



Conception d'un générateur d'inertie rotationnelle variable à trois degrés de liberté

Mémoire

Jean-Félix Tremblay-Bugeaud

Maîtrise en génie mécanique - avec mémoire
Maître ès sciences (M. Sc.)

Québec, Canada

Conception d'un générateur d'inertie rotationnelle variable à trois degrés de liberté

Mémoire

Jean-Félix Tremblay-Bugeaud

Sous la direction de:

Clément Gosselin, directeur de recherche

Résumé

Ce mémoire présente la démarche de conception d'un générateur d'inertie à trois degrés de liberté. Un tel dispositif, conçu pour être tenu en main, utilise une ou plusieurs masses au sein d'un bâti, qui sont réorientées afin d'induire des couples à un utilisateur. Ceci influence l'effort requis par l'utilisateur et modifie sa perception de l'inertie déplacée. Pour y parvenir, un modèle réduit à un degré de liberté est élaboré puis implémenté dans un prototype. Avec une commande en couple, un rendu haptique plus que satisfaisant est obtenu, permettant des inerties jusqu'à 10 fois l'inertie intrinsèque. Par la suite, cinq concepts de générateurs à trois degrés de liberté sont modélisés et simulés. Trois de ceux-ci s'avèrent impossibles ou complexes à mettre en oeuvre, laissant deux possibilités : utiliser trois roues d'inertie, ou réaliser un gyroscope à deux axes avec une roue d'inertie centrale. En simulation, le second offre une plus grande efficacité au niveau des requis des moteurs et surtout au niveau de la masse. Il est donc sélectionné pour le développement d'un prototype. Les différentes sections du modèle CAO, les instruments de mesure, et le modèle de contrôle en temps-réel sont détaillés. Avec toutes ces composantes fonctionnelles, des résultats intermédiaires sont obtenus. Le modèle dynamique est d'abord validé comme étant précis à l'aide de capteurs d'efforts, puis il est vérifié que le dispositif est en mesure de suivre des consignes de couple. Enfin la commande de génération d'inertie est implémentée. Des problèmes surviennent comme la limitation des mouvements par les câbles d'alimentation et l'instabilité inhérente du gyroscope. Ils empêchent d'utiliser l'appareil comme prévu, soit avec une roue tournant à haute vitesse. En démarrant le dispositif à 0 RPM, il réussit à simuler des inerties entre 0.5 fois et 1.5 fois son inertie intrinsèque. Ces variations sont de bonne qualité au niveau haptique, et sont suffisantes pour ressentir l'effet du dispositif. Enfin, pour améliorer ses capacités, il est suggéré de retourner vers le concept à trois roues d'inertie.

Abstract

This thesis presents the synthesis and design of a three-degree-of-freedom inertia generator. Such a device, intended as a hand-held apparatus, uses one or many masses within a frame which are accelerated in order to render torques to a user. This influences the effort required by the user to move the device, and modifies their perception of its inertia. To achieve this, a simplified one-degree-of-freedom model is first elaborated and implemented in a prototype. With a torque command, a satisfying haptic rendering is obtained, capable of rendering nearly 10 times the intrinsic inertia of the device. Then, five three-degree-of-freedom torque generation concepts are modelled. Three of those are impossible or too complex to implement, leaving only two options : using three orthogonal flywheels, or using a double gimbal gyroscope with one central flywheel. When compared in simulations, the gyroscope concept offers a better efficiency in terms of mass and motor capabilities. As such, it is selected for the prototype. Then, details are given on the various components of the CAD model, the measuring tools, and the real-time model used for the control. Using these, a series of results are obtained. The dynamic model is first validated as accurate using force/torque sensors. Then the device's ability to produce torque profiles is confirmed. Finally, its inertia generation capabilities are tested. Problems arise due to movement limitations from the power cables and the instability inherent to the gyroscope. They prevent the device to be used as intended, i.e., with the flywheel initially rotating with a large velocity. Instead, by setting it initially at 0 RPM, the device is able to render inertias equivalent to 0.5 to 1.5 its intrinsic inertia. The haptic quality of these renderings is very good, and they are sufficient to demonstrate the validity of the concept as a whole. Finally, to improve the capabilities of the device, it is suggested to use the three flywheels concept instead.

Table des matières

Résumé	ii
Abstract	iii
Table des matières	iv
Liste des tableaux	vi
Liste des figures	vii
Remerciements	x
Avant-propos	xii
Introduction	1
1 Développement d'un générateur d'inertie à un degré de liberté	3
1.1 Méthodologie	3
1.2 Équations dynamiques	4
1.3 Validation en simulation	6
1.4 Développement du prototype	7
1.5 Résultats expérimentaux	9
1.6 Conclusion	15
2 Développement et comparaison de méthodes de production de couples	17
2.1 Méthodologie	17
2.2 Générateur à trois roues d'inertie	17
2.3 Générateur avec sphère mobile	26
2.4 Générateur avec gyroscope 2 axes	33
2.5 Générateur avec deux gyroscopes 1 axe	35
2.6 Générateur avec trois gyroscopes 1 axe	39
2.7 Conclusion	43
3 Design, Analysis and Validation of a 3-DOF Rotational Inertia Generator	45
3.1 Résumé	45
3.2 Abstract	45

3.3	Introduction	46
3.4	Dynamic Modelling of a 3-DOF Inertia Generator	47
3.5	Model Simulation and Validation	50
3.6	Prototyping	52
3.7	Discussion	55
3.8	Video	58
3.9	Conclusion	58
4	Conception et analyse du prototype	59
4.1	Méthodologie	59
4.2	Conception du modèle 3D	59
4.3	Contrôle et instrumentation	66
4.4	Résultats préliminaires	75
4.5	Conclusion	80
	Conclusion	81
	A Coefficients de la méthode Runge-Kutta d'ordre 10	84
	Bibliographie	89

Liste des tableaux

4.1	Dimensions physiques du bâti.	61
4.2	Dimensions physiques du cardan externe.	63
4.3	Dimensions physiques du cardan interne.	65
4.4	Dimensions physiques des deux roues d'inertie combinées.	65

Liste des figures

1.1	Représentation simplifiée d'un générateur d'inertie rotationnelle à 1 DDL.	4
1.2	Diagramme de corps libre du bâti (gauche) et de la masse active (droite) d'un générateur d'inertie à 1 DDL.	5
1.3	Comparaison entre les résultats <i>Adams</i> et <i>Simulink</i> pour simuler deux fois l'inertie intrinsèque du dispositif.	6
1.4	Vue explosée du prototype utilisé pour le développement du générateur d'inertie 1 DDL.	7
1.5	Positionnement des accéléromètres sur le couvercle.	8
1.6	Le prototype assemblé avec le capteur d'efforts et la poignée.	8
1.7	Schéma de commande du prototype 1 DDL.	9
1.8	Comparaison du couple mesuré par le capteur d'efforts et du couple calculé par le modèle dynamique du prototype. La fréquence du mouvement induit au dispositif est d'environ 2 Hz.	10
1.9	Comparaison du couple mesuré par le capteur d'efforts et du couple calculé par le modèle dynamique du prototype. La fréquence du mouvement induit au dispositif est d'environ 6 Hz.	11
1.10	Analyse spectrale du signal du capteur d'efforts lors d'un test pour déterminer la fréquence maximale des oscillations pouvant être physiquement réalisée par un humain. Le mouvement réalisé est resté en deçà d'une fréquence de 7 Hz.	12
1.11	Vitesse du moteur et efforts exercés par l'utilisateur lors d'une utilisation typique du générateur d'inertie avec une fonction de lessivage. L'action du PID n'a pas d'impact significatif sur l'utilisateur malgré une augmentation soudaine de la vitesse.	13
1.12	Efforts requis par l'utilisateur pour déplacer le générateur d'inertie ayant une inertie 10 fois plus grande que l'inertie intrinsèque du dispositif.	14
1.13	Schéma de commande en vitesse du prototype 1 DDL. L'indice k représente à l'itération actuelle, et $k + 1$ la valeur désirée à l'itération suivante.	15
2.1	Paramètres cinématiques d'un générateur d'inertie à trois roues d'inertie.	18
2.2	Diagrammes de corps libres sur les différentes composantes du générateur d'inertie à trois roues.	19
2.3	Comparaison des efforts déployés par un utilisateur pour déplacer le générateur d'inertie autour d'un axe $[2, 1, -2]^T$ lorsqu'une inertie de $6.62 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ est simulée. Les données provenant de la méthode newtonienne (N) et lagrangienne (L) concordent parfaitement.	25
2.4	Couples et vitesses demandées aux moteurs pour simuler une inertie de $6.62 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ autour de l'axe $[2, 1, -2]^T$	25
2.5	Exemple d'un <i>ballbot</i> et d'une roue holonome.	26
2.6	Paramètres cinématiques d'un générateur d'inertie utilisant une sphère d'inertie.	27
2.7	Diagrammes de corps libres pour les deux composantes du générateur d'inertie sphérique.	27

2.8	Résultats du déplacement du générateur d'inertie sphérique autour d'un axe $[2, 1, -2]^T$ lorsqu'une inertie de $6.62 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ est simulée. Les données provenant du modèle mathématique <i>Simulink</i> et de la simulation physique <i>Adams</i> (A) concordent parfaitement. Ces résultats supposent un mécanisme d'actionnement orthogonal sans réducteurs.	29
2.9	Résultats des simulations explorant l'influence de l'orientation du mouvement du bâti sur les requis des moteurs. Les orientations vont de $[1, 1, -3]^T$ à $[1, 1, 3]^T$	30
2.10	Résultats des simulations sur l'influence de la vitesse initiale des masses mobiles des concepts sphérique et à trois roues d'inertie. Un changement de la pente survient lorsque la compensation pour l'effet gyroscopique devient plus importante que les efforts requis pour simuler l'inertie.	31
2.11	Résultats de simulation de la dépendance sur l'inertie simulée.	32
2.12	Exemple de variantes de roue utilisées pour diminuer les vibrations dues à l'alternance des rouleaux.	33
2.13	Schéma d'un générateur d'inertie utilisant un gyroscope 2 axes.	34
2.14	Schéma d'un générateur d'inertie utilisant deux gyroscopes 1 axe.	36
2.15	Résultats du déplacement du générateur d'inertie à deux gyroscopes uniaxiaux autour d'un axe $[2, 1, -2]^T$ lorsqu'une inertie de $6.62 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ est simulée. Une solution à norme minimale est utilisée.	39
2.16	Schéma d'un générateur d'inertie utilisant trois gyroscopes 1 axe.	40
2.17	Résultats du déplacement du générateur d'inertie à trois gyroscopes uniaxiaux autour d'un axe $[2, 1, -2]^T$ lorsqu'une inertie de $6.62 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ est simulée.	42
3.1	General layout for an inertia generator using a double gimbal gyroscope (DGG).	47
3.2	General layout for an inertia generator using three flywheels.	50
3.3	Simulation results of the $[2, 1, -2]^T$ axis of rotation for both concepts. Dashed lines represent <i>Adams</i> results. The results are identical and cannot be distinguished.	52
3.4	Simulation results for the motor requirements with respect to the rendered inertia for both models.	53
3.5	CAD model and photograph of a prototype of an inertia generator using a double gimbal gyroscope as a means of providing ungrounded torque feedback.	53
3.6	Communication and electrical layout for the control of the inertia generator.	54
3.7	Comparison of the torques applied to the frame by the user for a variety of simulated inertias. Flywheels are initially at rest. Measurements in red come from force/torque sensors, and the blue curve is computed using the dynamic model. Device trajectories were similar except for $2.5\mathbf{I}_r$ where instabilities prevented large amplitude movements.	56
4.1	Modèle CAO du bâti du générateur d'inertie.	60
4.2	Visualisation du système à huit vis permettant l'ajustement de la position latérale du moteur.	60
4.3	Coupe transversale du bâti montrant la structure en H utilisée.	61
4.4	Modèle CAO du cardan externe.	62
4.5	Modèle CAO de l'arbre avec une ouverture.	62
4.6	Modèle CAO du cardan interne.	64
4.7	Vues particulières des éléments du cardan interne.	64
4.8	Modèle CAO d'une roue d'inertie.	65

4.9 Schéma de branchement entre l'Arduino Uno, le gyroscope MPU6050 et le convertisseur MAX3232.	68
4.10 Un capteur ATI MINI-40.	69
4.11 Schéma de commande du prototype.	70
4.12 Comparaison entre la consigne envoyée aux PID des différents moteurs et leur état réel tel que mesuré par leur encodeur.	72
4.13 Norme du bruit mesuré par le gyroscope lorsque les roues d'inertie tournent à une vitesse de 2000 RPM. La valeur maximale atteinte est de 0.163 rad/s.	74
4.14 Système d'axes utilisé pour le prototype.	75
4.15 Comparaison des couples appliqués sur le bâti par le mouvement périodique du cardan externe avec les roues d'inertie en mouvement. Les mesures en rouge viennent du capteur de force/couple, alors que la courbe bleue représente les couples calculés à l'aide du modèle dynamique.	76
4.16 Comparaison des couples appliqués sur le bâti par le mouvement périodique des deux cardans avec les roues d'inertie et le bâti en mouvement. Les mesures en rouge viennent du capteur de force/couple, alors que la courbe bleue représente les couples calculés à l'aide du modèle dynamique.	76
4.17 Comparaison des couples appliqués sur le bâti par trois profils de couple demandés. Les mesures en bleu viennent du capteur de force/couple, alors que la courbe rouge représente la commande en couple. Seul l'axe sollicité pour le profil est représenté dans chaque cas. . .	78

Remerciements

Il n'y a que des projets comme celui-ci qui puissent nous faire autant voguer entre la fierté et la satisfaction d'avoir mené à terme une telle épreuve, et la mélancolie de devoir laisser derrière des gens qui remplissaient si bien notre quotidien. Je n'ai pas le choix d'aller de l'avant, mais j'aimerais tout de même donner ma reconnaissance à ces personnes qui m'ont accompagné.

M. Gosselin, je crois qu'à ce stade votre support auprès des étudiants est rendu légendaire, tant pour la qualité de vos suggestions que votre disponibilité sans fin. Vous avez un tact incomparable pour nous faire comprendre en toute modestie comment ramener nos idées et notre intuition dans la bonne voie. Je tiens également à souligner vos talents de conteur. J'ai adoré vivre vos multiples récits autour du monde et apprendre à vous connaître au travers de ces aventures.

Pour Simon, il va sans dire que la routine n'aurait pas été aussi amusante sans t'avoir littéralement à mon côté. Rien de mieux pour démarrer une journée que de découvrir l'existence de Tommy Wiseau ou de se fâcher contre le plus récent épisode de *Game of Thrones*. Et toujours aux aguets pour mes regards suppliants, tu as su être d'une aide inestimable tout au long de ces deux années.

Thierry, ton appui dans le projet a été autant précieux qu'enrichissant. Tes années d'expériences parlent d'elles mêmes à chaque fois que tu apportes des suggestions. Je crois fermement que tout projet auquel tu t'ajoutes en est immédiatement amélioré.

Je tiens également à remercier mes parents. Je sais que j'ai été confronté à plusieurs difficultés durant mon parcours, en particulier dans la dernière année. Je tenais à vous dire que j'apprécie grandement la patience et l'aide que vous avez su m'apporter.

Enfin, je réserve mes derniers remerciements pour mes amis. Je vous ai écrit ce petit message par une journée où l'absence de pluie ne m'a pas empêché d'arriver le visage ruisselant à mon poste quotidien. C'est un phénomène atmosphérique bien particulier, j'en conviens, mais j'ai décidé de le laisser évoluer, autant par curiosité que par surprise :

Mes amis, je vous dois tant. Ces années d'université avec vous ont été un parcours autant tumultueux qu'il a été enrichissant. Je l'ai débuté quelque peu perdu, mais l'un après l'autre vous avez su me guider vers un nouveau sommet.

À Xavier je dois le dépassement de soi, la rigueur personnelle et une aisance sociale qui chaque fois me fascine par ce qu'elle apporte ;

À Vincent je dois la culture de son esprit, le souci du détail et le perfectionnement ;

À Nicolas je dois la curiosité, l'écoute de ses proches et plus important encore, l'écoute de son coeur ;

À Mathieu, je dois d'affirmer sa volonté et savoir se faire entendre ;

À Alicia je dois la conviction personnelle et poursuivre loin au-dessus des attentes d'autrui ;

À Cédric je dois l'excellence professionnelle et un zèle de vivre des plus inspirants ;

À Charles je dois la beauté de vivre et de suivre ses passions ;

Et à vous tous, je dois mes apprentissages qui ont su faire naître une nouvelle personne en moi, et plus que tout je vous dois cette chaleur unique que seule une famille unie et libre de jugements sait prodiguer. Rarement je me suis senti aussi accueilli dans ma vie, et ceci je le dois à chacun de vos rayons de joie, de plaisir, et de délire avec lesquels vous avez su éclairer mon chemin. Nous avons tous déjà discuté de si nos actions passées ont fait en sorte que nous sommes la meilleure personne que nous puissions être, et je sais maintenant du plus profond de moi-même qu'il n'y a qu'avec vous que j'aurai pu y parvenir.

Avant-propos

Le chapitre 3 de ce mémoire provient d'un article qui a été soumis à la conférence *International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS) 2020*, organisée par l'*Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE)*. Voici les renseignements généraux concernant la publication de cet article :

Titre

Design, Analysis and Preliminary Validation of a 3-DOF Rotational Inertia Generator

Type d'article

Article de conférence, IROS 2020.

Statut

Article accepté à la conférence en date du 1^{er} juillet 2020.

Statut d'auteur

Auteur principal (rédaction de l'article et réalisation des travaux de modélisation, de conception et de validation).

Coauteurs

Thierry Laliberté (supervision des travaux de conception et révision de l'article),
Clément Gosselin (supervision des travaux généraux et révision de l'article).

Modifications

Aucune. L'article présenté correspond à la version finale.

Introduction

Le monde de l'haptique est un domaine qui évolue depuis plusieurs décennies déjà. L'une des premières applications documentées remonte à la seconde guerre mondiale, dans la conception d'avions de combat. Pour éviter que les ailes d'un avion atteignent une position à risque de faire caler l'appareil lors de manœuvres serrées, des vibrations étaient induites dans le manche de contrôle (palonnier) pour avertir le pilote de l'approche du point critique [1]. Ce signal informait donc le pilote qu'il devait prendre des mesures correctives dans l'immédiat. Par la suite, quelques autres applications faisant usage d'un peu plus de créativité ont vu le jour, comme l'invention d'un système d'imagerie tactile. Ce concept avait pour but de reproduire une image dans le dos d'une personne à l'aide d'une matrice de petites barres métalliques, qui devait par la suite identifier l'image [2]. Il n'a pas fallu attendre beaucoup plus longtemps avant de voir des applications s'approchant de la simulation de comportements, puisqu'en 1976 on pouvait trouver le jeu d'arcade Moto-Cross de Sega qui faisait vibrer le contrôleur lors d'un accident ou d'un accrochage. Cependant, l'essor de l'haptique est survenu principalement avec la hausse de l'accessibilité aux ordinateurs dans les années 90, qui s'est combinée à l'accroissement de la recherche sur la réalité virtuelle. C'est pendant cette période que l'idée d'interagir avec un environnement virtuel à l'aide de dispositifs haptiques a mûri. Ont vu le jour le Sandpaper [3], un système permettant de ressentir des textures, le Desktop Force Display [4], un exosquelette appliquant des forces sur les doigts et les paumes en accord avec des objets virtuels solides, ou encore le Pen-based Force Display [5], qui donne un outil intermédiaire entre l'opérateur et l'environnement virtuel.

Malgré que ce domaine soit resté un peu plus dans l'ombre, ses applications ont fait tranquillement leur arrivée dans notre monde actuel. L'utilisation la plus fréquente est de fournir de l'information sous forme de vibrations en réponse à l'action d'une personne ou d'un signal reçu. On peut retrouver ce genre d'application dans les téléphones intelligents, sur de nombreux écrans tactiles, et également dans les manettes de consoles de jeux vidéos. Du côté moins commercial, beaucoup de développement a été fait pour mettre en place des interfaces haptiques dans le domaine médical, spécifiquement pour l'apprentissage et la pratique [6]. En effet, il a été remarqué que ces technologies apportent un élément de réalisme qui ne peut être retrouvé dans les méthodes classiques. Ces dispositifs et d'autres prouvent que d'investir dans le réalisme et l'immersion sensorielle est bénéfique pour l'expérience des utilisateurs. Cette idéologie est encore plus vraie dans le domaine de la réalité virtuelle, dont le but premier est de transposer une personne dans un monde fictif et lui faire croire à ce monde.

Cependant, les technologies actuelles reproduisent à peu près toutes la même chose, soit des interactions entre deux objets. Il y a certains concepts qui s'occupent de recréer des textures, mais beaucoup travaillent à simuler des actions comme un contact entre deux voitures, un poisson qui tire sur une canne à pêche, ou même la résistance de la peau sous une aiguille médicale. Une avenue qui n'est pas fréquemment explorée est d'ajouter les propriétés inertielles des objets manipulés. Certains tentent d'aller dans cette direction, mais le font généralement en utilisant des dispositifs « mis à la terre », c'est-à-dire qu'ils produisent leurs forces et leurs couples via des réactions par rapport au sol. Leur désavantage principal est qu'ils sont fixés au sol, empêchant les déplacements ou limitant l'amplitude des mouvements.

Afin de combler cet aspect moins développé du domaine, il est proposé de développer un dispositif haptique capable d'être programmé pour simuler différentes inerties. Cet appareil, appelé générateur d'inertie, devra donc être en mesure de produire des couples dans toutes les directions. En effet, dans le cadre de ce projet, il ne sera utilisé que pour générer des inerties en rotation, sans prendre en compte la génération de propriétés inertielles en translation. Affecter l'inertie en translation demanderait des déplacements du centre de masse, ce qui mènerait à affecter la masse apparente. Cette propriété étant plus simple à traiter d'un point de vue dynamique, et pouvant être découplée de la rotation, elle est laissée à une étape future. En effet, l'inclusion de cette propriété ne ferait que complexifier le développement du dispositif, l'amenant à six degrés de libertés. Par soucis de mener une exploration graduelle, seule l'inertie rotationnelle sera traitée. Ainsi, seulement trois degrés de liberté seront nécessaires. Il a également le but d'être d'un format compact et léger afin qu'il puisse être utilisé de façon prolongée dans des applications sans encombrer un utilisateur. Pour parvenir à ce développement, plusieurs étapes intermédiaires seront nécessaires. D'abord, un concept simplifié est exploré afin de déterminer la viabilité du dispositif proposé. Dans cette optique, les travaux de recherche présentés débutent avec la conception d'un générateur à un degré de liberté. Une fois ces premiers tests conclus, différentes méthodes pour la production des couples sont explorées. Ceci permet de comparer et sélectionner celles qui sont le plus susceptibles de fonctionner. Lorsqu'une de ces méthodes est retenue, un prototype est conçu et assemblé. Les détails de la conception mécanique et logicielle sont présentés, puis le prototype est mis en action. Les résultats préliminaires et leur analyse représentent le dernier aspect de ce mémoire.

Chapitre 1

Développement d'un générateur d'inertie à un degré de liberté

1.1 Méthodologie

Afin de permettre une familiarisation avec les différents outils qui seront utilisés tout au long de ce projet, une étape d'investigation d'un prototype de générateur d'inertie à un degré de liberté (DDL) est établie. Cette étape est également un moyen d'élaborer un protocole complet pour la caractérisation et l'évaluation des performances d'un générateur d'inertie. Étant donné la nature plus simple du prototype et de sa dynamique, il sera possible de faire des modifications ou de développer des solutions beaucoup plus rapidement et intuitivement qu'avec la complexité d'un système à 3 DDLs. Enfin, il sera possible de vérifier la qualité de l'effet rendu. Puisque le projet entre dans le domaine de l'haptique, il fait inévitablement face à la plus grande problématique inhérente à ce domaine. En effet, malgré la présence de caractéristiques pouvant être mesurées et quantifiées, il faut nécessairement passer par une évaluation qualitative du prototype car le but final est d'induire des sensations à un utilisateur humain. Cette étape d'un prototype simple est donc un moyen parfait pour évaluer rapidement les capacités de modifier les sensations perçues par l'utilisateur.

La méthodologie proposée pour la conception et l'évaluation du prototype de générateur d'inertie à 1 DDL est donc la suivante. Tout d'abord les équations dynamiques du modèle sont établies, ainsi que la loi de commande qui en découle. Ensuite, des vérifications à l'aide du logiciel *Adams* sont faites pour évaluer la validité de la loi de commande. *Adams* est un logiciel de simulation dynamique qui permet, entre autre, de calculer les efforts nécessaires pour imposer différents mouvements à des corps reliés ensemble. En prescrivant les mouvements tels qu'établis par la loi de commande, il sera possible de comparer si les efforts nécessaires pour bouger l'appareil tels que calculés par *Adams* correspondent à ceux qu'il faudrait pour imposer un mouvement identique à un objet d'inertie prescrite.

Par après, un prototype est mis en place afin de faire des vérifications expérimentales du concept. Dans ce cas-ci, le prototype d'un ancien projet de maîtrise de Jean-Philippe Choinière [7] est réutilisé afin d'accélérer

le développement. Il n'y a donc aucune optimisation spécifique à la réalisation du générateur d'inertie. Cependant cet ancien prototype a des caractéristiques qui sont souhaitables pour un générateur. En effet, le projet de boussole haptique [7] se devait de développer un appareil pouvant être tenu dans une main sans être trop lourd pour éviter d'épuiser l'utilisateur. De plus, le ratio de l'inertie de la masse active par rapport à la masse passive, c'est-à-dire la masse accélérée par le rotor du moteur par rapport au stator et le bâti qui y est rattaché, a été maximisé. Dans le cas de la boussole, ceci assurait un meilleur déplacement entre la peau de l'utilisateur et l'appareil. Pour le générateur d'inertie, ceci permet de simuler des propriétés d'inertie plus grandes proportionnellement à l'inertie du bâti. En d'autres mots, pour deux générateurs d'inertie totale identique, celui ayant une proportion de masse active plus grande pourra simuler des inerties plus grandes également. Des légères modifications sont apportées pour permettre de réaliser la commande du générateur d'inertie.

Enfin, des tests expérimentaux sont réalisés pour valider si les forces déployées par l'utilisateur sont bel et bien identiques à celles requises pour déplacer l'inertie simulée. Une forme de mesure externe est donc nécessaire afin de pouvoir être comparée avec les forces calculées par le modèle dynamique en se basant sur la cinématique de l'appareil. Pour établir les paramètres cinématiques du générateur, deux choses sont nécessaires. D'abord, un encodeur doit être utilisé pour suivre le déplacement du moteur et, par extension, la masse active. Puis, une forme d'accéléromètre doit être intégrée au bâti pour mesurer sa vitesse de rotation angulaire. Les données de ces deux outils permettent de calculer la loi de commande du générateur d'inertie, et de calculer le couple qui est déployé par l'utilisateur lorsque le générateur est tourné sur lui-même. Le second instrument de mesure utilisé est un capteur d'efforts, qui mesure les forces et les couples appliqués à son interface. En l'installant de sorte qu'une extrémité soit fixée à l'appareil et que l'autre extrémité soit manipulée par l'utilisateur, il est possible de mesurer directement le couple transmis au générateur d'inertie pour le déplacer. Il ne faudra donc que comparer les données provenant des deux méthodes de mesure pour déterminer la validité du générateur d'inertie.

1.2 Équations dynamiques

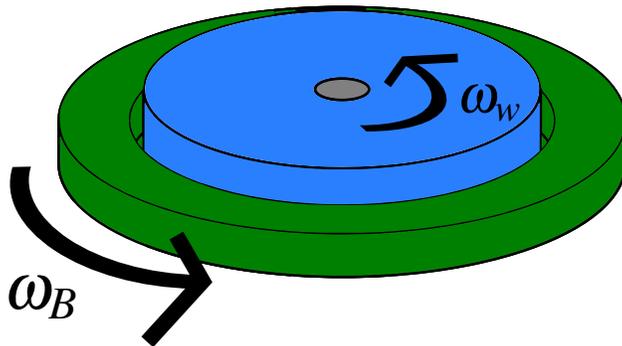


FIGURE 1.1 – Représentation simplifiée d'un générateur d'inertie rotationnelle à 1 DDL.

La figure 1.1 montre un schéma des deux composantes principales d'un générateur d'inertie rotationnelle à 1 DDL. On peut y voir un cadre externe, au centre duquel se trouve une roue d'inertie actionnée par un moteur, permettant de la faire tourner indépendamment du bâti. Le cadre externe est la partie qui est manipulée par l'utilisateur.

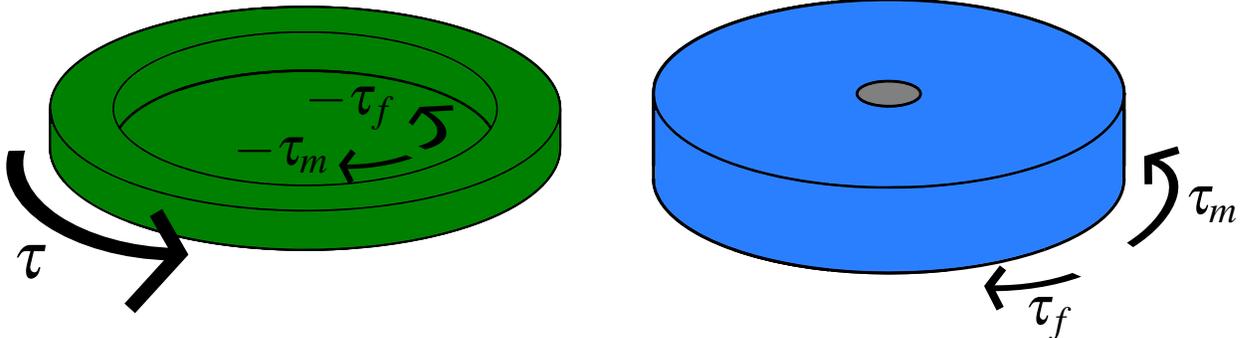


FIGURE 1.2 – Diagramme de corps libre du bâti (gauche) et de la masse active (droite) d'un générateur d'inertie à 1 DDL.

En prenant le diagramme de corps libre de chacun des corps tel que représenté à la figure 1.2, on peut établir les deux équations de mouvement telles que

$$\tau_m - \tau_f = I_w(\dot{\omega}_w + \dot{\omega}_B) \quad (1.1)$$

$$\tau - (\tau_m - \tau_f) = I_B \dot{\omega}_B, \quad (1.2)$$

où I_w et I_B sont respectivement l'inertie de la roue et du bâti, $\dot{\omega}_w$ et $\dot{\omega}_B$ sont respectivement les accélérations angulaires de la roue par rapport au bâti, et du bâti par rapport au repère fixe. τ_m et τ_f sont le couple moteur et le couple de friction, et τ est le couple déployé par l'utilisateur. Pour développer la loi de commande du générateur, τ est contraint tel que

$$\tau = I_a \dot{\omega}_B, \quad (1.3)$$

où I_a est l'inertie prescrite qui doit être simulée par le générateur. En substituant (1.1) et (1.3) dans (1.2), on obtient

$$I_a \dot{\omega}_B - I_w(\dot{\omega}_w + \dot{\omega}_B) = I_B \dot{\omega}_B. \quad (1.4)$$

En réarrangeant (1.4) pour isoler $\dot{\omega}_w$, on trouve

$$\dot{\omega}_w = \frac{(I_a - I_B - I_w)}{I_w} \dot{\omega}_B, \quad (1.5)$$

qui se trouve à être la loi de commande pour le générateur d'inertie. Pour calculer le couple développé par l'utilisateur à partir des paramètres cinématiques, l'équation (1.1) est insérée dans (1.2) pour donner

$$\tau = (I_B + I_w) \dot{\omega}_B + I_w \dot{\omega}_w. \quad (1.6)$$

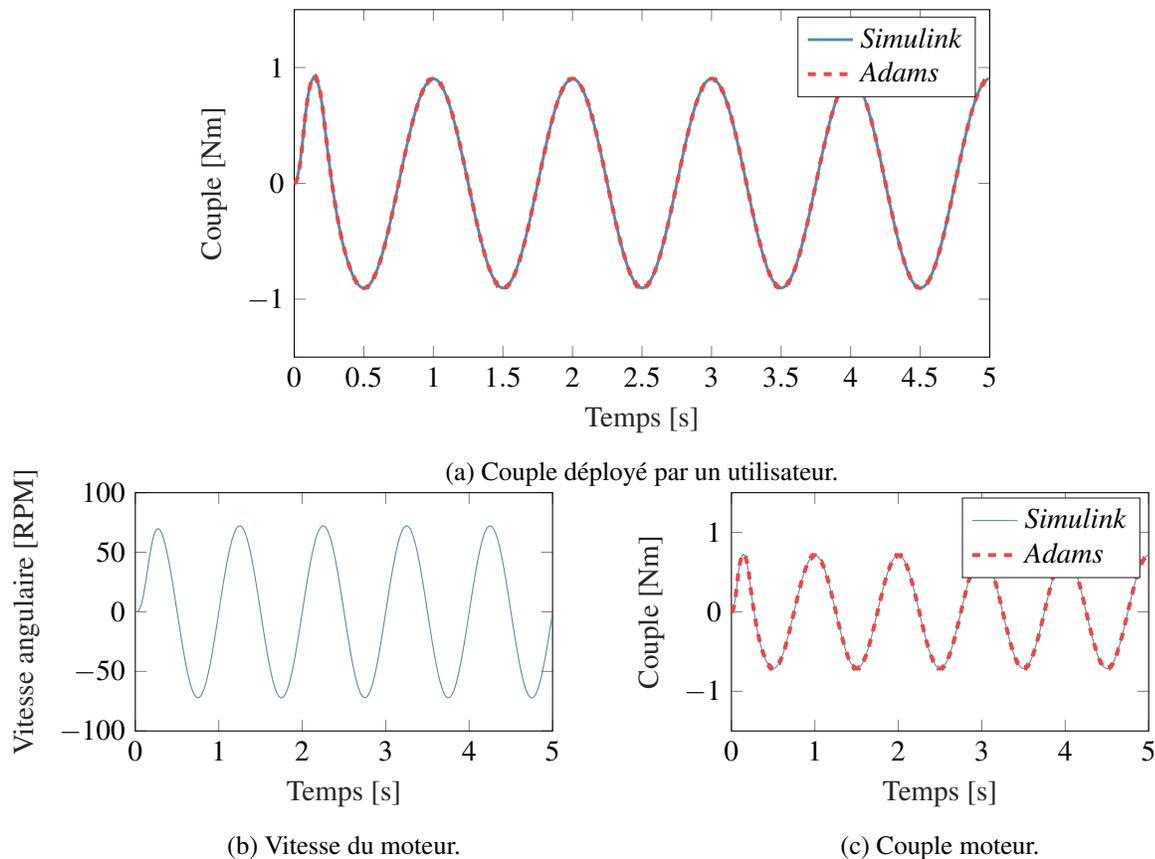


FIGURE 1.3 – Comparaison entre les résultats *Adams* et *Simulink* pour simuler deux fois l’inertie intrinsèque du dispositif.

1.3 Validation en simulation

Afin de valider si le modèle développé ci-haut est exact, une vérification est faite en simulation. Pour s’assurer que les résultats obtenus soient bel et bien valides, deux logiciels de simulation sont utilisés. Le premier, *Simulink*, est un logiciel de simulation numérique permettant de simuler les équations développées. Il est possible de s’en servir pour calculer l’équation (1.5), qui impose le mouvement que la roue d’inertie doit suivre pour provoquer l’effet de génération d’inertie. Ce mouvement est inséré dans le logiciel *Adams*, qui est un logiciel de simulation à corps multiples. Puisqu’il se base sur des équations physiques, il est possible de voir s’il est capable de recréer les résultats attendus avec les données de *Simulink*.

En supposant un bâti ayant une inertie de $I_B = 6.89 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ et une roue ayant une inertie de $I_w = 9.51 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$, qui sont les paramètres correspondants au prototype présenté à la section 1.4, un cas de simulation est établi. Un mouvement périodique est imposé au bâti, d’une fréquence de 1 Hz et d’une

1. Puisqu’un chapitre de ce mémoire est rédigé en anglais, le point décimal a été utilisé partout pour assurer la cohérence du présent ouvrage.

amplitude de 40° , et une inertie de $I_a = 32.8 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ est simulée, représentant deux fois l'inertie totale du bâti et de la roue combinés. Les résultats sont montrés à la figure 1.3. Comme il est possible d'observer, les données des deux logiciels concordent parfaitement. En effet, *Adams*, calcule un profil de couple identique à celui imposé dans *Simulink*, qui est la contrainte de départ. Il n'y a donc aucun doute sur la validité des équations développées.

1.4 Développement du prototype

Tel que mentionné dans la section 1.1, le prototype de générateur d'inertie à 1 DDL est réalisé à partir du prototype de boussole haptique. La figure 1.4 montre une vue explosée des composantes du montage.

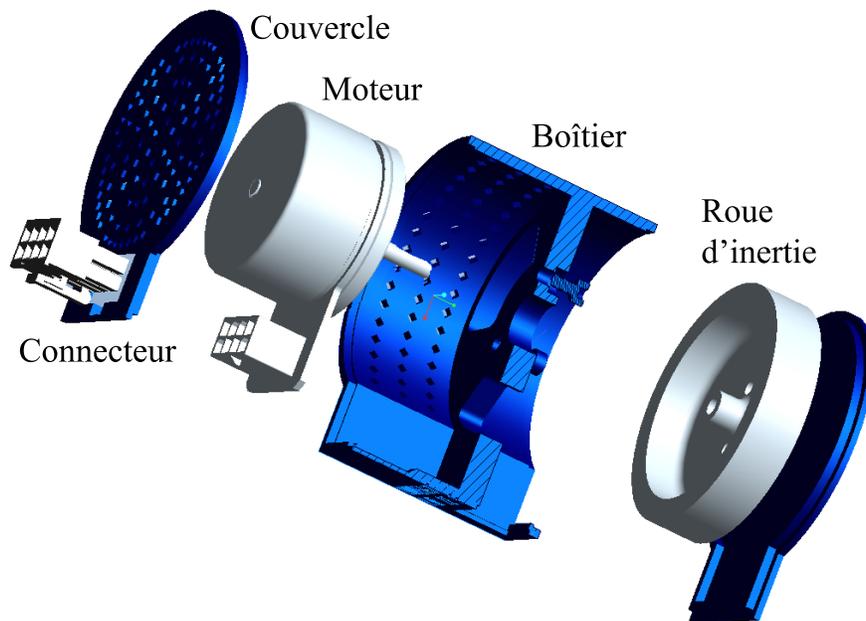


FIGURE 1.4 – Vue explosée du prototype utilisé pour le développement du générateur d'inertie 1 DDL.

