



# **Amélioration de la précision d'un système de positionnement entraîné par courroie crantée**

**Mémoire**

**Etienne Boisclair**

**Maîtrise en génie mécanique**  
Maître ès sciences (M.Sc.)

Québec, Canada

© Etienne Boisclair, 2017

# **Amélioration de la précision d'un système de positionnement entraîné par courroie crantée**

**Mémoire**

**Etienne Boisclair**

Sous la direction de:

Philippe Cardou, Directeur de recherche  
Alexandre Campeau-Lecours, Co-directeur de recherche

# Résumé

Les systèmes de positionnement entraînés par une courroie crantée sont largement utilisés en industrie. Leurs principaux avantages sont leur capacité d'atteindre des vitesses et accélérations importantes, leur flexibilité, leurs faibles coûts et leur facilité d'intégration. Cependant, le caractère flexible de la courroie cause également une diminution de la précision du système. Pour remédier à ce problème, plusieurs contrôleurs ont été développés afin d'intégrer l'effet de la courroie et ainsi augmenter les performances du système. Toutefois, les contrôleurs proposés nécessitent l'ajout d'un capteur donnant directement la position du chariot, ce qui augmente le coût et la complexité du système.

Ce mémoire a donc comme objectif d'étudier les systèmes entraînés par une courroie afin de mettre au point une méthode pour augmenter les performances des contrôleurs sans toutefois augmenter leur coût. La méthode proposée utilise une compensation de le jeu entre-dents entre la poulie et la courroie ainsi que deux cellules de charge permettant de mesurer la tension dans la courroie. La combinaison de ces ajouts permet d'estimer la position du chariot et de remplacer la mesure directe sur celui-ci. L'acquisition de la tension dans la courroie permet d'intégrer l'effet élastique de celle-ci en déterminant et en compensant son élongation. Quant à elle, la compensation du jeu entre-dents est basée sur une nouvelle représentation ainsi qu'une nouvelle identification de ce jeu qui inclut les autres non-linéarités agissant sur le système, telles que la vibration, la friction non-linéaire et d'autres non-linéarités associées à la tension dans la courroie.

Différents tests ont été effectués afin de démontrer la performance de cette méthode d'estimation. Celle-ci a ensuite été implantée dans les contrôleurs proposés par la littérature pour améliorer les performances des systèmes entraînés par une courroie crantée.

# Abstract

Belt-driven systems are widely used for positioning applications. The main advantage of these systems is their ability to reach high speeds and accelerations, their low cost, their ease of implementation and their flexibility. However, the flexibility of the belt also causes the main disadvantage which is the lack of precision. Different control techniques have been elaborated to alleviate this problem by including the belt elasticity information in the controller. However, these methods require additional material and more complex implementation.

The main goal of this project is to analyse belt-driven systems in order to develop a method to improve the accuracy of such systems without adding costly material. The elaborated method uses two load cells and a new backlash compensation to replace the belt-driven carriage position feedback and thus improve the precision of the system without direct carriage measurement. The inclusion of the load cell allows a belt elongation compensation in the controller. The backlash compensation is based on a new representation and identification method developed specially for belt-driven applications, which includes other non-linearities acting on the system.

Experiments are conducted to assess the effectiveness of the elaborated method and an implementation on actual controllers demonstrate its effectiveness.

# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>iii</b>
<b>Abstract</b>	<b>iv</b>
<b>Table des matières</b>	<b>v</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>vii</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>viii</b>
<b>Remerciements</b>	<b>xi</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Élaboration et caractérisation d'un banc d'essai</b>	<b>7</b>
1.1 Présentation du banc d'essai . . . . .	8
1.2 Équations mathématiques du système . . . . .	9
1.3 Étalonnage des cellules de charge . . . . .	15
1.4 Identification du système . . . . .	16
1.5 Conclusion . . . . .	22
<b>2 Implantation des algorithmes proposés dans la documentation scientifique</b>	<b>23</b>
2.1 Mise en contexte et choix des algorithmes de commande . . . . .	24
2.2 Protocole de test . . . . .	25
2.3 Contrôleur PID simple . . . . .	28
2.4 Contrôleur par couple pré-calculé . . . . .	31
2.5 Contrôleur cascade . . . . .	34
2.6 Analyse des résultats et élaboration d'une solution . . . . .	40
<b>3 Étude et identification de l'écart dû au jeu entre-dents</b>	<b>42</b>
3.1 Mise en contexte . . . . .	43
3.2 Modèle mathématique . . . . .	44
3.3 Acquisition et analyse du EJENL . . . . .	49
3.4 Identification des paramètres . . . . .	55
3.5 Élaboration de la fonction d'estimation du EJENL . . . . .	65
3.6 Validation de la fonction d'estimation . . . . .	68
3.7 Estimation du jeu entre-dents sur la table XY de Laserax . . . . .	71
3.8 Estimation du jeu entre-dents sur un système commercial . . . . .	74

3.9 Conclusion . . . . .	77
<b>4 Modification des algorithmes de commande</b>	<b>79</b>
4.1 Mise en contexte . . . . .	80
4.2 Couple pré-calculé . . . . .	81
4.3 Cascade . . . . .	83
4.4 Analyse et conclusion . . . . .	86
<b>Conclusion</b>	<b>89</b>
<b>A Information sur les courroies utilisées</b>	<b>94</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>97</b>

# Liste des tableaux

1.1	Tableau indiquant les principales caractéristiques du montage. . . . .	9
1.2	Paramètres physiques identifiés et mesurés par des tests simples. . . . .	18
1.3	Paramètres de l'identification de la raideur. . . . .	22
2.1	Tableau résumant les performances des contrôleurs implantés sur le banc d'essai. . . . .	40
3.1	Exemple de l'évolution des termes intermédiaires ainsi que des conditions de maintien lors d'un parcours représenté par les points $P_1, \dots, P_9$ de la figure 3.2. . . . .	48
3.2	Résultats de l'estimation du jeu entre-dents pour différentes trajectoires dynamiques. . . . .	70
3.3	Caractéristiques de l'axe linéaire commercial utilisé. . . . .	75
4.1	Tableau résumant les performances des contrôleurs implantés sur le banc d'essai. . . . .	88

# Liste des figures

1	Illustration de la table de découpe laser acquise par Laserax. Image provenant de "www.lightobject.com", consulté le 8 juillet 2016 . . . . .	2
1.1	Représentation du banc d'essai développé. . . . .	9
1.2	Figure montrant le montage expérimental. . . . .	9
1.3	Représentation du système initial en lien avec les équations (1.1). . . . .	10
1.4	Diagramme des corps libres en lien avec les équations (1.1) . . . . .	10
1.5	Représentation du système simplifié en lien avec les équations (1.3). . . . .	12
1.6	Représentation de la modélisation de la friction du système. Dans la partie <i>a</i> , la courbe en pointillé représente la friction de Coulomb sans terme exponentiel et la courbe continue orangée représente la friction de Coulomb avec le terme exponentiel. Le bloc <i>b</i> représente la friction visqueuse qui varie selon la vitesse et le bloc <i>c</i> représente la friction totale. . . . .	13
1.7	Illustration de l'évolution de la raideur théorique pour chaque segment de courroie ainsi que la raideur équivalente du système. . . . .	14
1.8	Illustration des courbes de régression ainsi que les données expérimentales pour l'étalonnage des cellules de charge. . . . .	15
1.9	Trajectoire utilisée pour l'identification des paramètres de base. . . . .	19
1.10	Représentation de la raideur ponctuelle du banc d'essai ainsi que les représentations de la raideur théorique et estimée selon les deux méthodes proposées. . . . .	21
2.1	Illustration de la trajectoire servant pour la comparaison des performances des algorithmes de commande implantés sur le banc d'essai. . . . .	25
2.2	Représentation de la densité de l'erreur expérimentale afin de valider si elle peut être approximée par une courbe de densité normale. . . . .	27
2.3	Schéma en bloc du contrôleur $PID_{V1}$ où $x_d$ représente la position désirée du chariot, $\hat{x}_M$ représente la position estimée du chariot, $e_x$ représente l'erreur de rétroaction et $U_M$ représente le couple envoyé au moteur. . . . .	29
2.4	Illustration de l'erreur sur le suivi de trajectoire obtenue avec un régulateur de type $PID_{V1}$ ainsi que l'erreur rms. . . . .	29
2.5	Courbe de densité de l'erreur expérimentale obtenue avec le contrôleur $PID_{V1}$ ainsi que la courbe de densité normale. . . . .	30
2.6	schéma en bloc du contrôleur par couple pré-calculé $CPM_{V1}$ . . . . .	31
2.7	Illustration de l'erreur sur le suivi de trajectoire ( $e_{traj}$ ) lors du test avec le contrôleur par couple pré-calculé $CP_{V1}$ superposée à l'erreur sur l'estimation de la position ( $e_{est}$ ). L'intervalle d'erreur à 99% ( $e_{99}$ ) et l'erreur rms ( $e_{rms}$ ) sont ajoutés pour améliorer la compréhension. . . . .	32



2.8	Illustration de la densité de probabilité de l'erreur sur le suivi de trajectoire avec le contrôleur par couple pré-calculé $CPM_{V1}$ . . . . .	33
2.9	Schéma en bloc du contrôleur par couple pré-calculé $CPC_{V1}$ . . . . .	34
2.10	Illustration de l'erreur sur le suivi de trajectoire ( $e_{traj}$ ) lors du test avec le contrôleur par couple pré-calculé $CPC_{V1}$ . L'intervalle d'erreur à 99% ( $e_{99}$ ) et l'erreur rms ( $e_{rms}$ ) sont ajoutés pour améliorer la compréhension. . . . .	35
2.11	Illustration de la densité de l'erreur sur le suivi de trajectoire avec le contrôleur par couple pré-calculé avec rétroaction sur la position du chariot $CPC_{V1}$ . . . . .	36
2.12	Schéma en bloc du contrôleur en cascade pour la version $CS_{V1}$ . . . . .	36
2.13	Illustration de l'erreur sur le suivi de trajectoire ( $e_{traj}$ ) obtenue avec un régulateur en cascade $CS_{V1}$ ainsi que l'intervalle d'erreur à 99% ( $e_{99}$ ) et l'erreur rms ( $e_{rms}$ ). . . . .	38
2.14	Illustration de la densité de l'erreur sur le suivi de trajectoire avec le contrôleur en cascade $CS_{V1}$ ainsi que la courbe normale. . . . .	39
3.1	Représentation schématisée des trois phases entre la poulie et la courroie. La poulie est représentée par le bloc cyan inférieur, la courroie par le bloc jaune supérieur tandis que l'écart dû au jeu entre-dents est représenté par les hachures rouges. . . . .	43
3.2	Représentation du EJENL en fonction de la position angulaire du moteur. . . . .	45
3.3	Trajectoire utilisée pour une première identification du EJENL. . . . .	50
3.4	Représentation des données expérimentales du EJENL avec et sans compensation de l'élongation de la courroie. . . . .	51
3.5	Représentation du jeu entre-dents et des non-linéarités (EJENL) expérimentaux ainsi que les différentes sections du jeu entre-dents. . . . .	52
3.6	Représentation de l'écart dû au jeu entre-dents selon différentes tensions dans la courroie. . . . .	54
3.7	Erreur sur le rayon effectif de la poulie en fonction de la tension initiale de la courroie. . . . .	55
3.8	Comparaison entre l'écart dû au jeu entre-dents poulie/courroie et l'élongation de la courroie. . . . .	56
3.9	Trajectoire utilisée pour l'identification du EJENL sur le banc d'essai. . . . .	57
3.10	Courbe du EJENL utilisée pour son identification sur le banc d'essai. . . . .	57
3.11	Identification de la limite inférieure selon plusieurs degrés de polynôme. . . . .	58
3.12	Comparaison entre l'identification de la limite supérieure selon l'équation (3.12) ou selon une trajectoire continue. . . . .	59
3.13	Représentation des données utilisées pour l'identification des courbes transitoires. . . . .	61
3.14	Résultats de l'identification des courbes transitoires par les moindres carrés simple. . . . .	63
3.15	Estimation du EJENL en définissant les paramètres des courbes transitoires selon l'identification avec les moindres carrés linéaire. . . . .	63
3.16	Estimation du EJENL en définissant les paramètres des courbes transitoires selon l'identification avec les moindres carrés non linéaire. . . . .	65
3.17	Diagramme de la fonction d'estimation du EJENL. . . . .	67
3.18	Trajectoire quasi statique pour la validation de la fonction de compensation ainsi que l'erreur sur l'estimation obtenue avec la représentation de sa valeur rms. . . . .	69
3.19	Comparaison entre le EJENL expérimental lors d'une courbe quasi statique et l'approximation du EJENL réalisée par la fonction de compensation. . . . .	70

3.20	Trajectoire dynamique pour la validation de la fonction de compensation ainsi que l'erreur sur l'estimation obtenue avec la représentation de sa valeur rms. . . . .	71
3.21	Comparaison entre le EJENL expérimental lors d'une courbe dynamique et l'approximation du EJENL réalisée par la fonction de compensation. . . . .	72
3.22	Écart dû au jeu entre-dents (EJENL) expérimental obtenu sur la table XY acquise par Laserax selon différentes tensions dans la courroie. . . . .	73
3.23	Écart dû au jeu entre-dents (EJENL) expérimental obtenu sur l'axe linéaire commercial ainsi que l'approximation des limites réalisée avec une polynomiale de degré 5. . . . .	75
3.24	Perturbations agissant sur la limite supérieure obtenue en soustrayant l'approximation de la limite aux données expérimentales. . . . .	77
3.25	Écart dû au jeu entre-dents (EJENL) expérimental obtenu sur l'axe linéaire commercial avec la correction des perturbations. . . . .	78
4.1	Diagramme bloc du contrôleur par couple pré-calculé $CPM_{V2}$ avec la compensation de l'écart dû au jeu entre-dents et des autres non-linéarités (EJENL). . . . .	81
4.2	Illustration de l'erreur sur le suivi de trajectoire ( $e_{traj}$ ) lors du test avec le contrôleur par couple pré-calculé $V_2$ qui compense le EJENL. L'erreur sur l'estimation de la position ( $e_{est}$ ) et l'intervalle d'erreur à 99% ( $e_{99}$ ) sont ajoutés pour améliorer la compréhension. . . . .	82
4.3	Illustration de la densité de l'erreur sur le suivi de trajectoire avec le contrôleur par couple précalculé $CPM_{V2}$ . . . . .	83
4.4	Illustration de l'erreur du contrôleur $V1$ , $e_{cV1}$ , et de l'erreur sur le suivi de trajectoire du contrôleur $V2$ , $e_{tV2}$ . . . . .	84
4.5	Diagramme bloc de la version $CS_{V2}$ du contrôleur en cascade avec la compensation du EJENL et de l'élongation de la courroie. . . . .	84
4.6	Illustration de l'erreur sur le suivi de trajectoire ( $e_{traj}$ ) lors du test avec le contrôleur en cascade $CS_{V2}$ qui utilise la compensation du EJENL et des non-linéarités. L'intervalle d'erreur à 99% ( $e_{99}$ ) est ajouté pour améliorer la compréhension. . . . .	85
4.7	Illustration de la densité de l'erreur sur le suivi de trajectoire avec le contrôleur en cascade $CS_{V2}$ . . . . .	86
4.8	Illustration de l'implantation d'un capteur laser au-dessus de la poulie menante.	92
4.9	Exemple d'architecture parallèle pour un déplacement XY. . . . .	93
1.1	Données fournies par le fabricant de courroies Brocoflex en lien avec la courroie utilisée dans le banc d'essais. . . . .	95
1.2	Données fournies par le fabricant de courroies Brocoflex en lien avec l'approximation de la courroie de la table acquise par Laserax. . . . .	96

# Remerciements

La réalisation d'une maîtrise en génie n'est pas une simple tâche, c'est plutôt une grande épreuve parsemée de nombreux défis à relever. Heureusement, j'ai pu compter sur plusieurs personnes autour de moi pour m'aider à avancer au travers des embûches et je tiens à les remercier.

J'aimerais premièrement remercier grandement mon directeur de recherche Philippe Cardou et mon codirecteur Alexandre Campeau Lecours. Philippe, merci de t'être investi avec moi dans ce projet et merci pour tes précieux conseils tout au long de ces deux années. Tu es un professeur exceptionnel et je suis honoré d'avoir pu travailler avec toi. Merci Alexandre de t'être joint à nous, ton expertise a été grandement utile à la réussite du projet. Tu as une grande carrière dans la robotique et je suis fier d'en avoir fait partie.

Merci aux professionnels de recherche du Laboratoire, Simon et Thierry, qui ont toujours trouvé un petit cinq minutes pour m'aider dans mon projet. Merci également à tous les membres du Laboratoire pour ces deux années inoubliables. Merci aux ingénieurs de Laserax, Alex et Pierre-Luc, pour m'avoir confié ce projet et de m'avoir soutenu jusqu'à la fin.

J'aimerais également remercier ma famille et mes amis pour leur soutien durant mes études. Finalement, un gros merci à Marianne qui a su m'épauler et m'encourager durant les moments cruciaux. Même si tu n'étais pas en mesure de m'aider pour les difficultés techniques, le simple fait de discuter avec toi de mes inquiétudes m'aidait à mieux analyser chaque situation.

# Introduction

## Mise en contexte

La robotique moderne est de plus en plus présente et ce, dans toutes les sphères de la société. On retrouve des robots dans les maisons, dans les hôpitaux et principalement dans les entreprises industrielles. Ces dernières sont interreliées avec la robotique moderne sous plusieurs aspects. La forte demande des consommateurs pour des produits plus performants, plus fiables et moins dispendieux pousse les entreprises à trouver de nouvelles solutions innovantes pour répondre aux demandes du marché. La robotique moderne vient aider les entreprises en leur apportant des outils qui leur permettent de se démarquer et de rester compétitifs. Les exemples de l'aide bénéfique que la robotique apporte aux entreprises sont nombreux, passant des bras robotisés largement utilisés en industrie à des cellules d'assistance humain-robot développées afin d'améliorer la production dans les chaînes de montage. À plus petite échelle, la robotique apporte des solutions novatrices aux petites et moyennes entreprises (PME) québécoises qui désirent développer une nouvelle expertise afin de percer dans le milieu international. La compagnie Laserax est une entreprise parmi tant d'autres qui a fait appel à la robotique pour trouver une solution à une de leur problématique.

Cette compagnie, fondée en 2010, se spécialise dans les solutions laser pour les applications industrielles diverses. Jusqu'à récemment, elle concentrait ses activités sur la gravure laser de plusieurs matériaux comme les métaux, les plastiques, le bois et la céramique. Elle s'est notamment démarquée de la concurrence et a acquis une réputation internationale en offrant un procédé de gravure novateur s'adaptant à la forme et la surface de l'objet. Également, en plus de la gravure, Laserax veut étendre ses opérations pour offrir un service de découpe de plaques métalliques minces au laser. Laserax a donc fait l'acquisition d'une table de positionnement entraînée par des courroies, telle que présentée à la figure 1, au coût de 800\$. Le but de cette acquisition était de développer des procédés de découpe sur cette table et de vendre la table avec les procédés développés. Cependant, la compagnie a réalisé que la table acquise n'avait pas la précision nécessaire pour la découpe au laser de plaques métalliques minces. En effet, lors d'un test visant à découper différents cercles de même diamètre sur l'ensemble de la plage

de la table, la précision de la table a pu être estimée à environ 800 microns. Cependant, Laserax désire atteindre une précision inférieure à  $\pm 100$  microns afin d'être compétitif dans le milieu de la découpe au laser et c'est pour cette raison que la compagnie s'est tournée vers la robotique pour résoudre son problème.



FIGURE 1 – Illustration de la table de découpe laser acquise par Laserax. Image provenant de "[www.lightobject.com](http://www.lightobject.com)", consulté le 8 juillet 2016

L'objectif de Laserax est donc d'améliorer la précision de sa table de découpe pour atteindre une précision de  $\pm 100$  microns. Cependant, cette modification ne doit pas inclure l'ajout de capteurs dispendieux ou de grandes modifications de la structure de la table, car l'amélioration doit se faire sans augmenter le prix de la table de découpe. Le produit que Laserax veut vendre utilise un laser de 500 W au  $CO_2$  afin de découper les plaques minces d'une épaisseur maximale de trois millimètres. Avec ces informations, il est possible de déterminer que la vitesse maximale de découpe est de 0.1 m/s tel que démontré dans Mazumder (2001). Cependant, pour que Laserax ait la possibilité de découper d'autres matériaux, comme du plastique ou du caoutchouc, à des vitesses plus grandes, la vitesse moyenne d'opération cible est de 0.2 m/s.

Les systèmes entraînés par une courroie crantée, comme celui de la table acquise par Laserax, sont largement employés dans l'industrie pour le positionnement d'objets. De plus, l'utilisation accrue des machines à prototypage rapide augmente l'intérêt pour cette méthode de positionnement. Les avantages majeurs des systèmes à courroies sont leur capacité d'atteindre des grandes vitesses et accélérations, leur flexibilité et leurs faibles coûts. Le caractère flexible de

la courroie permet de faire plusieurs conceptions innovatrices. Par exemple, il est possible de déplacer un chariot dans un plan à l'aide d'une seule courroie, comme montré à la figure 4.9 ou suivant plusieurs degrés de liberté avec une organisation de courroies adéquate, ce qui a d'ailleurs été réalisé par Laliberté et collab. (2010). Cependant, la précision de ces systèmes est grandement diminuée par les effets non linéaires de la courroie, tels que la vibration, le jeu d'entre-dents entre la poulie et la courroie, la friction et l'élongation de la courroie sous les couples d'actionnement. Afin d'augmenter la précision d'un tel système, il est donc nécessaire de diminuer ou de bien gérer ces effets.

L'amélioration de la précision d'un système entraîné par des courroies passe soit par la modification de la structure, soit par l'amélioration de l'algorithme contrôlant les moteurs. En améliorant la structure de la table, il est par exemple possible de diminuer la vibration du système, de diminuer la friction entre les pièces et de réduire le jeu fonctionnel entre les composantes. En modification l'algorithme de commande, il est possible de compenser ces effets non linéaires en les identifiant et en les intégrant dans la boucle de commande. Cependant, puisque la structure de la table est déjà existante et que la modifier entraînerait des coûts plus importants, il a plutôt été décidé de modifier l'algorithme de commande de la table pour atteindre la précision demandée.

## Objectifs du mémoire

Les objectifs de ce mémoire sont :

1. Développer un algorithme de commande pour diminuer l'erreur de positionnement d'un système linéaire entraîné par une courroie crantée sous la barre des  $\pm 100$  microns
2. Minimiser les coûts liés à ce nouvel algorithme
3. Avoir une vitesse d'opération d'au minimum 0.2 m/s
4. Tester ce nouvel algorithme sur la table acquise par Laserax et quantifier l'amélioration obtenue
5. Valider ce nouvel algorithme sur une table de positionnement commerciale entraînée par une courroie cranté

## Algorithme de commande pour système à joint flexible

Les tables de positionnement entraînées par une courroie crantée font partie de la catégorie des systèmes à joints flexibles. Celle-ci se caractérise par un lien flexible, comme une courroie ou un couplage en caoutchouc, entre le moteur et la pièce à déplacer. Ce lien flexible influence la transmission de la force du moteur à la pièce à déplacer et doit être pris en compte dans les algorithmes de commande utilisés. La commande de systèmes avec des joints flexibles a été largement étudiée. Plusieurs approches ont été abordées pour notamment améliorer la précision et la stabilité d'un tel système. Par exemple, la méthode par anticipation du couple présentée par Berger et ElMaraghy (1992), Spong et collab. (2004) et G.Buondonno et A.DeLuca (2016) améliore la précision en anticipant les effets non linéaires du joint flexible. Le but de ce contrôleur est de créer un sous-système qui calcule ces effets et les soustrait à la valeur mesurée afin que celle-ci soit plus près de la réalité. Le contrôleur estime donc l'emplacement de la membrure se situant après le joint à l'aide de l'information du capteur se situant avant le joint flexible et d'une bonne représentation mathématique du système. La méthode par linéarisation est simple, efficace et est encore grandement utilisée. Une autre méthode exploitée est celle du contrôleur en cascade ou "decoupling-based system" en anglais, telle que présentée par Brogliato et collab. (1995) et Jianzhou et collab. (2011). Le but de ce contrôleur est de séparer un système complexe ayant plusieurs équations, en plusieurs sous-systèmes simples à une équation. Chaque sous-système est commandé par son propre régulateur, par exemple un régulateur Proportionnel-Intégrateur-Dérivatif (PID), et a son propre capteur pour la rétroaction. Il y a donc un capteur utilisé pour chaque sous-système. Les valeurs de sortie d'un premier sous-système servent de valeurs d'entrée au second sous-système et ainsi de suite. Ce contrôleur permet d'inclure facilement l'effet du joint flexible dans la boucle de commande et permet d'avoir une régulation plus efficace. Une variante du contrôleur en cascade est le contrôleur par rétrogradation, "backstepping", comme présenté par Brogliato et collab. (1995) et Bridges et collab. (1995). Celui-ci utilise la décomposition en sous-système, comme le contrôleur cascade, mais le processus de réglage est différent. Puisque la structure de cet algorithme de commande est récursive, la stabilité et les performances du système complet peuvent être assurées en commençant le processus de réglage à un sous-système stable et en ajoutant progressivement de nouveaux régulateurs à chaque sous-système pour augmenter la stabilité et les performances du système global. Une méthode adaptative peut aussi être utilisée pour contrôler un système à joint flexible, comme l'ont démontré Ghorbel et collab. (1989) et Li et Cheng (1994). Les paramètres du contrôleur s'adaptent alors en fonction d'une identification en ligne des paramètres du système. Plusieurs autres contrôleurs spécifiques aux systèmes à joints flexibles ont été développés en utilisant des techniques plus complexes comme la logique floue (Kulkarno et El-Sharkawi (2001) et Xia et collab. (2010)), les réseaux de neurones (V.Zeman et collab. (1997)) et les séries de Fourier (Zhu et collab. (2005)).

Cependant, comme démontré par De Luca et Book (2008), les systèmes à joints flexibles doivent avoir une double rétroaction pour augmenter leurs performances. En effet, une rétroaction sur la position de la membrure avant et après le joint flexible est nécessaire afin d'inclure les caractéristiques de ce dernier dans le contrôleur. Ainsi, le contrôleur cascade, utilisant une double rétroaction, aura de bien meilleurs résultats que le contrôleur par anticipation du couple qui utilise seulement une rétroaction sur le moteur. Toutefois, le capteur permettant d'acquérir la position de la membrure après le joint flexible est dispendieux et complique l'assemblage global du système.

Pour diminuer ces coûts, quelques travaux ont proposé d'estimer la position de la membrure après le joint flexible par un observateur à l'aide de capteurs moins dispendieux. Un exemple de ce principe est présenté par DeLuca et collab. (2007). Celui-ci propose une méthode d'estimation qui utilise l'information de la position angulaire du moteur et l'accélération de la membrure pour déterminer l'état complet du système. Cet observateur est intéressant puisque l'accélération peut être acquise par un accéléromètre qui est généralement moins dispendieux qu'un capteur de position. Plusieurs autres observateurs pour système à joints flexibles ont été développés, mais presque tous sont spécifiques pour des articulations flexibles de robot. Ainsi, ils représentent moins bien la réalité d'un système actionné par une courroie, dans lequel le jeu entre-dents entre la poulie et la courroie affecte grandement la précision de l'observateur. Un observateur qui utilise, par exemple, seulement la position du moteur et l'accélération du chariot n'arriverait pas à compenser ce jeu entre-dents. Il est donc nécessaire d'inclure l'effet de ce jeu dans l'observateur.

Bien que l'étude du jeu entre-dents et des erreurs de transmission dans les systèmes à roues dentées ait fait l'objet de plusieurs travaux, notamment par Nordin et collab. (1997), Lagerberg et Egardt (2007) et Moradi et Salarieh (2012), seulement quelques travaux traitant de ceux-ci dans les systèmes entraînés par courroies crantées ont été proposés. Par exemple, Kagotani et collab. (1993) ont présenté une étude sur les erreurs de transmission dans les systèmes à courroie hélicoïdale, où ils ont montré le caractère sinusoïdal de l'erreur. De plus, Kiliç et collab. (2010) ont proposé une méthode d'identification du jeu entre-dents entre la poulie et la courroie et l'ont validé expérimentalement. Cependant, cette méthode comporte certaines lacunes et peut être améliorée, notamment en isolant mieux le jeu entre-dents, en incluant les effets non linéaires et en augmentant le nombre de tests de validation.

Dans ce mémoire, une nouvelle représentation du jeu entre-dents et des erreurs de transmission entre la poulie et la courroie est développée afin d'avoir une meilleure estimation de la position du chariot. De plus, deux cellules de charge sont utilisées pour faire l'acquisition de la tension dans la courroie et ainsi compenser l'élongation de celle-ci.



## Organisation du mémoire

Dans le premier chapitre, le banc d'essai utilisé pour étudier les performances des différents algorithmes de commande est détaillé. Pour commencer, le schéma du banc d'essai et ses équations sont décrits et, par la suite, les paramètres physiques de ces équations sont identifiés.

Le second chapitre est consacré à l'implantation et à l'étude des algorithmes de commande proposés dans la littérature pour les systèmes entraînés par courroies. Dans un premier temps, une mise en contexte explique les différents contrôleurs. Par la suite, les résultats des contrôleurs testés sur le banc d'essai sont présentés et leurs performances sont étudiées. Les avantages et inconvénients de chaque contrôleur sont analysés et une piste de solution à la problématique est proposée.

Le chapitre trois est dédié à l'étude du jeu entre-dents entre la poulie et la courroie et au développement d'un modèle de compensation de ce phénomène. Une première mise en contexte explique l'origine du jeu entre-dents et la nouvelle méthode pour le représenter est décrite. Par la suite, le jeu entre-dents du banc d'essai est identifié avec cette nouvelle méthode. Différents résultats sont présentés afin de vérifier l'efficacité du modèle.

Au quatrième chapitre, le modèle de jeu entre-dents (chapitre 3) est ajouté aux algorithmes de commande présentés au chapitre deux. Les modifications apportées aux différents algorithmes sont présentées et les résultats de leur implantation sur le banc d'essai sont présentés. Leur précision respective est déterminée et comparée à la première version de contrôleurs.

# Chapitre 1

## Élaboration et caractérisation d'un banc d'essai

Pour réaliser l'objectif fixé qui est d'améliorer la précision d'une table de découpe laser entraînée par courroie crantée, un premier banc d'essai a été conçu et fabriqué. La table de découpe de Laserax n'a pas été utilisée pour les tests initiaux puisque la compagnie réalisait différentes expérimentations de procédés de découpe avec la table, celle-ci était donc occupée pour une grande période. Le banc d'essai développé sert de base pour étudier le comportement et les limitations d'un système entraîné par une courroie crantée afin de cibler les aspects majeurs à améliorer. Celui-ci sert également à tester les différents algorithmes de commande proposés dans la littérature ainsi que les nouveaux contrôleurs qui seront développées dans le cadre du projet.

Ce chapitre est consacré à la présentation du banc d'essai et à l'identification de ses paramètres physiques. Le banc d'essai est d'abord décrit et les différentes composantes sont spécifiées. Par la suite, le modèle du système et ses équations sont élaborés. Finalement, les différents paramètres de ces équations sont identifiés par la méthode des moindres carrés afin de représenter le plus fidèlement possible le comportement du banc d'essai.

## 1.1 Présentation du banc d'essai

Le banc d'essai conçu est schématisé à la figure 1.1 et illustré à la figure 1.2. Les informations nécessaires sur les pièces importantes sont présentées dans la table 1.1. Le banc d'essai est similaire à tous les autres systèmes de déplacement entraînés par une courroie crantée. Les deux poulies et le chariot sont reliés par la courroie afin de créer une boucle. Le moteur actionne la poulie menante, qui entraîne le chariot par le biais de la courroie crantée. Celui-ci se déplace sur un rail afin d'assurer la rectitude du déplacement. Le type de poulie et de courroie a été choisi afin d'être le plus similaire possible à ceux de la table acquise par Laserax. Un pas similaire de 5mm est utilisé, mais une forme différente de dents a été choisie. Une géométrie type "T" est choisie puisqu'elle permet un jeu fonctionnel réduit et parce que ce type de courroie est utilisé dans la plupart des articles scientifiques traitant de la précision des systèmes entraînés par des courroies crantées. Le diamètre des poulies du banc d'essai est plus grand que celui des poulies de la table afin de faciliter la conception. Cette différence n'affecte cependant pas le comportement du système. Un encodeur externe est ajouté sur l'arbre du moteur pour faire l'acquisition de la position angulaire de celui-ci. L'encodeur intégré au moteur n'a pas la résolution nécessaire afin d'acquérir des mesures de position suffisamment précises pour atteindre une précision de  $\pm 100$  microns. L'encodeur externe ajouté au moteur a une résolution de 5000 pulses/tour et celle-ci est lue en quadrature, ce qui augmente la résolution à 20 000 pulses/tours. Avec cette résolution et le rayon de poulie utilisé, il est possible de déterminer que la précision linéaire est d'environ 12 microns.

De plus, un capteur linéaire optique de haute précision est fixé au chariot qui, à l'aide d'une bande optique fixée au support, permet d'acquérir l'information du déplacement du chariot directement. Ce capteur permet de connaître la position du chariot sans l'effet de la courroie avec une précision de cinq microns. Cependant, la longueur de la bande optique est de 500 mm, alors que l'entraxe du banc d'essai est de 1.2m. La bande optique ne peut donc pas couvrir toute la plage de longueur du banc d'essai, elle est donc fixée au milieu pour tous les tests. Le support n'est pas présenté sur le schéma de la figure 1.1 afin d'alléger l'image. Deux cellules de charge reliant le chariot aux extrémités de la courroie sont également ajoutées au système pour mesurer la tension dans la courroie lors du déplacement du chariot. Un amplificateur est également utilisé avec ces deux cellules de charge pour avoir un meilleur signal. Le prix des deux cellules de charge et de l'amplificateur, soit 100\$, est inscrit dans la case correspondant aux cellules de charge de la table 1.1. Finalement, pour l'acquisition des données et la commande du banc d'essai, le logiciel RT-Lab est utilisé.

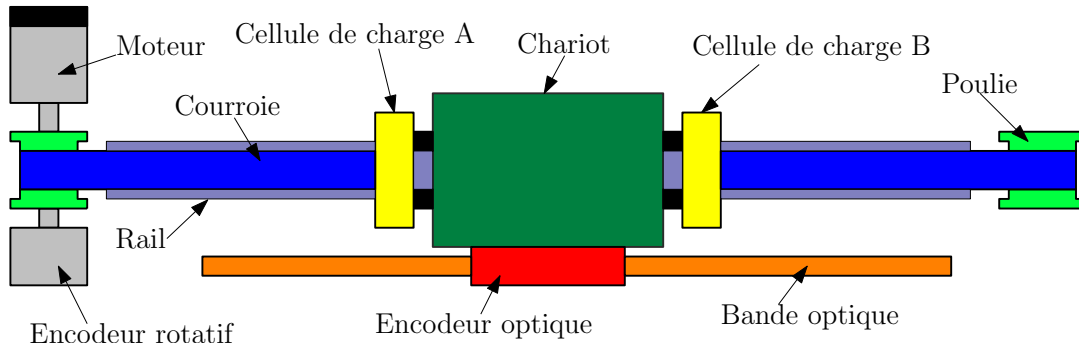


FIGURE 1.1 – Représentation du banc d'essai développé.

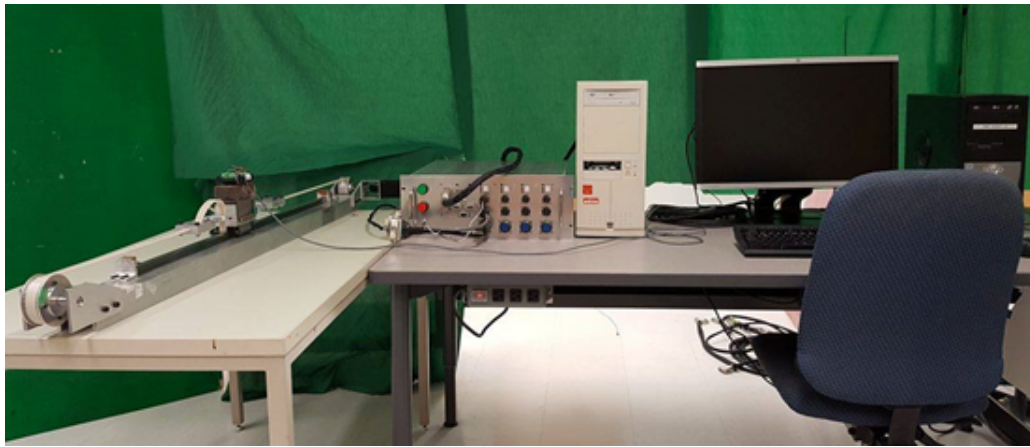


FIGURE 1.2 – Figure montrant le montage expérimental.

TABLE 1.1 – Tableau indiquant les principales caractéristiques du montage.

Éléments	Modèle/Type	Spécification	Côut
Moteur	Parker MPM664ATFJM1N	DC Brusless 350W 5A	N.D.
Encodeur externe	TRD-N5000-RZVWD	5000 pulses/tour ( $12\mu m$ )	225\$
Courroie	T5 Kevlar ST1	largeur :16mm	N.D.
Cellule de charge	Phidgets (0-50kg)	Précision :25g	100\$
Capteur optique	Renishaw RGH25	précision : $5\mu m$	1200\$
Poulie	T5, Kevlar ST1	R=38.195mm	N.D

## 1.2 Équations mathématiques du système

La modélisation mathématique d'un axe linéaire entraîné par une courroie crantée est déjà bien établie dans la littérature, notamment par Hace et collab. (2004). Ce modèle représente une masse se déplaçant sur une surface avec de la friction sous l'entraînement du moteur par une courroie crantée en négligeant le glissement entre la poulie et la courroie. Un schéma de ce modèle est présenté à la figure 1.3 et un diagramme de corps libre est présenté à la figure

1.4. Les équations du système sont obtenues en réalisant la sommation des forces agissant sur le chariot et la sommation des moments agissant sur chacune des poulies, tel que décrit plus bas.

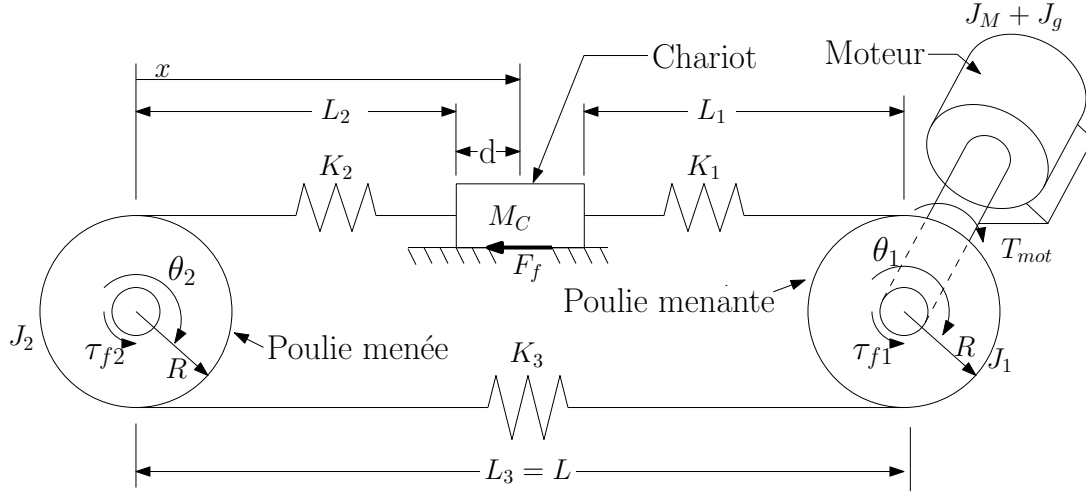


FIGURE 1.3 – Représentation du système initial en lien avec les équations (1.1).

