphasée de $\pi/2$ ou, ce qui est équivalent, une trajectoire de type cosinus. Cela permet de débiter la trajectoire avec une vitesse initiale nulle, ce qui correspond davantage à une situation réelle. Puisque, tel que nous l'avons mentionné précédemment, l'espace atteignable d'un mécanisme à câbles est directement dépendant de ses conditions dynamiques, nous sommes intéressés à observer quelles combinaisons d'amplitude et de fréquence maximales le mécanisme est en mesure d'atteindre. Les résultats sont présentés sous forme d'un graphique 2D qui oppose l'amplitude (A) à la fréquence (ω) pour un type de trajectoire donné.

Le tableau 3.6 décrit les trajectoires sinusoïdales pures qui sont évaluées dans cette

section. Dans ce tableau, A correspond à l'amplitude de la fonction sinusoïdale et $B = \omega t + \pi/2$, où ω est la fréquence de la sinusoïde et t le temps. La variable t prendra une valeur maximale de 3 secondes lorsqu'on parle de trajectoire dynamique et de 300 secondes pour une trajectoire quasi-statique. Nous avons choisi des temps d'exécution multiples de trois afin de permettre une transition continue entre les trois sections de la trajectoire (trajectoire d'approche - trajectoire testée - trajectoire de retour à zéro), donc pour éviter les discontinuités.

Il serait également intéressant de simuler ces trajectoires en assignant une valeur non nulle aux éléments qui sont actuellement fixés à zéro dans ce tableau. Par contre, ces variantes ne seront pas testées ici. Les vitesses et les accélérations correspondent tout simplement aux dérivées premières et secondes de ces trajectoires, respectivement.

TAB. 3.6 – Définition des trajectoires sinusoïdales pures.

Nom	x	y	z	ϕ	θ	σ
$\sin(x)$	$A \sin(B)$	0	0	0	0	0
$\sin(y)$	0	$A \sin(B)$	0	0	0	0
$\sin(z)$	0	0	$A \sin(B)$	0	0	0
$\sin(\phi)$	0	0	0	$A \sin(B)$	θ_{fixe}	0
$\sin(\theta)$	0	0	0	ϕ_{fixe}	$A \sin(B)$	0
$\sin(\sigma)$	0	0	0	0	0	$A \sin(B)$

3.7.3.2 Exemple de résultats

Nous présentons ici, à titre d'exemple, les résultats d'un test de trajectoire en $\sin(\theta)$, pour lequel on rencontre quelques cas particuliers. Les autres types de trajectoires fournissent des résultats similaires. Afin de nous permettre de mieux représenter ces cas particuliers, le paramètre h de définition de l'architecture du mécanisme a été fixé à $0.2m$ (voir tableau 3.1). Plus précisément, ce léger ajustement permet au mécanisme d'atteindre un plus grand débattement selon θ , et ainsi nous permet d'observer plus d'un cas d'interférence sur la même trajectoire.

Les informations intéressantes à retenir de cette simulation ont été disposées sur deux pages, qui correspondent respectivement aux figures 3.10 et 3.11. Afin de faciliter l'ajout de commentaires et de précisions, les tableaux et figures qui sont présentés à

l'intérieur de ces deux pages ont été identifiés par, respectivement, les lettres T (pour tableau) et F (pour figure) suivies d'un chiffre correspondant à l'ordre d'apparition. Par exemple, la première figure présentée est appelée F1 tandis que le deuxième tableau se nomme T2.

Ainsi donc, le tableau T1 contient la description des paramètres spécifiques à la trajectoire testée. On verra plus loin que dt est calculé par le programme à l'aide d'une équation qui est fonction de l'amplitude et de la fréquence (équation 3.30).

Ensuite, la figure F1 présente les positions, vitesses et accélérations selon chaque ddl. Puisque la trajectoire testée est purement angulaire, les graphiques (a), (b) et (c), qui affichent les composantes linéaires de la trajectoire, contiennent ici des valeurs constantes correspondant à celles du centre géométrique de l'EPP tel que défini à la section 3.5.3. Dans les graphiques (d), (e) et (f), qui illustrent quant à eux les composantes angulaires de la trajectoire, le premier tiers du graphique (région [1] sur la figure F1(d)) représente la trajectoire d'approche qui, dans ce cas-ci, positionne ϕ à sa valeur fixe de 30° ($0.5236Rad$) et amène θ à l'amplitude maximale désirée qui est, dans ce cas-ci, de 54° ($0.9425Rad$). Le deuxième tiers des graphiques (région [2] sur la figure F1(d)) nous montre les composantes de la trajectoire cosinusoidale testée, et finalement, le dernier tiers (région [3] sur la figure F1(d)), illustre la trajectoire de retour à la pose neutre.

À la figure F2, les graphes sont divisés en trois sections, de la même façon que précédemment. Sur cette figure, les graphiques (a) et (b) illustrent la valeur des longueurs des câbles le long de la trajectoire, tandis que les graphiques (c) et (d) montrent l'évolution des tensions dans les câbles. On remarque sur ces derniers que les tensions impliquées sont très faibles. Cela est dû au fait que la trajectoire est quasi-statique et que les câbles ne doivent pratiquement que supporter le poids de la plate-forme ($8kg$) et les efforts internes. On peut conclure des courbes (c) et (d) que la trajectoire est réalisable puisqu'il est possible de trouver une combinaison de tensions strictement positives produisant les accélérations désirées, tout le long de la trajectoire. En d'autres termes, les courbes des tensions dans les câbles ne franchissent jamais la ligne du zéro et ne deviennent donc jamais négatives. Toutefois, comme le montre le tableau T2, trois interférences successives ont été rencontrées et évitées. En effet, ce tableau présente la liste des interférences ayant été rencontrées pendant la trajectoire, le numéro des câbles impliqués (voir figure 3.2(a)), les temps de début et de fin de chaque interférence, le

Tableau T1 : Paramètres de la trajectoire.

Nom de la trajectoire	A	ω	ϕ_{fixe}	temps	dt
$\sin(\theta)$	54°	2π	30°	300	59

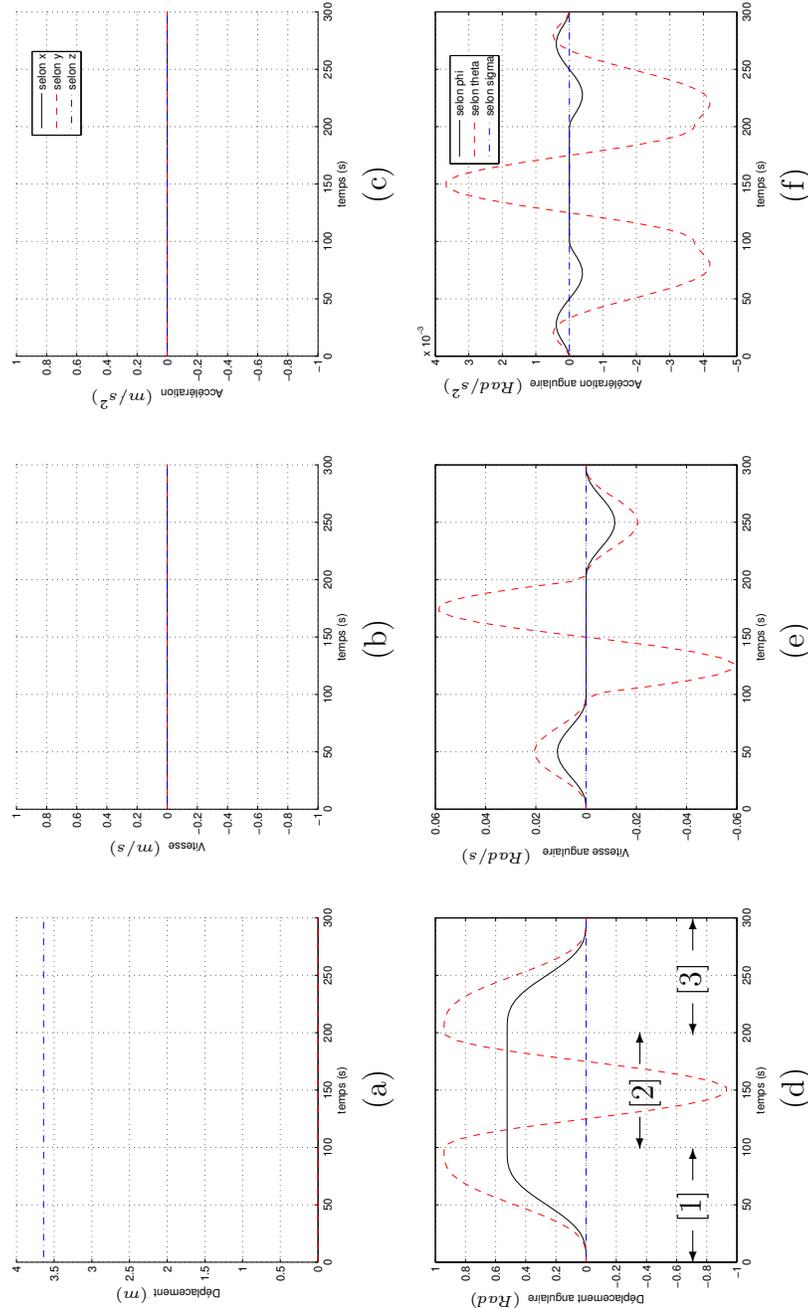


Figure F1 : Courbes des positions, vitesses et accélérations de la trajectoire $\sin(\theta)$.
 (a) déplacements (m), (b) vitesses (m/s) et (c) accélérations (m/s^2).
 (d) déplacements (Rad), (e) vitesses (Rad/s) et (f) accélérations (Rad/s^2) angulaires.

Notes

complémentaires

- Le vidéo de cette trajectoire est disponible à l'adresse : <http://www.robot.gmc.ulaval.ca/~lecler08/Videos/FilmCosTheta300.mat>
- Afin de rencontrer une situation d'interférence, les points d'attache des câbles sur l'effecteur ont été espacés de $h = 0.2m$.

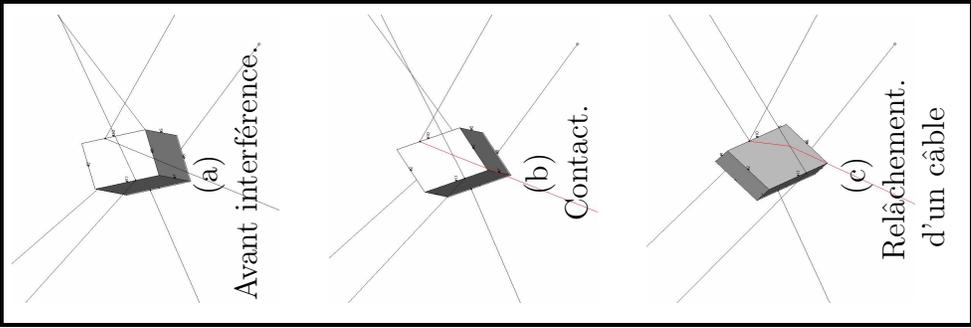
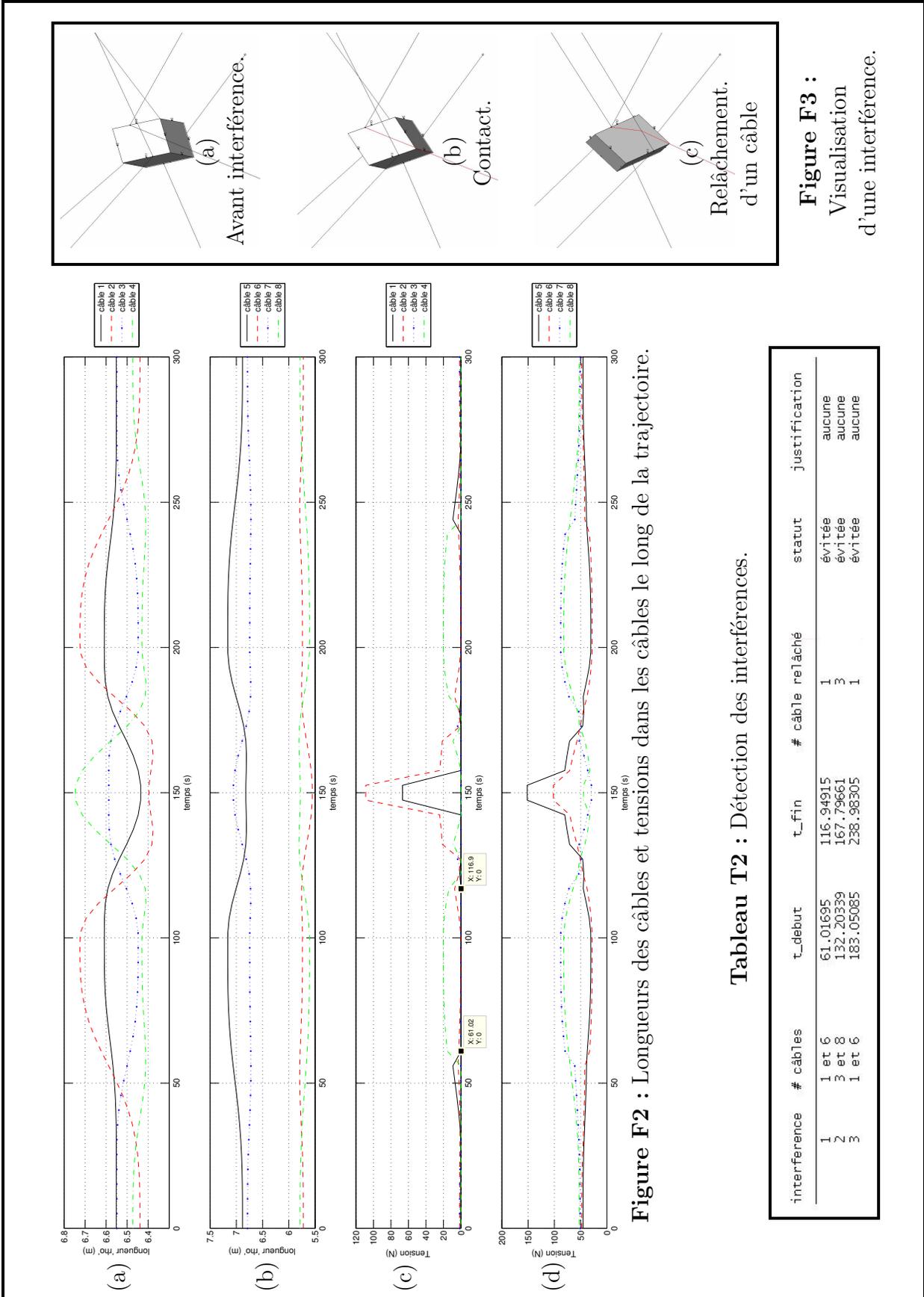


Tableau T2 : Détection des interférences.

interference	# câbles	t_debut	t_fin	# câble relâché	statut	justification
1	1 et 6	61.01695	116.94915	1	évitée	aucune
2	3 et 8	132.20339	167.79661	3	évitée	aucune
3	1 et 6	183.05085	238.98305	1	évitée	aucune

FIG. 3.11 – Tableau des résultats d'un test par trajectoire (page 2 de 2).

numéro du câble relâché, ainsi que le statut de l'interférence, c'est à dire si elle a pu être évitée ou non.

À la figure F3, on présente trois poses successives du manipulateur lors d'une situation d'interférence. F3(a) illustre le manipulateur un instant avant l'interférence, F3(b), le moment où il y a contact et finalement, F3(c) montre le câble pour lequel la tension est relâchée, plier sur le câble support.

En conclusion, dans cette section, nous avons montré qu'il est possible de déterminer l'atteignabilité d'une série de poses le long d'une trajectoire particulière. Aussi, nous avons été en mesure d'identifier les interférences rencontrées et d'évaluer s'il était possible d'éviter une situation d'interférence en relâchant un des câbles impliqués.

3.7.3.3 Analyse *Amplitude vs Fréquence*

Les résultats d'un test de trajectoire pour des valeurs d'amplitude (A) et de fréquence (ω) variables, peuvent être visualisés dans une figure présentant les différents cas de sortie de l'algorithme pour les diverses combinaisons de A et de ω testées (voir figure 3.12). La trajectoire utilisée dans cette section est la même que celle explicitée à la section précédente. Il s'agit donc d'une trajectoire sinusoïdale selon θ , avec $\phi_{fixe} = 30^\circ$ et $h = 0.2m$. On cherche ici à visualiser l'influence des conditions dynamiques sur l'atteignabilité d'une pose. Il est à mentionner que la variation des conditions dynamiques n'ont aucun impact sur la présence, ou non, d'une interférence. Toutefois, dans une situation d'interférence, lorsqu'on teste le relâchement d'un câble, on est intéressé à découvrir si faire varier les conditions dynamiques peut aider à rendre une pose atteignable par équilibrage des efforts. Les résultats sont illustrés dans un graphique de A en fonction de ω et un exemple est présenté à la figure 3.12 pour des conditions dites quasi-statiques, c'est à dire pour un temps d'exécution de la trajectoire de 300 secondes.

Le nombre de pas de temps d'une trajectoire est fonction de l'amplitude et de la fréquence de celle-ci. L'équation utilisée pour déterminer le pas de temps vise à ce qu'il y ait un nombre de pas suffisant pour étudier l'ensemble de la trajectoire, composée de la trajectoire d'approche, de la trajectoire testée et de la trajectoire de retour à zéro. Cette équation est définie comme suit :

$$dt = 20A_{max} + 40A_{max}Af(\omega_{max}/2\pi) \quad (3.30)$$

où A_{max} et ω_{max} correspondent respectivement à l'amplitude maximale et à la fréquence maximale testées tandis que A et f correspondent respectivement au ratio de l'amplitude actuellement testée sur A_{max} et au ratio de la fréquence actuellement testée sur ω_{max} . A et f prennent donc des valeurs entre 0 et 1.

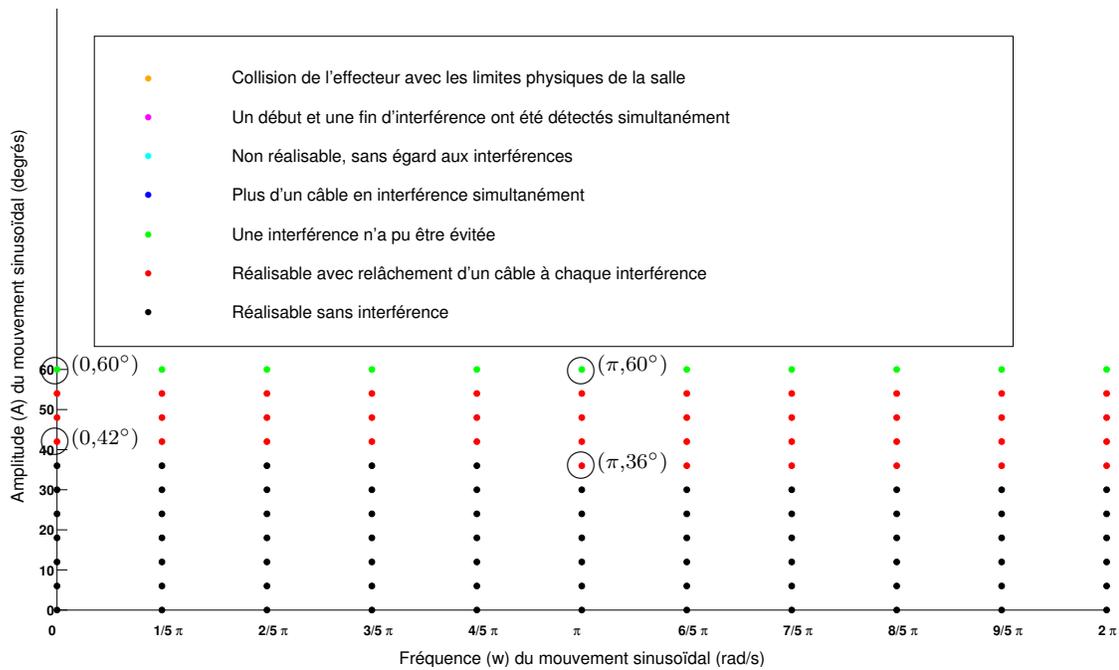


FIG. 3.12 – A vs ω : Conditions d'arrêt pour une trajectoire sinusoïdale selon θ , en quasi-statique ($t = 300s$).

La figure 3.12 contient la liste des cas qui peuvent provoquer la fin de l'algorithme. Lorsqu'on parle d'interférence, on regarde toujours, à la fois, l'interférence entre les différentes paires de câbles et entre chaque câble et l'effecteur, représenté ici par un cube de $0.75m$ de côté. Pour ce qui est du critère de détection des collisions de l'effecteur avec les murs, nous nous sommes assurés qu'en tout temps d'une trajectoire, le centre de l'effecteur prismatique ne s'approche jamais plus d'un mur que d'une distance équivalente à la demi de sa grande diagonale.

Dans l'exemple de la figure 3.12, seulement trois conditions d'arrêt de l'algorithme sont représentées : en noir, la condition où la trajectoire est réalisable sans interférence,

en rouge, la condition où la trajectoire rencontre une ou plusieurs interférences mais demeure réalisable en relâchant un câble à la fois, et finalement, en vert, la condition où une des interférences n'a pu être évitée.

Quatre cas spécifiques ont été encerclés et mis en évidence sur cette figure. Le premier cas, $(0, 42^\circ)$, nous dit que pour une trajectoire dont la fréquence est nulle, c'est à dire constituée de la trajectoire d'approche qui mène le manipulateur à l'amplitude maximale testée, d'un temps d'attente où le manipulateur reste fixe à cette position maximale (puisque $\omega = 0$) et finalement, de la trajectoire de retour à zéro, l'amplitude à laquelle une première interférence est rencontrée est de $\sim 42^\circ$. On remarque, dans le deuxième cas, $(0, 60^\circ)$, que pour une fréquence toujours nulle, lorsque l'amplitude désirée est de 60° , au moins une des interférences rencontrées ne peut être évitée.

Si on fixe à présent $\omega = \pi$, une première interférence est détectée à une amplitude légèrement plus faible, c'est à dire à $A = 36^\circ$. Ici encore, on remarque que pour une amplitude de 60° , au moins une des interférences n'a pu être évitée.

À la figure 3.13, on reprend le même test mais, cette fois-ci, en fixant la vitesse d'exécution pour une trajectoire de 3 secondes, donc pour des conditions de mouvement dynamiques.

On remarque sur cette figure que certaines interférences qui ne pouvaient être évitées à basse vitesse d'exécution (sur la figure 3.12) peuvent le devenir en augmentant la vitesse d'exécution, ou en d'autres mots, en réduisant le temps pour tracer la trajectoire à 3s. C'est le cas, entre autre, du point $(\pi, 60^\circ)$. En fait, lorsqu'on dit que l'interférence a été évitée, on parle du fait que les câbles restés en tension sont suffisants pour produire les efforts requis pour poursuivre la trajectoire.

On peut conclure de ces résultats que les conditions dynamiques ont un impact sur l'atteignabilité d'une série de poses le long d'une trajectoire comportant des situations d'interférence, lorsqu'on évalue la possibilité de relâcher un câble. Ce test ne permet toutefois pas de confirmer qu'augmenter les temps d'exécution aurait pu élargir l'espace atteignable lorsque la condition de sortie de l'algorithme est l'incapacité à équilibrer les efforts et non les interférences. Des travaux supplémentaires seraient requis en ce sens.

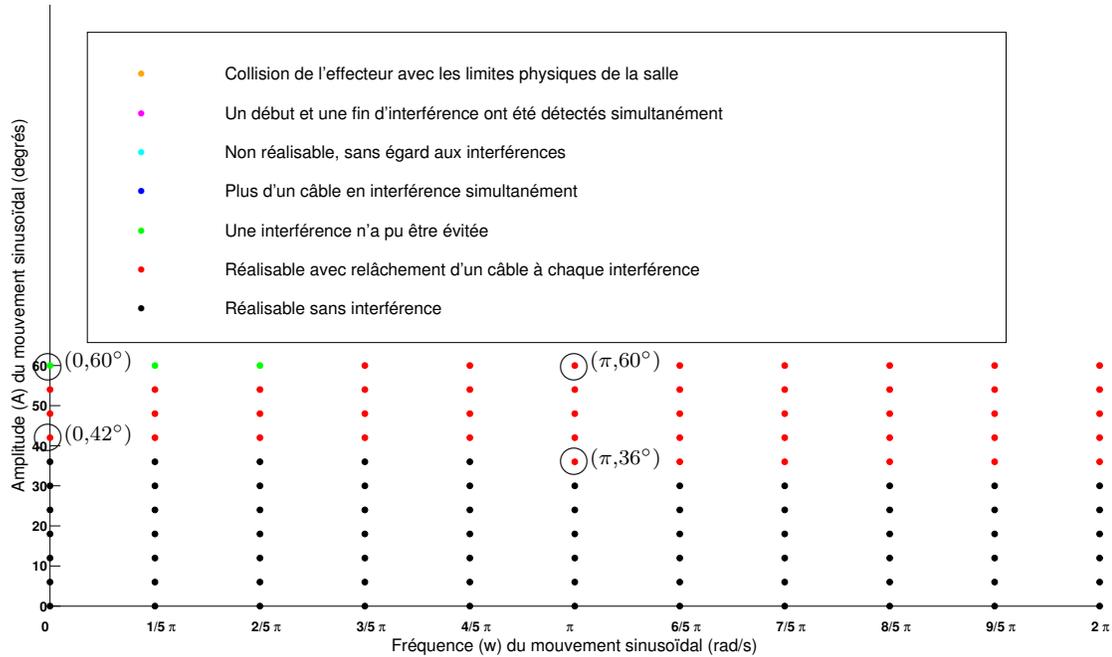


FIG. 3.13 – A vs ω : Conditions d'arrêt pour une trajectoire sinusoïdale selon θ , en dynamique ($t = 3s$).