De ces composantes, seul le couvercle est modifié. De l'espace est ajouté pour pouvoir y placer deux accéléromètres afin de mesurer la vitesse angulaire induite à l'appareil par l'utilisateur. Deux accéléromètres ADXL337 sont utilisés puisque ces composantes étaient déjà disponibles. Étant donné que ces instruments mesurent l'accélération, il est nécessaire de faire un traitement pour récupérer l'accélération angulaire. Supposant que chaque accéléromètre est situé à une distance r_i du centre de rotation tel qu'illustré à la figure 1.5, alors l'accélération angulaire est donnée par

$$\dot{\omega}_B = \frac{a_1/r_1 - a_2/r_2}{2}, \quad (1.7)$$

où a_i est l'accélération tangentielle mesurée par les accéléromètres.

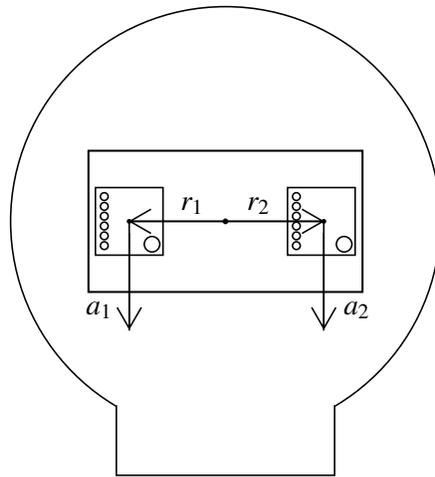


FIGURE 1.5 – Positionnement des accéléromètres sur le couvercle.

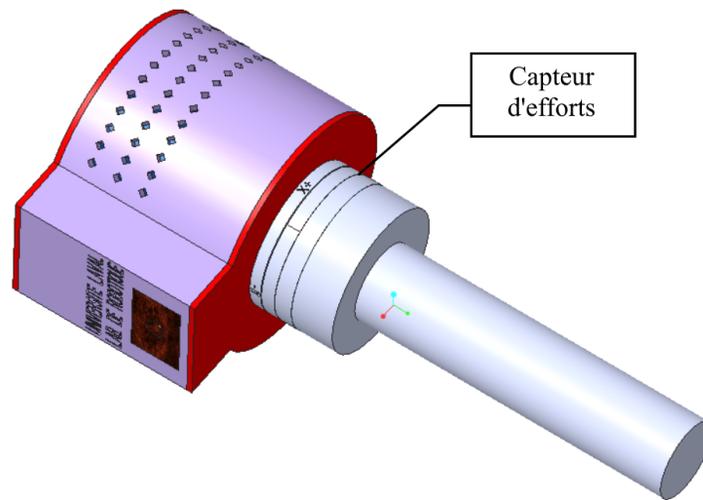


FIGURE 1.6 – Le prototype assemblé avec le capteur d'efforts et la poignée.

Pour les tests expérimentaux, un capteur d'effort est également attaché au montage pour mesurer le couple déployé par l'utilisateur. Un capteur de force/couple ATI MINI40 est donc ajouté à la base de l'appareil. Une poignée est également attachée au capteur afin de pouvoir le manipuler plus facilement. La figure 1.6 montre à quoi ressemble cette configuration.

1.5 Résultats expérimentaux

Un facteur qui doit être évalué est la qualité de l'inertie simulée. En effet, il pourrait être possible qu'un utilisateur applique un couple qui correspond bien à celle requise pour déplacer l'objet simulé, mais que des perturbations telles des vibrations soient perçues. Afin d'évaluer la possibilité qu'une commande mène à un mauvais rendu, deux types de commande sont explorés. Le premier se base sur une commande en couple, qui nécessite de faire une identification du moteur pour obtenir la fonction de transfert entre le courant à l'entrée et le couple qu'il engendre. Le second est une commande en vitesse, qui génère plutôt la vitesse angulaire moteur nécessaire pour générer l'inertie demandée.

1.5.1 Commande en couple

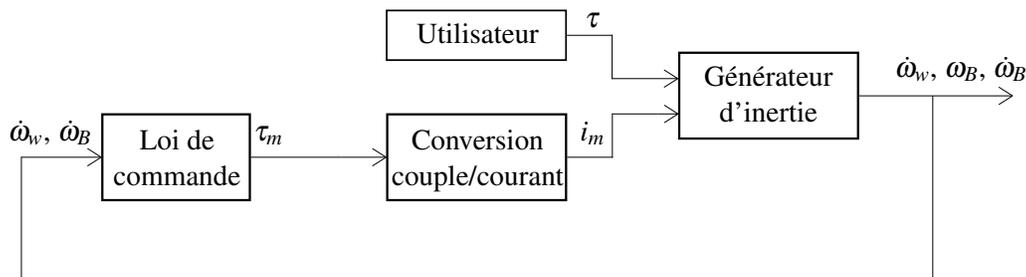


FIGURE 1.7 – Schéma de commande du prototype 1 DDL.

Le schéma de commande en couple de l'appareil est illustré à la figure 1.7. Le principe général est de se servir des données de l'encodeur du moteur et des accéléromètres pour calculer le couple requis donné par l'équation (1.1) en calculant d'abord l'accélération moteur nécessaire provenant de l'équation (1.5). Puis, avec un étalonnage pour identifier le gain couple/courant, la consigne de couple est traduite en courant moteur, qui est envoyé au dispositif. Les travaux sur la boussole haptique [7] incluent une identification du gain couple/courant. Il est évalué à 63 mNm/A dans le sens horaire, et 58.5 mNm/A dans le sens antihoraire.

Ce type de commande est en boucle ouverte puisqu'aucune rétroaction entre le couple commandé et le couple réel n'est faite afin d'assurer que ce-dernier corresponde bel et bien à la valeur demandée. Ceci est une méthode convenable lorsqu'une bonne identification du système et une bonne modélisation sont effectuées. S'il y a des erreurs ou que des mauvaises hypothèses de modélisation sont utilisées, par exemple de supposer que le système est complètement linéaire, alors il est possible que le dispositif ne soit pas en mesure de générer de bons résultats sous certaines conditions.

Lors des essais, une inertie de $I_a = 16.4 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ est simulée. L'inertie active est évaluée à $I_w = 9.51 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$, et l'inertie du bâti est $I_B = 6.89 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$. Il est donc demandé de simuler l'inertie totale du dispositif. Si la roue d'inertie partait du repos, il serait possible de la voir tourner en même temps que le bâti, c'est à dire qu'elle ne bougerait pas relativement à celui-ci. Cependant, étant donné la présence de friction lorsque le moteur est immobile, il est certain qu'il ne sera pas possible d'avoir un bon rendu avec cet

état de départ. Ainsi, un couple minimal est appliqué afin d’avoir une vitesse de départ non-nulle et d’éviter de travailler autour de la zone morte.

La figure 1.8 montre les résultats du premier essai, où l’utilisateur déplace en mouvement de va-et-vient l’appareil, et ce à une fréquence d’environ 2 Hz. Il est possible d’observer un délai approximatif de 75 ms lors de la montée du couple, malgré que les maxima et minima surviennent simultanément pour le couple mesuré et le couple calculé. Ce comportement s’explique par la présence d’une certaine saturation en vitesse. En effet, dans cet essai, le couple minimal appliqué est suffisamment grand pour que le moteur atteigne sa vitesse continue maximale. Ainsi, il est difficile pour le moteur d’augmenter davantage sa vitesse malgré qu’un couple plus grand encore soit demandé. Le reste de la trajectoire indique que le modèle dynamique concorde avec le prototype.

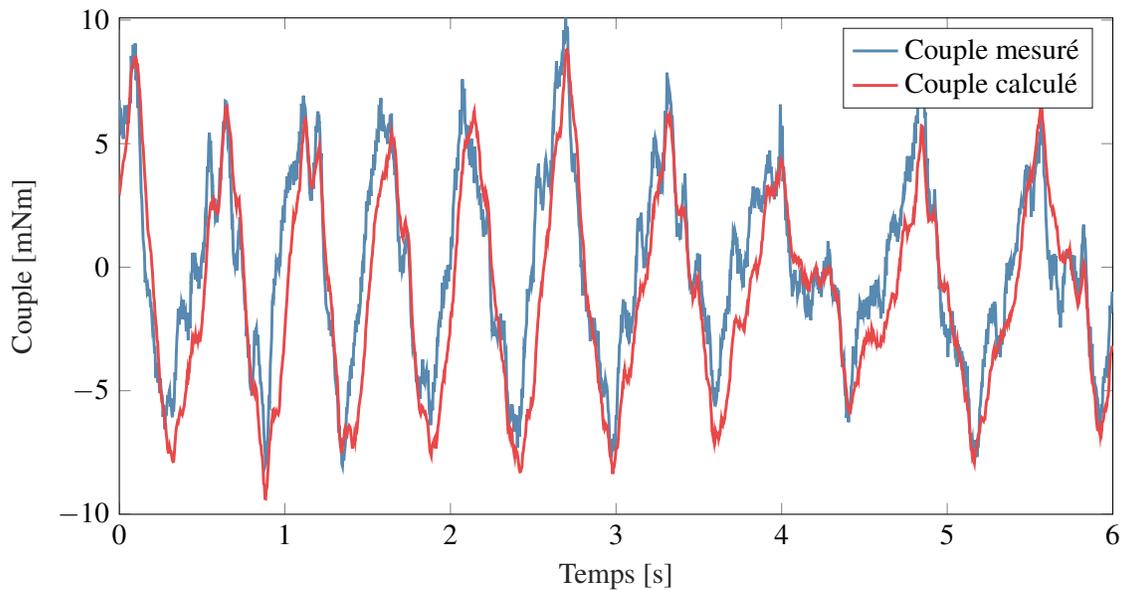


FIGURE 1.8 – Comparaison du couple mesuré par le capteur d’efforts et du couple calculé par le modèle dynamique du prototype. La fréquence du mouvement induit au dispositif est d’environ 2 Hz.

La figure 1.9 montre le même type de trajectoire, cependant la fréquence du mouvement est élevée à environ 6 Hz. Le rapport d’amplitude entre les deux jeux de données est d’environ 0.65, ou -3.7 dB. Il est donc évident que certains paramètres de la commande ne sont pas adéquats. En fait, les résultats à basses fréquences concordent bien entre eux, il faut donc regarder au niveau du filtrage des données. En effet, les données utilisées pour le calcul de la dynamique proviennent des accéléromètres et de la dérivée de l’encodeur, qui sont toutes des mesures bruitées. De plus, les accéléromètres sont combinés pour calculer l’accélération angulaire, doublant le bruit déjà non négligeable de ces instruments. Des filtres de premier ordre avec une constante de temps de 0.04 s ont donc été mis en place pour réduire le bruit, cependant le constat est que leurs paramètres sont trop agressifs, puisqu’ils mènent à une fréquence de coupure de 4 Hz.

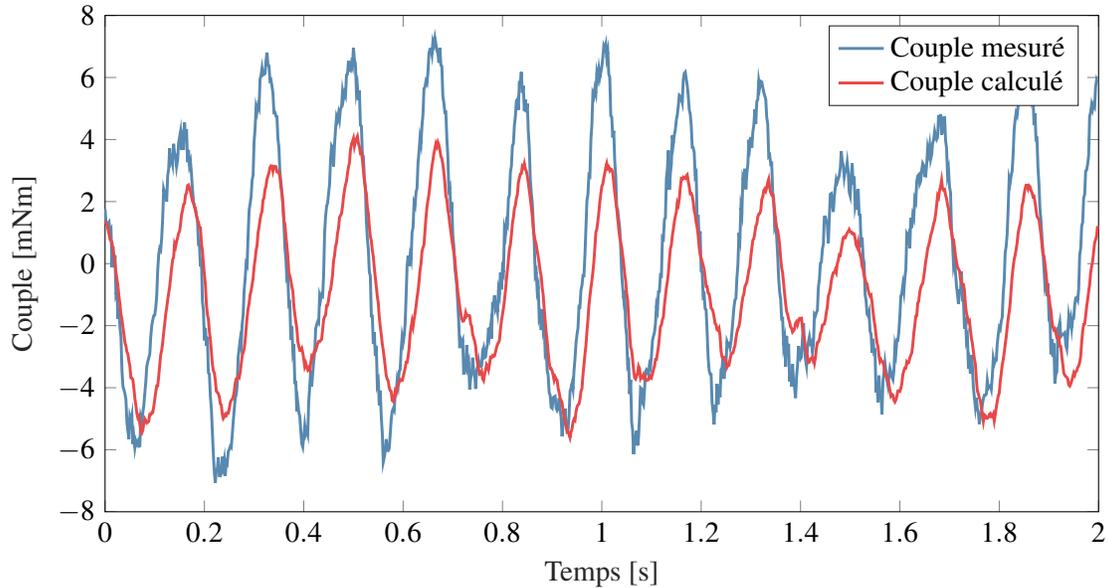


FIGURE 1.9 – Comparaison du couple mesuré par le capteur d’efforts et du couple calculé par le modèle dynamique du prototype. La fréquence du mouvement induit au dispositif est d’environ 6 Hz.

Il est donc bien important de s’assurer de les ajuster en fonction des capacités maximales d’un être humain. Par exemple, il serait irréaliste d’imaginer qu’un mouvement de 20 Hz soit réalisé avec le dispositif. De plus, généralement, un mouvement rapide implique une faible amplitude lorsqu’il est question d’un humain. Il est donc moins pertinent d’optimiser les performances pour de trop grandes fréquences.

1.5.2 Améliorations

À la lumière des problématiques soulignées ci-haut, des pistes de solutions sont explorées. D’abord, une optimisation du filtrage est réalisée, à laquelle est ajouté un système de compensation. Puis, une commande est implémentée pour réguler la vitesse initiale de la roue d’inertie et d’assurer un retour à cette vitesse lorsque l’appareil n’est pas sollicité.

Optimisation du filtrage

Pour déterminer le seuil de fréquence maximal que l’on souhaite atteindre, des essais sont réalisés avec le prototype. K. Mann a déterminé que 75% des mouvements réalisés par le poignet sont à des fréquences inférieures à 10 Hz [8], cependant ce résultat provient d’une analyse de tâches du quotidien ce qui n’est pas représentatif du mouvement accompli ici puisqu’il inclue les mouvements de basses amplitudes. Étant néanmoins un bon point de départ, des vérifications y sont apportées. La figure 1.10 montre les résultats de l’analyse spectrale des données du capteur d’efforts, échantillonnées à 500 Hz sur une période de 10 s. Le prototype a été déplacé d’abord tranquillement pour bien sentir les effets du moteur, puis le plus rapidement

possible. Le constat est que la fréquence de déplacement n'a jamais dépassé 7 Hz. Sachant cela, il est impératif d'assurer que les mouvements allant jusqu'à 7 Hz ne soient pas atténués, que ce soit par le filtrage des données d'entrée ou par la commande du moteur.

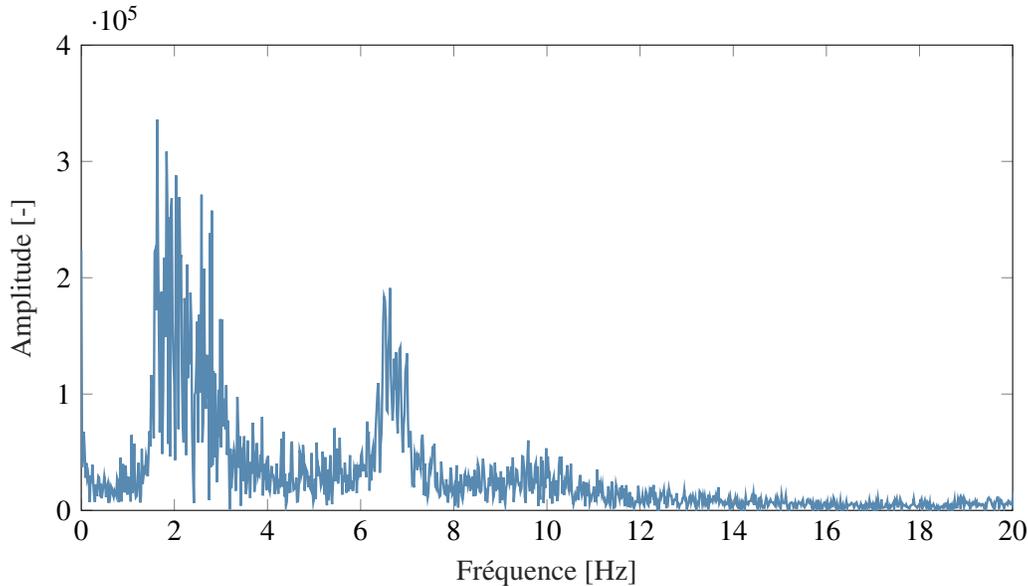


FIGURE 1.10 – Analyse spectrale du signal du capteur d'efforts lors d'un test pour déterminer la fréquence maximale des oscillations pouvant être physiquement réalisée par un humain. Le mouvement réalisé est resté en deçà d'une fréquence de 7 Hz.

Si l'on considère qu'une atténuation maximale de 1 dB ou 11% est tolérée pour considérer le rendu bon, alors la constante de temps nécessaire pour respecter ce critère à 7 Hz est de 0.011. Ceci se calcule en sachant que le rapport d'amplitude d'un filtre de premier ordre est donnée par

$$|F(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\tau\omega)^2}}, \quad (1.8)$$

où ω est la fréquence du signal d'entrée en rad/s et τ est la constante de temps. Cependant, une utilisation du prototype avec cette constante de temps démontre que ce paramétrage n'est pas suffisant pour atténuer le bruit. En effet, des vibrations peuvent alors être ressenties par l'utilisateur.

Une seconde piste de solution est donc explorée. Étant donné que la fonction de transfert du filtre est connue, le niveau d'atténuation pour un signal de fréquence donnée l'est également. Sachant cela, une compensation est développée, qui analyse le signal en temps-réel à l'aide d'une transformée de Fourier pour identifier la fréquence dominante entre 0 et 10 Hz. L'équation (1.8) est ensuite utilisée pour calculer le rapport d'amplitude à cette fréquence et le compenser. Pour avoir une bonne résolution sur la transformée de Fourier, il faut nécessairement récolter des points pendant une longue durée. Ainsi, pour obtenir une résolution d'un minimum de 1 Hz, il faut échantillonner pendant au moins 1s.

Contrôle de vitesse initiale et *washout*

Pour pallier le problème d'opérer autour de la vitesse maximale permise par le moteur, une rétroaction sur la vitesse de rotation est mise en place. Ainsi, un régulateur PID est utilisé pour imposer une vitesse qui devient le point d'opération du dispositif. Ce point doit être suffisamment éloigné de la vitesse maximale et de la zone morte. Il est donc logiquement situé à mi-chemin, soit à 2000 RPM pour le moteur utilisé. Par le fait même, ce PID permet de réaliser la tâche d'un *washout* (filtre de lessivage), c'est-à-dire, qu'il permet au moteur de retourner à sa vitesse initiale s'il n'est pas sollicité. Cependant, pour y arriver, il faut prendre en compte que le PID est actif lors de l'action de l'utilisateur. Ainsi, il faut s'assurer que le contrôle du PID n'est ni trop agressif pour influencer significativement la commande, ni trop lent pour être en mesure de réinitialiser la vitesse du moteur en un temps raisonnable.

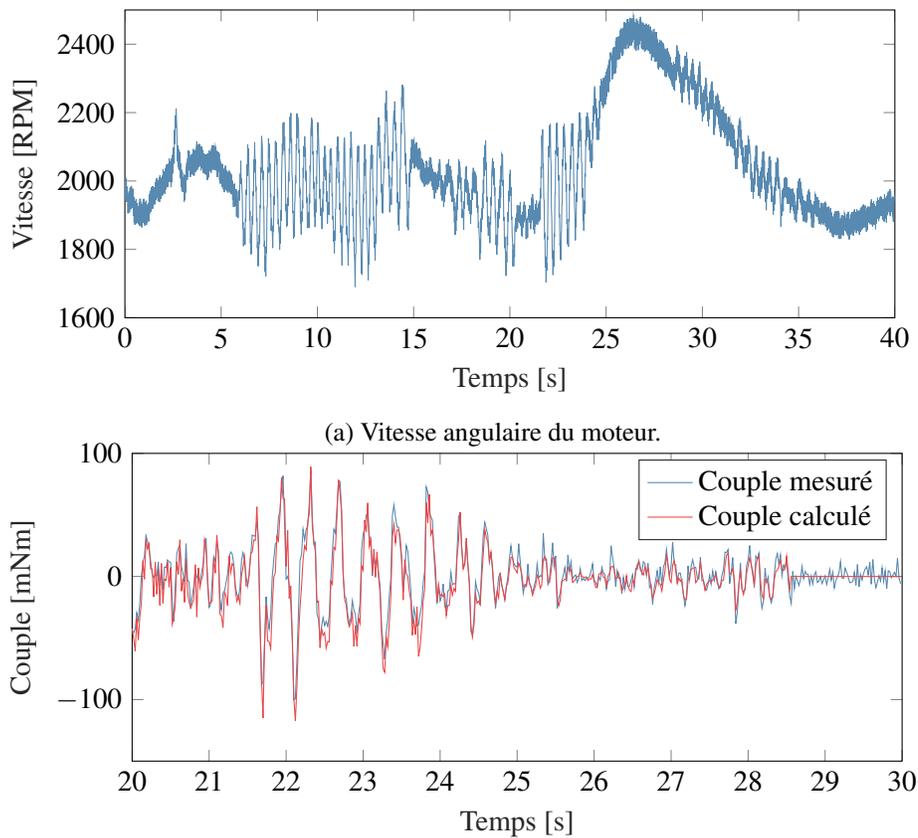


FIGURE 1.11 – Vitesse du moteur et efforts exercés par l'utilisateur lors d'une utilisation typique du générateur d'inertie avec une fonction de lessivage. L'action du PID n'a pas d'impact significatif sur l'utilisateur malgré une augmentation soudaine de la vitesse.

En imposant des paramètres $P = 0.1$, $I = 0.04$ et $D = 0.05$ comme premier essai, la vitesse du moteur atteint

sa consigne de 2000 RPM en 12 s lorsqu'il part du repos. La figure 1.11 montre l'évolution de la vitesse de rotation du moteur et des couples exercés par l'utilisateur lors d'un usage typique du générateur d'inertie avec un tel régulateur PID implémenté. Il est possible de constater qu'à partir de 25s, malgré l'augmentation marquée de la vitesse due à l'intégrateur du PID, les données de couples mesuré et calculé concordent.

Résultats

En combinant les méthodes d'amélioration présentées ci-haut, de nouvelles expériences sont réalisées. L'objectif de l'expérimentation est cette fois de simuler une inertie 10 fois plus grande que l'inertie intrinsèque du prototype, donc de $164 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$. Comme il est possible d'observer à la figure 1.12, les couples mesurés et calculés concordent presque parfaitement et ce même pour un mouvement périodique de 6 Hz.

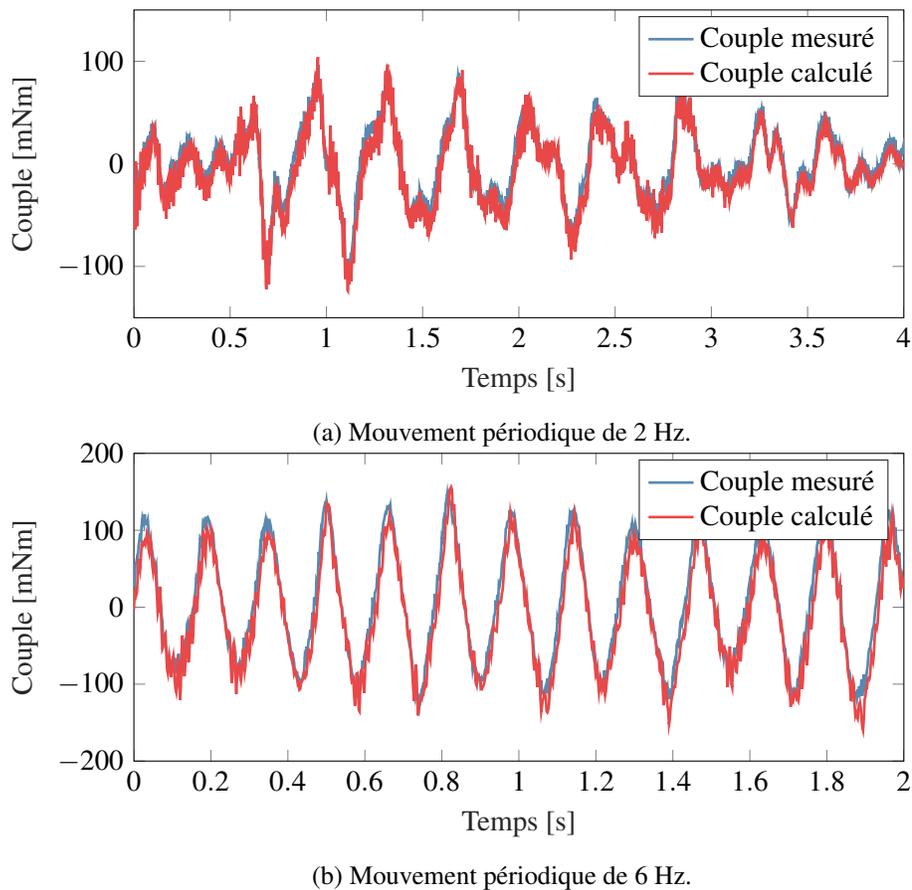


FIGURE 1.12 – Efforts requis par l'utilisateur pour déplacer le générateur d'inertie ayant une inertie 10 fois plus grande que l'inertie intrinsèque du dispositif.

Du point de vue qualitatif, plusieurs remarques peuvent être faites. D'abord, l'effet de simuler une inertie se ressent très bien. Il peut être difficile de différencier une faible inertie d'une un peu moins faible, par exemple

passer de $16.4 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ à $32.8 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$, surtout si le changement se fait graduellement. Lorsque l'inertie est réinitialisée, cependant, la différence devient claire. L'effort requis lors de la manipulation du dispositif semble naturel, malgré la présence de vibrations dues au moteur. Il ne semble pas non plus saccadé malgré la faible résolution de l'encodeur du moteur de 48 comptes par tours.

Un des désavantages connus du générateur d'inertie est qu'il est limité dans ses capacités de simulation par le couple maximal du moteur. Cependant, les expérimentations ont révélé que la limitation est plus grande encore. En effet, lorsque l'effort demandé par le moteur est trop grand, généralement au-delà de la simulation d'une inertie 10 fois plus grande que l'inertie intrinsèque, de grandes vibrations apparaissent. Ces vibrations, accompagnées d'un bruit provenant du moteur, rendent le générateur d'inertie inutilisable.

1.5.3 Commande en vitesse

Un autre schéma de commande possible est la commande en vitesse. Celui-ci est illustré à la figure 1.13. Dans ce cas-ci, l'asservissement en boucle fermée se fait à l'aide d'un contrôleur PID qui fait une rétroaction sur la vitesse angulaire du moteur. La loi de commande provient de l'équation (1.5), qui calcule l'accélération angulaire ω_w^{k+1} nécessaire pour respecter la contrainte de l'inertie simulée, puis l'intègre numériquement pour obtenir la prochaine itération de vitesse angulaire. Ce type de commande n'a pas été implémenté pour le prototype à 1 DDL étant donné que les résultats et la qualité du rendu de la commande en couple suite aux améliorations étaient satisfaisants. La suite des travaux se concentre donc sur le développement du concept de générateur d'inertie à 3 DDL.

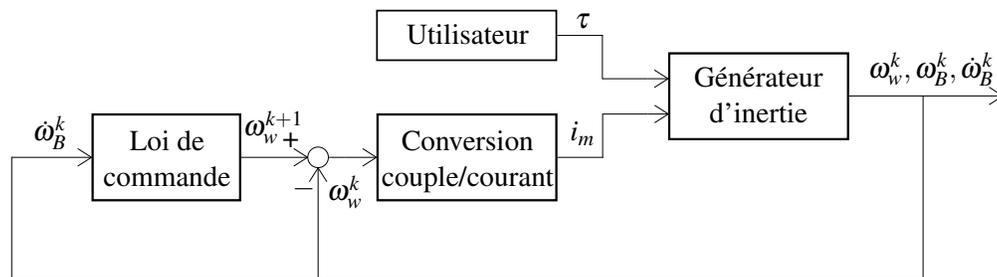


FIGURE 1.13 – Schéma de commande en vitesse du prototype 1 DDL. L'indice k représente à l'itération actuelle, et $k + 1$ la valeur désirée à l'itération suivante.

1.6 Conclusion

Dans ce chapitre, le concept de génération d'inertie en rotation a été exploré. Pour débiter, une approche simple avec un concept à 1 DDL a été utilisée pour établir une méthode de conception et d'analyse qui pourra être transposée à une version 3 DDLs. Le modèle dynamique a donc été développé, puis implémenté sur un prototype existant afin de pouvoir expérimenter plus rapidement différentes méthodes de contrôle.

La première itération se sert donc d'un contrôle en couple en utilisant des paramètres identifiés pour la conversion couple/courant. Puisque les données des accéléromètres sont filtrées, une atténuation de la commande survient pour des mouvements de hautes fréquences. Une saturation de vitesse survient également rapidement sans une forme de *washout*. Pour remédier à ces problèmes, une compensation variable du gain basée sur la transformée de Fourier du mouvement est mis en place, ainsi qu'un PID qui ramène lentement la vitesse de la roue d'inertie vers sa valeur initiale. Ces ajouts ont permis d'améliorer considérablement la qualité du rendu haptique. Enfin, une ébauche d'une commande en vitesse a été élaborée. Celle-ci verra son utilité dans le contrôle du prototype à 3 DDLs.

Ces premiers pas dans l'exploration du générateur d'inertie sont prometteurs. Étant donné que cette version simplifiée est bien fonctionnelle, il est maintenant temps d'appliquer ces acquis dans la conception d'un mécanisme à 3 DDLs.

Chapitre 2

Développement et comparaison de méthodes de production de couples

2.1 Méthodologie

Pour parvenir à un concept de dispositif capable de générer des couples dans les trois axes, il est nécessaire d'étudier différentes méthodes de production de ces couples. Il est alors possible de les comparer pour déterminer quelle serait la méthode idéale que ce soit en terme d'efficacité, de capacité, ou encore de complexité. À cette fin, cinq concepts sont explorés dans ce chapitre. Ces méthodes de production de couples se basent autant sur la transmission directe des couples que sur l'effet gyroscopique. D'abord, les méthodes de fonctionnement de ces concepts sont décrites, puis leurs équations dynamiques sont présentées. Des simulations sont réalisées à l'aide de *Simulink* afin d'évaluer les capacités moteur requises pour chaque concept. Enfin, ils sont comparés afin de sélectionner les candidats qui seront développés davantage au chapitre 3.

2.2 Générateur à trois roues d'inertie

La méthode qui est probablement la plus simple et la plus directe consiste à utiliser le concept développé au chapitre 1 et de l'étendre au trois axes. Il y aurait ainsi un bâti sur lequel seraient apposées trois roues d'inertie dont les axes forment un trièdre orthogonal, actionnées par un moteur chacune. C'est une méthode qui a déjà été utilisée par maintes applications. Notamment, on retrouve le Cubli [9], un cube pouvant se soulever sur ses arrêtes et se tenir en équilibre par lui-même à l'aide de roues d'inertie et d'un système de freinage innovateur. Il y a également le GyroCube [10], un appareil qui a servi à étudier la différence entre la direction d'un couple appliqué sur la main d'une personne et sa perception de la direction. Ce concept a aussi servi de stratégie pour l'équilibrage de couples à la base d'un robot en mouvement [11].

2.2.1 Dynamique newtonienne

Le modèle utilisé est donc celui décrit ci-haut, d'un châssis externe vide de forme cubique, sur lequel sont montées trois roues d'inertie motorisées. Chacune de ces roues est orientée selon un des trois axes principaux du cube. Ainsi placées, ces roues motorisées permettent de modifier le moment angulaire du système selon l'axe x_i , avec $i \in \{1, 2, 3\}$ représentant les axes x_B , y_B et z_B du corps tel qu'indiqué sur la figure 2.1. Tous les vecteurs sont exprimés selon ce repère non-inertiel. La formulation newtonienne est d'abord utilisée pour obtenir le modèle dynamique du système.

Considérant que cet appareil doit être tenu dans les mains d'un utilisateur, il est préférable de s'assurer que le centre de masse soit situé au centroïde du bâti. Ainsi, en réalité, les roues seraient séparées en paires et placées sur les faces opposées du bâti. Cette distinction est importante pour la réalisation d'un prototype complet, mais ne pose pas problème pour la modélisation. En effet, si la gravité est négligée, alors les deux configurations sont équivalentes.

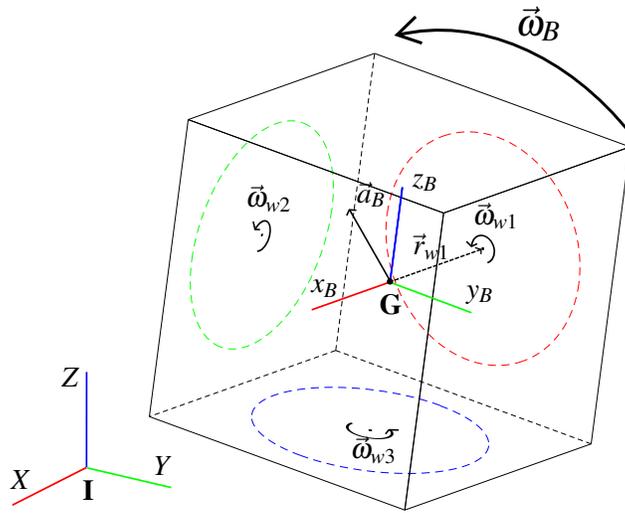


FIGURE 2.1 – Paramètres cinématiques d'un générateur d'inertie à trois roues d'inertie.

La vitesse angulaire de ces roues peut être écrite comme

$$\vec{\omega}_{wi,tot} = \vec{\omega}_{wi} + \vec{\omega}_B, \quad (2.1)$$

avec $\vec{\omega}_{wi}$ la vitesse angulaire de la roue orientée selon l'axe x_i par rapport au bâti. Le mécanisme a pour but de recréer la dynamique d'un objet d'inertie quelconque, qui se comportera selon

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F}_{cube} &= m_{cube} \vec{a}_{cube} \\ \Sigma \vec{M}_{cube} &= \mathbf{I}_a \dot{\vec{\omega}}_{cube} + \vec{\omega}_{cube} \times (\mathbf{I}_a \vec{\omega}_{cube}), \end{aligned} \quad (2.2)$$

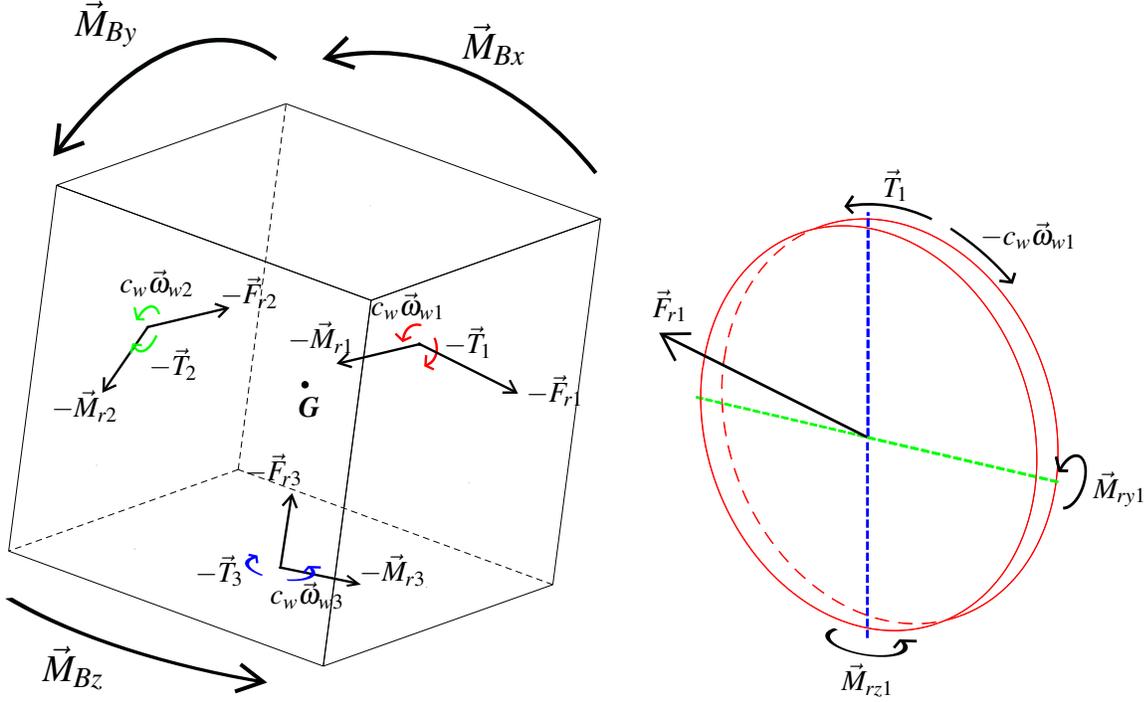
avec m_{cube} la masse totale du système, $\vec{\omega}_{cube} = \vec{\omega}_B$ la vitesse angulaire de rotation du cube, $\vec{a}_{cube} = \vec{a}_B$ l'accélération du centre de masse, et \mathbf{I}_a l'inertie prescrite au cube par rapport au centre géométrique, c'est-à-dire l'inertie que l'utilisateur doit ressentir.