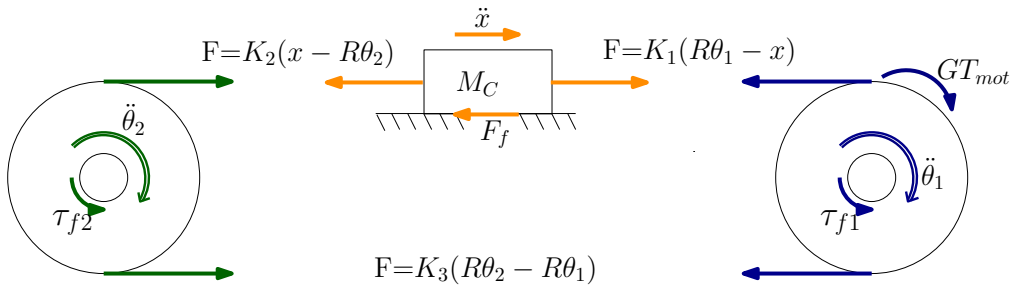


FIGURE 1.4 – Diagramme des corps libres en lien avec les équations (1.1) .

$$\begin{aligned}
 (J_1 + G^2(J_g + J_M))\ddot{\theta}_1 + \tau_{f1} + R[K_1(R\theta_1 - x) - K_3(R\theta_2 - R\theta_1)] &= GT_{mot} \\
 J_2\ddot{\theta}_2 + \tau_{f2} &= R[K_2(x - R\theta_2) - K_3(R\theta_2 - R\theta_1)] \\
 M_C\ddot{x} + F_f &= K_1(R\theta_1 - x) - K_2(x - R\theta_2)
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

$J_1$  et  $J_2$  sont les inerties des poulies,  $J_g$  et  $J_m$  sont respectivement l'inertie de la boîte de réduction et du moteur,  $M_C$  est la masse du chariot,  $R$  est le rayon des poulies et  $G$  est le rapport de vitesse de réduction.  $X$  est la position du centre du chariot,  $\theta_1$  et  $\theta_2$  sont les positions angulaires des poulies.  $T_{mot}$  est le couple fourni par le moteur,  $\tau_{f1}$ ,  $\tau_{f2}$  et  $F_f$  sont respectivement les moments de friction dans les pièces mobiles associées aux rotations des poulies et la force de friction associée au déplacement du chariot. Le paramètre  $d$  désigne la distance entre le centre du chariot et le début du segment de courroie et  $L$  signifie l'entraxe des deux poulie.  $K_1$ ,  $K_2$  et  $K_3$  sont les raideurs dans chaque section de courroie et  $L_1$ ,  $L_2$  et  $L_3$  sont les longueurs des segments de courroie respectif. De plus, il est avantageux de représenter ces longueurs selon la position du chariot comme,

$$\begin{aligned} L1 &= L - (x + d), \\ L2 &= x - d, \\ L3 &= L. \end{aligned} \tag{1.2}$$

Les équations (1.1) sont obtenues en isolant chaque composante du système et en calculant les forces agissant par un diagramme de corps libres. Il y a donc trois équations pour les trois sous-systèmes. Cependant, ces équations sont trop complexes pour être utilisées dans une loi de commande. De plus, ce système d'équations nécessite la mesure de l'angle de rotation de la poulie menée, ce qui ajoute un encodeur au système. Le système d'équations doit donc être simplifié pour être utilisé correctement. Premièrement, dans le système du banc d'essai, il n'y a pas de boîte de réduction, les termes s'y rattachant peuvent donc être enlevés. Deuxièmement, le modèle initial peut être considéré comme un système composé de deux masses reliées par un ressort comme illustré à la figure 1.5. La première masse représente le chariot ( $M_C$ ) tandis que la deuxième représente l'ensemble des pièces en rotation. Les inerties des poulies et des autres pièces en rotation sont incluses avec l'inertie du moteur dans le terme d'inertie équivalente ( $J_{eq}$ ). La raideur du système est représentée par un seul paramètre, soit  $K_{eq}$ . Les équations simplifiées du système sont présentées plus bas.

$$\begin{aligned} M_C \ddot{x} + f_{eq} &= K_{eq}(R\theta - x) \\ J_{eq} \ddot{\theta} + \tau_{eq} &= T_{mot} - RK_{eq}(R\theta - x) \end{aligned} \tag{1.3}$$

Dans ces équations,  $f_{eq}$  représente la force équivalente de friction entre le chariot et le rail tandis que  $\tau_{eq}$  représente la friction des pièces mobiles. Le système est réduit à une combinaison de deux équations qui est plus facile à intégrer dans une loi de commande. Également, dans plusieurs lois de commande, par exemple pour le PID et le couple pré-calculé, la courroie est considéré comme un joint rigide. Le couple fourni par le moteur est donc transmis directement

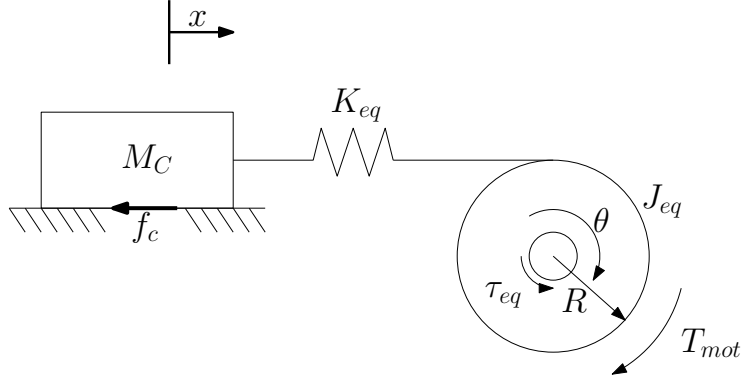


FIGURE 1.5 – Représentation du système simplifié en lien avec les équations (1.3).

au chariot. Également, dans cette hypothèse, l'inertie et la friction des pièces mobiles sont considérées négligeables comparé à la masse du chariot et la friction du rail. Or, il est possible d'écrire l'équation de ce système simplifié comme,

$$M_c \ddot{x} + f_{eq} = \frac{T_{mot}}{R}, \quad (1.4)$$

Le système représenté par l'équation (1.4) est utilisé uniquement lors de l'implantation des contrôleur PID et par couple pré-calculé. Le système réel est caractérisé par l'ensemble d'équations (1.3). La friction  $f_{eq}$  peut être décomposée en un terme représentant la friction de Coulomb,  $f_c$ , et un terme représentant la friction visqueuse,  $f_v$ . Un terme exponentiel,  $sign(\dot{x})(1 - e^{-\alpha|\dot{x}|})$ , est ajouté à la friction de Coulomb pour rendre l'estimation de la friction plus continue. L'équation de la friction est alors la suivante,

$$F_{eq} = f_c sign(\dot{x})(1 - e^{-\alpha|\dot{x}|}) + f_v \dot{x}, \quad (1.5)$$

où  $sign()$  est la fonction signe.

La figure 1.6 démontre également l'effet des deux termes de friction séparés ainsi que la friction totale. On peut voir sur l'image 1.6a la friction de Coulomb avec le terme exponentiel, représentée par la ligne continue orange, et la même friction sans le terme exponentiel en pointillé rouge. Le terme exponentiel atténue les changements brusques et l'estimation de la friction de Coulomb est donc plus continue, ce qui aide aussi lors de la compensation de la friction dans le contrôleur. Si la friction sans le terme exponentiel avait été utilisée, cela aurait créé des mouvements plus saccadés lors de l'anticipation du couple, et cela aurait diminué la stabilité et les performances des algorithmes de commande. Le deuxième paramètre de l'équation représente la friction visqueuse qui est proportionnelle à la vitesse. Cette friction est représentée

à la figure 1.6b). La représentation de la friction totale est représentée en c).

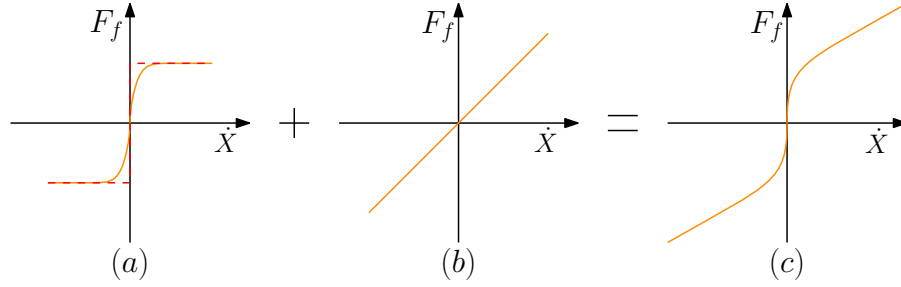


FIGURE 1.6 – Représentation de la modélisation de la friction du système. Dans la partie *a*, la courbe en pointillé représente la friction de Coulomb sans terme exponentiel et la courbe continue orangée représente la friction de Coulomb avec le terme exponentiel. Le bloc *b* représente la friction visqueuse qui varie selon la vitesse et le bloc *c* représente la friction totale.

Pour représenter la raideur équivalente du système en un seul paramètre, les raideurs individuelles des trois segments de courroie sont combinées. Une représentation de la raideur de chaque segment de courroie ainsi que la raideur équivalente est présentée à la figure 1.7. La raideur de chaque segment de courroie est d’abord déterminée selon la position du chariot. Par la suite, la raideur équivalente du système est déterminée en combinant premièrement les raideurs  $K_2(x)$  et  $K_3(x)$  en série, puis ce résultat est relié en parallèle à  $K_1(x)$ , ce qui donne

$$K_{eq}(x) = K_1(x) + \frac{1}{\frac{1}{K_2(x)} + \frac{1}{K_3(x)}} = K_1(x) + \frac{K_2(x)K_3(x)}{K_2(x) + K_3(x)}. \quad (1.6)$$

Il y a plusieurs manières de déterminer la raideur dans une courroie, notamment avec la loi de Hooke. Par contre, dans cet ouvrage une autre méthode est utilisée. Celle-ci est exploitée par les fabricants de courroies et particulièrement par GATES, tel que démontré dans le document technique (Gates, 2006). La raideur théorique est donc obtenue avec l’équation suivante.

$$K(x) = \frac{C_{sp}}{L(x)} \quad (1.7)$$

Le terme  $C_{sp}$ , exprimé en Newton (N), désigne la raideur spécifique qui est particulière à chaque courroie et  $L(x)$  est la longueur de la courroie. On peut voir notamment le caractère asymptotique de l’équation avec la figure 1.7. Lorsque la longueur de la courroie tend vers l’infini la raideur devient nulle, et à l’opposée, lorsque la longueur de la courroie tend vers zéro la raideur est infinie. En remplaçant les termes de raideur de l’équation (1.6) par l’équation (1.7) et en remplaçant les longueurs par les équations (1.2), l’équation de la raideur équivalente



peut être exprimée en fonction de la position du chariot comme suit :

$$K_{eq}(x) = \frac{2(L-d)}{(L-d)^2 - x^2} C_{sp}. \quad (1.8)$$

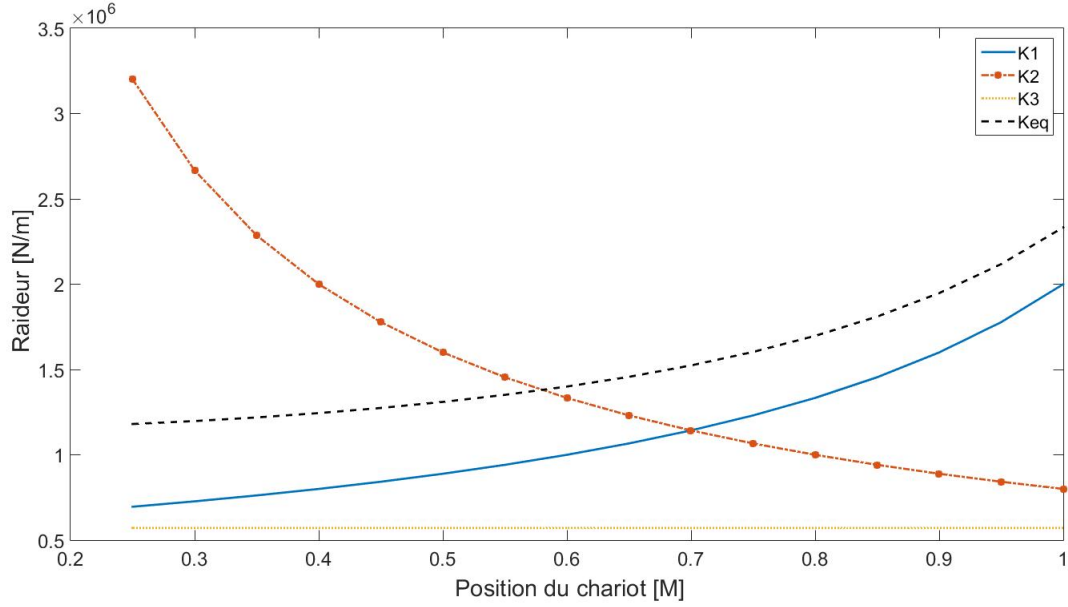


FIGURE 1.7 – Illustration de l'évolution de la raideur théorique pour chaque segment de courroie ainsi que la raideur équivalente du système.

La figure 1.7 démontre l'évolution des raideurs théoriques selon la position du chariot. Les raideurs  $K_1$  et  $K_2$  varient alors que la raideur  $K_3$  reste constante, puisque la longueur du segment trois ne dépend pas de la position du chariot. Cette longueur est fixe et correspond à l'entraxe des deux poulies. La figure 1.7 montre également que la raideur  $K_1$  est similaire à la raideur équivalente puisque la raideur  $K_1$  relie directement le moteur au chariot et est donc plus influente.

### 1.3 Étalonnage des cellules de charge

Pour faire l'acquisition de la tension dans la courroie lue par les cellules de charge, celles-ci doivent être étalonnées. Leur étalonnage est réalisé comme suit : plusieurs masses étalons sont suspendues à la cellule de charge et la tension électrique de sortie est enregistrée pour chacune d'elles par le logiciel RT-lab. Par la suite, une courbe de régression est calculée en fonction du poids des masses et des tensions électriques lues par les cellules. Les courbes de régression pour l'étalonnage des deux cellules sont présentées à la figure 1.8 et leurs équations sont les suivantes :

$$F_A = -93.7298V_A + 28.7, \quad (1.9)$$

$$F_B = -94.8V_B - 3.08, \quad (1.10)$$

où  $F_A$  et  $F_B$  sont les forces calculées avec les cellules de charge.  $V_A$  et  $V_B$  sont les tensions électriques obtenues avec les cellules de charge respectives.

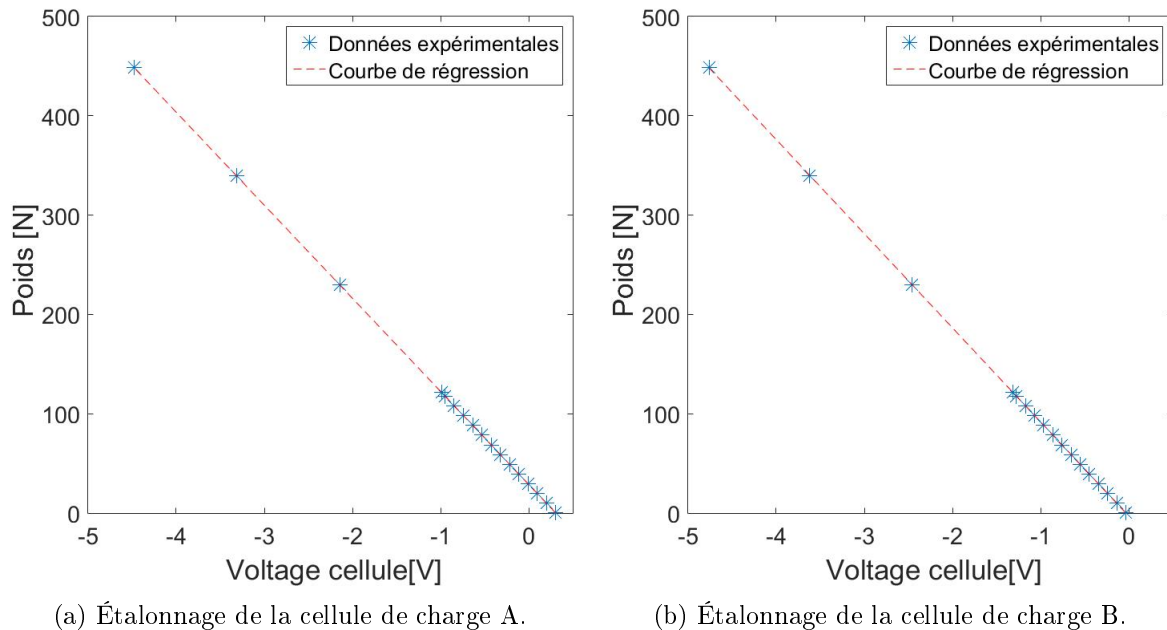


FIGURE 1.8 – Illustration des courbes de régression ainsi que les données expérimentales pour l'étalonnage des cellules de charge.

## 1.4 Identification du système

Dans la majorité des contrôleurs qui sont implantés, une connaissance des paramètres physiques du système est nécessaire. Ceux-ci sont utiles pour ajouter une anticipation du couple ou pour être intégrés dans la loi de commande directement. Afin d’avoir des paramètres plus représentatifs du système réel, ces derniers sont obtenus par différentes techniques d’identification. Cependant, tous les paramètres de l’équation (1.3) ne peuvent être identifiés en même temps et de la même façon. Ainsi, la raideur de la courroie doit être identifiée séparément des termes d’inertie et de friction, puisqu’ils n’utilisent pas les mêmes données. Pour identifier les termes d’inertie et de friction, les données de la position, la vitesse et l’accélération du chariot ainsi que la tension dans la courroie sont utilisées tandis que pour identifier la raideur de la courroie, l’élongation et la tension dans celle-ci sont nécessaires. Or, ces différentes valeurs ne sont pas du même ordre de grandeur. Identifier ces deux groupes de paramètres en même temps et de la même façon ne serait pas efficace. Ainsi les termes de base, soit les inerties et la friction, seront identifiés séparément de la raideur de la courroie.

Certains termes sont déjà connus, comme la masse du chariot, l’inertie des poulies et même la raideur de la courroie. Cependant, une identification précise de chaque paramètre est réalisée pour que ceux-ci représentent le système le plus fidèlement possible.

### 1.4.1 Identification de base

L’identification des paramètres de base est réalisée à partir des équations (1.3) en substituant  $K_{eq}(R\theta - x)$  par la force équivalente ( $F_{eq}$ ) dans l’équation du chariot et par le couple demandé au moteur ( $T_{mot}$ ) dans l’équation de la poulie. Les équations servant à l’identification sont présentées plus bas. Le couple réellement fourni par le moteur n’est pas utilisé puisque sa mesure n’est pas fiable et est très bruitée. De plus, puisque la friction des pièces mobiles est négligeable, ce paramètre peut être retiré. Les équations pour l’identification sont donc les suivantes,

$$M_c \ddot{x} + f_{eq} = F_{eq} \quad (1.11)$$

$$J_M \ddot{\theta} = T_{mot} - R F_{eq} \quad (1.12)$$

$$F_{eq} = (F_A + \delta_d) - (F_B + \delta_d) = F_A - F_B \quad (1.13)$$

où  $\delta_d$  est la dérive associée aux cellules de charge et  $f_{eq}$  est la force de friction équivalente du système définie par l’équation (1.5).  $F_A$  et  $F_B$  représentent la force lue par les cellules de charge servant à calculer la force équivalente agissant sur le chariot ( $F_{eq}$ ). En déterminant la force équivalente de cette manière, par la soustraction de l’information des cellules de charge,

la dérive associée aux cellules ( $\delta_d$ ) peut être négligée sur une courte période de temps comme démontré par l'équation (1.13). Il faut cependant considérer que l'effet de dérive est semblable sur les deux cellules de charge. Cette hypothèse peut être considérée vraisemblable puisque les deux cellules de charge utilisent les mêmes composantes et sont de la même compagnie. De plus, l'équation (1.12) fait le lien direct entre l'inertie des pièces mobiles et la différence entre le couple demandé au moteur et le couple associé à la force équivalente de la courroie. Cependant, cette différence est minime et bruitée en raison de l'utilisation des cellules de charges. Une identification réalisée avec ces données ne serait pas adéquate et l'inertie obtenue ne serait pas représentative. Ainsi, l'inertie des pièces mobiles n'est pas identifiée comme le reste des paramètres. La valeur théorique de l'inertie est utilisée lorsqu'elle est nécessaire dans les lois de commande. Le fait de ne pas identifier ce paramètre n'a pas d'influence majeure car il est négligeable comparé à la masse du chariot.

Plusieurs techniques d'identification peuvent être utilisées pour déterminer la valeur des termes physiques. La méthode la plus souvent utilisée est celle des moindres carrés (Lecours et Gosselin (2013) et Kostic et collab. (2004)). Cependant, une identification par la méthode des moindres carrés simple ou récursive ne peut être utilisée pour identifier ces paramètres physiques étant donné le terme exponentiel présent dans la représentation de la friction. Pour utiliser ces méthodes, une relation linéaire doit être établie entre les coefficients à identifier et les données. Ainsi, une méthode d'identification non linéaire doit être utilisée pour obtenir la masse et les paramètres de friction. La fonction LSQnonlin du logiciel Matlab est donc utilisée pour l'identification. Pour utiliser cette fonction, il faut premièrement définir une équation qui caractérise l'erreur à minimiser selon les paramètres à optimiser. Par la suite, la fonction LSQnonlin trouve par itérations successives les meilleurs paramètres pour diminuer l'erreur. L'équation utilisée est souvent la différence entre l'estimation du résultat avec les coefficients de l'itération actuelle et le résultat expérimental. Pour l'identification des paramètres du banc d'essai, l'équation utilisée pour la fonction LSQnonlin est donc la différence entre la force estimée par le modèle du système et la force mesurée telle que présentée par l'équation suivante.

$$Eqn_{LSQ} = [B(1)\vec{X}_k + B(2)\vec{X}_k + B(3)sign(\vec{X}_k)(1 - e^{-B(4)|\vec{X}_k|})] - F_{eqk}^{\vec{}} \quad (1.14)$$

$\vec{X}_k$ ,  $\vec{X}_k$  et  $F_{eqk}^{\vec{}}$  sont des vecteurs représentant les états du système à chaque pas de temps  $k$ . Les paramètres physiques sont inclus dans le vecteur  $B$  qui est défini comme

$$B = [M, fv, fc, \alpha], \quad (1.15)$$

où les paramètres  $B(i)$  sont changés à chaque itération afin de converger vers une solution minimisant l'erreur. Lorsque la variation des paramètres  $B(i)$  atteint le seuil préalablement

TABLE 1.2 – Paramètres physiques identifiés et mesurés par des tests simples.

	$M_C$ (kg)	$J_M$ ( $kgM^2$ )	$f_v$ ( $Ns/m$ )	$f_c$ ( $N$ )	$\alpha$
Mesuré/Théorique	2.93	$8e^{-4}$	ND	3	ND
Identifié	2.88	ND	24	2.3	167

défini, l'identification est terminée.

Pour obtenir les données servant à l'identification, le couple demandé au moteur, la force acquise par les cellules A et B ainsi que la position du chariot et la position angulaire du moteur sont enregistrés lors d'une trajectoire réalisée par le chariot. Les premières soixante secondes de la trajectoire sont présentées à la figure 1.9. Il est possible de voir que les mesures s'étendent de 500 mm à 950 mm puisque la bande optique est placée au milieu et que l'origine de la position en X est placée sur l'axe de la poulie menée. Le chariot suit cette trajectoire grâce à un régulateur PID. Ce régulateur, présenté dans la section 2.3, a été choisi puisqu'il n'utilise pas les paramètres physiques du système dans sa loi de commande. Lorsque toutes les données sont acquises, la vitesse du chariot ainsi que son accélération sont calculées. Un filtre récursif est appliqué aux valeurs de vitesses et d'accélération pour atténuer l'effet du bruit de la dérivée.

Les paramètres physiques obtenus à partir de l'identification sont présentés dans le tableau 1.2. Les valeurs identifiées sont comparées aux valeurs théoriques ou aux valeurs mesurées par des tests simples afin de valider l'identification. Ainsi, la masse équivalente peut être déterminée en mesurant et en additionnant la masse de toutes les pièces sur le chariot à celle de celui-ci. L'inertie des pièces mobiles est déterminée en additionnant l'inertie théorique des poulies et du moteur. Une approximation de la friction de Coulomb est obtenue en déplaçant manuellement le chariot à très basse vitesse et en mesurant la force nécessaire à l'aide d'un dynamomètre. La force de friction visqueuse ainsi que le paramètre exponentiel ne peuvent pas être mesurés par un test simple et rapide. Cette comparaison avec les valeurs approximatives permet de valider l'identification en confirmant que les valeurs identifiées sont du même ordre de grandeur que les valeurs mesurées par des simples tests.

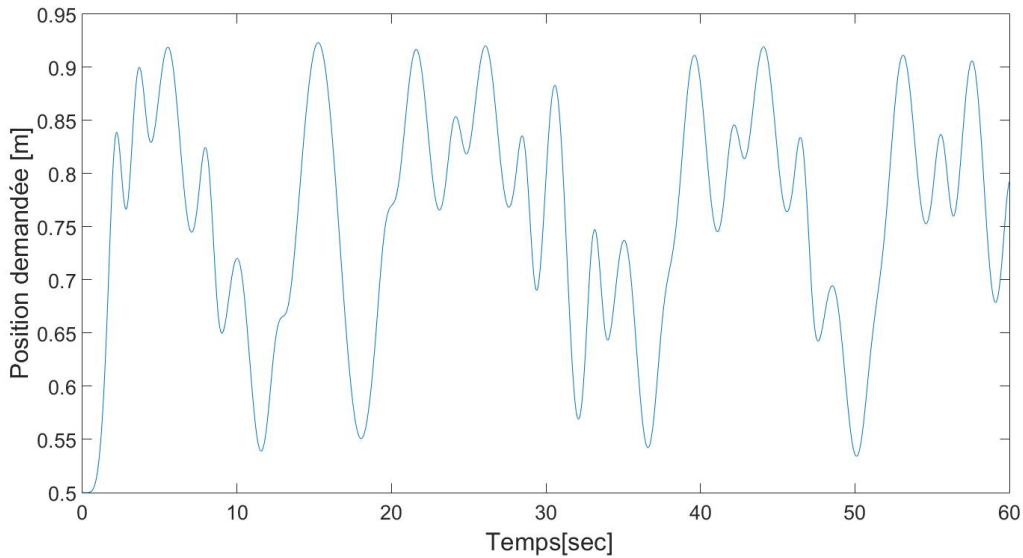


FIGURE 1.9 – Trajectoire utilisée pour l’identification des paramètres de base.

#### 1.4.2 Identification de la raideur de la courroie

Pour pouvoir utiliser efficacement les informations des cellules de charge, il faut avoir une bonne connaissance de la raideur de la courroie. C’est pourquoi il est important d’identifier cette variable de façon adéquate.

Une première approche pour identifier la raideur de la courroie serait d’utiliser une méthode semblable à celle employée lors de l’identification des paramètres de base, vue à la section précédente. On déplace le chariot selon une trajectoire prédéterminée puis on acquiert la position de la poulie, du chariot ainsi que la tension dans la courroie. Par la suite, on détermine l’élongation de la courroie en comparant la position du chariot et la position angulaire de poulie soit  $x - R\theta$ . La raideur est finalement calculée en divisant la tension dans la courroie par l’élongation de celle-ci préalablement calculée. Cependant, comme il sera présenté dans les prochains chapitres, la différence  $x - R\theta$  est causée principalement par le jeu entre-dents entre la poulie et la courroie et non par l’élongation de la courroie. Il sera démontré dans la section 3 que le jeu entre-dents du banc d’essai est environ deux fois plus grand que l’étirement de la courroie, comme illustré à la figure 3.8. Ainsi, les données utilisées représenteraient principalement le jeu entre-dents et par conséquent une identification de la raideur effectuée avec cette méthode donnerait des résultats aberrants. Il est certain qu’on pourrait ajouter une correction du jeu entre-dents aux données recueillies et ensuite calculer la raideur, mais, comme il sera présenté dans le chapitre 3, il faut une bonne connaissance de la raideur pour estimer efficacement le jeu entre-dents.

Pour réaliser une bonne identification, le jeu entre-dents doit être stable lors des tests. Or, pour qu'il soit stable durant l'expérimentation, la poulie et la courroie enroulée sur celle-ci doivent être fixes. Autrement dit, il ne doit pas y avoir de mouvement relatif entre la courroie et la poulie. En fixant la courroie sur la poulie, on limite le jeu entre-dents entre elles et il est possible par la suite d'appliquer une force manuellement sur le chariot et ainsi créer un étirement ou un relâchement des différents segments de courroie. Les données acquises reflètent donc uniquement l'élongation de la courroie puisque le jeu entre-dents est constant lors des tests. On peut alors retrouver la raideur équivalente du système avec l'équation suivante

$$F_{eq} = (x - R\theta)K_{eq}, \quad (1.16)$$

où  $K_{eq}$  est la raideur équivalente du système et  $F_{eq} = F_A - F_B$  est la force équivalente du système mesurée par les cellules de charge. Puisque la relation entre la force et l'élongation est linéaire, il est possible d'identifier la raideur  $K_{eq}$  par la méthode des moindres carrés simple. En définissant,

$$F(k) = [F_{eq}(1), F_{eq}(2), F_{eq}(3), \dots, F_{eq}(K)]^T, \quad (1.17)$$

et

$$\begin{aligned} \Delta(k) &= [\Delta_c(1), \Delta_c(2), \Delta_c(3), \dots, \Delta_c(K)]^T, \\ \Delta_c(k) &= x(k) - R\theta(k), \end{aligned} \quad (1.18)$$

il est possible de réécrire l'équation à résoudre comme

$$F(k) = \Delta(k)K_{eq} + e_y(k), \quad (1.19)$$

où  $e_y(k)$  représente l'erreur sur l'estimation qui sera minimisée par la méthode des moindres carrés. La variable  $k$  représente le pas de temps lors de l'acquisition. La raideur équivalente est déterminée en utilisant un inverse de Moore-Penrose comme suit

$$K_{eq} = (\Delta(k)^T \Delta(k))^{-1} \Delta(k)^T F(k). \quad (1.20)$$

Cependant, avec cette méthode, la raideur du système est déterminée seulement pour une position donnée. Par contre, il est possible de déterminer la raideur du système à plusieurs positions différentes et par la suite trouver une équation pour représenter la raideur globale avec ces raideurs ponctuelles. La figure 1.10 représente les raideurs ponctuelles expérimentales selon la position du chariot ainsi que les estimations de la raideur du système avec les différentes possibilités d'équations. Il est possible de remarquer que la raideur de la courroie est définie pour une position du chariot allant de 0.5m à 1m puisque la plage d'acquisition du capteur

linéaire optique est de 500mm et que la bande optique est placée au milieu du banc d'essai. De plus, à cet endroit, la variation de la raideur  $y$  est la plus grande.

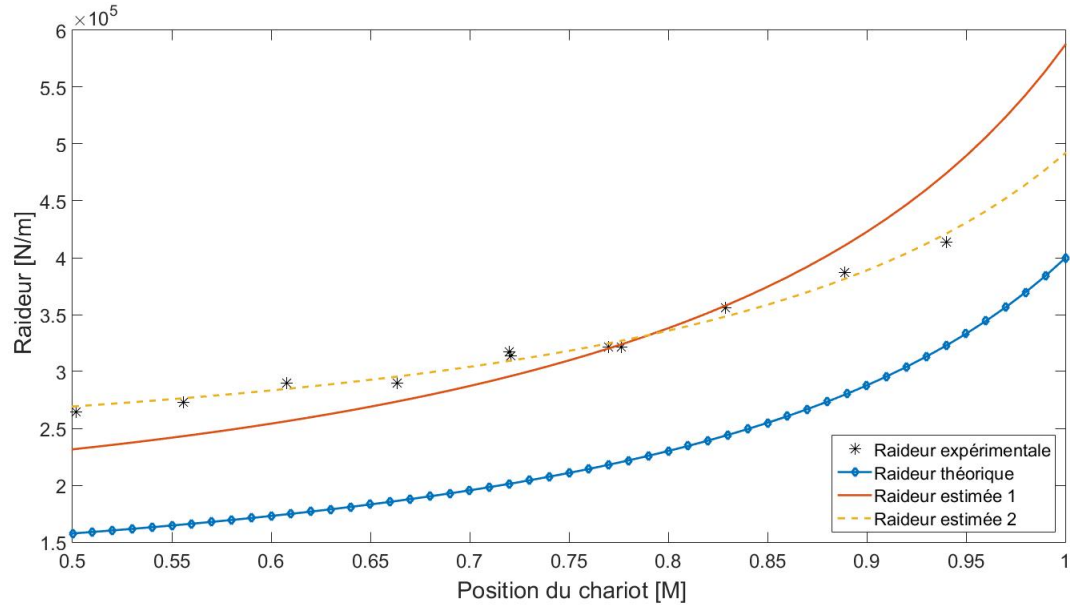


FIGURE 1.10 – Représentation de la raideur ponctuelle du banc d'essai ainsi que les représentations de la raideur théorique et estimée selon les deux méthodes proposées.

La figure 1.10 démontre que la raideur théorique est moins efficace pour représenter les valeurs expérimentales. La valeur théorique est fournie par le fabricant via des tables de spécification, comme présenté à l'annexe 1, pour caractériser toutes les longueurs de courroie. Cette valeur donne un ordre de grandeur général pour une plage de longueurs de courroie quasiment infinie. Cependant, la représentation théorique ne peut donner une approximation précise de la raideur pour une plage de longueurs plus restreinte, comme celles utilisées en pratique. Ainsi, pour avoir une meilleure représentation de la raideur, une bonne identification de la courroie est nécessaire. Deux équations pour l'identification de la raideur ont été étudiées. Les résultats de ces identifications sont présentés à la figure 1.10 ainsi qu'au tableau 1.3.

Une première identification est réalisée avec l'équation de la raideur théorique et est représentée par l'équation (1.8). La raideur spécifique du système,  $C_{sp}$ , est déterminée par la méthode des moindres carrés tel de présentée plus haut. Le résultat de l'identification est présenté par la courbe rouge de la figure 1.10 et au tableau 1.3. Cette première estimation représente mieux les résultats expérimentaux que la valeur théorique, mais l'estimation diverge aux limites et donc cette estimation de la raideur est moins adéquate.

Comme il a été mentionné précédemment, la représentation théorique de la raideur de la courroie est conçue pour donner un ordre de grandeur pour une plage de longueur infinie.



Elle indique que la raideur sera nulle lorsque la longueur est infinie et à l'inverse la raideur sera infinie lorsque la longueur de la courroie tend vers zéro. Cependant, en pratique, les longueurs des courroies n'atteignent jamais ces extrêmes et une raideur nulle est impossible. Il est donc possible de concevoir la présence d'une raideur initiale, peu importe la longueur de la courroie. Avec cette considération, il est possible de modifier légèrement l'équation de la raideur théorique de chaque segment de courroie pour y ajouter un terme de raideur initiale  $K_0$ . Cette deuxième équation pour l'identification de la raideur est décrite comme

$$K(x) = \frac{C_{sp}}{L(x)} + K_0. \quad (1.21)$$

L'équation de la raideur équivalente du système se trouve ainsi changée et est maintenant décrite comme

$$K_{eq} = \frac{2(L-d)}{(L-d)^2 - x^2} C_{sp} + 2K_0. \quad (1.22)$$

Les coefficients  $C_{sp}$  et  $K_0$  sont identifiés par la méthode des moindres carrés et le résultat est représenté par la ligne pointillée jaune à la figure 1.10 ainsi qu'au tableau 1.3. La deuxième estimation de la raideur, qui se base sur l'équation (1.22), représente mieux le système expérimental. Ainsi cette représentation de la raideur sera utilisée pour décrire la raideur de la courroie dans le reste du mémoire.

TABLE 1.3 – Paramètres de l'identification de la raideur.

	$C_{sp}$ (N)	$K_0$ (N/m)
Raideur théorique	$8e4$	ND
Raideur estimée 1	$11.75e4$	ND
Raideur estimée 2	$7.35e4$	$6.21e4$

## 1.5 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à l'élaboration d'un banc d'essai et à sa caractérisation. Le banc d'essai conçu est semblable à tout autre axe linéaire commercial entraîné par une courroie, mais plusieurs capteurs supplémentaires y sont ajoutés afin de faire l'acquisition de la position réelle du chariot et de la tension dans la courroie. Les équations mathématiques du système complexe ont été élaborés, puis plusieurs simplifications ont été prises en compte pour le rendre plus simple et pour faciliter l'implantation dans les algorithmes de commande. Les différents paramètres de ces équations sont identifiés par la méthodes des moindres carrés afin d'avoir une meilleure modélisation mathématique du banc d'essai.

## Chapitre 2

# Implantation des algorithmes proposés dans la documentation scientifique

Dans le chapitre précédent, le banc d'essai conçu pour analyser le comportement d'un axe linéaire entraîné par une courroie a été présenté et ses paramètres physiques ont été identifiés. Ce banc d'essai sert également de support pour l'implantation et l'étude des algorithmes de commande proposés dans la littérature. Ainsi, les avantages et inconvénients de chaque contrôleur peuvent être déterminés et une solution peut être établie afin d'atteindre l'objectif, qui est d'obtenir une précision de  $\pm 100$  microns avec un système entraîné par une courroie, et ce sans l'ajout de capteur dispendieux autre que l'encodeur du moteur.

Ce chapitre est donc consacré à l'implantation et à l'étude des algorithmes de commande proposés par la littérature. Dans un premier temps, une mise en contexte explique les différents contrôleurs et un protocole pour les tests est établi. Par la suite, chaque contrôleur retenu est implanté sur le banc d'essai et ses résultats sont analysés. Finalement, un retour sur les performances des différents algorithmes de commande est effectué et une piste de solution est élaborée pour atteindre l'objectif.