3.7.3.4 Détermination des intervalles atteignables

Ces tests nous ont permis d'illustrer quelle amplitude peut atteindre le mécanisme selon chaque ddl, pour certains paramètres fixés. Le tableau 3.7 présente le résumé des amplitudes atteignables pour les différentes trajectoires testées et pour $h = 0.2m$.

TAB. 3.7 – Performances du manipulateur pour les trajectoires sinusoidales pures.

Trajectoires						
	$\sin(x)$	$\sin(y)$	$\sin(z)$	$\sin(\phi)^*$	$\sin(\theta)$	$\sin(\sigma)$
	(m)	(m)	(m)	(°)	(°)	(°)
Sans interférence permise						
A_{max} pour $t = 3s$	3.6	4.0	2.25	20	30	54
A_{max} pour $t = 300s$	3.6	4.0	2.25	20	40	54
Avec interférence permise						
A_{max} pour $t = 3s$	3.6	4.0	2.25	35	30	54
A_{max} pour $t = 300s$	3.6	4.0	2.25	35	54	54

* Pour la trajectoire en $\sin(\phi)$, on cherche les angles θ maximums pour lesquels il n'y a aucun autre cas que respectivement "réalisable sans interférence" et "réalisable, avec ou sans interférence".

Il est important de préciser que ces résultats ne sont pas exhaustifs. Par exemple, on verra à la section 3.8 que la valeur donnée à ϕ_{fixe} a une grande influence sur l'amplitude atteignable pour la trajectoire $\sin(\theta)$. On peut tout de même déduire de ce tableau que les interférences ne semblent pas limiter les mouvements en translation, à tous le moins pour les valeurs fixées ici. On remarque qu'elles ont une incidence plus marquée pour certains mouvements angulaires.

Aussi, tel qu'on l'a expliqué ci-haut, certaines trajectoires sont rendues réalisables par l'augmentation de la vitesse d'exécution.

Notons également que, pour des trajectoires sinusoidales qui se déroulent entièrement à l'intérieur de l'EPP, c'est la limite de tension maximale délivrable par le moteur qui limitera la fréquence maximale admissible. On choisira par la suite des câbles capables de supporter ces tensions.

3.7.3.5 Analyse des tensions dans les câbles

Il est possible d'améliorer l'information que nous fournissent les graphes des figures 3.12 et 3.13 si on retrace ceux-ci en y ajoutant, selon z , les tensions maximales

et minimales rencontrées pour chaque trajectoire. La figure 3.14 présente le résultat de ce test pour le même type de trajectoire que la figure 3.13, et donc pour un temps d'exécution de 3s et une fréquence allant de 0 à 2π .

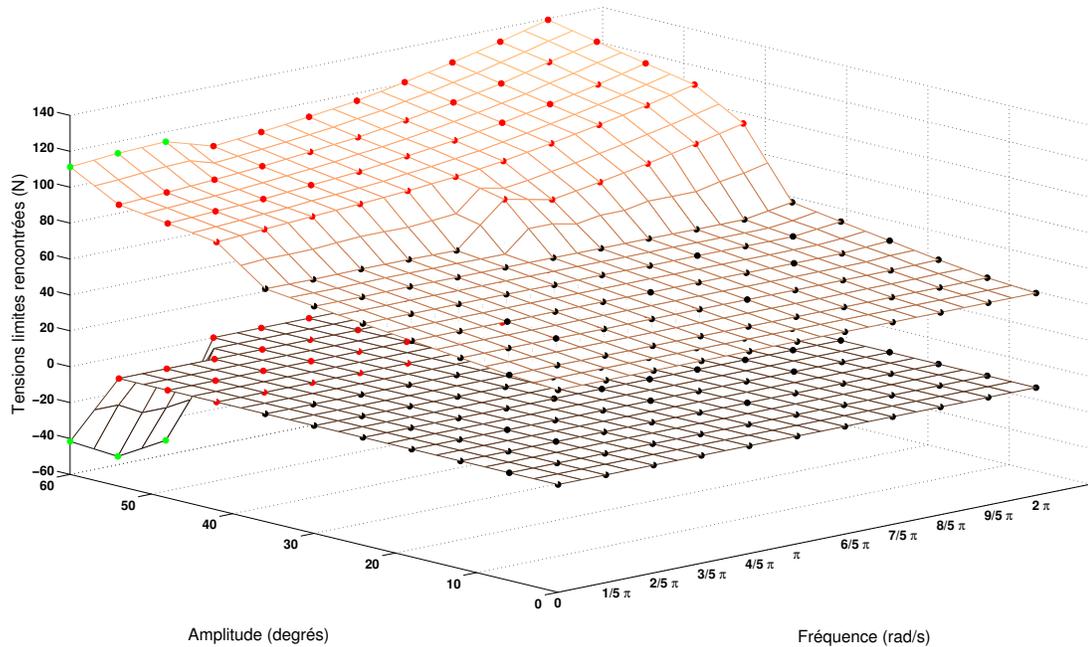


FIG. 3.14 – Tensions maximales pour des trajectoires sinusoïdales selon θ , en dynamique ($t = 3s$).

Cette figure contient deux surfaces. La surface inférieure représente les tensions minimales rencontrées, respectivement, le long de chaque trajectoire définie par une amplitude et une fréquence données. La surface supérieure représente quant à elle les tensions maximales rencontrées au cours de ces mêmes trajectoires. De cette figure, on peut visualiser que, de façon générale, la tension maximale rencontrée pendant une trajectoire augmente avec l'amplitude et la fréquence. Aussi, on peut y voir que la tension maximale augmente d'autant plus lorsque la trajectoire contient le relâchement d'au moins un câble (points en rouge). C'est précisément ce à quoi on s'attendait car, lors du relâchement d'un câble impliqué dans une situation d'interférence, la tension qui était alors supportée par celui-ci doit être redistribuée parmi les câbles actifs restant. On peut remarquer également que lorsqu'il n'est plus possible pour un manipulateur de produire une combinaison de tensions positives dans les câbles, la tension minimale résultante devient négative (points en vert sur la surface inférieure). Lorsque les trajectoires deviennent irréalisables, il peut arriver qu'on rencontre des discontinuités dans les tensions maximales enregistrées car alors, la programmation quadratique ne trouve

pas de solution au problème de dynamique inverse.

La figure 3.15 illustre mieux encore la relation entre l'amplitude, la fréquence et la tension maximale. Il s'agit de la même figure que la figure 3.14, pour laquelle on n'a conservé que les trajectoires qui ne présentaient pas d'interférence. On y remarque une augmentation quasi-uniforme de la tension maximale rencontrée avec l'augmentation, et de la fréquence, et de l'amplitude.

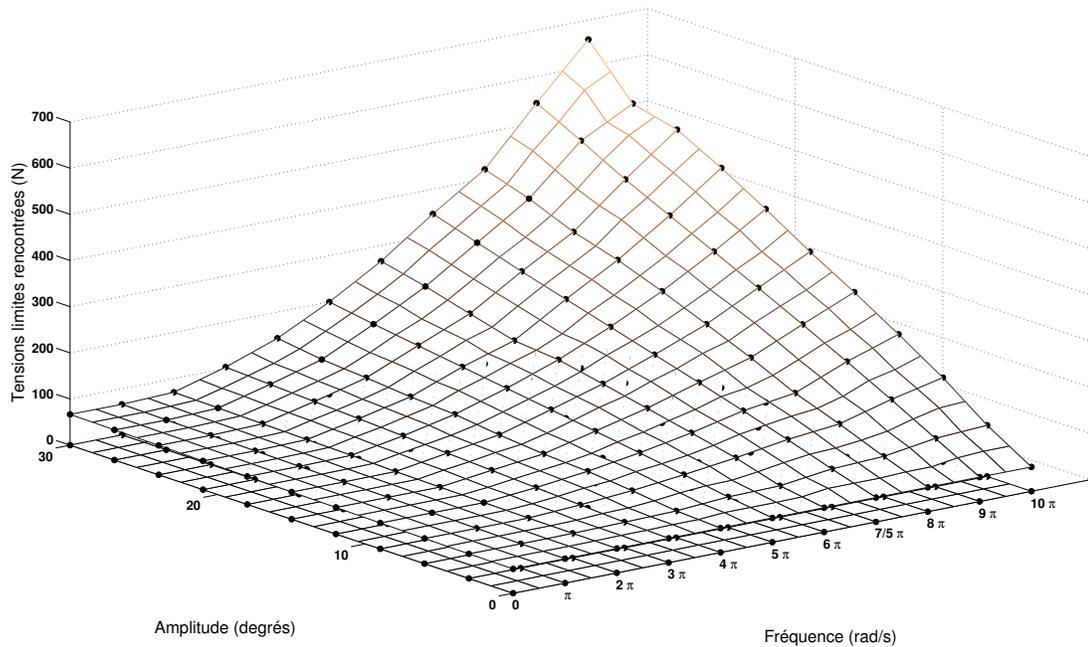


FIG. 3.15 – Tensions maximales pour des trajectoires sinusoïdales selon θ , en dynamique, section réalisable sans interférence, sur 10π .

En conclusion, nous pouvons affirmer que les objectifs concernant les tests par trajectoires, tels que définis en début de chapitre, sont atteints puisque nous avons déterminé, à la section 3.7.3.3, les conséquences de la variation des conditions dynamiques sur l'espace atteignable. Puis, à la section 3.7.3.4, nous avons quantifié les intervalles atteignables pour les trajectoires testées et finalement, à la section 3.7.3.5, nous avons visualisé les tensions minimales et maximales rencontrées au cours des trajectoires testées.

3.8 Représentation graphique de l'espace atteignable

L'évaluation des performances d'un mécanisme parallèle requiert qu'on accorde une importance toute particulière au facteur *volume de l'espace atteignable*. C'est entre autres par la détermination de ce facteur que nous parviendrons à évaluer si le mécanisme est en mesure de satisfaire aux exigences du cahier des charges.

Cette section présente deux méthodes de calcul et de représentation de l'espace atteignable, qui ont été mises au point en se basant sur la faculté du mécanisme à parcourir certaines trajectoires sinusoïdales typiques. La première méthode cherche à quantifier l'espace atteignable en orientation, pour deux positions cartésiennes données, tandis que la seconde cherche à quantifier l'espace atteignable en translation, pour deux orientations données. Pour chacune des trajectoires utilisées, le paramètre correspondant à l'amplitude est incrémenté jusqu'à ce que le mécanisme rencontre l'une des conditions limites suivantes (qui sont identiques à celles décrites aux figures 3.9 et 3.10) :

- Collision de l'effecteur avec les limites physiques de la salle ;
- Un début et une fin d'interférence ont été détectées simultanément (affinez la discrétisation) ;
- Non réalisable, sans égard aux interférences (exigerait au minimum un câble en compression) ;
- Plus d'une paire de câbles en interférence simultanément ;
- Une interférence n'a pu être évitée (exigerait au minimum un câble en compression) ;
- Réalisable avec relâchement d'un câble à chaque interférence.

La dernière de ces conditions limites requiert quelques précisions. On cherche, dans un premier temps, à déterminer l'espace atteignable libre d'interférence. Dans ce cas, le simple fait de rencontrer une interférence, qu'il soit possible ou non de l'éviter, consiste en une violation de contrainte. Par la suite, on désire évaluer quel serait l'espace atteignable si on permettait le relâchement d'un câble à la fois lors de situations d'interférence. Dans ce cas, la dernière condition limite devient inactive et l'algorithme continue jusqu'à ce qu'une autre contrainte soit violée.

Comme cela a été dit précédemment, l'espace atteignable complet d'un mécanisme à câbles a la particularité de dépendre des accélérations, des accélérations angulaires, et des vitesses angulaires de la plate-forme en plus des six degrés de liberté standards en position et en orientation de celle-ci. En tout, 15 dimensions sont nécessaires afin de représenter l'espace atteignable d'un tel mécanisme, et ceci est sans compter la complexité additionnelle provenant de l'analyse des interférences. Or, pour des fins de simplification et puisque l'on cherche à obtenir une description de l'espace atteignable la plus générale possible, il est possible de rechercher les limites de l'espace atteignable pour des temps de trajectoire très longs. Pour ces trajectoires quasi-statiques, nous faisons l'hypothèse que les vitesses et les accélérations sont négligeables. On réduit ainsi, sans trop d'erreur, notre problème de représentation de l'espace atteignable à celui, plus simple mais tout de même complexe, de dimension 6, dépendant des positions, orientations et des interférences.

Or, la vision humaine est limitée à trois dimensions. De toutes les combinaisons possibles (3ddl à la fois), seules ont été conservées et tracées graphiquement celles qui possédaient les significations physiques les plus pertinentes. Il s'agit de l'espace atteignable en orientation pour deux positions différentes, l'une au centre géométrique de l'EPP et l'autre près de la limite de l'espace atteignable en translation. Le deuxième espace atteignable qui a été calculé et représenté est celui en translation, pour deux orientations données. La première est l'orientation de référence tandis que la seconde est une orientation près de la limite de l'espace atteignable en orientation. Ces sous-ensembles de l'espace atteignable sont présentés en détails dans les sections 3.8.1 à 3.8.4.

Il est impératif de porter une attention particulière à l'interprétation des différents volumes de l'espace atteignable car la nature des dimensions (ou axes) des graphiques, ainsi que les systèmes de coordonnées utilisés peuvent varier d'une section à l'autre.

Selon l'application, un ou plusieurs de ces volumes pourront ensuite être optimisés, au chapitre 4, au cours de la phase d'optimisation du mécanisme à câbles. Il serait également possible de créer un indice de performance basé sur la pondération du volume de ces espaces et d'optimiser ce dernier.

3.8.1 Espace atteignable en orientation pour

$$(x, y, z) = (0, 0, 3.64)$$

3.8.1.1 Travaux antérieurs

À l'intérieur d'un de ses articles, Ilian Bonev [40] introduit une nouvelle méthode de discrétisation servant à calculer l'espace atteignable en orientation de mécanismes parallèles à 6ddl. Selon cette méthode, on définit l'espace atteignable en orientation comme l'ensemble de toutes les orientations atteignables de la plate-forme mobile, autour d'un point fixe (x, y, z) . Pour ce faire, il utilise la convention d'angle $T\&T$ qui offre la possibilité, comme cela a été introduit à la section 3.4, de produire une visualisation simple, intuitive et compacte de l'espace atteignable en orientation.

En effet, cette convention d'angles possède une singularité inhérente à $\theta = 0$ qui est de même nature que la singularité d'un système de coordonnées cylindriques (r, ϕ, h) , pour lequel le rayon devient nul ($r = 0$). Pour cette raison, et pour bien d'autres (voir [40]), il a été pensé de tracer les paramètres $T\&T$ sur un système de coordonnées cylindriques (voir figure 3.17).

Cette méthode de représentation se distingue de celle usuellement utilisée par les manufacturiers de robots hexapodes par le fait que la plupart des spécifications de leurs mécanismes parallèles affichent actuellement un intervalle ambigu de type " \pm " afin de décrire les angles de roulis, lacet et tangage, laissant croire au fait que ces angles ont toujours le même intervalle symétrique et découplé pour toutes les configurations. La représentation tridimensionnelle à l'aide du système de coordonnées cylindriques, telle qu'utilisée dans cette section, nous montre ce qu'il en est réellement.

3.8.1.2 Éléments nouveaux

En bref, la méthode proposée par Bonev consiste à déterminer l'ensemble des orientations qui sont statiquement atteignables à partir d'une position donnée, en examinant s'il s'est produit une interférence ou si toute autre contrainte a été violée entre deux orientations consécutivement testées.

Dans notre cas, nous avons utilisé une méthode similaire, à l'exception du fait que

chaque couple (ϕ, θ, σ) est atteint à partir d'une trajectoire débutant à l'orientation de référence. Cette modification était nécessaire puisque les interférences sont en général une préoccupation beaucoup plus importante pour un mécanisme à câbles qu'elles ne le sont pour un système hexapode. Nous avons donc fait tracer, au manipulateur, une série de pas le long d'une trajectoire, par opposition à une série de points statiques quadrillant l'espace atteignable comme ce fut fait dans les travaux de Bonev.

3.8.1.3 Procédure de calcul

En bref, la procédure de calcul servant à déterminer si une position est atteignable pour certaines conditions dynamiques données est la suivante :

1. Définir la première pose de la trajectoire et les conditions dynamiques associées.
2. Résoudre la dynamique inverse.
3. Appliquer et vérifier les contraintes :
 - a. en spécifiant qu'on ne veut pas d'interférence.
 - b. en permettant le relâchement d'un câble à la fois.
4. Itérer à la pose suivante et recommencer les étapes 2 à 4.

Le mécanisme est initialement fixé dans son orientation de référence et à la position cartésienne $(0,0,3.64)$ correspondant au centre géométrique de l'EPP_{@($\phi=\theta=\sigma=0$)} tel que déterminé à la section 3.5.3. On fixe ensuite l'angle de *torsion* (σ) à sa première valeur testée. Pour chaque valeur de l'angle *azimut* (ϕ), allant de 0 à 360°, on incrémente le *tilt* (θ), ou rayon polaire, on résout par optimisation le problème de dynamique inverse, on vérifie les contraintes, et on recommence en itérant la valeur de θ jusqu'à ce qu'une contrainte soit violée. Les valeurs maximales de θ atteintes avant la violation d'une contrainte sont enregistrées pour chaque ϕ correspondant. On enregistre donc les couples (ϕ, θ_{max}) . On estime ensuite le centre géométrique de l'espace atteignable pour la section transversale en cours ($\sigma = cte$), qui servira de centre hypothétique des orientations à tester à la prochaine section transversale. Enfin, on reprend successivement la procédure, en incrémentant à chaque fois la valeur de σ , jusqu'à ce que la valeur maximale de $\sigma = 90^\circ$ soit atteinte ou qu'on atteigne un plan $\sigma = cte$ pour lequel l'espace atteignable est nul.

Le centre géométrique d'une section transversale est déterminé simplement en traçant chaque couple (ϕ, θ_{max}) dans un système de coordonnées (x, y) afin d'en calculer la moyenne cartésienne. Cette moyenne est retraduite dans le système de coordonnées polaires pour être ensuite utilisée comme centre des orientations à tester au plan $\sigma = cte$ suivant.

Pour chaque plan $\sigma = cte$, on construit un système de coordonnées polaires (ϕ_c, θ_c) ayant pour origine le centre géométrique de la section transversale (voir figure 3.16). Chaque orientation testée (ϕ_i, θ_i) à partir du centre géométrique (ϕ_c, θ_c) est d'abord exprimée dans le référentiel de base (ϕ, θ) avant d'être évaluée par le programme. Les équations servant à exprimer l'orientation testée dans le référentiel de base découlent de la loi des cosinus :

$$\phi = \phi_c - \arccos\left(\frac{\theta_c^2 + \theta^2 - \theta_i^2}{2\theta_c\theta}\right) \quad (3.31)$$

$$\theta^2 = \theta_c^2 + \theta_i^2 - 2\theta_c\theta_i \cos(180 - \phi_c + \phi_i) \quad (3.32)$$

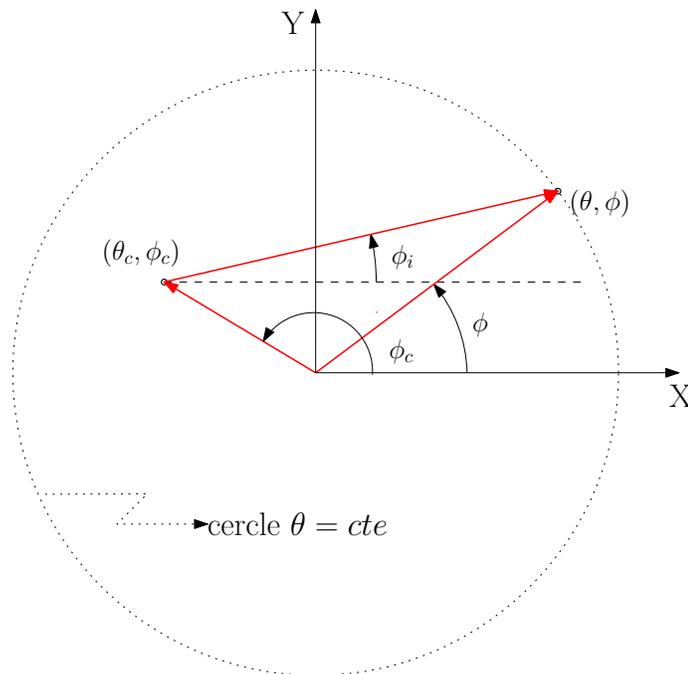


FIG. 3.16 – Système de coordonnées polaires intermédiaire.

Pour ce qui est de l'équation 3.31, puisque la fonction trigonométrique inverse $\arccos(x)$ ne donne des résultats que sur le domaine $[0, \pi]$, nous devons rectifier la solution

afin que le domaine entier $0 < \phi < 2\pi$ soit représenté. La procédure de calcul incluant cette modification est présentée plus en détail à l'annexe A.

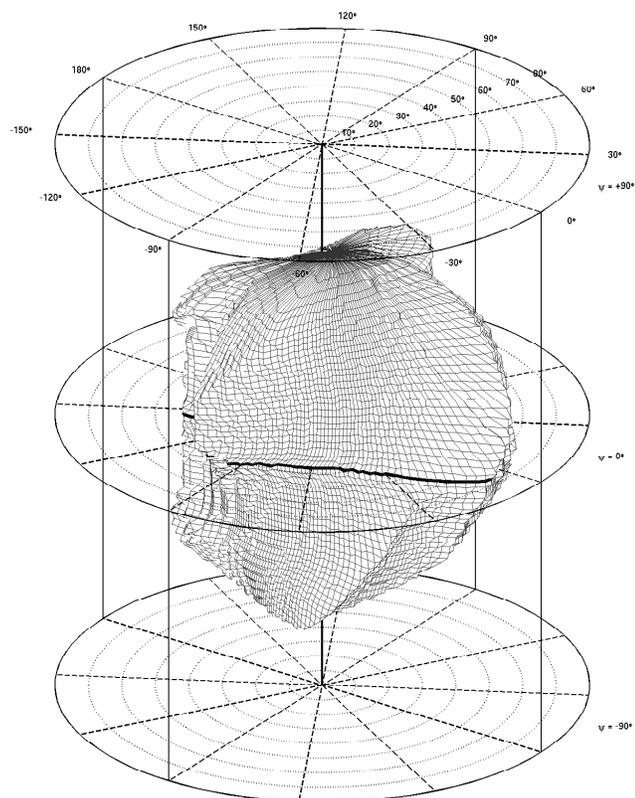
La trajectoire qui est testée ici pour tenter de représenter l'espace atteignable en orientation est le quart d'un cosinus ($\omega = \pi/2$) selon θ et celui-ci augmente en amplitude à chaque fois que la trajectoire est complétée sans rencontrer de contrainte. Tel qu'expliqué précédemment, un cycle complet de trajectoire se compose de la trajectoire d'approche, de la trajectoire cosinusoidale, et finalement, de la trajectoire de retour à zéro. Le fait d'utiliser $\omega = \pi/2$ implique que la plate-forme effectue une trajectoire d'approche différente à l'aller et au retour. La trajectoire suit donc un parcours qui fait une petite boucle, et cela nous permet de vérifier la faisabilité d'un plus grand nombre de tracés.

En terminant, il est à mentionner que les temps pour ces calculs sont relativement longs car on doit procéder à la résolution d'un problème d'optimisation à chaque point de chaque trajectoire. Par exemple, cela prend environ 9-10 heures pour le calcul du volume de l'espace atteignable et environ 1-2 heures pour le calcul d'une section transversale de celui-ci. Proportionnellement, le calcul du plan 2D est plus exigeant car il inclut le test du relâchement d'un câble dans chaque situation d'interférence.

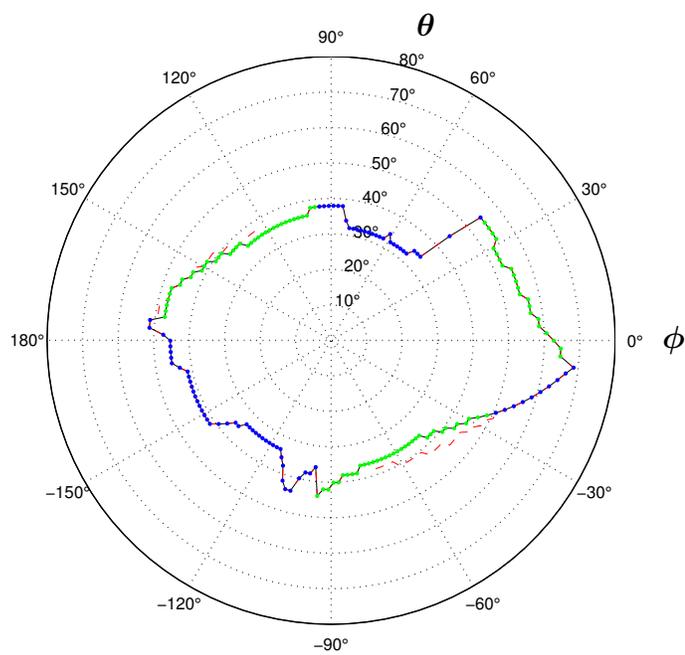
3.8.1.4 Analyse des résultats

Les figures 3.17 et 3.18 représentent l'espace atteignable en orientation de notre mécanisme, pour deux valeurs de h différentes. La première a été produite pour $h = 0.0m$ et la seconde pour $h = 0.2m$. En comparant les figures 3.17(a) et 3.18(a), on remarque que le volume libre d'interférence de l'espace atteignable en orientation est clairement supérieur pour $h = 0.0m$ que pour $h = 0.2m$. Ces résultats sont à priori l'inverse de ce que l'on obtenait au cours des tests de calcul de l'EPP (voir section 3.5.4).

