

JASON MICHEL LAMBERT

**UTILISATION DE LA REDONDANCE DANS LE CADRE  
D'UNE COMMANDE PAR IMPÉDANCE GLOBALE D'UN  
MANIPULATEUR**

Mémoire  
présenté  
à la Faculté des études supérieures  
de l'Université Laval  
pour l'obtention  
du grade de maître ès sciences (M.Sc.)

Département de génie mécanique  
FACULTÉ DES SCIENCES ET DE GÉNIE  
UNIVERSITÉ LAVAL  
QUÉBEC

JANVIER 1998

© Jason Michel Lambert, 1998

# Résumé

Cette recherche effectuée dans le cadre d'un projet de maîtrise étudie l'utilisation de la redondance dans une commande par impédance globale d'un manipulateur. Le projet établit tout d'abord une structure de commande par impédance différente de celle présentée en littérature intégrant l'action d'un degré de liberté redondant pour la réalisation de tâches impliquant une interaction entre le robot et son environnement. Cette étude propose aussi un nouvel espace d'opération du contrôleur, l'espace-surface, défini à l'aide des informations fournies par le capteur de force. Les paramètres de commande sont établis pour deux tâches typiques d'un manipulateur commandé en force, soit le contact initial d'une surface et un suivi de contour en 2 dimensions. Les paramètres de commande sont définis selon une approche analytique basée sur l'optimisation de divers critères de performance évalués en simulation. Le système de commande est ensuite implanté dans un modèle simulant un robot sériel à 3 degrés de liberté auquel on impose les tâches décrites ci-haut. Enfin, l'étude propose l'unification des diverses analyses effectuées au cours du projet en vue d'un algorithme de conception d'une commande globale d'un manipulateur en position et en force.

---

Jason Michel Lambert

---

Clément Gosselin

# Avant-propos

Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur, monsieur Clément Gosselin, pour son support inconditionnel tout au long de ma recherche. Son encadrement fut des plus enthousiastes, son soutien constant, tant au niveau moral que sur le plan de la recherche. Trop souvent, de nos jours, l'avancement de la science est biaisé par le désir de production et de rendement. Clément Gosselin est un de ceux qui font évoluer la science en stimulant l'intérêt et le goût du savoir. Peu de gens ont la chance d'avoir eu un mentor aussi intègre dans l'exercice de sa profession.

De sincères remerciements aussi à mon co-directeur, Denis Rancourt, entre autres pour m'avoir mis sur la piste de la commande par impédance. Son approche biologique et systémique de la robotique fut une source majeure pour la plupart des idées directrices de cette recherche.

Merci aux copains du laboratoire de robotique pour l'intérêt porté à ma recherche, même si cette dernière relevait d'un domaine peu exploité au lab et, disons-le, assez ennuyant pour certains. J'espère que mon travail leur sera profitable d'une façon ou d'une autre dans le futur. Merci aussi pour leur aide inestimable en répondant à mes questions souvent bizarres lors de mes démêlés avec l'univers de l'informatique. Finalement, je voudrais dédier ce mémoire à ma famille, plus précisément à la mémoire de mon père, décédé en 1994. N'ayant aucune idée de ce dont ma recherche parle, leur considération et leur fierté vis-à-vis mon travail n'en sont que plus louables et appréciées. Ils sont la première motivation de mon désir de connaître.

# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>i</b>
<b>Avant-propos</b>	<b>ii</b>
<b>Table des matières</b>	<b>iii</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>vii</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>viii</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Étude des différentes stratégies de commande en force</b>	<b>5</b>
1.1 La commande par raideur active . . . . .	6
1.2 La commande par retour d'effort . . . . .	8
1.3 La commande hybride . . . . .	10
1.4 L'espace opérationnel . . . . .	15
1.5 Problèmes fondamentaux . . . . .	18
1.5.1 Nature de la force dans le système de commande . . . . .	20
1.5.2 Niveau d'opération du système de commande . . . . .	21
1.6 La commande par impédance . . . . .	23
1.6.1 Définition des impédances . . . . .	25
1.6.1.1 Ordre zéro: ressort généralisé . . . . .	26
1.6.1.2 Ordre un: Amortisseur généralisé . . . . .	26
1.6.1.3 Ordre deux: Inertie équivalente . . . . .	27

1.6.2	Combinaison des impédances et loi de commande . . . . .	28
<b>2</b>	<b>Utilisation de la redondance dans le contexte de la commande par impédance</b>	<b>32</b>
2.1	Critères menant au choix d'une dynamique . . . . .	33
2.1.1	Dynamique proposée en littérature . . . . .	33
2.1.2	Considérations de base . . . . .	34
2.1.3	Considérations biologiques . . . . .	40
2.2	Description de la dynamique équivalente . . . . .	44
<b>3</b>	<b>Méthode de travail et outils utilisés pour la définition des paramètres de commande</b>	<b>49</b>
3.1	Spécification des tâches . . . . .	50
3.1.1	Contact en 1 dimension . . . . .	51
3.1.2	Suivi de contour en 2 dimensions . . . . .	52
3.2	Structure générale des simulations . . . . .	53
3.2.1	Système redondant . . . . .	54
3.2.2	Système robot-contrôleur . . . . .	55
3.3	Détails des composantes des simulations . . . . .	57
3.3.1	Environnement . . . . .	57
3.3.2	Robot . . . . .	59
3.3.3	Contrôleur-linéarisateur . . . . .	62
3.3.4	Générateur de trajectoire . . . . .	63
3.3.5	Système redondant . . . . .	65
<b>4</b>	<b>Processus de détermination d'impédances optimales pour le contact du robot avec une surface</b>	<b>68</b>
4.1	Analyse de stabilité . . . . .	69
4.2	Impédances inertielles et linéaires . . . . .	70
4.2.1	Impédance d'ordre deux . . . . .	71
4.2.2	Impédances linéaires . . . . .	74
4.3	Optimisation en 1-D . . . . .	76
4.3.1	Définition des indices de performance . . . . .	78
4.3.1.1	Puissance moyenne de dissipation d'énergie . . . . .	78
4.3.1.2	Force maximale . . . . .	79
4.3.1.3	Dépassement en force . . . . .	80

4.3.1.4	Orientation maximale . . . . .	81
4.3.2	Choix des formes d'impédance . . . . .	81
4.3.3	Optimisation . . . . .	82
4.3.3.1	Courbes identiques . . . . .	89
<b>5</b>	<b>Analyse linéaire pour la détermination d'impédances en mouvement contraint</b>	<b>92</b>
5.1	Conditions d'application du modèle linéaire . . . . .	93
5.2	Modèle linéaire . . . . .	94
5.3	Définition du problème . . . . .	95
5.3.1	Pôles et valeurs propres . . . . .	96
5.3.2	Choix des critères d'optimisation . . . . .	97
5.4	Optimisation et résultats . . . . .	99
5.4.1	Résultats . . . . .	99
5.4.2	Essais en suivi de signal . . . . .	102
<b>6</b>	<b>Discussion</b>	<b>106</b>
6.1	Unification des performances en position et en force . . . . .	107
6.2	Simulation en 2 dimensions . . . . .	110
6.2.1	Définition de l'espace-surface . . . . .	111
6.2.2	Implantation de l'espace-surface . . . . .	113
6.2.3	Simulation avec modèle exact . . . . .	114
6.3	Discussion et développements . . . . .	118
6.3.1	Implantation physique . . . . .	118
6.3.2	Importance de la trajectoire et formalisation de la tâche . . . . .	120
6.3.3	Conception d'une commande globalisée . . . . .	121
	<b>Conclusion</b>	<b>124</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>127</b>
<b>A</b>	<b>Modèles dynamiques, statiques et linéaires</b>	<b>130</b>
A.1	Modèle dynamique du robot à 3ddl . . . . .	130
A.2	Modèle dynamique du système équivalent . . . . .	131
A.2.1	Analyse statique . . . . .	133
A.2.2	Calcul de la force d'interaction lors du suivi de contour . . . . .	134
A.2.3	Modèle linéaire du système équivalent . . . . .	135