En faisant un diagramme de corps libres sur les différentes composantes du système, tel qu'illustré à la figure 2.2, les équations du mouvement sont obtenues :

$$\Sigma \vec{M}_{wi} = \mathbf{I}_{wi} (\ddot{\vec{\omega}}_{wi} + \dot{\vec{\omega}}_B) + \vec{\omega}_B \times [\mathbf{I}_{wi} (\vec{\omega}_{wi} + \vec{\omega}_B)] = \vec{T}_i - c_w \vec{\omega}_{wi} + \vec{M}_{ri} \quad (2.3)$$

$$\Sigma \vec{F}_{wi} = m_{wi} (\vec{a}_B + \dot{\vec{\omega}}_B \times \vec{r}_{wi} + \vec{\omega}_B \times (\vec{\omega}_B \times \vec{r}_{wi})) = m_{wi} \vec{g} + \vec{F}_{ri}, \quad (2.4)$$

où m_{wi} est la masse d'une des roues d'inertie, I_{wi} est leur matrice d'inertie par rapport à leur centre de



(a) Diagramme de corps libre sur le bâti du générateur d'inertie.

(b) Diagramme de corps libre sur une roue d'inertie.

FIGURE 2.2 – Diagrammes de corps libres sur les différentes composantes du générateur d'inertie à trois roues.

masse, et \vec{r}_{wi} est la position de leur centre de masse par rapport au centre géométrique du cube. \vec{T}_i est le couple appliqué par le moteur, c_w est le coefficient de friction visqueuse, \vec{g} est le vecteur d'accélération gravitationnelle, et \vec{F}_{ri} et \vec{M}_{ri} sont les forces et moments de réaction entre le bâti et les roues. Pour le bâti, cela donne

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{M}_B &= \mathbf{I}_B \dot{\vec{\omega}}_B + \vec{\omega}_B \times (\mathbf{I}_B \vec{\omega}_B) \\ &= \vec{r}_B \times (m_B \vec{g}) - \sum_i \left[\vec{r}_{wi} \times \vec{F}_{ri} + \vec{M}_{wi} \right] + \Sigma \vec{M}_{cube}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

où \vec{r}_B est la position de son centre de masse par rapport au centre géométrique, \mathbf{I}_B sa matrice d'inertie, m_B sa masse, et \vec{M}_{cube} les moments qui lui sont appliqués par un utilisateur. Ces-derniers sont identiques à l'équation (2.2).

De (2.4), en appliquant un produit vectoriel avec \vec{r}_{wi} , on obtient

$$\vec{r}_{wi} \times \vec{F}_{ri} = \vec{r}_{wi} \times \left(m_{wi} \vec{a}_B + \left(m_{wi} \dot{\vec{\omega}}_B \times \vec{r}_{wi} \right) + \left(m_{wi} \vec{\omega}_B \times \left(\vec{\omega}_B \times \vec{r}_{wi} \right) \right) - m_{wi} \vec{g} \right).$$

Soit $\mathbf{1}$ la matrice identité, on définit $\tilde{\omega}_1 \equiv \mathbf{1} \times \vec{\omega}_1$ la matrice appliquant le produit vectoriel tel que $\tilde{\omega}_1 \vec{\omega}_2 = \vec{\omega}_1 \times \vec{\omega}_2$. Le produit vectoriel $\mathbf{1} \times \vec{\omega}_1$ s'effectue en réalisant le produit vectoriel de chaque ligne de $\mathbf{1}$ par $\vec{\omega}_1$ et juxtaposant les résultats en suivant les lignes de $\tilde{\omega}_1$. Ainsi,

$$\tilde{\mathbf{r}}_{wi} \vec{F}_{ri} = \tilde{\mathbf{r}}_{wi} m_{wi} \vec{a}_B + \tilde{\mathbf{r}}_{wi} \left(m_{wi} \dot{\vec{\omega}}_B \vec{r}_{wi} \right) + \tilde{\mathbf{r}}_{wi} \left(m_{wi} \vec{\omega}_B \left(\vec{\omega}_B \vec{r}_{wi} \right) \right) - m_{wi} \tilde{\mathbf{r}}_{wi} \vec{g}.$$

L'identité $\vec{a} \times (\vec{b} \times (\vec{b} \times \vec{a})) = -\vec{b} \times (\vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{b}))$ est utilisée pour obtenir

$$\tilde{\mathbf{r}}_{wi} \vec{F}_{ri} = -\tilde{\mathbf{a}}_B \left(m_{wi} \vec{r}_{wi} \right) - m_{wi} \tilde{\mathbf{r}}_{wi}^2 \dot{\vec{\omega}}_B - \tilde{\omega}_B \left(m_{wi} \tilde{\mathbf{r}}_{wi}^2 \vec{\omega}_B \right) - m_{wi} \tilde{\mathbf{r}}_{wi} \vec{g}. \quad (2.6)$$

Avec les équations (2.3) et (2.6) dans (2.5) on obtient

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_B \dot{\vec{\omega}}_B + \tilde{\omega}_B \left(\mathbf{I}_B \vec{\omega}_B \right) &= m_B \tilde{\mathbf{r}}_B \vec{g} - \sum_i \left[\mathbf{I}_{wi} \left(\dot{\vec{\omega}}_{wi} + \dot{\vec{\omega}}_B \right) + \tilde{\omega}_B \left[\mathbf{I}_{wi} \left(\vec{\omega}_{wi} + \vec{\omega}_B \right) \right] - \tilde{\mathbf{a}}_B \left(m_{wi} \vec{r}_{wi} \right) \right. \\ &\quad \left. - m_{wi} \tilde{\mathbf{r}}_{wi}^2 \dot{\vec{\omega}}_B - \tilde{\omega}_B \left(m_{wi} \tilde{\mathbf{r}}_{wi}^2 \vec{\omega}_B \right) - m_{wi} \tilde{\mathbf{r}}_{wi} \vec{g} \right] + \Sigma \vec{M}_{cube}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Puisque la rotation des roues d'inertie se fait selon les axes orthogonaux du cube, on définit

$$\begin{cases} \vec{\omega}_w \equiv \sum_i \vec{\omega}_{wi} \\ m_{w,tot} \vec{R}_w \equiv \sum_i m_{wi} \vec{r}_{wi} \\ \mathbf{I}_w \equiv \begin{bmatrix} I_{w1,xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{w2,yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{w3,zz} \end{bmatrix} \end{cases} \\ \Rightarrow \mathbf{I}_w \vec{\omega}_w = \sum_i \mathbf{I}_{wi} \vec{\omega}_{wi},$$

où \vec{R}_w est la position du centre de masse des trois roues d'inertie et $m_{w,tot}$ est la masse totale des roues d'inertie. Insérant ces résultats dans l'équation (2.7), on obtient

$$\begin{aligned} \left(\mathbf{I}_B + \sum_i \left(\mathbf{I}_{wi} - m_{wi} \tilde{\mathbf{r}}_{wi}^2 \right) \right) \dot{\vec{\omega}}_B + \tilde{\omega}_B \left[\left(\mathbf{I}_B + \sum_i \left(\mathbf{I}_{wi} - m_{wi} \tilde{\mathbf{r}}_{wi}^2 \right) \right) \vec{\omega}_B \right] + \mathbf{I}_w \dot{\vec{\omega}}_w \\ + \tilde{\omega}_B \left(\mathbf{I}_w \vec{\omega}_w \right) = \left(m_B \tilde{\mathbf{r}}_B + m_{w,tot} \vec{R}_w \right) \vec{g} + \tilde{\mathbf{a}}_B \left(m_{w,tot} \vec{R}_w \right) + \Sigma \vec{M}_{cube}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

En définissant

$$\begin{cases} \mathbf{I}_{tot} = \mathbf{I}_B + \sum_i \left(\mathbf{I}_{wi} - m_{wi} \tilde{\mathbf{r}}_{wi}^2 \right) \\ \vec{M} = m_B \tilde{\mathbf{r}}_B + m_{w,tot} \vec{R}_w, \end{cases}$$

l'équation (2.8) donne

$$\mathbf{I}_{tot} \dot{\vec{\omega}}_B + \tilde{\omega}_B (\mathbf{I}_{tot} \vec{\omega}_B) + \mathbf{I}_w \dot{\vec{\omega}}_w + \tilde{\omega}_B (\mathbf{I}_w \vec{\omega}_w) = \tilde{\mathbf{M}} \vec{g} + \tilde{\mathbf{a}}_B (m_{w,tot} \vec{R}_w) + \Sigma \vec{M}_{cube}. \quad (2.9)$$

L'analyse des moments dans l'axe de rotation des roues d'inerties permet d'obtenir que

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{wi} (\dot{\vec{\omega}}_{wi} + \dot{\vec{\omega}}_B) &= \vec{T}_i - c_w \vec{\omega}_{wi} \\ \Rightarrow \mathbf{I}_{wi} \dot{\vec{\omega}}_{wi} &= \vec{T}_i - c_w \vec{\omega}_{wi} - \mathbf{I}_{wi} \dot{\vec{\omega}}_B, \end{aligned}$$

ce qui produit

$$\sum_i \mathbf{I}_{wi} \dot{\vec{\omega}}_{wi} = \mathbf{I}_w \dot{\vec{\omega}}_w = \vec{T} - c_w \vec{\omega}_w - \mathbf{I}_w \dot{\vec{\omega}}_B. \quad (2.10)$$

Insérant ce résultat dans (2.9) donne

$$(\mathbf{I}_{tot} - \mathbf{I}_w) \dot{\vec{\omega}}_B + \tilde{\omega}_B (\mathbf{I}_{tot} \vec{\omega}_B) + \tilde{\omega}_B (\mathbf{I}_w \vec{\omega}_w) = c_w \vec{\omega}_w - \vec{T} + \tilde{\mathbf{M}} \vec{g} + \tilde{\mathbf{a}}_B (m_{w,tot} \vec{R}_w) + \Sigma \vec{M}_{cube}. \quad (2.11)$$

Afin d'obtenir la loi de commande, le terme $\Sigma \vec{M}_{cube}$ est remplacé par le comportement désiré (2.2), puis la commande en couple est isolée menant à

$$\boxed{\vec{T} = (\mathbf{I}_a + \mathbf{I}_w - \mathbf{I}_{tot}) \dot{\vec{\omega}}_B + \tilde{\omega}_B (\mathbf{I}_a - \mathbf{I}_{tot}) \vec{\omega}_B - \tilde{\omega}_B (\mathbf{I}_w \vec{\omega}_w) + \tilde{\mathbf{a}}_B (m_{w,tot} \vec{R}_w) + c_w \vec{\omega}_w + \tilde{\mathbf{M}} \vec{g}}. \quad (2.12)$$

2.2.2 Dynamique lagrangienne

Afin de permettre une certaine validation des équations newtoniennes, le modèle dynamique est développé une fois de plus mais en utilisant plutôt les équations de Lagrange. Étant donné que certains des concepts développés dans ce chapitre ont beaucoup de corps à traiter dans les équations, il devient beaucoup plus pratique d'utiliser une méthode plus séquentielle comme la méthode de Lagrange. En effet, il est facile d'oublier de prendre en compte une force ou une interaction dans un corps avec la méthode de Newton. Avec le formalisme de Lagrange, il ne suffit que de bien formuler les équations d'énergie avant de débiter une démarche qui est identique pour tout système.

Dans le cadre de ce projet, une modification est apportée au formalisme lagrangien. Normalement, lorsque l'on formule les coordonnées généralisées nécessaires au développement, il faut s'assurer qu'une des coordonnées de position puisse être exprimée depuis un repère inertiel, et que les coordonnées soient scalaires. Par exemple, pour le mouvement du bâti, il serait possible de définir des coordonnées α , β , γ selon la convention XYZ des angles d'Euler. Lors du calcul de la dynamique, cependant, une telle définition demande de connaître l'orientation absolue du dispositif. Étant donné qu'il est évident que l'énergie cinétique du dispositif ne dépend pas de son orientation absolue, une modification est apportée. La coordonnée utilisée est plutôt le vecteur $[\vec{\omega}_f]_B = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$, qui ne décrit pas une position mais bien les vitesses angulaires du bâti, et ce telles qu'exprimées dans le repère mobile de ce bâti. Ceci signifie que le repère initial utilisé pour

la méthode de Lagrange est *non-inertiel*. Les modifications que ce changement engendre sont soulignées dans le développement ci-bas.

Pour débiter, les vitesses angulaires des différents corps sont données par

$$\begin{aligned} [\vec{\omega}_f]_B &= [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T \\ [\vec{\omega}_{w1}]_B &= \dot{\phi} \vec{e}_1 + [\vec{\omega}_f]_B \\ [\vec{\omega}_{w2}]_B &= \dot{\theta} \vec{e}_2 + [\vec{\omega}_f]_B \\ [\vec{\omega}_{w3}]_B &= \dot{\psi} \vec{e}_3 + [\vec{\omega}_f]_B, \end{aligned}$$

où les indices f et wi avec $i \in \{1, 2, 3\}$ représentent le bâti et les roues respectivement, et l'indice B signifie que les vecteurs sont exprimés dans le repère du bâti. Les vecteurs \vec{e}_1 , \vec{e}_2 , and \vec{e}_3 représentent les vecteurs unitaires selon les axes X, Y, et Z respectivement.

Pour chaque corps, l'énergie cinétique est donc donnée par

$$\begin{aligned} T_f &= \frac{1}{2} [\vec{\omega}_f]_B^T [\mathbf{I}_f]_B [\vec{\omega}_f]_B \\ T_{w1} &= \frac{1}{2} [\vec{\omega}_{w1}]_B^T [\mathbf{I}_{w1}]_B [\vec{\omega}_{w1}]_B \\ T_{w2} &= \frac{1}{2} [\vec{\omega}_{w2}]_B^T [\mathbf{I}_{w2}]_B [\vec{\omega}_{w2}]_B \\ T_{w3} &= \frac{1}{2} [\vec{\omega}_{w3}]_B^T [\mathbf{I}_{w3}]_B [\vec{\omega}_{w3}]_B, \end{aligned}$$

où \mathbf{I}_i dénote la matrice d'inertie du corps i . L'énergie cinétique totale est obtenue selon

$$T = \sum_i T_i. \quad (2.13)$$

En faisant l'hypothèse que l'énergie cinétique totale peut être exprimée en fonction d'une matrice d'inertie généralisée \mathbf{M} telle que

$$T = \frac{1}{2} \dot{\Theta}^T \mathbf{M} \dot{\Theta}, \quad (2.14)$$

où $\dot{\Theta} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z, \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T$, alors $\mathbf{M} = \frac{\partial^2 T}{\partial \dot{\Theta}^2}$ et les équations de Lagrange donnent

$$\vec{\tau} - \vec{\Phi} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\Theta}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Theta} = \frac{d}{dt} [\mathbf{M} \dot{\Theta}] - \frac{\partial T}{\partial \Theta}, \quad (2.15)$$

où $\mathcal{L} = T - V$, et l'énergie potentielle V est constante puisque l'on néglige la gravité. C'est une approximation qui peut être valide si l'on considère qu'un prototype réel aurait plutôt six roues d'inertie positionnées sur les six faces, alignant ainsi le centre de masse avec le centre géométrique. $\vec{\tau}$ est le vecteur des couples aux actionneurs, et $\vec{\Phi}$ contient les forces de friction. En partitionnant (2.15) en deux systèmes de trois équations,

un pour le bâti et un pour les roues d'inerties, l'équation (2.15) peut être réécrite comme étant

$$\begin{bmatrix} \vec{\tau}_a - \vec{\Phi}_a \\ \vec{\tau}_m - \vec{\Phi}_m \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \left[\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\vec{\Theta}}_a \\ \dot{\vec{\Theta}}_m \end{bmatrix} \right] - \begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial \vec{\Theta}_a} \\ \frac{\partial T}{\partial \vec{\Theta}_m} \end{bmatrix}, \quad (2.16)$$

où $\dot{\vec{\Theta}}_a = [\vec{\omega}_f]_B$, et $\vec{\Theta}_m = [\phi, \theta, \psi]^T$. Cela signifie que $\vec{\Theta}_a$ n'est pas vraiment une quantité physique réelle puisqu'un vecteur de vitesse angulaire ne peut être intégré. Cependant, tel que mentionné ci-haut, l'énergie cinétique est indépendante de l'orientation absolue du dispositif, donc $\frac{\partial T}{\partial \vec{\Theta}_a} = 0_{3 \times 1}$. Également, on peut considérer que $\vec{\Phi}_a = 0_{3 \times 1}$ puisque le bâti est actionné par l'utilisateur.

Puisque l'équation (2.16) ne provient pas d'un référentiel inertiel, le premier système d'équations donne

$$\vec{\tau}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\vec{\Theta}}_a \\ \ddot{\vec{\Theta}}_m \end{bmatrix} + \vec{\Omega} \times \left[\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \end{bmatrix} \dot{\vec{\Theta}} \right] + \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{M}}_{11} & \dot{\mathbf{M}}_{12} \end{bmatrix} \dot{\vec{\Theta}}, \quad (2.17)$$

où $\vec{\Omega} = [\vec{\omega}_f]_B$. L'ajout d'un produit vectoriel est nécessaire puisque l'on dérive une quantité vectorielle par rapport au temps, et ce dans un repère mobile. C'est une démarche similaire à celle utilisée avec les équations de Newton. C'est une étape importante puisqu'elle permet l'utilisation d'un gyroscope à 3 axes pour mesurer le mouvement du dispositif. En faisant cela, il n'y a pas de risque d'introduction de dérive dans les mesures comme il aurait été le cas en utilisant un *inertial measurement unit* (IMU) pour obtenir la position.

Le deuxième système d'équations de (2.16) donne

$$\vec{\tau}_m - \vec{\Phi}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix} \ddot{\vec{\Theta}} + \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{M}}_{21} & \dot{\mathbf{M}}_{22} \end{bmatrix} \dot{\vec{\Theta}} - \frac{\partial T}{\partial \vec{\Theta}_m}. \quad (2.18)$$

Pour obtenir l'effet du générateur d'inertie, c'est-à-dire pour simuler une inertie désirée, les couples de l'équation (2.17) doivent être équivalents aux couples nécessaires pour tourner un objet ayant l'inertie prescrite \mathbf{I}_a . Ainsi,

$$\begin{aligned} T_a &= \frac{1}{2} [\vec{\omega}_f]_B^T [\mathbf{I}_a]_B [\vec{\omega}_f]_B \\ \mathbf{M}_a &= \frac{\partial^2 T_a}{\partial \dot{\vec{\Theta}}^2} \\ \vec{\tau}_a &= \mathbf{M}_a \ddot{\vec{\Theta}}_a + \vec{\Omega} \times \left[\mathbf{M}_a \dot{\vec{\Theta}} \right] + \dot{\mathbf{M}}_a \dot{\vec{\Theta}}_a - \frac{\partial T_a}{\partial \vec{\Theta}_a}, \end{aligned} \quad (2.19)$$

où $\dot{\mathbf{M}}_a = 0_{3 \times 3}$ puisque l'inertie est constante, et $\frac{\partial T_a}{\partial \vec{\Theta}_a} = 0_{3 \times 1}$ puisqu'encore une fois l'énergie cinétique est indépendante de l'orientation. L'équation (2.19) est ensuite substituée dans l'équations (2.17) et résolue afin d'obtenir les accélérations moteur nécessaires pour simuler l'inertie. Le résultat est

$$\ddot{\vec{\Theta}}_m = \mathbf{M}_{12}^{-1} \left[\vec{\tau}_a - \mathbf{M}_{11} \ddot{\vec{\Theta}}_a - \vec{\Omega} \times \left[\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \end{bmatrix} \dot{\vec{\Theta}} \right] - \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{M}}_{11} & \dot{\mathbf{M}}_{12} \end{bmatrix} \dot{\vec{\Theta}} \right]. \quad (2.20)$$

En insérant l'équation (2.20) dans (2.18), on obtient finalement la loi de commande.

2.2.3 Résultats de simulation

La première vérification qui doit être faite est de comparer les deux démarches utilisées pour obtenir la loi de commande. Les formulations newtonienne et lagrangienne des équations dynamiques sont supposées être équivalentes, donc un premier cas de simulation est mis en place. Pour établir les différents paramètres à utiliser, ce travail de simulation s'inspire des caractéristiques physiques du Cubli [9] afin de s'assurer que les données utilisées soient réalistes, permettant ainsi d'aider à la conception d'un éventuel prototype. Ainsi, les simulations considèrent que le générateur d'inertie est composé d'un bâti en aluminium assemblé à partir de six plaques carrées de 15 cm de côté et 2 mm d'épaisseur. Ceci donne une masse de $m_B = 0.271$ kg au bâti, et une inertie de 1.882×10^{-3} kg m² autour de son centre dans les trois directions cartésiennes. Les roues d'inerties utilisées sont des disques minces ayant une masse de $m_w = 0.204$ kg et une inertie de 0.570×10^{-3} kg m² le long de l'axe principal de rotation. L'inertie simulée I_a est établie à 6.62×10^{-3} kg m², ce qui est équivalent à l'inertie d'un cube de taille identique avec une masse totale doublée et distribuée uniformément. La friction est ajustée à une valeur de 5×10^{-4} N m s.

Pour la simulation comme telle, un mouvement est imposé au bâti comme si un utilisateur le déplaçait dans ses mains. Le mouvement induit est un mouvement périodique de la forme

$$\theta_B(t) = A_r \sin(2\pi ft),$$

où A_r est l'amplitude du mouvement qui est de 60° et f est la fréquence du mouvement, mise à 0.4 Hz. Ce mouvement est appliqué autour d'un axe de rotation le long de la direction vectorielle $[2, 1, -2]^T$. Un état transitoire est ajouté au début pour éviter les discontinuités du mouvement. Une vitesse initiale de 500 RPM est également appliquée aux roues d'inertie afin d'éviter le plus possible la zone de friction élevée autour du point 0 RPM. En utilisant tous ces paramètres, les équations 2.12 et 2.17 sont utilisées pour calculer les couples appliqués par l'utilisateur lors de l'opération. Les figures 2.3 et 2.4 montrent les résultats de ces simulations.

La figure 2.3 démontre que les deux méthodes de modélisation dynamique sont équivalentes, et celles-ci respectent bien la contrainte qui est appliquée, soit d'assurer que ces efforts déployés par l'utilisateur correspondent avec l'inertie simulée. La figure 2.4 montre l'évolution de la demande en couple et en vitesse des moteurs pour suivre la trajectoire. Il est possible d'observer que la vitesse ne dépasse pas 900 RPM et que le couple reste en deçà de 0.12 Nm. Seuls les résultats provenant de la méthode newtonienne sont illustrés, cependant les données du modèle lagrangien étaient identiques ici également. Ce qu'il faut retirer de ces résultats est que les demandes en vitesse et en couple sont raisonnables, c'est-à-dire qu'il existe des moteurs de tailles acceptables qui seraient en mesure de fournir les capacités nécessaires pour respecter ces trajectoires. De plus, la figure 2.4(a) appuie l'utilisation d'une vitesse initiale aux roues d'inertie. En effet, il est possible de voir que soit le point 0 RPM n'est pas atteint par les moteurs, ou soit il est franchi lorsque l'accélération est maximale, évitant une interaction de longue durée de la friction autour de ce point.

Les observations décrites ci-haut contribuent certainement à conclure qu'un générateur d'inertie à 3 DDL est un projet réaliste, cependant le concept présenté dans cette section n'est pas sans défauts non plus. Malgré

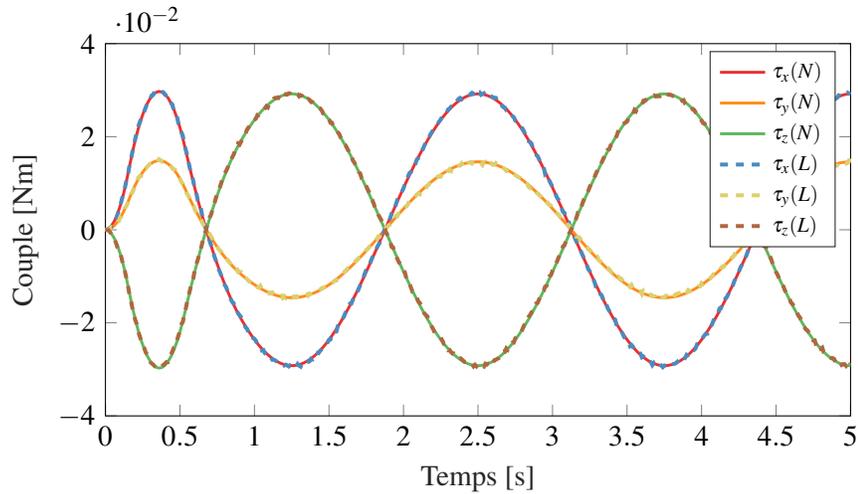


FIGURE 2.3 – Comparaison des efforts déployés par un utilisateur pour déplacer le générateur d’inertie autour d’un axe $[2, 1, -2]^T$ lorsqu’une inertie de $6.62 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ est simulée. Les données provenant de la méthode newtonienne (N) et lagrangienne (L) concordent parfaitement.

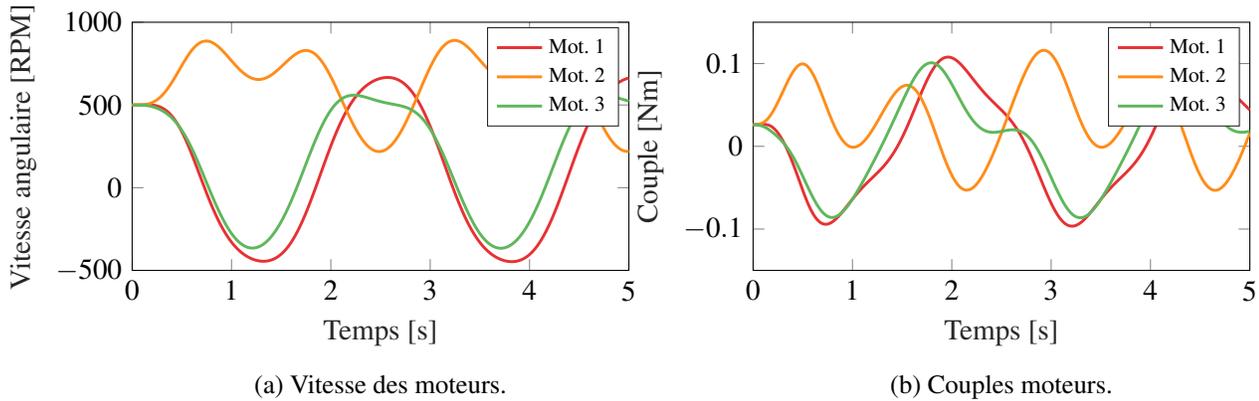
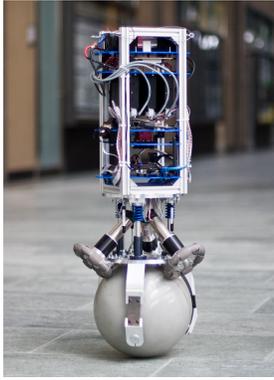


FIGURE 2.4 – Couples et vitesses demandés aux moteurs pour simuler une inertie de $6.62 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ autour de l’axe $[2, 1, -2]^T$.

qu’il bénéficie d’une simplicité de design et de réalisation, deux désavantages principaux sont à souligner. En effet, le dispositif est soumis à l’effet gyroscopique sans pouvoir en faire usage, devant donc le compenser constamment, et les roues d’inertie ne peuvent faire de rotations que dans un axe. Le dispositif est créé de sorte qu’il sera manipulé et tourné dans les différents sens. Il est donc avantageux d’avoir une masse mobile qui puisse être utilisée au maximum, et ce peu importe le sens de rotation. Dans le cas de ce concept, les trois roues sont chacune fixées à une face du bâti, ce qui en fait des poids morts lorsque le dispositif est tourné dans tout autre sens que l’axe de rotation des roues. Comme elles sont installées dans des axes orthogonaux, il y en a presque toujours une ou deux qui se retrouvent dans une position orthogonale au mouvement induit, nuisant au ratio d’inertie mobile à inertie fixe. Ainsi, du point de vue de ce ratio, il est facile de croire que d’autres concepts de générateurs d’inertie pourraient surpasser les capacités de celui-ci.

2.3 Générateur avec sphère mobile

Afin d'éviter les désavantages mentionnés ci-haut, un nouveau concept est développé. Il prend les trois roues d'inertie et les combine en une seule sphère dont la rotation peut être contrôlée dans toutes les directions. Une des étapes de conception d'un tel appareil comprend le développement du mécanisme d'actionnement de la sphère. Depuis 2005, plusieurs types de robots mobiles communément appelés «ballbots» ont été conçus, utilisant divers mécanismes d'actionnement. Un des premiers a été la boule de souris inversée [12], mais celui-ci ne permet d'obtenir que 2 DDLs. Pour obtenir 3 DDLs, certains robots utilisent plutôt des roues holonomes placées sur la sphère [13][14] tel qu'illustré à la figure 2.5. Il existe également un moteur à induction sphérique [15] qui permet 3 DDLs, cependant ce n'est pas un mécanisme répandu, et encore moins disponible commercialement. Il n'est donc pas considéré pour ce projet.



(a) Ballbot développé pour le projet Rezero [14].



(b) Une roue holonome.

FIGURE 2.5 – Exemple d'un ballbot et d'une roue holonome.

2.3.1 Dynamique newtonienne

Lorsque l'on considère un générateur utilisant une sphère mobile, la dynamique désirée donnée par l'équation (2.2) reste identique. La figure 2.6 montre les paramètres cinématiques utilisés dans les équations. Un diagramme de corps libres est illustré à la figure 2.7. Les équations dynamiques sur la sphère et le bâti peuvent être décrites comme étant

$$\Sigma \vec{F}_s = m_s (\vec{a}_B + \dot{\vec{\omega}}_B \vec{r}_s + \vec{\omega}_B (\vec{\omega}_B \vec{r}_s)) = m_s \vec{g} + \vec{F}_r, \quad (2.21)$$

$$\Sigma \vec{M}_s = \mathbf{I}_s (\dot{\vec{\omega}}_s + \dot{\vec{\omega}}_B) + \vec{\omega}_B [\mathbf{I}_s (\vec{\omega}_s + \vec{\omega}_B)] = \vec{T} - c_s \vec{\omega}_s + \vec{M}_r, \quad (2.22)$$

$$\Sigma \vec{M}_B = \mathbf{I}_B \dot{\vec{\omega}}_B + \vec{\omega}_B (\mathbf{I}_B \vec{\omega}_B) = \vec{r}_B (m_B \vec{g}) - [\vec{r}_s \vec{F}_r + \Sigma \vec{M}_s] + \Sigma \vec{M}_{cube}, \quad (2.23)$$

où m_s est la masse de la sphère, \mathbf{I}_s est sa matrice d'inertie, \vec{r}_s la position de son centre de masse par rapport au centre géométrique, et $\vec{\omega}_s$ sa vitesse angulaire par rapport au bâti. \vec{T} est le couple appliqué à la sphère, et c_s le coefficient de friction visqueuse. \vec{F}_r et \vec{M}_r sont les forces et couples de réaction.

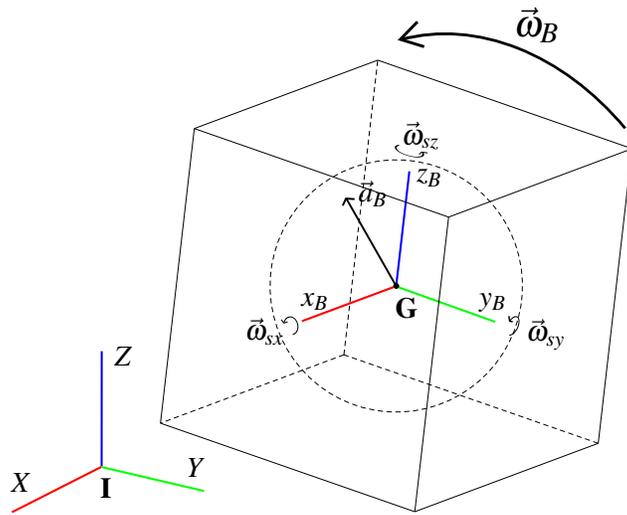
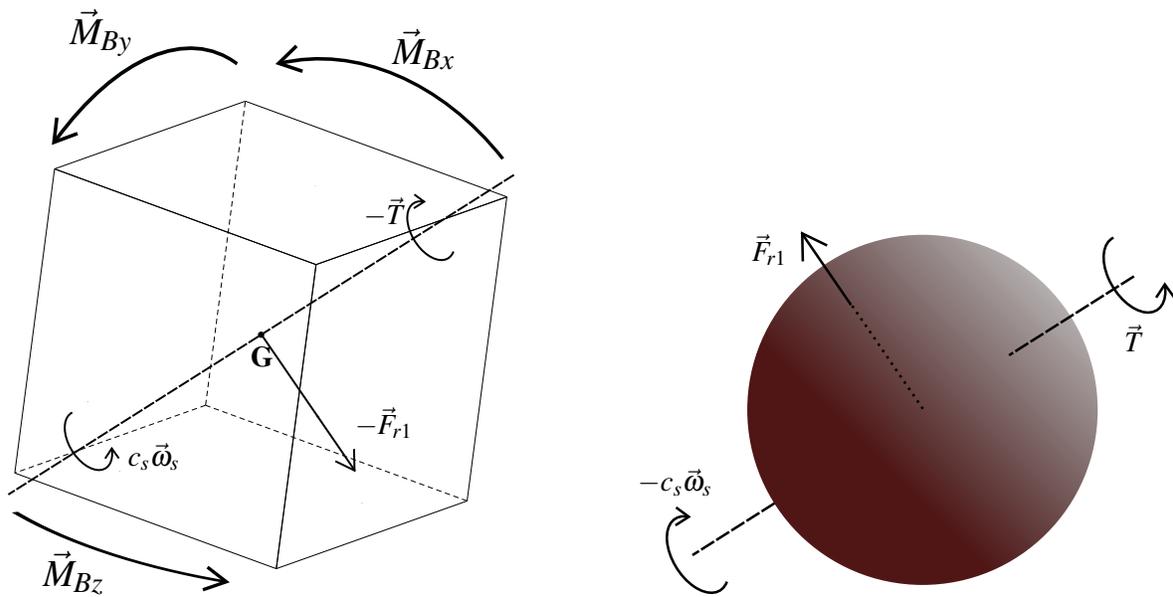


FIGURE 2.6 – Paramètres cinématiques d'un générateur d'inertie utilisant une sphère d'inertie.



(a) Diagramme de corps libre sur le bâti du générateur d'inertie de type sphère mobile omnidirectionnelle.

(b) Diagramme de corps libre sur la sphère.

FIGURE 2.7 – Diagrammes de corps libres pour les deux composantes du générateur d'inertie sphérique.

Pour cette configuration, il n'y a aucun moment de réaction entre le corps du cube et la sphère puisque cette-dernière est libre de tourner dans tous les axes. L'équation (2.21) permet d'obtenir

$$\tilde{\mathbf{r}}_s \vec{F}_r = -\tilde{\mathbf{a}}_B (m_s \vec{r}_s) - m_s \tilde{\mathbf{r}}_s^2 \dot{\vec{\omega}}_B - \tilde{\omega}_B (m_s \tilde{\mathbf{r}}_s^2 \vec{\omega}_B) - m_s \tilde{\mathbf{r}}_s \vec{g}. \quad (2.24)$$

Insérer les équations (2.22) et (2.24) dans (2.23) produit

$$\mathbf{I}_{tot} \dot{\vec{\omega}}_B + \tilde{\omega}_B (\mathbf{I}_{tot} \vec{\omega}_B) + \mathbf{I}_s \dot{\vec{\omega}}_s + \tilde{\omega}_B (\mathbf{I}_s \vec{\omega}_s) = \tilde{\mathbf{a}}_B (m_s \vec{r}_s) + \tilde{\mathbf{M}} \vec{g} + \Sigma \vec{M}_{cube}, \quad (2.25)$$

où

$$\begin{cases} \mathbf{I}_{tot} = \mathbf{I}_B + \mathbf{I}_s - m_s \tilde{\mathbf{r}}_s^2 \\ \tilde{\mathbf{M}} = m_B \tilde{\mathbf{r}}_B + m_s \tilde{\mathbf{r}}_s. \end{cases}$$

De l'équation (2.22), on a que

$$\mathbf{I}_s \dot{\vec{\omega}}_s + \tilde{\omega}_B (\mathbf{I}_s \vec{\omega}_s) = \vec{T} - c_s \vec{\omega}_s - \mathbf{I}_s \dot{\vec{\omega}}_B - \tilde{\omega}_B (\mathbf{I}_s \vec{\omega}_B), \quad (2.26)$$

qui est mis dans l'équation (2.25) pour obtenir

$$(\mathbf{I}_{tot} - \mathbf{I}_s) \dot{\vec{\omega}}_B + \tilde{\omega}_B (\mathbf{I}_{tot} - \mathbf{I}_s) \vec{\omega}_B = c_s \vec{\omega}_s - \vec{T} + \tilde{\mathbf{a}}_B (m_s \vec{r}_s) + \tilde{\mathbf{M}} \vec{g} + \Sigma \vec{M}_{cube}. \quad (2.27)$$

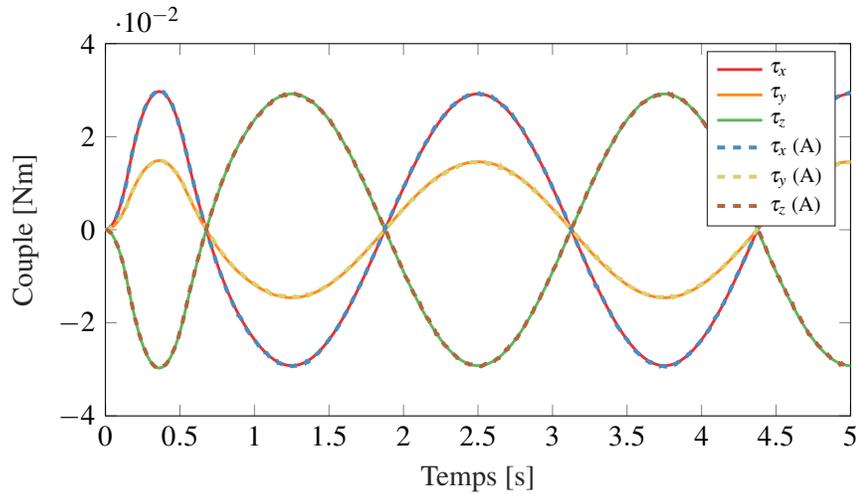
Utilisant l'équation (2.2) dans (2.27) mène finalement à la loi de commande

$$\boxed{\vec{T} = (\mathbf{I}_a + \mathbf{I}_s - \mathbf{I}_{tot}) \dot{\vec{\omega}}_B + \tilde{\omega}_B (\mathbf{I}_a + \mathbf{I}_s - \mathbf{I}_{tot}) \vec{\omega}_B + \tilde{\mathbf{a}}_B (m_s \vec{r}_s) + c_s \vec{\omega}_s + \tilde{\mathbf{M}} \vec{g}}. \quad (2.28)$$

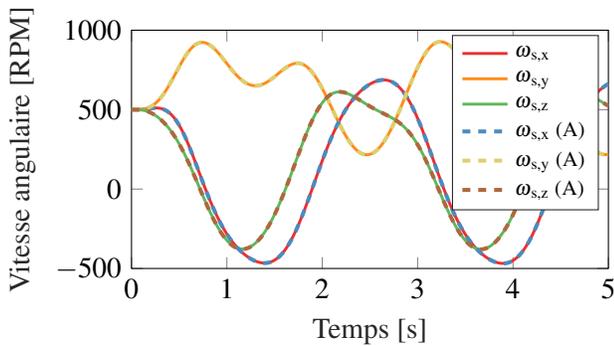
2.3.2 Résultats de simulation

Afin de vérifier la validité de la dynamique, une démarche similaire à celle présentée à la section 2.2.3 est employée. Cependant, faute d'avoir deux modèles mathématiques à valider entre eux, le logiciel de modélisation dynamique *Adams* est utilisé. Le modèle mathématique sous *Simulink* est d'abord utilisé pour calculer les paramètres cinématiques de la sphère mobile, soient les vitesses angulaires. Ceci se fait en contraignant le mouvement du bâti et les efforts ressentis. Puis les données cinématiques de la sphère sont insérées dans le modèle *Adams*, en imposant le même mouvement au bâti. Le modèle calcule alors les efforts déployés par l'utilisateur, qui sont comparés avec ceux obtenus dans le modèle *Simulink*.