Cependant, en observant attentivement les figures 3.17(b) et 3.18(b), qui représentent respectivement les sections transversales $\sigma = 0$ pour $h = 0m$ et $h = 0.2m$, on remarque que, bien que la surface de l'espace atteignable sans interférence soit inférieure pour le cas où $h = 0.2m$ (ligne pleine), permettre le relâchement d'un câble dans les situations d'interférence (ligne tiretée) a comme conséquence d'élargir l'espace atteignable en orientation au-delà de ce qu'il est pour $h = 0m$.

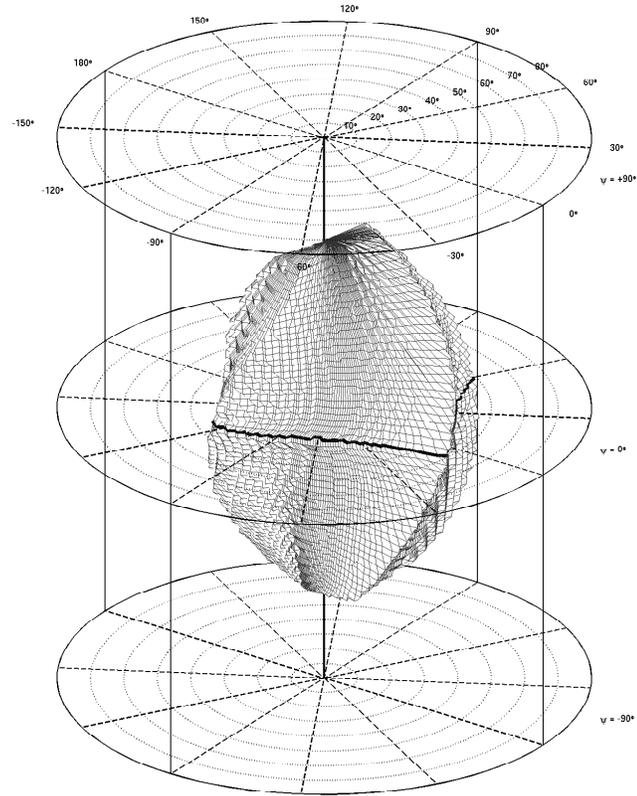


(a)

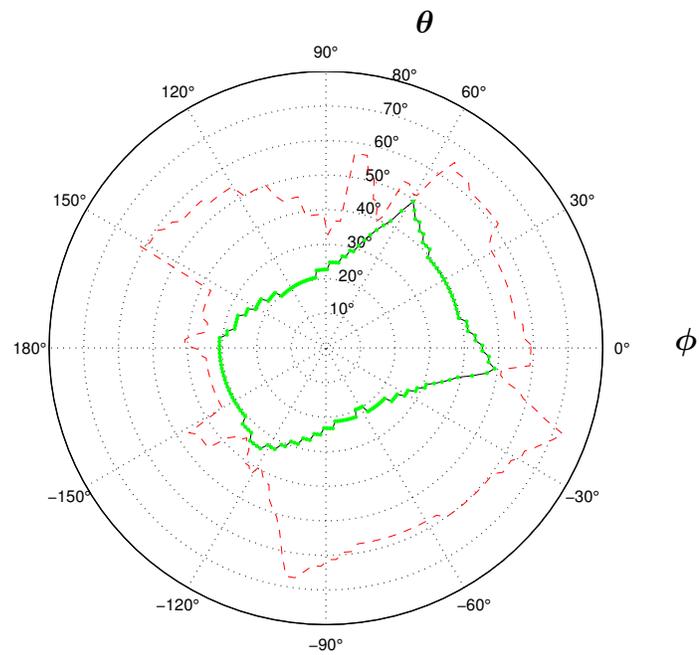


(b)

FIG. 3.17 – Espace atteignable en orientation pour $h = 0m$: (a) vue 3D et (b) vue 2D pour $\sigma = 0^\circ$.



(a)



(b)

FIG. 3.18 – Espace atteignable en orientation pour $h = 0.2m$: (a) vue 3D et (b) vue 2D pour $\sigma = 0^\circ$.

Afin d'évaluer quelles sont les contraintes limitatives principales de l'espace atteignable en orientation, les figures 3.17(b) et 3.18(b) ont été produites en incluant un code de couleur. Celui-ci permet d'identifier les causes de sortie de l'algorithme pour chaque ϕ . Cela nous permet également de visualiser si le mécanisme est davantage limité par son incapacité à équilibrer les efforts ou par les interférences. La légende de ce code de couleur est la suivante :

Bleu : Le mécanisme a été incapable d'équilibrer certains efforts avec des tensions strictement positives dans les câbles.

Vert : Une interférence est survenue.

On remarque de ces figures qu'en général, la cause principale d'arrêt de l'algorithme semble être l'interférence entre les câbles. Plus la valeur de h augmente et plus l'interférence devient limitative. Il est par contre difficile d'identifier ce qui fait que certaines orientations sont limitées par l'EPP alors que d'autres le sont par l'interférence. Cela est peut-être dû au fait que quelques subtilités d'analyse des résultats ont été introduites par certains choix de construction de l'algorithme de programmation. Par exemple, le fait qu'on a procédé au déplacement du centre géométrique nous permet de connaître l'espace atteignable maximal de l'architecture, mais introduit par le fait même une asymétrie des résultats obtenus. Aussi, le fait que nous ayons ajouté des trajectoires transitoires nous permet de vérifier le comportement réel du mécanisme quand aux situations d'interférence, mais puisque ces déplacements ne sont pas standardisées, il arrive que certaines trajectoires soient limitées par la trajectoire d'approche, même si ce n'est pas réellement la trajectoire qu'on désire soumettre au test.

Il est toutefois possible de noter quelques observations et de déduire certaines conclusions de ces exemples de résultats. Par exemple, on peut constater que l'espace atteignable n'est pas uniforme selon ϕ et qu'il existe des directions préférentielles. Ce type d'information est utile lorsqu'on décidera des trajectoires à imposer au simulateur.

Pour la figure 3.17(a), et pour $\sigma = 0^\circ$ à la figure 3.17(b), l'espace atteignable en orientation pour $h = 0m$ peut être défini tel que l'angle θ maximal est de 66° et celui-ci est atteint pour la direction préférentielle $\phi \simeq -7^\circ$. L'angle minimal, $\theta = 32^\circ$, est quant à lui obtenu pour l'intervalle $48^\circ < \phi < 82^\circ$. On peut conclure que pour $h = 0m$, l'angle minimal qui est atteignable dans toutes les orientations ϕ , est de $\theta = 32^\circ$. Si cette architecture était utilisé comme simulateur de vol, on tenterait de faire coïncider

les mouvements angulaires les plus exigeants avec les orientations où l'espace atteignable en orientation est le plus vaste.

Aussi, on remarque à la figure 3.18(b), que les directions où l'espace atteignable sans interférence est le plus vaste sont aussi les directions où la deuxième coque, celle pour laquelle l'interférence est permise, est minimale. Cela laisse supposer qu'il s'agit des directions où il est le plus probable qu'il se produise plus d'une interférence simultanées.

On peut également supposer que plus h est grand, plus il est facile pour le mécanisme d'assumer la perte de contrôle d'un ddl dû au relâchement d'un câble et de maintenir la trajectoire réalisable.

Finalement, lorsqu'on regarde les figures 3.17(a) et 3.18(a) vue de haut, on constate que les différents plans $\sigma = cte$, pour un h donné, ont tous une forme semblable, mais une orientation légèrement décalée les uns par rapport aux autres et de superficie qui diminue de plus en plus à mesure qu'on s'éloigne de part et d'autre de la valeur $\sigma = 0$.

3.8.1.5 Limitations de la méthode

En plus des subtilités d'analyse mentionnées précédemment, certains choix quant à la construction de l'algorithme de programmation ont introduit quelques limitations inhérentes à la méthode.

Par exemple, il est à noter que ce programme est optimal uniquement pour des géométries de mécanismes à câbles qui présentent une symétrie autour de l'axe z . Nous avons également fait la même hypothèse que dans les travaux de Bonev, c'est à dire que l'orientation de référence se situe à l'intérieur du volume de l'espace atteignable en orientation. Cela n'est en réalité pas garanti pour des positions (x, y, z) éloignées du centre de l'espace atteignable.

Aussi, en procédant à plusieurs tests, nous avons réalisé que d'utiliser l'angle ψ_{init} tel que calculé pour l'EPP cartésien pour calculer et tracer l'espace atteignable en orientation ne nous donne pas forcément le résultat optimal. En effet, nous utilisons un ψ_{init} basé sur l'optimisation de l'EPP en translation, qui ne considère pas les interférences, afin de calculer, représenter et expliquer l'espace atteignable en orientation, à partir de trajectoires pour lesquelles, le facteur le plus contraignant est l'interférence entre les

câbles. Ceci pourrait comporter une amélioration à apporter quant aux travaux futurs.

3.8.2 Espace atteignable en translation pour

$$(\phi, \theta, \sigma) = (0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$$

3.8.2.1 Procédure de calcul

La détermination de l'espace atteignable en translation (*Constant Orientation Workspace*) tel que nous l'avons défini consiste à faire tracer au manipulateur des trajectoires sinusoïdales selon x , pour un ensemble de combinaisons (y, z) . On enregistre la valeur maximale atteinte selon x juste avant la violation d'une contrainte. Somme toute, la procédure de calcul est similaire à celle présentée à la section 3.8.1.3, à l'exception de la trajectoire utilisée, qui est de nature translationnelle plutôt que rotationnelle.

Pour l'espace atteignable en translation, lors de la production des figures représentant les sections transversales du volume de l'espace atteignable (figure 3.20), nous avons ajouté une contrainte additionnelle pouvant provoquer la sortie de l'algorithme. Il s'agit de la collision du mécanisme avec les limites physiques de la salle. Nous avons fixé la valeur de la distance correspondant à une collision potentielle à la demi de la plus grande diagonale de l'effecteur. En d'autres mots, aucun des sommets de l'effecteur ne peut sortir du prisme formé par les points d'attache à la base.

3.8.2.2 Analyse des résultats

La figure 3.19 représente l'espace atteignable en translation pour $h = 0.0m$. On remarque que le volume de cet espace atteignable n'est pas continu et qu'il existe en réalité deux zones distinctes de l'espace atteignable en translation. Cette coupure de l'espace atteignable provient du fait que pour $h = 0$, les points d'attache sur l'effecteur sont tous fixés sur un même plan. Or, on a présenté au tableau 3.1 que trois des points d'attache au niveau inférieur de la base sont également situés sur un même plan. Ainsi donc, lorsque l'orientation en θ est nulle, si l'effecteur se situe au niveau de ce plan, on assiste au croisement simultané de trois paires de câbles. Pour des valeurs de z de part et d'autre à ce plan des points d'attache sur la base, le mécanisme retrouve sa dextérité.

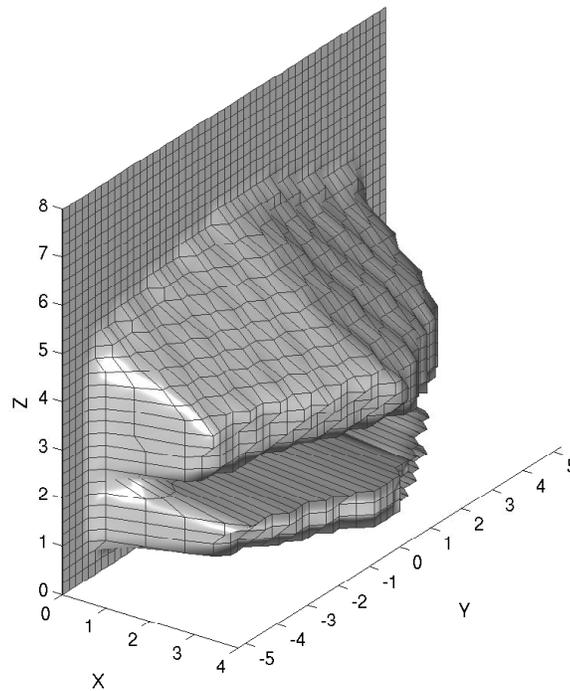


FIG. 3.19 – Espace atteignable en translation pour $h = 0m$.

La figure 3.20 montre en détail trois tranches latérales ($z = cte$) du volume de l'espace atteignable en translation. Sur cette figure, et sur les suivantes, le code de couleurs servant à mettre en évidence la nature des contraintes violées est le suivant :

Bleu : Le mécanisme a été incapable d'équilibrer certains efforts avec des tensions strictement positives dans les câbles.

Vert : Une interférence est survenue.

Turquoise : Une collision avec les limites physiques de la salle est survenue.

On remarque que pour les trois graphes de la figure 3.20, il existe une zone, pour $|y| > 4.72m$, où l'effecteur entre en contact avec les limites physiques de la salle. On remarque également que, pour la tranche $z = 2m$ qui se trouve très près du niveau inférieur des points d'attache, la cause principale de sortie de l'algorithme est l'interférence. Ces interférences ne sont pas évitables puisqu'il en survient plus d'une simultanément.

L'espace atteignable en translation pour $(\phi, \theta, \sigma) = (0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$ et pour $h = 0$ peut être défini tel que l'amplitude maximale $x = 4m$ est atteinte pour la zone où $-0.84m <$

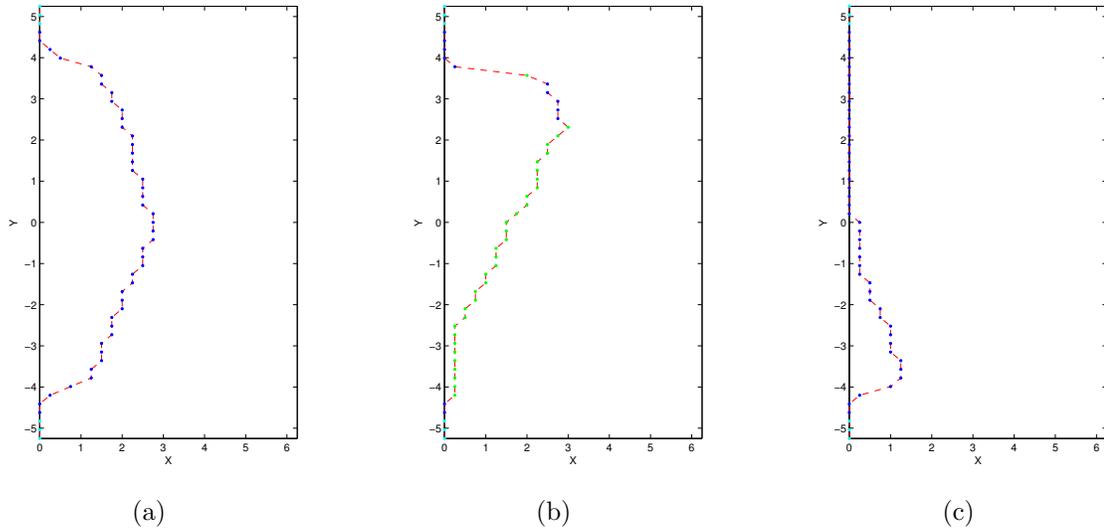


FIG. 3.20 – Tranches X-Y de l'espace atteignable en translation pour $h = 0m$: (a) $z = 4m$, (b) $z = 2m$ et (c) $z = 1.75m$.

$y < 0m$ et $0.75m < z < 1.5m$. L'amplitude maximale atteinte selon y est de $\pm 4.41m$ et finalement, la zone atteignable selon z est $0.5m < z < 6m$.

On peut à présent comparer ces résultats avec ceux qu'on obtient en fixant $h = 0.2m$ (figure 3.21). On remarque que pour $h = 0.2m$, la forme est plus régulière et ne comporte pas de zone inatteignable. En fait, dans ce cas-ci, l'amplitude est maximale pour $z = 1.75m$ alors qu'elle y était minimale dans le cas où $h = 0$. Ce volume de l'espace atteignable en translation est préférable car il est possible de faire tracer au manipulateur de plus grands déplacements selon z , sans être limité par des zones inatteignables à contourner.

À titre d'information, on présente, à la figure 3.22, trois tranches de l'espace atteignable en translation. On y remarque que c'est principalement l'incapacité du mécanisme à équilibrer les efforts qui limite l'espace atteignable en translation.

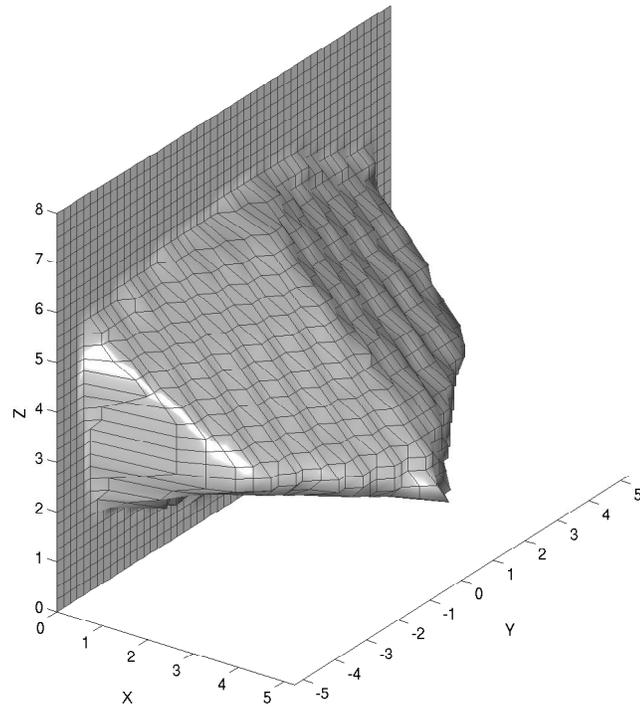


FIG. 3.21 – Espace atteignable en translation pour $h = 0.2m$.

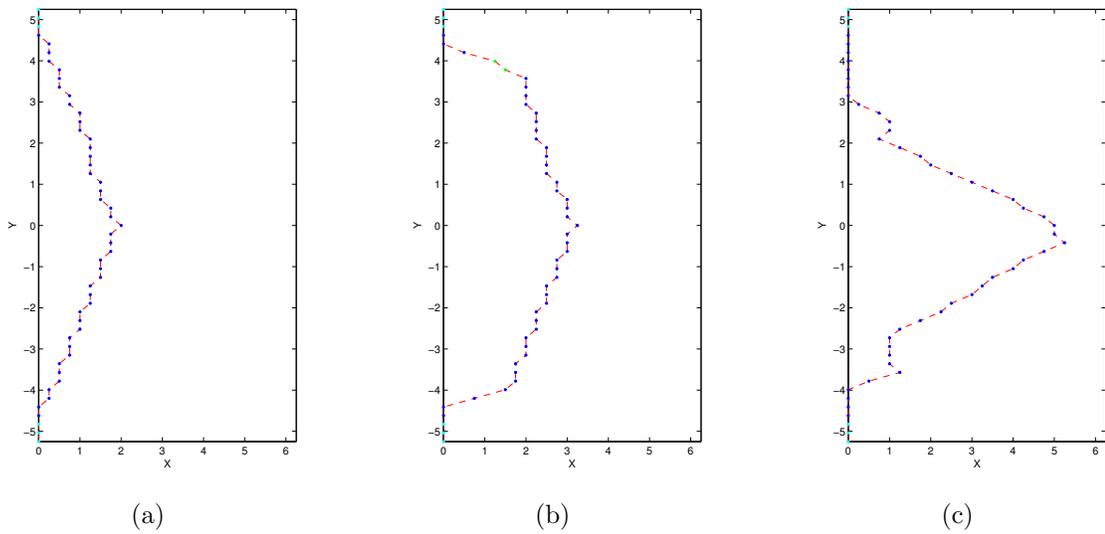


FIG. 3.22 – Tranches X-Y de l'espace atteignable en translation pour $h = 0.2m$: (a) $z = 5m$, (b) $z = 4m$ et (c) $z = 1.75m$.

3.8.3 Espace atteignable en orientation pour

$$(x, y, z) = (1.5, 1.89, 4.25)$$

La procédure appliquée dans cette section est la même que celle présentée à la section 3.8.1.3, à l'exception du fait qu'on cherche ici à quantifier l'espace atteignable en orientation pour un point près de la limite de l'espace atteignable en translation. Ce point a été choisi à partir du graphique de l'espace atteignable en translation présenté à la figure 3.19.

Le but de cette section est d'illustrer un comportement en orientation typique que peut avoir le mécanisme, à une position éloignée du centre de l'EPP. Nous nous sommes donc contenté de présenter un seul exemple de résultat, pour $h = 0$, et le volume résultant est présenté à la figure 3.23.

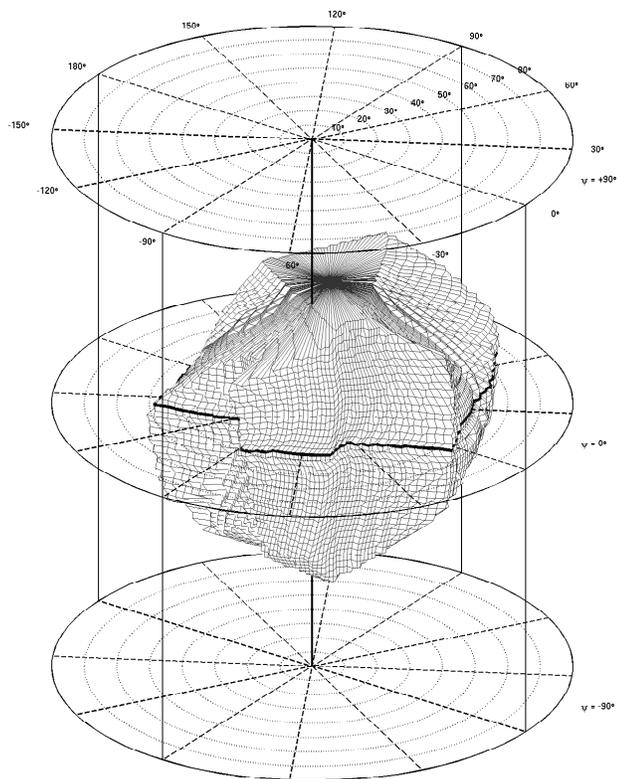
Sur la figure 3.23(a), on peut d'abord remarquer que l'espace atteignable est plus restreint selon σ qu'il ne l'était pour une position cartésienne centrale. Il ne semble toutefois pas y avoir de restriction quand aux orientations atteignables selon ϕ et θ . Cependant, en observant la figure 3.23(b), on constate que l'espace atteignable est fortement décentré par rapport à l'orientation $(\phi, \theta, \sigma) = (0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$.

Afin d'observer les capacités étendues du mécanisme, nous avons fait tracer, sur cette figure, les deux mêmes courbes superposées que celles utilisées aux figures 3.17(b) et 3.18(b), représentant respectivement l'espace atteignable libre d'interférence (ligne pleine) et l'espace atteignable obtenu en permettant le relâchement d'un câble à la fois (ligne tiretée). Nous avons également utilisé le même code de couleur servant à différencier les cas de sortie de l'algorithme, c'est à dire :

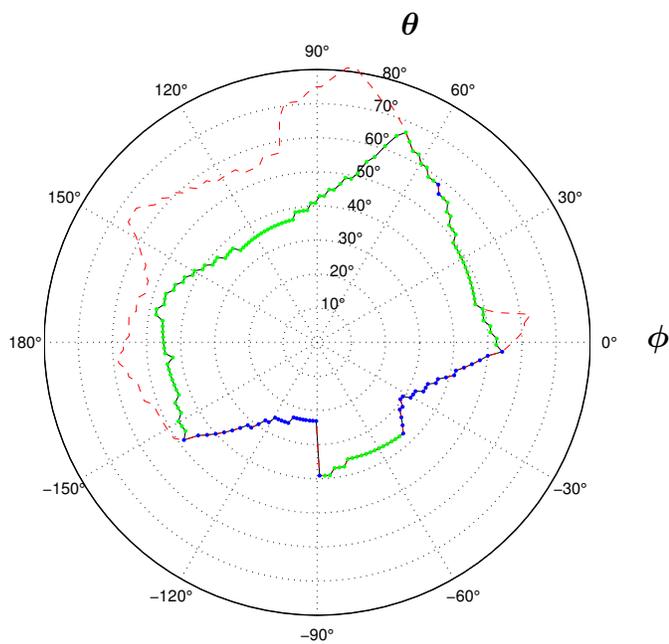
Bleu : Le mécanisme a été incapable d'équilibrer certains efforts avec des tensions strictement positives dans les câbles.

Vert : Une interférence est survenue.

En regardant de plus près la figure 3.23(b), on remarque qu'il n'y a qu'une section où c'est l'incapacité du mécanisme à équilibrer les efforts qui limite l'algorithme, et que le reste de l'espace atteignable est limité par des interférences.



(a)



(b)

FIG. 3.23 – Espace atteignable en orientation à $(x, y, z) = (1.5, 1.89, 4.25)$, pour $h = 0m$: (a) vue 3D et (b) vue 2D pour $\sigma = 0^\circ$.

Somme toute, cette architecture semble posséder une bonne dextérité en orientation, c'est à dire qu'elle conserve une grande partie de son espace atteignable en orientation, pour une position éloignée de la position de référence. Ce phénomène est généralement difficile à obtenir d'un mécanisme actionné câbles et il est hautement souhaitable.

On peut décrire l'espace atteignable en orientation pour la position cartésienne $(x, y, z) = (1.5, 1.89, 4.25)$ tel que l'angle θ maximal est de 66° et est atteint pour la direction préférentielle $\phi \simeq 67^\circ$. L'angle minimal, $\theta = 24^\circ$, est quant à lui obtenu pour l'intervalle $-108 < \phi < -90^\circ$. On peut conclure que pour $h = 0$, l'angle minimal atteignable pour l'ensemble des orientations ϕ est de $\theta = 24^\circ$.