<b>B</b>	<b>Commande par impédance dans les systèmes biologiques</b>	<b>137</b>
B.1	Ellipses d'impédance . . . . .	137
B.1.1	Calcul de la masse apparente maximale du manipulateur . . . . .	141
<b>C</b>	<b>Scripts et fichiers de paramètres</b>	<b>143</b>
C.1	Description des fichiers . . . . .	143

# Liste des tableaux

3.1	paramètres dynamiques du manipulateur simulé . . . . .	62
3.2	paramètres de la trajectoire virtuelle . . . . .	65
4.1	paramètres inertiels. . . . .	73
4.2	paramètres linéaires. . . . .	76
4.3	Zones de haute performance. . . . .	85
5.1	paramètres d'impédance du suivi de contour . . . . .	103
5.2	Trajectoires du suivi de contour . . . . .	103
6.1	Paramètres d'impédance générale . . . . .	109



# Liste des figures

1.1	Schéma de commande par raideur active. . . . .	7
1.2	Schéma de commande par retour d'effort. . . . .	9
1.3	Contraintes naturelles et artificielles. . . . .	11
1.4	Schéma de commande hybride. . . . .	13
1.5	Analogie commande-informatique. . . . .	30
1.6	Système masse-amortisseur. . . . .	31
1.7	Schéma-bloc en boucle fermée. . . . .	31
1.8	Addition des impédances. . . . .	31
2.1	Repère-surface. . . . .	37
2.2	Redondance posturale de l'humain. . . . .	42
2.3	Système masse-amortisseur-ressort linéaire. . . . .	45
2.4	Système masse-amortisseur-ressort rotationnel. . . . .	46
2.5	Système équivalent redondant. . . . .	47
2.6	Système équivalent redondant en 2-dimensions. . . . .	48
3.1	Robot en contact. . . . .	51

3.2	Suivi de contour et trajectoire virtuelle en 2 dimensions. . . . .	52
3.3	Structure du modèle redondant. . . . .	54
3.4	Structure du modèle robot-contrôleur . . . . .	56
3.5	Surface en 2 dimensions. . . . .	58
3.6	Système masse-amortisseur-ressort linéaire. . . . .	60
3.7	Système redondant en contact. . . . .	67
4.1	Masse apparente cartésienne maximale. . . . .	72
4.2	Longueur effective de la barre de torsion. . . . .	74
4.3	Temps de stabilisation et dépassement. . . . .	78
4.4	Forme de la force à l'impact. . . . .	79
4.5	Optimisation non-linéaire, indice de puissance dissipée. . . . .	83
4.6	Optimisation non-linéaire, indice de force à l'impact. . . . .	84
4.7	Optimisation non-linéaire, indice de dépassement. . . . .	85
4.8	Optimisation non-linéaire, indice d'orientation maximale. . . . .	86
4.9	Impact avec impédance optimale. . . . .	87
4.10	Courbe de l'impédance non-linéaire. . . . .	88
4.11	Impact avec impédance optimale, $\phi = 0.5rad$ . . . . .	90
5.1	Correspondance entre les pôles et la performance d'un système linéaire. . . . .	98
5.2	Optimisation du premier pôle du système linéarisé. . . . .	100
5.3	Optimisation du second pôle du système linéarisé. . . . .	101
5.4	Optimisation du troisième pôle du système linéarisé. . . . .	102
5.5	Lieu d'Evans en fonction des paramètres d'impédance. . . . .	103
5.6	Réponse libre du système en présence d'une perturbation. . . . .	104
5.7	Système équivalent en suivi de signal. . . . .	105

6.1	Optimisation linéaire, indice de puissance dissipée. . . . .	109
6.2	Optimisation linéaire, indice de force à l'impact. . . . .	110
6.3	Optimisation linéaire, indice de dépassement. . . . .	111
6.4	Optimisation linéaire, indice d'orientation maximale. . . . .	112
6.5	Simulation exacte, résultats en position dans l'espace-surface. . . . .	115
6.6	Simulation exacte, résultats dans le plan cartésien. . . . .	116
6.7	Simulation exacte, résultats en force et puissance. . . . .	117
6.8	Variation de la trajectoire virtuelle associée à un changement de repère discret. . . . .	118
6.9	Schéma du jeu dans les engrenages et du modèle de friction statique et dynamique de Coulomb. . . . .	120
A.1	Robot sériel à 3ddl. . . . .	131
A.2	Système équivalent. . . . .	131
A.3	Surface en 2 dimensions. . . . .	134
B.1	Ellipse de raideur. . . . .	138
B.2	Variation des ellipses de raideur selon la configuration. . . . .	139
B.3	Modification des ellipses de gyration par usage de la redondance. . . . .	141

# Introduction

Lorsque Karel Capek, auteur naturaliste tchèque du début du siècle, utilisa le mot “robot” dans une de ces pièces, il était sûrement loin de se douter des implications de son idée et du potentiel qu’elle contenait. Aujourd’hui, peu de mécanismes stimulent l’intérêt et l’imagination des humains autant qu’un robot. Depuis les trois lois de la robotique d’Isaac Asimov et les débuts de la science fiction, on a attribué les qualités les plus variées aux robots, de la plus tendre des compassions jusqu’au désir haineux de conquête de l’univers. Parallèlement à cela, certains robots sont réputés pour leurs capacités physiques exceptionnelles, possédant une force et une dextérité que nous pauvres humains ne peuvent que rêver d’avoir. Par contre, de nos jours, à l’aube de l’an 2000, la réalité est tout autre. L’impressionnante complexité associée à la conception et à l’utilisation d’un robot fait que l’humain est encore maître de la manipulation. Dans le domaine de l’industrie, la plupart des robots servent à l’exécution de tâches simples et répétitives où le niveau d’interaction entre un manipulateur et son environnement est à son plus bas. Les robots utilisés dans les environnements hostiles à l’être humain comme l’espace, le fond de l’océan où les environnements radioactifs sont, la plupart du temps, esclaves d’un opérateur les commandant à distance. Néanmoins, la robotique est en plein développement, les manipulateurs devenant de plus en plus polyvalents et, par le fait même, indépendants de leurs créateurs.

Un domaine particulièrement récent et actif est celui de la commande en force des robots manipulateurs. Le mot tchèque “robot” signifie corvée ou travail. Un travail

est effectué lorsqu'il y a échange d'énergie entre un système et son environnement. Or, les manipulateurs ont tout d'abord été conçus pour des tâches de positionnement et les architectures de commande en force traitent les tâches d'interaction comme une extension de la commande en position. Ce mémoire de recherche présente une approche de commande basée sur la nature même des interactions entre un robot et son environnement. Inspirée largement des systèmes de contrôle biologiques, elle propose entre autres l'utilisation d'un degré de liberté redondant à la tâche à effectuer pour faire le pont entre commande en position et commande en force, cette dernière étant fondamentalement différente de son prédécesseur. L'algorithme de commande est celle dite par impédance, principalement développée par Neville Hogan du Massachusetts Institute of Technology. Cette architecture a pour philosophie de commander la relation entre la position du manipulateur et de son environnement, et non les forces d'interaction qui en résultent.

Le premier chapitre de ce mémoire porte sur les diverses architectures de commande en force existantes. Ces approches ainsi que leurs avantages et inconvénients respectifs sont brièvement exposés. De ces observations, on tire ensuite les causes sous-jacentes des problèmes rencontrés, soit la nature de la force telle que perçue par le système de commande et le niveau d'opération de ce dernier. Finalement, on introduit les fondements théoriques de la commande par impédance et comment son approche vient pallier aux problèmes susmentionnés. De ces fondements théoriques découle un concept très important, celui de la dynamique équivalente.

Le second chapitre discute des considérations motivant le choix d'une dynamique équivalente à imposer au robot. On présente les considérations de base ayant trait au degré de flexibilité recherché, de la nature des perturbations rencontrées lors de l'implantation physique du système de contrôle. On introduit ensuite le concept de redondance et on démontre son importance dans le contrôle moteur humain. À la lumière de ces considérations, on propose une forme de dynamique équivalente intégrant l'action du degré de liberté redondant. On amène par la suite la définition de l'espace-surface, directions selon lesquelles la redondance agit. Cet espace est défini selon l'orientation de la surface et exploite le principe de dynamique équivalente dans l'imposition d'une dynamique isotrope au manipulateur.