## 2.1 Mise en contexte et choix des algorithmes de commande

Lorsque l'amélioration des performances d'un système par la modification des algorithmes de commande est désirée, il est avantageux de bien comprendre et d'implanter expérimentalement les algorithmes proposés dans la littérature. La mise en œuvre de ces algorithmes de commande permet premièrement de voir si la programmation du logiciel servant à l'acquisition des données et à la commande du banc d'essai, soit le logiciel RT-Lab, est adéquate et si les moteurs et les différents capteurs fonctionnent bien. Il est également possible de se familiariser avec le banc d'essai et les différents réglages des contrôleurs. De plus, la mise en œuvre de contrôleurs existants permet d'identifier les avantages, les inconvénients ainsi que les sources d'erreur majeures de ces contrôleurs. En connaissant ces facteurs, il est plus facile de bien cibler les éléments critiques qui permettront d'atteindre l'objectif. Les performances obtenues avec ces algorithmes servent également de référence pour les tests futurs et permettent de quantifier l'amélioration obtenue avec les nouveaux algorithmes de commande.

Les algorithmes de commande pour les systèmes à joints flexibles ont déjà été largement étudiés par de nombreux chercheurs. Tel que présenté dans l'introduction, une multitude de contrôleurs simples et plus complexes sont proposés pour la commande d'un système avec un ou plusieurs joints flexibles. Dû à la difficulté que représente le caractère non linéaire de la courroie pour la conception des algorithmes, les contrôleurs proposés dans la littérature sont divisés en deux catégories : les contrôleurs qui considèrent la courroie comme un lien rigide et ceux qui la considèrent comme un joint flexible. La première catégorie de contrôleurs est plus souvent utilisée puisqu'elle est plus simple et utilise un seul capteur soit l'encodeur du moteur, mais ces contrôleurs sont souvent moins précis. La deuxième catégorie permet de meilleurs résultats, mais ces contrôleurs sont toutefois plus complexes et plus dispendieux à implanter. Différents contrôleurs de chaque catégorie ont été choisis, en raison de leur simplicité et de leur grande utilisation dans leur catégorie respective, pour être implantés sur le banc d'essai. Ainsi un contrôleur PID et un contrôleur par couple précalculé représentent la première catégorie et un contrôleur en cascade représente la deuxième catégorie.

Ce chapitre présente les résultats d'une première implantation de ces contrôleurs sur le banc d'essai. La structure et la loi de commande de ceux-ci sont les mêmes que celles présentées dans la littérature. Ainsi, ces contrôleurs servent de base de comparaison pour la deuxième version de contrôleurs qui sont modifiés pour l'atteinte de l'objectif. À titre d'information, les termes  $PID_{V1}$ ,  $CPM_{V1}$ ,  $CPC_{V1}$  et  $CS_{V1}$  représente respectivement les premières versions du contrôleur PID, du contrôleur par couple pré-calculé avec rétroaction sur la position angulaire du moteur et sur la position du chariot ainsi que le contrôleur en cascade.

## 2.2 Protocole de test

Afin de pouvoir comparer efficacement les différents algorithmes de commande entre eux, un protocole de test est établi. Le chariot doit suivre la trajectoire représentée à la figure 2.1 le plus fidèlement possible à l'aide de son régulateur. Puisque la bande optique n'est pas suffisamment longue pour couvrir toute la longueur du banc d'essai, elle sera placée au milieu du banc d'essai. Par conséquent, la position initiale du chariot se trouve à 0.5 mètre de la poulie menée, qui est l'origine de l'axe X selon la figure 1.3. Dans le reste du mémoire, pour alléger la compréhension, les positions présentées seront les positions relatives à la bande optique. La vitesse d'opération varie globalement de  $\pm 0.2$  m/sec pour respecter la vitesse ciblée par Laserax. Cependant, pour avoir des accélérations plus grandes durant le parcours, il arrive que la vitesse dépasse la valeur ciblée de  $\pm 0.2$  m/sec. Avant le début de chaque test, le chariot est positionné de la même façon afin de simuler le retour à l'origine des tables de positionnement commerciales. De plus, puisque tous ces contrôleurs utilisent l'information de la dérivée de l'erreur, un filtre passe-bas de premier ordre est appliqué à l'erreur afin de diminuer le bruit sur la dérivée. La fréquence de coupure du filtre est calculée théoriquement puis le filtre est réglé expérimentalement pour chaque contrôleur afin d'avoir les meilleures performances possibles.

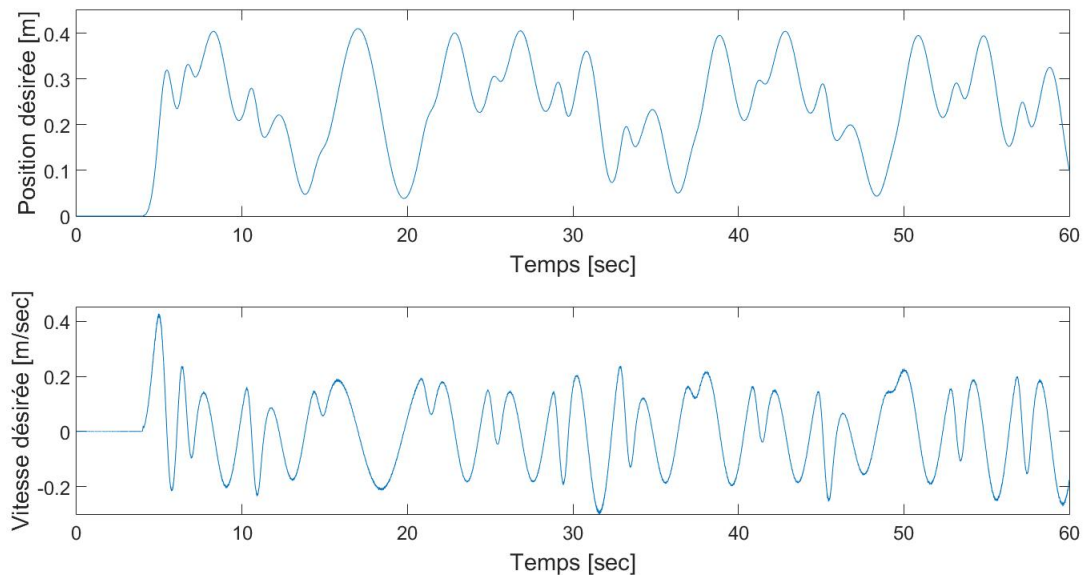


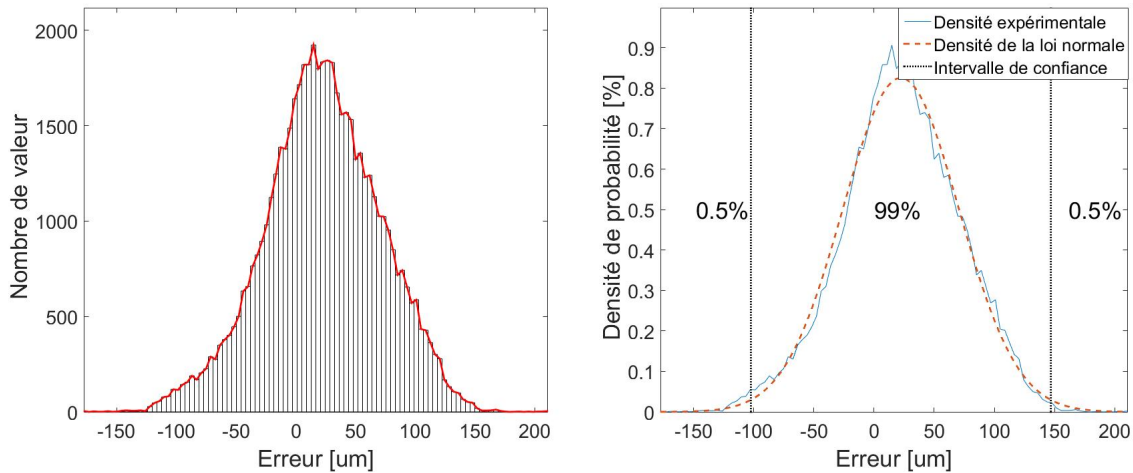
FIGURE 2.1 – Illustration de la trajectoire servant pour la comparaison des performances des algorithmes de commande implantés sur le banc d'essai.

Afin de comparer les différents algorithmes de commande entre eux, l'erreur sur le suivi de la trajectoire est calculée pour chacun des tests. Cette erreur est la différence entre la position réelle du chariot ( $x_r$ ) mesurée à l'aide de l'encodeur optique fixé sur le chariot et la position désirée du chariot ( $x_d$ ) tel que décrit par l'équation suivante.

$$e_{traj} = x_r - x_d \quad (2.1)$$

Cependant l'erreur sur le suivi de trajectoire dans sa forme originale, soit une valeur d'erreur pour chaque pas de temps, n'est pas une méthode rapide et efficace pour comparer la performance des contrôleurs. Il est préférable de représenter l'erreur par un paramètre global qui est plus facilement comparable. Trois valeurs repères sont souvent utilisées pour caractériser l'erreur, soit les valeurs minimale et maximale de l'erreur, l'erreur quadratique moyenne (rms) et l'intervalle d'erreur avec une confiance de 99%. Les erreurs maximale et minimale sont facilement calculables et permettent de représenter l'ensemble de l'erreur dans une grande plage. Cependant, l'erreur maximale ou minimale est souvent atteinte au début de la trajectoire lors d'une forte accélération. Or, en pratique, cette période est rarement incluse dans la découpe et n'a aucune influence sur la précision des pièces découpées. Les erreurs maximale et minimale servent donc à titre d'information, mais ne sont pas utilisées pour comparer les résultats. La valeur rms de l'erreur est la représentation la plus utilisée dans les ouvrages divers puisqu'elle est simple à calculer et qu'elle est moins influencée par ces valeurs extrêmes. Cependant, la valeur rms ne permet pas de représenter la distribution de l'erreur et a une signification statistique plus faible. Toutefois, en raison de sa popularité, la valeur rms est calculée également à titre informatif à chaque test. Pour avoir une représentation plus fidèle de l'erreur, l'intervalle d'erreur avec une confiance de 99% ( $e_{99}$ ) sert de principale méthode de comparaison. Celle-ci est déterminé en approximant la distribution de l'erreur à une courbe de distribution gaussienne et en conservant 99% de la densité d'erreur. Cette méthode offre donc une meilleure représentation puisqu'elle exclut les valeurs maximales et minimales aberrantes et donne un portrait plus représentatif de la plage d'erreur. L'intervalle d'erreur  $e_{99}$  sert également à vérifier l'atteinte de l'objectif. Si l'intervalle  $e_{99}$  est inférieur à  $\pm 100$  microns, l'objectif est considéré atteint.

Pour utiliser la valeur  $e_{99}$ , il faut d'abord vérifier que l'erreur obtenue puisse être approximée par une courbe de densité normale. L'erreur est d'abord mise sous la forme d'un histogramme comme le montre la figure 2.2a, laquelle représente un exemple de distribution d'erreur obtenue expérimentalement sur le banc d'essai. La représentation par un histogramme permet de déterminer le nombre de pas de temps ( $n_h(k)$ ) durant lesquels l'erreur a été comprise entre une certaine plage de valeur ( $\Delta h$ ). Par la suite, avec les données de l'histogramme, il est possible



(a) Représentation de l'erreur expérimentale par un histogramme. (b) Représentation de la densité de l'erreur expérimentale ainsi que la courbe de densité normale.

FIGURE 2.2 – Représentation de la densité de l'erreur expérimentale afin de valider si elle peut être approximée par une courbe de densité normale.

de déterminer la densité de probabilité ( $d(k)$ ) comme

$$d(k) = \frac{n_h(k)}{N\Delta h}, \quad (2.2)$$

où  $N$  représente le nombre de valeurs d'erreur total de l'échantillon. La figure 2.2b compare la densité de probabilité obtenue avec les données de l'histogramme à la courbe de densité normale. Si ces deux courbes sont suffisamment similaires, comme c'est le cas avec l'exemple, l'erreur peut être approximée par une distribution normale. Avec la courbe normale, il est ensuite possible de déterminer l'intervalle de confiance désiré. Comme le montre la figure 2.2b, seulement la partie centrale représentant 99% de l'erreur est considérée dans l'intervalle d'erreur. Ainsi, les limites, représentées par les lignes pointillées verticales, sont les valeurs obtenues à 0.5% et à 99.5% de probabilité. L'intervalle d'erreur peut être alors calculé comme

$$e_{99} = \mu_e \pm z\sigma, \quad (2.3)$$

où  $\mu_e$  est la moyenne de l'erreur,  $\sigma$  est l'écart type et  $z$  est le paramètre de la loi normale associé au pourcentage de confiance et se trouve dans une table spécifique à la loi normale. Pour un intervalle de 99%, la valeur  $z = 2.58$ .

## 2.3 Contrôleur PID simple

Dans certaines applications qui nécessitent une précision moins importante, la courroie peut être considérée comme un élément rigide pour faciliter la commande et ainsi, l'équation (1.4) est utilisée pour représenter le système. Dans ce genre d'application, la position du chariot est estimée directement avec l'information de l'encodeur du moteur comme

$$\hat{x}_M = R\theta. \quad (2.4)$$

Le premier contrôleur implanté qui utilise cette simplification est le contrôleur  $PID_{V1}$  car celui-ci est simple à intégrer, facilement réglable et est utilisé dans la grande majorité des applications industrielles. Il peut s'utiliser sur la plupart des systèmes simples ou complexes, car il n'a pas besoin du modèle mathématique du système pour le commander. Ce premier contrôleur permet aussi de vérifier si tous les éléments du banc d'essai fonctionnent bien.

Le principe de base de ce contrôleur est d'ajuster la commande en fonction de l'erreur du système, comme le montre le schéma en bloc présenté à la figure 2.3. Trois paramètres sont utilisés pour réguler la commande : un terme proportionnel à l'erreur, soit  $K_p$ , un terme proportionnel à la dérivée de l'erreur, soit  $K_d$ , et un terme proportionnel à l'intégrale de l'erreur, soit  $K_i$ . La loi de la commande est la suivante :

$$U_M = K_p(x_d - \hat{x}_M) + K_d(\dot{x}_d - \dot{\hat{x}}_M) + K_i \int (x_d - \hat{x}_M) dt, \quad (2.5)$$

où  $U_M$  est le couple envoyé au moteur,  $x_d$  est la position désirée du chariot et  $\hat{x}_M$  est l'estimé de la position du chariot à partir des mesures de l'encodeur du moteur. Le terme  $K_p$  fait le lien direct entre l'erreur et la commande envoyée. Un gain  $K_p$  plus grand augmentera l'effet de l'erreur sur la commande et ainsi diminuera le temps de réponse du système tout en réduisant l'erreur en régime permanent. Le terme  $K_d$  utilise la dérivée de l'erreur pour anticiper en quelque sorte l'erreur future. Celui-ci a théoriquement un effet stabilisant sur le système, mais en pratique la dérivée de l'erreur est sensible aux bruits des signaux mesurés, ce qui limite son action. Le terme  $K_i$  utilise l'accumulation de l'erreur pour corriger l'erreur à long terme. Cependant le gain  $K_i$  tend à diminuer la marge de stabilité.

Les gains du contrôleur ont été déterminés par placement de pôle à partir d'un modèle simplifié (Ogata, 2010), afin d'avoir une réponse sous-amortie, puis raffinés expérimentalement pour minimiser l'erreur sur le suivi de trajectoire.

La figure 2.4 présente l'erreur du suivi de la trajectoire obtenue avec le régulateur  $PID_{V1}$  qui ne satisfait pas les objectifs fixés qui est de  $\pm 100$  microns . L'erreur sur la trajectoire varie entre  $\pm 1000$  microns et a une valeur rms de 440 microns. Bien que ce contrôleur soit largement

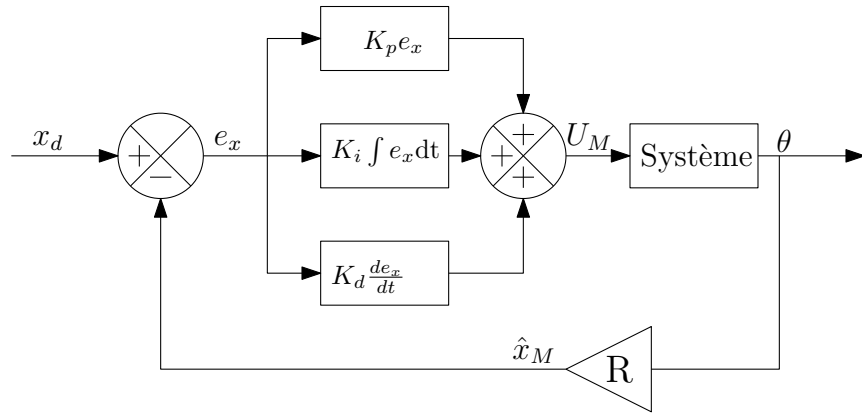


FIGURE 2.3 – Schéma en bloc du contrôleur  $PID_{V1}$  où  $x_d$  représente la position désirée du chariot,  $\hat{x}_M$  représente la position estimée du chariot,  $e_x$  représente l'erreur de rétroaction et  $U_M$  représente le couple envoyé au moteur.

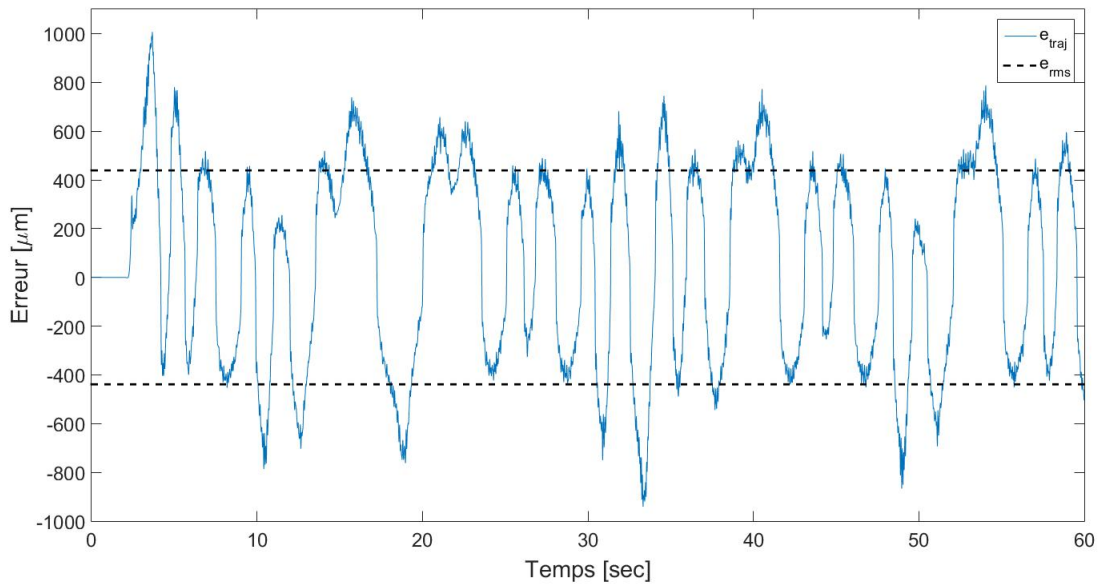


FIGURE 2.4 – Illustration de l'erreur sur le suivi de trajectoire obtenue avec un régulateur de type  $PID_{V1}$  ainsi que l'erreur rms.

utilisé en industrie, il ne permet pas une commande optimale lorsque le système comporte des non-linéarités majeures. La principale lacune de ce contrôleur est qu'il ne prend pas en compte la dynamique du système. Ainsi, la correction de l'erreur est réactive et les performances sont diminuées. L'erreur est corrigée une fois qu'elle apparaît dans le système ce qui cause alors un délai de correction, qui est accentué par la dynamique du système. Lors d'une accélération, cette erreur augmente et elle ne peut être corrigée immédiatement. La dynamique du système vient donc grandement affecter l'erreur sur le suivi de trajectoire.



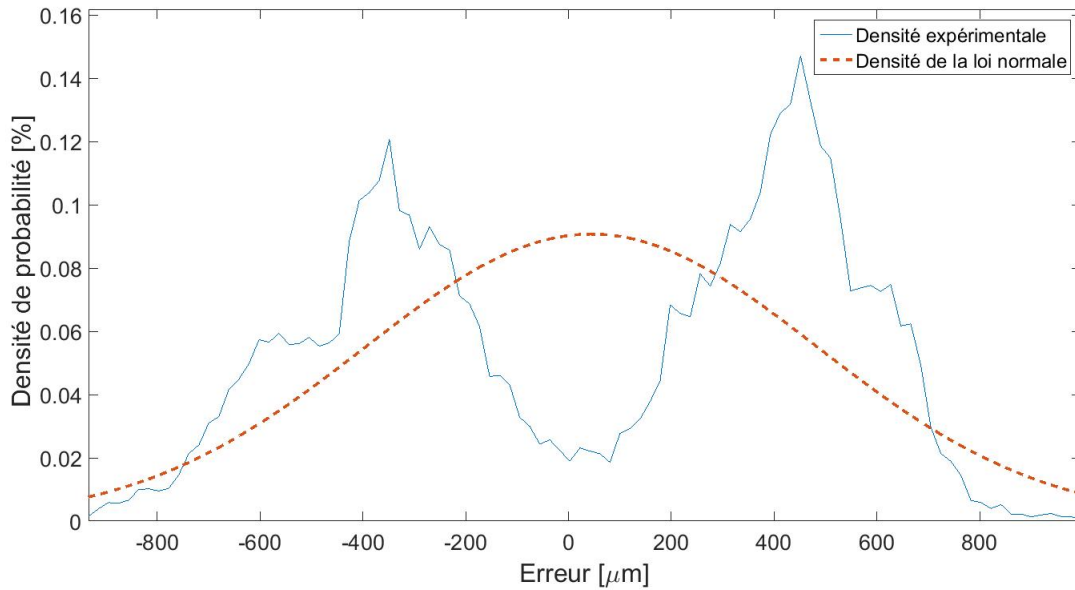


FIGURE 2.5 – Courbe de densité de l’erreur expérimentale obtenue avec le contrôleur  $PID_{V1}$  ainsi que la courbe de densité normale.

De plus, l’intervalle d’erreur  $e_{99}$  ne peut pas être utilisé avec ce type de contrôleur puisque la densité de probabilités est loin d’être similaire à la loi normale. Comme illustrée à la figure 2.5, la densité de probabilités comporte deux pics de densité alors qu’elle ne devrait en avoir qu’un seul pour représenter une distribution normale. La forme de la densité de probabilité de l’erreur confirme qu’il y a un facteur externe qui perturbe l’erreur, soit la dynamique du système. Pour avoir une distribution normale et améliorer les performances du contrôleur, les effets dynamiques doivent être compensés. Le contrôleur par couple précalculé présenté dans la section suivante permet d’inclure les effets dynamiques et ainsi améliorer les performances. Un contrôleur PID avec une rétroaction sur la position du chariot au lieu de son estimé n’a pas été implanté car cela aurait eu une influence négligeable comparée à l’ajout de l’anticipation du couple. En effet, l’erreur sur l’estimation du chariot calculée avec l’équation (2.4) est d’environ  $\pm 200$  microns, tel que discuté à la section suivante. Une amélioration de  $\pm 200$  microns diminuerait l’erreur sur le suivi de trajectoire à  $\pm 800$  microns ce qui est encore très loin de l’objectif.

## 2.4 Contrôleur par couple pré-calculé

Les contrôleurs par couple pré-calculé sont souvent utilisés en robotique pour le suivi de trajectoire, car ils permettent de linéariser certains systèmes dynamiques complexes. L'idée principale de ce contrôleur est de calculer le couple nécessaire pour effectuer la tâche à l'instant présent et l'ajouter au couple relié à l'erreur obtenue avec le régulateur PID. Pour tester cette catégorie d'algorithme de commande, le système simplifié de l'équation (1.4) est utilisé puisque la courroie est considérée comme un élément rigide. La loi de commande du contrôleur est donc définie comme :

$$U_M = U_p + K_p(x_d - \hat{x}_M) + K_d(\dot{x}_d - \dot{\hat{x}}_M) + K_i \int (x_d - \hat{x}_M) dt, \quad (2.6)$$

$$U_p = M_{eq}\ddot{x}_d + F_{eq}(\dot{x}_d), \quad (2.7)$$

où  $U_p$  est le couple pré-calculé,  $U_M$  est le couple demandé au moteur,  $\hat{x}_M$  représente l'estimation de la position du chariot,  $M$  est la masse et  $F_{eq}$  est la friction équivalente identifiée dans la section précédente.  $\hat{x}_M$  dépend du capteur utilisé pour la rétroaction. Dans les prochaines sections, les résultats de deux types de rétroaction sont présentés. Un premier contrôleur avec une rétroaction sur l'encodeur du moteur,  $CPM_{V1}$ , est implanté et par la suite, un deuxième contrôleur avec une rétroaction avec le capteur linéaire fixé au chariot,  $CPC_{V1}$ , est implanté.

### 2.4.1 Rétroaction avec l'encodeur du moteur

Une première option pour le contrôleur par couple pré-calculé est d'utiliser l'équation (2.4) pour estimer la position du chariot. Le schéma en bloc de cet algorithme de commande est présenté à la figure 2.6.

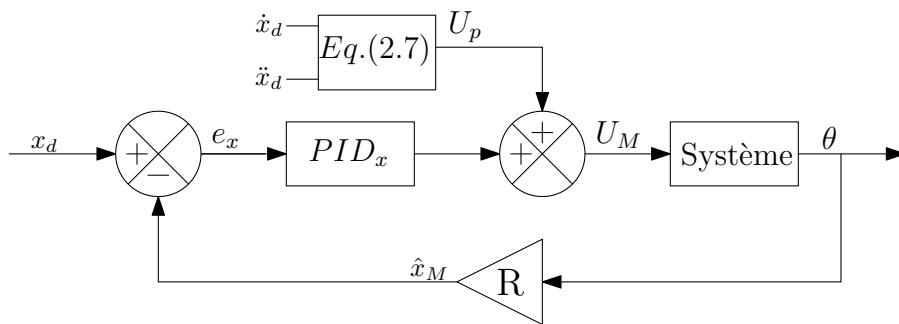


FIGURE 2.6 – schéma en bloc du contrôleur par couple pré-calculé  $CPM_{V1}$ .

La figure 2.7 présente les performances obtenues avec la première version du régulateur par couple pré-calculé,  $CPM_{V1}$ . L'erreur sur le suivi de trajectoire,  $e_{traj}$ , est représentée par

la ligne bleu continue. Elle atteint un maximum de 280 microns et a un intervalle  $e_{99}$  de  $60 \pm 220$  microns, ce qui est nettement inférieur à l'erreur obtenue avec le contrôleur  $PID_{V_1}$ , qui varie entre  $\pm 1000$  microns. L'ajout de la compensation de la dynamique du système permet d'anticiper le couple nécessaire au moteur et ainsi concentrer le champ d'action du régulateur PID. Celui-ci peut alors se concentrer à corriger une plus petite plage d'erreur et ainsi les performances sont augmentées. De plus, la courbe de densité de probabilités expérimentales, représentée à la figure 2.8, correspond mieux à une courbe normale.

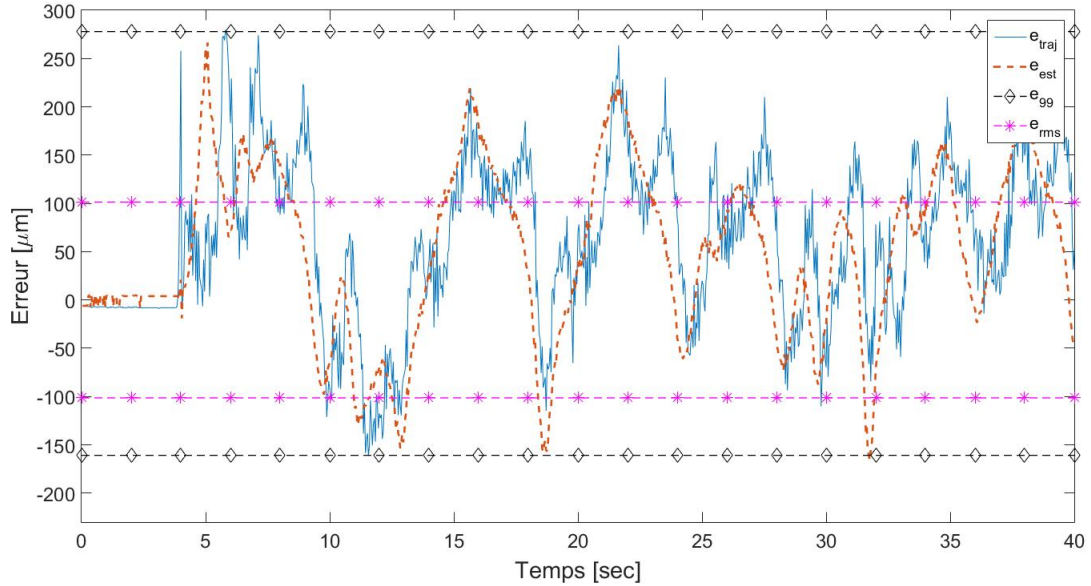


FIGURE 2.7 – Illustration de l'erreur sur le suivi de trajectoire ( $e_{traj}$ ) lors du test avec le contrôleur par couple pré-calculé  $CP_{V_1}$  superposée à l'erreur sur l'estimation de la position ( $e_{est}$ ). L'intervalle d'erreur à 99% ( $e_{99}$ ) et l'erreur rms ( $e_{rms}$ ) sont ajoutés pour améliorer la compréhension.

Bien que ce contrôleur soit grandement utilisé en robotique, il n'est cependant pas suffisamment performant pour permettre d'atteindre un intervalle d'erreur  $e_{99}$  inférieur à  $\pm 100$  microns. Puisque ce contrôleur implique l'hypothèse d'une courroie rigide, il est supposé que la position angulaire du moteur représente exactement la position du chariot. Cependant, en réalité, la courroie perturbe l'estimation de la position du chariot. Ces effets perturbateurs peuvent être déterminés en calculant l'écart entre la position réelle du chariot, mesurée par le capteur linéaire, et son estimé déterminé avec l'encodeur du moteur tel que,

$$e_{est} = x_R - \hat{x}_M = x_R - R\theta. \quad (2.8)$$

Cet écart est représenté par la ligne pointillée rouge à la figure 2.7. Il est également possible de voir que l'erreur  $e_{traj}$  semble être corrélée avec l'écart sur l'estimation  $e_{est}$ . Autrement dit,

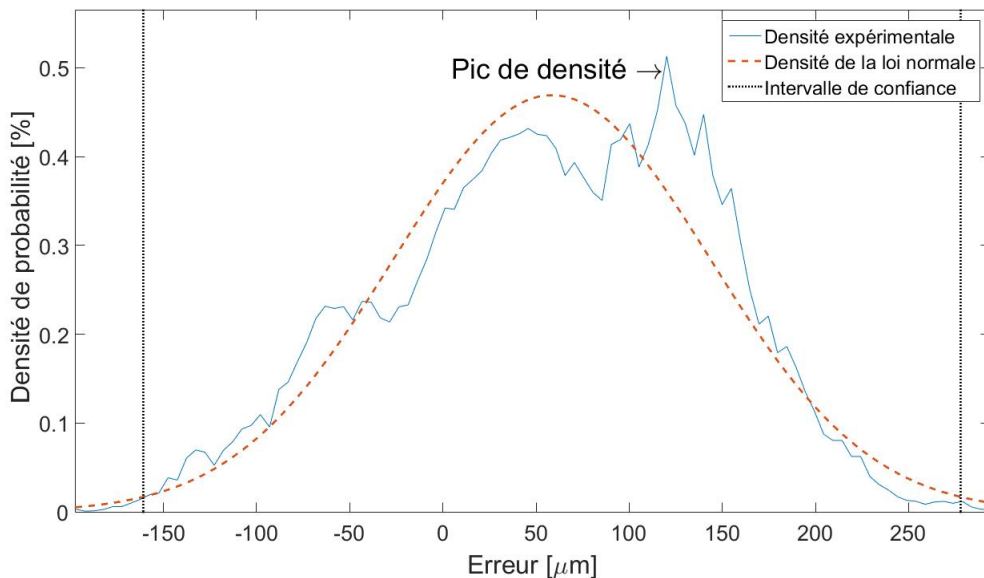


FIGURE 2.8 – Illustration de la densité de probabilité de l’erreur sur le suivi de trajectoire avec le contrôleur par couple pré-calculé  $CPM_{V1}$ .

l’écart sur l’estimation de la position du chariot affecte grandement l’erreur sur le suivi de trajectoire. La précision du système dépend donc majoritairement de la précision de l’estimation de la position du chariot.

L’écart  $e_{est}$  peut être dû à plusieurs facteurs non linéaires, mais il est principalement causé par l’élongation de la courroie et le jeu entre-dents entre la poulie et la courroie, tel que présenté au chapitre 3. L’effet de ces perturbations peut être également visible par le pic de densité de probabilités qui est décentré, tel qu’illustré à la figure 2.8. Cela indique qu’un facteur non aléatoire perturbe le système, ce qui cause une moyenne non nulle de l’erreur, i.e., un biais dans l’erreur.

L’hypothèse d’une courroie rigide permet de faciliter la conception de la loi de commande, mais entraîne une erreur qui ne peut pas être corrigée en utilisant uniquement une rétroaction par l’encodeur du moteur. Ainsi, une solution est d’utiliser le capteur fixé sur le chariot afin d’avoir une rétroaction directement sur sa position, tel que présenté dans la section suivante.

#### 2.4.2 Rétroaction sur la position du chariot

Pour améliorer la précision du contrôleur par couple pré-calculé, une rétroaction directement sur la position du chariot peut être utilisée. Les équations restent les mêmes mais l’estimé de la position du chariot,  $\hat{x}_M$  est remplacé par la position de celui-ci acquise par le capteur optique,  $x$ . Le schéma en bloc de ce contrôleur est présenté à la figure 2.9.

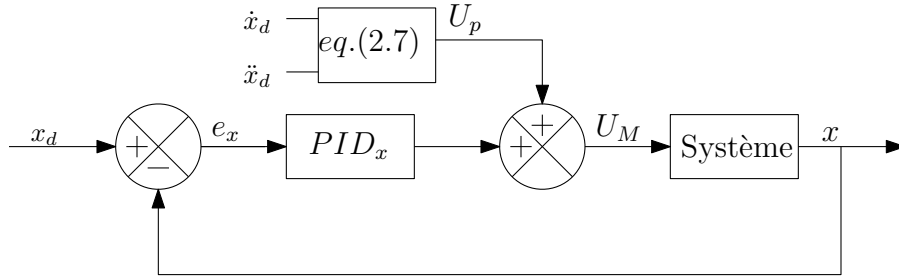


FIGURE 2.9 – Schéma en bloc du contrôleur par couple pré-calculé  $CPC_{V1}$ .

La trajectoire d'erreur obtenue avec le contrôleur par couple pré-calculé avec rétroaction sur le capteur optique fixé au chariot,  $CPC_{V1}$ , est présentée à la figure 2.10. L'erreur sur le suivi de trajectoire,  $e_{traj}$ , atteint un maximum de 180 microns et a un intervalle  $e_{99}$  de  $8 \pm 97$  microns. La précision a nettement augmenté et atteint maintenant l'objectif d'un intervalle  $e_{99}$  inférieur à  $\pm 100$  microns. De plus, la densité de probabilités représentée à la figure 2.11 est mieux répartie que pour le contrôleur  $CPM_{V1}$ . L'erreur observée est due entre autres au fait que la position du chariot n'est pas associée directement au couple fourni par le moteur, et il se crée alors un délai de réponse. Ainsi, lorsque le régulateur PID envoie une commande de couple pour corriger l'erreur, le couple que le moteur applique sert d'abord à étirer la courroie afin de transmettre la puissance. Il y a donc un déphasage entre la commande et l'action. Tout comme le contrôleur par couple pré-calculé avec une rétroaction sur l'encodeur du moteur, le contrôleur avec rétroaction sur le capteur fixé au chariot est affecté par l'élasticité de la courroie. Pour réduire davantage l'erreur, il est donc essentiel de bien intégrer l'effet élastique de la courroie dans les contrôleurs. Le contrôleur cascade  $CS_{V1}$  de la prochaine section répond à ce problème en utilisant l'information du chariot en plus de l'encodeur du moteur pour intégrer l'élasticité de la courroie et ainsi améliorer la précision du système.

## 2.5 Contrôleur cascade

Comme il a été mentionné dans la section précédente, pour améliorer davantage la précision du système, une rétroaction sur la mesure avant et après le joint flexible doit être effectuée. Ainsi, il est suggéré d'utiliser un deuxième capteur donnant la position exacte du chariot en plus de l'encodeur du moteur, ce qui facilite l'inclusion des effets de la courroie dans la loi de commande. Plusieurs algorithmes de commande spécialisés pour les systèmes à joints flexibles ont été développés en utilisant une rétroaction complète, comme ceux présentés dans l'introduction. Le contrôleur en cascade est utilisé dans ce mémoire puisqu'il est plus simple et plus facile à implanter.

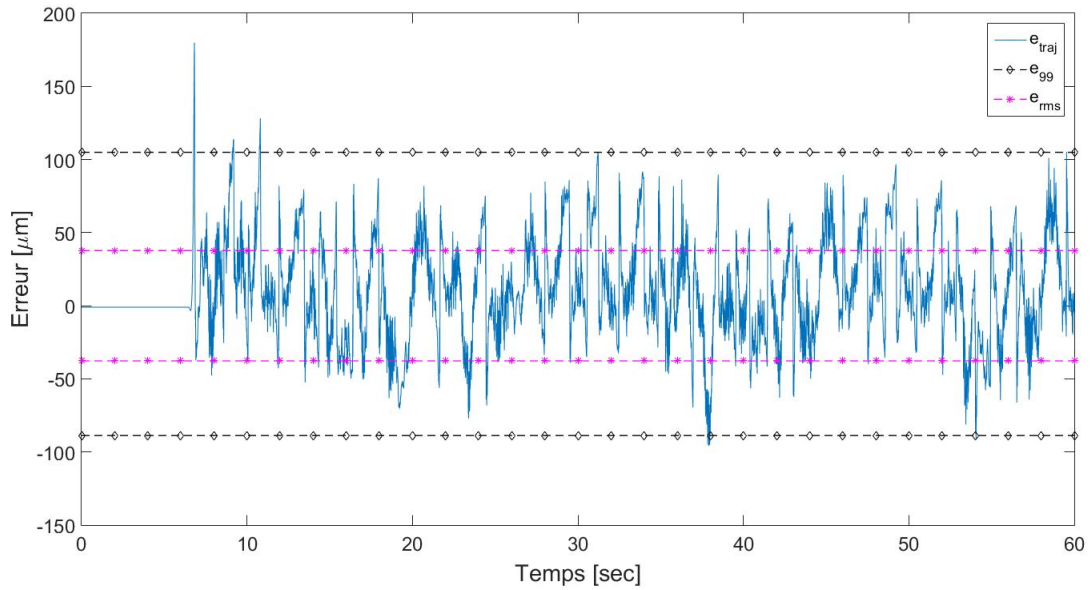


FIGURE 2.10 – Illustration de l’erreur sur le suivi de trajectoire ( $e_{traj}$ ) lors du test avec le contrôleur par couple pré-calculé  $CPC_{V1}$ . L’intervalle d’erreur à 99% ( $e_{99}$ ) et l’erreur rms ( $e_{rms}$ ) sont ajoutés pour améliorer la compréhension.