3.8.4 Espace atteignable en translation pour

$$(\phi, \theta, \sigma) = (90^\circ, 30^\circ, 30^\circ)$$

La procédure utilisée dans cette section est à nouveau celle présentée à la section 3.8.1.3. Cette fois, on cherche à visualiser l'espace atteignable en translation pour une orientation près de la limite atteignable en orientation.

Il est important de préciser que le ψ_{init} déterminé à partir du calcul de l'EPP à la section 3.5.2 ne permet probablement pas de maximiser l'espace atteignable en translation pour une orientation autre que $(\phi, \theta, \sigma) = (0, 0, 0)$.

Une première orientation, $(\phi, \theta, \sigma) = (90^\circ, 40^\circ, 48^\circ)$, située tout près de la frontière de l'espace atteignable en orientation (figure 3.17(a)), a d'abord été testée mais nous avons obtenu un espace atteignable en translation nul pour cette orientation. Nous avons donc utilisé une orientation légèrement moins exigeante, c'est à dire, $(\phi, \theta, \sigma) = (90^\circ, 30^\circ, 30^\circ)$ et la figure 3.24 illustre le résultat obtenu.

On remarque que l'espace atteignable est relativement petit, même si de beaucoup supérieur à ce qu'on s'attend en général d'une architecture parallèle. On peut donc supposer que cette architecture de mécanisme possède également une bonne dextérité en translation.

Nous avons finalement fait tracer un autre volume d'espace atteignable, pour le

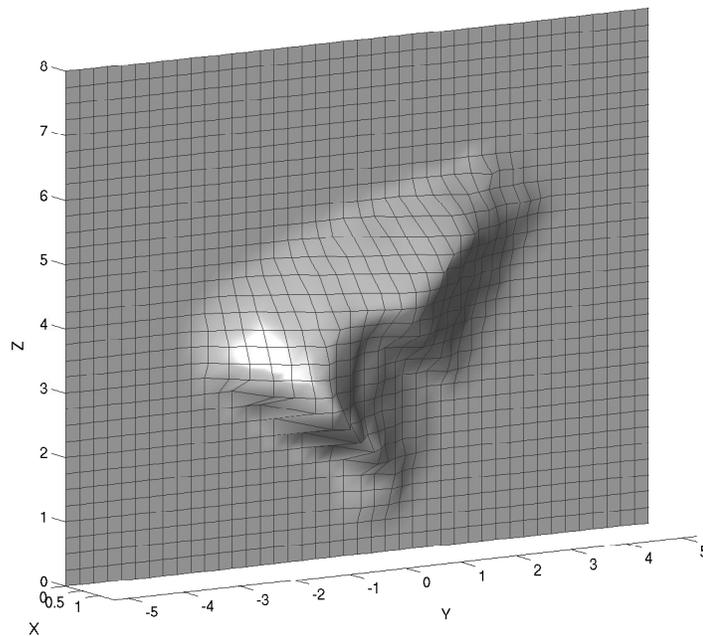


FIG. 3.24 – Espace atteignable en translation à $(\phi, \theta, \sigma) = (90^\circ, 30^\circ, 30^\circ)$, pour $h = 0.0m$.

mécanisme possédant un $h = 0.2m$ lorsque soumis au même test. La figure 3.25 présente le résultat obtenu.

Le volume est plus compact et possède une forme plus régulière, ce qui est préférable. Il est légèrement plus large selon x et décalé par rapport à l'axe des y et l'axe des z .

En conclusion, nous pouvons affirmer que les objectifs concernant la représentation graphique de l'espace atteignable, tels que définis en début de chapitre, sont atteints puisque nous avons réalisé une représentation visuelle compact et intuitive de l'espace atteignable en orientation et de l'espace atteignable en translation. Nous avons, par ailleurs observé les facteurs qui tendent à limiter ceux-ci. Cela nous a permis de mieux comprendre certains comportements généraux de notre mécanisme à câble. Enfin, nous avons pu constater l'influence du paramètre de définition de l'architecture h sur les composantes de l'espace atteignable.

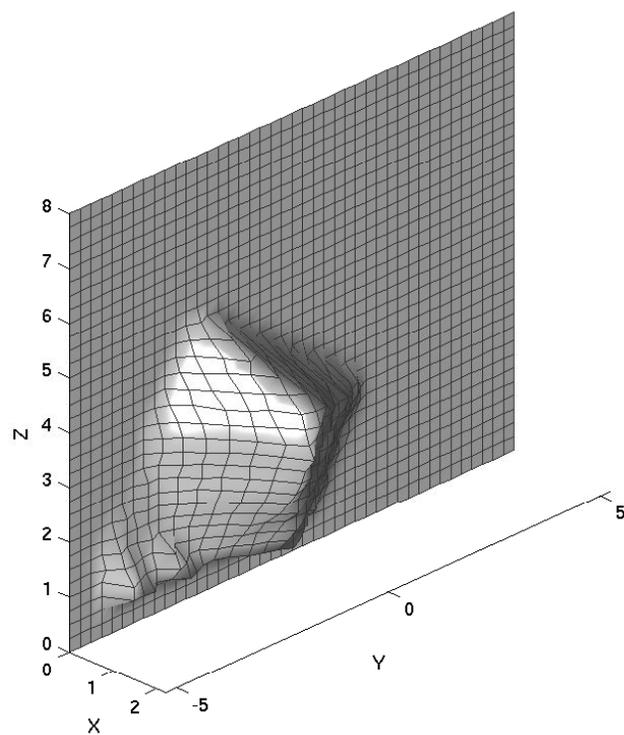


FIG. 3.25 – Espace atteignable en translation à $(\phi, \theta, \sigma) = (90^\circ, 30^\circ, 30^\circ)$, pour $h = 0.2m$.

Chapitre 4

Optimisations et Algorithmes génétiques

Ce chapitre introduit l'utilisation d'une optimisation multicritérielle pour déterminer rapidement l'architecture optimale d'un mécanisme à câbles. À ma connaissance, ce type de méthode n'a jamais encore été appliquée à l'étude des mécanismes à câbles. L'architecture résultante de ces optimisations sera par la suite présentée et détaillée au chapitre 5. Le chapitre 4 contient donc un bref survol de la théorie de la méthode d'optimisation utilisée, la présentation et l'explication d'un exemple simple d'optimisation multicritérielle, et finalement, l'étude de notre mécanisme lorsque soumis à une optimisation ayant comme critères la maximisation de l'espace atteignable et la minimisation des interférences.

4.1 Introduction

La conception d'un mécanisme à câbles requiert que l'on procède à plusieurs étapes de design successives. L'une d'elles consiste à optimiser les paramètres de la géométrie du mécanisme. C'est ce qui nous permettra d'obtenir l'architecture la plus adéquate pour l'application qui lui est dévolue.

Au chapitre 3, nous avons vu diverses façons de définir l'espace atteignable d'un mécanisme à câbles. Nous y avons développé quelques outils d'évaluation de ces espaces atteignables. Nous utiliserons ici ces nouveaux outils afin d'optimiser le mécanisme à câbles servant de plate-forme de génération de mouvement d'un simulateur de vol. Nous cherchons à découvrir l'architecture qui possède l'espace atteignable le plus vaste possible. Cet espace a été décrit au chapitre 3 comme étant constitué de deux sous-ensembles principaux, c'est à dire : l'espace atteignable pour lequel il est possible d'équilibrer les efforts par une tension positive suffisante dans les câbles, et l'espace atteignable libre d'interférence.

Le chapitre 4 présente une approche d'optimisation de la géométrie qui permet de prendre en considération ces deux sous-ensembles de l'espace atteignable dans une même analyse. C'est ce qu'on appelle une optimisation multicritérielle. Pour ce faire, on utilisera les outils de détermination de l'espace atteignable basés sur des trajectoires virtuelles à faire tracer au manipulateur, qui ont été développés aux sections 3.7 et 3.8.

Nous verrons d'abord un bref résumé de la théorie des optimisations et des algorithmes génétiques. Par la suite, un exemple simple d'une poutre en flexion permettra d'illustrer le genre de résultat qu'on peut obtenir de l'utilisation de ces algorithmes. Ensuite, nous nous attaquerons au problème du mécanisme à câbles pour l'application du simulateur de vol. Nous procéderons d'abord à l'optimisation complète du mécanisme dans le but de déterminer une architecture optimale. Par la suite, nous étudierons, isolément, l'impact de certains paramètres sur les deux fonctions à optimiser afin de tenter de dégager certains principes de design d'un mécanisme à câbles.

4.2 Théorie des optimisations et des algorithmes génétiques

Par définition, optimiser signifie “tirer le meilleur parti possible de quelque chose”. En mathématique, cela correspond à déterminer le ou les extrema d’une fonction. L’algorithme génétique, sous-ensemble le plus connu et le plus utilisé des algorithmes évolutionnaires, accomplit ce genre de tâche dans le cas des problèmes d’optimisation pour lesquels il n’existe pas (ou on ne connaît pas) de méthode exacte de résolution du problème. Pour ce faire, celui-ci s’inspire des principes de l’évolution et de la sélection naturelle élaborés par Charles Darwin [44]. Le vocabulaire utilisé est donc emprunté de la théorie de l’évolution et de la génétique. On parle alors d’individus (solutions potentielles), de populations, de gènes (variables), de parents, de descendants, de reproduction, de croisements, de mutations, de sélection, etc. Ces algorithmes ont été, et sont toujours, utilisés plusieurs domaines scientifiques [45]. Plus récemment, ces mêmes algorithmes ont été appliqués au domaine artistique [46]. En robotique, on compte déjà un grand nombre de travaux qui ont porté sur l’utilisation des algorithmes génétiques afin d’optimiser la géométrie de mécanismes [47, 48].

Le résultat des algorithmes génétiques constitue une solution approchée, c’est à dire une estimation de la solution réelle, sur un espace donné.

4.2.1 Optimisation à critère unique

Les optimisations à critère unique sont utiles lorsqu’on désire n’optimiser qu’un seul critère à la fois. Dans une situation de design, il est bien rare que cela se produise. Le plus souvent, on se retrouve confronté à des situations où il nous faut minimiser plusieurs critères qui, bien souvent, sont en opposition. On cherche alors à obtenir le meilleur compromis possible.

Il est tout de même possible de prendre en compte plus d’un critère à la fois dans une optimisation à critère unique. Pour ce faire, ce dernier peut-être constitué d’une fonction de deux ou de plusieurs critères. Cela permet de tenir compte des différents aspects du problème, et a comme avantage d’être simple à programmer et à utiliser. Par contre,

cela a le désavantage qu'il est possible que des combinaisons différentes de valeurs de fonctions objectif donnent la même valeur de critère d'évaluation. Par exemple, si les deux critères à minimiser sont f_1 et f_2 , la fonction composée de ceux-ci peut avoir la forme $f = f_1 + f_2$. Pour une valeur de $f = 20$, il existe plusieurs combinaisons possibles des critères tels que : $(f_1, f_2) = (10, 10), (0, 20), (20, 0)$. Or ces résultats, qui ont des significations physiques bien différentes, ne sont pas nécessairement également souhaitables.

L'algorithme génétique fonctionne tel que décrit brièvement dans ce qui suit. On génère d'abord aléatoirement une population de génomes initiale (individus) composée de chromosomes (paramètres), qui servira de base pour les générations futures. On définit également une fonction d'évaluation (critère de sélection) qui permettra de classer chaque individu au sein de sa population en fonction de ses performances lors de l'évaluation. Les individus ayant obtenu les meilleurs résultats sont retenus (sélection) et une nouvelle population est créée à partir de cette élite (reproduction), en utilisant des opérations de mutation et de croisement, de façon à ce que le bassin de population de la génération suivante soit diversifié. De plus, certains paramètres viendront encadrer le processus d'optimisation. Par exemple, la taille de la population, le nombre total de générations ou le critère d'arrêt, la probabilité des opérateurs de croisement et de mutation, etc. Après plusieurs générations, on aura exploré l'ensemble de l'espace des paramètres et on aura, on espère, convergé vers la meilleure solution (un optimum global).

Au cours de notre recherche d'une architecture optimale, nous avons d'abord réalisé une optimisation à un seul critère, qui consistait à optimiser l'EPP pour une série de points d'attache donnés. L'élite de la population correspondait alors aux architectures dont résultait le plus vaste espace atteignable. Le résultat en a été le mécanisme présenté et utilisé tout au long du chapitre 3. De plus, nous avons pu en déduire quelques règles générales de design d'un mécanisme à câbles. Par exemple, pour éviter les interférences, il est préférable de regrouper les points d'attache des câbles. Aussi, le fait de croiser les câbles semble augmenter l'EPP et permettre d'obtenir de meilleures performances en rotation, bien que cela augmente également les risques d'interférence. Finalement, les configurations symétriques sont préférables car l'asymétrie peut causer une anisotropie des caractéristiques dynamiques, de la manipulabilité, etc... Ces optimisations n'étaient par contre pas exhaustives puisqu'elles ne considéraient pas l'interférence entre les câbles.

À la section suivante, le concept d'optimisation multicritérielle est présenté. Cette méthode nous a permis de tenir compte, en même temps, des deux composantes de l'espace atteignable, et ainsi d'obtenir une série de solutions optimales.

4.2.2 Optimisation multicritérielle et NSGA-II

Les optimisations multicritérielles permettent d'optimiser, simultanément, deux ou plusieurs critères. Le résultat n'est pas une solution unique comme c'était le cas à la section précédente, mais un front de solutions. Ce front des solutions représentant les meilleurs compromis possibles (les solutions non-dominées) doit par la suite être étudié afin de sélectionner, de façon intuitive, le ou les solutions optimales. Une des caractéristiques de ce front de solutions est qu'il n'est pas possible d'améliorer le résultat d'une de ces solutions par rapport à l'un des critères (fonctions objectif) sans produire un effet nuisible sur au moins un des autres. C'est ce qu'on appelle le front *pareto-optimal* de solutions non-dominées. Les autres solutions, pour lesquelles les critères ont obtenu des performances inférieures lors de l'évaluation, sont dites "dominées" et elles sont rejetées.

L'algorithme génétique multicritériel utilisé dans ce chapitre est le *Nondominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA-II)* [49], développé par le *Kanpur Genetic Algorithms Laboratory* [50].

Il est à noter que les travaux effectués dans ce mémoire en ce qui concerne l'algorithme génétique multicritériel, bien qu'ils soient orientés vers l'application d'un simulateur de vol, peuvent être repris et utilisés dans le cas de n'importe quel mécanisme à câbles et même, de façon plus générale, pour tout problème d'optimisation où on utilise des fonctions objectif codées en Matlab, sous la forme :

$$\text{function [obj,constr] = programme(x)}$$

4.2.3 Principe d'innovation

L'utilité des algorithmes génétiques multicritériels peut s'étendre bien au-delà de la simple détermination d'une solution optimale. En effet, l'analyse des résultats de l'optimisation multicritérielle peut permettre de lever le voile sur des principes de design innovateurs reliant les paramètres et les fonctions objectif. En d'autres termes, cela peut permettre d'approfondir notre compréhension du problème à l'étude. C'est ce qu'on appelle "Innovation" (*Innovation through Optimization*) [51]. En général, cela permet de sauver du temps à ceux qui, par la suite, auront à se pencher sur un problème similaire.

Voici quelques exemples de résultats qu'il est possible de dégager du front pareto optimal et des paramètres correspondants :

- Une relation mathématique exprimant le lien entre f_1 et f_2 , les deux fonctions à optimiser.
- La valeur maximale du pourcentage de l'espace atteignable (f_1) pour lequel il n'y a aucune interférence (f_2) rencontrée.
- Observer s'il y a un paramètre dont la valeur est toujours la même sur tout le front pareto.
- Observer si deux ou plusieurs paramètres de même nature prennent une valeur identique sur tout le front pareto (regroupement de paramètres).
- Observer si deux paramètres semblent être en opposition directe.
- Des relations mathématiques entre les paramètres ou entre les fonctions objectifs et les paramètres.
- Observer lesquels des paramètres font évoluer f_1 et f_2 dans le même sens.

Ultimement, dans notre cas, cela peut mener à ce que quelqu'un réalise le design d'un nouveau mécanisme à câbles sans avoir à refaire une nouvelle optimisation complète. Voyons un exemple simple pour illustrer ce principe d'innovation.

4.2.4 Exemple d'utilisation - poutre en flexion

Voici un exemple simple qui illustre le principe d'innovation par l'analyse des résultats de l'utilisation d'un algorithme génétique multicritériel. Le problème consiste à optimiser les paramètres de la géométrie d'une poutre soumise à un effort de flexion. On vise à minimiser le coût du matériau, donc minimiser le volume total de matériau utilisé (f_1), en même temps que minimiser la déflexion maximale (f_2).

La figure 4.1 illustre la poutre en question. Celle-ci est encastree à une de ses extrémités et soumise à une force $F = 1N$ à l'autre. Les deux paramètres à faire varier sont x_1 et x_2 et la longueur l de la poutre est fixée à $1m$. Pour simplifier davantage l'exemple, on fait la supposition que le poids de la poutre est négligeable, ce qui ne serait probablement pas le cas dans la réalité.

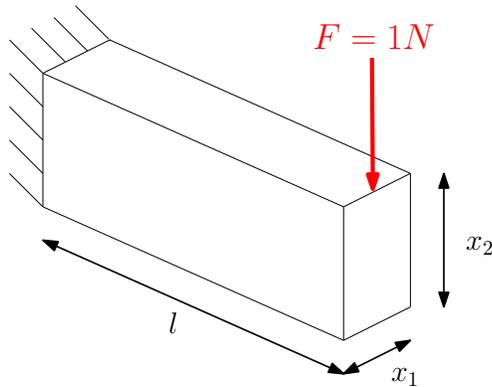


FIG. 4.1 – Exemple d'une barre en flexion.

Le volume du matériau s'exprime tout simplement par :

$$f_1 = x_1 x_2 l \quad (4.1)$$

tandis que la déflexion maximale, qui survient à l'extrémité libre de la poutre, s'exprime par :

$$f_2 = \frac{F l^3}{3EI} \quad (4.2)$$

où I est le moment d'inertie de la section de la poutre qui, pour une section rectangulaire comme celle de l'exemple, se calcule par :

$$I = \frac{x_1 x_2^3}{12} \quad (4.3)$$

et E correspond au module d'Young. Nous avons utilisé ici un acier inoxydable standard pour lequel $E = 210GPa$.

Enfin, nous avons fixé une condition limite sur la contrainte admissible dans le matériau. On s'assure ainsi de maintenir cette dernière, en tout point de la poutre, inférieure à une tension maximale. Cette contrainte maximale est la limite d'élasticité du matériau, c'est à dire $250MPa$. Puisque la poutre est de section constante, la contrainte maximale sera atteinte à l'encastrement, et son équation est :

$$s_{max} = \frac{Fl}{Z} \quad (4.4)$$

où Z est le moment d'inertie de la section transversale de la poutre, qui se calcule, quant à lui, de la façon suivante :

$$Z = \frac{x_1 x_2^2}{6} \quad (4.5)$$

En terminant, puisque la force appliquée est très faible, nous avons limité l'espace des variables avec les bornes suivantes :

$$0.001 < x_1 < 0.01m \quad (4.6a)$$

$$0.001 < x_2 < 0.01m \quad (4.6b)$$

Les figures 4.2 et 4.3 présentent les résultats de l'optimisation. De ces résultats, il est possible de tirer quelques conclusions. La plupart sont intuitives, mais il est intéressant de constater que l'algorithme d'optimisation multicritériel y converge directement.

Premièrement, on voit très clairement, sur la figure 4.2, qu'il existe une contradiction entre le fait de minimiser le volume et celui de minimiser la déflexion maximale de la poutre. À la figure 4.3, on remarque qu'une façon d'arriver à trouver un compromis intéressant est de faire en sorte que x_1 conserve sa valeur minimale admissible et d'augmenter peu à peu x_2 jusqu'à ce qu'il atteigne la sienne. Par contre, cela fait en sorte que la déflexion est relativement grande. Pour cette famille de compromis, ce serait à nous de fixer une valeur de déflexion maximale admissible.

Une deuxième stratégie qui permet de trouver des compromis intéressants est d'augmenter peu à peu x_1 , lorsque x_2 est à sa valeur maximale. Par contre, cela fait augmenter rapidement le volume de la poutre. Le cercle sur la figure 4.2 montre le point où on

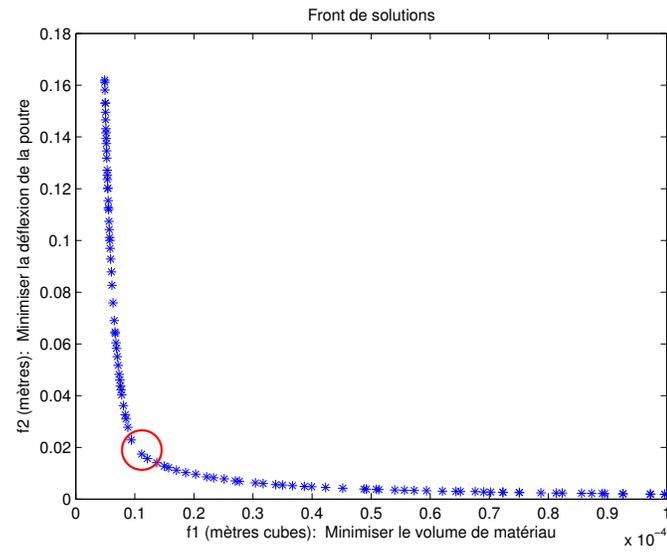


FIG. 4.2 – Front de solutions : minimisation du volume et de la déflexion d’une poutre en flexion.

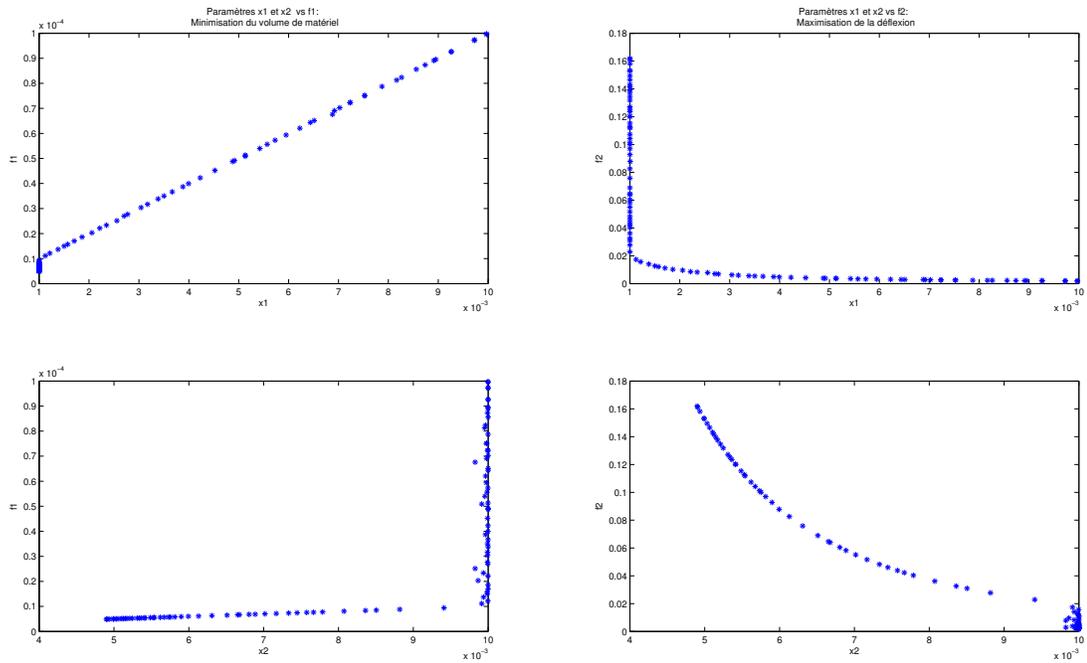


FIG. 4.3 – Relation entre les paramètres et les critères d’optimisation pour l’exemple de la poutre en flexion.

passé de la première stratégie à la deuxième, c'est à dire le point où x_2 est maximum et x_1 est minimum.

Dans un autre ordre d'idées, à la figure 4.3, on peut remarquer que x_2 ne prend jamais une valeur inférieure à $4.899mm$. Cela est dû fait que pour x_1 fixé à sa valeur minimale de $1mm$, x_2 inférieur à $4.899mm$ ferait en sorte de violer la condition sur la contrainte maximale admissible du matériau s_{max} .

On peut en conclure de ces observations que x_2 a un effet plus important sur la minimisation de la déflexion. Autrement dit, la meilleure façon de minimiser le volume sans trop affecter la déflexion de la poutre est de minimiser le paramètre x_1 .

Même si ces résultats peuvent sembler évidents, cet exercice permet de mieux comprendre la façon dont on va procéder pour analyser les relations entre les critères d'optimisation et les paramètres de la géométrie dans le cas du mécanisme à câbles. On ne s'attend toutefois pas à obtenir des résultats aussi simples et faciles à analyser. Notre problème est beaucoup plus complexe.

Pour de plus amples exemples du principe d'innovation, vous pouvez vous référer à l'article de Deb [51].

4.3 Définition du problème

Notre problème consiste à maximiser les deux sous-ensembles de l'espace atteignable, qui sont en opposition l'un avec l'autre. On cherche donc à maximiser l'espace atteignable par équilibrage des efforts tout en maximisant l'espace atteignable libre d'interférence à l'aide d'un algorithme génétique multicritériel. Il s'agit d'un problème à deux critères d'optimisation et un total de sept paramètres de définition de l'architecture. La section 4.3.1 présente, en détail, la géométrie paramétrisée.

Dans notre cas, les individus sont les différentes architectures et leurs gènes sont les paramètres définissant la géométrie d'une architecture (position des points d'attache, dimensions de l'effecteur et orientation initiale de celui-ci).