Le chapitre 3 présente les situations où le système robot-contrôleur est étudié. On

définit deux tâches pour lesquelles les paramètres de contrôle seront définis. Ces tâches sont générales et typiques d'un robot interagissant avec son environnement. On présente aussi les différents modèles utilisés pour la détermination de ces gains. L'approche de design étudiant le système en simulation, les différentes composantes et conditions d'application de ces dernières sont aussi décrites.

Au chapitre 4, on expose les méthodes utilisées pour la détermination des paramètres de contrôle pour l'accomplissement de la première tâche. La commande non-linéaire ne disposant pas d'outils de conception, on formule un problème d'optimisation évaluant la performance du système en fonction des paramètres. On définit ensuite les critères de performance utilisés dans le problème d'optimisation. L'architecture particulière de la commande par impédance ne restreignant pas les gains à des constantes, les fonctions constituant les gains sont ensuite établies. Les résultats de l'optimisation sont rapportés, ainsi que les résultats de simulations venant appuyer les points discutés. Enfin, on tire certaines conclusions quand à la forme des paramètres de la dynamique équivalente et l'importance de la trajectoire virtuelle.

Le chapitre 5 est consacré à l'établissement des gains pour l'accomplissement de la seconde tâche. La nature de cette tâche nous permet de développer un modèle de dynamique équivalente linéaire. Ce modèle est présenté, ainsi que les conditions dans lesquelles ce modèle s'applique. L'optimisation du chapitre précédent est reprise, cette fois en utilisant la méthode de commande linéaire du lieu des pôles. Les critères sont maintenant définis en fonction de l'emplacement désiré des pôles du système dans le plan complexe. Les résultats de l'optimisation sont présentés et leur discussion est appuyée par des simulations du système en réponse libre. Finalement, on présente une seconde simulation du système illustrant sa capacité à suivre un signal sinusoïdal. De cet exemple, on tire certaines conclusions quand à la nature de l'impédance du système dans son degré de liberté redondant. Ce problème démontre aussi la possibilité d'une éventuelle forme d'impédance généralisée pour les deux tâches étudiées.

Le dernier chapitre se propose de démontrer l'implantation du contrôleur sur le modèle dynamique du robot. Ce dernier est simulé effectuant une tâche globale composée des deux situations étudiées dans cette recherche. Cet essai permet aussi l'implantation du contrôleur opérant dans l'espace-surface. On utilise une méthode de détermination de l'orientation locale de la surface de contact basée sur l'utilisation des

informations données par le capteur de force dans le repère de l'effecteur. Une discussion sur la performance globale du système opérant en position et en force dans un même contexte de commande s'en suit, ainsi qu'une discussion sur les considérations de l'importance de la trajectoire virtuelle dans la définition de l'impédance d'un système et l'intégration de celle-ci dans le processus de détermination des paramètres de commande, et de l'implantation physique du contrôleur. On propose aussi les deux cas étudiés réunis dans une seule méthode de détermination globale pour la commande d'un manipulateur en position et en force.

# Chapitre 1

## Étude des différentes stratégies de commande en force

La commande des robots manipulateurs est une tâche épineuse et complexe. La nature hautement non-linéaire et couplée des équations régissant le comportement dynamique d'un robot fait que les techniques classiques de design de systèmes de commande ne peuvent s'appliquer directement. On regroupe les divers types de commande sous deux grandes classes: commande en position et commande en force. Dans le domaine de la commande en position, c'est-à-dire lorsque le robot n'interagit pas avec son environnement, le problème est généralement considéré comme résolu, bien que les trajectoires dynamiquement exigeantes posent encore certains défis. Diverses architectures ont été réalisées, permettant une très bonne performance et un comportement robuste face aux perturbations non-modélisées. Bien que le mouvement libre d'un robot dans



l'espace soit une réussite importante dans le domaine et qu'on y trouve un bon nombre d'applications (soudage, peinture au fusil, mouvement de caméras...), ce n'est pas ce qui définit un manipulateur et son utilité. En effet, comme son nom l'indique, la fonction première d'un manipulateur est de manipuler des objets faisant partie de son environnement. Cette fonction principale nous amène au deuxième type de commande, soit la commande en force. Lors d'interactions avec l'environnement, le robot doit non seulement être au bon endroit au bon moment, il doit aussi appliquer une force (et/ou un couple) adéquat. Une commande en force doit donc, en plus d'être une bonne commande en position, moduler la force d'interaction entre le robot et son environnement. Cet aspect de la commande est en plein développement. Plusieurs architectures sont publiées dans la littérature, chacune comportant des avantages et des inconvénients. Quatre approches illustrant bien les diverses philosophies de la commande en force sont ici présentées.

## 1.1 La commande par raideur active

Cette approche considère le manipulateur comme un ressort à raideur programmable (Salisbury 1980). Cette raideur est ajustée en fonction de la tâche à accomplir. La raideur du manipulateur est définie dans l'espace cartésien; chaque degré de liberté cartésien comporte sa raideur propre. Après linéarisation et découplage, l'équation du système en boucle fermée est la suivante:

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}_p \Delta \mathbf{X} \quad (1.1)$$

où  $\mathbf{F}$  est le vecteur des forces et moments cartésiens  $\mathbf{F} = [f_x \ f_y \ f_z \ \tau_x \ \tau_y \ \tau_z]^T$ ,  $\mathbf{K}_p$  est la matrice diagonale des gains associés à chaque direction et  $\Delta \mathbf{X}$  est la différence entre la trajectoire réelle et la trajectoire désirée,  $[\mathbf{X} - \mathbf{X}_0]$ . Chaque gain de la matrice diagonale amène une compensation en fonction de la raideur dans une direction cartésienne donnée. Comme un ressort causant une force en fonction de sa position par rapport à un point de référence, la différence entre les trajectoires réelles et virtuelles imposent une force à l'effecteur, force visant à ajuster la trajectoire réelle. Les constantes de raideur viennent modifier le module de la force imposée selon l'erreur de trajectoire. Cette force corrective est convertie en couples à appliquer à chacun des actionneurs à

l'aide de la relation

$$\Gamma = \mathbf{J}^T \mathbf{F} \quad (1.2)$$

$\mathbf{J}^T$  représente la matrice jacobienne transposée du manipulateur et  $\Gamma$  est le vecteur des couples aux actionneurs. De cette façon, des couples sont commandés tant que le manipulateur n'atteint pas son point de stabilité, caractérisé par un vecteur de forces d'interaction nul. Il est aussi possible d'utiliser un terme dissipatif, causant une force en fonction de la vitesse du manipulateur. L'équation devient

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}_p \Delta \mathbf{X} + \mathbf{K}_v \Delta \dot{\mathbf{X}} \quad (1.3)$$

Ici, la matrice diagonale des gains  $\mathbf{K}_v$  vient multiplier la différence de vitesses  $[\dot{\mathbf{X}} - \dot{\mathbf{X}}_0]$ . Dans le cas où l'on désire introduire une force de référence non-nulle, l'équation des couples en boucle fermée devient

$$\Gamma = \mathbf{J}^T \mathbf{F} + \mathbf{J}^T [\mathbf{K}_f (\mathbf{F}_0 - \mathbf{F}_a) + \mathbf{F}_0] \quad (1.4)$$

où  $\mathbf{F}_0$  est la force de référence imposée et  $\mathbf{F}_a$  est la force réelle mesurée par les capteurs.  $\mathbf{K}_f$ , quand à elle, est la matrice diagonale des gains causant une compensation en fonction des erreurs en force dans une direction cartésienne donnée. Le schéma-bloc d'une telle commande, avec retour d'effort, peut être représenté par la figure 1.1 Le principal