Les contrôleurs de type cascade sont utilisés lorsque le système est décrit par plus d’une équation et qu’il y a plusieurs rétroactions possibles, mais seulement une variable pour la commande. L’idée générale du contrôleur, comme définie par De Luca et Book (2008), est de considérer les rétroactions comme des entrées intermédiaires pour le calcul de la variable de contrôle. Par exemple, dans un système actionné par une courroie, comme défini par les équations (1.3), la position du chariot et la position angulaire du moteur sont considérées comme des valeurs intermédiaires, tandis que le couple que doit fournir le moteur représente la variable de contrôle. Un schéma en bloc du contrôleur cascade utilisé est présenté à la figure 2.12. Chaque équation représentant le système est associée à un bloc dans lequel il y a une rétroaction via un capteur et un régulateur. Les blocs sont connectés ensemble de telle sorte que la sortie du premier bloc sert d’entrée pour un bloc suivant, et ce jusqu’au bloc final où la valeur pour le contrôle est déterminée. En appliquant ce principe du contrôleur en cascade au système décrit par les équations (1.3), on doit avoir un bloc pour la position du chariot et un autre pour la position de la poulie menante.

Le premier contrôleur, qui correspond au bloc A, utilise la position désirée du chariot ( $x_d$ ) et la rétroaction sur celui-ci ( $x$ ) par le capteur optique pour déterminer la position angulaire désirée ( $\theta_d$ ) de la poulie menante, en tenant compte de l’élongation de la courroie et du jeu entre-dents. Par la suite, le deuxième contrôleur, soit le bloc B, utilise  $\theta_d$  et la rétroaction sur la position

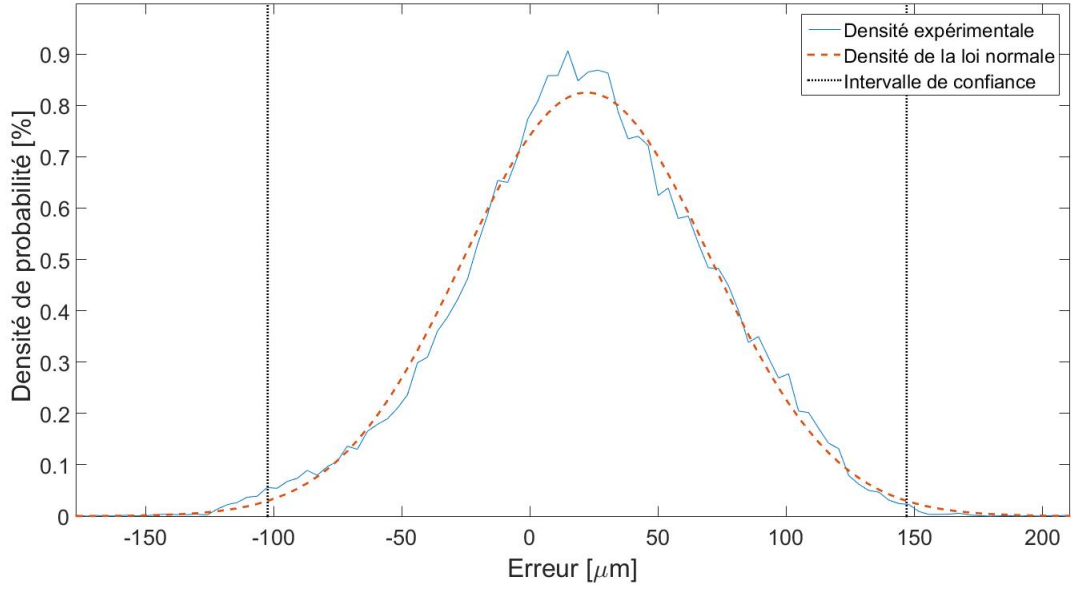


FIGURE 2.11 – Illustration de la densité de l’erreur sur le suivi de trajectoire avec le contrôleur par couple pré-calculé avec rétroaction sur la position du chariot  $CPC_{V1}$ .

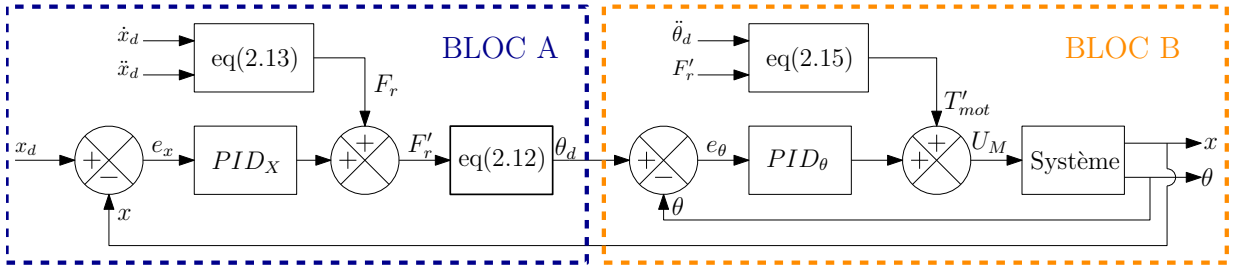


FIGURE 2.12 – Schéma en bloc du contrôleur en cascade pour la version  $CS_{V1}$ .

angulaire du moteur mesurée par l’encodeur rotatif pour déterminer le couple à appliquer par le moteur. Les équations des différents blocs sont présentées plus bas en considérant les équations du système :

$$M_c \ddot{x} + f_{eq}(\dot{x}) = K_{eq}(R\theta - x), \quad (2.9)$$

$$J_{eq} \ddot{\theta} + RK_{eq}(R\theta - x) = T_{mot}. \quad (2.10)$$

En isolant  $\theta$  de l’équation (2.9), il est possible d’écrire la relation entre cette variable et la

position du chariot tout en tenant compte l'élongation de la courroie, soit

$$\theta = \frac{\frac{M_c \ddot{x} + f_{eq}(\dot{x})}{K_{eq}} + x}{R}. \quad (2.11)$$

En utilisant l'équation précédente, il est possible de déterminer la valeur de la position angulaire désirée du moteur ( $\theta_d$ ) selon la valeur de position, de vitesse et d'accélération désirée du chariot. La valeur de position angulaire désirée est définie comme

$$\theta_d = \frac{\frac{F_r}{K} + x_d}{R} \quad (2.12)$$

où,

$$F_r = M_c \ddot{x}_d + F_f(\dot{x}_d). \quad (2.13)$$

$\theta_d$  permet de faire le lien entre les deux boucles de l'algorithme de commande. Le terme  $F_r$  représente la tension que doit avoir la courroie pour déplacer le chariot à la position voulue, alors que le terme  $\frac{F_r}{K}$  représente l'élongation de la courroie associée à la tension  $F_r$ . La variable  $F_r$  représente l'état du système associé au chariot et par conséquent, c'est avec cette variable que la rétroaction du bloc A est effectuée. Ainsi, avec l'équation (2.13), il est possible d'ajouter une correction via un PID comme

$$F'_r = \underbrace{M_c \ddot{x}_d + F_f(\dot{x}_d)}_{F_r} + \underbrace{K_p(x_d - x) + K_d(\dot{x}_d - \dot{x}) + K_i \int (x_d - x) dt}_{PID_x}. \quad (2.14)$$

Cette nouvelle variable  $F'_r$  représente la valeur corrigée de  $F_r$  et est utilisée dans l'équation (2.12) pour déterminer  $\theta_d$ .

Pour déterminer le couple demandé au moteur ( $U_M$ ), l'équation (2.10) est utilisée avec quelques substitutions de variables. Tout d'abord, dans cette équation, les variables  $K_{eq}(R\theta - x)$  représentent la tension théorique sous l'étirement de la courroie. Cependant, la tension que doit avoir la courroie a été définie par la variable  $F'_r$  dans le bloc A. Par conséquent, la valeur  $K_{eq}(R\theta - x)$  est substituée par la variable  $F'_r$  dans l'équation (2.10). Deuxièmement, la variable  $\theta$  est remplacée par la valeur  $\theta_d$  calculée dans le bloc A. Avec ces substitutions, le couple  $T'_{mot}$  peut être établi comme

$$T'_{mot} = J_{eq} \ddot{\theta}_d + R F'_r. \quad (2.15)$$



Par la suite, il est possible d'inclure une correction sous forme d'un PID pour déterminer le couple demandé au moteur. Ce couple ( $U_M$ ) est défini comme,

$$U_M = \underbrace{J_{eq}\ddot{\theta}_d + RF'_r}_{T'_{mot}} + \underbrace{K_p(\theta_d - \theta) + K_d(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + K_i \int (\theta_d - \theta) dt}_{PID_\theta}. \quad (2.16)$$

Dans la première version du contrôleur en cascade  $CS_{V1}$ , le capteur optique est utilisé en plus de l'encodeur du moteur, tel que suggéré dans la littérature. Cette première version est représentée par le schéma en bloc illustré à la figure 2.12, où l'utilisation des variables  $\theta$  et  $x$  est explicite.

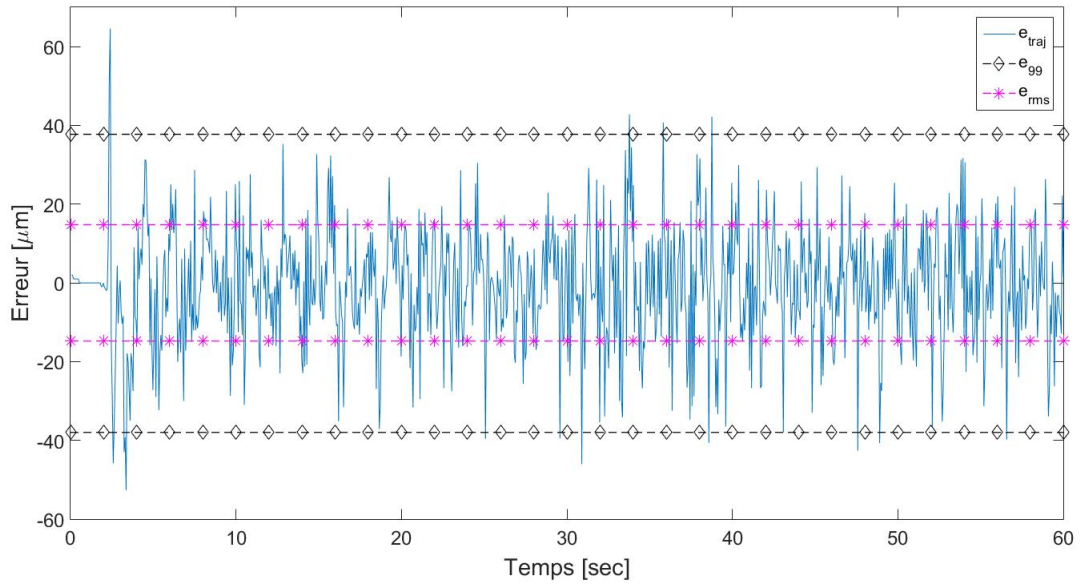


FIGURE 2.13 – Illustration de l'erreur sur le suivi de trajectoire ( $e_{traj}$ ) obtenue avec un régulateur en cascade  $CS_{V1}$  ainsi que l'intervalle d'erreur à 99% ( $e_{99}$ ) et l'erreur rms ( $e_{rms}$ ).

La figure 2.13 montre l'erreur sur le suivi de trajectoire avec le contrôleur cascade  $CS_{V1}$  ainsi que l'intervalle d'erreur  $e_{99}$ . L'erreur atteint un maximum de 65 microns au début de la trajectoire à cause d'une accélération subite. L'intervalle  $e_{99}$  est de  $\pm 37$  microns, tel que montré par les lignes pointillées. La performance de ce contrôleur est nettement meilleure que celle obtenue avec le contrôleur par couple pré-calculé. De plus, l'erreur se trouve sous la barre des  $\pm 100$  microns nécessaire à la découpe de plaques métalliques minces au laser. L'utilisation des deux capteurs permet donc de compenser les perturbations de la courroie et les erreurs dues au jeu entre-dents entre la poulie et la courroie. Toutefois, en compensant ces effets, la précision du système augmente grandement, mais les coûts d'implantation augmentent aussi.

La figure 2.14 montre la densité de probabilités de l'erreur avec la courbe normale associée. La

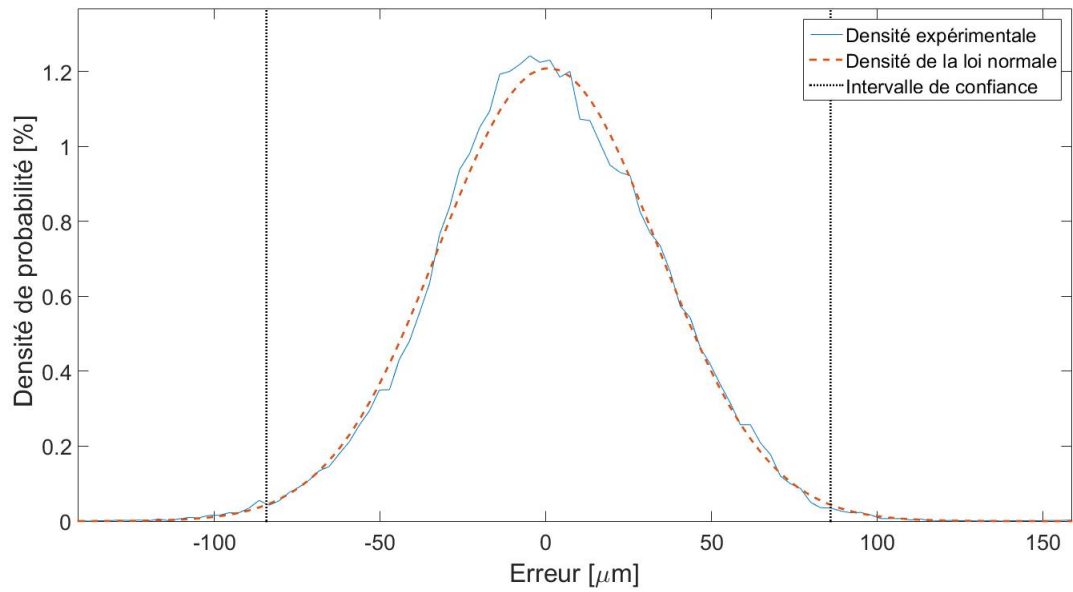


FIGURE 2.14 – Illustration de la densité de l’erreur sur le suivi de trajectoire avec le contrôleur en cascade  $CS_{V_1}$  ainsi que la courbe normale.

distribution de l’erreur obtenue avec le contrôleur en cascade est plus semblable à la courbe normale que celle qui est obtenue avec le contrôleur par couple pré-calculé. Il est également possible de voir que la courbe est centrée, ce qui confirme qu’il n’y a plus de facteur non-aléatoire qui vient perturber l’erreur de façon importante.

## 2.6 Analyse des résultats et élaboration d’une solution

L’implantation des algorithmes de commande proposés dans la littérature a permis de constater plusieurs éléments utiles pour l’atteinte de l’objectif fixé par Laserax. Le tableau 2.1 résume leurs performances. Premièrement, il a été observé que lorsqu’une rétroaction sur la position angulaire du moteur est utilisée uniquement, comme avec le contrôleur  $PID_{V1}$  et le contrôleur par couple pré-calculé  $CPM_{V1}$ , l’erreur sur le suivi de trajectoire est plus grande. Il est possible de voir cette relation en comparant les contrôleurs  $CPM_{V1}$  et  $CPM_{V2}$ , qui ont deux rétroactions différentes. L’hypothèse avancée dans ce mémoire est que l’erreur est attribuable en grande partie au jeu entre-dents entre la poulie et la courroie, causant un décalage de l’erreur. De plus, même en utilisant une rétroaction directement sur la position du chariot, comme avec le contrôleur par couple pré-calculé  $CPC_{V1}$ , une erreur liée à l’élasticité de la courroie vient affecter l’erreur. La présence de la courroie crée un déphasage lors de l’application du couple moteur car celui-ci doit d’abord tendre la courroie avant de déplacer le chariot. Deuxièmement, il a été démontré par le contrôleur en cascade  $CS_{V1}$  que l’utilisation d’un capteur avant le joint flexible et d’un autre après le joint flexible donne de meilleurs résultats, en permettant d’inclure l’effet élastique de la courroie dans le contrôleur. Cette version du contrôleur cascade utilise un capteur linéaire optique fixe sur le chariot en plus de l’encodeur du moteur, ce qui permet de corriger le jeu entre-dents entre la poulie et la courroie ainsi que l’étirement de celle-ci. Toutefois, l’utilisation du capteur optique augmente le prix du système et va à l’encontre d’un des objectifs du projet, qui est de minimiser les coûts. En effet, le coût de l’encodeur optique est d’environ 1200\$, ce qui est beaucoup plus cher que l’encodeur rotatif du moteur, qui a une valeur de 225\$. Sachant que Laserax a acquis la table de découpe au prix de 800\$, il n’est pas intéressant d’installer deux capteurs de 1200\$ pour commander les deux axes de la table. Il est donc nécessaire d’améliorer la précision d’un système entraîné par une courroie sans ajouter des capteurs dispendieux autres que l’encodeur du moteur.

TABLE 2.1 – Tableau résumant les performances des contrôleurs implantés sur le banc d’essai.

Contrôleur	PID	Couple pré-calculé		Cascade
Version	$PID_{V1}$	$CPM_{V1}$	$CPC_{V1}$	$CS_{V1}$
$e_{99}$ [ $\mu\text{m}$ ]	N.D	$60\pm 220$	$8\pm 97$	$\pm 38$
$e_{rms}$ [ $\mu\text{m}$ ]	440	105	38	15
$e_{max}$ [ $\mu\text{m}$ ]	1000	280	180	65
Rétroactions	Moteur	Moteur	Chariot	Chariot, moteur
Coût des encodeurs	225\$	225\$	1200\$	1425\$
Atteinte de l’objectif	non	non	non	non

Bien qu’il soit nécessaire d’avoir un capteur après le joint flexible, celui-ci ne doit pas forcément donner directement la position du chariot. Il est possible d’utiliser un capteur secondaire

afin d'estimer la position d'une membrure après un joint flexible. Par exemple, l'utilisation d'un accéléromètre pour estimer la position d'une membrure après un joint flexible a déjà été étudiée, notamment par DeLuca et collab. (2007) et Stauffer et Gattringer (2012). Toutefois, le but principal de ce deuxième capteur est d'inclure l'effet de la courroie dans le contrôleur. Par conséquent, il n'est pas efficace d'utiliser un accéléromètre pour estimer la position du chariot pour ensuite déterminer l'état de la courroie. L'utilisation d'un capteur donnant directement l'état du joint flexible serait plus avantageuse. Ainsi, en utilisant des cellules de charge reliant le chariot aux extrémités de la courroie, tel qu'illustré à la figure 1.1, il est possible de déterminer son élongation par l'acquisition de la tension de celle-ci et de l'inclure dans la commande. Il est donc possible de connaître directement l'état du joint flexible et ce, sans le capteur optique. De plus, l'utilisation de ces deux cellules de charge, au coût de 100\$, est beaucoup moins dispendieuse que le capteur optique à 1200\$.

Par contre, les cellules de charge ajoutées ne peuvent pas compenser à elles seules les erreurs de transmission entre la poulie et la courroie. Comme il a été démontré dans la section 2.4, l'utilisation de l'encodeur du moteur seulement pour la commande entraîne une erreur causée à priori par le jeu entre-dents. Toutefois, cette erreur semble suivre une certaine trajectoire récurrente sur une période relativement longue. Or, s'il est possible de déceler une trajectoire récurrente, il est possible d'identifier cette trajectoire. Par conséquent, il est possible de caractériser le jeu entre-dents entre la poulie et la courroie afin de développer une compensation permettant de diminuer l'effet du jeu entre-dents.

Ainsi, le capteur linéaire optique est remplacé dans les contrôleurs par la combinaison des cellules de charge avec une bonne connaissance du jeu entre-dents entre la poulie et la courroie. Les cellules de charge permettent de connaître l'élongation de la courroie et d'appliquer ce facteur dans les contrôleurs. La bonne connaissance du jeu entre-dents permet de créer une compensation de celui-ci qui réduit son effet dans les contrôleurs. Dans le meilleur des cas, le jeu entre-dents devrait être identifié avant chaque utilisation. Cependant, cela serait fastidieux et nécessiterait l'utilisation d'un capteur donnant la position exacte du chariot, ce qui n'est pas envisageable. Le jeu entre-dents est donc évalué une fois pour chaque système et les résultats sont utilisés pour créer une compensation pour les applications futures sur le même système. Le jeu entre-dents est alors identifié au début seulement.

Dans le chapitre suivant, le jeu entre-dents entre la poulie et la courroie est étudié afin de développer une méthode d'identification menant à la conception d'un algorithme de compensation du jeu entre-dents.

## Chapitre 3

# Étude et identification de l'écart dû au jeu entre-dents

Dans le chapitre précédent, les résultats obtenus lors de l'implantation des contrôleurs PID, par couple pré-calculé et en cascade sur le banc d'essai ont été présentés. Leur implantation a permis de constater que l'utilisation d'une rétroaction uniquement sur la position angulaire du moteur ne compense pas adéquatement l'erreur liée au jeu entre-dents entre la poulie et la courroie, ce qui affecte grandement la précision du système. De plus, il a été déterminé que l'utilisation d'un capteur après le joint flexible, en plus de l'encodeur du moteur, permet de compenser adéquatement l'écart dû au jeu entre-dents, d'intégrer l'effet de la courroie et ainsi d'améliorer la précision. Une solution simple pour augmenter la précision est donc l'ajout d'un capteur optique ou d'un système laser mesurant directement la position du chariot. Cependant, l'ajout de ces capteurs augmente le coût du système, ce qui va à l'encontre d'un des objectifs de ce projet. Toutefois, puisque le but premier de la rétroaction complète est d'inclure l'effet de la courroie, il n'est pas nécessaire d'avoir un capteur mesurant la position du chariot directement. Un tel capteur peut être remplacé par deux cellules de charge mesurant la tension dans la courroie et permettant d'avoir l'état du joint flexible directement. Cependant, à elles seules, les cellules de charge ne suffisent pas à compenser l'écart dû au jeu entre-dents. Une bonne connaissance de celui-ci est donc nécessaire afin de créer une compensation adéquate.

Ce chapitre est consacré à l'étude de l'écart dû au jeu entre-dents et au développement de sa compensation. Une première mise en contexte explique l'origine du jeu entre-dents et les travaux effectués pour tenter de le représenter. Par la suite, un nouveau modèle mathématique de l'écart causé par le jeu entre-dents est présenté. Ce modèle est ensuite validé en le comparant à l'écart dû au jeu entre-dents mesuré avec le banc d'essai. Une méthode d'identification est ensuite proposée afin d'identifier cet écart dans n'importe quel système. Finalement, les résultats de plusieurs tests expérimentaux qui ont été effectués pour valider la méthode développée sont présentés.

### 3.1 Mise en contexte

L'écart dû au jeu entre-dents entre la poulie et la courroie provient du jeu de fonctionnement entre ces deux composantes. Les dents de la courroie crantée sont plus petites que les rainures de la poulie, ce qui crée un jeu dans le mécanisme, comme montré à la figure 3.1. S'il n'y avait pas ce jeu, les dents de la poulie ne pourraient pas entrer correctement dans les rainures et le système ne pourrait pas fonctionner adéquatement. Il y a donc toujours un jeu de fonctionnement dans un système poulie-courroie crantée et par conséquent, l'écart dû au jeu entre-dents entre ces deux composantes est inévitable. Ainsi, pour atteindre une précision inférieure à 100 microns, une bonne identification de l'écart dû au jeu entre-dents de la courroie est nécessaire.

L'écart dû au jeu entre-dents peut être divisé en trois phases, qui sont représentées à la figure 3.1. Cette figure représente une section de la poulie et de la courroie lors d'un déplacement dans le sens horaire. La phase *a* représente la phase initiale, pendant laquelle les dents de la courroie sont appuyées sur le côté gauche des rainures de la poulie. L'écart causé par le jeu entre-dents est considéré nul durant cette phase. Puis, lorsque la poulie commence à tourner, les dents de la courroie se décollent et se dirigent vers l'autre côté des rainures. Il y a alors un glissement local entre les deux composantes, ce qui crée un écart entre les faces initialement en contact. Cette phase est la phase transitoire qui est représentée par la lettre *b*. Durant celle-ci, l'écart représenté par les hachures rouges sur la figure 3.1 évolue selon la rotation de la poulie, comme il sera présenté dans la section suivante. Puisque les faces ne sont plus en contact, la transmission de la puissance de la poulie à la courroie est assurée par la friction non-linéaire qu'applique la courroie sur la poulie,  $F_f$ , qui est représentée par les flèches noires selon le référentiel de la courroie. La phase finale, schématisée par la phase *c*, est atteinte lorsque la dent de la courroie rejoint l'autre côté de la rainure. L'écart dû au jeu entre-dents est alors considéré maximal. Ensuite, si la poulie change de direction, l'écart diminue dans la phase *b* jusqu'à se rendre à la phase *a* et ainsi de suite.

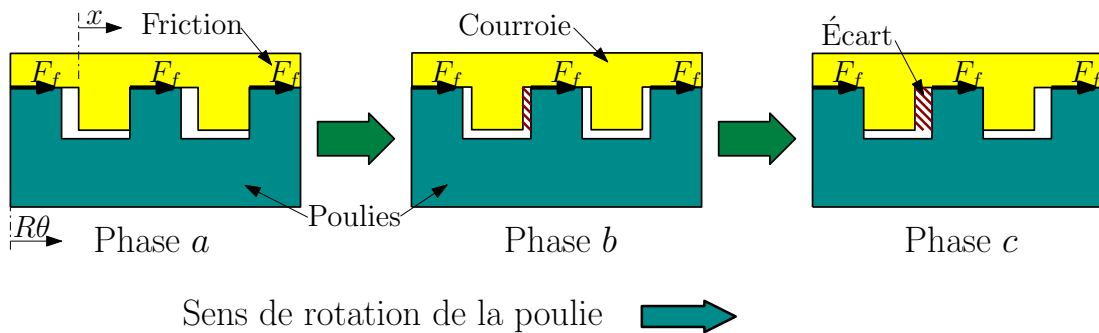


FIGURE 3.1 – Représentation schématisée des trois phases entre la poulie et la courroie. La poulie est représentée par le bloc cyan inférieur, la courroie par le bloc jaune supérieur tandis que l'écart dû au jeu entre-dents est représenté par les hachures rouges.

Une première tentative d'identification spécifique du jeu d'entre-dents dans les systèmes entraînés par courroie crantée a été effectuée par Kiliç et collab. (2010) où ils identifient l'écart dû au jeu d'entre-dents avec trois modèles différents : linéaire, exponentiel et par interpolation, grâce à une table de correspondance ("lookup table"). Dans ces modèles, les auteurs rapportent une erreur maximale sur l'estimation variant entre 140 et 99 microns avec une valeur rms de l'erreur variant entre 26 et 34 microns. Cependant, l'expérimentation et les méthodes présentées par Kiliç et collab. (2010) comportent quelques lacunes. Premièrement, le montage utilisé comprend une boîte de réduction, ce qui introduit évidemment un jeu d'engrènement relié aux engrenages qui vient s'ajouter au jeu d'entre-dents de la courroie. Or le jeu des engrenages et celui de la poulie avec la courroie n'engendrent pas le même comportement. Il est donc impossible de bien identifier le jeu d'entre-dents entre la poulie et la courroie. Deuxièmement, les tests effectués pour acquérir les courbes et tester les modèles d'approximation ne sont pas suffisants. Kiliç et collab. (2010) ont présenté uniquement un test à vitesse constante qui n'illustre pas tous les cas possibles lors du déplacement du chariot. Finalement, les précisions obtenues grâce à ces modèles d'approximation ne sont pas suffisantes pour atteindre une précision globale du système meilleure que  $\pm 100$  microns. Une nouvelle méthode d'estimation du jeu d'entre-dents a donc été développée en se basant sur la méthode proposée par Kiliç et collab. (2010).

## 3.2 Modèle mathématique

### 3.2.1 Illustration du modèle

Le modèle proposé pour représenter l'écart dû au jeu entre-dents est basé sur une représentation standard des courbes d'hystérésis. Une telle représentation permet de bien inclure le caractère transitoire de l'écart causé par le jeu entre-dents et est simple à visualiser. Toutefois, le modèle développé ne peut pas représenter uniquement l'écart dû au jeu entre-dents. Celui-ci est aussi affecté par les nombreuses non-linéarités du système à courroie, comme la vibration, la friction non-linéaire du rail et la modification du rayon effectif due à la tension dans la courroie (Section 3.3.1). Pour isoler l'écart dû au jeu entre-dents, les non-linéarités du système devraient être connues parfaitement, ce qui représente une lourde tâche. De plus, une telle démarche aurait peu d'avantages pratiques, puisque dans l'application visée, on souhaite compenser l'effet net du jeu entre-dents et des autres non-linéarités. Ainsi l'écart dû au jeu entre-dents et les autres non-linéarités (EJENL) sont illustrés et identifiés par le même modèle. Toutefois, puisque les non-linéarités incluses dans le modèle du EJENL sont propres à chaque système, une identification adéquate du EJENL doit être effectuée pour chaque système différent.

La figure 3.2 illustre le modèle proposé, qui combine les trois phases du jeu entre-dents présentées à la figure 3.1 ainsi que différents facteurs non linéaires. Les facteurs non linéaires sont

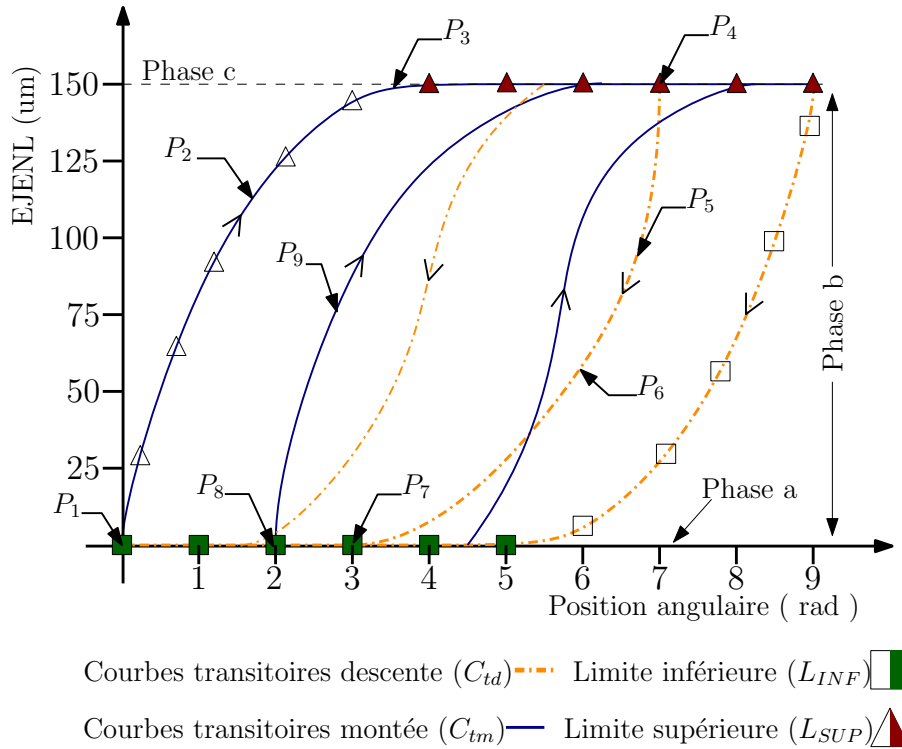


FIGURE 3.2 – Représentation du EJENL en fonction de la position angulaire du moteur.

uniquement représentés dans les courbes transitoires, mais ils sont présents partout. La phase *a*, illustrée par les marqueurs carrés pleins, est schématisée par une droite puisque l'écart dû au jeu entre-dents est considéré nul tandis que la position angulaire de la poulie varie. Pareillement, la phase *c*, symbolisée par les marqueurs triangulaires pleins, est schématisée par une droite horizontale puisque l'écart dû au jeu entre-dents  $y$  est maximal et constant alors que la position angulaire de la poulie varie. La longueur des phases *a* et *b* est d'environ 5 radians sur la figure 3.2 mais elles pourraient être plus longues ou plus courtes selon les différents systèmes. Cependant, à cause des non-linéarités, la représentation des phases *a* et *c* peut changer selon le système. La phase *b*, représentée par les lignes avec une pointe de flèche au milieu, illustre l'évolution transitoire du EJENL entre les phases *a* et *c*. Les courbes transitoires de cette phase sont divisées en deux sections : les courbes transitoires de montée ( $C_{tm}$ ), représentées par les lignes bleues pleines, et les courbes transitoires de descente ( $C_{td}$ ), représentées par les lignes oranges pointillées. Les courbes de montée correspondent à une vitesse angulaire positive alors que les courbes de descente correspondent à une vitesse angulaire négative. Sur la figure 3.2, la période de transition s'effectue sur environ 3 radians mais cette valeur est propre à chaque système. De plus, il est possible de constater les effets des non-linéarités sur les courbes transitoires par les différentes trajectoires qu'elles ont selon la position à laquelle elles quittent la limite. Cette caractéristique est également présente dans les courbes obtenues par Kiliç et collab. (2010), mais elle n'est pas prise en compte dans les modèles qu'ils pro-



posent. La différence entre ces courbes est principalement due à la non-linéarité de la friction qui assure la transmission de la puissance durant cette phase.

La figure 3.2 montre également que le EJENL est contraint à l'intérieur d'une zone représentée par les marqueurs triangulaires et carrés. Cette zone peut être divisée en deux sections, soit la limite supérieure,  $L_{SUP}$ , représentée par les marqueurs triangulaires et la limite inférieure,  $L_{INF}$ , représentée par les marqueurs carrés. Chaque limite a deux sections, la première section, représentée par les marqueurs vides, est définie par la courbe transitoire à la limite de l'espace de travail tandis que la deuxième section représentée par les marqueurs pleins représente la limitation physique du jeu entre-dents des phases  $a$  ou  $c$ . Ainsi, la limite supérieure est formée de la courbe transitoire de montée, qui débute à l'origine, soit  $\theta = 0$  et de la phase  $c$ , tandis que la limite inférieure est formée de la courbe transitoire de descente, qui débute à la position angulaire maximale  $\theta = \theta_{max}$ , et de la phase  $a$ . De plus, les courbes transitoires de montée rejoignent toujours la limite supérieure et les courbes transitoires de descente rejoignent toujours la limite inférieure. Lorsque les courbes transitoires ont atteint leurs limites respectives, la valeur du EJENL est égale à la limite jusqu'à ce que la poulie change de direction. Dans les sections suivantes, cette condition est représentée par les conditions de maintien  $H_{LS}$  et  $H_{LI}$ , qui désignent respectivement les conditions de maintien sur la limite supérieure et la limite inférieure. Une fois qu'une courbe transitoire a atteint sa limite respective, la condition de maintien est active. Lorsque la poulie change de direction, la condition de maintien est désactivée. La valeur du EJENL est donc contrainte à l'intérieur de ces limites. Ces relations sont utiles pour représenter mathématiquement le EJENL dans la section suivante. Les marqueurs  $P_i$  sont utilisés dans la section précédente pour faciliter la compréhension des différentes conditions aux limites.

### 3.2.2 Équations mathématiques

Tel que mentionné précédemment, le EJENL de chaque système doit être identifié afin de créer une compensation unique à celui-ci. Ainsi, les équations mathématiques représentant le modèle du EJENL ont été conçues pour être simples afin d'être facilement identifiables et programmables sur un contrôleur industriel.

Les limites du système, représentées par les marqueurs carrés ou triangulaires, forment une trajectoire unique selon la position angulaire. Ainsi, une équation polynomiale est choisie pour représenter les limites.

$$\begin{aligned}
L_{SUP}(\theta) &= a_0 + a_1\theta + a_2\theta^2 + a_3\theta^3 + \dots + a_N\theta^N, \\
L_{INF}(\theta) &= b_0 + b_1\theta + b_2\theta^2 + b_3\theta^3 + \dots + b_N\theta^N,
\end{aligned} \tag{3.1}$$

où les termes  $a_0, \dots, a_N$  et  $b_0, \dots, b_N$  sont les paramètres de l'équation polynomiale qui sont identifiés dans la section 3.4.1. L'ordre  $N$  de l'équation polynomiale dépend de la complexité de la limite comme il est présenté avec l'identification des paramètres.

La représentation des courbes transitoires est cependant plus complexe puisque chaque courbe dépend de la valeur angulaire à laquelle le chariot a quitté la limite, soit  $\theta_B$ , et de sa progression sur la courbe, soit  $\theta_M$ . Ces termes intermédiaires sont définis comme

$$\theta_M(k) = \theta(k) - \theta_B(k), \tag{3.2}$$

$$\theta_B(k) = \begin{cases} \theta(k), & \text{si } C_{DP} \text{ et } H_{LS} = \text{vrai} \\ \theta(k), & \text{si } C_{DP} \text{ et } H_{LI} = \text{vrai} \\ \theta_B(k-1), & \text{autrement.} \end{cases} \tag{3.3}$$

où  $k$  représente un pas de temps précis lors d'une trajectoire. La condition  $C_{DP}$  représente un changement de direction de la poulie. Elle est active au temps  $k$  lorsque la poulie change de direction et est inactive au pas de temps suivant, soit  $k+1$ . Les termes  $H_{LS}$  et  $H_{LI}$  sont les conditions de maintien des limites tels que présentés précédemment. Pour une trajectoire transitoire donnée,  $\theta_B$  est déterminée au début de celle-ci et demeure constante tandis que  $\theta_M$  est nulle au début et varie le long de la courbe transitoire. Un exemple de l'évolution des paramètres intermédiaires est présenté dans le tableau 3.1, qui fait référence aux points  $P_i$  inscrits sur la figure 3.2.

Dans la littérature, l'équivalent des courbes transitoires peut être estimé par une droite, une courbe exponentielle ou une table de comparaison ("Look up table"). Avec une représentation par une droite ou une courbe exponentielle, les courbes transitoires sont toutes semblables selon un décalage horizontal ou vertical. Ces équations ne considèrent donc pas que les courbes transitoires sont toutes différentes en raison des non-linéarités. De plus, bien qu'une table de comparaison puisse inclure l'effet non-linéaire des courbes transitoires, son identification et implantation sont plus complexes. Dans le modèle mathématique proposé, les équations des courbes transitoires doivent varier selon  $\theta_M$  et  $\theta_B$  tout en étant facilement identifiables. Ainsi, les courbes transitoires de montée ou de descente sont représentées par un espace en deux dimensions selon  $\theta_M$  et  $\theta_B$ . En définissant une valeur de  $\theta_B$ , on peut retrouver une courbe

TABLE 3.1 – Exemple de l'évolution des termes intermédiaires ainsi que des conditions de maintien lors d'un parcours représenté par les points  $P_1, \dots, P_9$  de la figure 3.2.