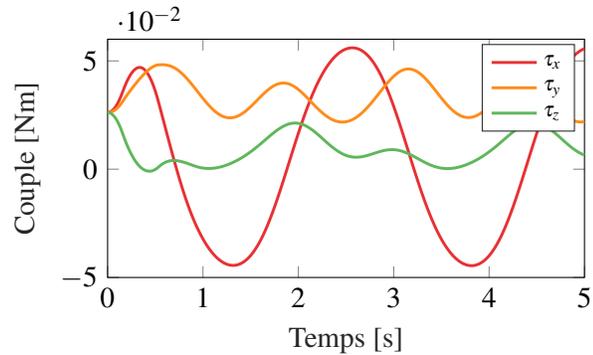
Pour cette validation, les paramètres utilisés sont identiques à ceux de la section 2.2.3, à l'exception des roues d'inertie remplacées par la sphère. La sphère est conçue pour être équivalente aux roues d'inertie. À cette fin, sa masse est mise à 0.612 kg, et son inertie est conservée à $0.570 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ dans les trois directions cartésiennes. À titre de rappel, l'inertie simulée I_a est de $6.62 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$, et un mouvement périodique d'amplitude $A_r = 60^\circ$ et fréquence $f = 0.4 \text{ Hz}$ est induit au bâti. De plus, une vitesse initiale de 500 RPM est appliquée aux axes X, Y et Z de la sphère afin de conserver davantage les similarités avec le concept à trois roues d'inertie. Il est à noter qu'il est supposé que la sphère est actionnée par un mécanisme orthogonal de roues et sans réduction. Ceci simule donc le scénario optimal où chaque roue contribue indépendamment



(a) Couples simulés à l'utilisateur.



(b) Vitesses de la sphère.



(c) Couples à la sphère.

FIGURE 2.8 – Résultats du déplacement du générateur d'inertie sphérique autour d'un axe $[2, 1, -2]^T$ lorsqu'une inertie de $6.62 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ est simulée. Les données provenant du modèle mathématique *Simulink* et de la simulation physique *Adams* (A) concordent parfaitement. Ces résultats supposent un mécanisme d'actionnement orthogonal sans réducteurs.

à l'accélération de la sphère. De cette façon, il est facile d'ajuster les données pour différents mécanismes sans répéter les simulations.

La figure 2.8 montre les résultats de cette simulation. D'abord, il est possible de constater par les figures 2.8(a) et 2.8(b) que les simulations *Adams* confirment les résultats obtenus par le modèle mathématique. De plus, la figure 2.8(b) donne un profil de vitesse assez semblable au concept à trois roues d'inertie. En contraste, La figure 2.8(c) donne cependant un aperçu des différences qu'apporte une meilleure répartition de la masse mobile d'un générateur d'inertie. En effet, comparé à la figure 2.4(b), le concept sphérique demande environ deux fois moins de couple pour réaliser la trajectoire. Cependant, il est évident que cette différence peut varier selon divers facteurs. Il est donc pertinent d'examiner comment le tout évolue lorsque l'on modifie l'inertie simulée, la direction de la rotation du bâti, et la vitesse initiale donnée aux parties

mobiles.

2.3.3 Comparaison avec le modèle à trois roues d'inertie

Pour investiguer davantage l'influence des paramètres énoncés ci-haut, trois séries de simulations sont réalisées. Les paramètres de simulation sont conservés identiques à ceux utilisés aux sections 2.2.3 et 2.3.2, sauf pour l'inertie simulée, la vitesse initiale des moteurs et la direction du mouvement induit qui varient à tour de rôle. Encore une fois, on suppose un mécanisme d'actionnement orthogonal pour la sphère.

Le premier test consiste à faire varier la direction de l'axe autour duquel le bâti est tourné par l'utilisateur virtuel. Plus spécifiquement, les premières simulations partent de la direction $[1, 1, -3]^T$, puis cette direction est modifiée jusqu'à atteindre l'axe $[1, 1, 3]^T$. Durant ces simulations, la vitesse initiale des masses mobiles est conservée à 500 RPM dans les trois axes pour les deux concepts de générateur. Ce test a pour but de passer par le point le plus avantageux pour le concept à trois roues d'inerties, soit de tourner autour de l'axe $[1, 1, 1]^T$. En effet, cette orientation est celle qui permet aux trois roues de contribuer de façon maximale. La plage de directions simulées permet également d'explorer une direction orthogonale, soit $[1, 1, -2]^T$. La figure 2.9 montre les résultats de ces simulations. La figure 2.9(a) montre que les vitesses angulaires

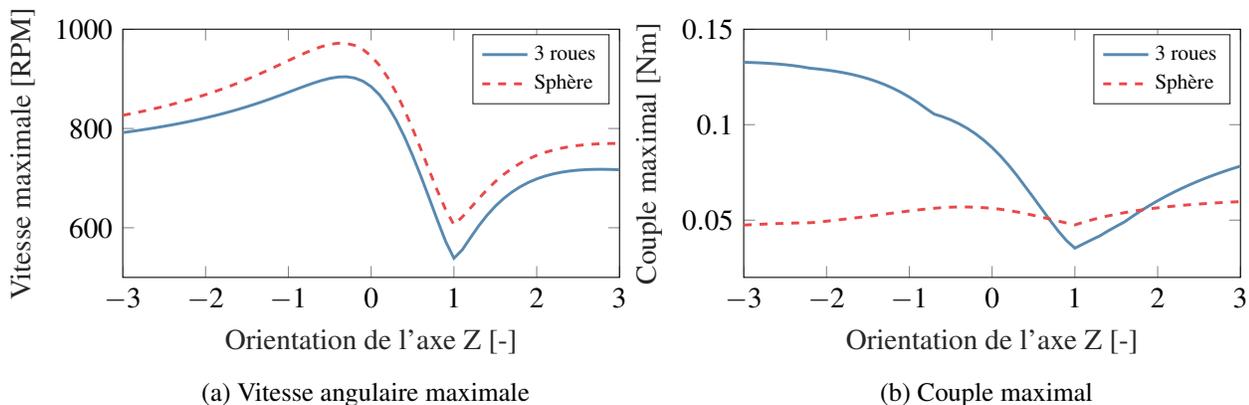


FIGURE 2.9 – Résultats des simulations explorant l'influence de l'orientation du mouvement du bâti sur les requis des moteurs. Les orientations vont de $[1, 1, -3]^T$ à $[1, 1, 3]^T$.

maximales atteintes par les moteurs sont semblables, avec la sphère demandant un peu plus. Il faut plutôt se tourner vers les résultats de couple maximal de la figure 2.9(b) pour discriminer. D'emblée, il est possible de constater que la sphère est plus avantageuse pour toute orientation de mouvement hors de l'axe $[1, 1, 1]^T$. Spécifiquement autour de ce point, le concept à trois roues devient quelque peu plus efficace, cependant ceci survient au minimum et donc n'a pas de poids pour la sélection des moteurs. En comparant le point maximal au minimal pour chacun des deux concepts, il est possible de constater que celui à trois roues demande 3.76 fois plus de couple à son point maximal, tandis que la sphère en requiert seulement 1.27 fois plus. La sphère est donc plus constante dans ses besoins en couple.

Tel que prédit, l'orientation $[1, 1, 1]^T$ est la plus favorable, c'est-à-dire qu'elle demande moins de couple et

de vitesse. En plus d'avoir les trois roues d'inertie qui travaillent ensemble, cette configuration est caractérisée par l'absence de compensation due à l'effet gyroscopique. En effet, les vecteurs du moment cinétique total des roues et du bâti y sont parfaitement alignés. Le point le moins favorable n'est cependant pas aussi intuitif à trouver. Tandis que le concept à trois roues voit sa vitesse angulaire atteindre un maximum autour du point $[1, 1, -0.3]^T$, le maximum de couple survient à $[1, 1, -3]^T$. Par contre, ce ne sont pas toutes les orientations qui ont été testées, donc il pourrait exister d'autres maxima. Pour la sphère, le maximum de vitesse est situé à peu près au même endroit, mais le maximum de couple est atteint à $[1, 1, 3]^T$ et laisse présager aussi qu'il existe d'autres points plus exigeants.

La deuxième série de simulations consiste à conserver l'orientation du mouvement à $[1, 0, 0]^T$ et à augmenter progressivement les vitesses initiales de 0 to 1250 RPM. La figure 2.10 montre les résultats obtenus. Les figures 2.10(a) et 2.10(b) montrent le même comportement pour les deux concepts. Les couples et vi-

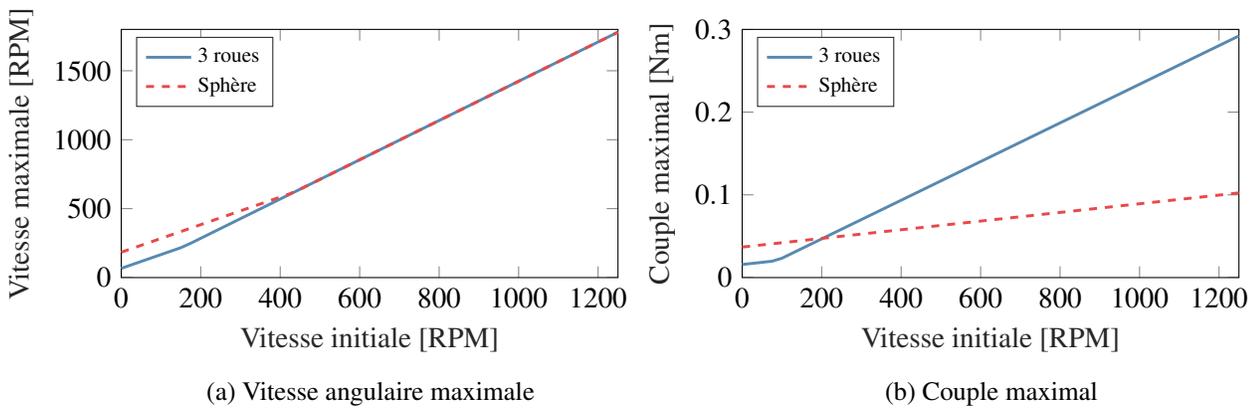


FIGURE 2.10 – Résultats des simulations sur l'influence de la vitesse initiale des masses mobiles des concepts sphérique et à trois roues d'inertie. Un changement de la pente survient lorsque la compensation pour l'effet gyroscopique devient plus importante que les efforts requis pour simuler l'inertie.

tesses maximaux augmentent linéairement avec la vitesse initiale imposée, avec un changement de pente qui survient lorsque les effets gyroscopiques deviennent de plus grande amplitude que les effets inertiels. Il est possible de constater qu'à faibles vitesses initiales, le concept sphérique requiert des couples et des vitesses plus grandes que le concept à trois roues. Ceci s'explique lorsque l'on prend en compte que l'inertie totale de ce concept est plus faible. Pour le concept à trois roues, celles dans les axes Y et Z agissent comme des poids morts qui augmentent son inertie au repos dans ce scénario. Ainsi, moins de couple est nécessaire puisque son inertie au repos est déjà plus près de l'inertie simulée. En regardant la situation de façon proportionnelle, cet aspect devient plus clair. L'inertie simulée est 2.70 fois plus élevée que l'inertie au repos du concept sphérique, tandis qu'elle représente 1.30 fois celle du concept à trois roues d'inertie.

Finalement, pour explorer les capacités de simulateur des deux systèmes, une série de simulations est réalisée en variant l'inertie simulée entre 0 et 10 fois leur inertie au repos respective. La figure 2.11 démontre que proportionnellement, le concept sphérique est beaucoup moins contraint par les limites des moteurs. En effet, la vitesse maximale et le couple maximal atteints par ce-dernier sont en deçà du concept à trois roues

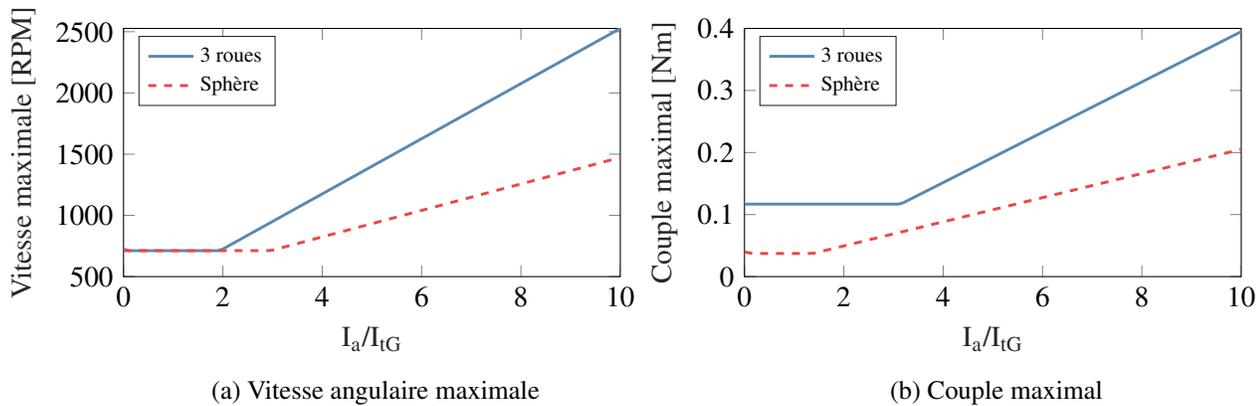


FIGURE 2.11 – Résultats de simulation de la dépendance sur l’inertie simulée.

dans pratiquement toutes les situations. Dans le meilleur des cas, le concept à trois roues est équivalent pour la vitesse maximale, comme la figure 2.11(a) le montre, mais il n’a jamais l’avantage. Ceci est d’autant plus vrai en examinant les données du couple maximal.

2.3.4 Problématiques du mécanisme d’actionnement

À la lumière des résultats obtenus ci-haut, le concept d’utiliser une sphère contrôlable pour générer les effets d’inertie semble grandement prometteur. Évidemment, tel que mentionné initialement, les résultats ne prennent pas en compte un mécanisme d’actionnement. Les données représentent donc les couples et les vitesses que le mécanisme d’actionnement doit transférer à la sphère. Il se peut donc très bien qu’une perte d’efficacité survienne lorsqu’il est inclus afin d’obtenir les vrais efforts moteur demandés. Malgré qu’il soit théoriquement possible de concevoir un tel mécanisme qui utiliserait des roues holonomes pour transmettre le mouvement à la sphère, certaines complications surviennent lors d’un examen plus approfondi des capacités de ces roues.

Les mécanismes de type *ballbots* actuels utilisent généralement une boule de taille suffisante pour que la surface de contact entre la boule et les roues holonomes soit approximativement plane. Dans le cas du générateur d’inertie, il est désirable de conserver une masse totale faible et un grand ratio entre l’inertie de la sphère et celle du bâti. Pour y parvenir, la sphère d’un générateur serait beaucoup plus petite que celles utilisées dans les *ballbots*. Ainsi, et considérant que les roues holonomes manufacturées pour vente commerciale ne sont pas plus petites que 40 mm de diamètre, il est impossible de conserver un ratio suffisamment élevé entre les diamètres de la sphère et des roues. Ceci devient problématique lorsque l’on souhaite assurer la continuité entre ces deux surfaces.

Un problème plus proéminent encore concerne l’apparition de vibrations indésirables lors de l’utilisation de roues holonomes de faible diamètre. Ces roues ont intrinsèquement un petit nombre de rouleaux sur leur diamètre, ce qui accentue les discontinuités lors du changement entre deux rouleaux. Ceci induit inévitablement des vibrations indésirables dans le système qui pourraient être ressenties par l’utilisateur du générateur

d'inertie. Ces problèmes de nature vibratoire sont connus [16], et certaines solutions existent. Le projet CUSP de l'université de Carleton a entre autres utilisé des roues mecanum pour réduire cette influence [17], telles qu'illustrées à la figure 2.12(a). Bien que ce soit une bonne solution pour un mécanisme de la taille d'un simulateur de vol, ceci ne mitige pas la problématique lorsqu'appliquée à un petit mécanisme.



(a) Une roue mecanum.



(b) Une roue holonome continue (CAW).

FIGURE 2.12 – Exemple de variantes de roue utilisées pour diminuer les vibrations dues à l'alternance des rouleaux.

Le projet Rezero de l'université ETH Zurich [14] utilise dans son cas un type de roues holonomes modifiées qui s'appelle «*continuous alternate wheels*» (CAWs) [18]. Un exemple peut être vu à la figure 2.12(b). Les CAWs combinent des petits et gros rouleaux qui s'agencent les uns dans les autres, permettant à tout le diamètre de la roue de rouler latéralement en n'ayant qu'une seule rangée de rouleaux. C'est un design pratique, mais aucun CAW n'est produit commercialement avec un petit diamètre. Les CAWs doivent être assemblés à la main, et plus petite est la roue, plus ardue est cette tâche d'assemblage, voire impossible. L'autre désavantage est que les petits CAWs sont enclins à briser lorsqu'ils portent de trop grandes charges. Ils ne sont donc pas adaptés à des applications comme transmettre un mouvement à une sphère massive. En effet, la charge appliquée aux petits CAWs pour les garder en contact avec la sphère pourrait être suffisante pour causer un bris.

En prenant en considération les facteurs ci-haut, il devient évident qu'utiliser une sphère mobile contrôlée pour un générateur d'inertie ne peut pas se faire sans problèmes majeurs. Ainsi, d'autres concepts sont développés.

2.4 Générateur avec gyroscope 2 axes

Il est inévitable pour un générateur d'inertie rotationnelle d'avoir un ou plusieurs corps en rotation dans un bâti. Ceci implique la présence d'effets gyroscopiques, donc il serait intéressant de les exploiter plus directement. L'utilisation de l'effet gyroscopique pour produire un retour haptique a été étudié pour des dispositifs comme le iTorqU [19], ou encore pour des compas haptiques [20]. La différence est que ces

dispositifs sont destinés à être utilisés en position fixe, c'est-à-dire ils induisent des profils de couple à un utilisateur qui résiste au mouvement. En effet, un générateur d'inertie doit plutôt réagir au mouvement de l'utilisateur, donc il n'est pas possible de déterminer la direction du couple induit par l'effet gyroscopique sans mesurer le mouvement du bâti. C'est un concept peu utilisé dans le monde des dispositifs haptiques.

Le premier concept prend donc un gyroscope à deux axes inséré dans un bâti pour la génération de couples. Une roue d'inertie placée dans l'axe Z sert à imposer un certain moment cinétique au départ, puis deux liaisons rotoïdes dans les axes Y et X permettent de réorienter la roue en mouvement. Cette réorientation cause l'effet gyroscopique désiré. Le concept est illustré à la figure 2.13. On y voit l'axe extérieur (en rouge), l'axe intérieur (en vert) et la roue d'inertie (en bleu).

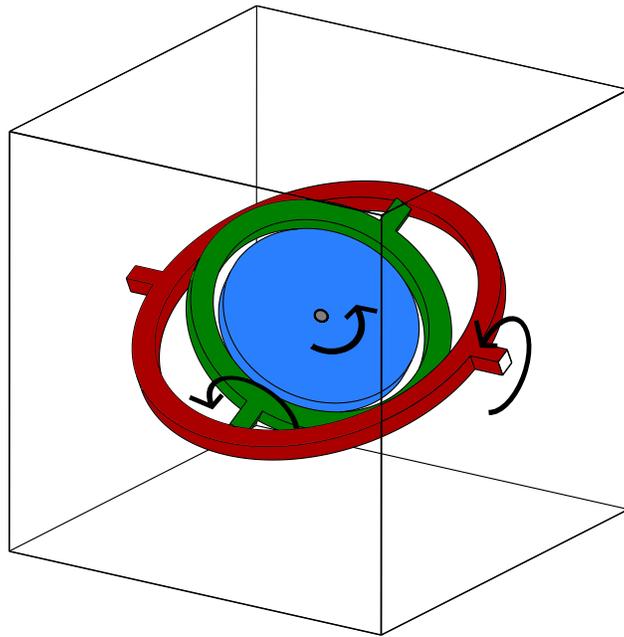


FIGURE 2.13 – Schéma d'un générateur d'inertie utilisant un gyroscope 2 axes.

Ce type de mécanisme est la façon la plus intuitive d'obtenir les trois degrés de liberté désirés puisqu'il ne requiert que trois actionneurs. Il faut noter qu'un gyroscope à deux axes est équivalent à avoir un robot sériel sphérique à 3 DDLs avec trois liaisons rotoïdes. Il est donc inévitable d'y avoir des configurations singulières. Dans ce cas-ci, en supposant que les trois composantes de la figure 2.13 sont initialement parallèles, la singularité survient lorsque l'axe orthogonal à la roue d'inertie est situé dans le plan formé par les deux autres axes de rotation. Ceci cause une situation dans laquelle les 3 axes sont coplanaires, donc une perte d'un degré de liberté. Le mécanisme est alors dans l'impossibilité de produire un couple dans la direction perpendiculaire à ce plan.

2.4.1 Équations de dynamique

La convention XYZ des angles d'Euler est utilisée pour décrire l'orientation de la roue d'inertie centrale du gyroscope par rapport au bâti. Pour le mouvement même du bâti, le vecteur de vitesse angulaire par rapport au repère inertiel est utilisé similairement à ce qui a été fait pour le concept à trois roues d'inertie de la section 2.2.2. Ainsi, ce-dernier utilise des coordonnées d'un repère non-inertiel, et le gyroscope utilise les coordonnées ϕ , θ , ψ pour les trois articulations, qui correspondent aux angles d'Euler. Les vitesses angulaires sont donc données par

$$\begin{aligned} [\vec{\omega}_f]_B &= [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T \\ [\vec{\omega}_{g1}]_1 &= \dot{\phi} \vec{e}_1 + [\vec{\omega}_f]_1 \\ [\vec{\omega}_{g2}]_2 &= \dot{\theta} \vec{e}_2 + [\vec{\omega}_{g1}]_2 \\ [\vec{\omega}_w]_2 &= \dot{\psi} \vec{e}_3 + [\vec{\omega}_{g2}]_2, \end{aligned}$$

où les indices f , $g1$, $g2$ et w représentent le bâti, le premier axe, le second axe et la roue d'inertie respectivement, tandis que les indices B , 1 , et 2 signifient que les vecteurs correspondant sont exprimés dans le repère du bâti, du premier axe, ou de second axe. Les vecteurs \vec{e}_1 , \vec{e}_2 , et \vec{e}_3 sont des vecteurs unitaires représentant les axes X, Y, et Z dans le repère respectif dans lequel ils sont utilisés. De plus, les changements de coordonnées entre les différents repères sont donnés par

$$\begin{aligned} [\vec{\omega}_f]_1 &= \mathbf{R}_x^T(\phi) [\vec{\omega}_f]_B \\ [\vec{\omega}_{g1}]_2 &= \mathbf{R}_y^T(\theta) [\vec{\omega}_{g1}]_1, \end{aligned}$$

où $\mathbf{R}_x(\phi)$ et $\mathbf{R}_y(\theta)$ sont les matrices de rotation en X et en Y selon la convention d'Euler. Pour chaque corps, en supposant qu'ils sont disposés de façon concentrique, c'est-à-dire que tous les corps ont leur centre de masse situé au centre de rotation, et en supposant que les mouvements du bâti sont des rotations pures autour de son centre de masse, l'énergie cinétique est donnée par

$$\begin{aligned} T_f &= \frac{1}{2} [\vec{\omega}_f]_B^T \mathbf{I}_f [\vec{\omega}_f]_B \\ T_{g1} &= \frac{1}{2} [\vec{\omega}_{g1}]_1^T \mathbf{I}_{g1} [\vec{\omega}_{g1}]_1 \\ T_{g2} &= \frac{1}{2} [\vec{\omega}_{g2}]_2^T \mathbf{I}_{g2} [\vec{\omega}_{g2}]_2 \\ T_w &= \frac{1}{2} [\vec{\omega}_w]_2^T \mathbf{I}_w [\vec{\omega}_w]_2, \end{aligned}$$

où \mathbf{I}_i indique la matrice d'inertie du corps i . En ayant ces termes, il est alors possible de suivre la démarche des équations 2.13 à 2.20 de façon identique pour obtenir la loi de commande.

2.5 Générateur avec deux gyroscopes 1 axe

Tel que mentionné ci-haut, les concepts faisant usage de l'effet gyroscopique sont sujets à des configurations singulières. Afin de tenter de contourner cette problématique, un concept faisant usage de deux gyroscopes

uniaxiaux placés côte-à-côte est exploré. Le schéma d'un tel concept est illustré à la figure 2.14. Dans ce concept, les deux roues d'inertie sont initialement parallèles, mais les mécanismes de réorientation sont disposés perpendiculairement.

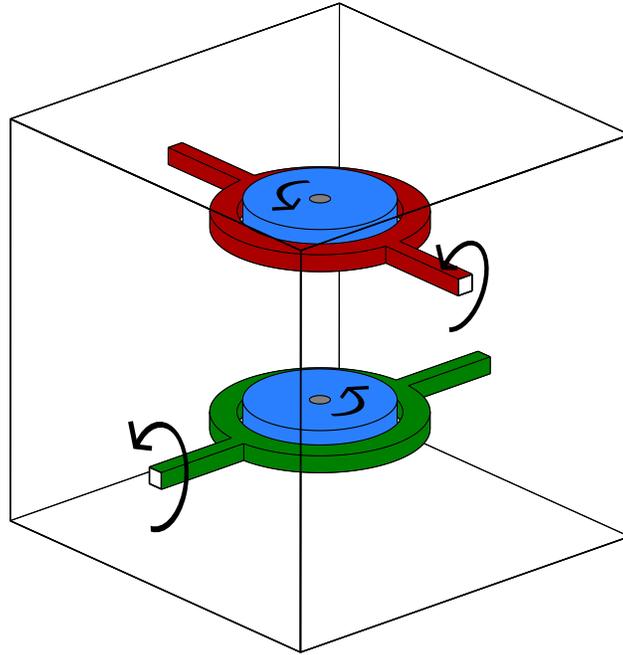


FIGURE 2.14 – Schéma d'un générateur d'inertie utilisant deux gyroscopes 1 axe.

Si les deux cardans servant à la réorientation se trouvent à 90° de leur position initiale, une singularité survient. Cependant, dû à la présence de quatre actionneurs pour faire fonctionner ce concept, et parce qu'il n'y a que trois degrés de liberté à contraindre, il y a une infinité de solutions disponibles pour le contrôle. En effet, ceci correspond à un problème de trois équations et quatre inconnues. Trois méthodes de gestion de la redondance sont donc proposées. La première implique de maintenir une des roues d'inertie à vitesse constante, éliminant une des variables du problème. La seconde ajoute une contrainte de maintenir les deux roues d'inertie à la même vitesse de rotation. La dernière demande plutôt de résoudre le système d'équations de ce concept en utilisant une approche des moindres carrés.

2.5.1 Équations de dynamique

Pour ce concept, les différences surviennent principalement dans la formulation de l'énergie cinétique. D'abord, les vitesses angulaires sont données par

$$\begin{aligned} [\vec{\omega}_f]_B &= [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T \\ [\vec{\omega}_{g1}]_1 &= \dot{\phi}_1 \vec{e}_1 + [\vec{\omega}_f]_1 \\ [\vec{\omega}_{w1}]_1 &= \dot{\theta}_1 \vec{e}_3 + [\vec{\omega}_{g1}]_1 \\ [\vec{\omega}_{g2}]_2 &= \dot{\phi}_2 \vec{e}_2 + [\vec{\omega}_f]_2 \\ [\vec{\omega}_{w2}]_2 &= \dot{\theta}_2 \vec{e}_1 + [\vec{\omega}_{g2}]_2, \end{aligned}$$

où B , 1, et 2 représentent toujours les coordonnées telles qu'exprimées dans le repère du bâti, du premier axe, et du second axe respectivement. Cependant, les changement de coordonnées sont obtenus selon

$$\begin{aligned} [\vec{\omega}_f]_1 &= \mathbf{R}_x(\phi_1)^T [\vec{\omega}_f]_B \\ [\vec{\omega}_f]_2 &= \mathbf{R}_y(\phi_2)^T [\vec{\omega}_f]_B. \end{aligned}$$

En supposant que les deux gyroscopes sont placés de part et d'autre du centre du bâti, la vitesse de ces corps est donnée par

$$\begin{aligned} [\vec{v}_{g1}]_B &= [\vec{\omega}_f]_B \times [\vec{r}_{g1}]_B \\ [\vec{v}_{w1}]_B &= [\vec{v}_{g1}]_B \\ [\vec{v}_{g2}]_B &= [\vec{\omega}_f]_B \times (-[\vec{r}_{g1}]_B) \\ [\vec{v}_{w2}]_B &= [\vec{v}_{g2}]_B, \end{aligned}$$

où \vec{r}_{g1} est le vecteur de position du centre de masse d'un cardan par rapport au centre du bâti. Ceci permet de formuler l'énergie cinétique des différents corps comme étant

$$\begin{aligned} T_f &= \frac{1}{2} [\vec{\omega}_f]_B^T [\mathbf{I}_f]_B [\vec{\omega}_f]_B \\ T_{g1} &= \frac{1}{2} m_g [\vec{v}_{g1}]_B^T [\vec{v}_{g1}]_B + \frac{1}{2} [\vec{\omega}_{g1}]_1^T [\mathbf{I}_g]_1 [\vec{\omega}_{g1}]_1 \\ T_{w1} &= \frac{1}{2} m_w [\vec{v}_{w1}]_B^T [\vec{v}_{w1}]_B + \frac{1}{2} [\vec{\omega}_{w1}]_1^T [\mathbf{I}_w]_1 [\vec{\omega}_{w1}]_1 \\ T_{g2} &= \frac{1}{2} m_g [\vec{v}_{g2}]_B^T [\vec{v}_{g2}]_B + \frac{1}{2} [\vec{\omega}_{g2}]_2^T [\mathbf{I}_g]_2 [\vec{\omega}_{g2}]_2 \\ T_{w2} &= \frac{1}{2} m_w [\vec{v}_{w2}]_B^T [\vec{v}_{w2}]_B + \frac{1}{2} [\vec{\omega}_{w2}]_2^T [\mathbf{I}_w]_2 [\vec{\omega}_{w2}]_2. \end{aligned}$$

Le reste du modèle suit les mêmes équations 2.13 à 2.20, mais comporte quelques autres différences. Tout d'abord, les variables $\vec{\Theta}$ et $\vec{\Theta}_m$ sont redéfinies comme

$$\begin{aligned} \vec{\Theta} &= [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z \ \phi_1 \ \theta_1 \ \phi_2 \ \theta_2]^T \\ \vec{\Theta}_m &= [\phi_1 \ \theta_1 \ \phi_2 \ \theta_2]^T. \end{aligned}$$

Avec ce changement, l'équation 2.20 doit être modifiée pour obtenir un résultat puisque le système comporte dorénavant quatre inconnues pour trois équations, donc a une infinité de solutions. La première alternative proposée implique de trouver la solution à norme minimale, qui donne

$$\ddot{\Theta}_m = \mathbf{M}'_{12} \left[\vec{\tau}_a - \mathbf{M}_{11} \ddot{\Theta}_a - \vec{\Omega} \times \left[\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \end{bmatrix} \dot{\Theta} \right] - \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{M}}_{11} & \dot{\mathbf{M}}_{12} \end{bmatrix} \dot{\Theta} \right]. \quad (2.29)$$

où \mathbf{M}'_{12} est la matrice inverse généralisée définie telle que

$$\mathbf{M}' = \mathbf{M}^T (\mathbf{M}\mathbf{M}^T)^{-1}. \quad (2.30)$$

Une méthode alternative est d'ajouter une contrainte supplémentaire pour rendre le système déterminé. En gardant la vitesse d'une des roues d'inertie constante, l'équation 2.20 devient

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{C}_1 \end{bmatrix} \ddot{\Theta}_m = \begin{bmatrix} \vec{\tau}_a - \mathbf{M}_{11} \ddot{\Theta}_a - \vec{\Omega} \times \left[\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \end{bmatrix} \dot{\Theta} \right] - \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{M}}_{11} & \dot{\mathbf{M}}_{12} \end{bmatrix} \dot{\Theta} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2.31)$$

où

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

ce qui ne fait qu'ajouter la contrainte $\ddot{\theta}_2 = 0$ au système d'équations. Ayant ainsi un système complètement déterminé, il est possible d'obtenir $\ddot{\Theta}_m$ en inversant la matrice qui le pré-multiplie.

Similairement, une seconde contrainte pourrait être ajoutée qui demande de garder les deux roues d'inerties à la même vitesse. L'équation 2.20 est alors

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{C}_2 \end{bmatrix} \ddot{\Theta}_m = \begin{bmatrix} \vec{\tau}_a - \mathbf{M}_{11} \ddot{\Theta}_a - \vec{\Omega} \times \left[\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \end{bmatrix} \dot{\Theta} \right] - \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{M}}_{11} & \dot{\mathbf{M}}_{12} \end{bmatrix} \dot{\Theta} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2.32)$$

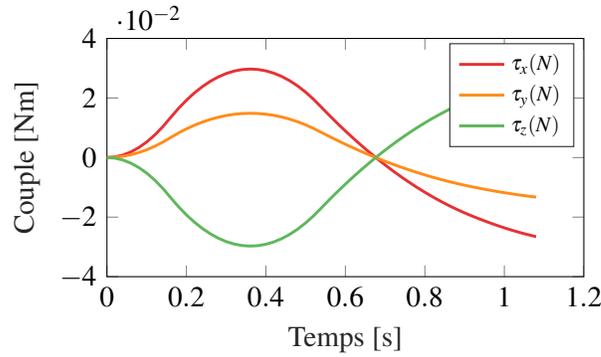
où

$$\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

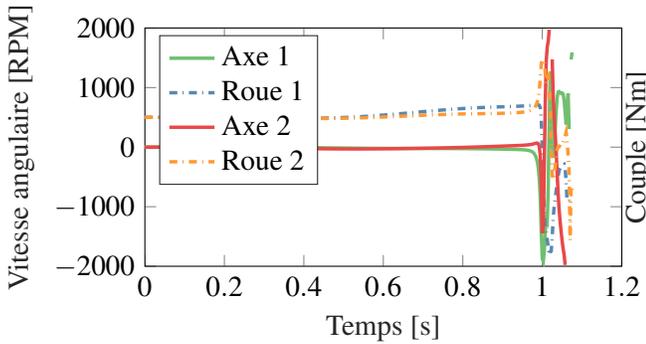
ce qui ajoute la contrainte $\ddot{\theta}_2 = \ddot{\theta}_1$.

2.5.2 Résultats de simulation

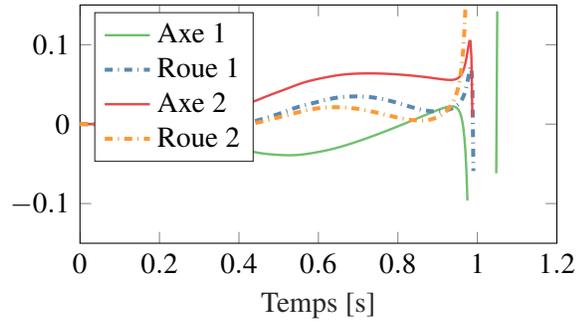
Pour cette simulation, les paramètres utilisés sont identiques à ceux de la section 2.2.3, et les caractéristiques des roues sont également conservées. À titre de rappel, l'inertie simulée I_a est de $6.62 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$, et un mouvement périodique d'amplitude $A_r = 60^\circ$ et fréquence $f = 0.4 \text{ Hz}$ est induit au bâti. De plus, une vitesse initiale de 500 RPM est appliquée aux deux roues afin d'avoir des vitesses assez grandes pour produire des effets gyroscopiques suffisamment perceptibles. Les résultats sont consolidés dans la figure 2.15. Ces résultats sont obtenus avec la méthode décrite par l'équation 2.29.



(a) Couples simulés à l'utilisateur.



(b) Vitesses des axes et des roues.



(c) Couples aux axes et aux roues.

FIGURE 2.15 – Résultats du déplacement du générateur d'inertie à deux gyroscopes uniaxiaux autour d'un axe $[2, 1, -2]^T$ lorsqu'une inertie de $6.62 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ est simulée. Une solution à norme minimale est utilisée.