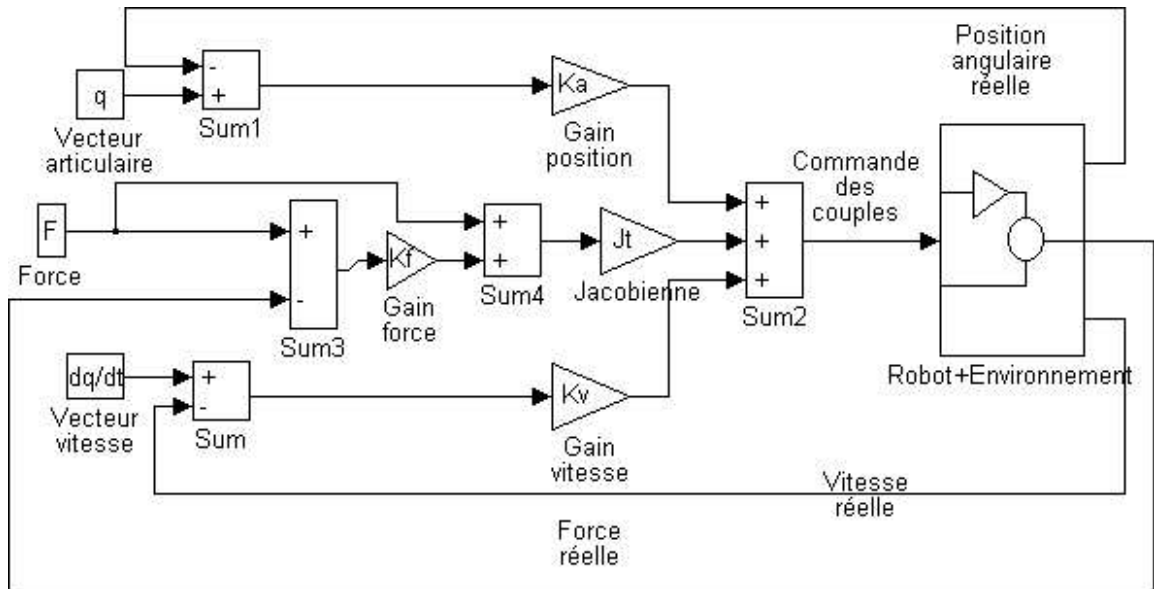


Figure 1.1: Schéma de commande par raideur active.

avantage de la commande par raideur active est sa simplicité d'implantation. Bien que les gains et la trajectoire soient définis dans l'espace cartésien, la commande s'effectue dans l'espace articulaire. Comme le montre le schéma de commande, l'asservissement se fait au niveau de la trajectoire et des couples articulaires. Cette commande est donc très rapide, les calculs de changement de repère se faisant en dehors de la boucle d'asservissement. Le principe de base de cette approche est que la force d'interaction est perçue de la même façon que les erreurs de position et les paramètres non-modélisés, soit comme une perturbation à rejeter. Le contrôleur commande un couple afin que la force d'interaction soit nulle. Étant donné que la commande est essentiellement un régulateur visant à garder un état stable de forces nulles, les déviations de cet état doivent être petites sans quoi, ces perturbations risquent de rendre le système instable. Prenons l'exemple d'un robot effectuant un contact avec une surface contrainte, comme un mur. Un mur est typiquement modélisé comme un ressort très rigide. Une erreur de positionnement aux alentours de la surface risque donc de causer des forces d'interaction élevées. Ces forces étant perçues comme des perturbations, la performance du robot se trouve grandement limitée par son degré de robustesse. Cette commande est appropriée pour des tâches d'assemblage ou des tâches où le contact s'effectue à faible vitesse, mais elle manque de flexibilité face aux incertitudes de l'environnement. De plus, elle ne peut être utilisée au voisinage d'une singularité puisque dans une telle configuration, certains efforts cartésiens nuls correspondent à des efforts articulaires non-nuls (Waldron *et al.* 1991). Enfin, la commande s'effectuant dans l'espace articulaire, il est nécessaire de calculer le problème géométrique inverse. La présence de solutions multiples à ce problème fait que la trajectoire doit être planifiée avec soin, hors ligne, ce qui limite la facilité et la flexibilité d'interaction entre l'utilisateur et la machine.

## 1.2 La commande par retour d'effort

Cette commande se structure autour des informations données par un capteur d'efforts opérant au niveau des forces d'interaction (Whitney 1987). La mesure des efforts vient modifier la trajectoire désirée selon la règle suivante:

$$\Delta \mathbf{X}_0 = \mathbf{K}_f \mathbf{F}_a \quad (1.5)$$

où  $\Delta \mathbf{X}_0$  est l'ajustement à apporter à la trajectoire désirée, dans l'espace cartésien,  $\mathbf{F}_a$  représente le vecteur des forces mesurées, exprimé lui aussi dans l'espace cartésien et  $\mathbf{K}_f$  est la matrice des gains en effort. La nouvelle trajectoire impose les couples aux actionneurs nécessaires au bon positionnement de l'effecteur et, de par la relation

$$\mathbf{F}_a = \mathbf{K}_e[\mathbf{X} - \mathbf{X}_m] \quad (1.6)$$

où  $\mathbf{K}_e$  est la matrice de raideur de l'environnement et  $[\mathbf{X} - \mathbf{X}_m]$  est le vecteur des différences entre le vecteur position de l'effecteur et la position de la surface de contact, à l'application d'une force adéquate. Le schéma de cette commande est démontré à la figure 1.2. Encore ici, le principal avantage de la commande par retour d'effort

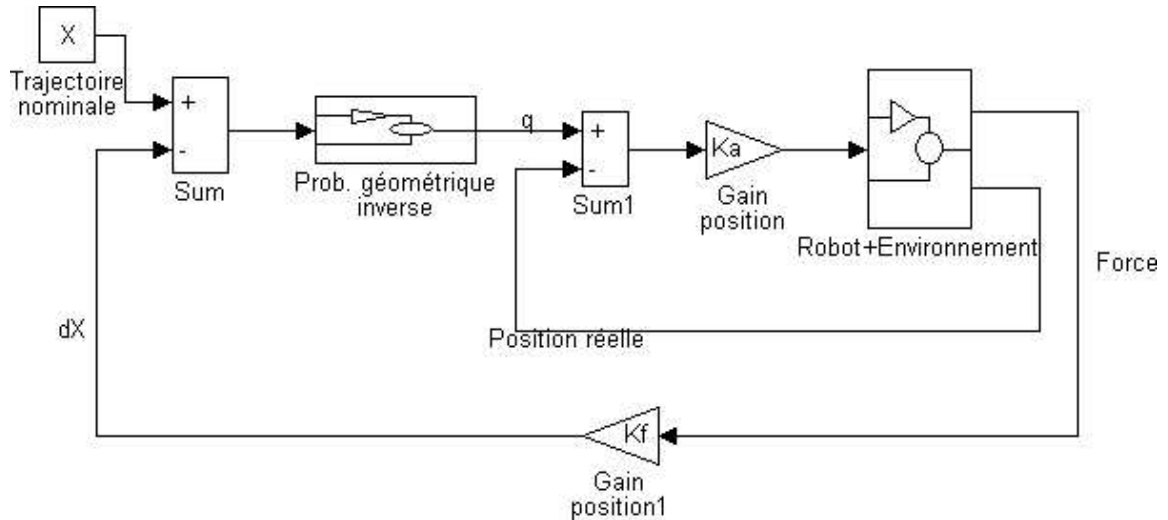


Figure 1.2: Schéma de commande par retour d'effort.

est sa simplicité d'implantation et sa rapidité d'exécution, ce qui permet de l'utiliser dans l'espace cartésien, espace où est définie la tâche. Elle comporte aussi certains désavantages tant au niveau de sa structure que de l'approche utilisée. La présence du problème géométrique inverse à résoudre dans la boucle d'asservissement amène les mêmes complications que celles décrites dans la section précédente avec, en plus, la nécessité de résoudre ce problème en temps réel. On doit faire attention à ce que le planificateur conserve la même solution tout au long de la trajectoire. On remarque aussi que la performance du système est directement reliée à celle du capteur de force; la présence de bruit vient fausser l'information, l'ajustement de la trajectoire s'en trouve affecté. Cet aspect de la commande par retour d'effort est particulièrement présent lors

de l'impact causé par le contact initial du robot avec l'environnement. Les parasites générés ainsi peuvent induire un cycle limite, faisant osciller le robot autour de son état stable de contact. Il fut aussi démontré que le choix adéquat des gains de la matrice  $\mathbf{K}_f$  requiert une bonne connaissance de  $\mathbf{K}_e$ , soit la matrice définissant l'environnement. La nature du produit entre ces deux matrices peut elle aussi amener des oscillations dans le système et causer un cycle limite (Dégoulange 1993). Ce schéma de commande perçoit le robot et son interaction avec l'environnement comme une suite de ressorts (robot-capteur-environnement) en contact les uns avec les autres. Cette approche est adéquate lorsque appliquée dans un environnement homogène et stable: suivi de contour, polissage... Toutefois, elle est très sensible aux changements et discontinuités de l'environnement, un peu comme une commande en position en face d'objets plus ou moins contraints non-inclus dans la planification de la trajectoire. Une rigoureuse connaissance de l'environnement dans lequel le système évolue est donc très importante lors de l'implantation de cette commande, ce qui vient limiter sa robustesse.