Termes	$\theta_B$	$\theta_M$	$C_{DP}$	$H_{LI}$	$H_{LS}$	$EJENL_0$	Phase
Points	[rad]	[rad]	[actif/inactif]	[actif/inactif]	[actif/inactif]	[ $\mu\text{m}$ ]	
1	0	0	actif	actif	inactif	0	a
2	0	1.75	inactif	inactif	inactif	0	b
3	0	3	inactif	inactif	actif	0	c
4	7	0	actif	inactif	actif	150	c
5	7	-0.25	inactif	inactif	inactif	150	b
6	7	-1	inactif	inactif	inactif	150	b
7	7	-4	inactif	actif	inactif	150	a
8	2	0	actif	actif	inactif	0	a
9	2	0.75	inactif	inactif	inactif	0	b

transitoire spécifique à partir de la surface. L'ensemble des courbes transitoires de montée et de descente sont donc représentées par deux surfaces distinctes, une pour les courbes de montée et une pour les courbes de descente. Celles-ci peuvent être décrites comme une surface polynomiale en fonction de la valeur  $\theta_B$  et  $\theta_M$  comme

$$\begin{aligned}
 C_{tm}(\theta_M, \theta_B) = & EJENL_0 + \\
 & C_1\theta_M + C_2\theta_B + \\
 & C_3\theta_M^2 + C_4\theta_M\theta_B + C_5\theta_B^2 + \\
 & C_6\theta_M^3 + C_7\theta_M^2\theta_B + C_8\theta_M\theta_B^2 + C_9\theta_B^3 + \dots \\
 & C_{S(N)}\theta_M^N + C_{S(N)+1}\theta_M^{N-1}\theta_B + \dots + C_{S(N)+N-1}\theta_M\theta_B^{N-1} + C_{S(N)+N}\theta_B^N,
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

où,

$$\begin{aligned}
 S(N) &= \sum_{i=1}^N i = \frac{N(N+1)}{2} \\
 EJENL_0(k) &= \begin{cases} EJENL(k), & \text{si } C_{DP} \text{ et } H_{LS} = \text{vrai} \\ EJENL(k), & \text{si } C_{DP} \text{ et } H_{LI} = \text{vrai} \\ EJENL_0(k-1), & \text{autrement.} \end{cases} \tag{3.5}
 \end{aligned}$$

Le terme  $EJENL_0$  représente la valeur du EJENL au moment où la courbe transitoire commence sa trajectoire. Ce terme se calcule en même temps que  $\theta_B$  et son évolution est également détaillée dans le tableau 3.1. L'équation (3.4) représente une surface polynomiale standard dans laquelle les termes  $C_1, C_2, C_3, \dots, C_{S(N)+N}$  sont identifiés dans la section 3.4.2. De plus, les termes  $C_2, C_5, C_9, \dots, C_{S(N)+N}$  sont forcés à zéro pour assurer qu'au début de la trajectoire, la valeur du EJENL soit égale à la valeur du  $EJENL_0$ .

Finalement, la valeur du EJENL peut être calculée comme

$$EJENL = \begin{cases} \min(L_{SUP}(\theta), C_{tm}(\theta_M, \theta_D)), & \text{si } \dot{\theta} \geq 0 \text{ ou } H_{LS} = \text{vrai} \\ \max(L_{INF}(\theta), C_{td}(\theta_M, \theta_D)), & \text{si } \dot{\theta} < 0 \text{ ou } H_{LI} = \text{vrai}. \end{cases} \quad (3.6)$$

L'utilisation des fonctions minimum et maximum permet de contraindre le EJENL à l'intérieur des limites tel qu'observé dans le modèle théorique.

### 3.3 Acquisition et analyse du EJENL

Pour valider le modèle théorique proposé, une première identification du EJENL présent sur le banc d'essai est réalisée. Le chariot est commandé en position avec un régulateur PID et les différentes informations perçues par les capteurs sont enregistrées. La trajectoire utilisée pour effectuer cette première identification est présentée à la figure 3.3. Les premiers tests sont effectués avec une trajectoire quasi statique, soit à vitesse constante de 20 mm/sec et avec des accélérations contrôlées, pour bien voir l'effet du jeu entre-dents et éviter les effets perturbateurs liés à une trajectoire dynamique. La trajectoire est divisée en deux sections. La première section correspond à quatre courbes de descente ( $D_1$  à  $D_4$ ) débutant à différentes positions angulaires et, de façon similaire, la deuxième section correspond à quatre courbes de montée ( $M_1$  à  $M_4$ ) débutant à différentes positions angulaires. De plus, durant les trois dernières courbes transitoires de chaque section, avant d'atteindre la limite, le moteur change de direction deux fois. Il fait un léger aller-retour au milieu des courbes transitoires pour tester la réaction de celles-ci lorsque le chariot change de direction avant que la limite ne soit atteinte. Selon le modèle développé, la trajectoire doit rester la même puisque la valeur de  $\theta_B$  n'a pas changé. Cette valeur est modifiée uniquement lorsqu'il y a changement de direction sur une des limites.

Il a été défini à la section 2.4 qu'une approximation de l'écart causé par le jeu entre-dents (EJENL') entre la poulie et la courroie peut être définie avec l'information de l'encodeur du moteur et celle du capteur optique fixé au chariot, c'est-à-dire,

$$EJENL' = (R\theta - x). \quad (3.7)$$

Cependant, cette relation ne représente pas uniquement le EJENL. La longueur de la courroie présente entre ces deux capteurs augmente sous la force appliquée par le moteur et affecte les résultats. L'étirement de la courroie est donc présent dans l'équation (3.7) et il doit être soustrait. L'équation du EJENL est donc

$$EJENL = (R\theta - x) - \Delta_{EC}. \quad (3.8)$$

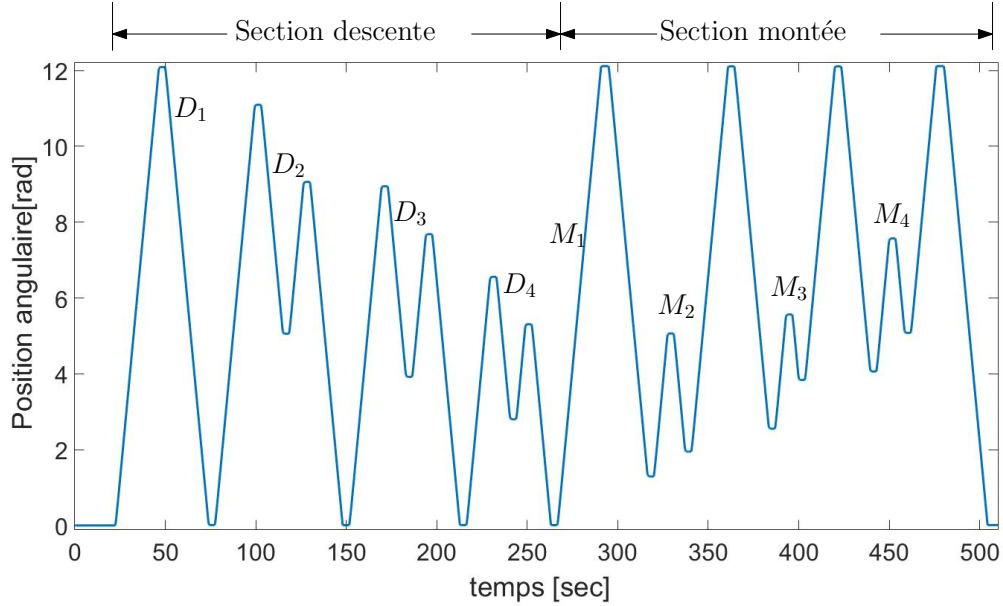


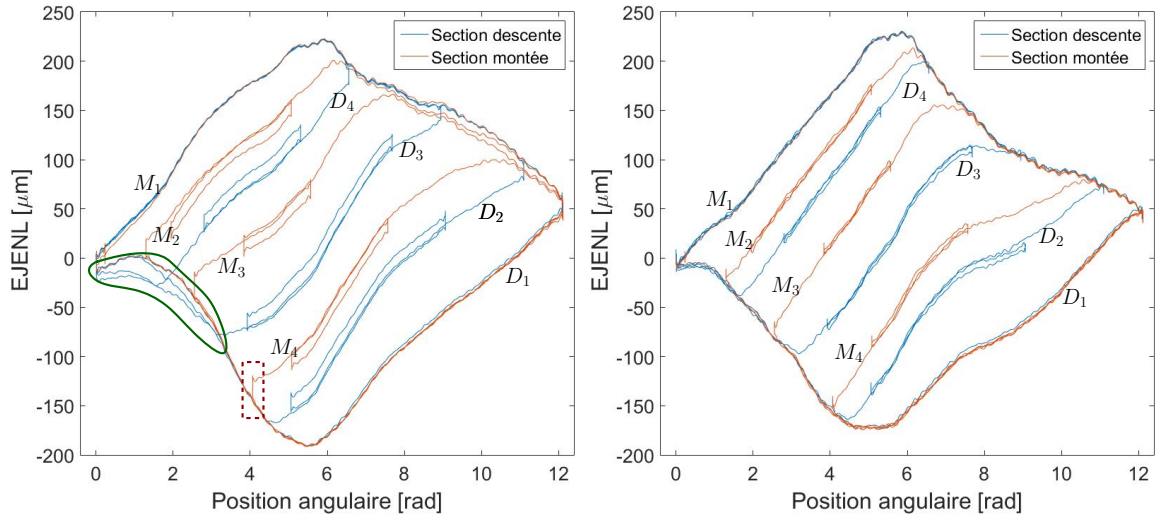
FIGURE 3.3 – Trajectoire utilisée pour une première identification du EJENL.

L'étirement peut être déterminé avec l'information d'une cellule de charge et être soustrait par la suite de l'équation (3.7) pour obtenir le EJENL. L'étirement de la courroie ( $\Delta_{EC}$ ) peut être déterminé par la loi de Hooke comme

$$\Delta_{EC} = \frac{F_A - F_{Ai}}{K_1}, \quad (3.9)$$

où  $F_A$  représente la tension mécanique dans le segment de courroie entre le moteur et le chariot et  $K_1$  représente la raideur de ce segment. En utilisant une seule cellule de charge, la dérive de celle-ci avec le temps risque d'affecter les mesures. Cependant, puisque la courroie est déjà tendue, elle possède une tension initiale  $F_{Ai}$  qui doit être soustraite à la force mesurée pour obtenir la différence de force avec l'état initial. Avant chaque test, la tension initiale est mesurée et soustraite aux valeurs acquises durant la trajectoire. Ainsi, le phénomène de dérive à long terme est soustrait au début de chaque test et son effet est limité. De plus, l'erreur de mesure associée à la dérive des cellules de charge est petite et l'erreur sur l'élongation influence peu l'erreur globale. Par conséquent, même si la dérive causait une erreur, elle aurait un impact mineur sur l'erreur globale.

Une autre option pour déterminer l'élongation de la courroie serait d'utiliser le couple demandé au moteur qui est calculé par l'algorithme de contrôle. Cependant, ce couple ne représente pas exactement le couple fourni réellement par le moteur en raison des effets inertiels et des différentes pertes à l'intérieur du moteur. Il aurait été possible de faire l'acquisition du couple



(a) EJENL expérimental obtenu sans compensation de l'élongation de la courroie. (b) EJENL expérimental obtenu avec une compensation de l'élongation de la courroie.

FIGURE 3.4 – Représentation des données expérimentales du EJENL avec et sans compensation de l'élongation de la courroie.

réellement fourni par le moteur mais cette tâche aurait été plus complexe et la mesure aurait été potentiellement plus bruitée. L'utilisation des cellules de charges apparaît donc comme la meilleure méthode pour estimer l'élongation de la courroie.

La figure 3.4 montre les données expérimentales du EJENL obtenues avec et sans la compensation de l'élongation dans la courroie. Il est possible de voir que l'effet instantané de l'élongation de la courroie causant des discontinuités, comme montré à l'intérieur de l'encadré rouge de la figure 3.4a, peut être compensé. Lorsque le chariot change de direction, avant même que celui-ci bouge, la courroie se tend pour transmettre la force nécessaire au déplacement et, par le fait même, la courroie s'allonge. Ainsi l'écart entre  $x$  et  $R\theta$  augmente alors que la position angulaire reste sensiblement la même. La compensation pour l'élongation de la courroie permet de corriger ces discontinuités et enlève également d'autres effets non linéaires, tel qu'illustré dans l'encadré vert. Les limites supérieures et inférieures sont aussi plus groupées lorsqu'il y a une compensation de l'élongation de la courroie.

### 3.3.1 Analyse des courbes obtenues

La figure 3.5 montre plus en détails le EJENL expérimental obtenu avec la trajectoire présentée à la figure 3.3. Ces données montrent premièrement que le EJENL expérimental est similaire au modèle théorique proposé. Il est possible d'identifier les quatre sections du EJENL comme définies à la figure 3.2. La limite supérieure est illustrée avec les marqueurs triangulaires, la limite inférieure est symbolisée par les pictogrammes carrés, les courbes transitoires de montée sont représentées en pointillé fin bleu alors que les courbes de descente sont en gros

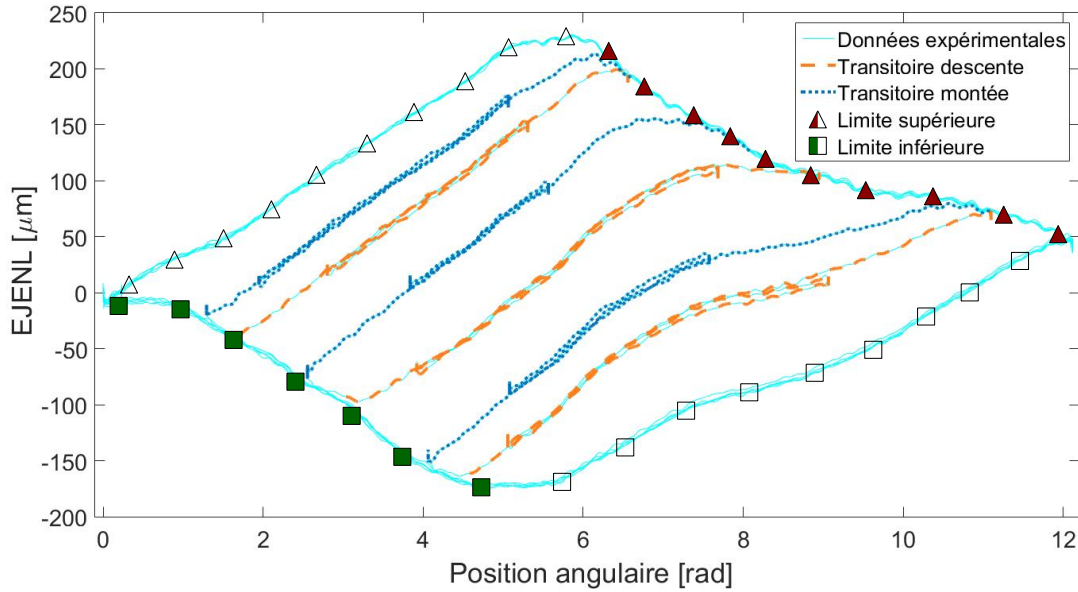


FIGURE 3.5 – Représentation du jeu entre-dents et des non-linéarités (EJENL) expérimentaux ainsi que les différentes sections du jeu entre-dents.

pointillé orange. Toutes les caractéristiques majeures du modèle théorique se retrouvent dans les résultats expérimentaux. Premièrement, les résultats obtenus démontrent que l'écart dû au jeu entre-dents est transitoire et qu'il s'opère sur une période d'environ six radians. Autrement dit, la poulie doit faire six radians, soit environ un tour, à partir de la limite inférieure pour se rendre à la limite supérieure et vice-versa. Deuxièmement, le EJENL expérimental est contenu à l'intérieur d'une zone représentée par les limites du système. Les deux sections de chaque limite sont identifiées comme dans le modèle théorique. La première section correspondant aux limites de l'espace de travail est représentée par les marqueurs vides tandis que la section correspondant aux limitations liées au jeu entre-dents est représentée par les marqueurs pleins. Troisièmement, les courbes transitoires de montée et de descente n'ont pas la même trajectoire selon la position angulaire d'où elles commencent leur parcours. Il est facilement remarquable que les courbes transitoires de gauche sont différentes des courbes de droite. Par ailleurs, toutes ces courbes transitoires rejoignent leur limite respective et restent sur les limites jusqu'à ce qu'il y ait un changement de direction de la poulie. Finalement, lorsque le moteur change de direction au milieu de la courbe transitoire, sans atteindre la limite, celle-ci rebrousse chemin sur le même trajet. Cela prouve qu'une fois que la courbe transitoire quitte la limite, elle ne peut emprunter qu'un seul chemin même si elle change plusieurs fois de direction. Les paramètres de la courbe transitoire sont décidés seulement lorsque celle-ci quitte la limite supérieure ou inférieure, peu importe l'endroit et le nombre de fois où le moteur change de sens avant d'atteindre la limite.

Cependant, la figure 3.5 montre également que les limites supérieures et inférieures ne sont pas horizontales comme dans le modèle théorique. Une autre série de tests effectués sur un axe linéaire commercial entraîné par une courroie montre cette même caractéristique, ce qui prouve que celle-ci n'est pas spécifique au banc d'essai d'où proviennent les résultats de la figure 3.4. Ces tests sont présentés dans la section 3.8. À première vue, l'inclinaison des limites signifie que lorsque la dent de la courroie atteint le côté de la rainure de la poulie, l'écart dû au jeu entre-dents continue de varier. Or, la théorie indique que lorsque la limite est atteinte, l'écart dû au jeu entre-dents doit rester constant. Cependant, les données expérimentales montrent que la section associée au EJENL constant diminue presque linéairement en fonction de la position angulaire du moteur. Ces éléments semblent indiquer qu'une erreur sur le rayon ( $e_R$ ) est présente et fausse les données du EJENL, tel que décrit par les équations suivantes :

$$EJENL = (R - e_R)\theta - x \quad (3.10)$$

$$EJENL = (R\theta - x) - e_R\theta \quad (3.11)$$

Lorsque la limite est atteinte, soit durant la phase  $a$  ou la phase  $c$ , l'écart dû au jeu entre-dents entre la poulie et la courroie ( $R\theta - x$ ) est supposé être constant. Cependant, l'erreur sur le rayon ( $e_R$ ) qui est affectée par la position angulaire continue de faire varier le EJENL. Ainsi, la pente de la limite est proportionnelle à l'erreur sur le rayon : plus l'erreur sur le rayon est grande, plus la pente de la limite est importante. De plus, puisque la limite théorique est horizontale, il est possible de trouver l'erreur sur le rayon en modifiant celui-ci jusqu'à ce que la limite expérimentale redevienne horizontale. L'écart entre la valeur du rayon modifiée et le rayon théorique de la poulie indique l'erreur sur le rayon effectif.

Pareillement, il est possible de remarquer que ce phénomène est affecté également par la tension dans la courroie. Comme le montre la figure 3.6, qui représente plusieurs courbes du EJENL selon la même trajectoire mais selon différentes tensions initiales, plus la tension dans la courroie est élevée, plus la pente de la limite est inclinée et plus l'erreur est grande. La tension dans la courroie écrase celle-ci sur la poulie, ce qui diminue le rayon effectif et peut expliquer ce comportement.

En trouvant l'erreur sur le rayon pour chaque courbe aux différentes tensions, il est possible de trouver la corrélation entre la tension et l'erreur sur le rayon. Étant donné que cette erreur est causée par la compression d'un matériau élastique, la corrélation entre l'erreur et la tension devrait être linéaire suivant la loi de Hooke. La figure 3.7 présente les erreurs sur le rayon en fonction de la tension moyenne dans la courroie. Les résultats montrent que la corrélation entre l'erreur sur le rayon et la tension dans la courroie est linéaire.

Il serait donc possible d'inclure une compensation en temps réel du rayon de la courroie. Cependant, pour y arriver, il faut multiplier l'information de l'encodeur du moteur à chaque



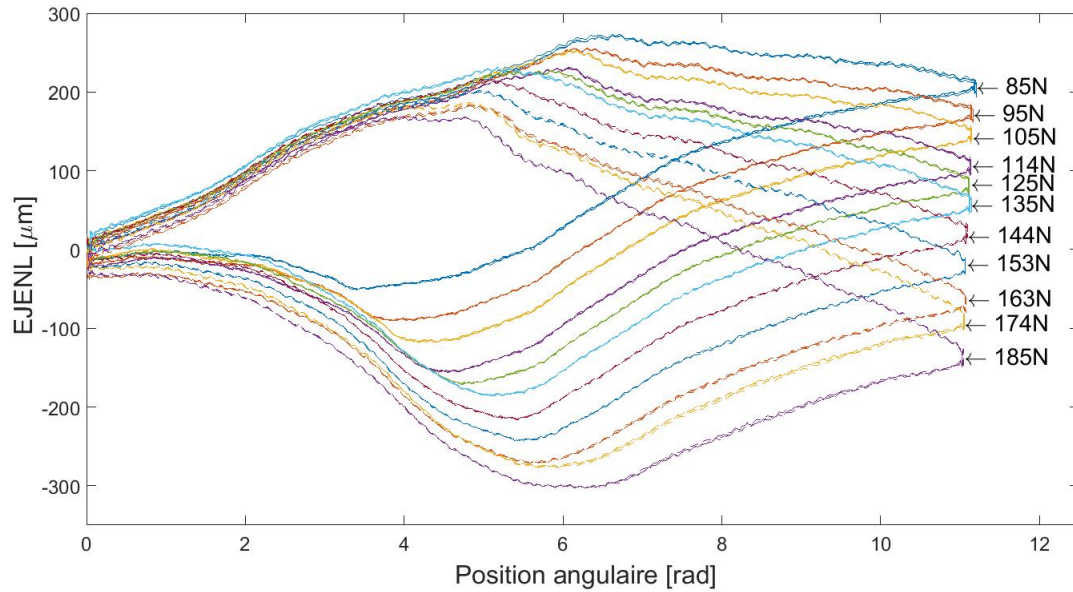


FIGURE 3.6 – Représentation de l'écart dû au jeu entre-dents selon différentes tensions dans la courroie.

pas de temps avec le rayon corrigé et ensuite intégrer cette différence de position pour avoir la position réelle. Étant donné que la correction se base sur la mesure directe des cellules de charge et que celles-ci sont bruitées, la position modifiée peut diverger de la position réelle. La variation du rayon n'est donc pas compensée directement dans cet ouvrage, mais elle est incluse dans l'identification du EJENL sous la forme d'une erreur constante sur le rayon.

Il est aussi intéressant de voir l'impact des deux facteurs d'erreur principaux agissant sur le système, soit l'élongation de la courroie et l'écart dû au jeu entre-dents entre la poulie et la courroie. La figure 3.8 montre ces deux effets sur la même échelle. Le jeu entre-dents varie entre -180 et 220 microns, tandis que l'étirement de la courroie varie de  $\pm 70$  microns. L'erreur causée par l'étirement de la courroie est environ deux fois plus petite que l'écart dû au jeu entre-dents, mais elle n'est cependant pas négligeable lorsqu'on veut atteindre une précision inférieure à  $\pm 100$  microns.

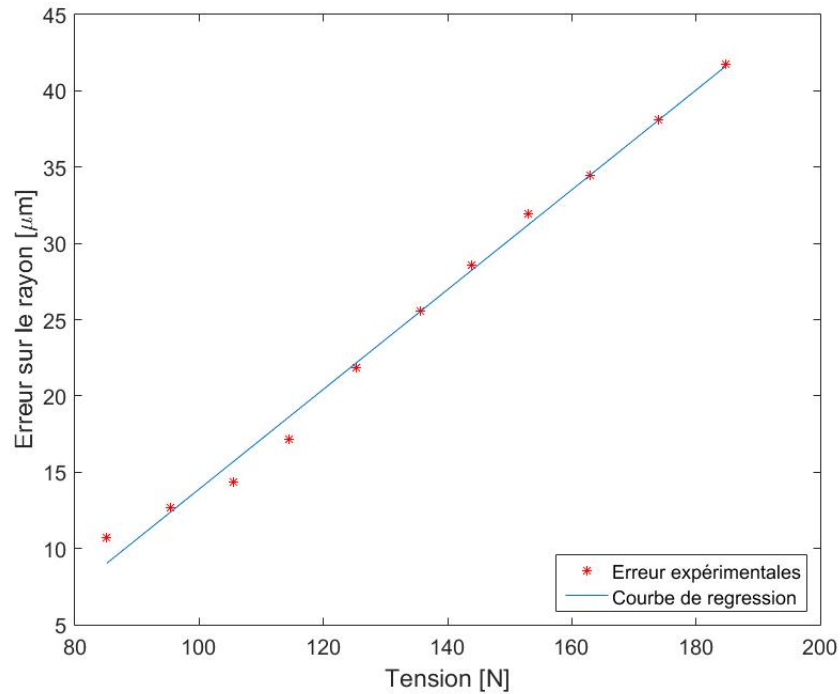


FIGURE 3.7 – Erreur sur le rayon effectif de la poulie en fonction de la tension initiale de la courroie.

### 3.4 Identification des paramètres

Il a déjà été établi par Kiliç et collab. (2010) que les courbes du EJENL ont une très bonne répétabilité en quasi statique et même en dynamique. C'est-à-dire qu'à vitesse constante, peu importe la vitesse, les courbes du EJENL seront environ les mêmes et pareillement pour différentes accélérations constantes. On peut donc faire l'hypothèse qu'il est possible d'identifier les courbes du EJENL avec une trajectoire à vitesse constante et d'utiliser le résultat obtenu pour prédire le EJENL d'une trajectoire avec une dynamique plus complexe. De plus, comme il est mentionné dans les sections précédentes, les courbes du EJENL peuvent être séparées en quatre parties soit la limite inférieure, la limite supérieure, les courbes de montée et les courbes de descente. Les limites supérieures et inférieures, étant en fonction de la position angulaire absolue et de la tension initiale, sont indépendantes des courbes transitoires. À l'inverse, puisque les courbes transitoires sont bornées par les limites supérieures et inférieures, elles sont dépendantes des limites. Cependant, les courbes de montée ne sont pas liées aux courbes de descente, elles peuvent donc être identifiées séparément.

Pour avoir une identification plus rapide et plus efficace, les quatre parties seront identifiées séparément. L'identification de la limite supérieure et la limite inférieures est réalisée dans

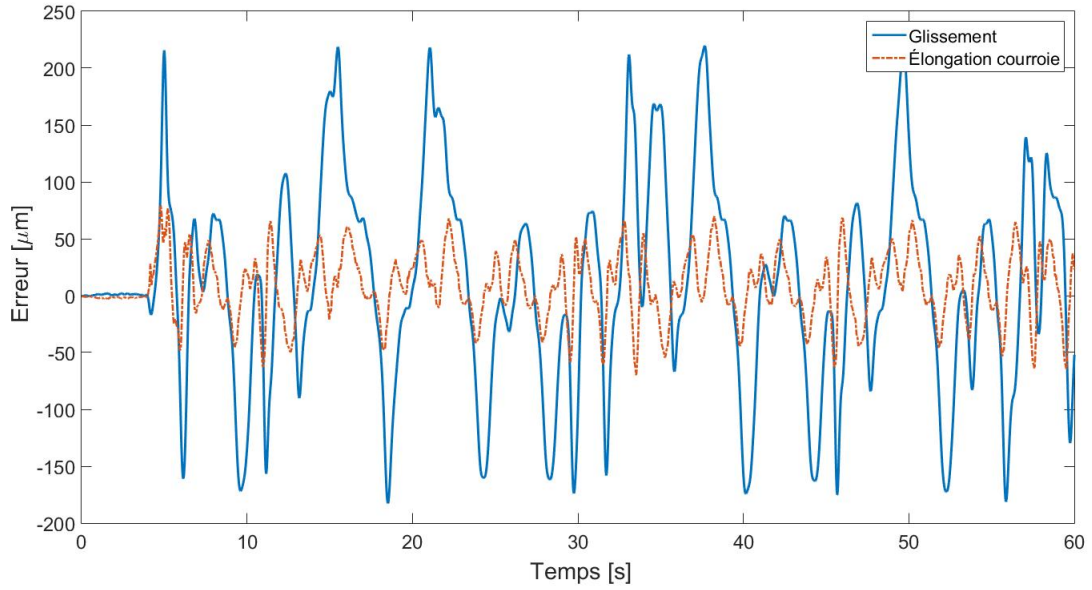
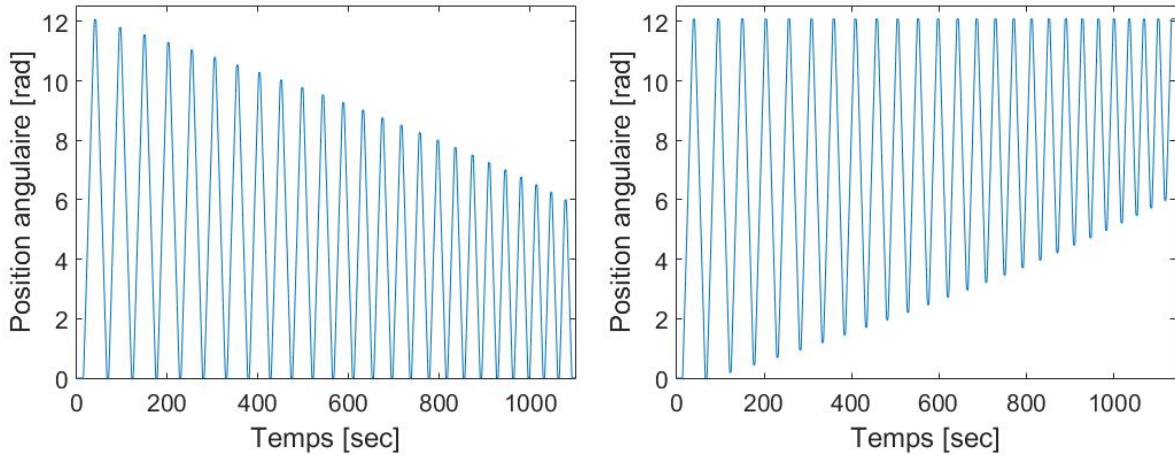


FIGURE 3.8 – Comparaison entre l'écart dû au jeu entre-dents poulie/courroie et l'élongation de la courroie.

un premier temps par une méthode des moindres carrés linéaire. Par la suite, avec les limites fixées, il est possible de déterminer les données correspondant aux courbes transitoires, soit les valeurs de  $\theta_M$ ,  $\theta_B$  et  $EJENL_0$ . Avec ces données, une première identification par les moindres carrés donne une idée globale des paramètres de la surface polynomiale des courbes transitoires et pour améliorer davantage l'estimation, une identification des moindres carrés non linéaire est réalisée.

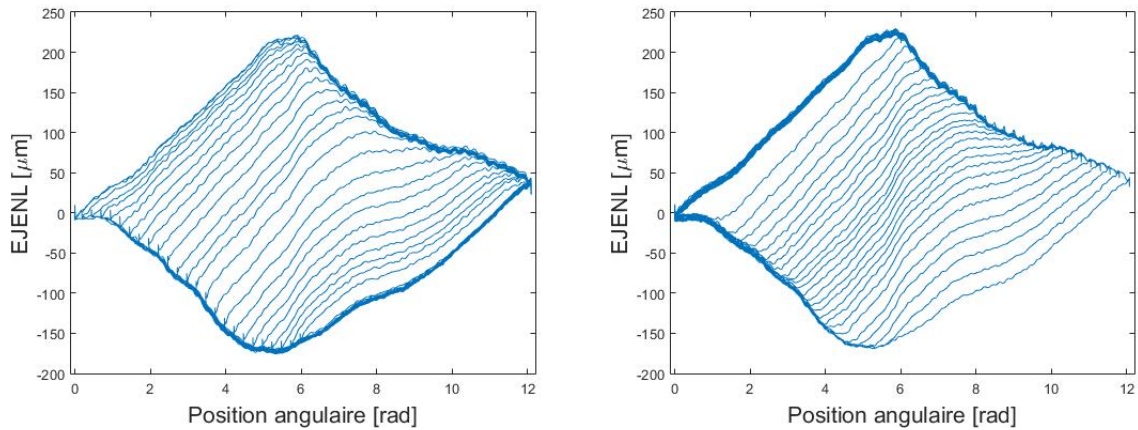
Puisque l'identification des quatre parties du EJENL se fait séparément, il est avantageux d'utiliser des données spécifiques pour chaque identification. Ainsi, pour identifier la limite supérieure et les courbes transitoires de montée, une trajectoire composée de plusieurs montées à partir de différentes positions de départ (différent  $\theta_B$ ), comme celle présentée à la figure 3.9(a), est utilisée. À l'opposé, pour la limite inférieure et les courbes de descente, une trajectoire correspondant à plusieurs descentes selon différents points de départ, comme celle présentée à la figure 3.9(b), est utilisée. Les courbes du EJENL obtenu sont présentées aux figures 3.10(a) et (b).



(a) Trajectoire pour l'identification de la limite supérieure et des courbes de montée.

(b) Trajectoire pour l'identification de la limite inférieure et des courbes de descente.

FIGURE 3.9 – Trajectoire utilisée pour l'identification du EJENL sur le banc d'essai.



(a) EJENL utilisé pour l'identification de la limite supérieure et des courbes de montée.

(b) EJENL utilisé pour l'identification de la limite inférieure et des courbes de descente.

FIGURE 3.10 – Courbe du EJENL utilisée pour son identification sur le banc d'essai.

### 3.4.1 Identification des limites

Les équations des limites sont les premières à être identifiées puisqu'elles sont indépendantes des courbes transitoires et que ces dernières dépendent des limites. Les limites sont quant à elle approximées par une équation polynomiale selon la position angulaire et sont identifiées par la méthode des moindres carrés linéaires.

Deux méthodes sont utilisées pour représenter les limites à l'aide d'une équation polynomiale. Lorsque la transition entre la limite associée à l'espace de travail et celle qui est associée au jeu entre-dents est graduelle, les deux parties de la limite peuvent être identifiées ensemble. La limite inférieure est propice à cette situation et son équation polynomiale est continue de  $\theta = 0$

radian à  $\theta = 12$  radians comme on peut voir à la figure 3.11. Si, au contraire, comme pour la limite supérieure, la transition entre les deux parties de la limite est plus brusque, l'estimation de la limite ne peut se faire avec un polynôme continu sur toute la plage de valeur. L'équation de la limite représente alors uniquement la deuxième partie de la limite, comme présentée à la figure 3.12. L'équation de la limite supérieure est alors

$$L_{sup} = \begin{cases} P(\theta_0), & \theta < \theta_0 \\ P(\theta), & \theta \geq \theta_0 \end{cases} \quad (3.12)$$

où  $\theta_0$  représente la valeur de la position angulaire à laquelle la limite commence. Pour la limite supérieure, la valeur  $\theta_0 = 6$  radian comme démontré à la figure 3.12. La première section de la limite est identifiée par la première courbe transitoire de montée, soit à  $\theta_B = 0$ .

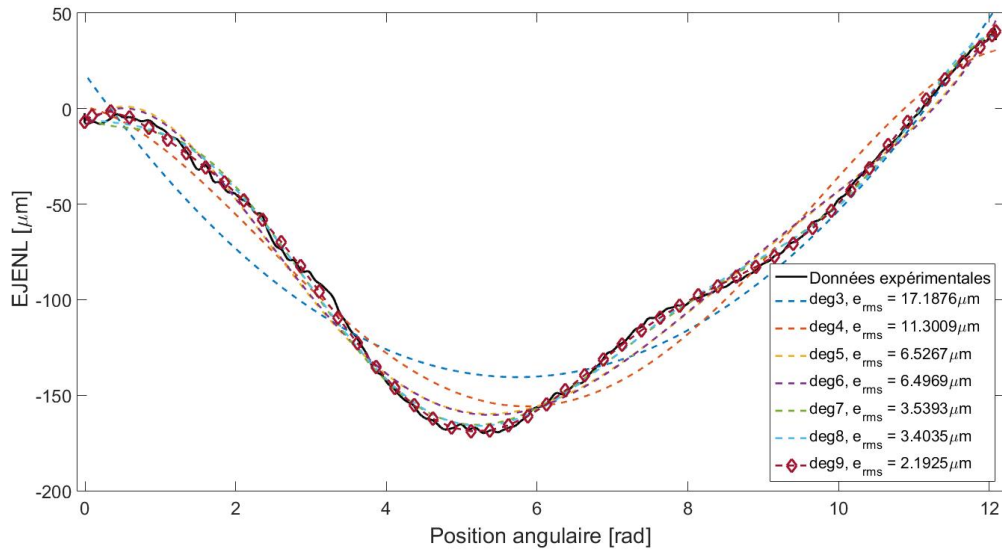


FIGURE 3.11 – Identification de la limite inférieure selon plusieurs degrés de polynôme.

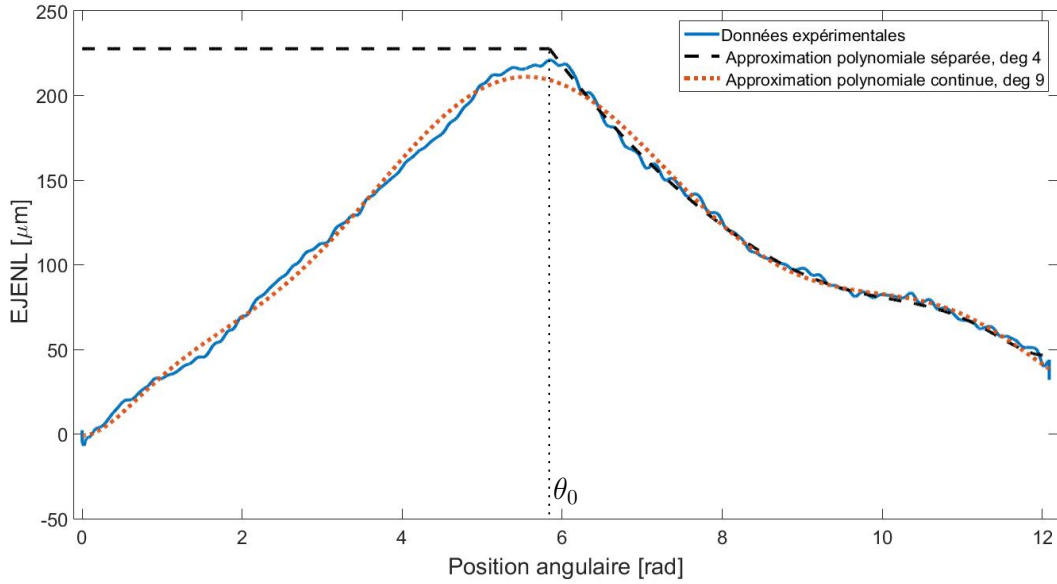


FIGURE 3.12 – Comparaison entre l’identification de la limite supérieure selon l’équation (3.12) ou selon une trajectoire continue.

Pour l’identification des paramètres des équations polynomiales représentant les limites, les données associées à la première courbe, soit celles identifiées par les pictogrammes de la figure 3.5, sont utilisées. Toutes les trajectoires correspondant aux limites d’une même série de données auraient pu également être utilisées pour avoir plus de données lors de l’identification. Cependant, cela aurait accentué le poids de l’identification sur la fin des limites alors que ce poids doit être réparti sur l’ensemble de la limite. La figure 3.10a montre bien que la limite supérieure entre  $\theta = 8$  radian et  $\theta = 12$  radian est plus dense en points de mesure. Pareillement, la figure 3.10b montre que la limite inférieure entre  $\theta = 0$  radian et  $\theta = 4$  radian est plus dense en points de mesure. Une solution à ce problème aurait été d’ajouter une matrice de poids lors de l’identification pour pondérer chaque donnée expérimentale. Toutefois, puisque le début de la limite est plus dense dans une série de données et que la fin est plus dense sur l’autre, l’ensemble des données correspondant aux limites des deux séries de données pourrait être utilisé afin d’identifier la limite. Toutefois, sélectionner les données correspondant aux limites serait long et les bénéfices d’une telle identification seraient incertains. La première option est donc utilisée pour identifier les courbes des limites.