Dans un premier temps, il est possible de constater que ce concept n'est pas du tout en mesure de générer les effets nécessaires sans passer par une singularité. En effet, peu importe la combinaison de vitesse initiale, d'orientation du mouvement ou d'inertie simulée, la perte du degré de liberté dû à la singularité mène à des couples infinis ou des discontinuités comme on peut voir dans les figures 2.15(b) et 2.15(c). Les résultats montrés sont obtenus avec la méthode de norme minimale, mais les deux autres méthodes ne prodiguent aucun avantage permettant d'éviter cette situation. Il devient donc évident que cette méthode de production de couples n'est pas une solution viable pour concevoir un générateur d'inertie.

2.6 Générateur avec trois gyroscopes 1 axe

Le dernier concept étudié combine le mécanisme à trois roues d'inerties de la section 2.2 avec le concept des gyroscopes uniaxiaux de la section 2.5. Tel qu'illustré à la figure 2.16, trois roues d'inerties sont positionnées orthogonalement dans un bâti, mais sont chacune placées dans un mécanisme de réorientation à 1 axe. L'idée est que, plutôt que de moduler la vitesse des roues d'inertie, il serait intéressant de voir les capacités offertes lorsqu'elles sont maintenues à vitesse constante et simplement réorientées. Les couples sentis par

l'utilisateur proviennent donc strictement de l'effet gyroscopique. Un tel dispositif requiert six actionneurs pour parvenir à ses fins, mais trois ne sont présents que pour maintenir les roues à vitesse constante. Les équations de commande proviennent donc d'un système déterminé, avec trois équations pour 3 inconnues. Il est à noter que des configurations singulières existent également dans ce concept. Elles surviennent lorsque les axes de deux des roues d'inerties deviennent parallèles.

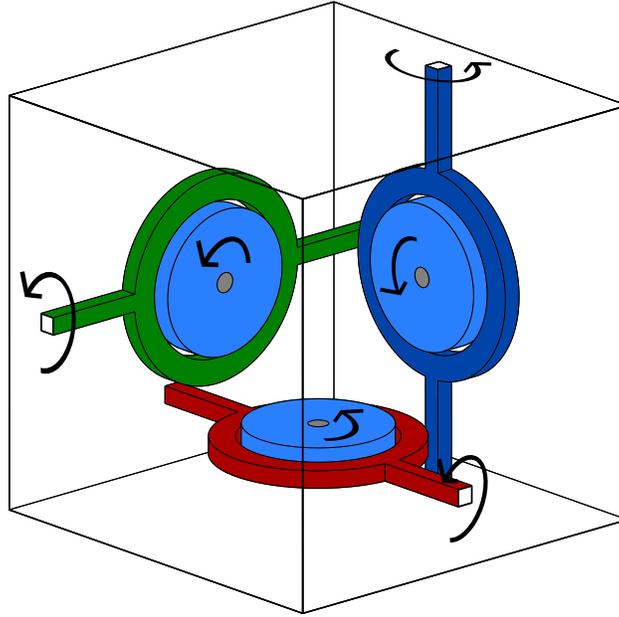


FIGURE 2.16 – Schéma d'un générateur d'inertie utilisant trois gyroscopes 1 axe.

2.6.1 Équations de dynamique

Encore une fois, pour obtenir les équations de dynamique, il faut modifier la formulation de l'énergie cinétique. Les vitesses angulaires sont données par

$$\begin{aligned}
 [\vec{\omega}_f]_B &= [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T \\
 [\vec{\omega}_{g1}]_1 &= \dot{\phi}_1 \vec{e}_2 + [\vec{\omega}_f]_1 \\
 [\vec{\omega}_{w1}]_1 &= \dot{\theta}_1 \vec{e}_1 + [\vec{\omega}_{g1}]_1 \\
 [\vec{\omega}_{g2}]_2 &= \dot{\phi}_1 \vec{e}_3 + [\vec{\omega}_f]_2 \\
 [\vec{\omega}_{w2}]_2 &= \dot{\theta}_1 \vec{e}_2 + [\vec{\omega}_{g2}]_2 \\
 [\vec{\omega}_{g3}]_3 &= \dot{\phi}_1 \vec{e}_1 + [\vec{\omega}_f]_3 \\
 [\vec{\omega}_{w3}]_3 &= \dot{\theta}_1 \vec{e}_3 + [\vec{\omega}_{g3}]_3,
 \end{aligned}$$

où les indices B , 1, 2, et 3 représentent les coordonnées exprimées dans les repères du bâti, du premier, deuxième, ou troisième axe respectivement. Les changements de coordonnées entre ces différents repères

sont donnés par

$$\begin{aligned} [\vec{\omega}_f]_1 &= \mathbf{R}_y(\phi_1)^T [\vec{\omega}_f]_B \\ [\vec{\omega}_f]_2 &= \mathbf{R}_z(\phi_2)^T [\vec{\omega}_f]_B \\ [\vec{\omega}_f]_3 &= \mathbf{R}_x(\phi_3)^T [\vec{\omega}_f]_B. \end{aligned}$$

La vitesse des différents corps est donnée par

$$\begin{aligned} [\vec{v}_{g1}]_B &= [\vec{\omega}_f]_B \times [\vec{r}_{g1}]_B \\ [\vec{v}_{w1}]_B &= [\vec{v}_{g1}]_B \\ [\vec{v}_{g2}]_B &= [\vec{\omega}_f]_B \times [\vec{r}_{g2}]_B \\ [\vec{v}_{w2}]_B &= [\vec{v}_{g2}]_B \\ [\vec{v}_{g3}]_B &= [\vec{\omega}_f]_B \times [\vec{r}_{g3}]_B \\ [\vec{v}_{w3}]_B &= [\vec{v}_{g3}]_B, \end{aligned}$$

ce qui permet d'obtenir l'énergie cinétique de chaque corps, qui est

$$\begin{aligned} T_f &= \frac{1}{2} [\vec{\omega}_f]_B^T [\mathbf{I}_f]_B [\vec{\omega}_f]_B \\ T_{g1} &= \frac{1}{2} m_g [\vec{v}_{g1}]_B^T [\vec{v}_{g1}]_B + \frac{1}{2} [\vec{\omega}_{g1}]_1^T [\mathbf{I}_g]_1 [\vec{\omega}_{g1}]_1 \\ T_{w1} &= \frac{1}{2} m_w [\vec{v}_{w1}]_B^T [\vec{v}_{w1}]_B + \frac{1}{2} [\vec{\omega}_{w1}]_1^T [\mathbf{I}_w]_1 [\vec{\omega}_{w1}]_1 \\ T_{g2} &= \frac{1}{2} m_g [\vec{v}_{g2}]_B^T [\vec{v}_{g2}]_B + \frac{1}{2} [\vec{\omega}_{g2}]_2^T [\mathbf{I}_g]_2 [\vec{\omega}_{g2}]_2 \\ T_{w2} &= \frac{1}{2} m_w [\vec{v}_{w2}]_B^T [\vec{v}_{w2}]_B + \frac{1}{2} [\vec{\omega}_{w2}]_2^T [\mathbf{I}_w]_2 [\vec{\omega}_{w2}]_2 \\ T_{g3} &= \frac{1}{2} m_g [\vec{v}_{g3}]_B^T [\vec{v}_{g3}]_B + \frac{1}{2} [\vec{\omega}_{g3}]_1^T [\mathbf{I}_g]_1 [\vec{\omega}_{g3}]_3 \\ T_{w3} &= \frac{1}{2} m_w [\vec{v}_{w3}]_B^T [\vec{v}_{w3}]_B + \frac{1}{2} [\vec{\omega}_{w3}]_1^T [\mathbf{I}_w]_1 [\vec{\omega}_{w3}]_3. \end{aligned}$$

Les équations 2.13 à 2.20 sont utilisées pour compléter le modèle, en apportant encore une fois quelques modifications. Les variables $\vec{\Theta}$ et $\vec{\Theta}_m$ sont redéfinies comme

$$\begin{aligned} \vec{\Theta} &= [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z \ \phi_1 \ \theta_1 \ \phi_2 \ \theta_2 \ \phi_3 \ \theta_3]^T \\ \vec{\Theta}_m &= [\phi_1 \ \theta_1 \ \phi_2 \ \theta_2 \ \phi_3 \ \theta_3]^T. \end{aligned}$$

Pour rendre le système déterminé, trois contraintes sont ajoutées à l'équation 2.20. Cette équation donne alors

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{C}_3 \end{bmatrix} \ddot{\vec{\Theta}}_m = \begin{bmatrix} \vec{\tau}_a - \mathbf{M}_{11} \ddot{\vec{\Theta}}_a - \vec{\Omega} \times \left[\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \end{bmatrix} \dot{\vec{\Theta}} \right] - \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{M}}_{11} & \dot{\mathbf{M}}_{12} \end{bmatrix} \dot{\vec{\Theta}} \\ \vec{0}_{3 \times 1} \end{bmatrix}, \quad (2.33)$$

où

$$\mathbf{C}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

ce qui équivaut à ajouter les contraintes $\ddot{\theta}_1 = \ddot{\theta}_2 = \ddot{\theta}_3 = 0$. Il est alors possible de résoudre pour $\ddot{\Theta}_m$ afin d'obtenir la loi de contrôle.

2.6.2 Résultats de simulation

Cette dernière simulation utilise une fois de plus les mêmes paramètres que ceux énoncés à la section 2.2.3, et les caractéristiques des roues sont également, conservées. À titre de rappel, l'inertie simulée I_a est de $6.62 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$, et un mouvement périodique d'amplitude $A_r = 60^\circ$ et fréquence $f = 0.4 \text{ Hz}$ est induit au bâti. Cette fois, une vitesse initiale de seulement 50 RPM est appliquée aux trois roues afin de pouvoir mieux observer l'évolution des comportements dans les simulations. Les résultats sont présentés à la figure 2.17.

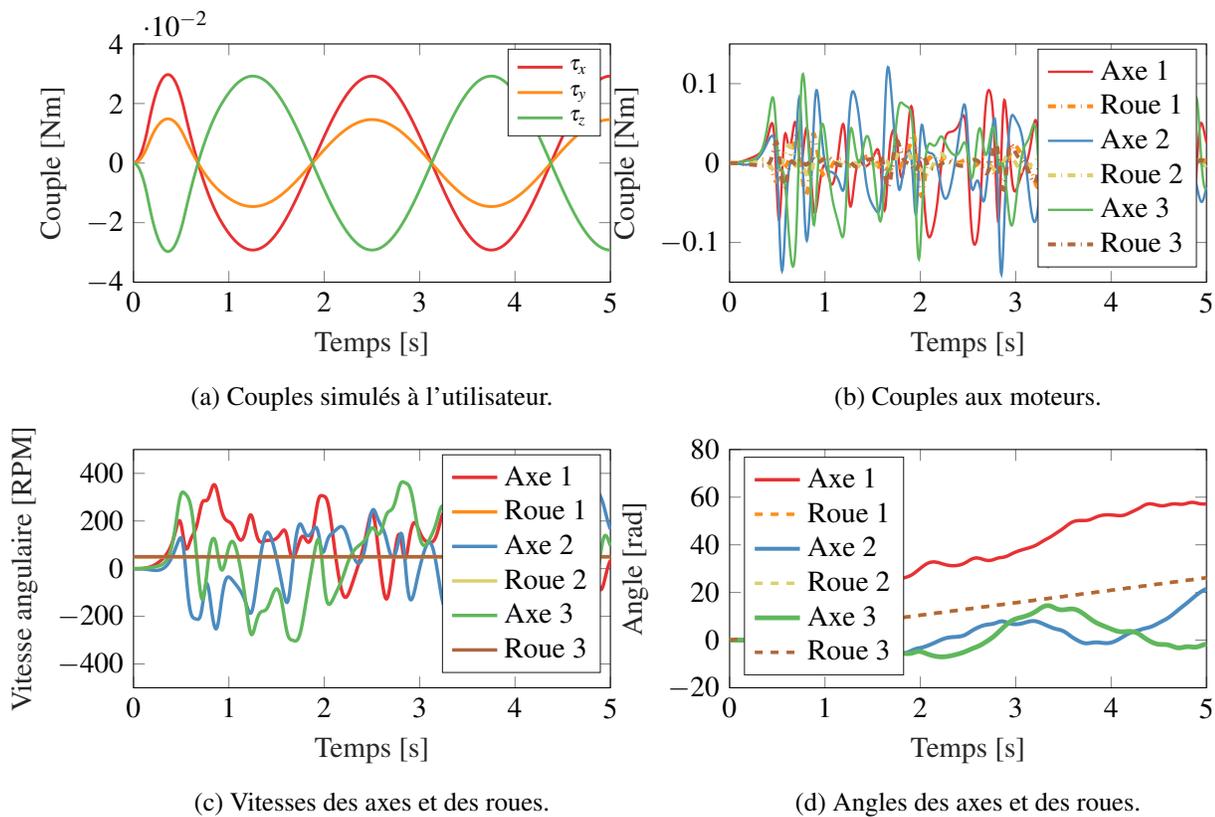


FIGURE 2.17 – Résultats du déplacement du générateur d'inertie à trois gyroscopes uniaxiaux autour d'un axe $[2, 1, -2]^T$ lorsqu'une inertie de $6.62 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ est simulée.

À première vue, l'utilisation de ces gyroscopes semble réalisable. La figure 2.17(a) montre que la contrainte de l'inertie simulée est bien respectée. Les figures 2.17(c) et 2.17(b) quant à elles démontrent que les contraintes au niveau des caractéristiques moteur sont relativement raisonnables puisque les vitesses et les couples maximaux atteints sont dans le même ordre de grandeur que pour les concepts à trois roues d'inertie et du gyroscope à deux axes. Cependant, une attention plus particulière doit être portée à la figure 2.17(d). Les données relatives aux trois axes de réorientation montrent que pour une trajectoire simple, l'angle fait par ces axes peut atteindre jusqu'à 60 rad, et ce pour un temps d'utilisation court. Ceci implique qu'il faudrait qu'un tel concept ait la capacité de faire faire près de 20 tours aux roues d'inertie. Considérant que dans une application réelle, des fils sont présents afin d'alimenter les moteurs, ceci devient problématique. En effet, les fils sont à risque de s'enrouler autour de l'axe de réorientation et finalement d'être endommagés.

Deux solutions pourraient être apportées pour faire fonctionner le concept. D'abord, il serait possible d'utiliser des arbres ouverts pour permettre de faire passer le filage depuis le bâti vers le moteur. Une telle organisation implique tout de même que les fils s'entortilleraient sur eux-mêmes à chaque rotation. C'est quelque chose d'acceptable pour quelques rotations, mais dans le cas de 20 et plus comme il est question présentement, les fils sont encore à risque d'endommagement. La seconde solution impliquerait d'utiliser ce que l'on appelle des collecteurs tournants (*slip rings*), des appareils qui jouent le rôle d'un roulement à bille tout en permettant le transfert de signaux électriques en offrant des fils de part et d'autre. Néanmoins, même avec ces solutions, l'utilisation de trois gyroscopes vient avec un défaut significatif, soit qu'il demande six moteurs pour être fonctionnel. Si l'on retourne sur la prémisse initiale de ce projet, c'est-à-dire de concevoir un générateur d'inertie pouvant être tenu en main, il est clair qu'il faut accorder une importance au poids et à la taille du dispositif. Utiliser six moteurs est sans l'ombre d'un doute contraire à cette spécification, puisque cela ajoute nécessairement de la masse et qu'il faut s'assurer qu'il y ait suffisamment d'espace libre pour les placer. En somme, élaborer un tel concept est un chemin qui comporte trop de risques et de compromis pour que ce soit un choix judicieux.

2.7 Conclusion

En considérant tous les résultats obtenus ci-haut, il devient évident que les concepts faisant usage de l'effet gyroscopique ont un désavantage en commun. La présence de singularités est intrinsèque à ces designs, et devient donc une source potentielle de problèmes. Néanmoins, ces concepts offrent l'avantage de mieux utiliser le potentiel inertiel des masses mobiles disponibles. Comme il a été expliqué à la section 2.2.3, utiliser trois roues d'inertie fixée sur des parois n'est pas optimal. Les roues ne peuvent pas contribuer à générer des couples lorsqu'elles sont tournées autour d'un axe parallèle à leur plan d'attache. Utiliser une sphère contrôlable plutôt que trois roues d'inertie permet de mitiger la plupart des inconvénients en théorie, mais le mécanisme d'actionnement pour la taille souhaitée du dispositif amène sa part de problèmes. Des vibrations indésirables et le risque du bris des roues sont des facteurs assez importants pour devoir mettre de côté l'idée. Enfin, les concepts utilisant des gyroscopes uniaxiaux font une meilleure utilisation du potentiel inertiel grâce à l'axe de rotation qu'ils ajoutent à chaque roue. Ils restent cependant partiellement limités à

ce niveau, sans parler des complications qui s'ajoutent lorsqu'il est question de penser à la mise en oeuvre. Il n'y a donc que le concept du gyroscope à deux axes qui puisse permettre à la masse mobile d'être tournée dans toutes les directions.

Un autre facteur important à considérer est la taille et la masse totale du dispositif. Puisqu'il est désiré qu'il puisse être tenu en main, il est impératif qu'il soit confortable pour une utilisation de longue durée. Ainsi, en supposant des dimensions de bâti similaires, augmenter le nombre de parties mobiles comme dans les concepts avec des gyroscopes uniaxiaux est contreproductif. Ces designs vont être inévitablement plus massifs que simplement utiliser trois roues d'inertie à cause des moteurs additionnels. Ils vont également avoir besoin de plus d'espace à l'intérieur pour éviter de l'interférence. Le gyroscope à deux axes quant à lui n'a qu'une seule roue d'inertie principale, donc elle pourrait être plus volumineuse. Puisque l'inertie est plus à propos de la répartition de la masse que la masse elle-même, ce concept pourrait prodiguer de meilleures performances tout en ayant une masse totale plus faible. C'est un fait qui rendait le concept de sphère contrôlable attirant, mais ce choix a déjà été écarté.

Une dernière considération provient des limitations des moteurs. Le niveau de performance d'un générateur d'inertie, c'est-à-dire le ratio maximal d'inertie simulée à l'inertie au repos, est directement relié au couple et à la vitesse maximale que les moteurs peuvent fournir. Pour le concept à trois roues d'inertie, il est évident que les trois moteurs doivent être identiques et qu'ils doivent fournir le plus grand couple et la plus grande vitesse possibles. Autrement dit, plus les moteurs sont puissants, mieux le générateur va performer. Ceci ramène donc la réflexion au point précédent concernant la masse et le volume. Pour le gyroscope à deux axes, seul le moteur de la roue d'inertie centrale est contraint de fournir et de grandes vitesses, et de grands couples. Les moteurs actionnant les deux axes de réorientation n'ont besoin que de grands couples puisqu'ils doivent «résister» à l'effet gyroscopique plutôt que de bouger rapidement. Ceci indique que la vitesse est moins problématique. Ainsi, des réducteurs peuvent être ajoutés afin de se servir de l'excédent de vitesse pour maximiser le couple produit à ces axes.

En somme, les observations précédentes indiquent que le gyroscope à deux axes est un candidat intéressant à développer. Afin de déterminer sa viabilité, des simulations supplémentaires doivent être réalisées. En vue d'avoir une base de comparaison, le concept de trois roues d'inertie sera également exploré en parallèle puisqu'il est le seul autre concept qui puisse atteindre les buts du projet, soit de pouvoir générer des couples dans trois axes tout en minimisant la taille et la masse du dispositif résultant. Ce travail de comparaison est donc l'objet du chapitre suivant.

Chapitre 3

Design, Analysis and Validation of a 3-DOF Rotational Inertia Generator

3.1 Résumé

Cet article explore le design d'un générateur d'inertie à trois degrés de liberté utilisant l'effet gyroscopique comme méthode de génération de couples. Il utilise une masse en rotation afin d'influencer les couples nécessaires pour lui induire un mouvement, créant une inertie perçue. Le modèle dynamique et la loi de commande du dispositif sont élaborées, avec ceux d'un concept comparable utilisant trois roues d'inertie au lieu d'un gyroscope. Les deux modèles sont ensuite validés via des simulations. D'autres simulations sont réalisées pour obtenir les caractéristiques nécessaires de couple et de vitesse aux moteurs, et le concept gyroscopique est établi comme étant le moins exigeant. Le design mécatronique d'un prototype de générateur d'inertie est présenté, avec les modifications apportées au modèle dynamique. Des expérimentations préliminaires de validation sont réalisées. Parce que le prototype est confronté à des problèmes d'instabilité lorsque les roues d'inertie tournent à de grandes vitesses, elles sont réalisées avec des vitesses initiales de 0 RPM. Les résultats confirment qu'il est possible de réduire ou augmenter l'inertie perçue, même avec les présentes limitations. Enfin, des améliorations pour une seconde version du prototype sont discutées.

3.2 Abstract

This paper investigates the design of a three-degree-of-freedom rotational inertia generator using the gyroscopic effect to provide ungrounded torque feedback. It uses a rotating mass in order to influence the torques needed to move the device, creating a perceived inertia. The dynamic model and the control law of the device are derived, along with those of a comparable concept using three flywheels instead of a gyroscope. Both models are then validated through simulations. Further simulations are conducted to establish motor torque and velocity requirements, and the gyroscopic concept is identified as having the less demanding requirements. The mechatronic design of a prototype of an inertia generator is presented, along with

modifications to the dynamic model. Preliminary experimental validations are conducted. As the prototype faces instability issues when using the flywheels at high velocities, they are conducted using 0 RPM initial velocities. The results confirm that it is possible to both reduce and increase the rendered inertia even with current limitations. Finally, improvements for a second version of the prototype are discussed.

3.3 Introduction

Haptic devices are a great tool to enhance the experience of a user. They can aid the user to navigate and reach a designated location, as demonstrated by the research on haptic compasses [7]-[20]. They also allow interactions with a virtual environment [22][23], providing a more immersive experience [24]. These types of devices are usually designed as hand-held apparatuses which means that they require the ability to provide a force feedback without being grounded. Some, like the iTorqU [19], are based on the gyroscopic effect to achieve this while others, like the TorqueBAR [25], even use gravity through the displacement of the centre of mass.

The aim of this paper is to create a hand-held haptic interface with programmable rotational inertia using an ungrounded torque feedback method based on the gyroscopic effect. This type of device, also called inertia generator, is capable of inducing torques to a user typically by displacing a mass within a frame. By exploiting the reaction forces between these bodies, it is possible to either aid or hinder a user in moving the frame, thereby simulating a prescribed inertia. This inertia generator provides a new way of approaching interactions with a user, since it doesn't use preprogrammed torque profiles to represent an action between two objects, or an object and the environment. Instead, it is controlled reactively through the prescribed inertia, and lets the user feel a single object by itself. This type of feature could be implemented to further increase immersion in VR applications. It could also serve as a physical readaptation tool, whereby it could incrementally monitor the muscular force capabilities of a person while providing force and torque data. In previous work, a one-degree-of-freedom (1-DOF) prototype for translational inertia was developed [26]. Here, a 3-DOF rotational inertia generator is investigated. This hand-held device will be capable of rendering a prescribed perceived moment of inertia when manipulated.

Firstly, the dynamic modelling of the 3-DOF concept using the gyroscopic effect is presented. Then, a second concept directly exploiting motor reaction forces is established as a basis of comparison. Both concepts are simulated using a mathematical model, and they are compared in terms of torque and velocity requirements. The physical prototype is then described, with preliminary experiments presented to validate the developed dynamic model. Lastly, improvements for future work are discussed.

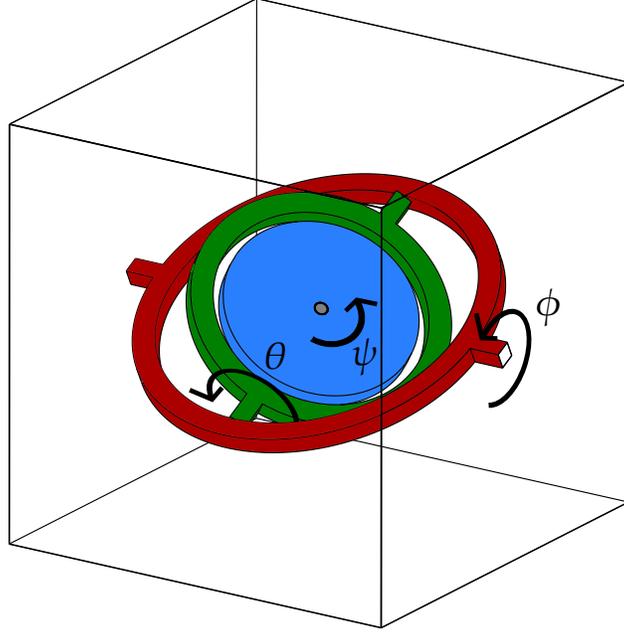


FIGURE 3.1 – General layout for an inertia generator using a double gimbal gyroscope (DGG).

3.4 Dynamic Modelling of a 3-DOF Inertia Generator

3.4.1 Double Gimbal Gyroscope Concept

The double gimbal gyroscope (DGG) concept can be treated as a serial spherical rotational mechanism, with each of the links having their centre of mass at the centre of rotation of the device, as illustrated in Figure 3.1. The XYZ-Euler convention is used to describe the orientation of the flywheel (end-link) of the gyroscope with respect to the frame of the device, while only the angular velocities are used to describe the motion of the frame of the device with respect to a fixed frame. This means that the frame uses only angular velocities expressed in a non-inertial frame, while the gyroscope uses the coordinates ϕ , θ , ψ (joint coordinates, which also correspond to the Euler angles) for its respective XYZ coordinates. Angular velocities of the different bodies are given by

$$\begin{aligned}
 [\vec{\omega}_f]_B &= [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T \\
 [\vec{\omega}_{g1}]_1 &= \dot{\phi} \vec{e}_1 + [\vec{\omega}_f]_1 \\
 [\vec{\omega}_{g2}]_2 &= \dot{\theta} \vec{e}_2 + [\vec{\omega}_{g1}]_2 \\
 [\vec{\omega}_w]_2 &= \dot{\psi} \vec{e}_3 + [\vec{\omega}_{g2}]_2,
 \end{aligned}$$

where subscripts f , $g1$, $g2$ and w represent the frame, the first and second gimbal, and the flywheel respectively, whereas subscripts B , 1 , and 2 mean that the corresponding vectors are expressed in the body, first gimbal, or second gimbal reference frames. Vectors \vec{e}_1 , \vec{e}_2 , and \vec{e}_3 represent unit vectors along the X, Y and

Z-axes of the frame of reference in which they are used. Furthermore, coordinate changes are given by

$$\begin{aligned} [\vec{\omega}_f]_1 &= \mathbf{R}_x^T(\phi) [\vec{\omega}_f]_B \\ [\vec{\omega}_{g1}]_2 &= \mathbf{R}_y^T(\theta) [\vec{\omega}_{g1}]_1, \end{aligned}$$

where $\mathbf{R}_x(\phi)$ and $\mathbf{R}_y(\theta)$ are the X and Y rotation matrices according to the Euler convention. For each of the bodies, assuming a concentric configuration, i.e., assuming that all bodies have their centre of mass at the centre of rotation, the kinetic energy is given by

$$\begin{aligned} T_f &= \frac{1}{2} [\vec{\omega}_f]_B^T [\mathbf{I}_f]_B [\vec{\omega}_f]_B \\ T_{g1} &= \frac{1}{2} [\vec{\omega}_{g1}]_1^T [\mathbf{I}_{g1}]_1 [\vec{\omega}_{g1}]_1 \\ T_{g2} &= \frac{1}{2} [\vec{\omega}_{g2}]_2^T [\mathbf{I}_{g2}]_2 [\vec{\omega}_{g2}]_2 \\ T_w &= \frac{1}{2} [\vec{\omega}_w]_2^T [\mathbf{I}_w]_2 [\vec{\omega}_w]_2, \end{aligned}$$

where \mathbf{I}_i denotes the inertia matrix of body i , and with total kinetic energy given by

$$T = \sum_i T_i. \quad (3.1)$$

Assuming that the total kinetic energy can be expressed in terms of a generalized inertia matrix \mathbf{M} such that

$$T = \frac{1}{2} \dot{\Theta}^T \mathbf{M} \dot{\Theta}, \quad (3.2)$$

where $\dot{\Theta} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z, \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T$, then $\mathbf{M} = \frac{\partial^2 T}{\partial \dot{\Theta}^2}$ and the Lagrangian equations yield

$$\vec{\tau} - \vec{\Phi} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\Theta}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Theta} = \frac{d}{dt} [\mathbf{M} \dot{\Theta}] - \frac{\partial T}{\partial \Theta}, \quad (3.3)$$

where $\mathcal{L} = T - V$ and the potential energy V is constant since the centre of mass remains fixed. $\vec{\tau}$ is the vector of actuator torques, and $\vec{\Phi}$ contains the friction forces. By partitioning (3.3) into two sets of three equations, one for the frame and one for the gyroscope, (3.3) can be written as

$$\begin{bmatrix} \vec{\tau}_a - \vec{\Phi}_a \\ \vec{\tau}_m - \vec{\Phi}_m \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \left[\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\Theta}_a \\ \dot{\Theta}_m \end{bmatrix} \right] - \begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial \dot{\Theta}_a} \\ \frac{\partial T}{\partial \dot{\Theta}_m} \end{bmatrix}, \quad (3.4)$$

where $\dot{\Theta}_a = [\vec{\omega}_f]_B$, and $\dot{\Theta}_m = [\phi, \theta, \psi]^T$. This means that $\dot{\Theta}_a$ is not an actual physical quantity since an angular velocity vector cannot be integrated, but this can be resolved by noting that the kinetic energy of the device is independent from the absolute orientation of the hand-held frame, meaning that $\frac{\partial T}{\partial \dot{\Theta}_a} = \mathbf{0}_{3 \times 1}$. Also, $\vec{\Phi}_a = \mathbf{0}_{3 \times 1}$ because the frame is manipulated by a user.

Since (3.4) is not taken from an inertial frame of reference, the first row gives

$$\vec{\tau}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\vec{\Theta}}_a \\ \ddot{\vec{\Theta}}_m \end{bmatrix} + \vec{\Omega} \times \left[\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \end{bmatrix} \dot{\vec{\Theta}} \right] + \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{M}}_{11} & \dot{\mathbf{M}}_{12} \end{bmatrix} \dot{\vec{\Theta}}, \quad (3.5)$$

where $\vec{\Omega} = [\vec{\omega}_f]_B$. This is akin to the Newtonian equations of motion, and is a necessary way to build the equations in order to directly use a 3-axis gyroscope to measure the body motion of the device. The second row of (3.4) yields

$$\vec{\tau}_m - \vec{\Phi}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix} \ddot{\vec{\Theta}} + \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{M}}_{21} & \dot{\mathbf{M}}_{22} \end{bmatrix} \dot{\vec{\Theta}} - \frac{\partial T}{\partial \vec{\Theta}_m}. \quad (3.6)$$

To obtain the inertia generator effect, i.e., to render a desired inertia to the user, the torques appearing in (3.5) need to be equivalent to the torques needed to rotate an object of prescribed inertia \mathbf{I}_a , meaning

$$\begin{aligned} T_a &= \frac{1}{2} [\vec{\omega}_f]_B^T [\mathbf{I}_a]_B [\vec{\omega}_f]_B \\ \mathbf{M}_a &= \frac{\partial^2 T_a}{\partial \dot{\vec{\Theta}}^2} \\ \vec{\tau}_a &= \mathbf{M}_a \ddot{\vec{\Theta}}_a + \vec{\Omega} \times \left[\mathbf{M}_a \dot{\vec{\Theta}} \right] + \dot{\mathbf{M}}_a \dot{\vec{\Theta}}_a - \frac{\partial T_a}{\partial \vec{\Theta}_a}, \end{aligned} \quad (3.7)$$

where $\dot{\mathbf{M}}_a = 0_{3 \times 3}$ and $\frac{\partial T_a}{\partial \vec{\Theta}_a} = 0_{3 \times 1}$. Equation (3.7) can then be substituted into (3.5) to solve for the actuator accelerations that are required to render the inertia, giving

$$\ddot{\vec{\Theta}}_m = \mathbf{M}_{12}^{-1} \left[\vec{\tau}_a - \mathbf{M}_{11} \ddot{\vec{\Theta}}_a - \vec{\Omega} \times \left[\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \end{bmatrix} \dot{\vec{\Theta}} \right] - \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{M}}_{11} & \dot{\mathbf{M}}_{12} \end{bmatrix} \dot{\vec{\Theta}} \right]. \quad (3.8)$$

Inserting (3.8) into (3.6) yields the control law.

3.4.2 Flywheels Concept

As a basis for comparison, a second model is built using a different method to provide the ungrounded torques. It is based on the GyroCube [10] and the Cubli [27], and comprises three orthogonal flywheels attached to a frame which are independently actuated. This concept, referred to as the flywheels concept, has the advantage of being simple and easy to build, but it lacks efficiency as the flywheels are only free to rotate about a single axis. This means that they act as dead weights when the device is rotated along a different axis.

The process to obtain the dynamics and the control law is similar. Such a concept is illustrated schematically in Figure 3.2. Firstly, the angular velocities are given by

$$\begin{aligned} [\vec{\omega}_f]_B &= [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T \\ [\vec{\omega}_{w1}]_B &= \dot{\phi} \vec{e}_1 + [\vec{\omega}_f]_B \\ [\vec{\omega}_{w2}]_B &= \dot{\theta} \vec{e}_2 + [\vec{\omega}_f]_B \\ [\vec{\omega}_{w3}]_B &= \dot{\psi} \vec{e}_3 + [\vec{\omega}_f]_B, \end{aligned}$$

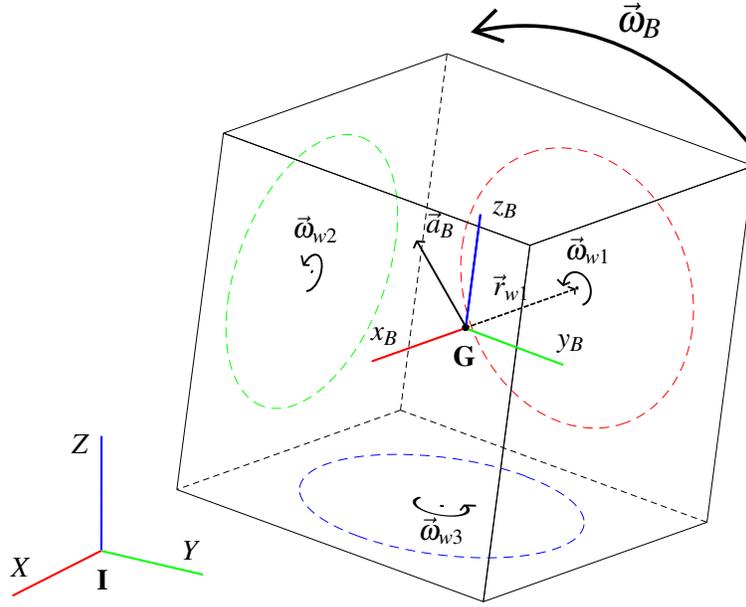


FIGURE 3.2 – General layout for an inertia generator using three flywheels.

and the velocities of the centre of mass of the flywheels are given by

$$[\vec{v}_{wi}]_B = [\vec{\omega}_f]_B \times [\vec{r}_{wi}]_B.$$

where \vec{r}_{wi} is the position vector of the centre of mass of flywheel $i \in \{1, 2, 3\}$. Thus, the kinetic energies are given by

$$T_f = \frac{1}{2} [\vec{\omega}_f]_B^T [\mathbf{I}_f]_B [\vec{\omega}_f]_B$$

$$T_{wi} = \frac{1}{2} m_{wi} [\vec{v}_{wi}]_B^T [\vec{v}_{wi}]_B + \frac{1}{2} [\vec{\omega}_{wi}]_B^T [\mathbf{I}_{wi}]_B [\vec{\omega}_{wi}]_B,$$

where m_{wi} is the mass of flywheel i . As gravity is neglected no potential energy terms are added. Equations (3.1)-(3.8) are then applied identically.

3.5 Model Simulation and Validation

To test the feasibility and performance of each type of 3-DOF rotational inertia generator, simulations were performed using both *Simulink* and *Adams View*. *Simulink* was used to implement a mathematical model of the system, while *Adams View* acted as a form of validation through a physical model simulation. It is to be noted that all simulations neglect gravity because such a device would be designed to ensure that the centre of mass is stationary during its use. This constraint keeps the device from having to provide a constant torque while in use. Friction forces are also neglected.

The simulations were conducted using physical parameters somewhat based on the Cubli [27], in order to obtain realistic data which could help designing a prototype. As such, both simulated objects are composed of an aluminium frame corresponding to a 15 cm-sided box with six walls of 2 mm thickness. This gives the frame a total mass of 0.271 kg and an inertia along its centre of mass of $1.882 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ in each of the three Cartesian axes. The flywheels design has six thin rings attached to each of the walls, with a mass of 0.102 kg, and an inertia of $0.285 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ about their rotation axis and $0.143 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ about perpendicular axes. This arrangement differs slightly from what is shown in Figure 3.2, but it yields a design in which the geometrical centre and the centre of mass coincide. The original three flywheels are split up into pairs attached to opposite walls. To keep the models comparable, the inertia of both objects need to be kept similar. Mass, on the other hand, can be cut down because it has no influence on the DGG concept. As such, the DGG has a flywheel with a mass of 0.204 kg, and the inertia is set at $0.570 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$, the same as two flywheels, so that the devices will require identical torques to accelerate their rotating parts in a single-axis scenario. This means that the masses and inertias of the gimbals from Figure 3.1 are neglected. Finally, the prescribed inertia is defined as being that of a solid cube of identical size and with twice the mass of the devices, distributed uniformly, so that $\mathbf{I}_a = 6.62 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ for each of the three axes.

Using the above physical parameters, a simulation scenario is established. The device is rotated about an arbitrary axis set in the $[2, 1, -2]^T$ direction. The angular trajectory about that axis is set as

$$\theta(t) = \theta_A \sin(2\pi ft), \quad (3.9)$$

where $\theta_A = 60^\circ$ and $f = 0.4 \text{ Hz}$. An initial velocity of 500 RPM is also added to all six wheels in order to avoid the higher friction zone when a motor operates near or crosses 0 RPM. For the DGG, the single flywheel is also set at 500 RPM, with its initial position parallel to the top and bottom of the frame. In *Simulink*, these inputs are used to compute (3.8), which allows to compute the resulting moments on the frame (3.5). This data set is used as a comparison basis using *Adams*, where the computed accelerations are used as inputs to verify if the resulting moments are identical. Figure 3.3 shows the rendered moments from both simulations in *Simulink* and *Adams*. As it can be observed, the results show that the control laws developed in Section 3.4 can theoretically accomplish the established task. It induces the necessary torques on a user so that the device feels like one with the prescribed inertia.