### 1.3 La commande hybride

Le schéma de la commande hybride présente une architecture de plus haut niveau que celles décrites aux sections précédentes. Elle opère principalement au niveau de l'organisation et de la hiérarchisation des deux types de commande, commandes en position et en force, au lieu de proposer une loi de commande spécifique. Cette approche est centrée autour de la description de tâches selon le formalisme de Mason (Raibert *et al.* 1981). Défini dans l'espace cartésien, le formalisme de Mason se propose de décrire les différentes composantes d'une tâche à accomplir en spécifiant les contraintes engendrées par ces dernières (Mason 1981). Les contraintes naturelles sont celles imposées par l'environnement lui-même: un mur perpendiculaire à l'axe des  $x$  impose les contraintes naturelles suivantes, lors du contact:

$$\begin{aligned} f_y &= f_z = 0 \\ \tau_x &= 0 \\ v_x &= 0 \end{aligned} \tag{1.7}$$

$$\omega_z = \omega_y = 0$$

Ces contraintes sont uniquement dues à la présence de l'objet dans l'espace. Elles ne sont pas arbitraires, et ne contiennent aucun aspect heuristique. La description de tâches selon le formalisme de Mason vise à spécifier la façon de contrôler chacun des degrés de libertés, soit en position ou en force. On doit donc compléter les contraintes naturelles par des consignes dites artificielles, consignes servant à l'établissement du vecteur des commandes. Dans le cas du mur ci-haut, les contraintes artificielles peuvent s'exprimer ainsi

$$\begin{aligned} v_y &= v_z = v_{gl} \\ \omega_x &= 0 \\ f_x &= f_{cont} \\ \tau_z &= \tau_y = 0 \end{aligned} \tag{1.8}$$

Cette description de tâche correspond à l'application d'une force d'interaction  $f_{cont}$

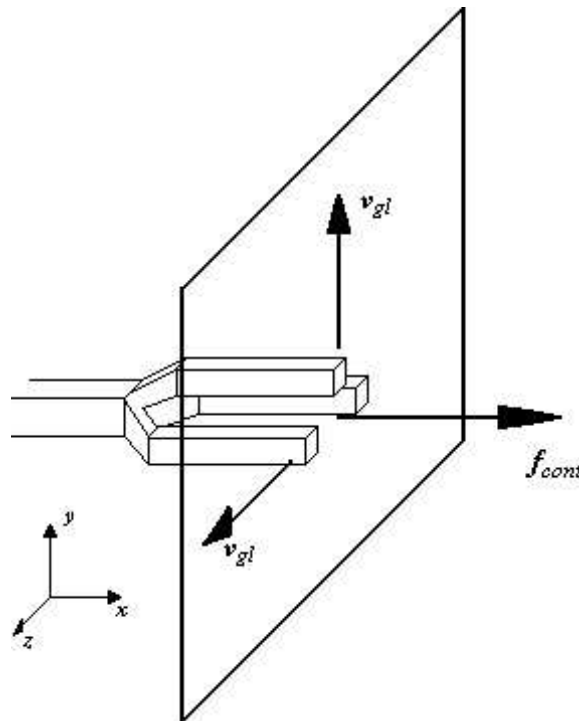


Figure 1.3: Contraintes naturelles et artificielles.

pendant un déplacement avec une vitesse de  $v_{gl}$  en  $y$  et en  $z$ . Notons ici que les valeurs

égales à zéro ne sont pas conséquence de l'environnement; il est physiquement possible pour le robot d'appliquer un couple non-nul en  $z$ , par exemple. Les contraintes artificielles ne font qu'utiliser les possibilités offertes par les contraintes naturelles afin de définir une tâche spécifique. En fait, le formalisme de Mason offre une classification des tâches à accomplir basée sur la nature de la transmission de puissance au port d'interaction, soit l'effecteur, dans un système de coordonnées cartésiennes. De plus, on choisit, selon chaque degré de liberté une variable de transmission de puissance à commander: soit vitesse(position) soit force. Cette particularité "discrète" du formalisme de Mason est à la base de la commande hybride. Elle permet de définir une matrice de sélection assignant à chaque degré de liberté soit une commande en position, soit une commande en force. Il faut donc utiliser deux lois de commande chacune agissant selon le ou les degrés de liberté spécifiés par les matrices de sélection. À tout moment, une seule loi de commande peut agir selon un degré de liberté donné. On définit à cet effet deux matrices de sélection,  $\mathbf{S}$  et  $\mathbf{S}'$ . On assigne une valeur de 1 aux termes diagonaux de la matrice  $\mathbf{S}$  correspondant aux degrés de liberté commandés en position et un valeur nulle aux degrés de libertés commandés en force. La matrice  $\mathbf{S}'$ , quand à elle, se voit assigner une valeur de 1 aux degrés de liberté commandés en force et une valeur nulle pour les degrés de liberté opérant en position. Par exemple, l'étape du contact décrite plus haut aurait les matrices de sélection

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{S}' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

L'architecture de la commande hybride est donc constituée d'une combinaison de deux architectures de commande, choisies par le concepteur; elle ne prescrit aucune loi au préalable, d'où l'aspect haut-niveau de cette approche. Elle ne fait que fournir une méthode de gestion des deux types fondamentaux de commande. Il faut donc, lors de la conception, implanter deux commandes complètes qui, à la limite, doivent pouvoir fonctionner indépendamment l'une de l'autre. En effet, le but de la commande hybride

est de fournir un comportement satisfaisant dans chaque degré de liberté cartésien, fut-il commandé en position ou en force. L'utilisateur n'aurait qu'à définir la tâche en employant la formalisme de Mason, sans avoir à reconsidérer la valeur des différents gains. Comme démontré par la figure 1.4, les matrices de sélection agissent sur les vecteurs d'erreur en position et en force. Chaque vecteur est complet en lui-même; on a donc à la base deux vecteurs à six dimensions qui, une fois les composantes d'intérêt sélectionnées, sont soumis à leur loi de commande respective. Chacune des lois de commande opère dans l'espace cartésien et impose donc une force qui, à l'aide de la transposée de la Jacobienne, est convertie en un vecteur de couples commandés. On additionne ensuite les commandes générées par les lois en position et en force dans l'espace articulaire, nous donnant un vecteur de commande net à six dimensions pour un manipulateur à 6 degrés de liberté (*ddl*). La commande hybride se veut une

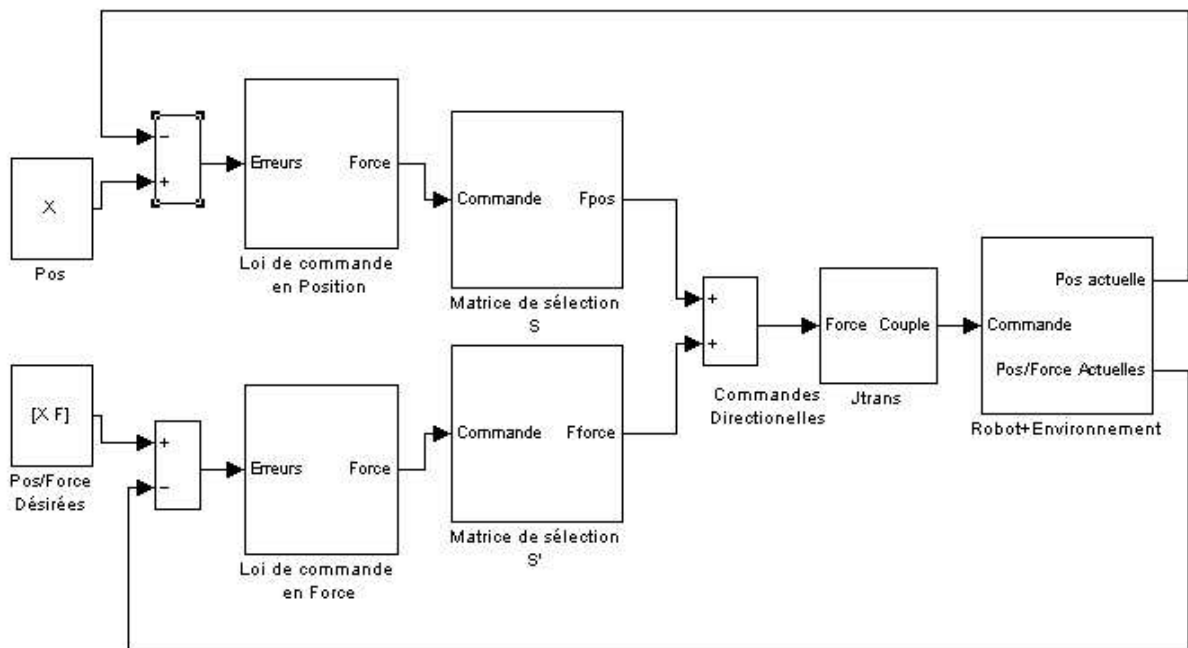


Figure 1.4: Schéma de commande hybride.