Les critères de sélection sont calculés à partir d'un test de trajectoire en orientation pour la position cartésienne $(0, 0, 3.64)$. Ces trajectoires sont de type *pick and place* entre l'orientation de référence et l'orientation $\theta = 60^\circ$, pour chaque combinaison (ϕ, σ) testée. On teste ici pour les intervalles suivants : $-180^\circ < \phi < 180^\circ$ et $-45^\circ < \sigma < 45^\circ$. Cette discrétisation correspond aux angles maximaux désirés tel que définis dans le cahier des charges. À chacune de ces trajectoires, on enregistre à la fois l'angle θ maximal atteint avant de rencontrer une pose où il n'est pas possible d'équilibrer les efforts et l'angle maximal atteint avant de rencontrer une interférence. Dans l'éventualité où un seul ou ces deux événements ne se sont toujours pas produits à la fin de la trajectoire, on enregistre alors la valeur de l'angle maximal de la trajectoire, $\theta = 60^\circ$.

Ce qu'on désire, c'est trouver l'architecture qui maximise les angles θ atteignable avant que, respectivement, chacune des contraintes soit violée. Le nombre de solutions possibles dépend directement du pas de discrétisation utilisé pour tracer la trajectoire. Or, les algorithmes génétiques multicritériels fournissent de meilleurs résultats lorsqu'il existe un vaste bassin de solutions potentielles, ce qui requerrait une fine discrétisation. Mais une fine discrétisation entraîne un très long temps de calcul !

Nous avons contourné ce problème en maximisant non pas l'angle maximal atteint, mais plutôt la moyenne des angles atteints pour chacun des critères. En résumé, on optimise la moyenne, pour l'ensemble des couples (ϕ, σ) testés, des orientations maximales (θ) à laquelle le mécanisme peut se rendre avant de rencontrer respectivement une interférence et une pose inatteignable de par son incapacité à équilibrer les efforts en jeu.

De plus, puisque les temps de calcul des fonctions à optimiser, qui contiennent elles-mêmes des sous-optimisations, sont relativement grands, les optimisations multicritérielles ont été exécutées sur le réseau québécois de calcul haute performance [52] (RQCHP, voir annexe B.1), ce qui permet de réaliser des calculs en parallèle sur plusieurs ordinateurs à la fois et ainsi, de diminuer le temps réel du calcul.

4.3.1 Modèle paramétrisé

Le modèle paramétrisé n'a pas exactement la même structure de base que celui que nous avons utilisé jusqu'à présent. Pour décider de l'architecture utilisée au chapitre 3, nous avons considéré uniquement les coordonnées des points d'attache déjà disponibles dans le local alloué à la construction du prototype. Ce dernier était alors contraint au fait que deux des murs verticaux de la base fixe contenaient trois points d'attache chacun alors que les deux autres murs verticaux contenaient seulement un seul point d'attache chacun. Ici, nous avons plutôt privilégié la symétrie des points d'attache à la base et ainsi chaque mur vertical du modèle paramétrisé contient deux points d'attache. La figure 4.4 illustre la paramétrisation en question. Il est à noter que ce modèle n'est pas à l'échelle.

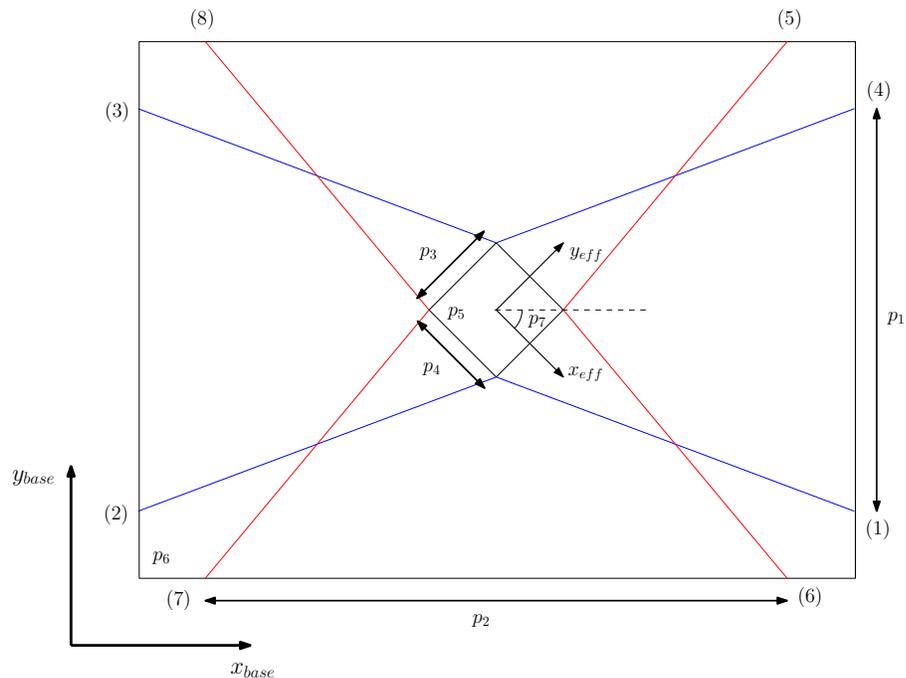


FIG. 4.4 – Modèle paramétrisé.

Sur cette figure, la base fixe et l'effecteur mobile sont tous deux des prismes rectangulaires de dimensions variables. Les câbles en bleu relient les sommets de la face supérieure de l'effecteur aux points d'attache situés sur la face inférieure de la base fixe tandis que les câbles en rouge relient les sommets de la face inférieure de l'effecteur aux points situés sur la face supérieure de la base. Les paramètres sont détaillés davantage dans ce qui suit :

- p_1 : Distance séparant les points d'attache des câbles fixés sur la partie inférieure de la base fixe. (selon y_{base})
- p_2 : Distance séparant les points d'attache des câbles fixés sur la partie supérieure de la base fixe. (selon x_{base})
- p_3 : Dimension du côté de l'effecteur parallèle à y_{eff} .
- p_4 : Dimension du côté de l'effecteur parallèle à x_{eff} .
- p_5 : Hauteur de l'effecteur (ce qui correspond à h du chapitre 3).
- p_6 : Hauteur séparant les deux niveaux de points d'attache à la base.
- p_7 : Angle initial de la plate-forme (ψ_{init}).

Les intervalles sur lesquels seront testés ces paramètres sont les suivants :

TAB. 4.1 – Intervalles de l'espace des paramètres d'optimisation.

p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7
[5, 10]	[6, 12]	[0.1, 1.0]	[0.1, 1.0]	[0, 1.0]	[4, 8]	[-180, 180]

4.4 Optimisation complète

Cette section présente les résultats de l’optimisation du mécanisme à câbles, pour le modèle paramétrisé proposé à la section précédente. Les résultats de cette optimisation donnent une idée générale du mécanisme optimal pour cette paramétrisation, mais il n’est pas garanti qu’il fournit précisément la valeur optimale des paramètres. Cela est dû au fait que l’algorithme, tel que programmé actuellement, utilise des critères de sélection qui requièrent de longs temps de calcul et cela, même pour une discrétisation très sommaire. Or, l’utilisation du RQCHP est limitée à un maximum de 48 heures par calcul. Pour obtenir une meilleure précision, il faudrait modifier l’algorithme afin que le temps de calcul des critères de sélection soit réduit de beaucoup. On verra, à la section conclusion et à l’annexe B.1, quelques propositions de méthodes pour y arriver. Bien que nous n’ayons pas pu utiliser une fine discrétisation, les résultats obtenus et présentés dans ce qui suit permettent tout de même de définir une architecture optimale ainsi que de tirer quelques conclusions intéressantes.

4.4.1 Présentation des résultats

Tout d’abord, comme nous venons de le mentionner, ce calcul a été lancé pour une discrétisation grossière de l’espace atteignable. Les paramètres définissant cette discrétisation de même que ceux définissant l’algorithme génétique sont présentés au tableau 4.2.

TAB. 4.2 – Discrétisation et paramètres d’optimisation.

n_ϕ	n_σ	dt	n_{pop}	n_{cpu}	n_{gen}	temps de calcul
8	9	15	48	12	20	16 h 50 min

Dans ce tableau, n_ϕ et n_σ correspondent respectivement au nombre de pas de discrétisation selon ϕ et σ tandis que dt est le nombre de pas de la trajectoire selon θ , qui est de type “pick and place”. De plus, n_{pop} définit la taille de la population, n_{cpu} est le nombre de *cpu* sur lequel le calcul a été divisé en parallèle et n_{gen} est le nombre de générations sur lequel la population évolue. Le fait de diviser le calcul sur 12 *cpu* signifie que le calcul sera de 6 à 12 fois plus rapide que s’il avait été effectué sur un

seul ordinateur. On remarque également que le temps de calcul est encore bien loin de la limite de 48 heures introduite précédemment. Nous avons, en effet, dû être prudent dans notre choix de paramètres de discrétisation et d'optimisation car il nous est impossible de connaître, à priori, le temps de calcul du test de performance d'un individu aux critères de sélection. Chaque pose, de chaque trajectoire, pour chaque individu, de chaque génération, donne lieu à une optimisation pour laquelle le temps de calcul dépend du nombre d'itérations requises avant la convergence. En outre, plus l'espace atteignable d'une architecture est grand, plus le temps de calcul est long. Il est donc possible d'évaluer sommairement le temps de calcul pour les conditions idéales et les pires conditions de convergence mais le résultat oscillera entre ces deux valeurs limites de façon imprévisible. La figure 4.5 illustre le front de solutions obtenu.

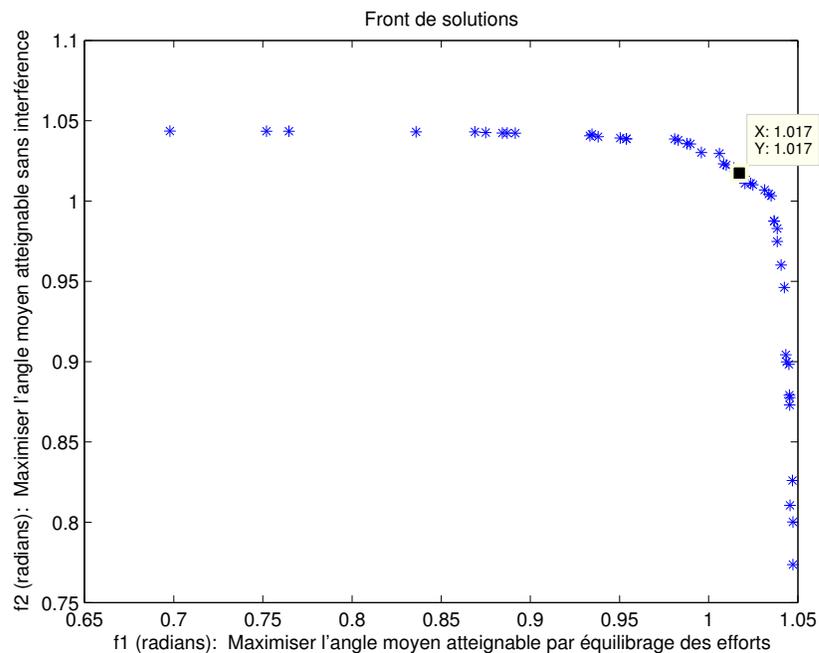


FIG. 4.5 – Optimisation de l'architecture complète, f_1 vs f_2 .

À prime abord, ce résultat est très encourageant car, bien que les deux sous-ensembles de l'espace atteignable sont de nature à être en opposition, l'algorithme génétique réussit à converger vers un groupe de solutions qui fournissent de bonnes performances aux deux critères à la fois. Sur cette figure, nous avons mis en évidence la solution jugée optimale, $(f_1, f_2) = (1.017, 1.017)$ radians. Celle-ci permet d'obtenir une orientation moyenne identique pour les deux critères. C'est exactement ce qu'on désire. Il serait en effet inutile qu'un mécanisme possède un vaste espace atteignable par équilibrage des efforts s'il lui est impossible d'atteindre la majorité de ses poses sans

rencontrer d'interférence, et réciproquement. La moyenne d'angle atteignable pour cette solution optimale est de $\theta = 58^\circ$, ce qui est tout près de l'objectif du cahier des charges en ce qui a trait à l'espace atteignable en orientation.

À présent, regardons de plus près les valeurs des paramètres p_1 à p_7 pour les architectures optimales constituant le front de solutions. La figure 4.6 illustre les valeurs du paramètre p_1 et les valeurs correspondantes des critères de sélection pour les architectures faisant partie du front de solutions.

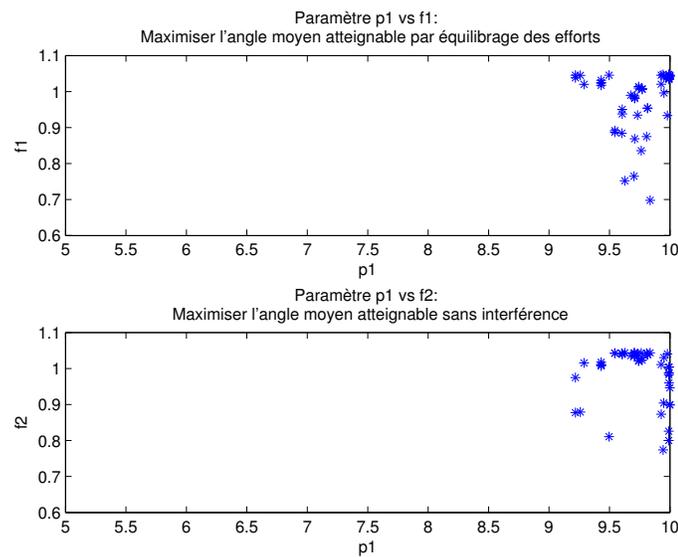


FIG. 4.6 – Paramètre p_1 vs f_1 et f_2 .

On peut constater, de cette figure, que le paramètre p_1 , qui correspond à la distance des points d'attache à la base selon y_{base} , prend des valeurs tout près de la valeur maximale admissible qui lui avait attribuée. On ne peut toutefois pas déduire de relations entre p_1 et les fonctions à optimiser puisque les résultats ont l'allure d'un nuage de points. Il est possible que les résultats pour p_1 auraient convergé d'une façon plus organisée si l'optimisation avait été réalisée sur un plus grand nombre de générations. À présent, la figure 4.7 montre les résultats obtenus pour le paramètre p_2 , qui représente la distance séparant les points d'attache sur la partie supérieure de la base parallèle à x_{base} .

On remarque qu'il semble y avoir deux familles de solutions optimales pour p_2 puisque les résultats sont disposés de façon à former deux nuages de points distincts. Ces regroupements sont situés de part et d'autre de la valeur optimale trouvée pour

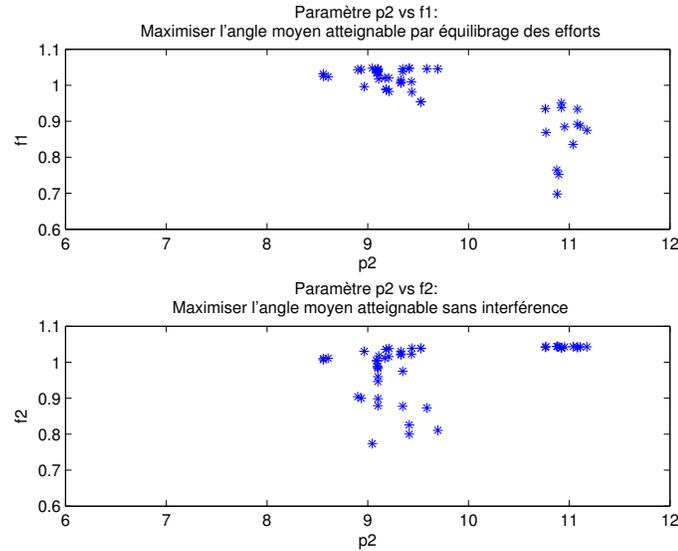


FIG. 4.7 – Paramètre p_2 vs f_1 et f_2 .

p_1 . Une analyse individuelle du comportement de ce paramètre lors de l'optimisation sera effectuée à la section 4.5.3 pour tenter d'éclaircir ce comportement. La figure 4.8 montre les résultats de l'optimisation pour le paramètre p_3 , qui représente la longueur du côté de l'effecteur selon y_{eff} .

Sur cette figure, il semble également y avoir deux familles de solutions. Par contre, en regardant de plus près le résultat détaillé de l'optimisation, qui inclut le rang de chacune des solutions, on constate que le groupe de solutions à $\sim 0.9m$ sont en réalité dominées et qu'elles ont été conservées à la dernière génération afin de compléter la population. Elles ne sont donc pas optimales et elles auraient été rejetées à la génération suivante. Pour ce qui est des solutions qui sont effectivement optimales, on remarque que les résultats sont concentrés autour de la valeur $0.5m$. Cette valeur serait donc optimale pour les dimensions données de la base fixe. La figure 4.9 présente maintenant les résultats pour le paramètre p_4 , qui définit la longueur du côté de l'effecteur selon x_{eff} .

Ici aussi, on croirait qu'il y a deux familles de solutions, mais les solutions éloignées (à $\sim 0.7m$) ne sont pas des solutions optimales pour les mêmes raisons que cité précédemment. On remarque que dans le deuxième graphique de cette figure (p_4 vs f_2), les points semblent vouloir s'aligner selon une courbe d'allure logarithmique. La section 4.5.2 présentera une optimisation pour laquelle seul ce paramètre est variable. On

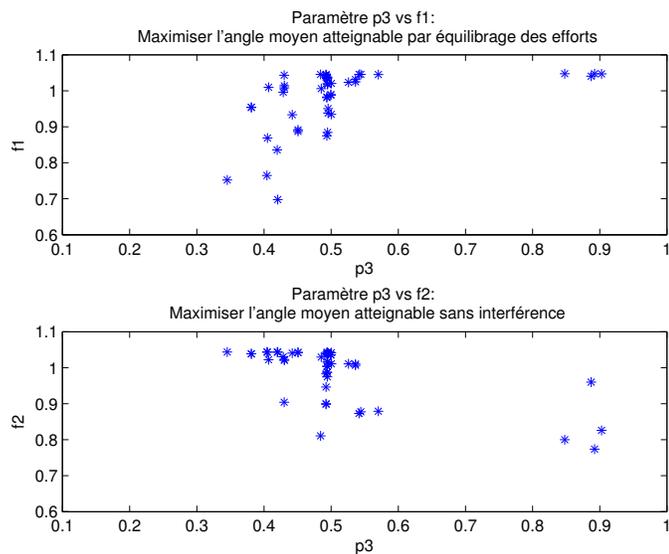


FIG. 4.8 – Paramètre p_3 vs f_1 et f_2 .

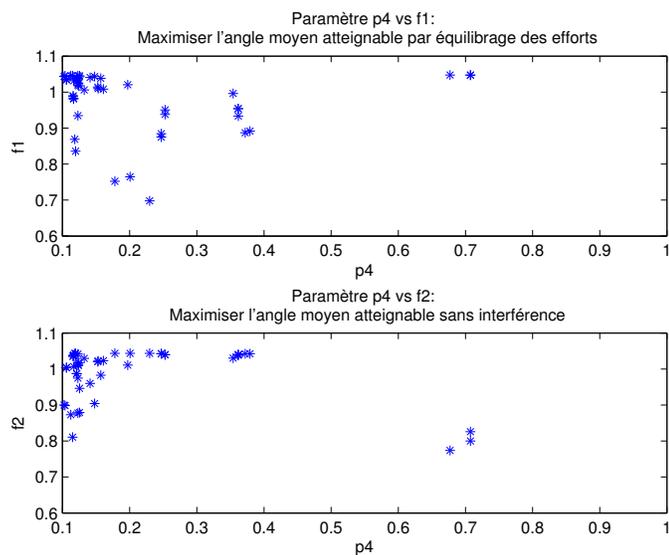


FIG. 4.9 – Paramètre p_4 vs f_1 et f_2 .

pourra alors vérifier si son comportement face à l'optimisation est bel et bien de nature logarithmique. De plus, de façon générale, les résultats optimaux pour ce paramètre sont tels qu'ils sont plus petits que ceux de p_3 et sont surtout concentrés entre 0.1 et $0.3m$. La figure 4.10 présente les résultats pour le paramètre p_5 , qui correspond à la hauteur de l'effecteur.

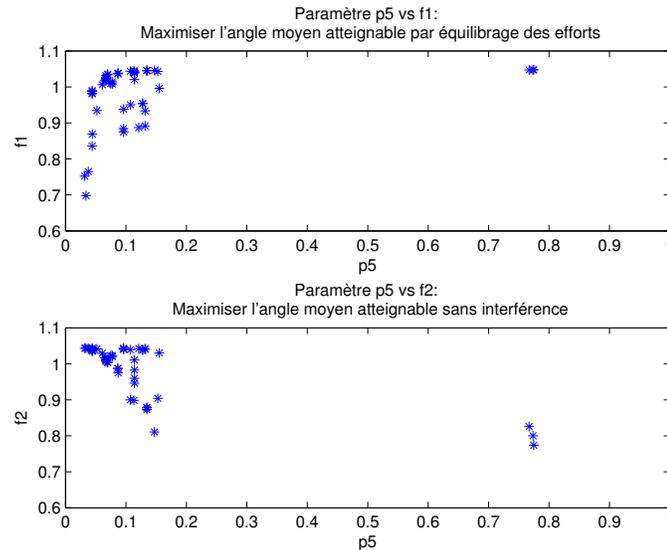
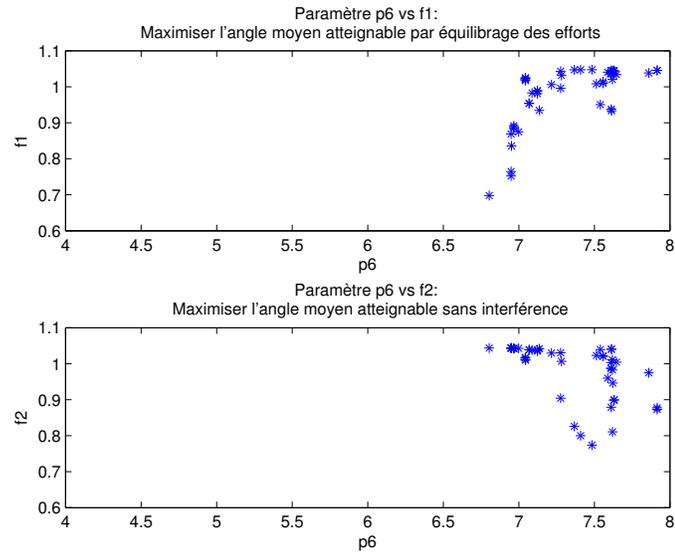
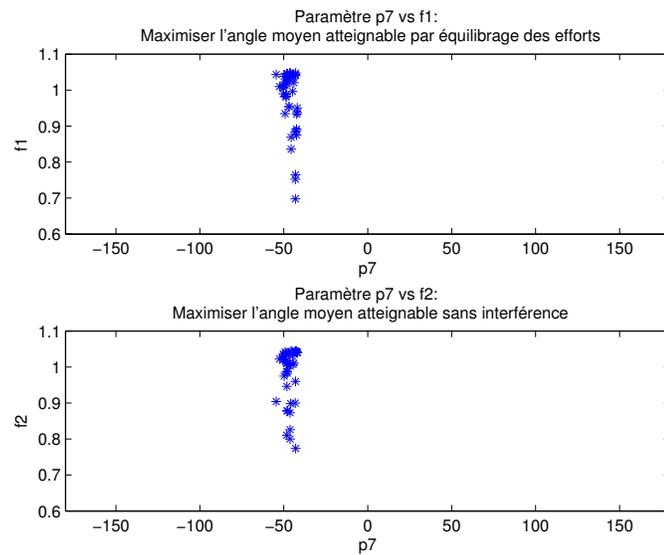


FIG. 4.10 – Paramètre p_5 vs f_1 et f_2 .

Encore une fois, on voit qu'il existe quelques solutions éloignées, non optimales, faisant partie du front de solutions. De façon générale, les solutions optimales sont situées entre 0 et $0.2m$. À la section 4.5.1, une étude plus approfondie de ce paramètre sera effectuée afin de visualiser l'impact réel de ce paramètre sur les deux critères de sélection. La figure 4.11 montre, quant à elle, les résultats de l'optimisation pour le paramètre p_6 , qui correspond à la hauteur séparant les deux niveaux des points d'attache sur la base fixe.

On peut constater, comme on pouvait s'y attendre, qu'il est plus avantageux d'utiliser le maximum de la hauteur disponible. En effet, la majorité des solutions du front *pareto-optimal* ont une valeur située entre $7m$ et $8m$. Enfin, la figure 4.12 présente les résultats de l'angle initial optimal sur l'ensemble du front de solutions.

On remarque que ce résultat prend toujours sensiblement la même valeur, qui est située entre -55° et -45° . Cela est dû à la nature de la paramétrisation, qui favorise la symétrie des points d'attache à la base peu importe la valeur des paramètres. L'angle

FIG. 4.11 – Paramètre p_6 vs f_1 et f_2 .FIG. 4.12 – Paramètre p_7 vs f_1 et f_2 .

initial optimal est celui qui maximise la symétrie du croisement des câbles (vue de haut) et peut varier en fonction des dimensions de l'effecteur, et donc de la position des points d'attache sur celui-ci.

4.4.2 Choix de l'architecture optimale

Le choix de la solution optimale, parmi le front de solutions potentielles, doit être fait en considérant que l'espace atteignable optimal doit permettre au mécanisme d'atteindre le maximum de poses possibles, sans rencontrer de contrainte. En d'autres mots, il faut que f_1 et f_2 , aient une grande partie de leur volume en commun.