While this is a promising result, more information is needed to determine if the concepts are feasible. Since motors have torque and velocity limits, it is necessary to examine whether the requirements for this type of work are realistic. To do so, simulations are conducted using the parameters mentioned above, while gradually increasing the virtual inertia of the device. As a reference basis, the total inertia from the flywheels concept is used, which is to say that $\mathbf{I}_t = 5.11 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ for each of the axes. Inertia is varied from $\mathbf{I}_a = 0 \mathbf{I}_t$ to $\mathbf{I}_a = 10 \mathbf{I}_t$. The results are shown in Figure 3.4. For the flywheels concept, only the overall maxima are taken into account for each result as this concept requires symmetry, meaning all three motors need to be identical. For the DGG concept, some simulation instability appears for results where $\mathbf{I}_a > 8 \mathbf{I}_t$. This could be due to step size and integration method issues, which become critical if the device comes close to a singular configuration where the innermost gimbal is at an angle of 90° from the initial configuration

shown in Figure 3.5. The results show that the DGG concept has a key advantage. For the motors controlling the gimbals (motors 1 and 2), the torque requirements are lower than for the flywheels concept, while needing much smaller velocities. This means that it would be possible to use smaller motors paired with gearboxes to achieve the desired behaviour. As this is a hand-held device, total weight is an important consideration to avoid user fatigue from prolonged use. Motors can make up a considerable portion of the total weight, therefore this is a favourable characteristic to look for. The third motor, the one driving the flywheel, requires more demanding specifications than for the flywheels concept. This entails using a more massive motor, which can be used to the advantage of the concept. Because this motor is located close to the centre of the device, it provides usable inertia when rotating the device about the X and Y-axes. For the flywheels concept, this does not hold true as the motors are directly attached to the frame. As such, they act as dead weights when they are not in use. Overall, this makes the DGG concept a much more interesting design dynamics-wise. It also yields a lighter device (0.408 kg lighter than the flywheels concept). Nevertheless, challenges arise when taking wiring and actuation into account.

3.6 Prototyping

3.6.1 Mechatronic Configuration

The observations made in the previous section led to choosing the DGG concept for a prototype. A CAD model and a photograph of the prototype are shown in Figure 3.5. The frame, the gimbals, and the support of the flywheels are made of 3D-printed ABS plastic. The shafts and the links between the motors and the flywheels are made of aluminium, and the flywheels themselves are made of stainless steel. This maximizes the inertia that they provide per volume. The flywheels have been split into two identical annuli in order to place a gimbal motor at the centre, ensuring that the centre of mass is stationary when the device is operated.

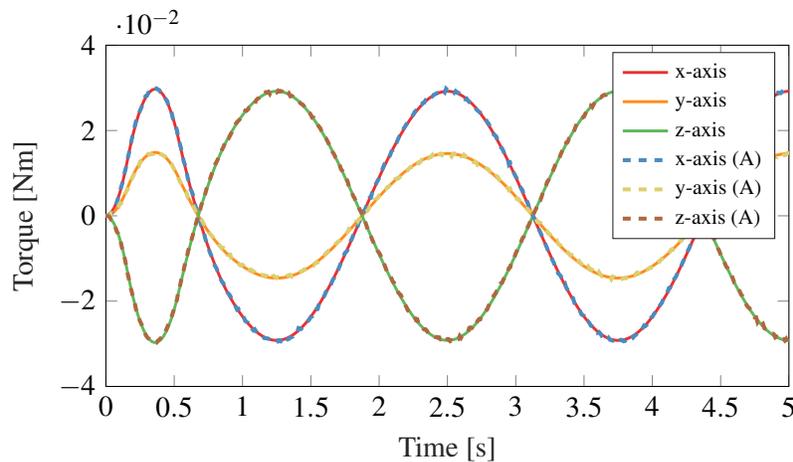


FIGURE 3.3 – Simulation results of the $[2, 1, -2]^T$ axis of rotation for both concepts. Dashed lines represent *Adams* results. The results are identical and cannot be distinguished.

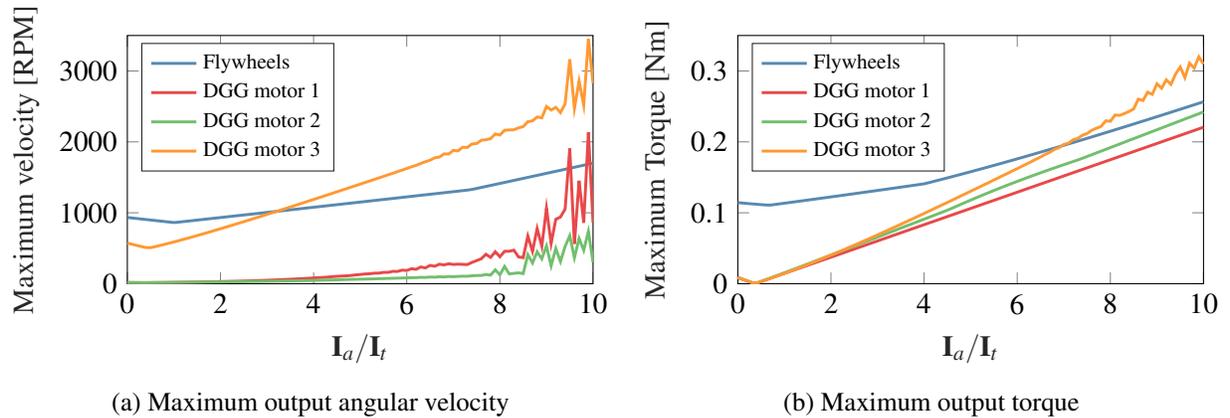


FIGURE 3.4 – Simulation results for the motor requirements with respect to the rendered inertia for both models.

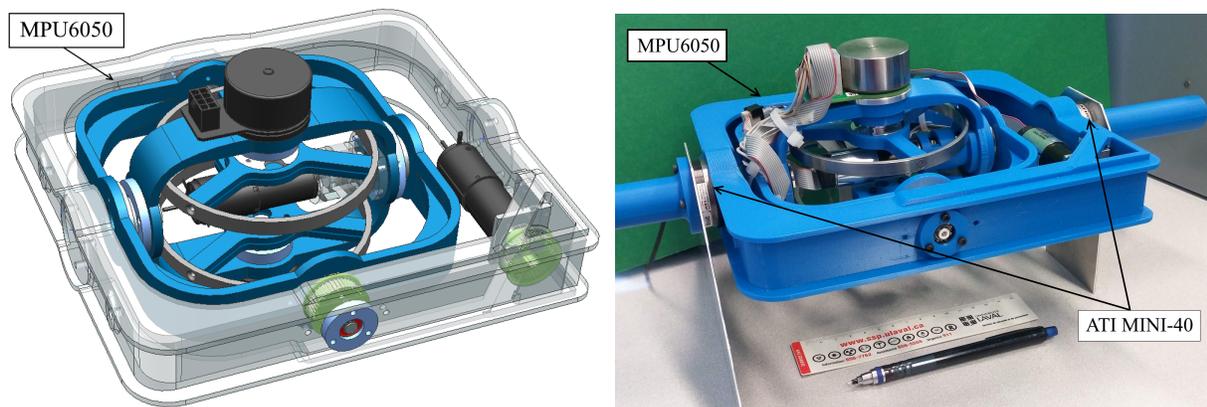


FIGURE 3.5 – CAD model and photograph of a prototype of an inertia generator using a double gimbal gyroscope as a means of providing ungrounded torque feedback.

An additional motor was added for design convenience and therefore the two flywheels can be controlled independently if desired. This gives the device a total mass of 1.392 kg, and it measures 23.85 cm long, 22.2 cm wide and 14.4 cm high. When including the handles, the force/torque sensors and the support legs, it is 45 cm long and 18.2 cm high.

The first two motors are 11 W Re-Max 24 with brushes, from Maxon Motor, paired with 29 :1 GP22C planetary gearheads. The flywheel motors are 70 W EC-45 Flat brushless DC motors, also from Maxon Motor, used in direct drive. The motors are powered by an external current source which is connected to a computer running the real-time operating system QNX, which ensures real-time computations through *RT-Lab*. An MPU6050 6-DOF IMU is placed on the frame to measure the angular velocity of the frame. It connects to an Arduino Uno through the I2C protocol to read the data. The Arduino sends the data to the real-time computer using its serial interface, with a MAX3232 board to convert the serial pins to RS232

interface. On the software side, *RT-Lab* is used, which compiles *Simulink* models on the real-time computer for the control of the hardware. Figure 3.6 shows a diagram of the electronic configuration.

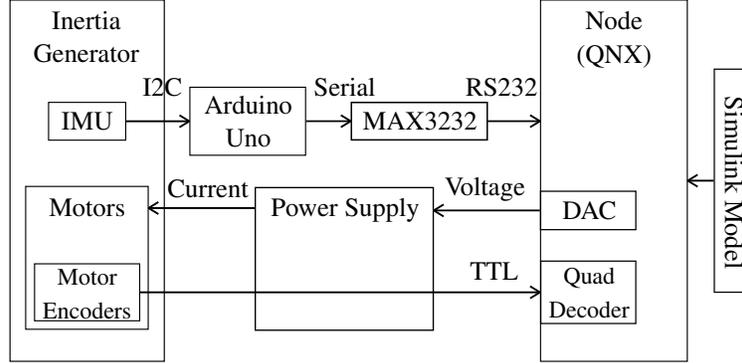


FIGURE 3.6 – Communication and electrical layout for the control of the inertia generator.

3.6.2 Dynamic Modelling

Since the centres of mass of the components of the prototype do not all coincide perfectly with the global centre of mass, modifications are made to the dynamic model. Any extra component is treated as being part of either the frame or the gimbals. Regarding the motors, the first one is incorporated into the physical properties of the frame, while the other three motors are combined with the innermost gimbal. Thus, while angular velocities are the same as in Section 3.4.1, additional terms need to be included in the model to account for the displacements of the centre of mass of the different bodies. The corresponding velocities of the centres of mass are written as

$$\begin{aligned} [\vec{v}_f]_B &= \frac{d}{dt} [\vec{r}_f]_B + [\vec{\omega}_f]_B \times [\vec{r}_f]_B \\ [\vec{v}_{g1}]_1 &= \frac{d}{dt} [\vec{r}_{g1}]_1 + [\vec{\omega}_{g1}]_1 \times [\vec{r}_{g1}]_1 \\ [\vec{v}_{g2}]_2 &= \frac{d}{dt} [\vec{r}_{g2}]_2 + [\vec{\omega}_{g2}]_2 \times [\vec{r}_{g2}]_2 \\ [\vec{v}_w]_2 &= \frac{d}{dt} [\vec{r}_w]_2 + [\vec{\omega}_{g2}]_2 \times [\vec{r}_w]_2, \end{aligned}$$

with \vec{r}_i being the position of the centre of mass of body i with respect to the overall centre of mass, which is the reference for the inertial frame. The kinetic energies are thus given by

$$\begin{aligned} T_f &= \frac{1}{2} m_f [\vec{v}_f]_B^T [\vec{v}_f]_B + \frac{1}{2} [\vec{\omega}_f]_B^T [\mathbf{I}_f]_B [\vec{\omega}_f]_B \\ T_{g1} &= \frac{1}{2} m_{g1} [\vec{v}_{g1}]_1^T [\vec{v}_{g1}]_1 + \frac{1}{2} [\vec{\omega}_{g1}]_1^T [\mathbf{I}_{g1}]_1 [\vec{\omega}_{g1}]_1 \\ T_{g2} &= \frac{1}{2} m_{g2} [\vec{v}_{g2}]_2^T [\vec{v}_{g2}]_2 + \frac{1}{2} [\vec{\omega}_{g2}]_2^T [\mathbf{I}_{g2}]_2 [\vec{\omega}_{g2}]_2 \\ T_w &= \frac{1}{2} m_w [\vec{v}_w]_2^T [\vec{v}_w]_2 + \frac{1}{2} [\vec{\omega}_w]_2^T [\mathbf{I}_w]_2 [\vec{\omega}_w]_2. \end{aligned}$$

3.6.3 Experimental Validation

By using the full control law, experiments are conducted to validate the model developed in Section 3.4. To achieve this, a comparison is made between the moments calculated with (3.5), and the real moments applied to the prototype. First, two ATI MINI-40 force/torque sensors are mounted on each side of the frame, with handles attached so that all torques rendered to the user are measured by the sensors. This arrangement can be seen on the photograph shown in Figure 3.5. Then, an arbitrary rotational trajectory is applied to the device by a user. Lastly, the moments measured by the force/torque sensors are compared to those computed by (3.5), using the measurements provided by the MPU6050 and the motor encoders. To have a diversity of results, four experiments are performed. The first is meant as a validation of expected behaviour by simulating the total inertia \mathbf{I}_t of the device. The others explore the capabilities of the inertia generating functions by setting the simulated inertia at 0.5, 1.5 and 2.5 \mathbf{I}_t respectively.

For the first experiment, the simulated inertia is set at $\mathbf{I}_a = \mathbf{I}_t$, with both flywheels starting at an initial velocity of 0 RPM. The device is then picked up and moved in various directions. With these parameters, it is expected that the gimbals would stay in place, making the whole device move as a rigid body. The moments applied to the frame by the user to induce movement are shown in Figure 3.7 (b). As it can be seen, the dynamic model produces results that are close to the measured torques. Some noise is present in both data sets, since force sensors are noisy, and the model data uses angular velocities and accelerations derived from the motor encoders. This agreement between both data sets confirms that the dynamic model is accurate.

The other experiments are conducted using a similar procedure, with the only difference that the simulated inertia is set at 0.5, 1.5, and 2.5 \mathbf{I}_t respectively. The initial velocity of the flywheels is kept at 0 RPM even though it was meant to be used at high velocities. This is due to instability issues which are discussed in Section 3.7. Due to the repetitive nature of the results, only the Y-axis data from each experiment is shown in Figure 3.7. As with the previous experiment, the force/torque sensor data concurs with the dynamic model in the first two sets of data. When simulated inertia is set too far from the device's total inertia, some vibration occurs in the motors which can be seen in the dynamic model data of Figure 3.7 (d) because it uses the motor encoder data. The force/torque sensors did not fully pick up these vibrations, even though they could be felt and heard by the user. Their nature is currently thought to be linked with the PID tuning of the motor position controls. Vibrations notwithstanding, the sensor data follows the general pattern of the model data.

3.7 Discussion

At first glance, the results presented above are encouraging, yielding evidence that inertia rendering is a feasible concept. Indeed, Figures 3.7 (a) and 3.7 (c) show that increasing the virtual inertia of the device does require more torque from the user's part. The increase appears more substantial than it actually is. The difference is attributed to the arbitrary nature of the trajectories imposed by the user. Indeed, the gyro data associated with Figure 3.7 (c), which is not presented, shows that the amplitude of the movement was larger

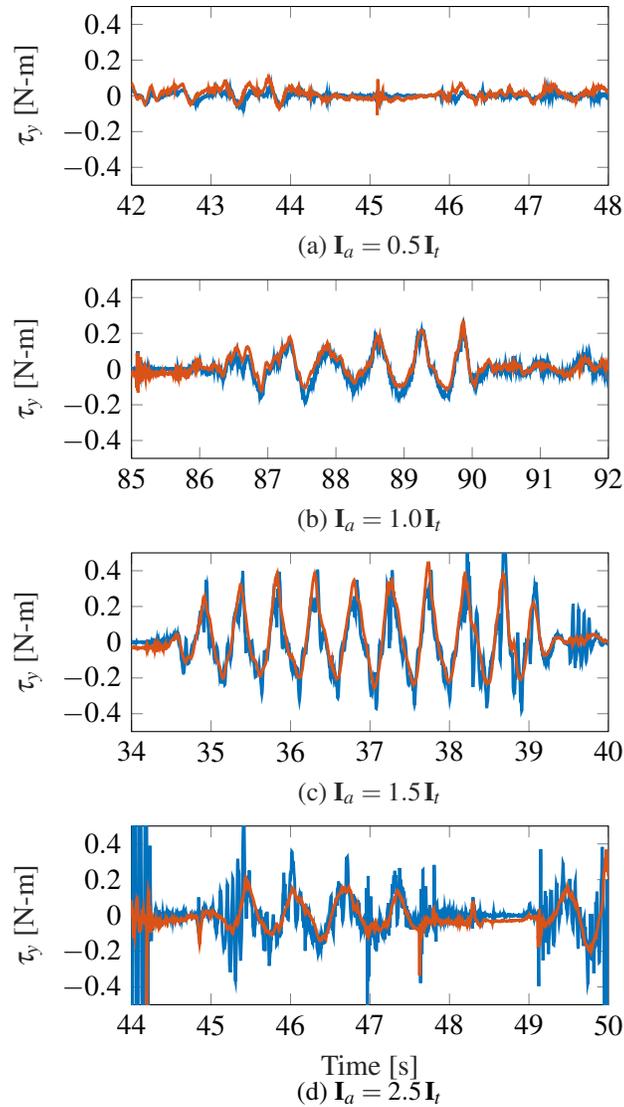


FIGURE 3.7 – Comparison of the torques applied to the frame by the user for a variety of simulated inertias. Flywheels are initially at rest. Measurements in red come from force/torque sensors, and the blue curve is computed using the dynamic model. Device trajectories were similar except for $2.5 I_t$ where instabilities prevented large amplitude movements.

than in Figure 3.7 (a).

Unfortunately, the above experiments do not make full use of the developed DGG concept. Indeed, it is intended to set the flywheels at a large initial velocity of at least 2000 RPM. In theory, using such velocities helps stabilize the gyroscope because it reduces the required angular range of the gimbals. The faster the flywheels spin, the less the gimbals need to move to produce large gyroscopic effects. In practice, the device reaches instability rather quickly. It is currently thought that this is due to the need to react to an IMU's signal, along with the noise from the IMU and imprecise user movements.

Nonetheless, the experiments conducted in this article are relevant for the development of the concept of inertia generator. The architecture of the DGG prototype is akin to having the flywheels concepts where a single flywheel is mounted in a serial configuration instead of three flywheels mounted in parallel like shown in Figure 3.2. The introduction of singularities and angular position limitations is detrimental, but the essence remains.

In the present form of the device, cable management is a prominent issue. During the design phase, the idea of hollow shafts was put forth to allow the cables to connect to the motors without hindering the motion of the gimbals. It was also meant to allow the outermost gimbal to make a few revolutions about its axis of rotation. Unfortunately, given the size and number of cables, space limitations did not allow to implement this approach. This issue could be fully circumvented by the use of slip rings, enabling the transmission of power without the risk of twisting the cables during use.

Moreover, because the cables are now attached to the frames without going through the axes of rotation, the gimbals are limited in their range of motion. The 1-DOF prototype [26] also had this type of limitation due to its translational nature. Similar strategies of handling limited displacement are to be implemented. It should be pointed out that the flywheels concept presented in section 3.4.2 would have similar issues. While not constrained in terms of angular position, the maximum velocity of the motors is a constraint that yields similar limitations. Some form of washout filter is thus needed to prevent the saturation of the motors.

Lastly, because a gyroscope is an unstable mechanism, divergences happen through the numerical integration of (3.8). This makes it difficult to use the device for more than a few seconds, even when using a Runge-Kutta method of the 10th order for integration. When used solely as a torque generation method, a gyroscope can function appropriately, but since the inertia generator requires reaction through an IMU which provides noisy data, its unstable nature becomes inadequate. All of the above difficulties were unfortunately harder to account for before completing a working prototype.

An additional step is taken to look back at the simulations conducted in section 3.5. For the comparison between the DGG and the flywheel concept, the working hypothesis was that the gimbals of the DGG could be neglected, both in terms of mass and inertia. In practice, taking data from the prototype, the gimbals weigh 0.199 kg and 0.124 kg respectively, whereas the central flywheels weigh 0.189 kg combined. At first glance, this invalidates the hypothesis, but it is also necessary to take into account that these gimbals add

inertia which can be used for torque production, albeit not in all axes. Including the gimbals would have made it difficult to find a valid basis of comparison between both concepts. All in all, the flywheel's inertia is not as prominent as desired when compared to the rest of the system, and thus could be further increased in a future iteration.

3.8 Video

The video accompanying this paper demonstrates the strategy used to validate the dynamic model. It uses predetermined trajectories for the gimbals, which are periodic movements, along with a constant velocity for the flywheels. The outermost gimbal performs a sinusoidal trajectory with an amplitude of 50° and a frequency of 1 Hz while the innermost gimbal performs the same type of trajectory with an amplitude of 35° and a frequency of 0.7 Hz. The flywheels rotate at a constant velocity of 750 RPM. The device is then picked up and rotated around the Z-axis, X-axis, and Y-axis. It is finally rotated in one last arbitrary direction before being put back down. The force/torque sensor data and the data computed using the dynamic model are shown in real time, along with the device's angular velocity as measured by the MPU6050.

3.9 Conclusion

In this paper, the development of a prototype of a 3-DOF haptic interface with programmable rotational inertia was presented. Simulations of simplified models indicate that there is a significant potential for the feasibility and the performances of a device exploiting the gyroscopic effect.

Experiments using the current prototype suggest that although the DGG is an efficient theoretical concept, it comes with implementation difficulties which prevent it from making use of that efficiency. Nevertheless, its limited functions are sufficient to demonstrate that the 3-DOF inertia generator concept is valid.

Future work will focus on optimizing the control of the device and managing the angular position limitations of the gimbals. A form of washout filter will be needed to achieve this. Moreover, comparing the DGG to a flywheels prototype is planned in order to quantify the advantages of better stability and full range of angular motion. Finally, this work is to be extended to the development of a 6-DOF inertia generator, which would combine rotational and translational inertia control.

Chapitre 4

Conception et analyse du prototype

4.1 Méthodologie

Tel qu'il a été établi dans le chapitre précédent, un prototype de générateur d'inertie se servant du concept d'un gyroscope 2 axes a été conçu. Ce chapitre a pour but d'aller plus en détails sur la conception de ce prototype, la sélection des composantes électriques et électroniques qui l'entourent, et ses capacités. Tout d'abord, un survol est fait sur le modèle CAO du prototype afin de souligner les différentes considérations qui ont permis l'actionnement d'un gyroscope 2 axes à l'intérieur. Puis, une présentation complète des composantes électriques et électroniques nécessaires au fonctionnement du prototype est faite. Par la suite, les différents aspects qui constituent le contrôle du générateur d'inertie sont élaborés. Enfin, une compilation des résultats préliminaires obtenus avec le prototype est réalisée, suivi d'une discussion sur les performances haptiques du prototype tel que développé.

4.2 Conception du modèle 3D

Afin de permettre la réalisation d'un prototype se servant d'un gyroscope 2 axes, plusieurs éléments sont nécessaires. D'abord, certaines caractéristiques doivent être respectées. Il est impératif que le centre de masse du gyroscope soit immobile par rapport au bâti lorsqu'il est en mouvement. De plus, pour assurer le confort d'un utilisateur de l'appareil, la masse totale et la taille du dispositif doivent être conservées à un minimum. L'objectif de départ était de viser une masse totale de 1 kg pour permettre une utilisation prolongée du dispositif sans fatiguer inutilement l'utilisateur. Le choix des matériaux pour les différentes parties du prototype doit donc suivre cette première ligne directrice. La présente section compile donc les différents choix effectués vis-à-vis les composantes principales du montage, ainsi que les justifications associées. Il est à noter que ces choix ne se sont pas tous faits un après l'autre. Plusieurs d'entre eux ont été retravaillés à maintes reprises afin de prendre en compte les modifications itératives du design. Ce fait est d'autant plus vrai pour les sections extérieures, qui sont influencées par le moindre changement dans les composantes intérieures. Le dispositif est composé de quatre parties principales, qui sont le bâti, l'axe de rotation externe (aussi appelé cardan externe), l'axe de rotation interne (ou cardan interne), et finalement la roue d'inertie.

4.2.1 Bâti

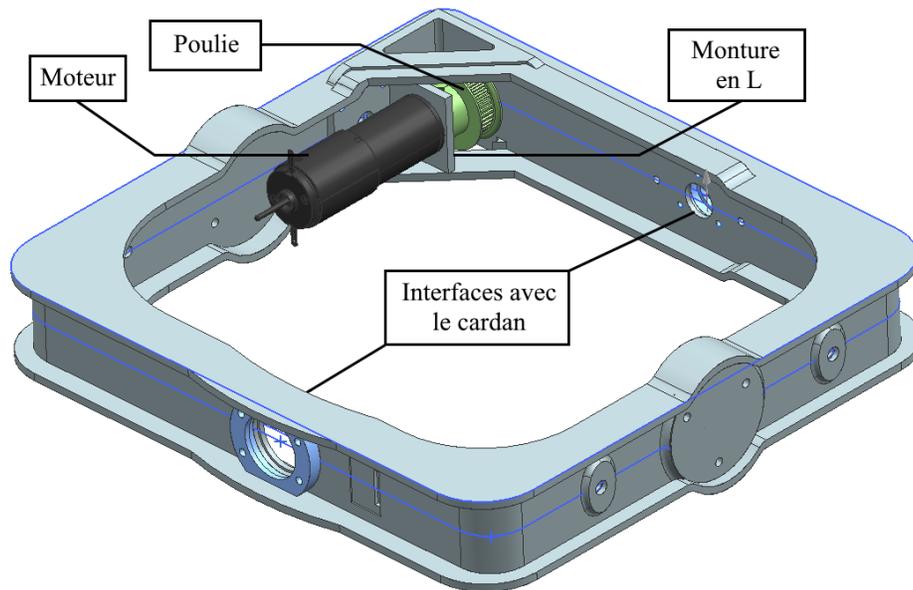


FIGURE 4.1 – Modèle CAO du bâti du générateur d'inertie.

Le bâti et les composantes qu'il incorpore sont montrées à la figure 4.1. Les éléments inclus dans cet assemblage sont le bâti lui-même, le moteur permettant le déplacement du cardan externe, la monture en L qui le fixe au bâti, ainsi qu'une des poulies qui assure le transfert du mouvement entre le moteur et le cardan via une courroie. Étant donné qu'une telle courroie nécessite d'être mise sous tension pour garantir une bonne transmission, un système d'ajustement est incorporé dans la monture en L, qui tient le moteur. Le principe est montré à la figure 4.2.

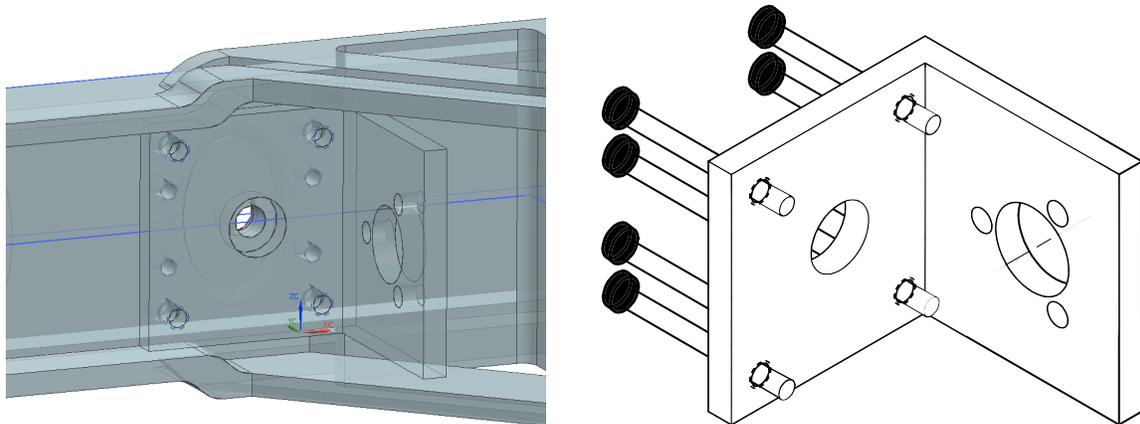


FIGURE 4.2 – Visualisation du système à huit vis permettant l'ajustement de la position latérale du moteur.

Ce système utilise un principe à huit vis : quatre vis pour fixer la position de la monture, et quatre autres

pour la maintenir en place. Les quatre premières sont vissées dans le bâti mais ne font que reposer sur le dessous de la monture, travaillant en compression. Les quatre autres sont vissées dans la monture, ce qui les met en tension. Le tout permet un ajustement fin de la position latérale du moteur, contrôlant précisément la tension qui va être induite dans la courroie.

La structure devant être soumise à des couples et des forces de réaction substantielles, il est nécessaire. Pour être en mesure de placer le moteur dans le coin du bâti, il n'était pas possible d'y conserver un arrondi. Pour éviter que ce coin représente une faiblesse dans la structure, un renfort à 45° a été ajouté en laissant suffisamment d'espace pour pouvoir placer et accéder à la poulie se situant dans cette région. De plus, puisque le bâti même est une pièce imprimée 3D, il est fabriqué en plastique ABS qui est un matériau répandu pour ce type de pièces. Ce matériau étant plus fragile et plus flexible, la structure doit être adaptée en conséquence pour éviter des déformations importantes lors de l'utilisation du dispositif. À cette fin, le bâti adopte une structure en H sur tout son périmètre. La figure 4.3 montre une coupe du bâti, illustrant cette intégration de la structure en H.

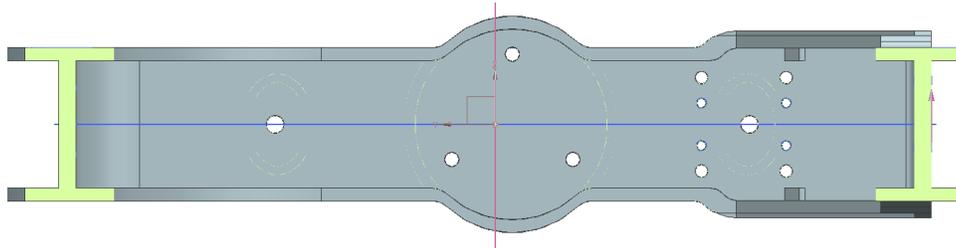


FIGURE 4.3 – Coupe transversale du bâti montrant la structure en H utilisée.

Les dimensions de ce groupe d'éléments du dispositif sont répertoriées dans le tableau 4.1.

Dimension	Valeur	Unités
Longueur	238.5	mm
Largeur	222	mm
Hauteur	51	mm
Masse	0.4716	kg
Inertie	$\begin{bmatrix} 4.2841 & -0.4626 & 0.0001 \\ -0.4626 & 2.1787 & 0.0002 \\ 0.0001 & 0.0002 & 6.3585 \end{bmatrix}$	$1 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$

TABLEAU 4.1 – Dimensions physiques du bâti.

4.2.2 Cardan externe

Le cardan externe tel que conçu est montré à la figure 4.4. Cet assemblage est combiné principalement avec les arbres qui permettent les rotations entre les différents étages. Il comprend aussi la seconde poulie qui

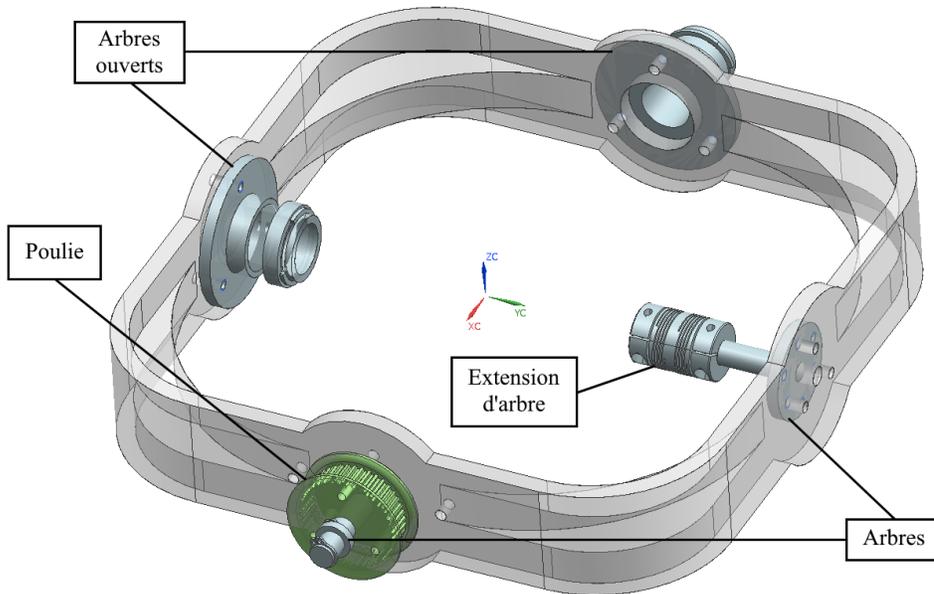


FIGURE 4.4 – Modèle CAO du cardan externe.

permet la transmission du mouvement depuis le premier moteur, ainsi qu'une extension d'arbre, qui permet de relier l'arbre du moteur central à l'arbre interne du cardan, situé à droite sur la figure 4.4.

Le concept utilisé pour les arbres est composé de deux éléments. D'abord, un des deux arbres de chaque axe est conçu beaucoup plus large afin d'inclure une ouverture en son centre. La figure 4.5 montre cet aspect de plus près. L'intention derrière un tel design était de permettre aux fils d'alimentation des moteurs de pouvoir passer dans ces arbres afin d'éviter qu'ils contraignent le mouvement des cardans. Quoiqu'une bonne idée en théorie, l'ouverture n'était cependant pas suffisamment grande pour permettre ce dessein. Pour le prototype final, les fils doivent passer à l'extérieur des cardans. L'autre élément provient de la disposition de ces arbres. Avec cet arrangement, il est possible de retirer indépendamment chaque étage du prototype. Ceci facilite les ajustements en cas d'imprévus.

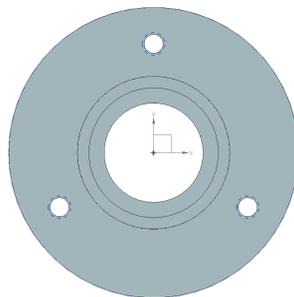


FIGURE 4.5 – Modèle CAO de l'arbre avec une ouverture.

Les matériaux utilisés sont l'aluminium 6061 pour tous les arbres, afin d'assurer leur rigidité, et le plastique ABS pour le cardan lui-même. Puisque le plastique est plus flexible même avec une épaisseur de 4.8 mm sur les parois, des renforts ont été inclus sur les coins ce qui donne une structure en T dans ces régions. Puisque ces renforts ne se poursuivent pas aux jonctions où les arbres sont placés, ceci laisse une flexibilité qui permet quand même au cardan de se déformer s'il est soumis à une traction ou compression le long des axes des arbres. La structure en H du bâti décrite ci-haut a d'ailleurs été mise en place afin d'empêcher les déformations du cardan.

Les propriétés physiques du cardan externe combiné avec ses composantes sont affichées dans le tableau 4.2.

Dimension	Valeur	Unités
Longueur	163.5	mm
Largeur	169.5	mm
Hauteur	45	mm
Masse	0.1985	kg
Inertie	$\begin{bmatrix} 0.6430 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8060 & 0 \\ 0 & 0 & 1.4240 \end{bmatrix}$	$1 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$

TABLEAU 4.2 – Dimensions physiques du cardan externe.

4.2.3 Cardan interne

Le cardan interne tel que conçu est montré à la figure 4.6. Il comprend trois moteurs, soit un pour assurer le déplacement du cardan interne par rapport au cardan externe, et deux autres pour les roues d'inertie. Il inclut également une attache pour le premier moteur, imprimée en plastique ABS, qui est montrée à la figure 4.7(a). Des fentes sont placées dans l'attache afin d'avoir accès aux vis de l'extension d'arbre situées sur l'autre cardan. Le rôle de cette attache est de déplacer le moteur vers le centre du cardan afin de positionner le centre de masse de sorte qu'il ne bougera pas lors des rotations des cardans.

Ensuite, deux capuchons bleus sont visibles. Ces pièces en plastique imprimé servent à maintenir en place les paliers rouges, et tous les paliers du montage en ont un. Il est à noter que ces paliers sont en acier. Enfin, pour le cardan comme tel, les parois supportant les moteurs sont épaissies pour permettre d'y insérer les vis-moteur sans que les têtes n'entrent en conflit avec le capuchon, tel que vu à la figure 4.7(b). Les paliers présents sur la figure 4.6 ont été ajoutés afin de supporter les paliers internes des moteurs, qui ne sont pas conçus pour subir de grands efforts perpendiculaires à leur axe de rotation.

Enfin, les caractéristiques physiques de cet assemblage sont présentées dans le tableau 4.3.

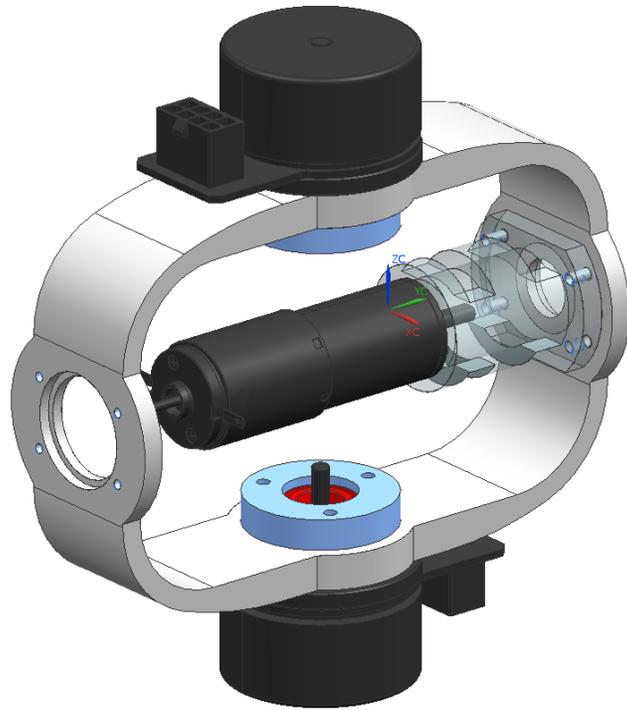
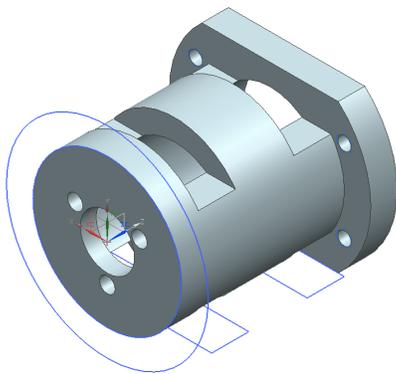
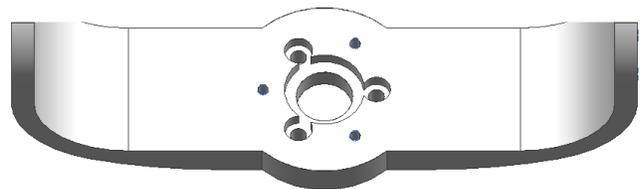


FIGURE 4.6 – Modèle CAO du cardan interne.