commande apportant un certain degré de versatilité au robot. En ayant la possibilité à tout moment de choisir entre deux types de commande, on augmente de beaucoup les capacités du robot, son comportement dynamique étant directement fonction des caractéristiques de ses boucles d'asservissement. On peut, par exemple, passer d'un comportement donnant une bonne performance en position à l'approche d'une surface à un comportement visant à effectuer un suivi de contour avec une force minimale, deux



tâches nécessitant un comportement dynamique complètement opposé. Les approches conceptuellement similaires à la commande par raideur active et par retour d'effort sont tout à fait adéquates pour des tâches répétitives. On ne peut toutefois espérer imposer une tâche différente au robot sans reconsidérer les gains du contrôleur, ce qui implique l'élaboration d'un nouveau design. En ayant deux lois de commande agissant simultanément, le schéma de la commande hybride amène l'interaction entre le robot et son environnement extérieur à un niveau plus élevé, donc plus fonctionnel du point de vue de l'utilisateur. Là où les techniques amenées plus haut demandent une reconsidération du système de commande à chaque nouvelle tâche, la commande hybride demande que l'on définisse cette nouvelle tâche selon un formalisme établi, venant ainsi faciliter le travail du concepteur.

Cette flexibilité potentielle se trouve toutefois restreinte par l'énorme diversité de comportement amené par les différentes façons qu'un manipulateur a d'interagir avec son environnement. Rien que du point de vue de la compliance, un robot effectuant un contact avec un objet contraint devra démontrer un comportement dynamique radicalement différent de celui requis pour que ce même robot puisse percer un trou dans ce même objet. Même si la commande hybride offre la possibilité d'un comportement en force pure selon tous les degrés de liberté, deux tâches en force peuvent s'effectuer dans le même degré de liberté et quand-même exiger une reconsidération des gains. De plus, la nécessité d'avoir une excellente connaissance de l'environnement est toujours présente. Bien que la présence de deux types complémentaires de commande selon chaque degré de liberté permet de faire face aux discontinuités de l'environnement comme la présence d'un objet dans l'espace de travail d'un robot, ces deux types de commande sont mutuellement exclusifs; à un instant donné et dans un degré de liberté donné, on doit choisir entre commande en position pure et commande en force pure. Ceci implique qu'on doit savoir à quel moment imposer les nouvelles contraintes naturelles venant modifier les matrices  $\mathbf{S}$  et  $\mathbf{S}'$  et, dans le cas amené plus haut d'un objet contraint, ce moment est précis et crucial. Le problème de discontinuité dans l'environnement se trouve donc projeté sur la nature discontinue (1 ou 0) des matrices de sélection. Une mauvaise connaissance de l'environnement vient compromettre bien des avantages amenés par la commande hybride, venant ainsi contrarier l'aspect flexibilité de cette philosophie de commande de haut-niveau.

## 1.4 L'espace opérationnel

La formulation de l'espace opérationnel (Khatib 1987) est présentée ici dans le but de démontrer les avantages que peuvent amener la définition d'un espace dans lequel le système de commande oeuvre en fonction de la tâche à effectuer. Comme la commande hybride, elle fournit une structure dans laquelle on implante une loi de commande, à priori arbitraire.

La plupart des architectures de commande en position et/ou en force sont définies soit dans l'espace articulaire, soit dans l'espace cartésien. Dans l'espace articulaire, on calcule le couple à appliquer à l'aide des équations dynamiques établies en fonction des angles aux articulations du robot ainsi que de leurs dérivées. La trajectoire, les gains, les boucles de retour doivent donc opérer dans l'espace articulaire, nous donnant une équation en boucle fermée ayant la forme suivante

$$\ddot{\mathbf{E}} + \mathbf{K}_v \dot{\mathbf{E}} + \mathbf{K}_p \mathbf{E} = \hat{\mathbf{M}}^{-1}[(\mathbf{M} - \hat{\mathbf{M}})\ddot{\mathbf{\Theta}} + (\mathbf{V} - \hat{\mathbf{V}}) + (\mathbf{G} - \hat{\mathbf{G}})] \quad (1.10)$$

où  $\ddot{\mathbf{E}}$ ,  $\dot{\mathbf{E}}$ ,  $\mathbf{E}$  sont les erreurs en accélérations articulaires, vitesses articulaires et positions articulaires respectivement,  $\mathbf{K}_v$  et  $\mathbf{K}_p$  sont les matrices des gains en vitesse et en position,  $\mathbf{M}$ ,  $\hat{\mathbf{M}}$  sont les matrices d'inertie, réelle et estimée par le système de commande. Enfin,  $\mathbf{V}$ ,  $\hat{\mathbf{V}}$ ,  $\mathbf{G}$ ,  $\hat{\mathbf{G}}$  sont les matrices associées aux termes quadratiques réelles et estimées. On remarque que si les matrices estimées par le système de commande sont égales aux matrices exactes, le terme de droite de l'équation devient zéro et les erreurs articulaires iront aussi à zéro. Cette situation est malheureusement trop idéale. Conceptuellement, les termes de droite ne représentent pas que les paramètres dynamiques du robot. La valeur de ces termes représente le degré de connaissance de la dynamique du robot ainsi que de son environnement. Dans le cas d'une commande en mouvement libre, l'environnement est caractérisé par les paramètres du milieu dans lequel le robot évolue. Lors d'interactions avec l'environnement, c'est-à-dire lors d'une commande en force, on doit inclure le modèle du robot et de l'environnement avec lequel il interagit (position des objets, frottement, nature de l'interaction...). Comme mentionné plus haut, certaines erreurs de modélisation de l'environnement peuvent avoir une influence très grande sur la stabilité et la performance en général du système. On doit donc définir les gains des matrices  $\mathbf{K}_v$  et  $\mathbf{K}_p$  de façon à procurer une grande robustesse au

système. Le système opérant dans l'espace articulaire, il devient assez ardu de définir ces gains, le concepteur ne pouvant formaliser le comportement dynamique désiré dans cet espace.

Ce problème est partiellement résolu si l'équation en boucle fermée est définie dans l'espace cartésien. Ici, les erreurs, les gains et la dynamique sont exprimées dans un repère de base cartésien

$$\ddot{\mathbf{E}}_x + \mathbf{K}_v \dot{\mathbf{E}}_x + \mathbf{K}_p \mathbf{E}_x = \hat{\mathbf{M}}_x^{-1}[(\mathbf{M}_x - \hat{\mathbf{M}}_x)\ddot{\mathbf{X}} + (\mathbf{V}_x - \hat{\mathbf{V}}_x) + (\mathbf{G}_x - \hat{\mathbf{G}}_x)] \quad (1.11)$$

Les termes sont les mêmes que l'équation précédente, l'indice  $x$  indiquant que ces termes sont maintenant exprimés par rapport à un vecteur de positions et d'orientations cartésiennes,  $\mathbf{X} = [x \ y \ z \ \alpha \ \beta \ \gamma]^T$ . Bien que le problème des paramètres non-modélisés n'est pas résolu, il est maintenant plus facile d'inclure ces paramètres et, par conséquent, de déterminer les gains assurant un certain degré de robustesse vu le système de coordonnées.