Or, de par la façon dont l'algorithme a été codé, il n'est pas possible de vérifier que les volumes des deux sous-ensembles de l'espace atteignable sont correspondants. Il faut en effet faire attention lorsqu'on regarde ce type de graphique. On pourrait être porté à croire qu'une valeur d'angle moyen atteignable égale pour les deux critères a la même signification. Or, une moyenne d'angle égale ne signifie en aucun cas que la forme des deux espaces atteignables est la même. Il faudrait idéalement ajouter un troisième axe à l'optimisation afin de maximiser la partie commune des deux volumes de l'espace atteignable. Pour le moment, nous allons faire l'hypothèse que ces volumes se ressemblent, et ainsi que deux valeurs d'angle moyen produiront sensiblement le même espace atteignable.

Ainsi donc, on doit choisir la solution qui nous procure un espace atteignable équivalent pour les deux sous-espaces. De par la nature contradictoire des deux sous-ensembles de l'espace atteignable, cela ne se produira que pour une seule solution du front pareto-optimal.

La solution optimale choisie est illustrée sur le front de solutions à la figure 4.5. Pour cette solution, les critères de sélection sont $(f_1, f_2) = (1.017, 1.017)$. Les paramètres de cette solution sont présentés au tableau 4.3. On présentera une image de ce mécanisme optimal au chapitre 5.

TAB. 4.3 – Paramètres de la solution optimale.

p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7
9.43m	9.10m	0.495m	0.124m	0.0651m	7.04m	-48°

4.4.3 Innovisations

En analysant les résultats de cette optimisation, il est possible de déduire certaines règles générales de design pour cette paramétrisation de mécanisme à câbles. Par exemple, comme on vient de le mentionner, l'angle initial ψ_{init} sera toujours celui qui maximise la symétrie du croisement des câbles (vue de haut). Aussi, à première vue, il semble avantageux de fixer p_1 à sa valeur maximale admissible. p_2 prend alors une valeur légèrement plus petite ou plus grande que cette dernière. De plus, il semble préférable d'avoir un effecteur qui soit de forme prismatique et de dimensions telles que $p_4 \leq p_3$. Il est également préférable d'utiliser la valeur maximale admissible pour le paramètre p_6 , qui correspond à la distance des points d'attache à la base. Enfin, le paramètre p_5 , c'est à dire la distance selon z_{eff} séparant les points d'attache à l'effecteur, prend optimalement une valeur faible mais non-nulle.

À la section suivante, nous procéderons à l'optimisation de nos deux critères de sélection lorsqu'un seul paramètre à la fois est laissé variable, dans le but de découvrir d'autres principes d'innovation.

4.5 Optimisation simple - 1 paramètre

L'optimisation de l'espace atteignable pour chaque paramètre pris individuellement permet de visualiser l'influence directe qu'ont ceux-ci sur les deux fonctions à optimiser. Dans cette section, nous avons effectué, à titre d'exemple, trois optimisations à paramètre unique.

Pour les cas illustrés ici, la discrétisation de l'espace selon ϕ et σ est très élémentaire et la discrétisation de la trajectoire selon θ est telle qu'il y a 26 pas à parcourir entre $\theta = 0$ et $\theta = 60^\circ$. On a procédé à l'évolution de 50 générations de 100 individus divisés

sur $24cpus$.

4.5.1 Optimisation - paramètre p_5

Le premier paramètre à être étudié isolément est p_5 , qui correspond à la distance verticale séparant les points d'attache sur l'effecteur lorsque celui-ci est dans son orientation de référence. Les autres paramètres étaient alors fixés aux valeurs suivantes :

TAB. 4.4 – Paramètres fixés pour l'optimisation de p_5 .

p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7
$9m$	$11m$	$0.5m$	$0.3m$	p_5	$7m$	-63°

Ces valeurs ont été choisies arbitrairement et, bien qu'elles ne soient pas optimales, il nous est possible d'observer le comportement du paramètre p_5 par rapport aux fonctions à optimiser.

Nous avons remarqué, au chapitre 3, en faisant varier ce paramètre à plusieurs reprises, qu'il avait une influence sur les deux sous-ensembles de l'espace atteignable. Nous verrons à présent de quelle nature est cette influence.

4.5.1.1 Résultats de l'optimisation et innovations

La figure 4.13(a) montre le résultat de l'optimisation suite à ~ 38 heures de calcul (sur une possibilité maximale de 48 heures/calcul au RQCHP).

On peut y lire que pour la discrétisation et les paramètres d'optimisation utilisés, f_1 est maximal à ~ 1.05 radians (60°), mais que l'architecture qui donne ce résultat n'atteint qu'un faible ~ 0.3 radians (17°) pour ce qui est de la moyenne de l'espace atteignable libre d'interférence (f_2). À l'opposé, f_2 maximal est de ~ 0.82 radians (47°) et l'architecture qui donne ce résultat possède une moyenne angulaire de ~ 0.86 radians (49°) pour ce qui est de l'espace atteignable par équilibrage des efforts (f_1). À priori,

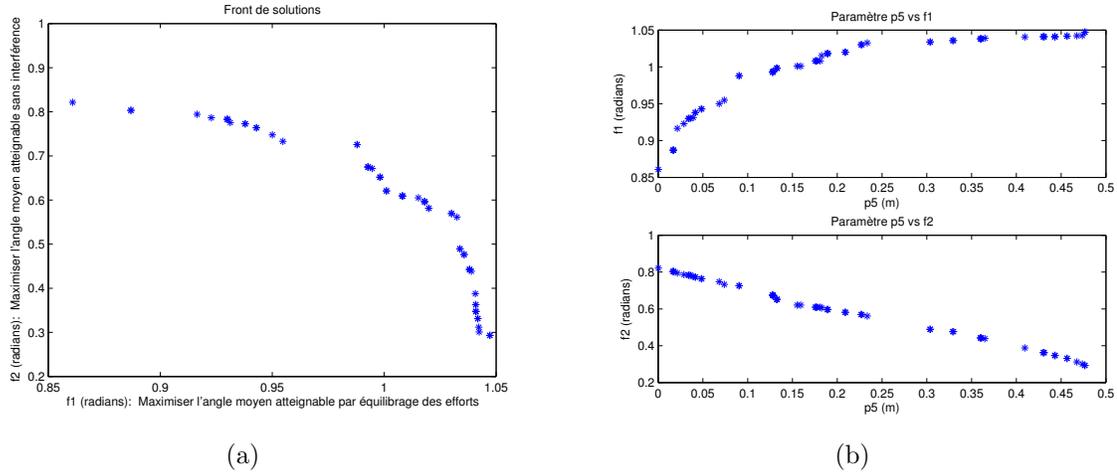


FIG. 4.13 – Optimisation pour le paramètre p_5 : (a) graphique de f_1 vs f_2 et (b) graphiques de p_5 vs f_1 et f_2 .

la deuxième solution semble préférable puisqu'il est permis de supposer qu'elle offrira un plus grand volume commun.

À la figure 4.13(b), on peut voir que l'espace atteignable par équilibrage des efforts (f_1) a tendance à augmenter avec l'augmentation du paramètre p_5 et que, au contraire, l'espace atteignable libre d'interférence (f_2) a tendance à diminuer pour cette même augmentation du paramètre p_5 . C'est justement ce qu'on avait déduit des tests effectués au chapitre 3. Par contre, ici on peut préciser que, à première vue, la nature de la relation entre le paramètre p_5 et le critère de sélection f_1 semble de forme logarithmique alors que la relation entre p_5 et f_2 semble plutôt linéaire. Il faudrait augmenter la discrétisation du calcul et des paramètres d'optimisation pour vérifier la nature de ces relations et en déduire des équations mathématiques.

De ces résultats, on peut conclure que pour l'architecture donnée, en ne faisant varier que le paramètre p_5 , l'espace atteignable libre d'interférence est le sous-ensemble de l'espace atteignable le plus restrictif des deux. C'est donc celui qu'on devrait mettre en priorité si on ne faisait qu'une optimisation à critère unique.

Aussi, puisque c'est le volume commun de l'espace atteignable qu'on désire optimiser, la solution qui semble préférable ici est celle pour laquelle la valeur de p_5 maximise f_2 sur ce graphique, c'est à dire $p_5 \simeq 0$. En effet, bien que cette valeur minimise f_1 , la valeur minimale de f_1 est tout de même supérieure à la valeur maximale de f_2 . L'optimisation complète a plutôt fait converger ce paramètre à $0.0651m$ en conséquence des

interrelations entre p_5 et les autres paramètres.

4.5.2 Optimisation - paramètre p_4

Le second paramètre à être étudié est p_4 et celui-ci correspond à la dimension du côté de l'effecteur qui est parallèle à x_{eff} . Le tableau 4.5 montre les paramètres fixés lors de cette optimisation.

TAB. 4.5 – Paramètres fixés pour l'optimisation de p_4 .

p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7
$9m$	$11m$	$0.5m$	p_4	$0.1m$	$7m$	-63°

4.5.2.1 Résultats de l'optimisation et innovations

La figure 4.14(a) montre les résultats de l'optimisation multicritérielle pour laquelle le seul paramètre est p_4 .

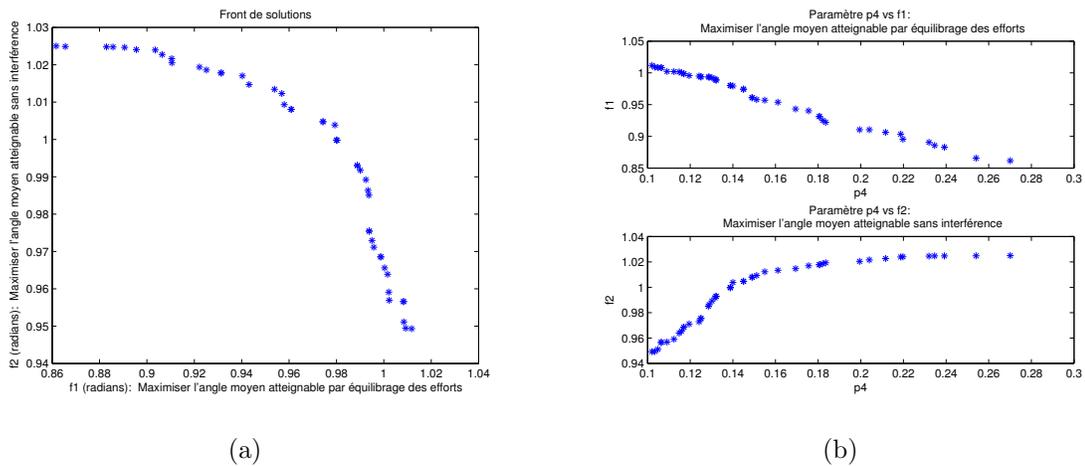


FIG. 4.14 – Optimisation pour le paramètre p_4 : (a) graphique de f_1 vs f_2 et (b) graphiques de p_4 vs f_1 et f_2 .

De cette figure, on remarque que les valeurs maximales de f_1 et f_2 sont à peu près équivalentes. Par contre, la fonction objectif f_1 semble davantage influencée par la fluctuation du paramètre p_4 . En se basant sur cette optimisation uniquement, la

solution optimale serait celle pour laquelle $f_1 = f_2 = 0.99Rad$. La figure 4.9(b) montre les relations entre respectivement p_4 et f_1 , puis p_4 et f_2 .

Pour $f_1 = f_2 = 0.99Rad$, on trouve $p_4 \simeq 0.13m$. Il s'agit d'une valeur de paramètre très similaire à celle trouvée lors de l'optimisation complète. De plus, on constate qu'il existe une relation quasi-linéaire entre p_4 et f_1 . Aussi, il existe une relation entre ce paramètre et l'espace atteignable par équilibrage des efforts. Cette relation semble de nature logarithmique avec une limite asymptotique de $f_2 \sim 1.02Rad$.

4.5.3 Optimisation - paramètre p_2

Le dernier paramètre à être étudié isolément est le paramètre p_2 , qui correspond à la distance séparant les points d'attache sur le niveau supérieure de la base fixe. Le tableau 4.6 montre les paramètres fixés lors de cette optimisation.

TAB. 4.6 – Paramètres fixés pour l'optimisation de p_2 .

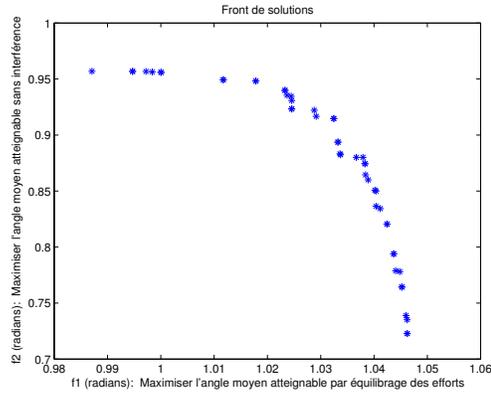
p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7
$9m$	p_2	$0.5m$	$0.1m$	$0.1m$	$7m$	-63°

4.5.3.1 Résultats de l'optimisation et innovations

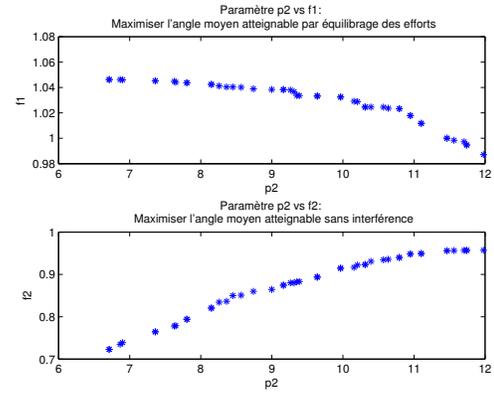
La figure 4.15(a) montre les résultats de l'optimisation lorsque p_2 est l'unique paramètre.

Sur cette figure, on remarque que l'espace atteignable libre d'interférence est le plus restrictif des deux. Pour arriver à maximiser le volume commun des deux espaces atteignables, on doit choisir le paramètre qui permet de maximiser f_2 . La figure 4.15(b) montre les résultats pour ce paramètre.

On remarque que le paramètre qui permet d'obtenir la valeur maximale de f_2 est celui qui correspond à la valeur maximale admissible. Par contre, lors de l'optimisation complète, on obtenait des valeurs de p_2 de $\sim 9m$ ou $\sim 11m$ pour le front de solution. Il est possible que le nombre de générations n'était pas suffisant pour converger vers la



(a)



(b)

FIG. 4.15 – Optimisation pour le paramètre p_2 : (a) graphique de f_1 vs f_2 et (b) graphiques de p_2 vs f_1 et f_2 .

valeur optimale, ou qu'un autre paramètre ait un effet combiné avec celui-ci.

En terminant, si on se fait uniquement à cette optimisation, il serait pertinent de dire que la valeur optimale de p_2 est la valeur maximale admissible. Par contre, il semble y avoir un ratio optimal à respecter entre les dimensions du prisme de la base fixe et du prisme de l'effecteur.

Chapitre 5

Architecture finale

Ce chapitre présente le mécanisme optimal obtenu de l'optimisation multicritérielle du chapitre 4. Tout d'abord, l'architecture optimale est illustrée et commentée. Ensuite, on calcule l'espace atteignable en orientation et l'espace atteignable en translation, avec les outils développés au chapitre 3. Suit une discussion à propos de l'atteinte des objectifs du cahier des charges. Et enfin, on présente le prototype fabriqué au laboratoire et les différents problèmes rencontrés lors de la construction de celui-ci.

5.1 Architecture optimale

L'optimisation multicritérielle du modèle paramétrisé (section 4.4) nous a permis de converger rapidement vers l'architecture optimale d'un mécanisme à câbles servant

de plate-forme de génération de mouvement d'un simulateur de vol. Les deux critères de sélection consistaient à calculer la moyenne des orientations atteignables en θ , pour l'ensemble de la discrétisation (ϕ, σ) , avant que le mécanisme ne rencontre, respectivement, une orientation où il lui est impossible d'équilibrer les efforts et une orientation où il se retrouve dans une situation d'interférence. La solution optimale visée était d'atteindre une moyenne angulaire de $\theta = 60^\circ$.

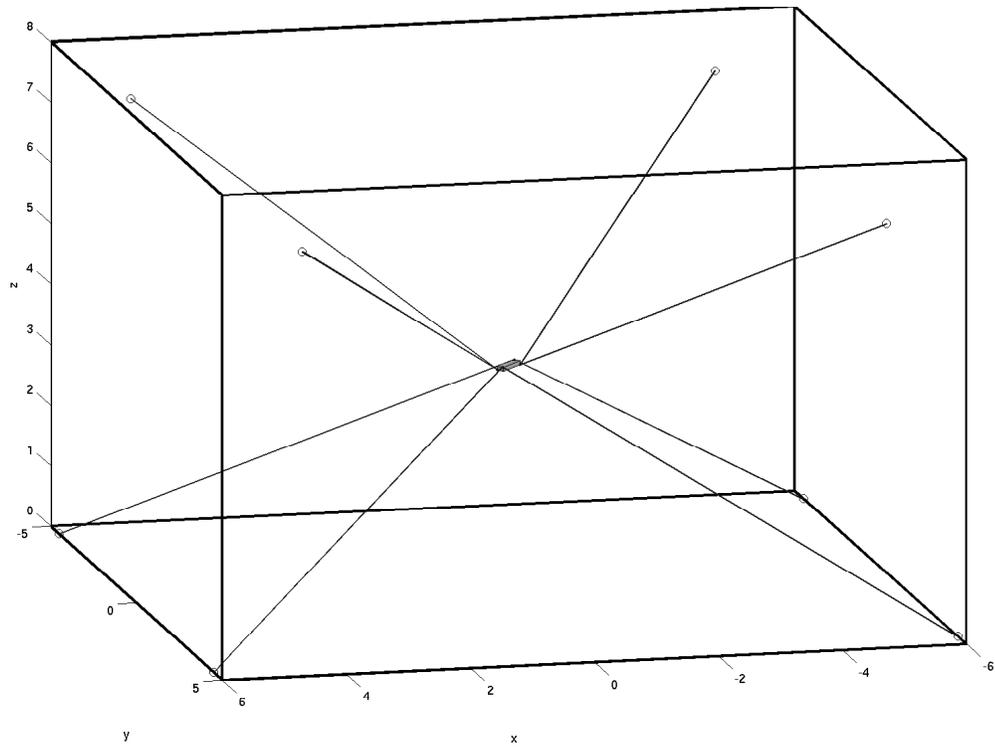
La solution obtenue permet d'atteindre en moyenne un angle $\theta = 58.26^\circ$ pour chacun des critères. Cette valeur est très près de celle désirée. La figure 5.1 illustre l'architecture de ce mécanisme optimal.

À première vue, le ratio [dimension de l'effecteur]/[dimension de la base fixe] peut sembler trop petit pour imaginer construire un simulateur à échelle réelle à partir de cette architecture. Nous avons en effet laissé les dimensions de l'effecteur varier de $0.1m$ à $1.0m$. On pourrait refaire une optimisation en augmentant les valeurs limites des dimensions de l'effecteur, ou tout simplement utiliser cette architecture, en augmentant ses dimensions de façon à conserver les proportions actuelles. La forme de l'espace atteignable serait ainsi conservée, mais le volume diminuerait légèrement à mesure qu'on agrandit l'effecteur. Celui-ci a présentement les dimensions $0.12m \times 0.5m \times 0.07m$ et ce ratio des dimensions semble être optimal pour faire en sorte de maximiser les orientations atteignables.

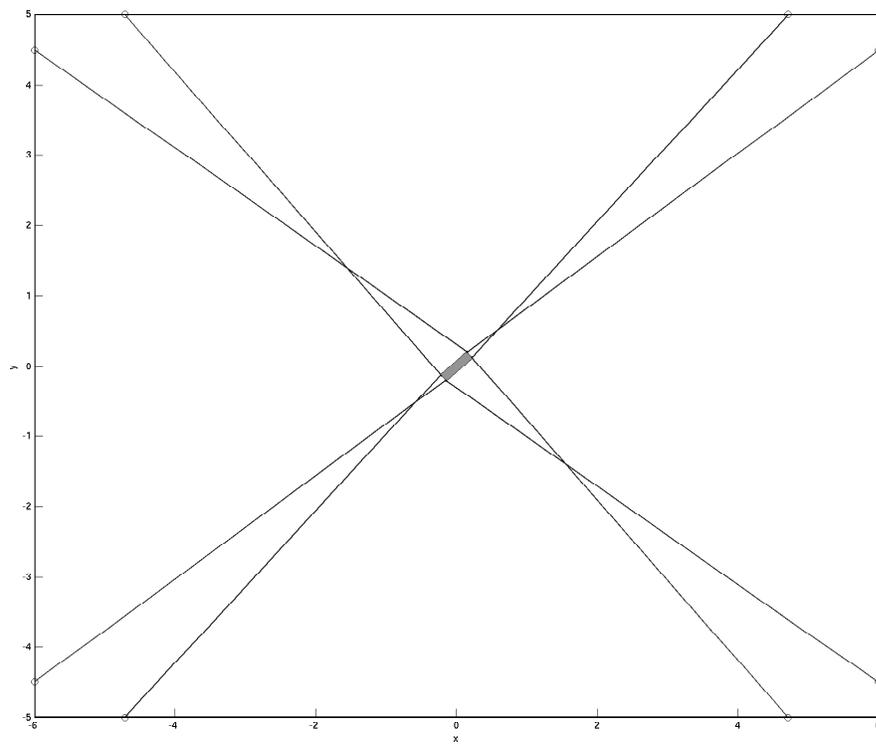
On remarque également que l'angle initial optimal (ψ_{init}) fait en sorte de rendre le croisement des câbles symétrique ainsi que nous l'avons mentionné au chapitre 4. À la section suivante on pourra observer les deux principaux sous-ensembles de l'espace atteignable, c'est à dire, celui en orientation et celui en translation.

5.2 Espace atteignable de l'architecture finale

Cette section présente l'espace atteignable théorique du mécanisme à câbles optimal. Les tests utilisés pour évaluer et représenter respectivement l'espace atteignable en orientation et celui en translation sont ceux qui ont été développés au chapitre 3.



(a)



(b)

FIG. 5.1 – Architecture optimale du simulateur de vol : (a) vue 3D et (b) vue XY.

5.2.1 Espace atteignable en orientation

La figure 5.2(a) illustre l'espace atteignable en orientation pour ce mécanisme lorsqu'il est situé à la position de référence $(x, y, z) = (0, 0, 3.64)$.

On remarque, tout d'abord, que le volume de cet espace atteignable est de beaucoup supérieur à celui qu'on avait trouvé pour le mécanisme non optimisé du chapitre 3 (voir figures 3.17 et 3.18).

Ce qui est particulièrement intéressant de cette architecture, c'est que pour l'ensemble de la discrétisation en ϕ , le mécanisme parvient à atteindre une orientation de près de $\theta = \pm 60^\circ$, pour tous les plans $\sigma = cte$ de l'intervalle $-45^\circ \leq \sigma \leq 45^\circ$. Cette dextérité angulaire est très rare dans le cas des mécanismes à câbles et elle est fortement souhaitable pour notre application à cause de l'utilisation de l'artifice de la verticale apparente.

La figure 5.2(b) illustre le plan $\sigma = 0^\circ$ de cet espace atteignable. On y constate qu'effectivement, la surface de l'espace atteignable couvre pratiquement tout le cercle $\theta = 60^\circ$.

En terminant, il est à noter que le test utilisé pour calculer et représenter l'espace atteignable de la figure 5.2 est plus précis et plus exigeant que celui utilisé lors de l'optimisation de l'architecture. Il se peut donc qu'il y ait une légère différence quant à l'angle moyen atteignable, par rapport aux résultats obtenus au chapitre 4.

5.2.2 Espace atteignable en translation

La figure 5.3 illustre à présent l'espace atteignable en translation pour l'orientation de référence $(\phi, \theta, \sigma) = (0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$. Nous y avons uniquement représenté la demie de cet espace afin d'en faciliter la visualisation, mais en réalité, il y a un espace atteignable identique de l'autre côté du plan YZ .