(a) Modèle CAO de l'attache pour le moteur central.



(b) L'espace aménagé pour les têtes de vis.

FIGURE 4.7 – Vues particulières des éléments du cardan interne.

4.2.4 Roues d'inertie

Les roues d'inertie sont composées de trois parties principales, qui sont illustrées à la figure 4.8. On y voit l'anneau en acier inoxydable, les rayons en plastique ABS, ainsi qu'un moyeu en aluminium 6061. Ces deux dernières pièces ont été conçues afin de minimiser la masse située au centre de l'anneau. Ceci a pour but de maximiser l'inertie totale de l'assemblage par rapport à sa masse.

Dimension	Valeur	Unités
Longueur	132.5	mm
Largeur	45	mm
Hauteur	144	mm
Masse	0.5323	kg
Inertie	$\begin{bmatrix} 1.4230 & 0 & 0 \\ 0 & 1.1361 & 0.0285 \\ 0 & 0.0285 & 0.3760 \end{bmatrix}$	$1 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$

TABLEAU 4.3 – Dimensions physiques du cardan interne.

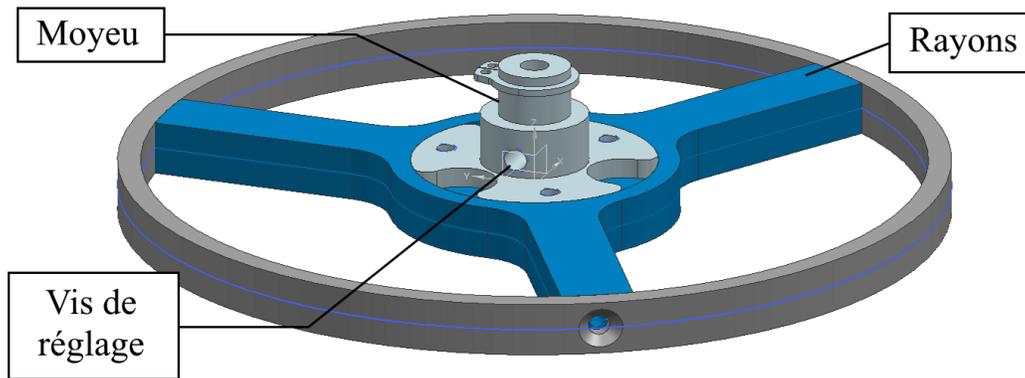


FIGURE 4.8 – Modèle CAO d'une roue d'inertie.

L'anneau est percé sur sa surface externe afin de pouvoir y visser les rayons. Le moyeu, quant à lui, comporte deux caractéristiques notables. D'abord, du matériel a été retiré sur sa base afin de diminuer sa masse. Puis, le diamètre de la section centrale est légèrement plus grand que la partie supérieure. Ceci a pour but de prodiguer suffisamment de filet pour la vis de réglage, qui est insérée à cette hauteur. Cette vis maintient le moyeu à l'arbre du moteur.

Puisque la masse mobile du prototype est composée de deux roues d'inertie, leurs caractéristiques physiques sont combinées puis compilées dans le tableau 4.4.

Dimension	Valeur	Unités
Diamètre	114.3	mm
Hauteur	23	mm
Masse	0.1894	kg
Inertie	$\begin{bmatrix} 0.3170 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3170 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4530 \end{bmatrix}$	$1 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$

TABLEAU 4.4 – Dimensions physiques des deux roues d'inertie combinées.

4.3 Contrôle et instrumentation

Afin de faire fonctionner le prototype, il va de soi qu'il est nécessaire d'avoir de l'outillage additionnel qui permet d'accomplir diverses tâches. L'alimentation des moteurs, le contrôle de l'action de ces moteurs, et enfin la mesure des paramètres à l'exécution des fonctions du générateur d'inertie sont les principales fonctions à accomplir. Cette section explore en détail ces modules.

4.3.1 Instruments de mesure

Le générateur d'inertie demande deux catégories d'instruments de mesure : les instruments pour mesurer les paramètres cinématiques nécessaires au calcul de la loi de contrôle, et ceux qui mesurent les données de validation du générateur. La première catégorie comporte les encodeurs des moteurs et la centrale inertielle, et la seconde n'inclut que les capteurs de force/couple.

Encodeurs des moteurs

Les encodeurs des différents moteurs sont nécessaires afin de suivre la trajectoire des cardans et des roues d'inertie. La loi de commande requiert de connaître les paramètres de position et vitesse angulaires de ces parties. Puisque les vitesses sont nécessaires, cela implique que le signal des encodeurs doit être dérivé pour les obtenir. Pour minimiser le bruit numérique obtenu en dérivant le signal discret des encodeurs, il est favorable d'en utiliser qui ont la plus grande résolution possible.

Ainsi, les moteurs ReMax 24, qui alimentent les deux cardans, sont couplés à des encodeurs à 2 canaux de 512 comptes chacun et configurés en quadrature. Ceci permet d'utiliser toute l'information du signal électrique des encodeurs pour quadrupler leur résolution, soit 2048 comptes par tour. Considérant que ces moteurs sont également combinés à des engrenages GP22C ayant un ratio de 729/25, ceci donne un total de 59720 comptes par tour. Pour les moteurs EC 45 flat des roues d'inertie, des encodeurs de 2048 comptes à deux canaux sont ajoutés pour un total de 8196 comptes par tour.

Centrale inertielle

Pour mesurer le mouvement du bâti, c'est-à-dire la trajectoire qui lui est imposée par l'utilisateur, il est nécessaire d'y apposer une centrale inertielle. Comme la loi de commande a été conçue de sorte que seules les vitesses et accélérations angulaires soient requises, le signal d'un gyroscope électronique et sa dérivée sont suffisants pour remplir ce rôle. Ceci est un grand avantage, puisque le signal de position absolue n'est pas simple à obtenir. Il demande généralement d'utiliser une centrale inertielle à 9 axes, qui combine un gyroscope, un accéléromètre et un magnétomètre via une fusion de données afin d'en retirer une approximation de l'orientation. Puisqu'une telle combinaison requiert beaucoup de calculs, les centrales inertielles mesurant la position opèrent à des fréquences plus faibles que les instruments de mesure qui les composent, parfois de l'ordre de 10-20 Hz. Pour permettre une bonne réactivité de la part du mécanisme, il est plutôt

souhaité d'obtenir des données à une fréquence d'au moins 100 Hz, voire même de 500 Hz pour exploiter le maximum de la fréquence d'opération permise par le modèle *Simulink* opérant sur le noeud de calcul.

Un autre point important à considérer est la vitesse angulaire maximale pouvant être mesurée. En effet, il ne faut pas que les mouvements de l'utilisateur saturent le gyroscope. Comme la plupart des gyroscopes commerciaux permettent une plage de $\pm 2000^\circ/\text{s}$ au maximum, un calcul est effectué pour obtenir un débattement maximal qui pourrait être réalisé. En considérant un mouvement périodique dont la fréquence est de $f = 7 \text{ Hz}$, qui est le maximum obtenu à la section 1.5.2, alors le débattement est calculé selon

$$A_\theta = \frac{A_\omega}{2\pi f}, \quad (4.1)$$

où A_θ et A_ω sont respectivement les amplitudes de position et de vitesse angulaires. Avec $\pm 2000^\circ/\text{s}$, on obtient un débattement maximal permis de $\pm 45.5^\circ$.

Avec ces critères en tête, le gyroscope MPU6050 de OSEPP est sélectionné. Ce gyroscope peut opérer à une fréquence de 8000 Hz et sur une plage de $\pm 2000^\circ/\text{s}$. Considérant que la valeur de $\pm 45.5^\circ$ obtenue ci-haut était pour un cas extrême, il est raisonnable de croire que $\pm 2000^\circ/\text{s}$ permet des débattements suffisants pour une utilisation modérée. De plus il n'existe que très peu de gyroscopes avec des plages de détection plus grandes. Les données du gyroscope étant transmises sur 16 bits, ceci lui confère une résolution de $0.06^\circ/\text{s}$. Comme l'être humain n'est certainement pas en mesure de produire ou ressentir des différences de vitesse angulaire aussi faibles, ce paramètre est jugé suffisant.

Le MPU6050 fournit des données qui doivent être acheminées vers le noeud de calcul QNX utilisé pour le contrôle du prototype. Il n'est cependant pas possible de le faire directement. Ce gyroscope est un outil de mesure qui est conçu pour être utilisé avec un microcontrôleur pour transmettre les données. En effet, les deux choix possibles de protocole de transmission sont I²C ou SPI. Ce sont des protocoles qui sont grandement utilisés avec les appareils comme les processeurs Arduino. Afin de récupérer et traiter les données dans un format pouvant être transmis au noeud de calcul, un microcontrôleur Arduino Uno est utilisé.

L'Arduino prend donc le signal I²C, puis doit le renvoyer vers le port série du noeud de calcul, qui utilise le format RS-232. L'Arduino a une sortie série, mais pas du bon format. Un convertisseur MAX3232 est donc inséré dans la chaîne pour assurer la conversion vers le format RS-232. Avec cet ajout, l'Arduino peut maintenant écrire ses données dans le noeud de calcul. Ces deux composantes et le MPU6050 sont illustrés à la figure 4.9, qui montre également les branchements à effectuer entre ces instruments.

Une fois que le lien est fait entre l'Arduino et le noeud, il faut considérer la dernière étape, qui est la lecture des données par le modèle RT-Lab qui est introduit dans la section 4.3.2. Un algorithme est donc ajouté pour permettre à un programme asynchrone (RT-LAB) de lire le port sériel et les données qui y sont écrites. Puisque l'algorithme fait la lecture des données un octet à la fois, il faut également s'assurer que l'Arduino envoie les données sous format d'octets. Il convertit donc les données de chaque axe du MPU6050, initialement des valeurs entre -32768 et 32767, vers un format 2 octets. Ceci fait 6 octets de données à envoyer. Pour permettre à l'algorithme de se synchroniser sur la lecture des données, un octet vérificateur

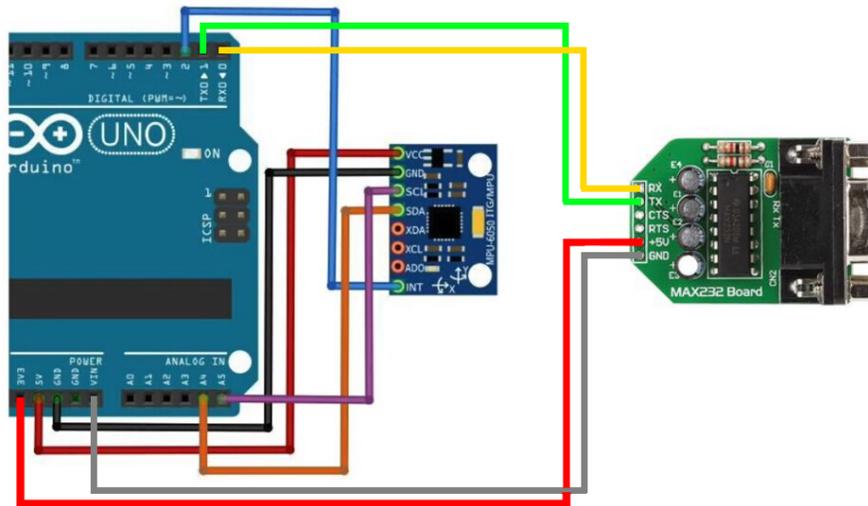


FIGURE 4.9 – Schéma de branchement entre l’Arduino Uno, le gyroscope MPU6050 et le convertisseur MAX3232.

est inséré au début de chaque séquence. L’Arduino a donc un total de 7 octets à transmettre vers le noeud de calcul à chaque itération. Considérant que le port série permet un débit de transfert de 115200 bits/s, qui est sa valeur maximale possible, une fréquence théorique de 2057 Hz pourrait être atteinte.

En pratique, si l’Arduino transmet trop rapidement, les données sont mal lues. Il faut donc ajouter un délai à chaque itération de transfert de l’Arduino. De plus, puisqu’il exécute quelques opérations supplémentaires de conversion, il n’est pas en mesure d’opérer à 2000 Hz. Lors des essais avec la boucle complète, il a été constaté que la fréquence maximale atteignable était plutôt de 166 Hz, soit un transfert à tous les 3 pas d’exécution du modèle RT-LAB. Cette différence est majoritairement attribuable au délai ajouté.

En résumé, le gyroscope MPU6050 mesure la vitesse angulaire du bâti, puis la transmet au microcontrôleur Arduino Uno via un signal digital I²C, sous un format 16 bits. L’Arduino convertit les trois mesures 16 bits en deux octets (8 bits) chacun. Il ajoute un octet vérificateur à l’avant de la ligne, puis envoie le tout en un signal sériel en sortie. L’adaptateur MAX3232 prend ce signal sériel puis le retransmet sous le standard RS-232 vers le port série du noeud de calcul. Sur le noeud, un programme est exécuté pour faire la lecture des données et les transmettre au modèle RT-LAB, qui lui s’occupe de tout le contrôle du prototype en temps réel.

Capteurs de force/couple

La vérification des performances du générateur d’inertie se fait via la mesure des couples appliqués sur le prototype, puis en comparant ces mesures aux prédictions utilisant le modèle dynamique et les paramètres

cinématiques du bâti et des moteurs. À cette fin, les capteurs ATI MINI-40 sont utilisés. Ils ont un seuil maximal de détection de 2 Nm pour les couples, 40 N pour les axes X et Y dans le plan du capteur, et 120 N en Z, soit perpendiculaire au plan.

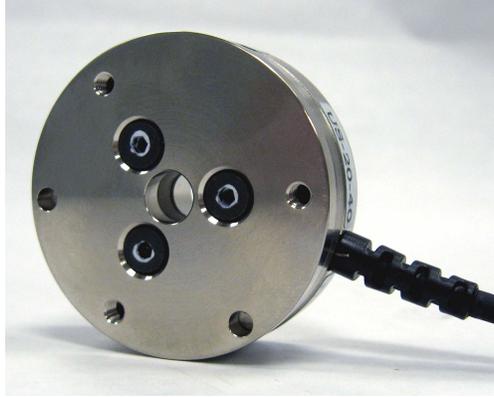


FIGURE 4.10 – Un capteur ATI MINI-40.

Puisque deux capteurs sont utilisés, les mesures de forces contribuent également au couple total calculé. Si l'on considère une matrice \mathbf{Q}_i telle qu'elle permet de faire le changement de repère depuis le capteur i vers le repère du bâti, alors le couple total appliqué est donné par

$$\vec{\tau} = \sum_{i=1}^2 \left[\mathbf{Q}_i \vec{\tau}_i + \vec{R}_i \times \left(\mathbf{Q}_i \vec{F}_i \right) \right], \quad (4.2)$$

où $\vec{\tau}_i$ et \vec{F}_i sont les couples et les forces mesurés par le capteur i , et \vec{R}_i est sa position sur le bâti.

4.3.2 Commande

Pour permettre de calculer et d'envoyer les consignes aux moteurs, RT-LAB est utilisé. Ce logiciel permet de construire un modèle *Simulink* dans lequel tous les calculs sont exécutés. RT-LAB compile ensuite ce modèle et l'envoie sur le noeud de calcul. Le noeud peut alors exécuter le programme *Simulink* en temps réel, et l'utilisateur dispose d'une interface pour modifier certains paramètres s'il le désire. Le schéma de commande général du modèle *Simulink* est illustré à la figure 4.11. La présente section détaille les différents modules qui composent le modèle.

Loi de commande

La loi de commande est majoritairement détaillée à la section 3.4.1 du chapitre 3. Pour l'implémentation dans *Simulink*, la loi est divisée en deux sections. La première s'occupe de rassembler tous les paramètres nécessaires aux calculs, puis la deuxième calcule les accélérations moteur nécessaires via l'équation (3.8). À titre de rappel, $\Theta = [\phi, \theta, \psi]$.

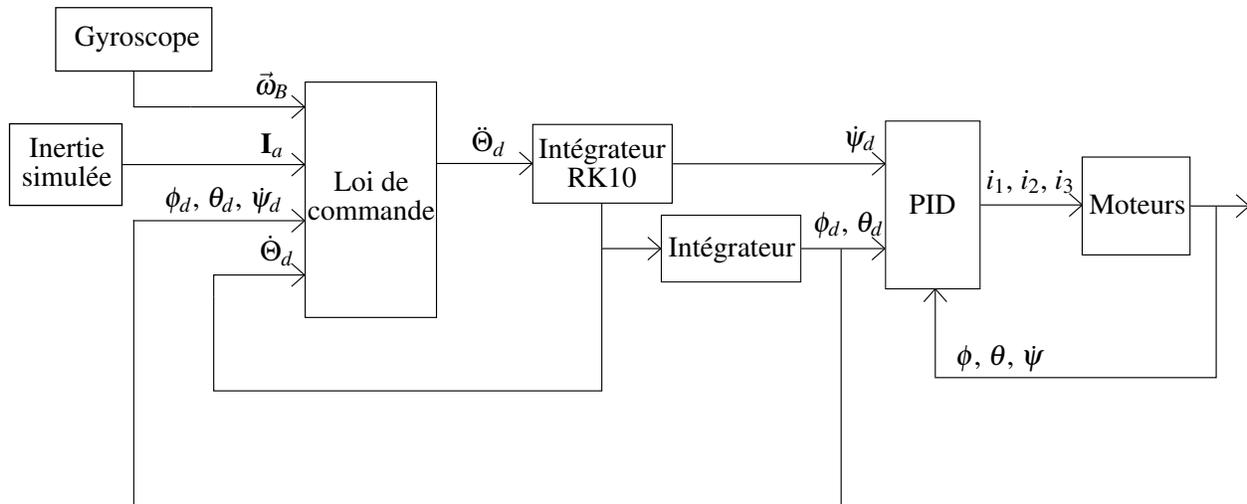


FIGURE 4.11 – Schéma de commande du prototype.

Intégrateur RK10

Puisque la loi de commande est utilisée pour asservir un gyroscope, certains problèmes surviennent. En effet, le gyroscope est un procédé instable, c'est-à-dire que de faibles erreurs peuvent être amplifiées lorsque l'asservissement tente de les corriger, menant rapidement à des divergences numériques. Ce problème est exacerbé par la nécessité d'intégrer la consigne en accélération pour obtenir une consigne en position à appliquer aux cardans. Puisque ces valeurs sont utilisées pour calculer la prochaine itération de la consigne d'accélération, une rétroaction positive s'enclenche si l'intégrateur surestime les valeurs calculées.

Lorsque l'on veut améliorer la convergence d'un algorithme d'intégration, deux options se présentent : diminuer le pas de temps de la simulation, ou augmenter l'ordre de convergence de l'intégrateur. Puisqu'il a été décidé d'utiliser une fréquence de 500 Hz pour le modèle *Simulink*, ceci ne laisse que la seconde option.

Les intégrateurs de *Simulink* font des opérations qui utilisent des algorithmes généralisés. L'exemple le plus simple pour un intégrateur d'ordre 1 est la méthode d'Euler. En partant d'une définition de la dérivée simple, on peut approximer que

$$\dot{y} \simeq \frac{y(t_1) - y(t_0)}{h}, \quad (4.3)$$

où $h = t_1 - t_0$, qui représente le pas de temps. Pour faire l'intégration, il faut simplement isoler la prochaine valeur $y(t_1)$, ce qui donne

$$y(t_1) \simeq h\dot{y} + y(t_0). \quad (4.4)$$

Une telle méthode suppose que les variations sont linéaires entre chaque point, ce qui n'est pas vrai dans le cas du générateur d'inertie. Si l'on connaît complètement la fonction à intégrer \dot{y} telle que

$$\dot{y} = f(t, y),$$

il est possible d'utiliser des méthodes de la famille Runge-Kutta pour solutionner l'intégrale numérique. Cette famille d'équations suit la forme

$$y_{n+1} = y_n + h \sum_{i=1}^N b_i k_i, \quad (4.5)$$

où

$$k_i = f(t_n + c_i h, y_n + h \sum_{j=1}^i a_{i,j-1} k_{j-1}). \quad (4.6)$$

Les coefficients $a_{i,j}$, b_i et c_i ne se calculent pas aisément, mais il est généralement possible de les trouver en ligne pour les méthodes Runge-Kutta les plus utilisées. En fait, l'équation (4.4) correspond à la méthode Runge-Kutta d'ordre 1.

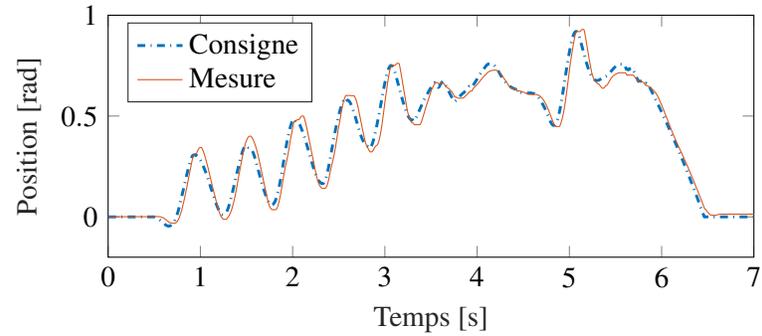
Pour l'application avec le contrôle du générateur d'inertie, des méthodes d'ordre 4, 6, 8 et 10 ont été testées. Chaque augmentation de l'ordre améliore visiblement la convergence de la commande, excepté pour l'ordre 10. Cette méthode offre cependant certains avantages lors de tests d'algorithmes d'intégration pour le second étage d'intégration, donc elle est retenue tout de même. Les étapes à suivre pour obtenir les coefficients sont expliquées par Hairer [28], et leurs valeurs numériques sont compilées dans l'annexe A.

PID moteurs

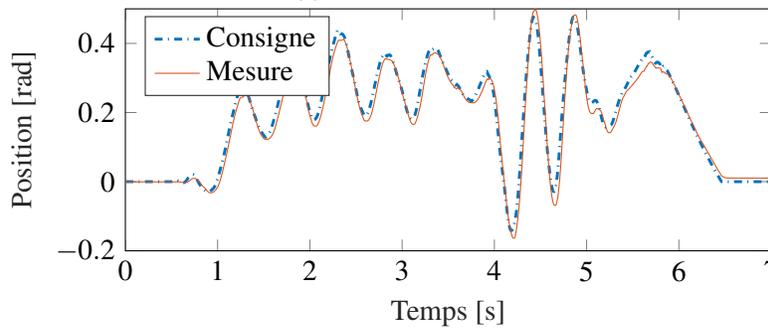
Pour parvenir à faire suivre la consigne envoyée aux moteurs, des régulateurs PID sont mis en place. Puisque les roues d'inertie et les cardans ne sont pas contrôlés identiquement, les uns en vitesse et les autres en position, deux régulateurs sont nécessaires. Ces régulateurs sont ajustés via une méthode itérative, en respectant les principes suivants.

Pour les régulateurs en position, il est d'abord important de ne pas inclure d'intégrateur (I). L'intégration de l'erreur sur la position est pratique pour rejoindre une consigne statique, mais cela mène généralement à des dépassements, ce qui n'est pas souhaité ici. Afin de s'assurer de ne pas dépasser, et pour offrir un comportement rigide, la commande en position repose sur le signal de dérivée (D). S'il y a suffisamment de dérivée, alors le moteur n'a pas tendance à perdre sa consigne s'il est soumis à une perturbation externe. Une fois qu'un niveau acceptable de rejet de perturbation est atteint, la partie proportionnelle (P) est ajustée. Elle doit permettre au cardan de rejoindre les consignes qui lui sont envoyées. Ces deux paramètres ont cependant des limites. S'ils sont trop élevés, le moteur devient instable et se met à vibrer à haute fréquence autour de sa consigne. En suivant ces étapes, des valeurs de 2 mA/rad et 0.1 mA s/rad sont obtenues pour la portion P et D respectivement. Les figures 4.12(a) et 4.12(b) montrent des exemples de la performance de ce régulateur. Il est possible d'observer qu'il y a de faibles délais dûs au retard de phase, de l'ordre de 35 ms, et de petits dépassements, mais globalement le PID est très approprié pour sa tâche.

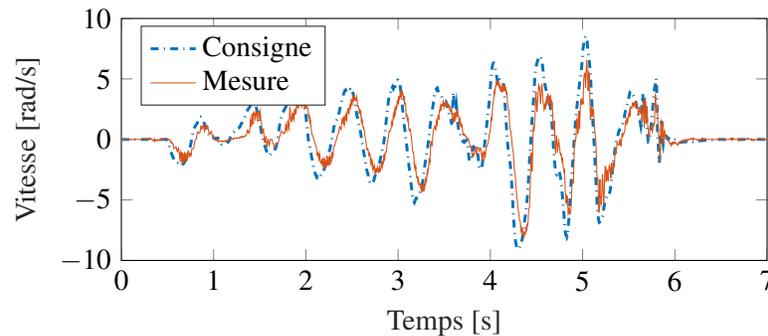
Pour le régulateur en vitesse, un processus similaire est utilisé, cependant les contraintes ne sont pas les mêmes. Il est nécessaire d'avoir une partie intégrateur afin que la roue d'inertie soit en mesure de maintenir



(a) Cardan externe.



(b) Cardan interne.



(c) Roues d'inertie.

FIGURE 4.12 – Comparaison entre la consigne envoyée aux PID des différents moteurs et leur état réel tel que mesuré par leur encodeur.

une vitesse initiale lorsque le dispositif n'est pas utilisé. L'intégrateur est réglé pour ne pas être trop agressif, par exemple pour qu'il atteigne la vitesse initiale en environ 5 secondes. Le reste des ajustements est fait en ajoutant une partie proportionnelle pour que la roue d'inertie soit en mesure de suivre la consigne autour de sa valeur vitesse initiale. Avec ces étapes, des valeurs de 0.1 mA/s/rad et 0.01 mA/rad sont obtenues pour le P et le I, respectivement. Aucun D n'est ajouté. La figure 4.12(c) montre la commande envoyée aux roues d'inertie et la mesure résultante aux encodeurs. Le décalage temporel est plus prononcé que pour les régulateurs en position, et la sortie du moteur est légèrement de plus faible amplitude que la consigne, cependant

cela n'empêche pas le dispositif de produire des résultats adéquats tel que démontré à la section 3.6.3 sur la validation du prototype.

Calcul des couples

Malgré que le calcul des couples et les modules qui suivent ne soient pas représentés sur la figure 4.11, ils jouent un rôle dans le modèle *Simulink* sans être au coeur du contrôle. Le calcul des couples est simple. Il utilise les accélérations moteur obtenues avec l'équation (3.8), les vitesses et positions associées obtenues via les intégrateurs, ainsi que le signal du gyroscope et tous les constantes physiques afin de calculer l'équation (3.5). Ceci fournit le couple appliqué au bâti par l'utilisateur, selon le modèle dynamique. Cette valeur est ensuite comparée avec les couples mesurés par les capteurs ATI MINI-40 obtenus avec l'équation (4.2).

Réinitialisation

Lorsque le dispositif arrête d'être utilisé, il est important d'avoir une façon pour qu'il revienne à son état de départ. L'utilisateur peut ainsi répéter plusieurs parcours sans avoir à faire une réinitialisation manuelle à chaque fois. Un algorithme est donc mis en place pour détecter un moment propice où ramener les moteurs à leur condition initiale. Il utilise le signal du gyroscope afin de savoir si le dispositif est en utilisation ou non. La façon la plus efficace de le faire serait théoriquement d'observer si la vitesse et l'accélération du bâti sont nulles en même temps. Cependant, le bruit en provenance du gyroscope empêche cette opération. En effet, les valeurs ne sont jamais vraiment nulles, et surtout les accélérations sont difficiles à détecter au travers du bruit de dérivation. Il n'est possible de compter que sur les données de vitesse angulaire. Heureusement, celles-ci ont un meilleur ratio signal-à-bruit. Il est donc possible d'établir un seuil sous lequel l'appareil n'est pas en mouvement, en autant que ce seuil soit maintenu. La valeur de ce seuil a été déterminée en prenant la norme du signal de vitesse angulaire au repos sur une période de temps de 10 secondes, puis en conservant la valeur maximale atteinte. La figure 4.13 montre un extrait de ces données, incluant la valeur maximale. Comme les roues d'inertie influencent l'amplitude du bruit, cette démarche s'est effectuée en leur donnant une vitesse de 2000 RPM, qui se trouve à être leur point d'opération maximal. Un facteur de sécurité d'environ 2 a été ajouté à la valeur trouvée de 0.163 rad/s pour s'assurer qu'il n'y ait pas de dépassements. Le fonctionnement général de l'algorithme est décrit ci-dessous.

Algorithme 1 : Réinitialisation des moteurs

Initialisation;

```
while norme(vitesse_angulaire_gyro) < 0.3 rad/s do  
  | while temps_écoulé < 0.6 s do  
  |   | Réduire position_cardans linéairement jusqu'à 0;  
  |   | Réduire vitesse_roues_inertie linéairement jusqu'à vitesse_initiale;  
  | end  
  | Vider les intégrateurs;  
end
```

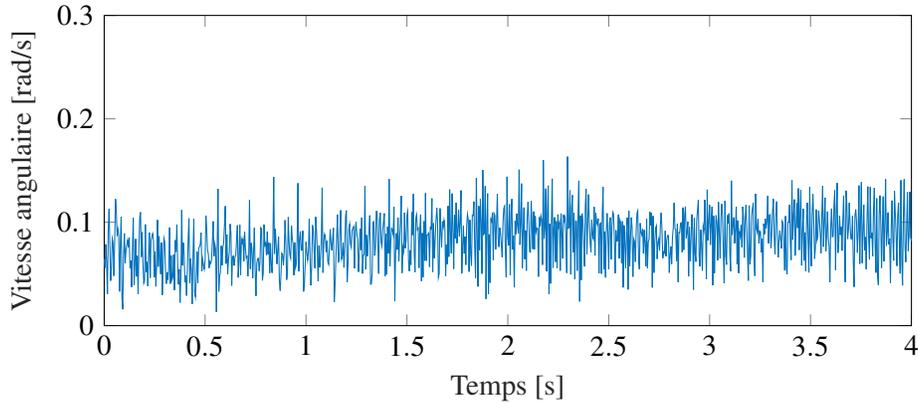


FIGURE 4.13 – Norme du bruit mesuré par le gyroscope lorsque les roues d’inertie tournent à une vitesse de 2000 RPM. La valeur maximale atteinte est de 0.163 rad/s.

Lorsque les intégrateurs sont vidés, leur condition initiale est remplacée par la valeur actuelle de position et de vitesse telles que données par l’algorithme 1. Ainsi, si l’utilisateur bouge le dispositif durant les 0.6 secondes que dure la réinitialisation, la loi de commande reprend avec l’état actuel des moteurs.

Calibration automatique du gyroscope

Le gyroscope MPU6050 utilisé comporte un désavantage. Lors d’une utilisation prolongée, il est soumis à une dérive progressive de ses mesures. Si cette dérive est laissée à elle même trop longtemps, il y a un risque faible que le dispositif se considère en mouvement alors qu’il est au repos. Pour pallier ceci, un algorithme est introduit pour recalibrer le gyroscope lorsqu’il n’est pas en mouvement. Le principe est décrit à l’algorithme 2.

Algorithme 2 : Calibration automatique du gyroscope

Initialisation;

while $norme(vitesse_angulaire_gyro_calibré) < 0.5 \text{ rad/s}$ **do**

if $temps_écoulé < 1.5 \text{ s}$ **then**

 Accumuler données du gyroscope;

else

 Moyenner les données accumulées;

 Soustraire la moyenne aux données du gyroscope;

end

end

Sortir la nouvelle $vitesse_angulaire_gyro_calibré$;

Ainsi, lorsque le dispositif n’est pas en mouvement, il observe les données pendant 1.5 secondes afin d’identifier l’écart qui s’est ajouté dû à la dérive.

4.4 Résultats préliminaires

Malgré que les résultats les plus significatifs pour le prototype sont présentés au chapitre 3, certaines étapes intermédiaires ont été réalisées pour vérifier différents aspects du prototype. En effet, avant de se lancer dans un asservissement complet, il est bonne pratique de tester progressivement les fonctions intégrées. La première d'entre elle est la vérification de la justesse du modèle dynamique développé aux sections 3.4.1 et 3.6.2. La seconde se concentre sur la capacité du dispositif à pouvoir générer des profils de couple.

4.4.1 Validation du modèle dynamique

Le modèle dynamique développé comporte une certaine complexité, autant par la quantité de paramètres qu'il comporte que parce qu'il utilise une méthode atypique pour formuler les équations, soit d'appliquer les équations de Lagrange dans un repère non-inertiel. La validation d'un tel système n'est pas intuitive, mais il est tout de même possible de concevoir des cas de figure simples pour faciliter l'analyse des résultats.

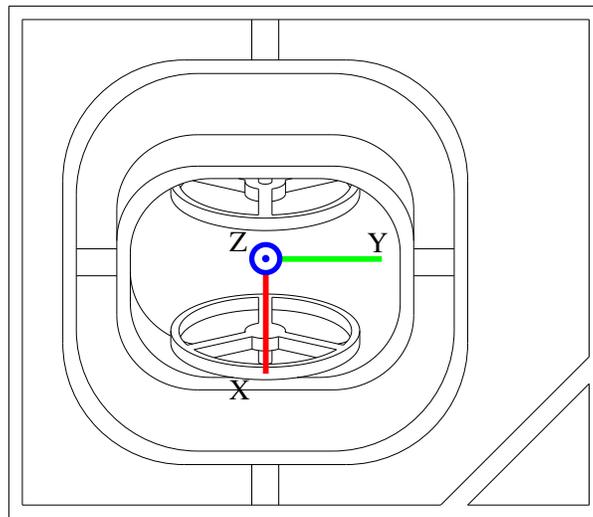


FIGURE 4.14 – Système d'axes utilisé pour le prototype.

Pour exemplifier ceci, si le dispositif est immobile sur une surface, une trajectoire des moteurs simple s'analyse bien. Plus précisément, si une vitesse angulaire initiale est donnée aux roues d'inertie, puis que le cardan externe est bougé en maintenant le cardan interne fixe, alors il va de soi que la majorité des couples appliqués sur le bâti seraient dans l'axe Y dû à l'effet gyroscopique. En utilisant les capteurs ATI MINI-40, il suffit de comparer leurs mesures avec les prédictions faites à l'aide du modèle dynamique. La figure 4.14 montre le système d'axes utilisé à cette fin.

Une première expérience est réalisée de la façon décrite ci-haut. D'abord, une trajectoire sinusoïdale est imposée au cardan externe, avec une amplitude de 50° et une fréquence de 1 Hz. Les roues d'inerties sont configurées pour tourner à une vitesse de 750 RPM. Les résultats sont montrés à la figure 4.15. Comme il est possible d'observer, le modèle dynamique produit des résultats qui sont très près des mesures via

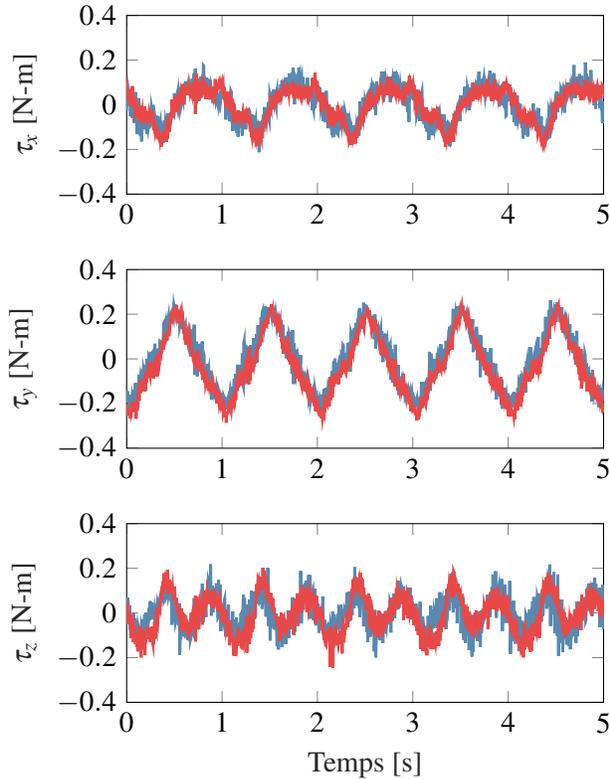


FIGURE 4.15 – Comparaison des couples appliqués sur le bâti par le mouvement périodique du cardan externe avec les roues d’inertie en mouvement. Les mesures en rouge viennent du capteur de force/couple, alors que la courbe bleue représente les couples calculés à l’aide du modèle dynamique.

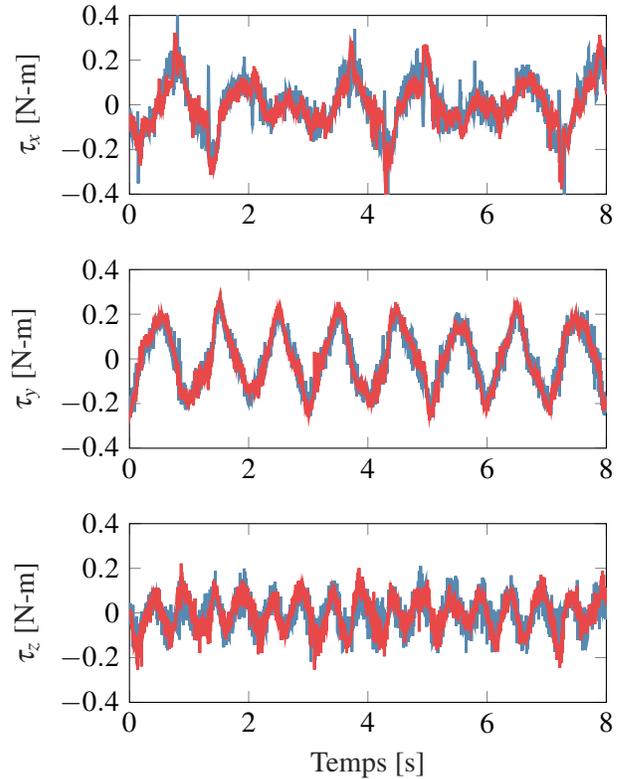


FIGURE 4.16 – Comparaison des couples appliqués sur le bâti par le mouvement périodique des deux cardans avec les roues d’inertie et le bâti en mouvement. Les mesures en rouge viennent du capteur de force/couple, alors que la courbe bleue représente les couples calculés à l’aide du modèle dynamique.

les capteurs de couple. Du bruit est présent dans les deux séries de données. Ceci est parfaitement normal puisqu’il est connu que les capteurs d’efforts sont des appareils bruités, et que les données utilisées par le modèle dynamique proviennent de la dérivée des encodeurs et du gyroscope. Ceci représente un excellent premier résultat, mais n’explore pas le modèle dynamique dans son entièreté.