La formulation de l'espace opérationnel est une généralisation de ce principe (Khatib 1987). Le centre d'intérêt premier d'une commande robotique est le comportement dynamique du robot considéré du point de vue de son port d'interaction avec l'environnement, c'est à dire l'effecteur. On cherche à imposer une trajectoire et/ou une dynamique de façon à satisfaire l'exécution d'une tâche par l'effecteur. Il devient donc raisonnable de percevoir l'espace dans lequel le contrôleur devrait agir comme étant un espace défini par le comportement de l'effecteur, l'espace opérationnel. Le formalisme de Mason décrit les tâches à effectuer par l'effecteur, mais dans l'espace cartésien. L'espace opérationnel se propose de fournir une définition de tâches dans un repère fixé à l'effecteur, évoluant avec ce dernier. Tout comme la commande hybride, on établit des matrices de sélection visant à commander un degré de liberté de l'espace opérationnel soit en force, soit en position

$$\mathbf{\Sigma}_f = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Sigma}_\tau = \begin{bmatrix} \sigma_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\beta & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\gamma \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

On assigne la valeur 1 aux  $\sigma$  correspondant aux directions commandées en position/orientation et 0 aux directions commandées en force/moment. Les matrices complémentaires identifiant les directions opérationnelles commandées en force seront donc

$$\bar{\Sigma}_f = \mathbf{I} - \Sigma_f, \quad \bar{\Sigma}_\tau = \mathbf{I} - \Sigma_\tau \quad (1.13)$$

Comme l'algorithme de la commande hybride, on assemble ensuite les matrices de sélection pour les introduire dans la structure de commande au niveau du choix des contributions aux couples commandés selon deux lois de commande, une en position et l'autre en force. Il serait intéressant de pouvoir définir les lois de commande et les estimations des paramètres robot-environnement dans l'espace opérationnel. Fixé à l'effecteur, l'orientation des axes orthogonaux définissant cet espace change toutefois avec l'effecteur. Ceci implique qu'il faudrait recalculer les modèles dynamiques et les différentes matrices de gains, réorientant ces derniers en fonction de l'orientation de l'effecteur, tâche extrêmement lourde en temps de calcul venant ainsi compromettre l'implantation en temps réel du système. On doit donc définir un repère fixe dans lequel on exprime les diverses équations dynamiques et, au lieu, réorienter les matrices de sélection définies plus haut. On multiplie les tenseurs  $\bar{\Sigma}_f$ ,  $\bar{\Sigma}_\tau$ ,  $\Sigma_f$  et  $\Sigma_\tau$  par la matrice de rotation  $\mathcal{R}_0$  reliant les axes opérationnels  $x_f$ ,  $y_f$  et  $z_f$  aux axes inertiels  $x_0$ ,  $y_0$  et  $z_0$ . Les matrices de sélection en position et en force deviennent

$$\Omega = \begin{bmatrix} \mathcal{R}_0 \Sigma_f \mathcal{R}_0^T & 0 \\ 0 & \mathcal{R}_0 \Sigma_\tau \mathcal{R}_0^T \end{bmatrix}, \quad \bar{\Omega} = \begin{bmatrix} \mathcal{R}_0 \bar{\Sigma}_f \mathcal{R}_0^T & 0 \\ 0 & \mathcal{R}_0 \bar{\Sigma}_\tau \mathcal{R}_0^T \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

L'utilisation d'un repère inertiel cartésien est évidemment tout à fait approprié dans bien des cas mais non essentiel. On peut utiliser n'importe lequel repère pourvu que le nombre de coordonnées généralisées soit adéquat. Il est même possible, tout dépendant de la puissance de calcul dont on dispose, d'utiliser un repère non-inertiel et de trouver un compromis entre rotation des matrices de spécification et rotation des équations dynamiques.

La formulation de l'espace opérationnel vient encore augmenter le niveau de flexibilité du système de commande. La définition de tâches par rapport aux opérations effectuées par l'effecteur est plus intuitive et plus polyvalente que celle utilisée dans l'algorithme de la commande hybride. En utilisant un espace relié à l'effecteur, le

système est moins sujet aux erreurs de modélisation de l'environnement qu'en utilisant un espace inertiel, principalement lors de tâches nécessitant un haut degré de manipulabilité (assemblage, travail dans un environnement hostile, prothèses...) où la connaissance précise de la position et de l'orientation des objets est cruciale. De plus, un choix de l'espace dans lequel sont définies les équations en boucle fermée en fonction de la tâche vient faciliter la conception du système, étant donné qu'on peut orienter les degrés de liberté à commander selon les particularités de la tâche. Là où il est pratiquement impossible de se fier à une spécification de performance lors de l'établissement de gains dans l'espace articulaire, l'espace opérationnel permet la définition de degrés de liberté ayant différents comportements dynamiques. Par exemple, un suivi de contour nécessite une dynamique rigide dans la direction normale à la surface et une dynamique plus complaisante dans la direction tangente à la surface. En faisant concorder les axes de l'espace inertiel avec ces directions, il devient possible de définir les gains en fonction des comportements requis. De plus, l'espace opérationnel permet l'utilisation d'une méthode de stabilisation de manipulateurs redondants basée sur la minimisation de l'énergie cinétique, ainsi que le contrôle de manipulateurs dans le voisinage d'une singularité en éliminant le calcul de l'inverse de la matrice Jacobienne, problème classique de commande des manipulateurs (Nakamura 1985). En dépit de son niveau de flexibilité plus élevé, une structure de commande utilisant la formulation de l'espace opérationnel est toutefois sujette aux mêmes problèmes de discontinuité que ceux rencontrés par la commande hybride et ce à cause de la façon dont les matrices de sélection sont définies. Même si ces dernières sont définies dans un repère orthogonal fixé à l'effecteur, les degrés de liberté de ce repère ne peuvent être commandés qu'en position pure ou en force pure. Comme dans le cas de la commande hybride, un degré de liberté commandé en force qui devient soudain en mouvement libre est source d'instabilité et vice versa, peu importe si ce dernier est cartésien ou non.

## 1.5 Problèmes fondamentaux

Chaque philosophie de commande décrite dans les sections précédentes comporte des avantages et des inconvénients. Les inconvénients amenés plus haut ainsi que ceux

publiés en littérature, bien que se manifestant sous divers aspects selon chaque approche peuvent être attribués à des causes fondamentales précises. Ces problèmes fondamentaux sont à la base de la façon dont un système de commande robotique est perçu au niveau de ses fonctions premières et de la nature du lien qu'il crée entre le système mécanique et le "cerveau" du robot, soit l'utilisateur. Afin de dégager ces causes, résumons les problèmes inhérents aux philosophies de commande des sections 1.1, 1.2, 1.3 et 1.4.

#### 1. Raideur Active:

- Petites déviations de l'état stable entraînent d'énormes perturbations.
- Nécessite une grande robustesse.
- Présence de la cinématique inverse implique une planification de trajectoire judicieuse.
- Les gains définis dans l'espace articulaire compliquent la tâche du concepteur.

#### 2. Retour d'effort:

- Grande dépendance des informations du capteur de force.
- Doit opérer en milieu continu en force (Discontinuité  $\Rightarrow$  mouvement libre  $\Rightarrow$  boucle ouverte).
- Demande une excellente connaissance de l'environnement.
- Calcul de la cinématique inverse en temps réel.

#### 3. Commande hybride, espace opérationnel:

- Commandes en force et en position sont mutuellement exclusives dans un *ddl* donné. Stabilité affectée par les discontinuités amenées par le passage du mouvement libre à un mouvement contraint.
- Une grande variété de comportements du système commandé en force impose une reconsidération des gains à chaque nouvelle tâche.
- Flexibilité de haut niveau limitée par une mauvaise connaissance de l'environnement.

D'autres problèmes ayant principalement trait à la stabilité des différents systèmes sont discutés dans (An *et al.* 1987a), (An *et al.* 1987b), (Eppinger *et al.* 1987). On peut regrouper ces problèmes sous deux grandes classes. La première contient les problèmes ayant trait à la stabilité du système, au passage d'un type de commande à l'autre, à la nécessité de posséder une bonne connaissance de l'environnement et, par le fait même, une grande robustesse. La seconde classe comprend les problèmes de conception, établissement de gains, limitations de flexibilité, caractérisations de performance et planification de trajectoire.