La première observation qu'on peut en faire est que, bien que le mécanisme n'ait pas été optimisé pour les mouvements en translation, l'espace atteignable en translation

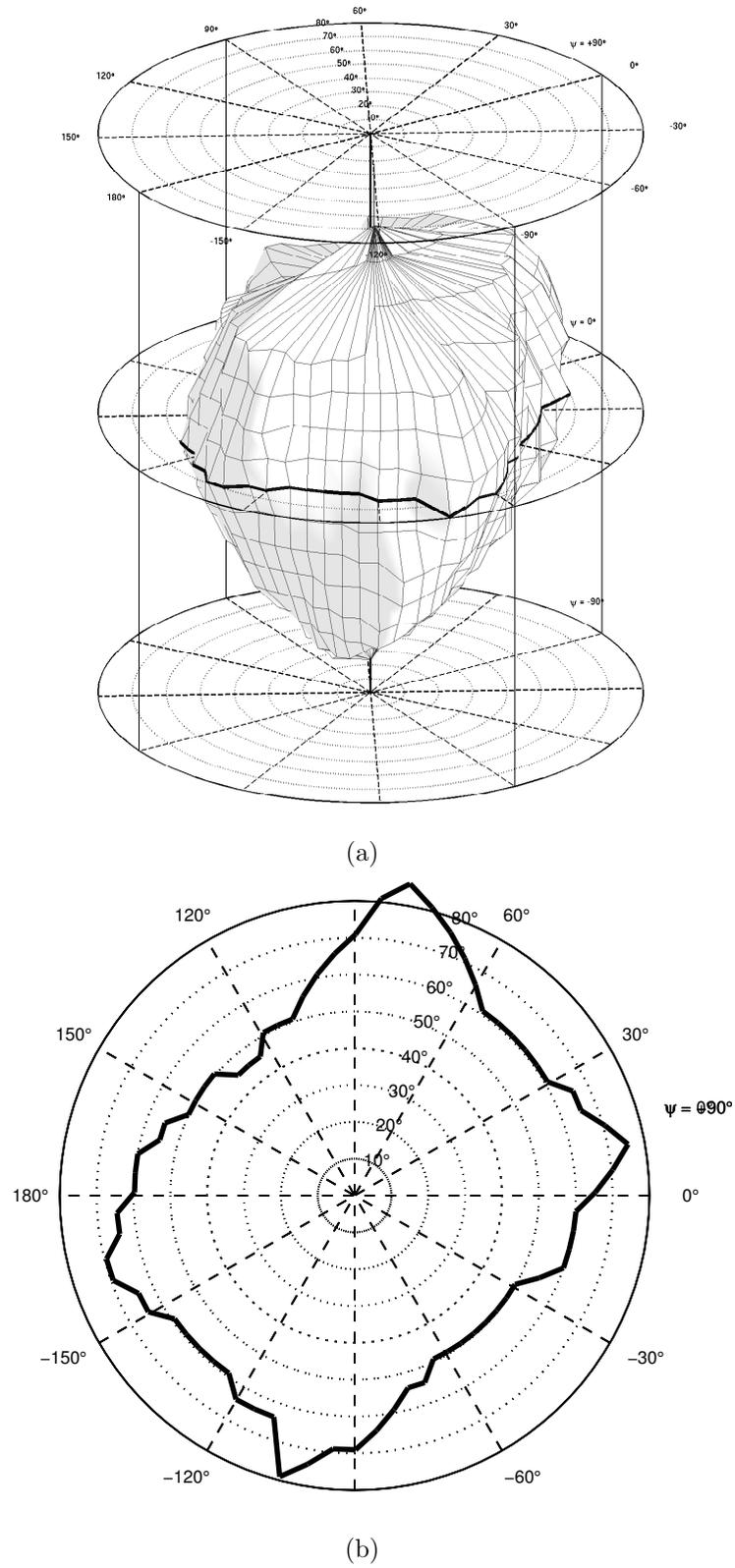


FIG. 5.2 – Espace atteignable en orientation pour le mécanisme idéal : (a) vue 3D et (b) vue 2D pour $\sigma = 0^\circ$.

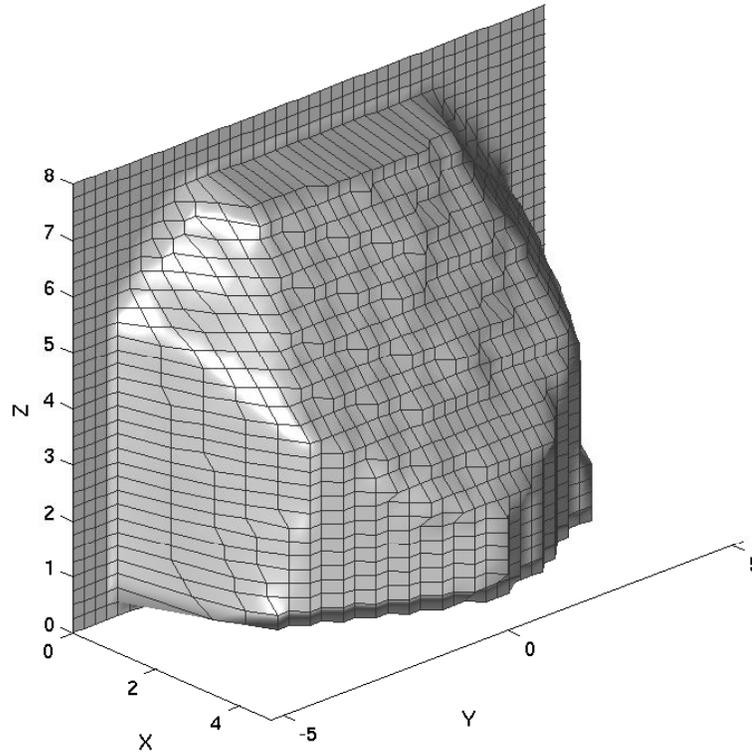


FIG. 5.3 – Espace atteignable en translation pour le mécanisme idéal.

résultant est très vaste. En fait, on remarque qu'ici aussi, l'espace atteignable est de beaucoup supérieur à celui trouvé pour le mécanisme non optimisé du chapitre 3.

Ce qui est avantageux de ce résultat, c'est que l'espace atteignable est vaste, même pour des combinaisons de positions cartésiennes éloignées du point de référence $(x, y, z) = (0, 0, 3.64)$. Par exemple, pour $(x, y) = (3.25, -3)$ le mécanisme peut se déplacer sans problème de $z = 0.5m$ à $z = 3.25m$. Cela est en général très difficile à obtenir pour un mécanisme parallèle.

Finalement, il est possible de déterminer le plus grand prisme compris dans cet espace, et ayant la forme approximative de celui exigé par le cahier des charges. Ce parallélépipède est de dimensions $4m \times 6.5m \times 4.25m$. À la section suivante, on comparera entre autres ce prisme à celui défini dans cahier des charges, afin d'évaluer l'atteinte de nos objectifs.

5.3 Discussion quant aux objectifs du cahier des charges

En résumé, les objectifs du cahier des charges quant à l'espace atteignable du mécanisme servant de plate-forme de génération de mouvement d'un simulateur de vol sont ceux présentés au tableau 5.1.

TAB. 5.1 – Débattements limite requis par le cahier des charges.

Débattements			Débattements Angulaires		
x	y	z	ϕ	θ	ψ
$\pm 1.653m$	$\pm 3.414m$	$\pm 2.50m$	$\pm 180^\circ$	$[0, 60^\circ]$	$\pm 45^\circ$

On a expliqué, à la section 2.7, que cette façon de définir l'espace atteignable ne requerrait pas qu'on puisse atteindre toutes ces exigences à la fois. Ce qu'on désire, c'est parvenir à atteindre l'orientation maximale lorsqu'on se trouve à la position de référence et inversement, parvenir à atteindre la position cartésienne maximale lorsque dans l'orientation de référence.

Ainsi donc, les résultats présentés à la section 5.2 nous permettent d'affirmer que nous avons obtenu un espace atteignable en orientation qui couvre 97.1% des exigences du cahier des charges et un espace atteignable en translation qui couvre 92.88% du prisme des exigences du cahier des charges. En réalité, l'espace atteignable couvre un bien plus vaste volume que ce simple prisme et on peut donc conclure que cette solution nous permet d'atteindre les objectifs pour l'application visée. Les exigences avaient par ailleurs été fixées plus sévèrement que nécessaire dans le but d'obtenir le plus vaste espace atteignable possible.

5.4 Prototype

Un prototype a été développé au laboratoire afin de mettre à l'essai le concept de simulateur de vol actionné par câbles [27]. Au moment où ce prototype a été construit

(été 2006), nous n'avions toujours pas déterminé l'architecture optimale du mécanisme à câbles, ce qui fait qu'une toute autre architecture a été utilisée. Celle-ci a été déduite de certaines connaissances générales des mécanismes à câbles ainsi que par des tests d'essai-erreur. Cette section présente l'architecture en question ainsi que quelques détails concernant la construction du prototype.

Tout d'abord, la figure 5.4 illustre le mécanisme à câbles utilisé pour cette application.

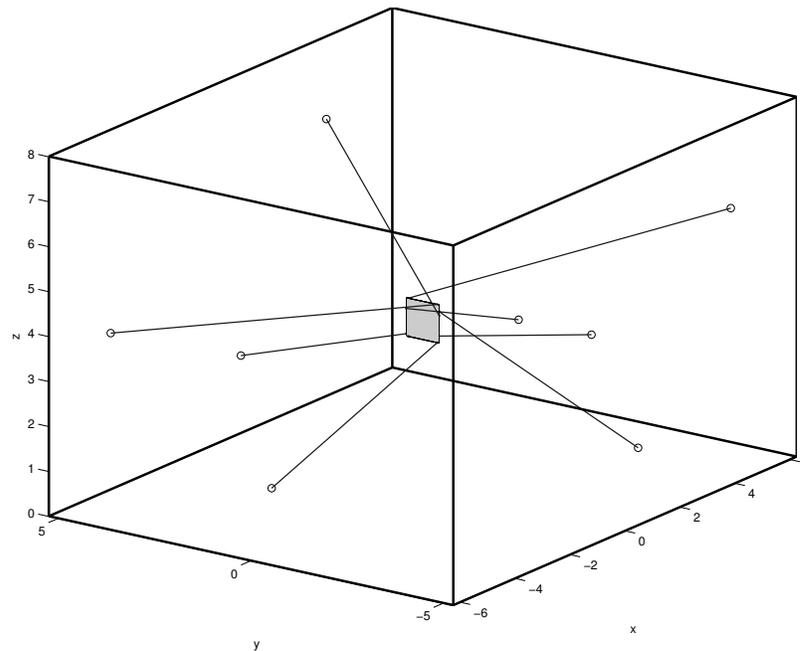


FIG. 5.4 – Architecture du prototype.

Comme on peut le voir sur cette figure, le mécanisme utilisé possédait un effecteur plan disposé de façon à ce que les points d'attache sur celui-ci soient verticaux pour l'orientation de référence.

Pour la construction du prototype, on a utilisé huit moteurs à courant continu 20Volts, qui ne peuvent supporter chacun qu'une tension maximale de 25N. Avec ce type de moteur, il était nécessaire de construire un effecteur extrêmement léger afin d'être en mesure de produire de grandes accélérations, sans toutefois dépasser la limite admissible de tension dans les câbles. On a donc construit une plate-forme carrée de dimensions $0.75m \times 0.75m$ à l'aide de quatre tuyaux de PVC de 2cm de diamètre. Au total, la plate-forme pesait donc seulement 0.8kg, mais elle était suffisamment résistante pour

ne pas être déformée par l'application des tensions dans les câbles. La figure 5.5 illustre le montage réalisé, sur laquelle nous pouvons discerner la plate-forme rectangulaire (en blanc) en mouvement. Dans le coin inférieur droit de l'image, nous avons ajouté le visuel de la trajectoire tracée par le simulateur.



FIG. 5.5 – Prototype.

Les câbles utilisés devaient être légers également, afin que l'hypothèse d'une inertie négligeable des câbles soit valable et afin que ceux-ci ne courbent pas sous l'effet de leur propre poids. Cela aurait eu comme effet de déformer la solution au problème géométrique inverse, et ainsi d'introduire des erreurs dans la stratégie de contrôle. Les câbles devaient également avoir une très grande raideur, afin de ne pas être étirés sous l'effet des tensions dans les câbles, et être suffisamment résistants pour supporter la tension maximale exercée. En prenant en compte ces considérations, des câbles de cerf-volant en Spectra (fibre polyéthylène extrêmement résistante) ont été choisis.

Dans un tout autre ordre d'idées, pour un simulateur de vol, le délai acceptable entre la commande et les sensations correspondantes ne doit pas dépasser 150ms [55]. Or, ce qui a été trouvé par la programmation quadratique nécessaire à la résolution du système de 6 équations à 8 inconnues était de 10 fois supérieur à cette exigence. La solution fut de fixer des tensions constantes dans deux des huit câbles, et ainsi il devenait possible de résoudre le système résultant en temps réel. Les câbles contrôlés

par des forces constantes sont placés tels qu'ils tirent la plate-forme vers le bas et permettent ainsi de fournir à celle-ci une accélération vers le bas supérieure à $1G$.

Puisque ce mécanisme n'a pas fait l'objet d'une optimisation, son espace atteignable est très petit comparativement à celui de notre mécanisme optimal, spécialement dans le cas de l'espace atteignable en orientation. La construction de ce prototype a tout de même permis de démontrer que même avec un espace atteignable relativement faible, l'utilisation d'un mécanisme à câbles comme plate-forme de génération de mouvement permet d'obtenir de bons résultats quant à la simulation de mouvements réalistes [27].

Conclusion

Les travaux effectués dans ce mémoire visaient à atteindre deux objectifs principaux. Le premier consistait à approfondir notre connaissance des mécanismes à câbles par le développement de nouveaux outils de caractérisation de ceux-ci. Le second objectif visait à utiliser ces nouveaux outils afin d'obtenir une architecture optimale, pour l'application du simulateur de vol. Cette conclusion a pour but de résumer les travaux et les résultats présentés dans ce mémoire et de résumer les travaux futurs à effectuer pour la bonne continuation de ce projet.

Résumé des travaux

Le premier chapitre introduit les notions relatives au simulateur de vol et à la perception du mouvement chez l'humain. On y découvre les limites des simulateurs de vol actuels, que nous avons tenté de repousser à l'aide du concept de mécanisme à câbles comme plate-forme de génération de mouvement.

Au chapitre 2, on présente la théorie relative aux mécanismes à câbles, c'est à dire les modèles géométrique, cinématique, dynamique et de commande, de même que la théorie relative à l'interférence entre les câbles. Finalement, on définit le cahier des charges, qui contient l'ensemble des exigences auxquelles le mécanisme à câbles doit satisfaire afin d'être implanté en tant que plate-forme mobile d'un simulateur de vol.

Au troisième chapitre 3, on développe de nouveaux outils d'évaluation des performances des plate-formes de génération de mouvement. Entre autres, le concept de surface de première interférence comme outil d'évaluation de l'espace atteignable est présenté. On présente donc une architecture modèle, puis on teste celle-ci à l'aide du calcul de l'EPP, du lieu de première interférence et de tests par trajectoires. Dans tous ces cas, la convention d'angles *Tilt & Torsion* est utilisée et nous permet de visualiser l'espace atteignable résultant à l'aide d'un système de coordonnées cylindriques.

Au chapitre 4, on approfondit notre connaissance des mécanismes à câbles en introduisant l'utilisation des algorithmes génétiques multicritériels, ainsi que le principe d'innovisation, afin de découvrir quelques règles de design des mécanismes à câbles. Par exemple, la valeur de certains paramètres forcera le mécanisme à adopter une architecture symétrique. De plus, une optimisation multicritérielle sur le mécanisme à câbles paramétrisé nous a permis d'obtenir une architecture optimale pour l'application visée.

Le chapitre 5 présente en détail cette architecture optimale ainsi que l'espace atteignable de celle-ci. Cet espace atteignable est défini en deux sous-ensembles, c'est à dire, l'espace atteignable où il est possible d'équilibrer les efforts et l'espace atteignable libre d'interférence. Nos résultats sont très encourageant puisque nous avons obtenu pour notre architecture finale, au minimum, un espace atteignable en orientation qui couvre 97.1% des exigences du cahier des charges et un espace atteignable en translation qui couvre 92.88% du prisme des exigences du cahier des charges. Finalement, on présente le prototype contruit au laboratoire, dont l'architecture diffère de celle optimale trouvée et nous commentons ce choix.

Travaux futurs

Comme nous l'avons mentionné dans plusieurs sections de ce mémoire, différentes améliorations au système peuvent être d'ores et déjà envisagées. Les prochaines étapes du projet vont mener principalement à améliorer les outils d'évaluation et d'optimisation de l'espace atteignable des mécanismes à câbles ainsi qu'à parachever la construction du prototype du laboratoire.

Tout d'abord, il serait primordial de pousser l'étude et le développement des outils de détermination de l'espace atteignable. Ce mémoire a introduit une nouvelle méthode permettant de déterminer l'équation de la surface de première interférence pour une

paire de câbles donnée et un programme permettant de calculer exactement le volume de l'espace atteignable libre d'interférence devrait être réalisé. La prochaine étape consisterait à représenter visuellement l'ensemble des surfaces 3D du lieu d'interférence pour toutes les paires de câbles, et à identifier le volume de la zone libre d'interférence. On pourra ensuite rendre notre analyse plus exhaustive en ajoutant à celle-ci l'interférence entre les câbles et les parois de l'effecteur. Un autre étude intéressante serait d'analyser les lieux de première interférence pour des tests en orientations, à une position fixe. Ultimement, on pourrait faire une analyse complète pour, à la fois, des positions et des orientations variables.

On aurait pu également utiliser une autre méthode de détermination du lieu d'interférence basée sur la description géométrique d'une interférence. En effet, les deux vecteurs directeurs des câbles en interférence (\mathbf{d}_1 et \mathbf{d}_2) ainsi que le vecteur reliant les points d'attache de ces câbles, soit à la base ($A_1 - A_2$) ou à l'effecteur ($B_1 - B_2$), sont momentanément dans un même plan lorsqu'on se trouve dans une situation d'interférence. On chercherait alors l'équation de la surface 3D qui représente le lieu d'interférence pour la combinaison de câbles donnée. Les résultats devraient correspondre à ce qu'on a obtenu dans cette section.

Ce nouvel outil, combiné au calcul du volume de l'espace des poses polyvalentes (EPP), permettrait de définir le volume commun des deux sous-ensembles de l'espace atteignable, ce qui correspond à l'espace atteignable proprement dit. Optimiser de tels volumes serait plus précis que d'utiliser une méthode par trajectoire et apporterait probablement un meilleur résultat lors de l'optimisation, en plus de réduire le temps de calcul. En effet, on n'aurait plus besoin de tracer de trajectoire et donc on n'aurait plus à résoudre un problème d'optimisation à chaque pose testée. De plus, l'utilisation de ces deux tests indépendants pourraient être fait en parallèle et on pourrait ainsi réduire encore davantage nos temps de calcul. Évidemment, le fait de recoder tous les programmes directement en C nous apporterait également une réduction substantielle du temps de calcul et nous permettrait d'optimiser un problème mieux discrétisé, sur un plus grand nombre de générations.

Aussi, on pourrait être plus précis dans notre méthode de sélection en utilisant plus de deux critères de sélection. On aurait pu, par exemple, ajouter comme critère la minimisation de la variance de l'EPP (voir section 3.5.5).

Dans le futur, il serait intéressant d'ajouter à l'algorithme d'optimisation, une étape de vérification du front de solution obtenu. On pourrait par exemple utiliser la *Normal Constraint Method* [53, 54]. On devrait aussi procéder à une optimisation individuelle de tous les paramètres afin de bien cerner l'influence de chacun sur l'ensemble du problème. Cela faciliterait par la suite l'analyse de l'optimisation complète et permettrait d'identifier les paramètres qui ont une influence plus critique sur les critères de sélection.

Autre étape importante, le prototype construit au laboratoire devrait être adapté afin d'utiliser l'architecture optimale obtenue des optimisations de ce mémoire. Idéalement, on utiliserait des ordinateurs plus puissants afin de permettre de résoudre le problème de dynamique inverse en temps réel, et ainsi permettre d'améliorer la stratégie et la précision du contrôle. Plusieurs tests devraient être effectués sur celui-ci afin de mettre en lumière toutes les difficultés qui pourraient survenir lors de l'utilisation d'un mécanisme à câbles à échelle réelle comme plate-forme d'un simulateur de vol ainsi que pour faire des tests de vérification de l'espace atteignable théorique.

Enfin, plusieurs aspects du cahier des charges n'ont pas encore été approfondis. Nous avons jusqu'à présent, principalement concentré nos efforts sur la conception de la plate-forme de génération de mouvement. Dans le futur, on devrait travailler à la conception et/ou à l'intégration de tous les autres systèmes qui contribuent à améliorer le réalisme de la simulation de mouvement.

Bibliographie

- [1] Lapiska C., Ross L., Smart D., 1993, « Flight Simulation : An Overview », *Aerospace America*, Vol.31, No.8, pp.14-17,33.
- [2] Ben-Horin R., Shoham M., et Djerassi S., « Kinematics, dynamics and construction of a planarly actuated parallel robot », *Robotics and Computer-integrated Manufacturing*, 14(2) :163-172, Avril 1998.
- [3] Bles W., 2001, —Site internet—, « *Desdemona : Advanced Disorientation Trainer* », http://www.amst.co.at/publics/desdemona_pub.html
- [4] NASA SimLabs, —Site internet—, « *Vertical Motion Simulator : An Overview* », <http://ffc.arc.nasa.gov/vms/vms.html>
- [5] Scott W. B., 2004, —Site internet—, « *Simulating High-G Flight* », <http://www.reprintbuyer.com/mags/aviationweek/1-9694629.pdf>
- [6] Pouliot, N., 1997, « Analyse, optimisation et conception de mécanismes de simulation de mouvement à trois degrés de liberté », Mémoire de maîtrise, Département de génie mécanique, Faculté des sciences et de génie, Université Laval, Québec, Canada.
- [7] Dufour, P., 2002, « Analyse cinématique, dynamique et équilibrage statique d'un mécanisme parallèle sphérique à 3 degrés de liberté pour une installation de simulation de vol », Mémoire de maîtrise, Département de génie mécanique, Faculté des sciences et de génie, Université Laval, Québec, Canada.
- [8] Sabrié, É., 2004, « Analyse d'un mécanisme de simulation de vol shérique et son contrôle en temps réel », Mémoire de maîtrise, Département de génie mécanique, Faculté des sciences et de génie, Université Laval, Québec, Canada.

- [9] Boff, K. R., Lincoln, J. E., 1988, « Engeneering data Compendium : Human Perception and Performance », AAMRL, Wright-Patterson AFB, OH, pp. 766-787
- [10] NASA, —Site internet—, « *The Effects of Space Flight on the Human Vestibular System* », <http://weboflife.nasa.gov/pdf/vbrief.pdf>
- [11] Blouin J.-S., « Mécanismes de stabilisation de la tête sur le tronc en posture assise. Contribution réflexe, cognitive et adaptabilité de ces mécanismes », Thèse de doctorat, Médecine sociale et préventive Division de kinésiologie, Faculté de médecine, Université Laval, Québec, Canada.
- [12] Chung, W. W.Y., 2000, « A Review of Approaches to Determine the Effectiveness of Ground-Based Flight Simulations », *Modeling and Simulaiton Technologies Conference*, AIAA-2000-4298, Denver, Colorado.
- [13] Groen E., Valenti Clari M., Hosman R., 2001, « Evaluation of Perceived Motion During a Simulated Takeoff Run », *Journal of Aircraft*, Vol. 38, No 4.
- [14] Reid, L. D., Nahon, M. A., 1985, « Flight Simulation Motion-Base Drive Algorithms : Part 1 - Developing and Testing the Equations », *UTIAS* No. 296.
- [15] Zaichik, L.E., 1999, Rodchenko, V.V., Rufov, I.V., Yashin, Y.P., and White, A.D. « Acceleration Perception », *Modeling and Simulation Technologies Conference*, AIAA-99-4334, Portland, Oregon.
- [16] Gondola T., Barbour, S., Chandler J., 2002, —Site internet—, « *X-Plane 7 Review* », http://www.digital-flight.com/reviews/X%20Plane%207/x_plane_7_review.htm
- [17] Supnik B., Barbour, S., 2003, —Site internet—, « *X-Plane SDK Documentation* », <http://xsquawkbox.net/xpsdk/docs/index.html>
- [18] Gum, D. R., 1973, « Modeling of the Human Force and Motion-Sensing Mechanisms », *AFHRL-TR-72-54*.
- [19] Grant, P. R., Reid, L. D., 1997, « Motion Washout Filter Tuning : Rules and Requirements », *UTIAS* No. 296.
- [20] Reid, L. D., Nahon, M. A., 1986, « Flight Simulation Motion-Base Drive Algorithms : Part 2 - Selecting the system parameters », *UTIAS* No. 296.
- [21] Gouttefarde, M., 2005, « Analyse de l'espace des poses polyvalentes des mécanismes parallèles entraînés par câbles », Thèse de doctorat, Département de génie mécanique, Faculté des sciences et de génie, Université Laval, Québec, Canada.
- [22] Cantin, B., 2004, « Étude des performances, analyse et optimisation d'un mécanisme parallèle spatial à 6 degrés de liberté entraîné par câbles », Mémoire de maîtrise, Département de génie mécanique, Faculté des sciences et de génie, Université Laval, Québec, Canada.

- [23] Côté, G., 2003, « Analyse et conception de mécanismes parallèles actionnés par câbles », Mémoire de maîtrise, Département de génie mécanique, Faculté des sciences et de génie, Université Laval, Québec, Canada.
- [24] Barette, G., 2000, « Analyse des mécanismes parallèles actionnés par câbles », Mémoire de maîtrise, Département de génie mécanique, Faculté des sciences et de génie, Université Laval, Québec, Canada.
- [25] Bouchard, S., Gosselin, C. M., « A Simple Control Strategy for Overconstrained Parallel Cable Mechanisms », Proceeding of the 20th Canadian Congress of Applied Mechanics (CANCAM 2005), Montreal, Canada, 2005.
- [26] Bouchard S., Deschenes J.-D., « A Cable-driven Parallel Mechanism for Capturing Object Appearance from Multiple Viewpoints », Proceeding of the Sixth International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling (3DIM 2007), Montreal, Quebec, Canada, 2007.
- [27] Lambert, P., Gosselin C., 2007, « Large Parallel Cable-Driven Flight Simulator », *in press*.
- [28] Hosman R., Advani S., Haeck N., 2002, « Integrated Design of Flight Simulator Motion Cueing System », *Royal Aeronautical Society Conference on Flight Simulation*, London.
- [29] Alp, A. B., Agrawal, S. K., « Cable Suspended Robots : Design, Planning and Control », Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Vol. 4, Washington, D.C., États-Unis, mai, 2002, pp. 4275-4280.
- [30] Pusey, J., Fattah, A., Agrawal, S., Messina, E., « Design and Workspace Analysis of a 6-6 Cable-Suspended Parallel Robot », *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 39, No 7, juillet, 2004, pp. 761-778.
- [31] Riechel A. T., Ebert-Uphoff I., « Force-Feasible Workspace Analysis for Underconstrained, Point-Mass Cable Robots », Proceedings of the 2004 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pages 4956-4962, New Orleans, 28-30 April 2004.
- [32] Lafourcade, P., Verhoeven, R., « Une nouvelle architecture, fortement redondante, pour un manipulateur à câbles au volume de travail étendu », In 16ème Congrès Français de Mécanique, Nice, France, septembre, 2003.
- [33] Bosscher P., Ebert-Uphoff I., « Wrench-Based Analysis of Cable-Driven Robots », Proceedings of the 2004 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pages 4950-4955, New Orleans, 28-30 April 2004.
- [34] Barette G., Gosselin C., « Kinematic Analysis and Design of Planar Paralle Mechanisms Actuated with Cables », 2000 ASME Des. Eng. Tech. Conf., Baltimore, Maryland, 10-13 September 2000.