Une seconde expérience est donc réalisée, en ajoutant les mouvements manquants : une trajectoire sinusoïdale pour le cardan interne, ainsi qu’une trajectoire imposée au bâti par un utilisateur. Pour le cardan interne, une amplitude de 35° et une fréquence de 0.7 Hz sont imposées. Ceci s’assure que les deux cardans ne seront pas toujours en phase lors de leurs mouvements. Pour le bâti, une trajectoire arbitraire est réalisée, en s’assurant que les trois axes soient sollicités pour vérifier toutes les interactions possibles. Les résultats de cette expérience sont répertoriés dans la figure 4.16.

Comme il est possible d’observer, même avec l’ajout de plusieurs niveaux d’interaction entre les différents

étages du prototype, les prédictions du modèle restent en accord avec les mesures des capteurs d'efforts. Étant donné la complexité des mouvements, ceci confirme que le modèle dynamique est valide, et qu'il peut donc être utilisé pour établir une loi de commande.

4.4.2 Génération de profils de couple

Avec un modèle dynamique fonctionnel, il est maintenant possible de vérifier si le dispositif peut être contrôlé pour générer des profils de couple spécifiques. Ainsi, il est possible de voir s'il est en mesure de recréer des tâches similaires à des projets comme le iTorqU [19]. L'avantage de ces tâches est qu'elles ne sont pas réalisées de façon réactive, c'est-à-dire qu'elles peuvent être vérifiées sans avoir besoin de la centrale inertielle. Enlever un élément de la chaîne de commande permet d'éliminer des sources d'erreurs.

Pour parvenir à générer des profils de couple, une loi de commande spécifique à cette tâche doit être élaborée. Heureusement, cette loi peut être conçue comme une version simplifiée de celle présentée à la section 3.4.1. À titre de rappel, l'équation de dynamique qui mène au calcul des couples au bâti (3.5) est

$$\vec{\tau} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\vec{\Theta}}_a \\ \ddot{\vec{\Theta}}_m \end{bmatrix} + \vec{\Omega} \times \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\vec{\Theta}}_a \\ \dot{\vec{\Theta}}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{M}}_{11} & \dot{\mathbf{M}}_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\vec{\Theta}}_a \\ \dot{\vec{\Theta}}_m \end{bmatrix}, \quad (4.7)$$

où \mathbf{M}_{11} et \mathbf{M}_{12} sont deux des termes provenant de la matrice d'inertie généralisée fractionnée en quatre matrices 3×3 , $\vec{\Omega} = \dot{\vec{\Theta}}_a$ avec $\dot{\vec{\Theta}}_a$ le vecteur de vitesse angulaire du bâti, et $\dot{\vec{\Theta}}_m$ est le vecteur des vitesses angulaires des moteurs.

Puisque l'hypothèse de départ est que le bâti est maintenu en place, l'équation se simplifie pour laisser

$$\vec{\tau} = \mathbf{M}_{12} \ddot{\vec{\Theta}}_m + \dot{\mathbf{M}}_{12} \dot{\vec{\Theta}}_m. \quad (4.8)$$

Un résultat identique aurait été obtenu en élaborant la dynamique d'un gyroscope à deux axes depuis un repère inertiel. Cependant les termes de l'équation (4.8) sont déjà connus, ce qui rend la tâche encore plus simple.

Maintenant que la dynamique du gyroscope est connue, il ne suffit que d'isoler les accélérations des moteurs pour obtenir la loi de commande, qui donne

$$\ddot{\vec{\Theta}}_m = \mathbf{M}_{12}^{-1} \left[\vec{\tau} - \dot{\mathbf{M}}_{12} \dot{\vec{\Theta}}_m \right]. \quad (4.9)$$

Avec cette loi de commande, quelques expériences sont réalisées. Pour la première, un profil de couple périodique est imposé autour de l'axe X du bâti. En se basant sur les résultats obtenus durant la validation du modèle dynamique de la section 4.4.1, une fréquence de 1 Hz et une amplitude de 0.1 Nm sont demandés, avec une vitesse initiale de 1500 RPM pour les roues d'inertie. Après un certain temps, l'amplitude est augmentée progressivement à 0.2 Nm. L'amplitude est enfin ramenée à 0 Nm, et le processus est répété sur les deux autres axes. Les résultats de ces expérimentations sont illustrés à la figure 4.17.

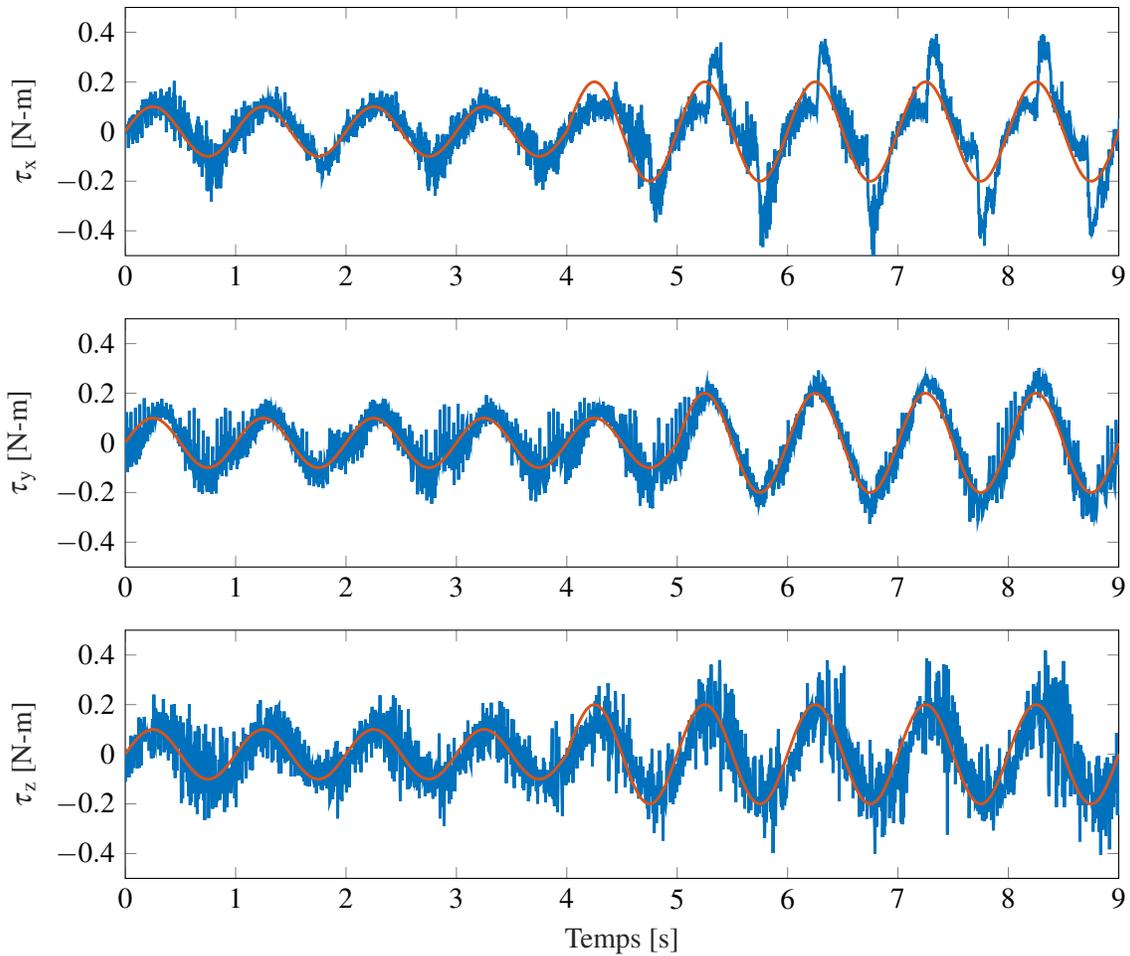


FIGURE 4.17 – Comparaison des couples appliqués sur le bâti par trois profils de couple demandés. Les mesures en bleu viennent du capteur de force/couple, alors que la courbe rouge représente la commande en couple. Seul l’axe sollicité pour le profil est représenté dans chaque cas.

Une fois de plus, il est possible d’observer que le dispositif est bien en mesure de réaliser la tâche qui lui est prescrite. Ceci n’explore pas les capacités maximales, mais prodigue tout de même un bon indicateur préalable de la faisabilité du générateur d’inertie. Toutefois, certains dépassements sont présents sur l’axe X, principalement une fois que le couple demandé est augmenté. Leur nature n’est pas tout à fait évidente, mais ces dépassements donnent l’impression qu’un certain glissement a lieu au niveau de la transmission du moteur. C’est d’ailleurs le seul axe qui présente une divergence marquée si la durée de l’expérience dépasse une dizaine de secondes.

4.4.3 Rendu haptique

Étant donné que le projet consiste à développer un appareil haptique, il est pertinent de questionner les capacités du prototype de ce point de vue. Étant donné que l'haptique relève des sensations telles que perçues par un humain, il est complexe d'aborder le sujet autrement que de façon qualitative. Puisque le prototype n'a pas été en mesure d'atteindre les performances souhaitées, les efforts ont surtout été concentrés sur l'amélioration du comportement puis l'exploration des causes d'erreurs dans le contrôle. Cela étant dit, certaines observations ont tout de même pu être faites au long des expériences de caractérisation du générateur d'inertie.

Le premier questionnement dans la conception du prototype était de déterminer si l'effet gyroscopique pouvait être ressenti et influencer un utilisateur. Cette question était d'autant plus importante considérant que les inerties des composantes du prototype sont beaucoup plus grandes que les estimations utilisées pour les simulations. Ainsi, pour un même couple produit via l'effet gyroscopique, l'effet sur le bâti est moindre puisque l'accélération angulaire induite est plus faible. Pour tester ceci, une commande est envoyée aux cardans pour les bloquer à leur position initiale, puis la vitesse des roues d'inertie est augmentée par incréments de 250 RPM jusqu'à l'atteinte de 2000 RPM. À chaque incrément, le dispositif est pris, des rotations sont effectuées autour de son axe X puis son axe Y, et enfin il est déposé de nouveau.

Déjà au deuxième incrément de 500 RPM, il est possible de ressentir l'effet gyroscopique des roues d'inertie. L'effet n'est pas très prononcé mais il est suffisant pour constater que le dispositif semble vouloir influencer la direction de rotation. Ce comportement ne fait qu'être amplifié en continuant d'augmenter la vitesse de rotation des roues d'inertie, ce qui est tout à fait attendu. Une fois à 2000 RPM, il devient difficile d'effectuer les mouvements du bâti sans dévier dans une autre direction. Il n'y a donc aucun doute que l'ampleur de l'effet gyroscopique soit suffisante pour parvenir à générer les couples nécessaires pour les fonctions de génération d'inertie.

Il est à noter que la limite de 2000 RPM était planifiée être la vitesse utilisée pour tester le générateur. En effet, théoriquement, plus cette vitesse est grande, plus le gyroscope est stable et moins il requiert de déplacement de la part des cardans pour générer un couple donné. Il serait même encore plus avantageux d'aller à une vitesse de 3000 RPM ou plus, ce qui serait possible avec les moteurs sélectionnés. Cependant, les roues d'inertie ne sont pas parfaitement balancées, ce qui engendre des vibrations nuisibles dans le système. Non seulement elles peuvent être ressenties clairement par l'utilisateur, elles ajoutent également du bruit au niveau de la centrale inertielle, influençant la commande transmise à l'appareil. Une vitesse de 2000 RPM se trouvait donc être un bon compromis entre les vibrations et la vitesse des roues. Malgré cela, tel qu'élaboré dans la section 3.7, contrôler le gyroscope de façon réactive lorsque les roues sont à de grandes vitesses ne permet pas d'obtenir un état stable suffisamment long pour les besoins du projet. C'est pourquoi les tests finaux s'en sont tenus à une vitesse initiale nulle.

La dernière observation à faire est de savoir si le générateur d'inertie est réellement en mesure de faire percevoir à l'utilisateur l'effet escompté. La plupart des configurations testées n'ont pas été répertoriées,

puisque plus souvent qu'autrement elles menaient à des instabilités ou des saturations des limites de position trop rapidement. Règle générale, tout ce qui va en deçà ou au-delà des résultats présentés à la section 3.6.3 menait à ces comportements. Des inerties allant de 0.25 à 3.5 fois l'inertie intrinsèque du dispositif ont été testées, et ce pour diverses vitesses initiales des roues variant entre 0 et 2000 RPM.

Le constat général est qu'avant que le générateur d'inertie n'atteigne un état instable, il est bien possible de ressentir les différences engendrées par la commande. Ainsi, une baisse d'inertie semble réellement plus facile à déplacer, et une augmentation requiert plus d'efforts. Ces effets ne sont pas dramatiques, mais ils sont tout de même bien perceptibles. Les inerties aux extrêmes de la plage testée ne sont toutefois pas en mesure de générer un comportement satisfaisant. Seules des augmentations ou diminutions pures ont été testées, mais il est aussi intéressant de savoir qu'il est possible de simuler n'importe quelle matrice d'inertie. Ainsi certains axes pourraient être augmentés alors que d'autres seraient diminués, et des termes hors diagonal pourraient également être ajoutés pour simuler des asymétries. Ces tests seront cependant laissés à une version d'un prototype plus stable.

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, les détails sur la conception du prototype ont été élaborés. D'abord, le mécanisme physique tel que conçu a été présenté, en montrant tous les choix importants et les particularités qui ont été inclus dans le design pour le rendre fonctionnel. Entre autres, les ajouts assurant la rigidité du dispositif et les considérations pour permettre l'assemblage ont été détaillés. Puis, la chaîne des composantes électroniques nécessaires pour mesurer toute la cinématique du prototype a été expliquée. À ceci ont été ajoutés tous les modules qui permettent le contrôle du générateur d'inertie via le modèle *Simulink*.

Avec cette configuration, des expériences ont été réalisées pour déterminer si le prototype est en mesure ou non de suivre des consignes simples basées sur le modèle dynamique. Malgré certains dépassements par endroits, le prototype est en mesure de suivre le comportement général, ce qui est un bon indicateur que la loi de commande pour la génération d'inertie soit fonctionnelle également. Cela suggère que les problèmes reliés à la loi de commande devraient principalement provenir des limitations en position des cardans.

Enfin, un compte rendu des capacités haptiques du générateur d'inertie a été fait. Malgré des vibrations présentes dues à un faible débalancement des roues d'inertie, le générateur réussi bien à influencer la perception de l'effort requis par l'utilisateur. Comme prévu par les limitations de position, cet effet ne peut pas être entretenu très longtemps. De plus, simuler de trop basses inerties rend le mécanisme instable dû au délai du PID, tandis que de trop hautes inerties ajoutent des vibrations des moteurs qui empêchent une utilisation agréable. Malgré cela, tout ce qui se situe entre ces deux extrêmes performe bien.

Conclusion

Dans ce mémoire, la conception d'un générateur d'inertie à trois degrés de liberté, qui se veut portatif afin d'être tenu dans les mains d'un utilisateur sans le fatiguer, a été explorée. Le principe général d'un tel dispositif est d'actionner des masses dans un bâti à l'aide de moteurs de sorte que les couples en réaction au bâti aident ou nuisent l'utilisateur dans son déplacement de l'appareil. Pour ce projet, seule l'inertie en rotation a été traitée, c'est-à-dire sans tenir compte des propriétés de masse apparente.

Dans le premier chapitre, une version simplifiée d'un générateur d'inertie à un degré de liberté a été présentée afin d'établir les bases de la conception et de l'analyse du générateur d'inertie. La dynamique et la loi de commande de ce concept ont été élaborés, puis cette dernière a été mise en oeuvre dans un prototype. Avec une commande en couple, des résultats prometteurs ont été obtenus. Pour y parvenir, certains ajustements comme un gain variable, un *washout* sur la vitesse initiale et une optimisation du filtrage ont été nécessaires. Du point de vue haptique, le résultat a été jugé réaliste et satisfaisant.

Le second chapitre a abordé ensuite les méthodes de génération de couples. Puisque le générateur à trois degrés de liberté doit être en mesure d'appliquer des couples dans n'importe quelle direction à l'aide d'une masse mobile de grande inertie, plusieurs solutions existent. Le modèle dynamique de chacune des solutions proposées a été élaboré, puis ces concepts ont été vérifiés en simulation. Les candidats plausibles ont vu leurs performances comparées.

La première méthode fait l'extension du modèle à 1 DDL en plaçant trois roues d'inertie dans un bâti, chacune actionnée indépendamment. Cette version fournit une simplicité de modélisation tant dynamique que mécanique, au coût d'une perte d'efficacité. En effet, placer trois roues d'inertie dans un bâti capable de les accueillir court le risque d'être inutilement massif, en plus que les roues inutilisées durant un mouvement représentent des poids morts. Le second concept combine donc les trois roues en une seule masse sphérique centrée. Les simulations avec un tel agencement ont montré qu'il est plus efficace sur tous les points lorsque comparé avec la première méthode à trois roues. Cependant, l'utilisation d'une sphère mobile requiert des roues holonomes pour parvenir à l'actionner sans contraindre ses mouvements. Il a été déterminé que pour la taille envisagée de dispositif, il était impossible de concevoir des roues holonomes capables de soutenir les efforts nécessaires. Cette idée a donc dû être abandonnée.

Les concepts qui ont suivi faisaient tous usage de l'effet gyroscopique pour parvenir à produire des couples.

Un se servait d'un gyroscope à deux axes, un autre était composé de deux gyroscopes à un axe, et le dernier comportait trois gyroscopes à un axe. Le premier de ceux-ci a été déterminé comme étant le plus prometteur. En effet, lorsque la loi de commande des deux autres est mise en action, il est évident qu'ils ne sont pas adéquats pour réaliser la tâche demandée. Celui à deux gyroscopes est en fait physiquement incapable d'y parvenir. Même pour des opérations simples, les gyroscopes tombent rapidement dans des configurations singulières. Aucune méthode de gestion du degré de liberté redondant n'a su remédier à ce problème. Le concept faisant usage de trois gyroscopes, quant à lui, présente ses propres embûches. Il pourrait être réalisé, mais demanderait que les roues d'inertie puissent effectuer des rotations illimitées et sans contraintes, ce qui n'est pas simple à réaliser, et demanderait un total de 6 moteurs, ajoutant une fois de plus de la masse non nécessaire. Ceci laisse comme derniers candidats le modèle à trois roues d'inertie et le concept de gyroscope à deux axes.

Le troisième chapitre a présenté les travaux qui ont été soumis pour la conférence IROS 2020. Le modèle dynamique du gyroscope à deux axes a d'abord été élaboré, puis il a été comparé plus sérieusement avec le concept à trois roues d'inertie. Ces tests en simulation avaient comme but de comparer les exigences entre les moteurs en terme de couple et de vitesse maximaux. Les résultats de ces simulations ont montré que le concept de gyroscope à deux axes était le plus efficace des deux, en plus qu'il tire avantage de n'avoir qu'une seule masse principale à actionner. En plus de cela, certains des moteurs contribuent à la masse mobile puisqu'ils se déplacent avec. À la lumière de ces résultats, il a été décidé de poursuivre avec ce concept pour compléter un prototype. Après une présentation sommaire de ce prototype, les modifications apportées au modèle dynamique ont été présentées. Le tout étant maintenant complet, le prototype a été utilisé pour vérifier s'il était possible d'influencer l'inertie perçue, malgré les problèmes présents dans cette version. Même avec une plage d'inerties limitée, le dispositif a été en mesure de vérifier le principe de génération d'inertie avec trois degrés de liberté.

Enfin, le dernier chapitre a survolé la conception du prototype plus en profondeur. Les différentes sections qui composent le générateur d'inertie ont été détaillées, avec leurs propriétés physiques. Ensuite, le fonctionnement de la prise de données via les instruments de mesures a été présenté. Puis, la boucle de commande a été élaborée, ainsi que tous les ajustements et les modules qui y ont été ajoutés pour la rendre plus fonctionnelle. Ceci a mené à la présentation de résultats intermédiaires qui ont été obtenus en vue de confirmer que le prototype était fonctionnel malgré ses limitations. Le chapitre s'est terminé avec une discussion sur les commentaires et observations sur les capacités haptiques du dispositif développé tout au long de ce projet.

Au terme de tous ces travaux, le constat principal est que le concept d'un générateur d'inertie à trois degrés de liberté est tout à fait possible. Même avec plusieurs contretemps reliés au câblage et au contrôle, le prototype est en mesure de faire ressentir l'effet escompté à l'utilisateur. Ces limitations influencent cependant la plage d'inerties pouvant être simulées, le menant assez loin des prévisions de décupler l'inertie. Le prototype à 1 DDL et les résultats de simulations pointaient vers cette possibilité. En ce qui concerne la qualité du rendu, il est maintenant évident que l'utilisation de roues d'inertie tournant à haute vitesse n'est pas favorable. En effet, un petit débalancement est grandement accentué, et n'est pas exactement agréable à percevoir. À

cause de cela et des limitations, le prototype à 1 DDL était globalement plus agréable à utiliser. L'expérience qu'il offrait était plus douce et plus directe, en plus de pouvoir être utilisé sur des périodes beaucoup plus prolongées. Non seulement cela, mais le fait d'avoir une plus grande plage d'inerties possibles rendait le tout plus impressionnant en comparant les extrêmes.

En sachant cela, il devient maintenant évident qu'il est plus adéquat de concentrer les efforts sur un concept simple mais qui a de grandes chances de fonctionner plutôt que de courir le risque de limiter les capacités en cherchant une plus grande efficacité. Avec cette approche en tête, il serait donc pertinent de refaire la conception mais cette fois en utilisant le concept à trois roues d'inertie qui a servi de base de comparaison tout au long de cet ouvrage. Considérant ce que le prototype 1 DDL était en mesure d'apporter, il n'est pas difficile de croire que de regrouper trois de ces dispositifs permettrait de transposer ces résultats à 3 DDLs. Dans l'éventualité que ce concept fasse ses preuves, il serait alors possible de faire une étude plus poussée sur la portion haptique de ce projet. Des expérimentations impliquant divers sujets pourraient être mises en place, avec comme but de tester leurs capacités à détecter les augmentations ou les diminutions d'inertie. Il serait même possible de faire des comparaisons entre des objets réels et le générateur d'inertie simulant l'objet. Si toutes ces propositions se font prometteuses, alors il serait encore plus intéressant de pousser le concept jusqu'à l'obtention de six degrés de liberté, ou même d'utiliser le dispositif dans un environnement virtuel pour explorer ses capacités à ajouter à l'expérience immersive d'un utilisateur.

Annexe A

Coefficients de la méthode Runge-Kutta d'ordre 10

Cette annexe regroupe les valeurs numériques des coefficients $a_{i,j}$, b_i et c_i qui composent la méthode Runge-Kutta d'ordre 10 telles que calculées par Hairer [28].

C(1) = 0.00000000000000000000e+000
C(2) = 5.00000000000000000000e-001
C(3) = 5.26509100141612162751e-001
C(4) = 7.89763650212418244126e-001
C(5) = 3.93923570125671611283e-001
C(6) = 7.66653986253548800000e-001
C(7) = 2.89763650212418244126e-001
C(8) = 1.08477689219566212940e-001
C(9) = 3.57384241759677451843e-001
C(10) = 8.82527661964732346426e-001
C(11) = 6.42615758240322548157e-001
C(12) = 1.17472338035267653574e-001
C(13) = 7.66653986253548800000e-001
C(14) = 2.89763650212418244126e-001
C(15) = 5.26509100141612162751e-001
C(16) = 5.00000000000000000000e-001
C(17) = 1.00000000000000000000e+000

A(2, 1) = 5.00000000000000000000e-001
A(3, 1) = 2.49297267609681978013e-001
A(3, 2) = 2.77211832531930184738e-001

A(4, 1) = 1.97440912553104561032e-001
A(4, 2) = 0.00000000000000000000e+000
A(4, 3) = 5.92322737659313683095e-001
A(5, 1) = 1.97320548628702140900e-001
A(5, 2) = 0.00000000000000000000e+000
A(5, 3) = 2.95083334092671853711e-001
A(5, 4) = -9.84803125957023833277e-002
A(6, 1) = 1.31313417344461520076e-001
A(6, 2) = 0.00000000000000000000e+000
A(6, 3) = 0.00000000000000000000e+000
A(6, 4) = 1.10154439538638507040e-001
A(6, 5) = 5.25186129370448772884e-001
A(7, 1) = 1.34200341846322406193e-001
A(7, 2) = 0.00000000000000000000e+000
A(7, 3) = 0.00000000000000000000e+000
A(7, 4) = 6.96088703288076908079e-001
A(7, 5) = 2.50497721570339375352e-001
A(7, 6) = -7.91023116492320445498e-001
A(8, 1) = 7.22182741896621454448e-002
A(8, 2) = 0.00000000000000000000e+000
A(8, 3) = 0.00000000000000000000e+000
A(8, 4) = 0.00000000000000000000e+000
A(8, 5) = -5.83363229364550369126e-002
A(8, 6) = 3.04755766857449437925e-003
A(8, 7) = 9.15481802977846100286e-002
A(9, 1) = 3.12550081351656170620e-002
A(9, 2) = 0.00000000000000000000e+000
A(9, 3) = 0.00000000000000000000e+000
A(9, 4) = 0.00000000000000000000e+000
A(9, 5) = 0.00000000000000000000e+000
A(9, 6) = 1.09123821542419946873e-004
A(9, 7) = 1.56725758630995015164e-001
A(9, 8) = 1.69294351171974399670e-001
A(10, 1) = 1.19066044146750321445e-002
A(10, 2) = 0.00000000000000000000e+000
A(10, 3) = 0.00000000000000000000e+000
A(10, 4) = 0.00000000000000000000e+000
A(10, 5) = 0.00000000000000000000e+000

A(10, 6) = 2.83437082024606548112e-001
A(10, 7) = -4.16312167570561315056e-001
A(10, 8) = 2.64646333949743004837e-001
A(10, 9) = 7.38849809146269076388e-001
A(11, 1) = 2.34065736913354493717e-002
A(11, 2) = 0.00000000000000000000e+000
A(11, 3) = 0.00000000000000000000e+000
A(11, 4) = 0.00000000000000000000e+000
A(11, 5) = 0.00000000000000000000e+000
A(11, 6) = 9.44931301894961802240e-002
A(11, 7) = -2.72872055901956419006e-001
A(11, 8) = 2.24022046115592207410e-001
A(11, 9) = 6.04381441075135095416e-001
A(11,10) = -3.08153769292799652586e-002
A(12, 1) = 4.54437753101763699408e-002
A(12, 2) = 0.00000000000000000000e+000
A(12, 3) = 0.00000000000000000000e+000
A(12, 4) = 0.00000000000000000000e+000
A(12, 5) = 0.00000000000000000000e+000
A(12, 6) = -1.18799667186441567723e-003
A(12, 7) = 1.20356549909281134803e-002
A(12, 8) = 7.51269029876479240591e-002
A(12, 9) = -1.82209240988845690412e-002
A(12,10) = -2.57152854084065042855e-004
A(12,11) = 4.53207837134829585506e-003
A(13, 1) = 1.78401086400436429292e-001
A(13, 2) = 0.00000000000000000000e+000
A(13, 3) = 0.00000000000000000000e+000
A(13, 4) = 1.10154439538638507040e-001
A(13, 5) = 5.25186129370448772884e-001
A(13, 6) = -4.89148591820436212803e-001
A(13, 7) = 9.32443612635135733038e-001
A(13, 8) = -7.74475053439839525409e-001
A(13, 9) = -1.05490217813935824270e+000
A(13,10) = 1.31046712034157154509e-001
A(13,11) = 5.87049777599487392267e-001
A(13,12) = 6.20898052074878791881e-001
A(14, 1) = 1.30220806600497793496e-001

A(14, 2) = 0.00000000000000000000e+000
A(14, 3) = 0.00000000000000000000e+000
A(14, 4) = 6.96088703288076908079e-001
A(14, 5) = 2.50497721570339375352e-001
A(14, 6) = -7.58948987129607342662e-001
A(14, 7) = -1.71517208463488383577e-001
A(14, 8) = -3.70217673678906704688e-001
A(14, 9) = 1.24981008574747347802e-001
A(14,10) = 3.35310924837267073965e-003
A(14,11) = -6.63254613676153581907e-003
A(14,12) = 4.29116573121617904714e-001
A(14,13) = -3.71778567824697893108e-002
A(15, 1) = 2.49297267609681978013e-001
A(15, 2) = 2.77211832531930184738e-001
A(15, 3) = 0.00000000000000000000e+000
A(15, 4) = 0.00000000000000000000e+000
A(15, 5) = 0.00000000000000000000e+000
A(15, 6) = -1.45940595936085218185e-001
A(15, 7) = -7.99015893511029475358e-001
A(15, 8) = 0.00000000000000000000e+000
A(15, 9) = 0.00000000000000000000e+000
A(15,10) = 0.00000000000000000000e+000
A(15,11) = 0.00000000000000000000e+000
A(15,12) = 0.00000000000000000000e+000
A(15,13) = 1.45940595936085218185e-001
A(15,14) = 7.99015893511029475358e-001
A(16, 1) = 5.00000000000000000000e-001
A(16, 2) = 0.00000000000000000000e+000
A(16, 3) = -8.07097076095341093251e-001
A(16, 4) = 0.00000000000000000000e+000
A(16, 5) = 0.00000000000000000000e+000
A(16, 6) = 0.00000000000000000000e+000
A(16, 7) = 0.00000000000000000000e+000
A(16, 8) = 0.00000000000000000000e+000
A(16, 9) = 0.00000000000000000000e+000
A(16,10) = 0.00000000000000000000e+000
A(16,11) = 0.00000000000000000000e+000
A(16,12) = 0.00000000000000000000e+000

A(16,13) = 0.00000000000000000000e+000
A(16,14) = 0.00000000000000000000e+000
A(16,15) = 8.07097076095341093251e-001
A(17, 1) = 5.73207954320575412321e-002
A(17, 2) = -5.00000000000000000000e-001
A(17, 3) = -8.97470163394855120846e-001
A(17, 4) = 0.00000000000000000000e+000
A(17, 5) = 0.00000000000000000000e+000
A(17, 6) = -1.03991004922695343354e+000
A(17, 7) = -4.07357014288385809022e-001
A(17, 8) = -1.82830236640741849663e-001
A(17, 9) = -3.33659270649225021137e-001
A(17,10) = 3.95648542376057924001e-001
A(17,11) = 6.95057049459982281780e-001
A(17,12) = 2.71487376457383239111e-001
A(17,13) = 5.85423734866589756811e-001
A(17,14) = 9.58819072213235370429e-001
A(17,15) = 8.97470163394855184206e-001
A(17,16) = 5.00000000000000000000e-001

B(1) = 3.33333333333333333333e-002
B(2) = -3.33333333333333333333e-002
B(3) = -1.20000000000000000000e-001
B(4) = 0.00000000000000000000e+000
B(5) = 0.00000000000000000000e+000
B(6) = -1.30000000000000000000e-001
B(7) = -1.80000000000000000000e-001
B(8) = 0.00000000000000000000e+000
B(9) = 2.77429188517743176508e-001
B(10) = 1.89237478148923490158e-001
B(11) = 2.77429188517743176508e-001
B(12) = 1.89237478148923490158e-001
B(13) = 1.30000000000000000000e-001
B(14) = 1.80000000000000000000e-001
B(15) = 1.20000000000000000000e-001
B(16) = 3.33333333333333333333e-002
B(17) = 3.33333333333333333333e-002

Bibliographie

- [1] L. K. Loftin, *Quest for performance : The evolution of modern aircraft*. Scientific and Technical Information Branch, National Aeronautics and Space . . . , 1985, no. 468.
- [2] P. Bach-y Rita, C. C. Collins, F. A. Saunders, B. White, and L. Scadden, “Vision substitution by tactile image projection,” *Nature*, vol. 221, no. 5184, pp. 963–964, 1969.
- [3] M. D. R. Minsky, “Computational haptics : the sandpaper system for synthesizing texture for a force-feedback display,” Ph.D. dissertation, Massachusetts Institute of Technology, 1995.
- [4] H. Iwata, “Artificial reality with force-feedback : Development of desktop virtual space with compact master manipulator,” *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, vol. 24, no. 4, pp. 165–170, 1990.
- [5] P. Buttolo and B. Hannaford, “Pen-based force display for precision manipulation in virtual environments,” in *Proceedings Virtual Reality Annual International Symposium’95*. IEEE, 1995, pp. 217–224.
- [6] D. Escobar-Castillejos, J. Noguez, L. Neri, A. Magana, and B. Benes, “A review of simulators with haptic devices for medical training,” *Journal of medical systems*, vol. 40, no. 4, p. 104, 2016.
- [7] J.-P. Choiniere and C. Gosselin, “Development and experimental validation of a haptic compass based on asymmetric torque stimuli,” *IEEE Transactions on haptics*, vol. 10, no. 1, pp. 29–39, 2016.
- [8] K. A. Mann, F. W. Wernere, and A. K. Palmer, “Frequency spectrum analysis of wrist motion for activities of daily living,” *Journal of Orthopaedic research*, vol. 7, no. 2, pp. 304–306, 1989.
- [9] M. Gajamohan, M. Muehlebach, T. Widmer, and R. D’Andrea, “The cubli : A reaction wheel based 3d inverted pendulum,” *IMU*, vol. 2, no. 2, 2013.
- [10] M. Sakai, Y. Fukui, and N. Nakamura, “Effective output patterns for torque display ‘gyrocube’,” in *Online Proceeding of the 13th International Conference on Artificial Reality and Telexistence, December 3-5, 2003*, 2003.
- [11] V. Van der Wijk and J. L. Herder, “Dynamic balancing of mechanisms by using an actively driven counter-rotary counter-mass for low mass and low inertia,” in *Workshop on Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators, Montpellier*, 2008, pp. 241–251.

- [12] T. B. Lauwers, G. A. Kantor, and R. L. Hollis, “A dynamically stable single-wheeled mobile robot with inverse mouse-ball drive,” in *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE, 2006, pp. 2884–2889.
- [13] P. Fankhauser and C. Gwerder, “Modeling and control of a ballbot,” B.S. thesis, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, 2010.
- [14] E. Zurich, “Rezero–focus project ballbot,” *ETH Zurich*, 2009.
- [15] M. Kumagai and R. L. Hollis, “Development and control of a three dof spherical induction motor,” in *2013 IEEE international Conference on Robotics and Automation*. IEEE, 2013, pp. 1528–1533.
- [16] A. Weiss, R. G. Langlois, and M. Hayes, “Dynamics and vibration analysis of the interface between a non-rigid sphere and omnidirectional wheel actuators,” *Robotica*, vol. 33, no. 9, pp. 1850–1868, 2015.
- [17] M. Hobin, Z. Copeland, and M. J. D. Hayes, “Atlas motion platform : Redesign of actuation system components,” in *Proc. of the CSME International Congress*, 2016.
- [18] K.-S. Byun, S.-J. Kim, and J.-B. Song, “Design of continuous alternate wheels for omnidirectional mobile robots,” in *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol. 1. IEEE, 2001, pp. 767–772.
- [19] K. N. Winfree, J. Gewirtz, T. Mather, J. Fiene, and K. J. Kuchenbecker, “A high fidelity ungrounded torque feedback device : The itorqu 2.0,” in *World Haptics 2009*. IEEE, 2009, pp. 261–266.
- [20] H. Yano, M. Yoshie, and H. Iwata, “Development of a non-grounded haptic interface using the gyro effect,” in *11th Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems*. IEEE, 2003, pp. 32–39.
- [21] W. Heuten, N. Henze, S. Boll, and M. Pielot, “Tactile wayfinder : a non-visual support system for wayfinding,” in *Proceedings of the 5th Nordic conference on Human-computer interaction : building bridges*, 2008, pp. 172–181.
- [22] S. Heo, C. Chung, G. Lee, and D. Wigdor, “Thor’s hammer : An ungrounded force feedback device utilizing propeller-induced propulsive force,” in *Proceedings of the 2018 CHI Conference on Human Factors in Computing Systems*, 2018, pp. 1–11.
- [23] J. Gugenheimer, D. Wolf, E. R. Eiriksson, P. Maes, and E. Rukzio, “Gyrovr : Simulating inertia in virtual reality using head worn flywheels,” in *Proceedings of the 29th Annual Symposium on User Interface Software and Technology*, 2016, pp. 227–232.
- [24] P. Ramsamy, A. Haffegge, R. Jamieson, and V. Alexandrov, “Using haptics to improve immersion in virtual environments,” in *International Conference on Computational Science*. Springer, 2006, pp. 603–609.
- [25] C. Swindells, A. Unden, and T. Sang, “Torquebar : an ungrounded haptic feedback device,” in *Proceedings of the 5th international conference on Multimodal interfaces*, 2003, pp. 52–59.

- [26] C. Gosselin, A. Lecours, T. Laliberté, and M. Fortin, “Design and experimental validation of planar programmable inertia generators,” *The International Journal of Robotics Research*, vol. 33, no. 4, pp. 489–506, 2014.
- [27] M. Gajamohan, M. Merz, I. Thommen, and R. D’Andrea, “The cubli : A cube that can jump up and balance,” in *2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE, 2012, pp. 3722–3727.
- [28] E. Hairer, “A runge-kutta method of order 10,” *IMA Journal of Applied Mathematics*, vol. 21, no. 1, pp. 47–59, 1978.