Pour identifier les coefficients des équations polynomiales par la méthode des moindres carrés linéaire, les équations de la limite doivent être mises sous forme d’un produit matriciel comme décrit dans la section 1.4.2. En définissant,

$$\mathbf{y} = [EJENL(1), EJENL(2), EJENL(3), \dots, EJENL(k)]^T \quad (3.13)$$

$$\boldsymbol{\psi}_L = [LL_1, LL_2, LL_3, \dots, LL_N]^T \quad (3.14)$$

$$\boldsymbol{\Phi}_L = \begin{bmatrix} 1 & \theta(1) & \theta(1)^2 & \theta(1)^3 & \dots & \theta(1)^N \\ 1 & \theta(2) & \theta(2)^2 & \theta(2)^3 & \dots & \theta(2)^N \\ 1 & \theta(3) & \theta(3)^2 & \theta(3)^3 & \dots & \theta(3)^N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \theta(k) & \theta(k)^2 & \theta(k)^3 & \dots & \theta(k)^N \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

le modèle linéaire matriciel à résoudre est décrit comme,

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\Phi}_L \boldsymbol{\psi}_L + \mathbf{e}_y \quad (3.16)$$

où  $\mathbf{e}_y$  représente l'erreur sur l'estimation qui est minimisée. L'indice K représente le nombre de données utilisées pour l'identification alors que l'indice N représente l'ordre de la courbe polynomiale. Les paramètres de l'équation polynomiale,  $\boldsymbol{\psi}_L$ , sont déterminés en utilisant un inverse de Moore-Penrose comme

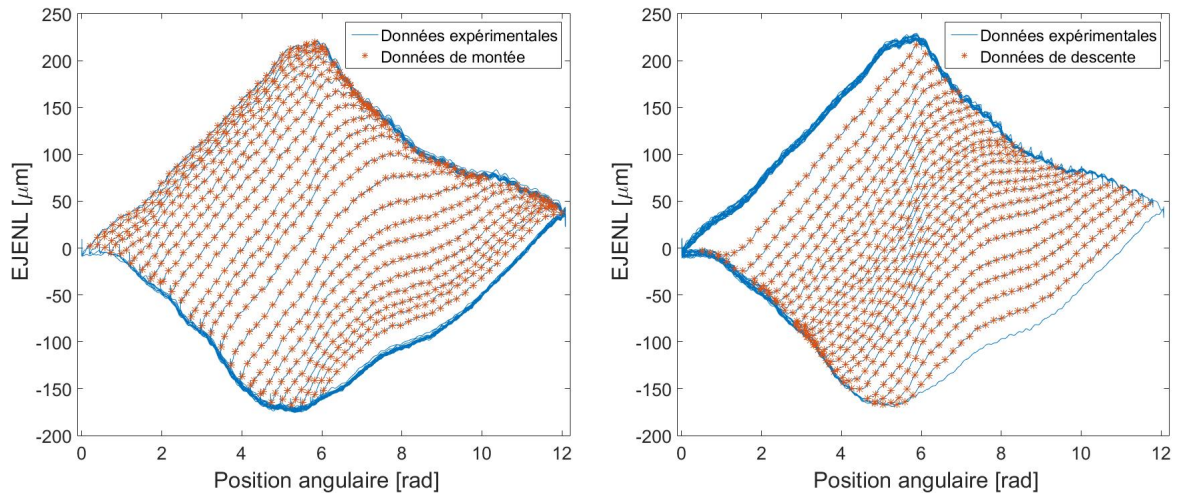
$$\boldsymbol{\psi}_L = (\boldsymbol{\Phi}_L^T \boldsymbol{\Phi}_L)^{-1} \boldsymbol{\Phi}_L^T \mathbf{y}. \quad (3.17)$$

La figure 3.11 montre différents degrés de polynômes pour l'estimation de la limite inférieure ainsi que la racine de l'erreur quadratique moyenne associée à chaque estimation. Passé l'ordre 9, le polynôme devient instable et offre de moins bonnes performances. Ainsi un polynôme de degré sept à neuf peut être utilisé pour approximer la limite adéquatement. Dans le reste du document, la limite inférieure est estimée grâce à un polynôme de degré neuf ( $N=9$ ).

La figure 3.12 montre la limite supérieure estimée à l'aide de l'équation (3.12) ainsi qu'avec un polynôme continu sur toute la plage. La comparaison entre ces deux méthodes montre bien que la jonction entre les deux sections de la limite est plus brusque et que la courbe polynomiale continue a plus de difficulté à bien représenter la limite complète. En séparant les deux limites, il est possible d'avoir une meilleure approximation de la limite entre  $\theta = 6$  radians et  $\theta = 12$  radians, c'est-à-dire durant la phase *c*. De plus, l'approximation continue est de degré neuf tandis que celle de l'approximation séparée est de degré quatre. Il est donc plus précis et plus efficace d'estimer la limite supérieure avec l'équation (3.12).

### 3.4.2 Identification des courbes transitoires

Les courbes transitoires sont représentées à l'aide d'une surface polynomiale selon  $\theta_M$  et  $\theta_B$ , telle que définie par l'équation (3.4) à la page 48. La première étape de leur identification est de séparer les données expérimentales pour garder uniquement les sections correspondant aux courbes transitoires, comme le montre la figure 3.13. Les données en bleu représentent l'ensemble des données expérimentales alors que celles en rouge indiquent les données utilisées pour l'identification. Les données des courbes transitoires sont déterminées à l'aide des limites inférieure et supérieure préalablement calculées. Si une série de données se trouve entre les limites et possède une vitesse positive, elle est incluse dans les données pour les courbes transitoires de montée. À l'opposé, une série de données entre les limites et avec une vitesse négative est incluse dans les séries de données pour les courbes transitoires de descente. Par la suite, avec les données des courbes transitoires, les valeurs de  $\theta_M$ ,  $\theta_B$ ,  $EJENL_0$  et  $EJENL$  sont déterminées à chaque pas de temps. Cette première partie est réalisée de façon automatique lors du traitement des données.



(a) Section pour les courbes transitoires de descente. (b) Section pour les courbes transitoires de montée.

FIGURE 3.13 – Représentation des données utilisées pour l'identification des courbes transitoires.

Deuxièmement, une première identification par la méthode des moindres carrés simples est réalisée avec les données extraites. La méthode d'identification est la même que celle qui est utilisée pour les limites, mais les matrices  $y$  sont définies comme,

$$\mathbf{y} = [\Delta EJENL(1), \Delta EJENL(2), \Delta EJENL(3), \dots, \Delta EJENL(k)]^T$$

$$\Delta EJENL(k_i) = EJENL(k_i) - EJENL_0(k_i) \quad (3.18)$$

$$\boldsymbol{\psi}_L = [C_1, C_2, C_3, \dots, C_{S(N)+N}]^T \quad (3.19)$$



$$\Phi_L = \begin{bmatrix} 1 & \theta_M(1) & \theta_M^2(1)^2 & \theta_M\theta_B(1) & \theta_M^3 & \dots & \theta_M(1)\theta_B^{(N-1)} \\ 1 & \theta_M(2) & \theta_M^2(2)^2 & \theta_M\theta_B(2) & \theta_M^3 & \dots & \theta_M(2)\theta_B^{(N-1)} \\ 1 & \theta_M(3) & \theta_M^2(3)^2 & \theta_M\theta_B(3) & \theta_M^3 & \dots & \theta_M(3)\theta_B^{(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & \theta_M(k) & \theta_M^2(k)^2 & \theta_M\theta_B(k) & \theta_M^3 & \dots & \theta_M(k)\theta_B^{(N-1)} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Les résultats de cette identification primaire sont présentés à la figure 3.14. L'estimation faite par une surface polynomiale de degré neuf est représentée en rouge alors que les données expérimentales sont en bleu. Les courbes estimées obtenues représentent bien les courbes expérimentales. Cependant, elles ne sont pas encore optimales et comportent encore quelques défauts majeurs. Premièrement, les données extraites entre les deux limites ne représentent pas uniquement les courbes transitoires. En utilisant systématiquement toutes les données entre les deux limites identifiées, certaines sections correspondant aux limites sont incluses dans les données servant à l'identification. Il est possible que pour une certaine courbe, la limite correspondant à la phase *a* ou *c* soit légèrement décalée de la limite identifiée. Ainsi, toute la section inférieure à la limite est considérée comme faisant partie des courbes transitoires et cela perturbe l'identification. Elles pourraient être retirées de façon manuelle, mais cette option n'est pas envisageable dans l'optique d'une méthode complètement automatisée. De plus, détecter automatiquement la fin de la courbe transitoire et le début de la limite avec des données expérimentales est plus ardu, puisque la limite ne revient pas toujours parfaitement à la même place et qu'avec le bruit sur les mesures, le changement de direction créé par la limite est difficilement identifiable.

Deuxièmement, l'identification par la méthode des moindres carrés calcule les meilleurs paramètres pour la surface transitoire dans une section déterminée. Cependant, les résultats obtenus ne garantissent pas que les courbes transitoires fonctionnent bien avec le reste du modèle. Il est donc possible, lorsqu'on cherche une meilleure représentation globale des courbes transitoires, que la courbe de régression diverge à son extrémité et ne rejoigne pas la limite correspondante. La figure 3.15 montre l'estimé du EJENL calculé avec les paramètres des courbes transitoires identifiés selon les moindres carrés simples. Il est possible de voir que certaines courbes transitoires ne rejoignent pas la limite, ce qui cause la divergence de l'estimé. Or, pour un bon fonctionnement du modèle lors d'essais réels, les courbes transitoires doivent toujours atteindre leurs limites respectives. Ainsi la méthode des moindres carrés seule ne suffit pas pour l'identification des courbes transitoires.

Pour que l'identification soit adéquate, les paramètres finaux des courbes transitoires sont identifiés avec l'outil "LSQnonlin" de Matlab, comme présenté dans la section 1.4.1. En prenant l'ensemble des données pour l'identification et les équations réelles du modèle, l'erreur globale peut être minimisée, mais l'erreur locale spécifique aux courbes transitoires ne peut l'être.

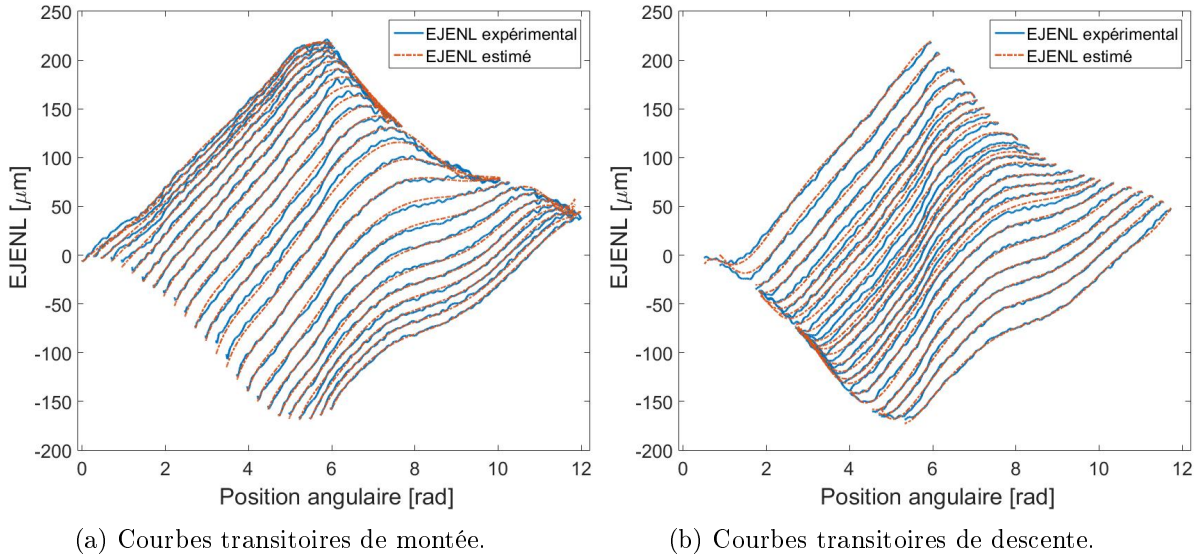


FIGURE 3.14 – Résultats de l'identification des courbes transitoires par les moindres carrés simple.

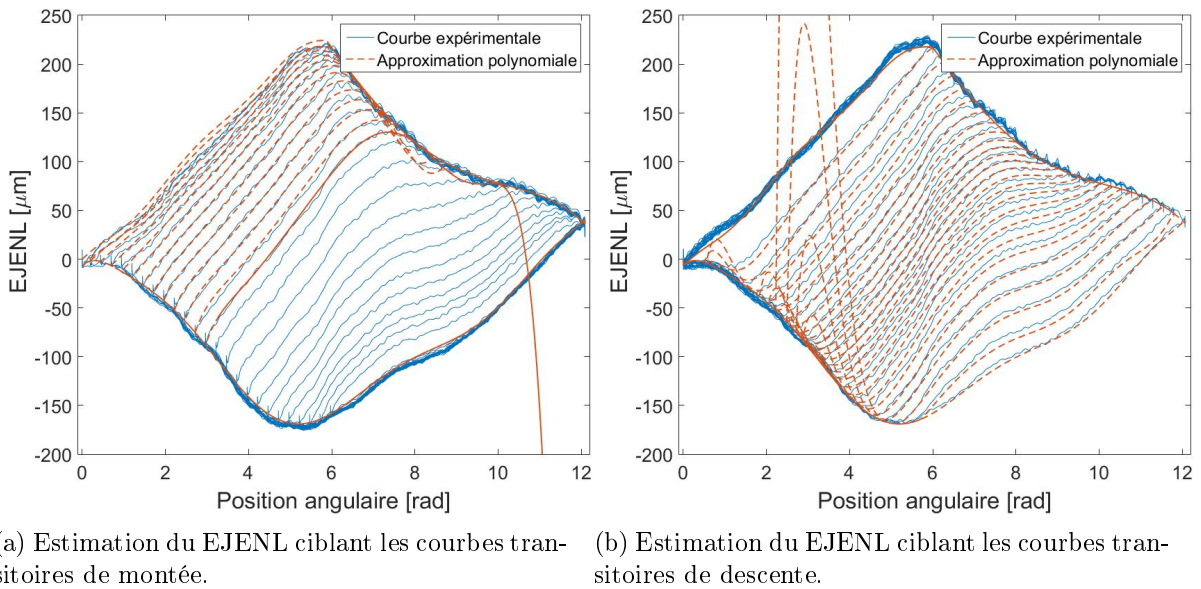


FIGURE 3.15 – Estimation du EJENL en définissant les paramètres des courbes transitoires selon l'identification avec les moindres carrés linéaire.

L'équation que l'outil LSQnonlin doit minimiser est donc la différence entre le EJENL estimé avec l'équation (3.6) et le EJENL expérimental. À chaque itération de l'outil LSQnonlin, seuls les paramètres des courbes transitoires sont révisés, ce qui modifie également le EJENL estimé. Ces paramètres sont initialisés avec les valeurs obtenues par la première identification linéaire. Le résultat de l'identification non linéaire est présenté aux figures 3.16(a) et 3.16(b). Ces figures

montrent que l'identification non linéaire permet d'avoir une meilleure identification globale du EJENL. Les courbes transitoires ne divergent pas et l'erreur globale sur l'identification du EJNEL est de 4.5 microns. Cependant, même si l'identification non linéaire a permis aux courbes transitoires d'atteindre leurs limites respectives, il n'est pas certain que toutes les courbes vont rejoindre leurs limites en condition réelle. Il se peut qu'une courbe transitoire entre les deux courbes identifiées passe juste au-dessous de la limite et diverge comme aux figures 3.15(a) et 3.15(b). Pour garantir que les courbes transitoires atteignent leur limite, une zone de tolérance est ajoutée sur celle-ci. Si une courbe transitoire entre dans cette zone pour en ressortir plus loin sans avoir atteint la limite, cette courbe transitoire est alors forcée sur la limite. La condition pour la zone de tolérance peut être exprimée comme

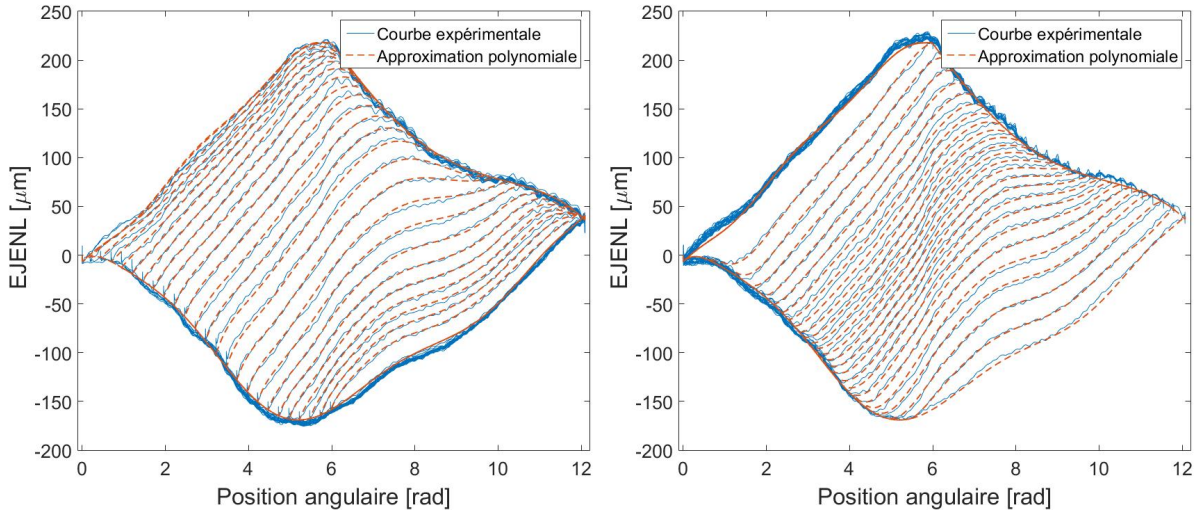
$$EJENL(k) = \begin{cases} L_{Sup}(k), & \text{si } e_S < e_{max} \text{ et } \dot{e}_S > 0 \\ L_{Inf}(k), & \text{si } e_I < e_{max} \text{ et } \dot{e}_I > 0 \\ EJENL(k), & \text{autrement} \end{cases} \quad (3.21)$$

où

$$\begin{aligned} e_S(k) &= L_{Sup}(k) - EJENL(k) \\ e_I(k) &= EJENL(k) - L_{Inf}(k). \end{aligned} \quad (3.22)$$

Les termes  $e_S$  et  $e_I$  représentent les écarts du EJENL avec la limite supérieure et inférieure respectivement tandis que  $\dot{e}_S$  et  $\dot{e}_I$  représentent leur première dérivée. La variable  $e_{max}$  définit la zone de tolérance pour l'écart. Plus la valeur de la courbe transitoire se rapproche de la valeur de la limite, plus l'écart ( $e_S$  ou  $e_I$ ) diminue jusqu'à être inférieur à la zone de tolérance. Cette condition est représentée par les critères  $e_S < e_{max}$  ou  $e_I < e_{max}$ , selon le cas. Si, une fois dans cette zone, la valeur de la courbe transitoire n'atteint pas la valeur de la limite et tend à augmenter, la valeur du EJENL est automatiquement fixée à la valeur de la limite. Ainsi, le bon fonctionnement du modèle est garanti.

Finalement, avec les paramètres des limites et des courbes transitoires identifiés, il est possible de développer une fonction pour estimer l'écart dû au jeu entre-dents et les non-linéarités dans le système tel que présenté dans la section suivante.



(a) Estimation du EJENL ciblant les courbes transitoires de montée. (b) Estimation du EJENL ciblant les courbes transitoires de descente.

FIGURE 3.16 – Estimation du EJENL en définissant les paramètres des courbes transitoires selon l'identification avec les moindres carrés non linéaire.

### 3.5 Élaboration de la fonction d'estimation du EJENL

Un schéma en blocs de la fonction d'estimation du EJENL est présenté à la figure 3.17. Cette fonction utilise comme entrées la position angulaire, la vitesse angulaire du moteur ainsi que les paramètres préalablement identifiés des quatre sections et calcule le EJENL en se basant sur les équations présentées dans la section 3.2.2.

Les variables d'entrée sont :

$\theta$  : position angulaire du moteur au pas de temps  $k$

$\dot{\theta}$  : la vitesse angulaire du moteur au pas de temps  $k$

$P_{LS}$  : paramètres de l'approximation polynomiale de la limite supérieure

$P_{LI}$  : paramètres de l'approximation polynomiale de la limite inférieure

$P_{SM}$  : paramètres de l'approximation par une surface polynomiale des courbes transitoires de montée

$P_{SD}$  : paramètre de l'approximation par une surface polynomiale des courbes transitoires de descente

$e_{max}$  : Valeur représentant la zone de tolérance des limites supérieure et inférieure

Les variables internes sont :

$L_{SUP}$  : Valeur de la limite supérieure au pas de temps  $k$

$L_{INF}$  : Valeur de la limite inférieure au pas de temps  $k$

$H_{LS}$  : Condition de maintien sur la limite supérieure

$H_{LI}$  : Condition de maintien sur la limite inférieure

$I_{CM}$  : Condition indiquant une courbe transitoire de montée  
 $I_{CD}$  : Condition indiquant une courbe transitoire de descente  
 $C_{DP}$  : Condition lorsqu'il y a un changement de direction  
 $T_B$  : Valeur représentant  $\theta_B$  au pas de temps  $k$   
 $G_0$  : Valeur représentant le EJENL au début de la courbe transitoire  
 $G$  : Valeur du jeu entre-dents intermédiaire au pas de temps  $k$   
 $e_S$  : Valeur représentant l'écart entre la limite supérieure et la courbe transitoire de montée  
 $e_I$  : Valeur représentant l'écart entre la limite inférieure et la courbe transitoire de descente  
 $T_M$  : Valeur représentant  $\theta_M$   
 $(k - 1)$  : Indique la valeur du terme à la précédente itération

La valeur de sortie est :

$EJENL$  : Valeur du EJENL à l'itération  $k$

Note : Les indices et les conditions de maintien sont des valeurs persistantes, c'est-à-dire que leurs valeurs demeurent les mêmes à chaque itération jusqu'à ce qu'elles soient changées. Ainsi, au début de la fonction, toutes les conditions de maintien et les indices ont la valeur de l'itération précédente.

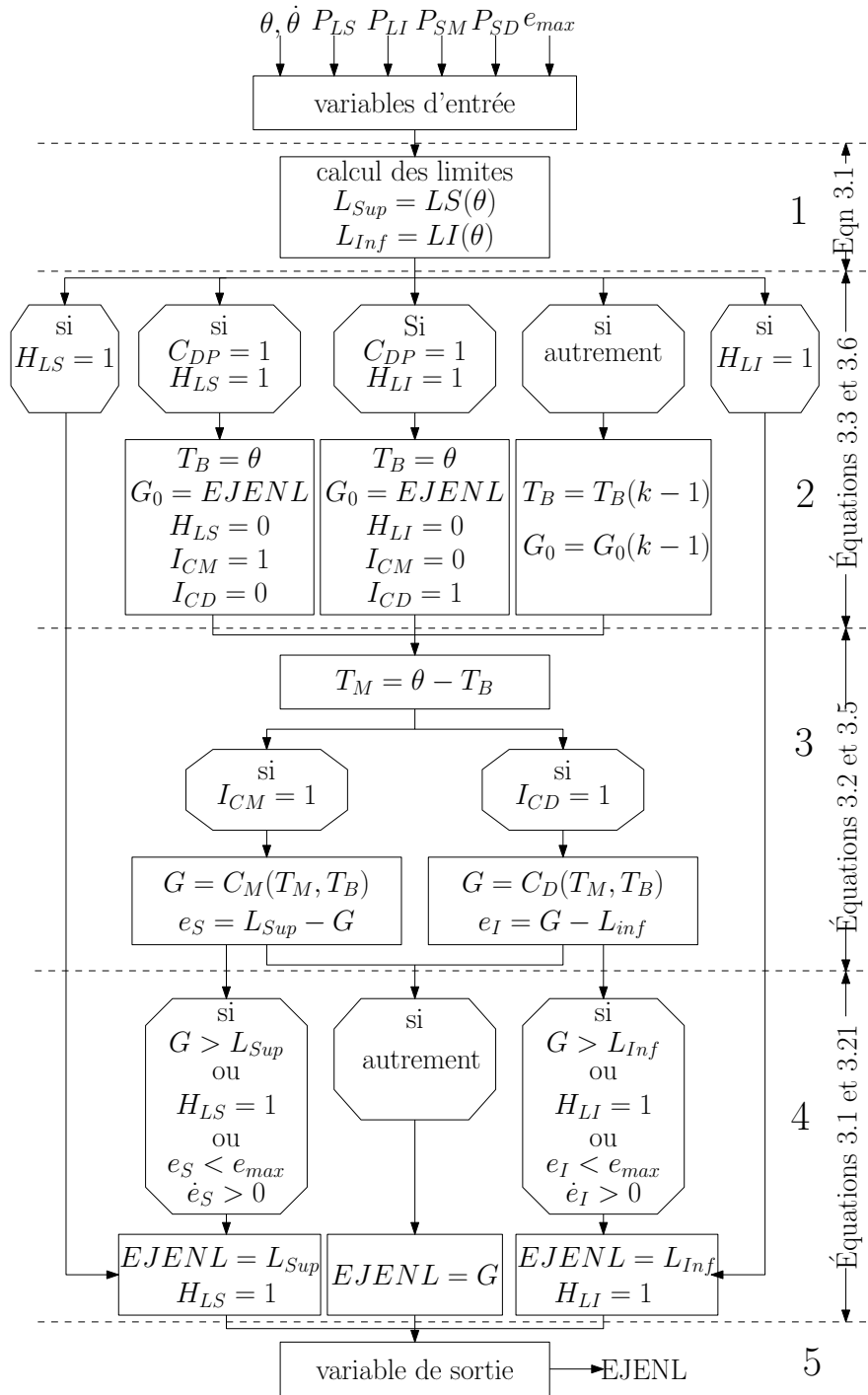


FIGURE 3.17 – Diagramme de la fonction d'estimation du EJENL.

Dans le premier segment de la fonction, les deux limites sont déterminées avec la valeur de la position angulaire en entrée. Elles sont les premières à être calculées puisqu'elles sont indépendantes de tout le reste. Dans la deuxième section, l'état du EJENL est déterminé pour choisir les calculs à faire par la suite. Ainsi, si le EJENL se trouve sur les limites et qu'il n'y

a pas de changement de direction, il n'est pas nécessaire de calculer les courbes transitoires et la fonction retourne directement la valeur du EJENL qui est égale à la limite. S'il y a un changement de direction sur la limite, les valeurs  $\theta_B$ ,  $G_0$  et toutes les conditions de maintien sont changées et les courbes transitoires doivent être calculées tout comme si les limites ne sont pas atteintes. La valeur de la courbe transitoire est déterminée dans le troisième bloc selon sa nature (courbe de montée ou courbe de descente). Par la suite, dans le quatrième bloc, l'atteinte de la limite est vérifiée. Si la courbe transitoire atteint la limite ou entre dans la zone de tolérance et tend à en ressortir, la valeur du EJENL est fixée à celle de la limite. À l'opposé, si la limite n'est pas atteinte, la valeur du EJENL est égale à la valeur de la courbe transitoire. Finalement, la fonction donne en sortie la valeur du EJENL pour l'itération en cours.

### 3.6 Validation de la fonction d'estimation

Il a été démontré dans la section précédente qu'il est possible d'identifier l'écart dû au jeu entre-dents et les autres non-linéarités entre la poulie et la courroie afin de créer une fonction qui estime ces effets. Cependant, avant d'implanter cette compensation dans des algorithmes de commande, il est nécessaire de vérifier si cette fonction d'estimation du EJENL a de bonnes performances pour d'autres trajectoires. Ainsi, le EJENL de différentes trajectoires quasi statiques et dynamiques est estimé avec la fonction développée et est comparé au EJENL expérimental ( $EJENL_{exp}$ ), calculé selon le protocole établi dans la section précédente. L'erreur sur l'approximation est calculée pour valider la performance de la fonction, et celle-ci est définie comme

$$e_{app} = EJENL_{comp} - EJENL_{exp}, \quad (3.23)$$

où  $EJENL_{comp}$  est le EJENL déterminé avec la fonction d'estimation développée.

La première trajectoire utilisée pour la validation de l'estimé du EJENL est une trajectoire quasi statique, puisqu'elle est similaire aux trajectoires utilisées lors de l'identification, soit un déplacement à vitesse constante d'un point à un autre. La figure 3.18 montre la trajectoire prescrite ainsi que l'erreur obtenue sur l'estimé du EJENL. Cette erreur se situe entre  $\pm 20$  microns et a une valeur rms de 7.8 microns, tel que démontré par les lignes pointillées. L'erreur sur l'approximation du EJENL est 170% plus élevée que l'erreur d'identification à cause de la répétabilité des limites. En comparant le EJENL expérimental à celui du modèle à la figure 3.19, il est possible de remarquer que les limites expérimentales sont légèrement décalées vers l'extérieur lorsque comparées aux limites du modèle. Par conséquent, la valeur de l'écart au début des courbes transitoires ( $EJENL_0$ ) est également décalée, ce qui crée une erreur récurrente sur les courbes transitoires. Pour augmenter la précision de l'estimé en quasi statique, l'identification des paramètres servant à la conception de la fonction d'estimation

devrait être réalisée sur un plus grand échantillon de données. Ainsi l'identification serait faite avec plusieurs trajectoires, comme celles utilisées et présentées à la figure 3.10, et permettrait notamment d'avoir une meilleure approximation des limites.

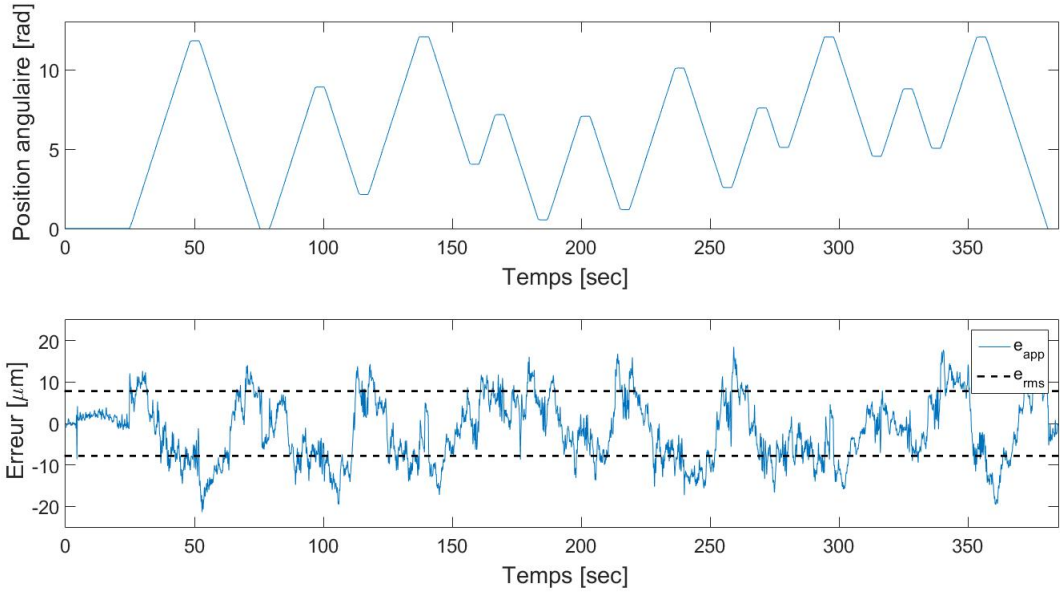


FIGURE 3.18 – Trajectoire quasi statique pour la validation de la fonction de compensation ainsi que l'erreur sur l'estimation obtenue avec la représentation de sa valeur rms.

Toutefois, une vérification avec seulement des courbes quasi statiques n'est pas suffisante pour garantir le bon fonctionnement de la méthode d'estimation pour toutes les trajectoires. Une série de tests dynamiques est nécessaire afin de voir le comportement de l'estimation lorsque les accélérations et les vitesses sont plus importantes. Ces séries de tests dynamiques représentent mieux les conditions d'opération futures, c'est-à-dire le découpage au laser. La figure 3.20 montre une trajectoire typique utilisée pour les tests dynamiques ainsi que l'erreur sur l'approximation du EJENL obtenue. L'erreur varie de  $\pm 42$  microns avec une valeur rms, illustrée par les lignes pointillées, de 12 microns. L'erreur d'estimation lors d'une trajectoire dynamique est d'environ le double de l'erreur lors d'une trajectoire quasi statique. Cette différence est attribuable à un décalage plus grand des limites comparé au modèle. La figure 3.21 montre cet écart en comparant le EJENL réel obtenu lors du test dynamique avec celui estimé avec le modèle développé. La comparaison des deux courbes montre bien que le décalage des limites est plus important et qu'ainsi l'erreur d'approximation générale est plus grande. De plus, le tableau 3.2 montre l'erreur sur l'estimation du EJENL selon différentes trajectoires dynamiques. Les résultats obtenus montrent clairement que plus la trajectoire subit des accélérations et des vitesses importantes, plus l'erreur sur l'approximation du EJENL est grande. Les perturbations causant le décalage des limites sont donc plus importantes sur les trajectoires dynamiques. Ainsi, pour améliorer la précision de l'approximation, une identification



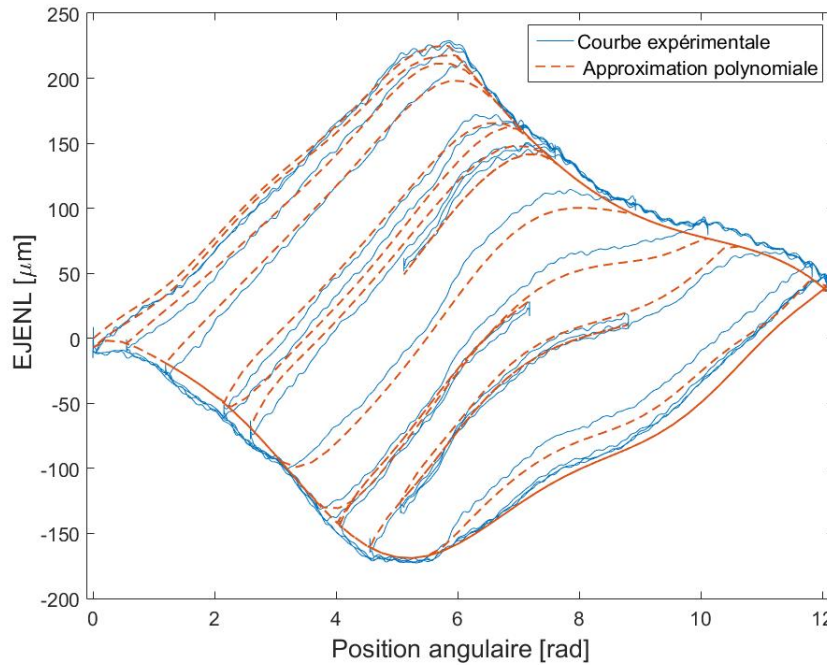


FIGURE 3.19 – Comparaison entre le EJENL expérimental lors d’une courbe quasi statique et l’approximation du EJENL réalisée par la fonction de compensation.

de ces facteurs perturbateurs devrait être réalisée. Cependant, une telle identification serait longue et devrait être effectuée pour tous les systèmes, ce qui est fastidieux. En somme, la méthode proposée pour l’identification du EJENL permet de réduire l’erreur rms de 110 microns sans la compensation à 14 microns avec la compensation, et ce lors de tests aux conditions dynamiques maximales. À titre de comparaison, la méthode la plus performante proposée par Kiliç et collab. (2010) permet une réduction de l’erreur rms de son système de 195 microns à 26 microns. Les tests montrent donc que la méthode proposée dans ce mémoire offre de meilleures performances.

TABLE 3.2 – Résultats de l’estimation du jeu entre-dents pour différentes trajectoires dynamiques.

Trajectoire	Vitesse Max	Vitesse rms	Accélération max	Accélération rms	Erreur rms
	$[m/s]$	$[m/s]$	$[m/s^2]$	$[m/s^2]$	$[\mu m]$
<i>a</i>	0.606	0.220	2.61	0.770	13.9
<i>b</i>	0.421	0.170	1.68	0.513	11.9
<i>c</i>	0.356	0.114	0.805	0.291	10.5

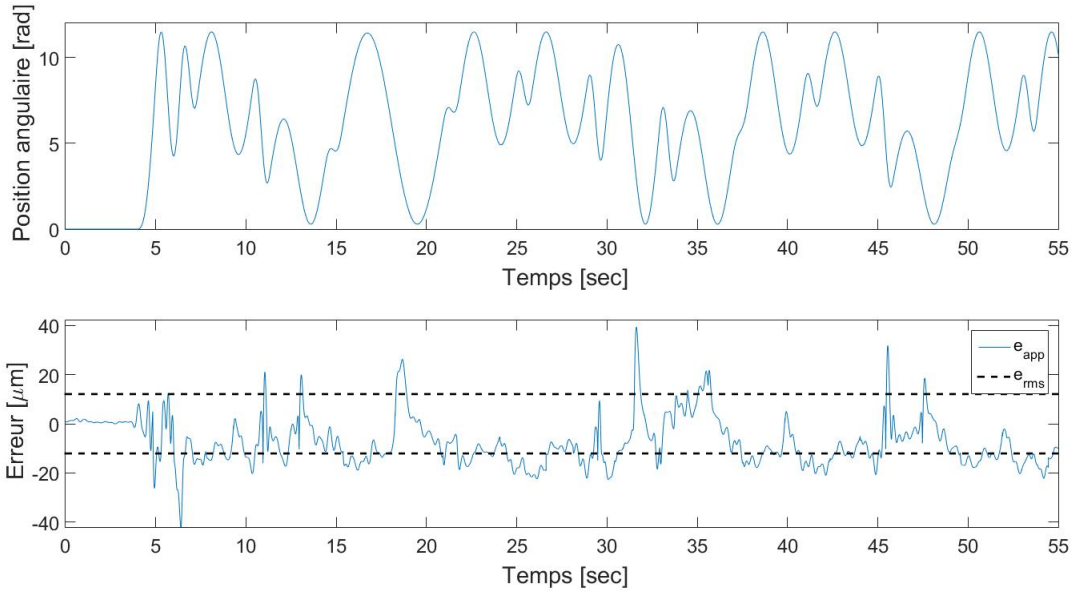


FIGURE 3.20 – Trajectoire dynamique pour la validation de la fonction de compensation ainsi que l’erreur sur l’estimation obtenue avec la représentation de sa valeur rms.