- [35] Barrette, G., Gosselin, C. M., « Determination of the Dynamic Workspace of Cable-Driven Planar Parallel Mechanisms », *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, Vol. 127, No 2, mars, 2005, pp. 242-248.
- [36] Gouttefarde, M., Gosselin, C. M., « On the Properties and the Determination of the Wrench-Closure Workspace of Planar Parallel Cable-Driven Mechanisms », *Proceedings of the ASME Design Engineering Technical Conference, Vol. 2 A, Proceedings of the ASME Design Engineering Technical Conference and Computers and Information in Engineering Conference 2004, Vol. 2, 28th Biennial Mechanisms and Robotics Conference, Salt Lake City, UT, États-Unis, 2004*, pp. 337-346.
- [37] Gouttefarde M., Gosselin C., « Wrench-Closure Workspace of Six-DOF Parallel Mechanisms Driven by 7 Cables », *2005 CCToMM Symposium on Mechanisms, Machines, and Mechatronics, Saint-Hubert, Québec, May 26-27 2005*.
- [38] Gouttefarde, M., Gosselin, C. M., « Analysis of the Wrench-Closure Workspace of Planar Parallel Cable-Driven Mechanisms », *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 22, No 3, juin, 2006, pp. 434-445.
- [39] Bonev, I. A., Zlatanov, D., Gosselin, C. M., 2002, « Advantages of the Modified Euler Angles in the Design and Control of PKMs », *Parallel Kinematic Machines International Conference*, pp. 171–188, Chemnitz, Allemagne, April 23–25, 2002.
- [40] Bonev, I. A., Ryu, J., 1999, « Orientation Workspace Analysis of 6-DOF Parallel Manipulators », *ASME Design Engineering Technical Conferences, Las Vegas, NV, USA, DAC-8646*.
- [41] Merlet, J-P., « Analysis of the influence of wires interference on the workspace of wire robots », in *Advances in Robot Kinematics, Sestri-Levante, Italy, 2004*.
- [42] Roth B., 1993, « Computations in Kinematics », *Computational Kinematics*, pp. 3-14.
- [43] Gosselin, C. M., *Éléments de robotique GMC-17693* (Notes de cours), Département de Génie Mécanique, Université Laval, Québec, QC, Canada, 2003.
- [44] Goldberg, D., *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley Publishing Co., Mars 1998.
- [45] Spalanzani, A., « Algorithmes évolutionnaires pour l'étude de la robustesse des systèmes de reconnaissance automatique de la parole. » Thèse de Doctorat, Univ. Grenoble 1999.
- [46] Oranchak, D., « Evolutionary synthesis of photographic artwork using human fitness function derived from web-based social networks », *Proceedings of the 9th annual conference on Genetic and evolutionary computation*, July 07-11, 2007, London, England.
- [47] Bouchard, S., Gosselin, C., « Workspace optimization of a very large cable-driven parallel mechanism for a radiotelescope application », *Comptes rendus – ASME IDETC/CIE Mech. and Robotics Conference*, (Las Vegas, États-Unis), Septembre 2007.

- [48] Arsenault, M., Boudreau, R., « Synthesis of planar parallel mechanisms while considering workspace, dexterity, stiffness and singularity avoidance », *Journal of Mechanical Design*, vol. 128, p. 69–78, Janvier 2006.
- [49] Deb K., Pratap A., Agarwal S., Meyarivan T., 2002, « A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm : NSGA-II », *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 6, No 2.
- [50] Kanpur Genetic Algorithms Laboratory, —Site internet—, « *Softwares Developed at KanGAL* », <http://www.iitk.ac.in/kangal/codes.shtml>
- [51] Deb K., Srinivasan A., 2005, « INNOVIZATION : Innovative Design Principles Through Optimization », *KanGAL Report Number 2005007*.
- [52] Réseau québécois de calcul haute performance, —Site internet—, <https://rqchp.ca/>
- [53] Messac, A. and Mattson, C. A., « Normal Constraint Method with Guarantee of Even Representation of Complete Pareto Frontier », *AIAA Journal*, 2004.
- [54] Messac, A., Ismail-Yahaya, A. and Mattson, C. A., « The Normalized Normal Constraint Method for Generating the Pareto Frontier », *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 25, No. 2, 2003, pp. 86-98.
- [55] Johansson, M., Nordin, J., 2002, « A Survey of Driving Simulators and theirs Suitability for Testing Volvo Cars », Mémoire de maîtrise, Département de machines et systèmes des véhicules, Université Chalmers, Göteborg, Suède. http://www.mvs.chalmers.se/Exjobb/Reports/exjobb_driving_simulator.pdf
- [56] The MathWorks, —Site internet—, « *C Shared Library* », <http://www.mathworks.com/>

Annexe A

Description du programmes : OrientationWorkspace4.m

Ici, on fait le visuel 3D (méthode graphique de Bonev) de l'espace atteignable en orientation, avec et sans relâchement d'un câble à la fois.

Phase I : Partie supérieure de l'espace atteignable en orientation

E1. Initialiser les matrices $W_{\phi,u}$ et $W_{\theta,u}$ ayant les dimensions $(\frac{n_\psi}{2} + 1) \times n_\phi$ où $(n_\psi + 1)$ est le nombre (impair) de plans également espacés pour lesquels $\psi = cte$ entre $\psi = -90^\circ$ et $\psi = 90^\circ$ et pour lesquels l'espace atteignable est calculé. n_ϕ est le nombre de points à être testés pour chaque plan $\psi = cte$. Ces matrices vont garder en mémoire les valeurs de ϕ et θ pour les points définissant la partie supérieure de la frontière de l'espace atteignable en orientation. Il y aura autant de matrices $W_{\phi,u}$ et $W_{\theta,u}$ que de coque à créer. Pour les graphiques de la section 3.8.1, les valeurs suivantes ont été utilisées : $[n_\psi = 90^\circ; n_\phi = 180^\circ]$

- E2.** Poser $\psi = 0^\circ$. Supposer que $(\phi_c, \theta_c) = (0^\circ, 0^\circ)$ est le centre de la coupe horizontale de l'espace atteignable pour $\psi = 0^\circ$.
- E3.** Pour le ψ actuel, construire un système de coordonnées polaires à (ϕ_c, θ_c) . Pour n_ϕ angles également espacés, incrémenter le rayon polaire, résoudre la cinématique inverse et la dynamique inverse, puis vérifier la satisfaction des contraintes jusqu'à ce qu'une contrainte soit violée. Deux valeurs de θ seront stockées pour chaque ϕ dans les matrices. La première est l'angle θ pour lequel une première contrainte est violée alors que la deuxième est le point maximal où le manipulateur peut se rendre, en permettant le relâchement d'un câble à la fois lorsque cela est possible, advenant bien sur le cas où la contrainte violée était due à une interférence entre deux câbles ou entre un câble et l'effecteur.
- E4.** Calculer le centre géométrique (ϕ_c, θ_c) de cette coupe transversale de l'espace atteignable qui servira de centre pour la prochaine section transversale. Si $\psi = 0^\circ$, enregistrer le centre géométrique et répéter l'étape 3 une fois seulement avec le nouveau centre géométrique puis aller à l'étape 5.
- E5.** Poser $\psi = \psi + \frac{180}{n_\psi}$.
- E6.** Répéter les étapes 3 à 5 jusqu'à ce que ψ devienne supérieur à 90° ou jusqu'à ce que la dernière section transversale horizontale de l'espace atteignable en orientation ne contienne qu'un seul (ou aucun) point. Cela signifie que ψ_{max} est atteint et on enregistre cette valeur.

Phase II : Partie inférieure de l'espace atteignable en orientation

- E7.** Initialiser les matrices $W_{\phi,l}$ et $W_{\theta,l}$ ayant les dimensions $(\frac{n_\psi}{2}) \times n_\phi$.
- E8.** Poser $\psi = \frac{-180^\circ}{n_\psi}$. Assigner à $(\phi_c$ et $\theta_c)$ les valeurs qui ont été stockées à l'étape 4 pour $\psi = 0^\circ$.
- E9.** Exécuter la même opération qu'à l'étape 3.
- E10.** Calculer le centre géométrique (ϕ_c, θ_c) de cette coupe transversale de l'espace atteignable qui servira de centre pour la prochaine section transversale.
- E11.** Poser $\psi = \psi - \frac{180}{n_\psi}$.
- E12.** Répéter les étapes 10 à 12 jusqu'à ce que ψ devienne inférieur à -90° ou jusqu'à ce que la dernière section transversale horizontale de l'espace atteignable en orientation ne contienne qu'un seul (ou aucun) point. Cela signifie que ψ_{min} est atteint et on enregistre cette valeur.

Phase III : Post-traitement des résultat et affichage graphique

- E13.** Transférer les valeurs des matrices $W_{\phi,u}$ et $W_{\phi,l}$ dans W_ϕ et les valeurs des matrices $W_{\theta,u}$ et $W_{\theta,l}$ dans W_θ , qui sont des matrices de dimension $N_\psi \times n_\phi$, où $N_\psi = \frac{(\psi_{max}-\psi_{min})}{(\frac{180}{n_\psi})} + 1$.
- E14.** Transférer W_ϕ et W_θ en coordonnées cylindriques X, Y, Z telles que $X[i, j] = W_\theta[i, j] \cos(W_\phi[i, j])$, $Y[i, j] = W_\theta[i, j] \sin(W_\phi[i, j])$ et $Z[i, j] = \psi_{max} - (i - 1)(\frac{360}{n_\psi})$ où $i = 1, \dots, N_\psi$ et $j = 1, \dots, n_\phi$ et $X[i, j] = X[i, 1]$, $Y[i, j] = Y[i, 1]$ où $i = 1, \dots, N_\psi$ et $j = n_\phi + 1$ (nature circulaire du graphique selon le plan XY).
- E15.** Tracer la surface fermée pour laquelle les noeuds sont définis par les matrices X, Y et Z .

Annexe B

Déploiement de l'algorithme génétique multicritériel sur un noeud de calcul scientifique haute-performance

Cette annexe contient les exemples de certains ou fichiers à coder lors du déploiement d'une application utilisant une librairie dynamique MATLAB® [56] à partir d'un ordinateur sur lequel MATLAB® n'est pas installé.

B.1 Déploiement de l'application sur un noeud de calcul scientifique haute-performance

B.1.1 Problématique

Puisque le temps de résolution du problème d'optimisation multicritériel de l'architecture d'un mécanisme à câbles est très grand, nous avons fait appel au réseau québécois de calcul haute performance (RQCHP) [52]. Cela permet de séparer le calcul de façon à ce que ses différentes parties s'exécutent en parallèle sur plusieurs ordinateurs. Ainsi, cela permet de diminuer grandement les temps de calcul réels. Cette section présente la procédure suivie afin d'utiliser cet outil de calcul rapide.

Le RQCHP ne peut actuellement traiter que les programmes codés en C/C++ ou en Fortran. Or, bien que les fichiers constituant l'algorithme génétique multicritériel sont codés en C, les tests servant à l'évaluation de l'espace atteignable d'un mécanisme à câbles sont, quant à eux, codés en MATLAB®. Une solution aurait pu être de recoder le tout en C, mais cela nous a semblé être une option trop coûteuse en temps de programmation.

Nous avons donc transformé en bibliothèques dynamiques, les programmes MATLAB® servant à l'évaluation de l'architecture des mécanismes à câbles. Ces bibliothèques dynamiques seront par la suite utilisées par l'algorithme génétique multicritériel qui, comme on l'a déjà mentionné, est l'algorithme partagé NSGA-II développé au *Kanpur Genetic Algorithms Laboratory* [49, 50].

Il est à noter que la méthodologie qui suit est valide pour tous les cas où NSGA-II utilise des fonctions objectif codées en Matlab sous la forme :

$$function [obj, constr] = programme(x)$$

où *obj* correspond au vecteur contenant l'évaluation des fonctions objectif pour l'architecture donnée, *constr* correspond au vecteur de l'évaluation des fonctions décrivant les contraintes à respecter et *x* correspond au vecteur des paramètres à faire varier de l'architecture testée.

Si le problème contient des contraintes, celles-ci doivent être exprimées sous la forme $fcn(x) \leq 0$, afin d'être incorporées convenablement dans l'algorithme génétique multicritériel NSGA-II.

B.1.2 Étapes à suivre

Cette section renferme le détail des étapes à suivre pour utiliser des fonctions objectif écrites en MATLAB® dans l'algorithme génétique multicritériel en C, sur le réseau québécois de calcul haute performance (RQCHP).

1. Créer la librairie dynamique

On utilise le MATLAB® Compiler™ [56] et la commande *mcc* afin de compiler et produire la librairie dynamique à partir des fichiers MATLAB® (*.m), qui évaluent l'espace atteignable des mécanismes à câbles. Cette étape doit être effectuée sur un ordinateur où est installé MATLAB® et peut être réalisée simplement en exécutant un fichier *Makefile* préalablement rédigé. Un exemple de fichier *Makefile* remplissant cette tâche est présenté à l'annexe B.2.1. Dans cet exemple, la librairie dynamique est nommée *libECPEval*. La librairie dynamique peut alors être distribuée sur n'importe quel ordinateur qui possède le même système d'exploitation que l'ordinateur sur lequel l'application a été compilée. Il est à noter qu'on doit obligatoirement utiliser la version du compilateur C/C++ qui est compatible avec la version de MATLAB®.

2. Créer ou modifier l'application principale C

À cette étape, on construit ou on modifie le programme C qui appelle la librairie dynamique. Pour nous, il s'agit du programme principal de l'algorithme génétique multicritériel. Ce programme initialise et appelle la librairie dynamique pour ensuite l'utiliser. Un exemple simplifié est présenté à l'annexe B.2.2.

3. Déployer la librairie dynamique sur un ordinateur qui ne possède pas MATLAB®

- a. Copier les fichiers source (en C) de l'algorithme génétique multicritériel ainsi que la librairie dynamique qui comprend les fonctions à optimiser, dans un

répertoire du compte utilisateur du RQCHP. Par exemple, (à utiliser en une seule ligne) :

```
$ scp libECPeval.ctf libECPeval.h libECPeval.so
leclerc@gosselin-mp.ccs.usherbrooke.ca :ECP/.
```

Pour l'utilisation de la librairie dynamique, trois fichiers sont requis :

- libECPeval.ctf : *Component Technology File archive* qui contient les fonctions MATLAB® et les données qui définissent l'application ou la librairie.
- libECPeval.h : *Library header file* qui contient les points d'entrée de toutes les fonctions MATLAB® compilées.
- libECPeval.so : Il s'agit de la librairie dynamique, donc de la définition des critères à optimiser.

- b. Créer le package qui contient le software nécessaire au moment de l'exécution du programme. C'est ce qu'on appelle le MATLAB® *Compiler Runtime* ou MCR. On inscrit tout simplement la commande *buildmcr* ; dans la fenêtre de commande MATLAB® et cela produit le fichier *MCRInstaller.zip*.
- c. Copier le *MCRInstaller.zip* sur l'ordinateur où l'application doit être déployée.
- d. Installer le MCR. Pour ce faire, extraire (unzip) *MCRInstaller.zip*.
- e. Modifier la variable d'environnement de façon à ce qu'elle pointe vers le répertoire où le MCR a été installé. La variable d'environnement se nomme `LD_LIBRARY_PATH` et est accessible à la console par la commande *~/bash_profile*.

4. Utiliser la librairie dynamique sur un ordinateur qui ne contient pas MATLAB®

- a. Créer ou modifier le *Makefile* qui sert à compiler l'exécutable pour un calcul en parallèle, sur le compte du RQCHP. Un exemple de ce *Makefile* est présenté à l'annexe B.2.3
- b. Faire le chargement des librairies nécessaires à la compilation en parallèle au RQCHP. Pour ce faire, on écrit à la console (noeud interactif du RQCHP) :
 - \$ module add pgi64/7.1-5
 - \$ module initadd pgi64/7.1-5

- \$ module add mvapich_pgi64
- \$ module initadd mvapich_pgi64
- c. Recompiler l’application principale en parallèle sur le compte du RQCHP à l’aide du *Makefile* créé à l’étape (a).
- d. Modifier le fichier *input* qui contient la taille de la population, le nombre de générations et les limites de l’espace des paramètres à explorer. Ici, le fichier se nomme *simulateur.in* et un exemple commenté est présenté à l’annexe B.2.4.
- e. Créer ou modifier le fichier *launch.sh* qui sert à créer les liens vers les bibliothèques dynamiques et autres programmes nécessaires à l’application. Un exemple de fichier *launch.sh* est présenté à l’annexe B.2.5.
- f. Créer ou modifier le fichier *qsub.dat* qui sert à soumettre la tâche en parallèle sur un certain nombre de noeuds de calcul. Un exemple de fichier *qsub.dat* est présenté à l’annexe B.2.6.
- g. Soumettre la tâche de calcul, à l’aide de la commande à la console :

```
$ qsub qsub.dat
```

5. Récupérer les résultats de l’optimisation

Puisqu’il n’y a pas de visuel possible sur le noeud interactif du RQCHP et qu’on y accède uniquement via *ssh*, on peut transférer les résultats de l’optimisation, c’est à dire un fichier texte contenant les gènes des individus de la population optimale et les performances correspondantes aux évaluations. On pourra alors faire tracer les résultats par le biais d’un programme tel MATLAB®. Voici un exemple de commande à inscrire à la console pour transférer un fichier du compte utilisateur au RQCHP à l’ordinateur local :

```
$ scp leclerca@mp03.ccs.usherbrooke.ca :NSGA2/SimTest1.txt .
```

B.1.3 Précisions

Afin d’assurer le bon fonctionnement de l’utilisation du programme, il est intéressant de préciser quelques points. Tout d’abord, dû à la façon dont l’algorithme génétique a été conçu, la population doit obligatoirement être inférieure ou égale à quatre fois le nombre de *cpus* utilisés (il y a deux *cpus* par ordinateur). Par exemple, pour calculer sur un seul noeud de calcul (donc sur deux *cpus*), il faut au moins une population de huit individus.

Aussi, le temps de calcul réel dépend principalement du nombre de générations. En effet, la taille de la population n'influera pas sur le temps de calcul réel si on s'assure de toujours avoir le ratio optimal :

$$\frac{\text{Nombre d'individus dans la population}}{\text{Nombre de cpus}} = 4$$

Par le fait même, le pourcentage d'amélioration du temps de calcul dépend de la taille de la population. Ainsi donc, plus la population est grande, plus on obtient de gains sur nos temps de calcul. Par exemple, pour une population de 100 individus, on peut améliorer nos temps jusqu'à 24 fois par rapport au même calcul effectué sur un ordinateur local alors que pour une population de 48 individus, on ne peut l'améliorer que de 12 fois au maximum.

Par contre, la conséquence d'avoir une taille de population plus grande, et donc un nombre de *cpus* plus élevé est que le calcul risque d'être d'abord placé dans une file d'attente pendant un certain temps avant d'être exécuté. En effet, on doit attendre que le nombre total de *cpus* requis soit disponible sur le réseau du RQCHP avant que notre calcul puisse être lancé.

En terminant, au RQCHP, nous sommes limités à un maximal de 48 heures par calcul. C'est d'ailleurs ce qui a limité la précision des calculs dans ce chapitre.

B.2 Exemples de fichiers

B.2.1 Exemple de fichier *Makefile* pour créer la librairie dynamique

```

1 # Makefile for compiling NSGA-II source code
2 CC=g++
3 LD=g++
4 RM=rm -rf
5
6 MATLAB=/usr/local/gmc/matlab2006b
7 MCR=${HOME}/Desktop/Standalone_C/distrib64/v75
8 SYSTEM=glnxa64
9 MFILES = ECPeval.m pts_similaires.m Rot_mat.m convert_vec.m distance_min_2cbles.m
10 INCLUDE=-I. -I$(MATLAB)/extern/include
11 LDFLAGS=-L. -L$(MATLAB)/extern/lib/$(SYSTEM) -L$(MATLAB)/bin/$(SYSTEM)
12 LIB=-lmwclmcrmt -lm -lECPeval
13 CFLAGS=-O2 -Wall -ansi -pedantic -g
14
15 OBJS=$(patsubst %.c,%.o,$(wildcard *.c))
16 MAIN=nsga2r
17
18
19 all:$(MAIN)
20 $(MAIN):libECPeval.so $(OBJS)
21 . $(LD) $(LDFLAGS) $(LIB) $(OBJS) -o $(MAIN)
22 %.o: %.c global.h rand.h
23 . $(CC) $(CFLAGS) $(INCLUDE) -c $<
24 libECPeval.so: $(MFILES)
25 . gcc -B csharedlib:libECPeval $(MFILES) -v.
26 clean:
27 . $(RM) $(OBJS) libECPeval* mccExcludedFiles.log *.out
28

```

FIG. B.1 – Exemple de fichier *Makefile* pour compiler la librairie dynamique et créer l'exécutable.

B.2.2 Exemple de fichier principal en C

```
1 #include "libECPeval.h"
2
3 int main(){
4
5     mclInitializeApplication(NULL,0);
6     if (!libECPevalInitialize()){
7         fprintf(stderr,"could not initialize the library
8             properly\n");
9         return -1;
10    }
11
12    /* Call the library function */
13    mlfECPeval(0,NULL);
14
15    /* Call the library termination routine */
16    libECPevalTerminate();
17
18    /* Free the memory created */
19    mclTerminateApplication();
20    return 0;
21 }
```

FIG. B.2 – Exemple de fichier principal en C qui appelle et utilise la librairie dynamique.

B.2.3 Exemple de fichier *Makefile* pour le calcul en parallèle au RQCHP

```

1 # Makefile for compiling NSGA-II source code
2 CC=mpicxx
3 LD=mpicxx
4
5 RM=rm -rf
6
7 MATLAB=
8 SYSTEM=glnxa64
9 MFILES =
10 MPI_PATH = /usr/local/topspin/mpi/mpich
11 INCLUDE=-I. -I../distrib64/v75/extern/include
12 #INCLUDE=-I. I$(MPI_PATH)/include
13 LDFLAGS=-L. -L/usr/lib64 -L/usr/lib -L../distrib64/v75/extern/lib/glnxa64 -L../distr
14 ib64/v75/bin/glnxa64
15 #LDFLAGS=-L. -L/usr/lib64 -L$(MPI_PATH)/lib64 -L$(MPI_PATH)/../lib64
16 LIB=-lm -lECpeval -lmpich -lpthread
17 #CFLAGS=-O2 -xP -Dmatlab -DUSE_MPI
18 CFLAGS=-O2 -Dmatlab -DUSE_MPI
19
20 OBJS:=$(patsubst %.c,%.o,$(wildcard *.c))
21 MAIN=nsga2r
22
23
24 all:$(MAIN)
25 $(MAIN):libECpeval.so $(OBJS)
26     $(LD) $(LDFLAGS) $(LIB) $(OBJS) -o $(MAIN)
27 %.o: %.c global.h rand.h
28     $(CC) $(CFLAGS) $(INCLUDE) -c $<
29 libECpeval.so: $(MFILES)
30     mcc -B csharedlib:libECpeval $(MFILES) -v
31 clean:
32     $(RM) $(OBJS) mccExcludedFiles.log *.out
33

```

FIG. B.3 – Exemple de fichier *Makefile* pour compiler l’application dans le but de la soumettre en parallèle au noeud de calcul du RQCHP.

B.2.4 Exemple de fichier input : simulateur.in

```

64 % Nombre d'individus dans la population
30 % Nombre de générations
2 % Nombre de fonction objectif
0 % Nombre de contrainte
7 % Nombre de paramètres
5 10 % Limites de l'espace du paramètre 1 à tester
6 12 % Limites de l'espace du paramètre 2 à tester
% ...
0.1 1.0
0.1 1.0
0.0 1.0
4 8 % ...
-180 180 % Limites de l'espace du paramètre 7 à tester
0.9 % Probabilité de croisement de gènes
0.33333333 % Probabilité de mutation de gènes
10 % Valeur de l'index de distribution pour la mutation de gènes
40 % Valeur de l'index de distribution pour le croisement de gènes
0 % Nombre de variables binaires
0 % Paramètre d'affichage temps réel (0=aucun affichage)

```

FIG. B.4 – Exemple de fichier input.

B.2.5 Exemple de fichier launch.sh

```

1 #!/bin/bash
2 MATLAB_HOME=${HOME}/distrib64/v75
3 export LD_LIBRARY_PATH=$MATLAB_HOME/runtime/glnxa64:$MATLAB_HOME/sys/os/glnxa64:$MATLAB_HOME/bin/glnxa64:$HOME/NSGA2
4
5 ./nsga2r 0.65 <simulateur.in
6

```

FIG. B.5 – Exemple de fichier *launch.sh*.

B.2.6 Exemple de fichier qsub.dat

```
1 #PBS -N SimTest4
2 #PBS -l nodes=8:ppn=2
3 #PBS -l walltime=48:00:00
4 #PBS -q qwork
5 cd ${PBS_0_WORKDIR}
6
7 NPROCS=`wc -l < $PBS_NODEFILE`
8 mpirun -np $NPROCS -hostfile $PBS_NODEFILE ./launch.sh
9 #./nsga2r 0.65 <simulateur.in
10
11 rm initial_pop.out all_pop.out best_pop.out params.out
12
13 mv final_pop.out SimTest4.txt
14
```

FIG. B.6 – Exemple de fichier *qsub.sh*.

s-section...