En conclusion, il est possible d’approximer le EJENL de différentes courbes quasi statiques et dynamiques à partir d’une fonction basée sur l’identification de celui-ci lors d’une trajectoire quasi statique. Les performances de cette nouvelle fonction d’estimation démontrent que celle-ci est fiable et qu’elle peut être implantée dans divers algorithmes de commande afin d’avoir une meilleure estimation de la position du chariot.

### 3.7 Estimation du jeu entre-dents sur la table XY de Laserax

Étant donné que l’objectif du projet est d’améliorer la précision de la table de découpe acquise par Laserax, il est important de vérifier si le modèle d’estimation du EJENL développé peut être aisément adapté à la table. Ainsi, le capteur optique linéaire et l’encodeur rotatif externe sont installés sur un axe de la table de positionnement. Le capteur optique est fixé sur le chariot et l’encodeur du moteur sur la poulie menante. De plus, aucune boîte de réduction n’est utilisée entre l’encodeur et la poulie menante, permettant au EJENL d’être facilement isolé. Toutefois, les cellules de charge ne peuvent pas être installées sur la table en raison d’un problème d’assemblage. Il n’a également pas été possible d’acquérir l’information du couple fourni par le moteur pour avoir une approximation de la force dans la courroie.

Le protocole pour obtenir le EJENL expérimental est le même que celui déterminé à la section 3.3 pour le banc d’essai. Le chariot est déplacé à vitesse constante sur le rail par le biais de

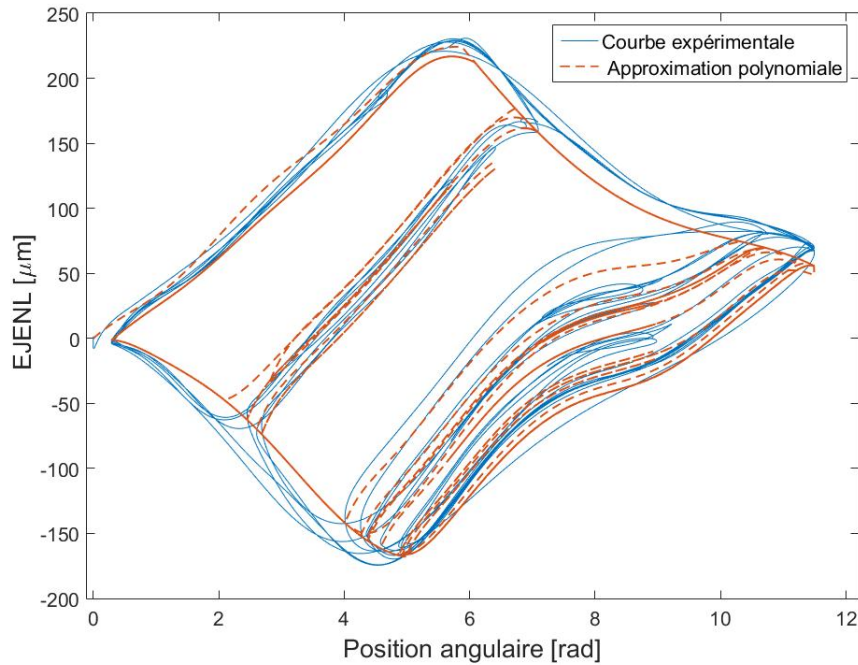


FIGURE 3.21 – Comparaison entre le EJENL expérimental lors d’une courbe dynamique et l’approximation du EJENL réalisée par la fonction de compensation.

la poulie et du moteur. Les mesures de positions obtenues par le capteur linéaire optique et l’encodeur du moteur sont enregistrées tout au long des tests. Par la suite, le EJENL est calculé en comparant l’information de la position du chariot et celle de la poulie avec l’équation (3.7). Le EJENL expérimental obtenu avec la table acquise par Laserax est présenté à la figure 3.22. Celle-ci représente différentes courbes de EJENL pour différentes tensions de la courroie lors de plusieurs allers-retours du chariot. Par contre, il n’est pas possible d’avoir la tension exacte dans la courroie, mais seulement une approximation puisqu’il n’y a pas de cellule de charge sur le montage.

Les courbes du EJENL obtenues confirment premièrement que la tension dans la courroie affecte grandement l’erreur liée au jeu entre-dents. Plus la courroie est tendue, plus l’erreur sur le rayon est grande, comme démontré à la section 3.3.1. Cependant, les courbes du EJENL obtenues divergent à première vue des résultats du banc d’essai. Il n’est pas possible de retrouver les quatre sections du EJENL expérimental telles qu’illustrées à la figure 3.5. Les courbes présentées à la figure 3.22 comportent plutôt deux trajectoires séparées d’une distance d’environ 60 microns. Il est cependant normal d’avoir un saut lors d’un changement de direction dû à l’étirement de la courroie. À titre de comparaison, le saut associé à l’étirement de la courroie lors du changement de direction sur le banc d’essai était d’environ 25 microns.

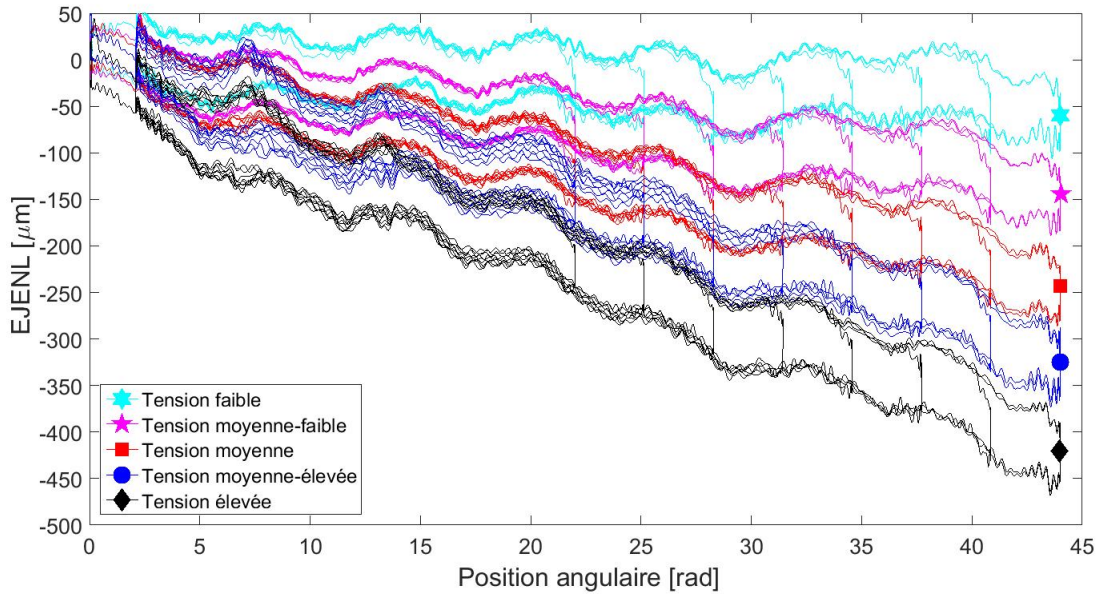


FIGURE 3.22 – Écart dû au jeu entre-dents (EJENL) expérimental obtenu sur la table XY acquise par Laserax selon différentes tensions dans la courroie.

Une première option pour expliquer les résultats obtenus est que le saut représente un jeu entre-dents minime et presque instantané. Ainsi, les courbes transitoires ne seraient pas visibles et les trajectoires obtenues seraient composées majoritairement des phases *a* et *c* correspondant à l'écart causé par le jeu entre-dents constant tel que démontré à la figure 3.1. Cependant, en approfondissant l'analyse des résultats, il est possible de démontrer que cette hypothèse est invraisemblable. Premièrement, en mesurant l'épaisseur des dents de la courroie et la largeur des rainures de la poulie, on peut déterminer qu'il y a une différence d'environ 500 microns. Bien que ces mesures aient été prises avec un pied à coulisse et donc qu'elles soient peu précises, il est quand même possible de déterminer qu'il y a un jeu fonctionnel non négligeable. De plus, en regardant l'écart dû au jeu entre-dents sur la figure 3.22, on remarque que celui-ci ne dépasse pas les 450 microns pour la tension la plus forte. L'écart dû au jeu entre-dents n'a donc pas atteint a priori son maximum lors des tests.

Le saut est dû à priori à l'étirement de la courroie et non à un écart instantané dû au jeu entre-dents. Lors des tests, la résistance s'opposant au mouvement du chariot, qui crée par le fait même la tension dans la courroie, provient majoritairement de la friction entre le chariot et le rail. Cette friction a été mesurée avec un dynamomètre et est évaluée à cinq newtons pour la table de découpe de Laserax comparé à 2.3 newtons pour le banc d'essai. Avec le banc d'essai, la discontinuité reliée à l'étirement de la courroie est d'environ 25 microns, comme il est possible de voir à la figure 3.4a. Or, puisque la loi de Hooke est linéaire et que les deux systèmes utilisent une courroie similaire, il est raisonnable de penser qu'avec une force de

friction d'environ le double, la discontinuité reliée à l'étirement de la courroie sera deux fois plus grande également. Il est à priori normal d'avoir une discontinuité d'environ 60 microns sur la table de découpe acquise par Laserax.

Par conséquent, avec ces deux paramètres d'analyse, il est possible d'énoncer l'hypothèse que les courbes obtenues avec la plage de mesure de 500mm représentent uniquement la première courbe de montée, tel que représenté par les pictogrammes triangulaires vides de la figure 3.2. L'erreur causée par le jeu entre-dents entre la poulie et la courroie reste uniquement dans les phases a et b et n'atteint jamais son maximum sur la plage mesurée. Les courbes du EJENL n'atteignent jamais la limite supérieure, soit la phase c. Cependant, les mesures ont été prise sur une plage de 500mm correspondant à la longueur de la bande optique. Avec une bande optique plus longue, il aurait été a priori possible d'observer les trois phases du jeu entre-dents. De plus, puisque durant la phase transitoire la friction entre la poulie et la courroie assure la transmission de la puissance, une longue période transitoire, comme c'est le cas avec la table acquise par Laserax, indiquerait une grande friction entre la poulie et la courroie. Ainsi, la friction entre la courroie et la poulie serait trop importante pour observer le cycle complet du jeu entre-dents sur une plage de 500 mm. Somme toute, les résultats obtenus, il n'est pas possible d'identifier l'écart dû au jeu entre-dents et ainsi de la compenser dans un algorithme de commande.

Finalement, puisque les courbes obtenues avec la table de positionnement acquise par Laserax représentent seulement la courbe transitoire débutant à l'origine, il ne peut être confirmé que le modèle du EJENL peut être adapté à tous les systèmes à courroie. Ainsi, l'écart dû au jeu entre-dents d'un autre système est étudié afin de valider le modèle développé.

### **3.8 Estimation du jeu entre-dents sur un système commercial**

Comme il a été présenté dans la section précédente, il n'est pas possible de confirmer, avec les résultats obtenus sur la table acquise par Laserax, que la méthode développée pour représenter le EJENL est adaptable à tous les systèmes. La période transitoire du EJENL est trop grande pour être acquise par la règle optique disponible. Ainsi, pour vérifier si le modèle développé peut être adapté à tous les systèmes commerciaux, l'écart dû au jeu entre-dents d'un axe linéaire commercial entraîné par une courroie est déterminé. Les caractéristiques de l'axe utilisé sont présentées dans le tableau 3.3.

La procédure de test est la même que celle qui est présentée dans la section 3.3. Le capteur optique est installé sur le chariot et le même moteur que le banc d'essai est utilisé, avec son encodeur, pour mesurer le déplacement angulaire de la poulie. L'encodeur externe et les cellules de charge ne peuvent pas être utilisés à cause des problèmes d'assemblage sur l'axe commercial. Puisque le système commercial utilise une boîte de réduction avec un ratio de 3 :1, le EJENL

TABLE 3.3 – Caractéristiques de l’axe linéaire commercial utilisé.

Compagnie	Thomsom
Modèle	2HE-M10-0ZP
Type de courroie	AT 3 mm, largeur : 20 mm
Répétabilité	0.1 mm
Précision	0.2 mm
Longueur	500 mm
Ratio de réduction	3 :1

est affecté par l’écart dû au jeu entre-dents des engrenages. Toutefois, il est possible d’isoler ce jeu d’engrenages et d’analyser uniquement le EJENL. La trajectoire qu’emprunte le chariot lors des expérimentations sur le système commercial est sensiblement la même que celle qui est suivie lors des tests sur le banc d’essai. Le EJENL obtenu est présenté à la figure 3.23.

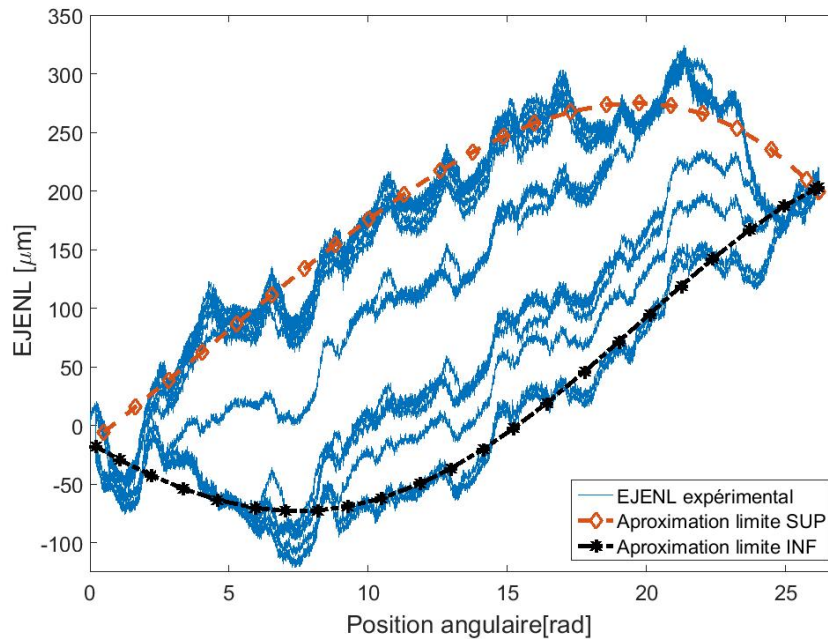


FIGURE 3.23 – Écart dû au jeu entre-dents (EJENL) expérimental obtenu sur l’axe linéaire commercial ainsi que l’approximation des limites réalisée avec une polynomiale de degré 5.

La figure 3.23 montre que le EJENL obtenu sur l’axe commercial a environ la même forme que le EJENL obtenu expérimentalement sur le banc d’essai, tel que présenté à la figure 3.5. Il est possible de distinguer les deux limites représentées par les lignes pointillées, ainsi que les courbes transitoires. Cependant, les trajectoires des limites et des courbes transitoires ne sont pas aussi lisses que celles obtenues sur le banc d’essai. Les courbes obtenues sont perturbées par un facteur périodique ou une autre perturbation non linéaire à plus haute fréquence qui

semble se superposer aux courbes attendues. De plus, il est facilement remarquable que toutes les courbes semblent subir les mêmes effets, puisqu'elles ont la même trajectoire perturbatrice. Ces perturbations pourraient cependant être compensées avec la connaissance de l'étirement de la courroie, déterminé par les cellules de charge. Comme démontré par la figure 3.4, l'utilisation des cellules de charge permet de compenser une grande partie des non-linéarités du système et regroupe les courbes ensemble. Cependant, même s'il n'est pas possible d'utiliser l'information des cellules de charge, il est possible d'identifier ces effets et de les compenser. Ainsi, les effets perturbateurs agissant sur les limites sont identifiés afin de créer une compensation qui est appliquée sur les autres courbes. Il y a donc une compensation pour les trajectoires de montée reliée à l'effet perturbateur de la limite supérieure, et une compensation pour les trajectoires de descente reliée à l'effet perturbateur agissant sur la limite inférieure. Les deux limites sont utilisées pour avoir des meilleurs résultats.

Pour identifier ces facteurs perturbateurs, il faut d'abord définir la courbe que devrait avoir les limites sans les effets perturbateurs. À cette fin, il est possible d'approximer les courbes limites avec une équation polynomiale telle que celle décrite dans la section 3.4.1. Ainsi, les limites sont identifiées par la méthode des moindres carrés à partir des données correspondant aux limites supérieures ou inférieures. L'approximation des limites obtenues est représentée par les lignes pointillées de la figure 3.23. Par la suite, il est possible de déterminer la trajectoire des perturbations en soustrayant l'approximation de la limite aux données expérimentales correspondant à celles-ci. La trajectoire correspondant aux perturbations agissant sur la limite supérieure est présentée à la figure 3.24.

En connaissant la trajectoire des perturbations pour la limite supérieure et la limite inférieure, il est possible d'identifier ces perturbations. Une fonction par la sommation des sinus est utilisée pour l'estimation, puisque l'erreur est de nature périodique. L'équation de l'approximation des perturbations ( $T_{pert}$ ) est définie comme

$$T_{pert} = a_1 \sin(b_1\theta + c_1) + a_2 \sin(b_2\theta + c_2) + \dots + a_N \sin(b_N\theta + c_N), \quad (3.24)$$

où les termes  $a_1, b_1, c_1, \dots, a_N, b_N, c_N$  sont identifiés par la méthode des moindres carrés. Une sommation de sinus d'ordre 9 ( $N=9$ ) a été utilisée pour représenter la trajectoire des perturbations, tel que démontré à la figure 3.24. À titre de comparaison, la trajectoire des perturbations a également été identifiée avec une polynomiale de degré 9, ce qui représente le meilleur résultat obtenu avant que l'identification ne devienne instable. La comparaison entre les deux méthodes d'identification montre bien que l'approximation par la sommation des sinus est la meilleure des deux options.

Finalement, avec l'approximation des perturbations, il est possible de calculer les perturbations agissant sur toute la trajectoire et de les compenser. Le EJENL obtenu avec la compensation

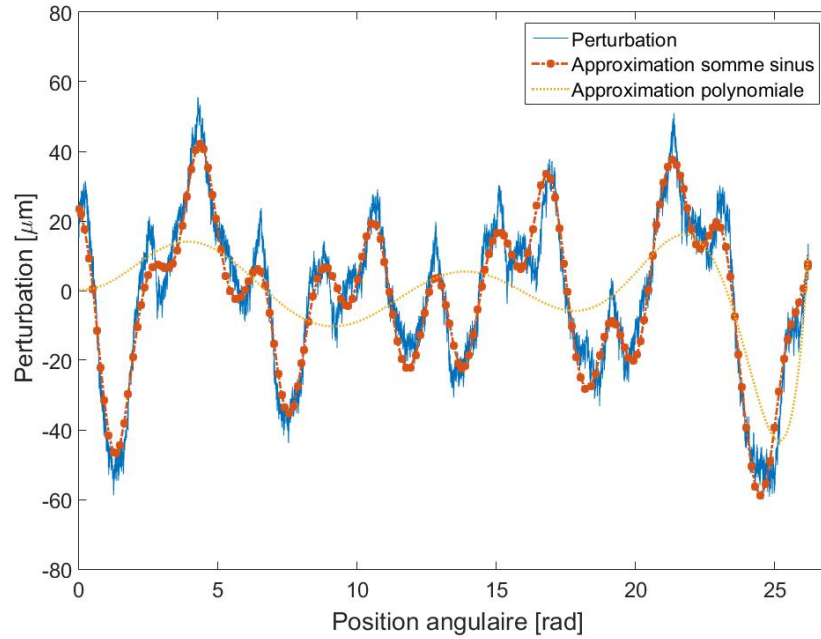


FIGURE 3.24 – Perturbations agissant sur la limite supérieure obtenue en soustrayant l’approximation de la limite aux données expérimentales.

des perturbations est présenté à la figure 3.25. Cette figure montre bien que les trajectoires obtenues sont plus lisses et plus facilement identifiables que les précédentes. La forme du EJENL avec compensation des perturbations est plus similaire au EJENL obtenu sur le banc d’essai, même si sur la figure 3.25 on peut remarquer qu’il semble y avoir plus de bruit. Une forme moins bruitée et similaire aux résultats recueillis sur le banc d’essai aurait été obtenue si les cellules de charge avaient été utilisées pour compenser l’étirement de la courroie. Ainsi, il aurait été possible d’identifier toutes les sections du EJENL expérimental de la même manière que pour le banc d’essai. A priori, il n’y a aucune raison apparente qui empêcherait la méthode développée de fonctionner sur un autre axe commercial similaire. La principale contrainte est d’avoir une règle optique suffisamment longue pour mesurer le déplacement réel du chariot sur l’ensemble de la plage de travail et ainsi mesurer complètement l’écart dû au jeu entre-dents.

### 3.9 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à l’étude du jeu entre-dents entre une poulie et une courroie crantée en plus du développement d’une nouvelle méthode de représentation et d’identification de celui-ci. La particularité de la représentation proposée réside dans l’inclusion des autres non-linéarités affectant le système global à la modélisation théorique du jeu entre-dents. Un autre aspect intéressant de la nouvelle représentation est le modèle mathématique qui le décrit. Ainsi, l’ensemble du modèle est représenté par des conditions booléennes, une fonction minimum et



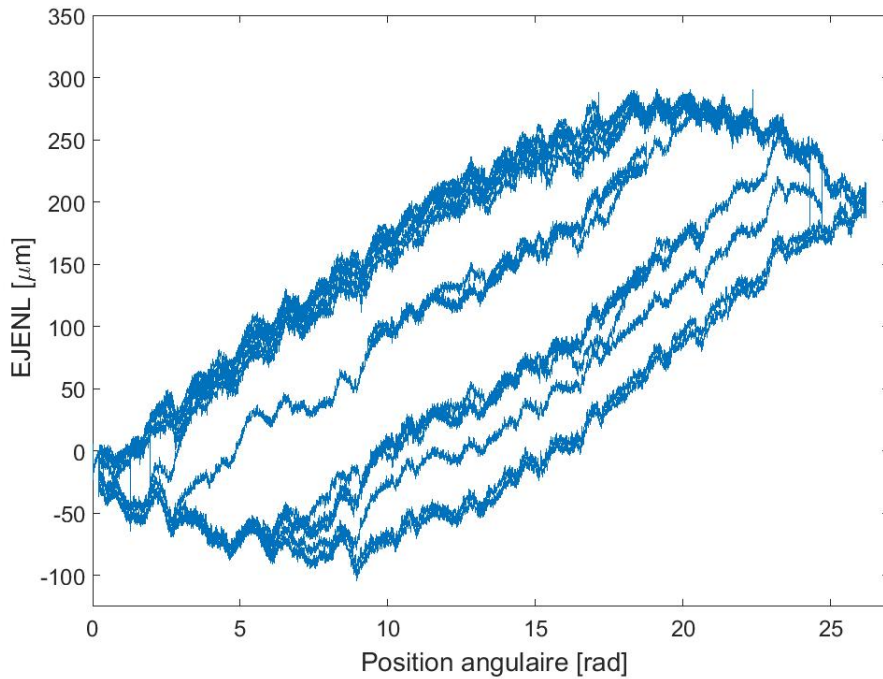


FIGURE 3.25 – Écart dû au jeu entre-dents (EJENL) expérimental obtenu sur l’axe linéaire commercial avec la correction des perturbations.

maximum et des équations polynomiales, ce qui permet également une identification et une implantation plus simple. Pour valider le modèle proposé, l’écart dû au jeu entre-dents et les autres non-linéarités, soit le EJENL, du banc d’essai ont été mesurés et identifiés avec succès lors d’un parcours quasi statique ce qui a permis de développer une fonction d’estimation du EJENL. Cette fonction a été validée en estimant le EJENL de différentes courbes quasi statiques et dynamiques avec une erreur rms respective de 8 et 12 microns. Ainsi, il a été confirmé que le modèle proposé permet de créer une fonction d’estimation du EJENL pouvant servir dans des applications dynamiques en temps réel. De plus, afin de déterminer que la nouvelle représentation du EJENL n’est pas unique au banc d’essai, le EJENL de la table de découpe acquise par Laserax et celui d’un axe commerciale entraîné par une courroie a été mesuré et analysé. Bien que les résultats obtenus avec la table de Laserax n’aient pas été concluants, la forme du EJENL d’un autre axe commercial a pu être déterminée et celle-ci est comparable au modèle développé, ce qui démontre le potentiel d’application aux autres systèmes entraînés par une courroie.

## Chapitre 4

# Modification des algorithmes de commande

Dans le chapitre deux, différents contrôleurs proposés dans la littérature pour la commande d'un système à joint flexible ont été implantés sur le banc d'essai. Les résultats obtenus ont permis premièrement de constater que le jeu entre-dents entre la poulie et la courroie affecte grandement la précision. De plus, il a été déterminé que l'utilisation d'un deuxième capteur situé après le joint flexible permet d'intégrer le caractère élastique de la courroie dans la commande afin d'améliorer davantage la précision. Ainsi, une solution simple pour améliorer les performances est d'ajouter un capteur permettant l'acquisition de la position du chariot directement. Cependant, ces capteurs sont dispendieux et ainsi l'objectif qui est d'améliorer la précision sans augmenter le coût du système de façon significative n'est pas atteint.

Les résultats obtenus ont permis d'élaborer une piste de solution pour améliorer la précision d'un axe entraîné par une courroie en respectant les critères de ce projet. Ainsi, l'ajout de deux cellules de charge reliant le chariot aux segments de courroie a permis de prendre en compte l'effet élastique de la courroie en estimant son élongation. Cependant, l'utilisation des cellules de charge seules ne permet pas de corriger l'effet du jeu entre-dents entre la poulie et la courroie. Par conséquent, une compensation de l'écart dû au jeu entre-dents a été développée dans le chapitre 3 en se basant sur une nouvelle méthode de représentation. Différents tests ont été effectués pour démontrer l'efficacité de cette méthode. En combinant l'élongation de la courroie avec la compensation de l'écart dû au jeu entre-dents, il est possible d'avoir un bon estimé de la position du chariot.

Cette méthode d'estimation de la position du chariot est implantée dans les algorithmes de commande par couple pré-calculé et en cascade afin d'améliorer leurs performances, tout en respectant les objectifs fixés. Les résultats obtenus sont présentés dans ce chapitre. Les performances des nouvelles versions de contrôleurs sont comparées aux résultats des premières versions pour quantifier l'amélioration réalisée.

## 4.1 Mise en contexte

Dans la première version des algorithmes de commande, présentée au chapitre 2, la structure de commande était la même que celle qui est proposée dans la littérature. Cependant, pour atteindre un intervalle d'erreur  $e_{99}$  sur le suivi de la trajectoire qui est inférieure à  $\pm 100$  microns sans l'ajout de capteurs dispenseux, l'utilisation du capteur linéaire n'est plus possible. Ainsi, dans la deuxième version des contrôleurs, la rétroaction directe de la position du chariot est remplacée par l'estimé de la position du chariot,  $\hat{x}_M$ , calculé à partir des mesures des deux cellules de charge et de la compensation de l'écart dû au jeu entre-dents et des autres non-linéarités (EJENL) c'est-à-dire,

$$\hat{x}_M = R\theta + C_{EJENL} + \Delta_{EC}, \quad (4.1)$$

où  $C_{EJENL}$  est la compensation du EJENL tandis que  $\Delta_{EC}$  est la compensation de l'élongation de la courroie telle que calculée par l'équation (3.9).

Les contrôleurs par couple pré-calculé et en cascade sont modifiés afin d'inclure l'estimation de la position du chariot via l'équation (4.1). Toutefois, le contrôleur PID n'est pas modifié pour ajouter les compensations du EJENL et de l'étirement de la courroie, car cet ajout aurait une influence minime comparée à l'ajout de l'anticipation du couple. La deuxième version des algorithmes de commande est implantée sur le banc d'essai et les résultats obtenus sont comparés aux performances des contrôleurs sans la compensation. La procédure des tests est la même que celle qui est présentée à la section 2.2. Le chariot doit suivre la trajectoire test aussi fidèlement que possible à l'aide de son contrôleur. La position du chariot ainsi que la position angulaire du moteur sont mesurées par leurs capteurs respectifs. L'erreur sur le suivi de trajectoire est calculée pour déterminer les performances des algorithmes et elle est représentée par la valeur maximale, la valeur rms de l'erreur ainsi que l'intervalle de l'erreur à 99%. Une comparaison des performances de tous les contrôleurs implantés sur le banc d'essai est présentée au tableau 4.1.

Les algorithmes de commande auraient pu être modifiés davantage pour inclure l'information des cellules de charge de façon plus significative. Cependant, en modifiant trop les algorithmes, leur complexité est augmentée et leur implantation est plus difficile. Également, puisque le signal des cellules de charge utilisées est très bruitées, une utilisation plus marquée de celles-ci dans le système pourrait augmenter les perturbations et diminuer les performances. Un filtre pourrait être appliqué sur la mesure de la tension lue par la cellule de charge, mais cela amènerait un retard sur la lecture et pourrait déstabiliser système. L'utilisation d'une simple compensation de l'élongation est donc suffisante pour prendre en compte le caractère élastique de la courroie et ainsi améliorer la précision.

## 4.2 Couple pré-calculé

Il a été observé dans la section 2.4 que l’erreur sur le suivi de trajectoire avec un contrôleur par couple pré-calculé avec une rétroaction sur l’encodeur du moteur est grandement influencée par le jeu entre-dents entre la poulie et la courroie. De plus, même avec une rétroaction sur la position directe du chariot, l’erreur est affectée par l’élasticité de la courroie. Or, en modifiant le contrôleur pour y ajouter une compensation du EJENL et de l’élongation de la courroie, comme présenté par le diagramme bloc à la figure 4.1, les performances du contrôleur devraient moins être affectées par ces perturbations. Cette nouvelle version du contrôleur, notée  $CPM_{V2}$ , utilise l’information de l’encodeur moteur, des cellules de charge et la compensation du EJENL pour estimer la position du chariot. Cette position estimée est ensuite comparée à la position désirée pour calculer le couple à appliquer au moteur.

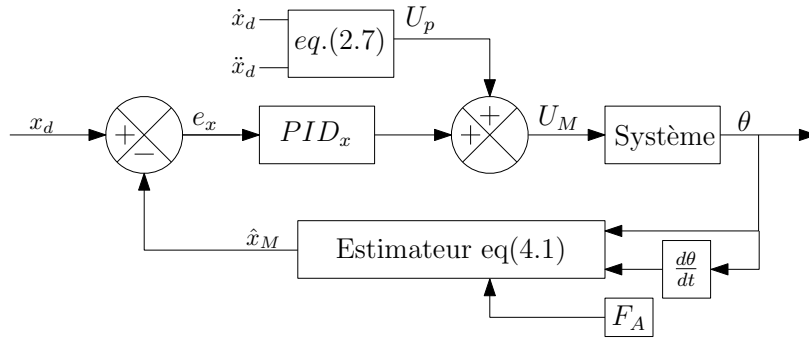


FIGURE 4.1 – Diagramme bloc du contrôleur par couple pré-calculé  $CPM_{V2}$  avec la compensation de l’écart dû au jeu entre-dents et des autres non-linéarités (EJENL).

La figure 4.2 montre l’erreur sur le suivi de trajectoire avec le contrôleur par couple pré-calculé  $CPM_{V2}$  qui utilise la compensation du EJENL et de l’étirement de la courroie. L’erreur sur le suivi de trajectoire présente un intervalle  $e_{99}$  de  $22 \pm 125$  microns et une valeur maximale de 210 microns. L’ajout de la compensation du EJENL et de l’élongation de la courroie au contrôleur par couple pré-calculé améliore l’estimation de la position du chariot et permet une diminution de l’erreur d’environ 55%, en comparaison avec le contrôleur sans compensation qui présente un intervalle  $e_{99}$  de  $60 \pm 220$  microns. De plus, le coût du contrôleur a augmenté de 100\$, soit le coût correspondant aux deux cellules de charge et à l’amplificateur utilisés. Il est également possible de remarquer à la figure 4.3 que la densité de probabilité de l’erreur est plus similaire à la loi normale. Il n’y a plus de pic de densité comme avec le contrôleur  $CPM_{V1}$ . Cependant, la figure 4.2 montre que malgré une bonne estimation de la position du chariot, illustré par la courbe en rouge, l’erreur sur le suivi de trajectoire obtenue avec le contrôleur par couple pré-calculé  $CPM_{V2}$  est non-négligeable.

L’erreur sur le suivi de trajectoire avec le contrôleur par couple pré-calculé est principalement

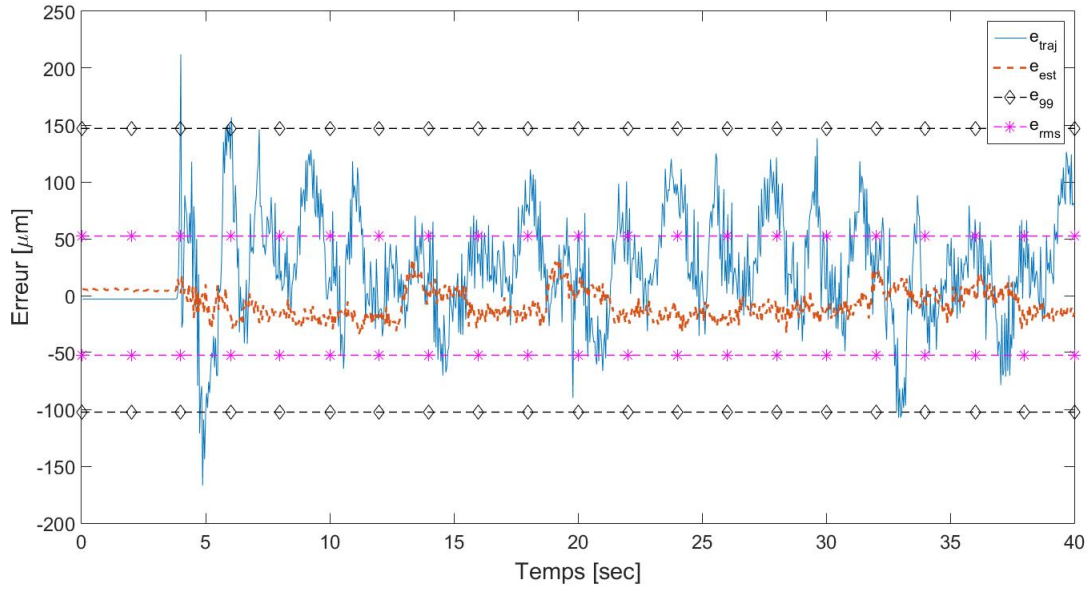


FIGURE 4.2 – Illustration de l’erreur sur le suivi de trajectoire ( $e_{traj}$ ) lors du test avec le contrôleur par couple pré-calculé  $V_2$  qui compense le EJENL. L’erreur sur l’estimation de la position ( $e_{est}$ ) et l’intervalle d’erreur à 99% ( $e_{99}$ ) sont ajoutés pour améliorer la compréhension.

causée par la capacité du contrôleur à suivre la trajectoire et la précision de l’estimation de la position chariot. La capacité du contrôleur à suivre la trajectoire dépend des gains que l’on définit au contrôleur, aux bruits dans le système et de la structure de commande. Entre les deux versions du contrôleur,  $CPM_{V1}$  et  $CPM_{V2}$ , ces paramètres sont globalement similaires. Cependant, la précision sur l’estimation de la position du chariot varie grandement entre les deux versions du contrôleur. Dans la version  $CPM_{V1}$ , l’erreur d’estimation varie entre -100 et 250 microns et dans la version  $CPM_{V2}$ , l’erreur sur l’estimation de la position du chariot est d’environ  $\pm 30$  microns. Connaissant l’erreur sur l’estimation de la position du chariot de chaque version, il est possible de la soustraire de l’erreur sur le suivi de trajectoire associé. Il est donc possible de déterminer l’erreur  $e_{cV1}$  et  $e_{cV2}$  spécifique à la performance interne des deux versions de contrôleur. Ces erreurs sont définies comme

$$e_{cV1} = e_{tV1} - e_{estV1} \quad (4.2)$$

$$e_{cV2} = e_{tV2} - e_{estV2}, \quad (4.3)$$

où  $e_{tV1}$  et  $e_{tV2}$  sont respectivement les erreurs sur le suivi de trajectoire des deux versions et  $e_{estV1}$  et  $e_{estV2}$  sont les erreurs sur l’estimation de la position du chariot des contrôleurs  $CPM_{V1}$  et  $CPM_{V2}$ . La figure 4.4 représente l’erreur liée au contrôleur des deux versions et il est possible de constater que celles-ci sont semblables. De plus, il est possible de constater que

l'erreur  $e_{cV2}$  est similaire à l'erreur sur le suivi de trajectoire présenté à la figure 4.2. Ainsi, l'erreur sur l'estimation de la position du chariot n'aurait plus d'effet marqué sur l'erreur du suivi de trajectoire pour la version  $CPM_{V2}$  et cette erreur serait principalement causée par les performances internes du contrôleur. À l'opposée, dans la première version,  $CPM_{V1}$ , l'erreur serait causée par l'estimation de la position du chariot et les performances du contrôleur.

Les performances du contrôleur pourraient être améliorées davantage avec une meilleure identification du système pour ainsi avoir une meilleure anticipation du couple que doit fournir le moteur. Malgré tout, les performances obtenues avec ce contrôleur ne sont pas suffisantes pour atteindre l'objectif d'un intervalle  $e_{99}$  inférieur à  $\pm 100$  microns.

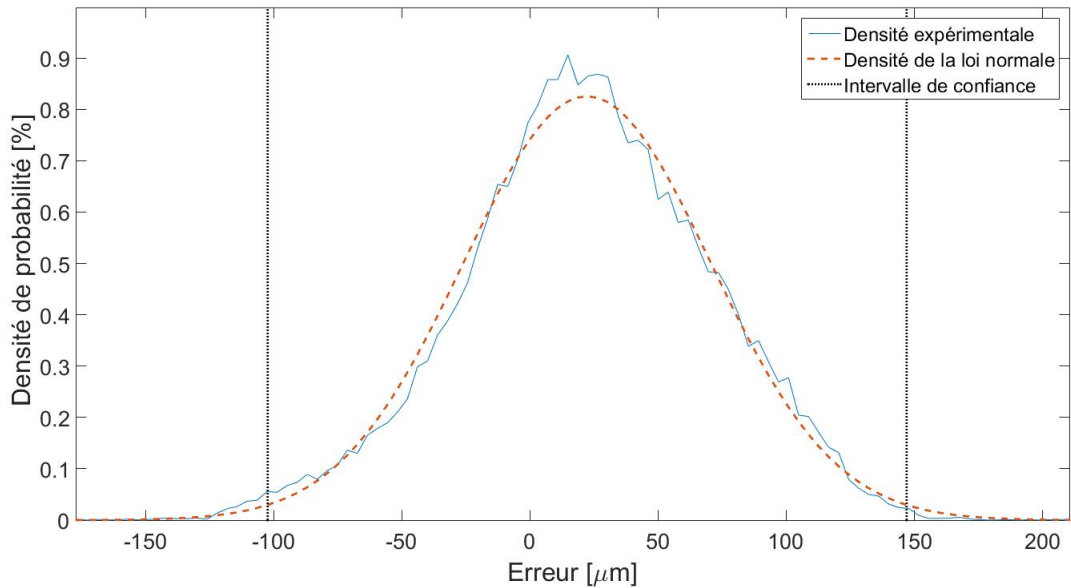


FIGURE 4.3 – Illustration de la densité de l'erreur sur le suivi de trajectoire avec le contrôleur par couple précalculé  $CPM_{V2}$ .

### 4.3 Cascade

Il a été démontré dans la section 2.5 que le contrôleur cascade  $CS_{V1}$  offre de bonnes performances en utilisant à la fois les mesures du capteur optique fixé sur le chariot et celles de l'encodeur du moteur. Ces deux capteurs mesurent l'information sur l'état du système avant et après le joint flexible. Avec ces deux capteurs, le contrôleur peut inclure l'effet du joint flexible et également corriger le EJENL afin d'atteindre un intervalle d'erreur  $e_{99}$  de  $\pm 38$  microns. Cependant, pour atteindre une précision de  $\pm 100$  microns sans ajouter de capteur dispendieux autre que l'encodeur du moteur, dans la seconde version du contrôleur cascade, notée  $CS_{V2}$ , les mesures du capteur optique fixé au chariot sont remplacées par l'estimé de la

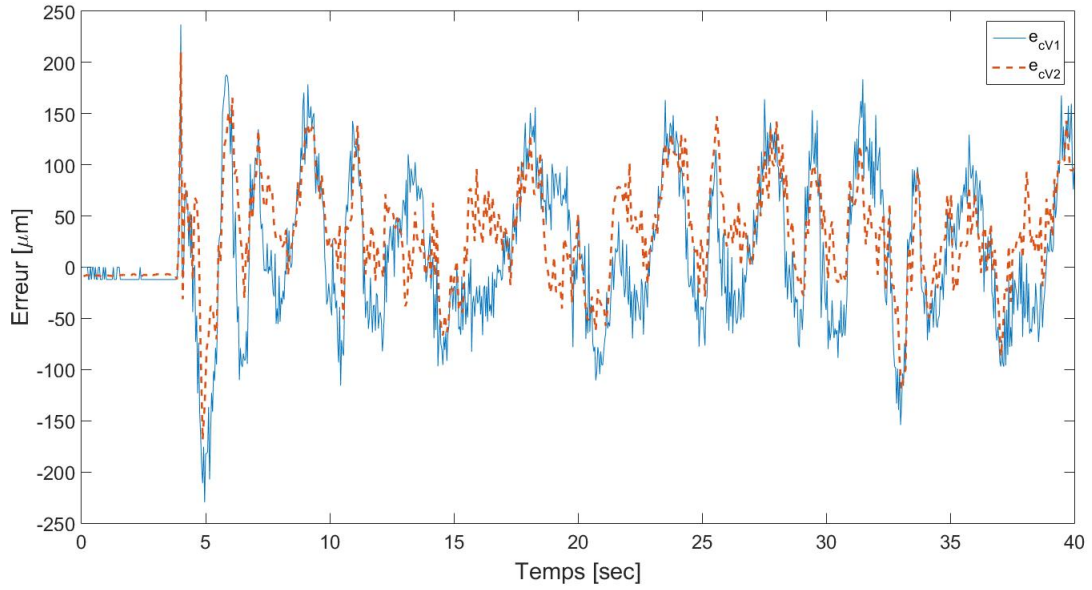


FIGURE 4.4 – Illustration de l’erreur du contrôleur V1,  $e_{cV1}$ , et de l’erreur sur le suivi de trajectoire du contrôleur V2,  $e_{tV2}$ .

position de celui-ci, calculé avec l’équation (4.1). Les cellules de charge et la compensation du EJENL permettent d’obtenir directement l’état du joint flexible et ainsi, toutes les informations nécessaires au bon fonctionnement du contrôleur en cascade sont présentes. Les lois de commande restent les mêmes que celles qui sont présentées à la section 2.5. Seule la boucle de rétroaction change, comme le montre le diagramme bloc à la figure 4.5, pour intégrer l’estimé de la position du chariot.

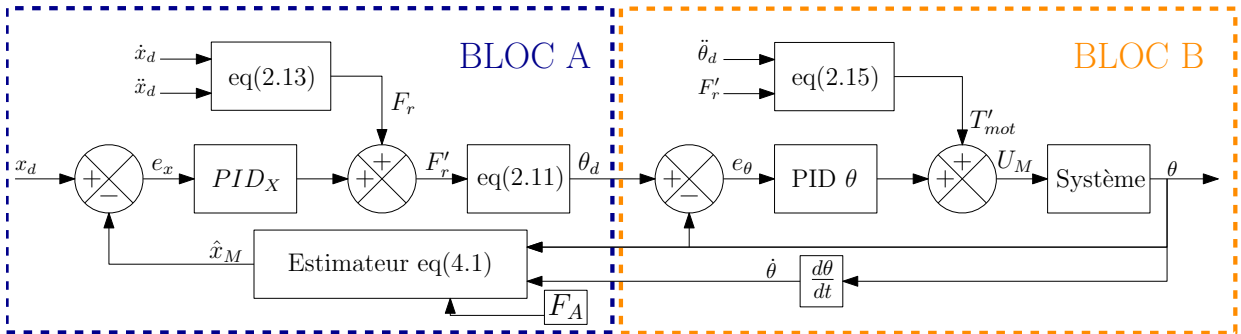


FIGURE 4.5 – Diagramme bloc de la version  $CS_{V2}$  du contrôleur en cascade avec la compensation du EJENL et de l’elongation de la courroie.

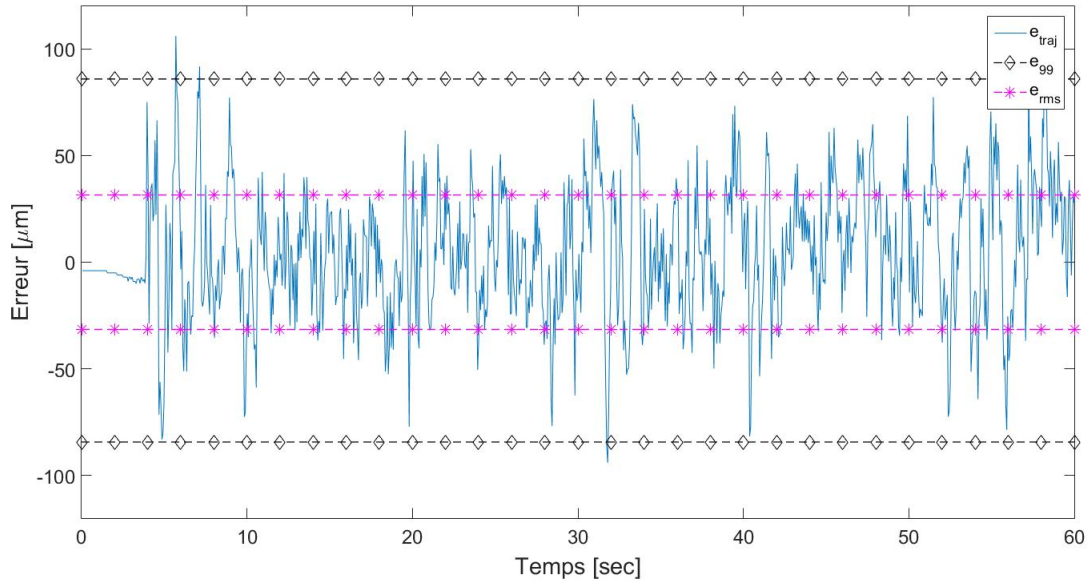


FIGURE 4.6 – Illustration de l’erreur sur le suivi de trajectoire ( $e_{traj}$ ) lors du test avec le contrôleur en cascade  $CS_{V2}$  qui utilise la compensation du EJENL et des non-linéarités. L’intervalle d’erreur à 99% ( $e_{99}$ ) est ajouté pour améliorer la compréhension.

La figure 4.6 montre l’erreur sur la trajectoire du contrôleur en cascade  $CS_{V2}$ . L’erreur maximale est de 105 microns et l’intervalle  $e_{99}$  est d’environ  $\pm 85$  microns. Il est ainsi possible d’affirmer que l’objectif est atteint, puisque l’intervalle  $e_{99}$  est inférieur à  $\pm 100$  microns et que le contrôleur n’utilise pas de capteur dispendieux autre que l’encodeur du moteur. La version  $CS_{V2}$  a un coût associé au capteur d’environ 240\$ tandis que la version  $CS_{V1}$  a un coût d’environ 1425\$. Il est également possible de voir avec la figure 4.7 que la distribution de densité de l’erreur est presque identique à la courbe normale. Toutefois, l’erreur est deux fois plus grande que celle de la première version du contrôleur, qui était de  $\pm 38$  microns en utilisant l’encodeur optique fixé au chariot. Cette erreur est principalement due au fait que la position du chariot est maintenant estimée par l’encodeur moteur, les cellules de charge et la compensation du EJENL. Comme démontré dans la section 3.6, l’erreur sur l’estimé de la position du chariot atteint des maximums à 40 microns. Il est donc évident qu’il est peu probable d’atteindre une erreur sur le suivi de trajectoire inférieure à 40 microns.

De plus, comme il a été mentionné dans la section 1.1, l’encodeur rotatif lié à la poulie a une résolution équivalente à 12 microns, tandis que le capteur optique linéaire a une résolution de 5 microns. En utilisant l’estimé de la position du chariot avec une résolution plus faible, le bruit de dérive est plus grand et le gain  $K_d$  du contrôleur doit être réduit, ce qui diminue par le fait même les performances du contrôleur.



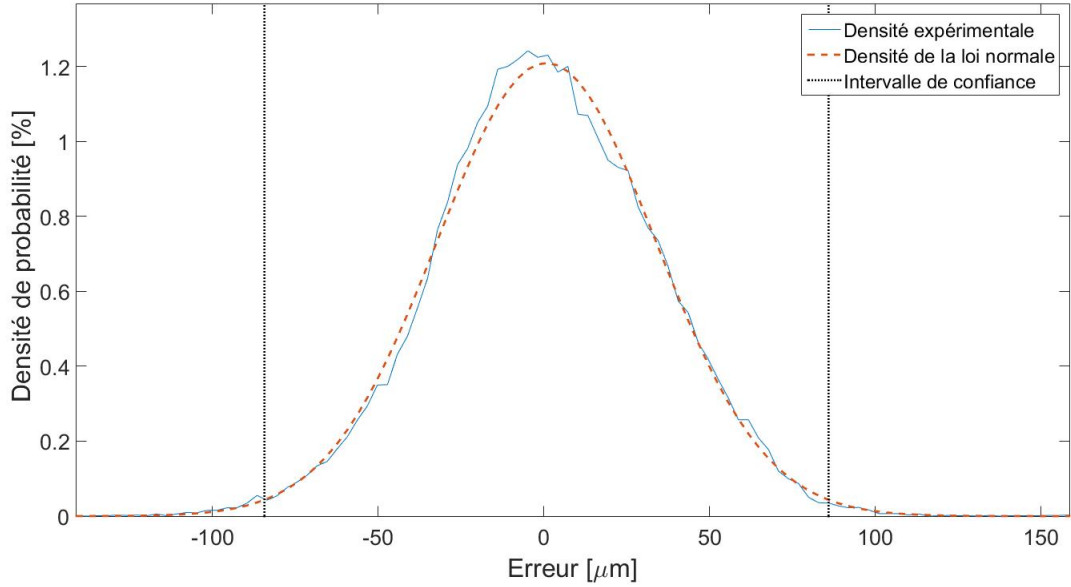


FIGURE 4.7 – Illustration de la densité de l’erreur sur le suivi de trajectoire avec le contrôleur en cascade  $CS_{V2}$ .

#### 4.4 Analyse et conclusion

Dans ce chapitre, la compensation du EJENL et de l’élongation de la courroie ont été ajoutées aux algorithmes de commande présentés dans le chapitre 2, afin d’améliorer leurs performances et d’atteindre l’objectif qui est d’avoir un intervalle d’erreur  $e_{99}$  inférieur à  $\pm 100$  microns sans l’ajout de capteurs dispendieux autres que l’encodeur du moteur. Les deux contrôleurs modifiés ont été implantés à nouveau sur le banc d’essai pour pouvoir comparer leurs performances avec et sans la compensation du EJENL et de l’élongation de la courroie. Le tableau 4.1 présente un résumé des résultats obtenus. L’erreur sur le suivi de trajectoire est représentée à l’aide de la valeur maximale de l’erreur, la valeur rms et l’intervalle d’erreur à 99% soit  $e_{99}$ . L’écart  $e_{99}$  représente l’intervalle dans lequel l’erreur se trouve 99% du temps avec l’hypothèse qu’elle suit une distribution normale.

Le premier contrôleur implanté était le contrôleur par couple pré-calculé avec une rétroaction sur la position angulaire du moteur. Dans la première version du contrôleur, soit  $CPM_{V1}$ , la position du chariot était estimée uniquement par l’encodeur du moteur, ce qui introduisait une grande erreur. Dans la seconde version,  $CPM_{V2}$ , présentée dans ce chapitre, la position du chariot est encore estimée avec l’encodeur du moteur, mais la compensation du EJENL et de l’étirement est ajoutée afin d’améliorer la précision sur l’estimé de la position du chariot. Comme présenté dans le tableau 4.1, l’erreur sur le suivi de trajectoire pour la version  $CPM_{V2}$  diminue d’environ la moitié puisque la position du chariot est mieux estimée. L’erreur restante est due aux performances internes du contrôleur et pourrait être améliorée avec une meilleure

identification des paramètres du système. Il est également possible de voir que la moyenne de l'intervalle  $e_{99}$  n'est pas nulle pour les deux versions. Cela indique qu'il y a un facteur non aléatoire qui vient perturber l'erreur. Ce facteur est plus grand dans la version  $CPM_{V1}$  que dans la version  $CPM_{V2}$  puisque la moyenne de l'erreur  $y$  est plus grande. Malgré tout, les performances du contrôleur n'atteignent pas l'objectif fixé puisque l'intervalle  $e_{99}$  est supérieur à  $\pm 100$  microns.

Le deuxième contrôleur implanté sur le banc d'essai était le contrôleur en cascade. La première version présentée dans le chapitre deux,  $CS_{V1}$ , utilisait la mesure de l'encodeur linéaire fixé sur le chariot en plus de celle de l'encodeur rotatif lié au moteur pour inclure l'effet élastique de la courroie et atteindre de meilleures performances. Toutefois, cette première version ne respectait pas les objectifs fixés puisqu'elle nécessitait l'ajout d'un capteur dispendieux. Dans la seconde version du contrôleur,  $CS_{V2}$ , le capteur optique fixé sur le chariot est remplacé par l'encodeur du moteur ainsi que la compensation du EJENL et de l'élongation de la courroie. Les résultats obtenus, présentés dans le tableau 4.1, permettent de voir que l'erreur a doublé, mais que l'objectif est atteint. L'erreur de la version  $CS_{V2}$  est supérieure à celle de la première version en raison du remplacement du capteur optique. L'estimation faite par l'encodeur du moteur et les compensations est moins précise et a une moins bonne résolution que le capteur optique linéaire, ce qui cause une diminution de la performance. De plus, le coût de la version  $CS_{V2}$  est nettement inférieur à celui de la version  $CS_{V1}$  puisqu'elle n'utilise pas le capteur linéaire optique fixé au chariot. Il est également intéressant de constater que le contrôleur cascade  $CS_{V2}$  est plus précis et moins cher que le contrôleur par couple pré-calculé  $CPC_{V1}$  avec une rétroaction sur la position directe du chariot. Même si le contrôleur  $CPC_{V1}$  utilise un capteur de haute précision pour mesurer la position du chariot, il n'inclut pas l'effet de la courroie dans le contrôleur et induit une erreur. Cela démontre donc l'utilité du contrôleur cascade pour le contrôle de système à joint flexible.

Finalement, il est possible de conclure que le capteur optique dispendieux qui mesure directement la position du chariot peut être remplacé par l'encodeur du moteur, une compensation du EJENL et une compensation de l'élongation de la courroie via l'acquisition de la tension dans la courroie par deux cellules de charge, ce qui résulte en une solution technologiquement moins dispendieuse. L'utilisation des cellules de charge permet d'inclure le caractère élastique de la courroie dans les contrôleurs et avec la compensation du EJENL, corrige les autres erreurs de transmission.

TABLE 4.1 – Tableau résumant les performances des contrôleurs implantés sur le banc d’essai.

Contrôleur	PID	Couple pré-calculé			Cascade	
Version	$PID_{V1}$	$CPM_{V1}$	$CPM_{V2}$	$CPC_{V1}$	$CS_{V1}$	$CS_{V2}$
$e_{99}$ [ $\mu\text{m}$ ]	N.D.	$60\pm 220$	$22\pm 125$	$8\pm 97$	$\pm 38$	$\pm 85$
$e_{rms}$ [ $\mu\text{m}$ ]	440	105	52	38	15	31
$e_{max}$ [ $\mu\text{m}$ ]	1000	280	210	180	65	105
Rétroactions et compensations	Moteur	Moteur	Moteur C.d.C* $C_{EJENL}$	Chariot	Chariot, moteur	Moteur, C.d.C* $C_{EJENL}$
Indice de coût	225\$	225\$	325\$	1200\$	1425\$	325\$
Atteinte objectif	non	non	non	non	non	oui

\*Note : Le terme C.d.C est l’abréviation pour Cellule de charge.

# Conclusion

Ce mémoire a présenté les travaux effectués pour améliorer la précision d'un axe linéaire entraîné par une courroie en partenariat avec la compagnie québécoise Laserax. Cette compagnie spécialisée dans les procédés laser industriels voulait étendre son champ d'activités vers la découpe au laser de plaques métalliques minces. Cependant, la table de découpe laser acquise par la compagnie a une précision de base estimée à 800 microns ce qui est loin de la précision nécessaire de  $\pm 100$  microns afin d'être compétitive dans le marché actuel. Laserax a donc lancé le projet d'améliorer la précision de leur table de découpe sans augmenter le coût global de la table. L'objectif fixé était d'atteindre une précision de  $\pm 100$  microns en modifiant les algorithmes de commande sans ajouter de capteurs dispendieux autres que les encodeurs des moteurs.

Dans le premier chapitre, le banc d'essais développé pour étudier le comportement d'un système actionné par courroie a été décrit. Les premiers tests n'ont pas été effectués sur la table de découpe acquise par la compagnie puisque celle-ci n'était pas disponible. Le banc d'essais conçu est similaire à tout autre système linéaire en translation actionné par courroie. Cependant, différents capteurs ont été ajoutés, notamment un encodeur rotatif fixé au moteur, un capteur optique linéaire de haute précision fixé au chariot et deux cellules de charge reliant le chariot aux extrémités de la courroie. Les équations du système ainsi que les différentes simplifications mathématiques ont été décrites par la suite. Les termes représentant la masse du chariot, la friction du système et la raideur de la courroie dans les équations ont été identifiés avec la méthode des moindres carrés simple ou non-linéaire.

Dans le deuxième chapitre, différents algorithmes de contrôles proposés dans la littérature pour des systèmes à joints flexibles ont été implantés sur le banc d'essai afin d'évaluer les avantages et les inconvénients de chacun. Pour déterminer la performance de chaque contrôleur et pour les comparer entre eux, l'erreur sur le suivi d'une trajectoire a été déterminée. Les contrôleurs PID, par couple pré-calculé et en cascade ont été implantés. Cela a permis de constater que lorsque seul l'encodeur du moteur est utilisé pour estimer la position du chariot, l'erreur sur le suivi de trajectoire est grandement affectée par l'étirement de la courroie et le jeu entre-dents

entre la poulie et la courroie. De plus, l'implantation du contrôleur en cascade a permis de démontrer que pour atteindre une bonne précision, il est nécessaire d'avoir un capteur avant et après la courroie afin d'inclure son effet élastique dans le contrôleur. La première version du contrôleur en cascade implantée utilisait un encodeur linéaire optique fixé sur le chariot ce qui va à l'encontre de l'objectif de ne pas ajouter de capteur dispendieux autre que l'encodeur du moteur. Par la suite, une piste de solution pour l'atteinte de l'objectif a été élaborée. Celle-ci visait à remplacer la rétroaction du capteur optique dans les contrôleurs par l'utilisation de deux cellules de charge et une fonction d'estimation de l'écart dû au jeu entre-dents. Les deux cellules de charge permettent d'acquérir la tension dans les segments de courroie et d'inclure l'effet élastique de celle-ci dans les contrôleurs. Toutefois, puisque les cellules de charges seules ne peuvent compenser directement cet écart entre la poulie et la courroie, une fonction d'estimation du jeu entre-dents a été mise au point.

La troisième section de ce mémoire portait sur l'identification de l'écart dû au jeu entre-dents entre la poulie et la courroie combinée avec les non-linéarités du système soit, le EJENL (Écart dû au Jeu Entre-dents et Non-Linéarités) afin de créer une fonction d'estimation du EJENL. Une première explication de l'origine du jeu entre-dents ainsi qu'une nouvelle méthode de représentation et d'identification du EJENL théorique ont été présentées. Ce nouveau modèle est ensuite validé en mesurant expérimentalement le EJENL du banc d'essai. Par la suite, le EJENL du banc d'essai a pu être identifié selon les équations établies. Avec ces résultats, une fonction d'estimation du EJENL a été conçue et validée sur différentes trajectoires quasi statiques et dynamiques. De plus, avec l'ajout des cellules de charge, une nouvelle relation entre la tension de la courroie et le rayon effectif de la poulie a pu être déterminée. Plus la tension dans la courroie est grande, plus la courroie est compressée sur la poulie et plus le rayon effectif diminue. Le EJENL de la table acquise par Laserax a également été analysé. Cependant, puisque la bande optique était trop courte, les résultats obtenus n'ont permis d'identifier que partiellement ce EJENL sans valider la fonction de compensation. Finalement, pour pallier ce problème, le EJENL d'un axe commercial entraîné par une courroie a été caractérisé. Cela a permis de démontrer que le modèle développé peut être adapté à d'autres systèmes entraînés par courroie crantée.

Pour terminer, dans le quatrième chapitre, la fonction d'estimation du EJENL et la compensation de l'élongation de la courroie ont été ajoutées aux algorithmes de commande précédents afin d'améliorer leur précision ou diminuer leurs coûts pour atteindre l'objectif fixé, qui était d'avoir une précision inférieure à  $\pm 100$  microns sans ajouter de capteur dispendieux autre que l'encodeur du moteur. Dans le contrôleur par couple pré-calculé, la fonction de compensation a permis d'améliorer l'estimation de la position du chariot et ainsi de diminuer l'erreur de moitié. Celle-ci est passée de  $60 \pm 220$  microns pour la première version à  $22 \pm 125$  microns pour

la deuxième version. Dans le contrôleur cascade, le capteur optique linéaire a été remplacé par l'estimé de la position du chariot obtenu avec l'encodeur du moteur et la fonction de compensation. L'erreur obtenue sur le suivi de trajectoire de ce contrôleur est le double de celle obtenue avec la première version du contrôleur. Dans la version  $CS_{V1}$  l'erreur était de  $\pm 38$  microns alors que dans la version  $CS_{V2}$  l'erreur était de  $\pm 85$  microns. Toutefois, la version  $CS_{V2}$  n'utilise pas de capteur dispendieux et par conséquent, l'objectif du projet est atteint.

En conclusion, ces travaux ont démontré qu'il est possible d'améliorer la précision d'un axe linéaire entraîné par une courroie en ayant une bonne connaissance du jeu entre-dents entre la poulie et la courroie et en ajoutant deux cellules de charge qui permettent d'acquérir la tension dans les segments de courroie. Ces cellules de charge permettent de connaître l'état de la courroie et d'inclure l'effet élastique de celle-ci dans les contrôleurs, tandis que la fonction d'estimation du EJENL permet de compenser les erreurs de transmission. Cette méthode est une bonne alternative aux capteurs dispendieux mesurant directement la position du chariot et n'augmente pas significativement le coût du système.

## Améliorations futures

Les résultats présentés dans ce mémoire démontrent qu'il est possible d'améliorer la précision d'un axe linéaire entraîné par une courroie en ayant une bonne connaissance du jeu entre-dents et de la tension dans les segments de courroie. Cependant, la précision des contrôleurs pourrait être améliorée davantage par quelques ajouts et la compensation pourrait même être étendue à d'autres systèmes à courroie.

Premièrement, les performances du contrôleur sont liées à la précision d'estimation du EJENL. Or, plusieurs améliorations sont envisageables pour améliorer le calcul du EJENL. Tout d'abord, dans ce mémoire, le EJENL a été identifié avec une seule série de données et l'estimation du EJENL était souvent décalée par rapport à l'identification comme présenté à la section 3.6. Ainsi, en augmentant le nombre de séries de données pour l'identification, celle-ci serait plus représentative et l'erreur obtenue diminuerait probablement. Également, l'estimé du EJENL lors des trajectoires dynamiques est moins précise que lors des trajectoires quasi statiques. Une étude pourrait être menée pour avoir une meilleure compréhension des effets dynamiques de la courroie et déterminer la cause du manque de précision lorsque les trajectoires sont dynamiques.

Deuxièmement, l'approximation de la position du chariot pourrait être améliorée par l'ajout et la fusion d'autres capteurs non dispendieux. Par exemple, un capteur optique fixé au-dessus de la poulie menante, comme illustrée à la figure 4.8, pourrait mesurer le déplacement de

la courroie directement sans être affecté par le jeu entre-dents poulie-courroie. Un capteur optique du même type que ceux qui sont présents, par exemple, dans les souris laser pour ordinateur, pourrait être utilisé. Le déplacement de la courroie serait alors mesuré comme le déplacement de la souris sur une table. En fusionnant les données provenant de ce capteur aux autres données, la position du chariot pourrait être estimée avec une meilleure précision.

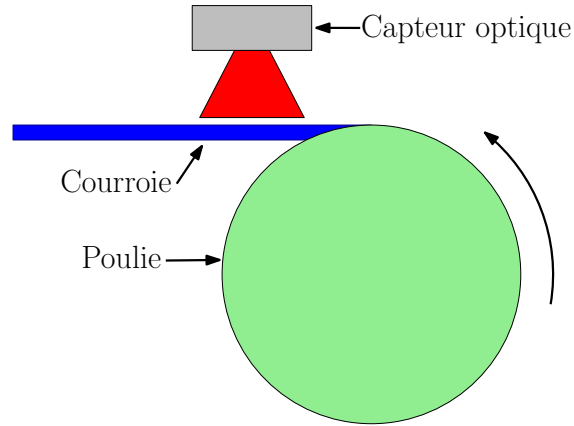


FIGURE 4.8 – Illustration de l’implantation d’un capteur laser au-dessus de la poulie menante.

Finalement, ce concept d’estimation de la position du chariot avec la compensation du EJENL et de l’élongation de la courroie pourrait être adapté à différentes architectures de systèmes entraînés par une courroie. Ainsi, ce concept pourrait être adapté et intégré à une architecture parallèle pour une table de positionnement entraînée par une courroie, comme celle qui est présentée à la figure 4.9 (Sollomann et collab., 2010) ou pour des architectures plus complexes comme celles présentées par Laliberté et collab. (2010). L’ajout de la compensation du EJENL et de l’élongation de la courroie peut être grandement utile dans ce genre d’architecture, puisqu’il est plus difficile d’ajouter un système mesurant directement la position du chariot. De plus, dans une telle architecture, la courroie est plus longue et ainsi son élongation sous les couples d’actionnement est plus importante, rendant sa compensation d’autant plus nécessaire.

En somme, cette nouvelle méthode peut être optimisée pour permettre de meilleures performances et pour être implantée dans plusieurs systèmes commerciaux. Bien que ce travail ait été réalisé avec un banc d’essai linéaire entraîné par une courroie, les conclusions de celui-ci peuvent être appliquées à d’autres systèmes entraînés par une courroie ou à d’autres systèmes à joints flexibles tels que des robots.

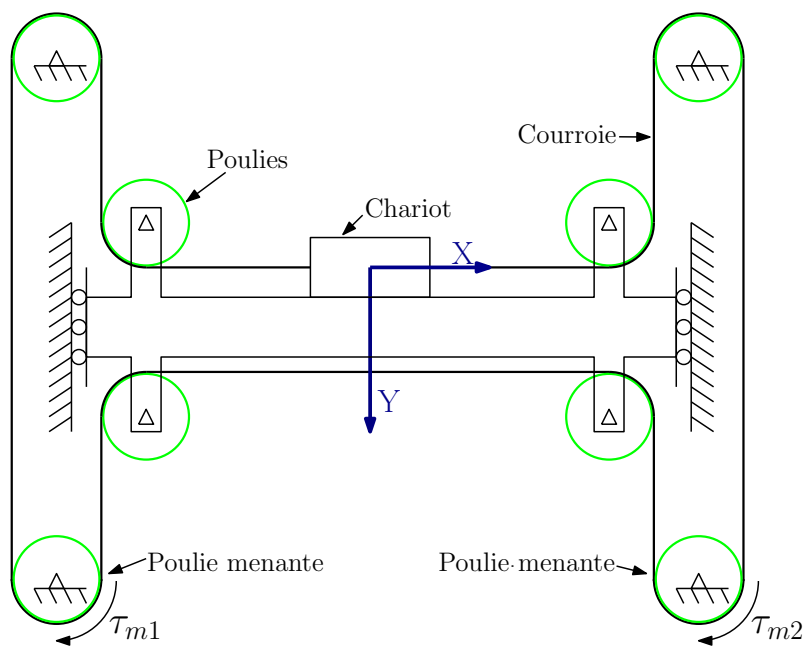


FIGURE 4.9 – Exemple d'architecture parallèle pour un déplacement XY.



## Annexe A

# Information sur les courroies utilisées

## SPECIFICATION CHART

NOTE:  
Additional information and calculation examples see: FAQ at [www.brecoflex.com](http://www.brecoflex.com)

		Pitch (mm)	Code	Ultimate Tensile Strength (N/10mm)	Maximum Allowable Tensile Strength (N/10mm)	Specific Belt Stiffness Steel reinforced (N/10mm belt width)	Specific Belt Stiffness Kevlar reinforced (N/10mm belt width)	Specific Belt Mass (per 10 mm belt width, steel reinforced) (kg/m)
T-Series	T2	2	M	360	90	—	$1.34 \times 10^6$	0.012
			V	—	—	—	—	
			BFX	500	125	$3.13 \times 10^6$	$1.87 \times 10^6$	
	T2.5	2.5	M	392	98	$2.45 \times 10^6$	—	0.017
			V	—	49	—	—	
	T5	5	M	1344	336	$8.40 \times 10^6$	$5.01 \times 10^6$	0.021
			V	—	168	—	—	
	T10	10	M	3520	880	$2.20 \times 10^6$	$1.31 \times 10^6$	0.045
			V	—	440	—	—	
	T20	20	M	5600	1400	$3.50 \times 10^6$	$2.09 \times 10^6$	0.074
V			—	700	—	—		
AT-Series	AT3	3	M	1600	400	$1.00 \times 10^6$	—	0.022
			V	—	200	—	—	
			BFX	1760	440	$1.10 \times 10^6$	$6.57 \times 10^6$	
	AT5	5	M	2800	700	$1.75 \times 10^6$	$1.04 \times 10^6$	0.033
			V	—	318	—	—	
			BFX	3444	861	$2.15 \times 10^6$	$1.29 \times 10^6$	
	AT10	10	M	6800	1700	$4.25 \times 10^6$	$2.54 \times 10^6$	0.058
			V	—	850	—	—	
	AT20	20	M	8960	2240	$5.60 \times 10^6$	$3.34 \times 10^6$	0.096
			V	—	1066	—	—	
REFLEX	AT3 REDFLEX GEN III	3	M	—	—	—	—	0.026
			V	—	—	—	—	
			BFX	2600	650	$1.63 \times 10^6$	—	

**BRECOflex CO., L.L.C.** Toll Free: 1-888-463-1400 • Fax: 732-542-6725 • Website: [www.brecoflex.com](http://www.brecoflex.com)

136

FIGURE 1.1 – Données fournies par le fabricant de courroies Brocoflex en lien avec la courroie utilisée dans le banc d'essais.

# POLYURETHANE TIMING BELTS

## SPECIFICATION CHART

NOTE:  
Additional information and  
calculation examples see:  
FAQ at [www.brecoflex.com](http://www.brecoflex.com)

		Pitch (mm)	Code	Ultimate Tensile Strength (per 10 mm belt width) (N/10mm)	Maximum Allowable Tensile Strength (per 10 mm belt width) (N/10mm)	Specific Belt Stiffness Steel reinforced (N/10mm belt width)	Specific Belt Stiffness Kevlar reinforced (N/10mm belt width)	Specific Belt Mass (per 10 mm belt width, steel reinforced) (kg/m)
HTD-Series	HTD 5M HP	5	M	2600	650	$1.63 \times 10^6$	—	0.041
			V	—	—	—	—	
			BFX	—	—	—	—	
	HTD 5M HF	5	M	1200	300	$7.50 \times 10^4$	—	0.034
			V	—	150	—	—	
			BFX	—	—	—	—	
	HTD 8M HP	8	M	4800	1200	$3.05 \times 10^6$	—	0.063
			V	—	—	—	—	
			BFX	—	—	—	—	
	HTD 8M HF	8	M	2600	650	$1.63 \times 10^6$	—	0.054
			V	—	325	—	—	
			BFX	—	—	—	—	
HTD 8M	8	M	—	—	—	—	0.058	
		V	—	—	—	—		
		BFX	3120	780	$1.95 \times 10^6$	—		
HTD 14M HP	14	M	8400	2100	$5.25 \times 10^6$	—	0.113	
		V	—	—	—	—		
		BFX	—	—	—	—		
HTD 14M HF	14	M	4800	1200	$3.05 \times 10^6$	—	0.104	
		V	—	—	—	—		
		BFX	—	—	—	—		
STD-Series	STD S5M HP	5	M	2600	650	$1.63 \times 10^6$	—	0.039
			V	—	—	—	—	
			BFX	—	—	—	—	
	STD S5M HF	5	M	1200	300	$7.50 \times 10^4$	—	0.032
			V	—	—	—	—	
			BFX	—	—	—	—	
	STD S8M HP	8	M	4800	1200	$3.05 \times 10^6$	—	0.062
			V	—	—	—	—	
			BFX	—	—	—	—	

**BRECOflex CO., L.L.C.** Toll Free: 1-888-463-1400 • Fax: 732-542-6725 • Website: [www.brecoflex.com](http://www.brecoflex.com)

144

FIGURE 1.2 – Données fournies par le fabricant de courroies Brocoflex en lien avec l'approximation de la courroie de la table acquise par Laserax.

# Bibliographie

- Berger, R. M. et H. A. ElMaraghy. 1992, «Feedback linearization control of flexible joint robots», *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 9, n° 3, p. 239 – 246.
- Bridges, M., D. Dawson et C. Abdallah. 1995, «Control of rigid-link, flexible-joint robots : A survey of backstepping approaches», *Journal of robotic systems*, vol. 12, n° 3, p. 199–216.
- Brogliato, B., R. Ortega et R. Lozano. 1995, «Global tracking controllers for flexible joint manipulators : a comparative study», *Automatica*, vol. 31, n° 7, p. 941 – 956.
- De Luca, A. et W. J. Book. 2008, *Robots with Flexible Elements*, Springer International Publishing, p. 243–282.
- DeLuca, A., D. Schröder et M. Thümmel. 2007, «An acceleration-based state observer for robots manipulators with elastic joints», *Proceedings 2007 IEEE international conference on robotics and automation*, p. 3817–3823.
- Gates. 2006, «Timing belt theory», cahier de recherche, Gates Mectrol inc.
- G.Buondonno et A.DeLuca. 2016, «Efficient computation of inverse dynamics and feedback linearization for vsa-based robots», *IEEE robotics and automation letters*, vol. 1, n° 2, p. 908–915.
- Ghorbel, F., M. Spong et J. Hung. 1989, «Adaptive control of flexible joint manipulators», *Robotics and Automation*, vol. 13, n° 1, p. 15 – 21.
- Hace, A., K. Jezernik et A. Sabanovic. 2004, «A new robust position control algorithm for a linear belt drive», *Proceedings of the IEEE international Conference on Mechatronics*, vol. 18, p. 358–363.
- Jianzhou, Q., C. Shen, C. Li et X. Zhu. 2011, «2011 2nd research on positioning control strategy for linear belt-driven», *International Conference on Artificial Intelligence, Management Science and Electronic Commerce*.
- Kagotani, M., T. Koyama et H. Ueda. 1993, «A study on transmission error in timing belt drives», *ASME, Journal of mechanical design*, vol. 114, n° 4, p. 1038–1043.

- Kiliç, E., M. Dölen et A. Koku. 2010, «Analysis and estimation of motion transmission errors of a timing belt drive», *Turk journal of electrical engineering ans computer sciences*, vol. 18, n° 5, p. 883–897.
- Kostic, D., B. de Jager, M. Steinbuch et R. Hensen. 2004, «Modeling and identification for high-performance robot control : an rrr-robotic arm case study», *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 12, n° 6, p. 904–919.
- Kulkarno, A. et M. El-Sharkawi. 2001, «Intelligent precision position control of elastic drive systems», *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 16, n° 1, p. 26–31.
- Lagerberg, A. et B. Egardt. 2007, «Backlash estimation with application to automotive powertrains», *IEEE transactions on control systems technology*, vol. 15, n° 3.
- Laliberté, T., C. Gosselin et D. Gao. 2010, «Closed-loop transmission routings for cartesian scara-type manipulators», *Proceedings of the ASME Design Engineering Technical Conference*, vol. 2.
- Lecours, A. et C. Gosselin. 2013, «Computed-torque control of a four-degree-of-freedom admittance controlled intelligent assist device», *Springer International Publishing*, vol. 88, p. 635–649.
- Li, W. et X. Cheng. 1994, «Adaptive high-precision control of positioning tables-theory and experiments», *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 2, n° 3, p. 265–270.
- Mazumder, J. 2001, «Lia handbook of laser materials processing», *Journal of Laser Applications*, vol. 13, n° 5.
- Moradi, H. et H. Salarieh. 2012, «Analysis of nonlinear oscillations in spur gear pairs with approximated modelling of backlash nonlinearity», *Mechanism and Machine Theory*, vol. 51, p. 14–31.
- Nordin, M., J. Galic et P. Gutman. 1997, «New models for backlash and gear play», *International journal of adaptive control and signal processing*, vol. 11, p. 49–63.
- Ogata, K. 2010, *Modern control engineering*, Perason production.
- Sollomann, K., M. Jouaneh et D. Lavender. 2010, «Dynamic modeling of a two axis parallel h-frame xy positioning system», *IEEE/ASME transactions on mechatronics*, vol. 15, n° 2, p. 280–290.
- Spong, M., S. Hutchinson et M. Vidyasagar. 2004, «Feedback linearization», *Robot Dynamics and Control*.
- Stauer, P. et H. Gatringer. 2012, «State estimation of flexible robots using accelerometers and angular rate sensors», *Mechatronics*, vol. 22, n° 8, p. 1043 – 1049.

- V.Zeman, R.V.Patel et K.Khorasani. 1997, «Control of a flexible-joint robot using neural networks», *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 5, n° 4, p. 453–462.
- Xia, Z., Y. Fu et G. Wang. 2010, «Simulation of position control for x-y table with nonlinear friction and backlash», *2010 International Conference on Electrical and Control Engineering*, p. 1928–1931.
- Zhu, X., W. Zuo et L. Cai. 2005, «Tracking control of a belt-driving system using improved fourier series based learning controller», , p. 881–886.