### 1.5.1 Nature de la force dans le système de commande

La première classe de problèmes a comme cause commune la façon dont la force d'interaction entre le manipulateur et son environnement est perçue et traitée par le système de commande. En règle générale, le but d'une commande en force est d'imposer une force à l'effecteur comme état de stabilité et de traiter toute déviation de cet état comme une perturbation à rejeter. Pour bien illustrer ce point, prenons l'exemple particulier mais non-restrictif d'un contact avec une force minimale. Un vecteur de position  $\mathbf{X}_d$  est commandé au robot, vecteur correspondant à la position d'une surface telle qu'estimée par l'utilisateur. Toute erreur de positionnement du robot se traduit par une force d'interaction, force indésirée dans notre exemple. Cette force est donc perçue comme une perturbation à rejeter par le contrôleur, qui fournit un couple correctif visant à ajuster la position du robot. Le problème est que la quantité de travail échangée entre le robot et son environnement lors de l'application d'une force est beaucoup trop importante pour considérer cette dernière comme une perturbation par rapport au comportement imposé, un contact avec une force minimale dans notre exemple. Posons  $\mathbf{\Gamma}_k = \mathbf{\Gamma}_s$ , le vecteur de couples procurant un état stable au robot à l'instant  $t = t_k$ . Une erreur en force d'interaction suscitera un couple correctif,  $\mathbf{\Gamma}_e$ . La provenance de ce couple correctif est ici sans importance. Fut-il le résultat d'un ajustement de trajectoire ou directement fonction de la lecture d'un capteur de force, le module du couple correcteur sera le même. A l'instant  $t = t_{k+1}$ , donc, le nouveau couple commandé est  $\mathbf{\Gamma}_{k+1} = \mathbf{\Gamma}_s + \mathbf{\Gamma}_e$ . De par la nature de ses équations dynamiques, un robot est un système à basse bande passante. La quantité de puissance demandée aux actionneurs par le couple correctif est en général trop élevée pour

que le robot réagisse adéquatement, ce qui risque d’engendrer un cycle limite, voire une déstabilisation complète si les commandes viennent à exciter un mode vibratoire naturel du manipulateur.

On ne peut donc traiter la force d’interaction comme une perturbation non-modélisée à rejeter. Comme son nom l’indique, la force engendrée à l’effecteur provient du couplage, de l’interaction de ce dernier avec son environnement extérieur. Ce couplage vient profondément altérer le comportement dynamique du robot changeant la nature du système à asservir. Considérons un robot effectuant une trajectoire avec un outil “en main”. Si l’inertie apparente du point de vue de l’effecteur dans un degré de liberté donné du robot sans outil est  $m_r$  et que l’inertie de l’outil dans ce même degré de liberté est  $m_t$ , il serait ridicule de considérer cette nouvelle masse comme perturbation au robot en mouvement libre. Le système sera bien plus performant si l’inertie de l’outil est incluse dans les équations dynamiques de découplage. Le fait de définir l’inertie apparente du système couplé  $m_c = m_r + m_a$  correspond conceptuellement à tenir compte de l’effet de l’environnement sur la dynamique du robot. Au lieu de percevoir les effets de ce couplage comme des perturbations et de les chercher à les rejeter, on vise à commander le comportement dynamique du robot face à ces “perturbations”. Une intéressante classification possible des différentes tâches robotiques se base sur la quantité de travail échangée  $dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{X}$  entre le robot et l’environnement (Hogan 1985c). Cette classification est bornée par les deux cas extrêmes de mouvement libre ( $\mathbf{F} = 0$ ) et mouvement contraint ( $d\mathbf{X} = 0$ ). Toutes les tâches où il y a échange de travail (manipulation, ponçage, suivi de contour, ébavurage, etc.) se situent entre ces deux extrêmes. Plus la quantité de travail échangée est grande, plus on doit se préoccuper de la réponse dynamique du robot face à l’environnement dans la conception du système de commande. La conception linéaire classique qui voit un système de commande comme étant un régulateur d’état n’est pas applicable ici et toute approche impliquant cette conception est sujette aux problèmes énoncés plus haut.

### 1.5.2 Niveau d’opération du système de commande

La cause sous-jacente des problèmes appartenant à la deuxième classe est plus facile à identifier. Ces problèmes, principalement rencontrés au stade du design d’un système



de commande robotique proviennent du niveau auquel le système est conçu pour opérer. On peut définir ces niveaux d'opération comme le degré d'abstraction dans la perception du système par les agents extérieurs. Un système fonctionne à un niveau élevé quand son utilisation (et sa conception) se fait indépendamment des considérations physiques régissant ce système. Le terme "haut-niveau" est bien entendu relatif; il est impossible de complètement négliger les considérations physiques d'un système. À l'opposé, un système de bas niveau se préoccupera plus des considérations physiques régissant le comportement du système. Ce concept est bien illustré en informatique. L'utilisation d'un ordinateur se fait à plusieurs niveaux, tout dépendant de la raison pour laquelle il est utilisé. Un utilisateur se sert généralement d'un niveau élevé d'opération afin d'influencer le système à ses niveaux plus bas. Un langage de programmation possède des compilateurs ayant pour fonction de traduire les commandes d'un niveau à l'autre pour ultimement obtenir une suite d'instructions du plus bas niveau, soit le langage binaire. Un fait important à noter est que l'utilisateur percevant le système à un niveau élevé n'a pas besoin de connaître le fonctionnement du système à plus bas niveau; un chef cuisinier n'a pas besoin de notions en chimie organique pour réussir un gâteau.

Il en est de même pour la conception et l'utilisation d'un système de commande robotique. La figure 1.5 illustre l'analogie entre un système de commande robotique et un système informatique. Le design d'un système de commande en force est fait en fonction d'un comportement désiré. Ce comportement découle lui-même d'une tâche à accomplir, d'un échange de travail entre le robot et l'environnement. Le comportement désiré est déduit à partir d'une description de la tâche selon un formalisme plus ou moins rigoureux. Les différents paramètres de contrôle sont alors sélectionnés afin d'imposer le comportement désiré au robot. La grande variété de comportements requis dans le domaine de la commande en force fait qu'il n'existe pas de paramètres idéaux pour un système donné, et que leur valeur dépend de la tâche spécifique. Le lien entre les paramètres de commande et la définition de la tâche doit donc être le plus direct possible. En d'autres mots, le système de commande doit opérer à un niveau assez élevé pour que l'effet des paramètres agisse directement sur le comportement du robot tel que perçu par son environnement extérieur, cet environnement incluant le concepteur et/ou l'utilisateur du système. De plus, le concepteur fonctionnant à un certain niveau devrait minimiser l'action du contrôleur aux niveaux plus bas, diminuant ainsi la complexité associée aux passages d'un niveau à l'autre. La commande hybride et la formulation de

l'espace opérationnel sont de bons exemples de hiérarchisation de niveaux d'opération d'un contrôleur. La commande hybride impose les comportements désirés en position ou en force selon les tâches spécifiées à l'aide du formalisme de Mason. Ce formalisme étant défini dans l'espace cartésien, l'architecture de la commande hybride est telle que les gains agissent sur les degrés de liberté du robot dans l'espace cartésien, offrant ainsi une correspondance entre le choix des paramètres et la tâche à accomplir. Comparé à un niveau d'opération plus bas comme l'espace articulaire, l'interface créée entre l'humain et le système est plus polyvalente et plus facile d'utilisation. L'espace opérationnel vise à augmenter davantage le niveau d'opération en fournissant un formalisme selon lequel la description des tâches est plus efficace et plus pertinente que celui de la commande hybride en ciblant le comportement désiré comme étant celui de l'effecteur.

## 1.6 La commande par impédance

Un type de commande offrant une approche intéressante face aux problèmes mentionnés à la section 1.5 a été développé (Hogan 1985a), (Hogan 1985b), (Hogan 1985c). Appelée commande par impédance, elle base sa philosophie sur une unification des deux grands types de commande, position et force en une seule architecture utilisant une seule loi de commande. Le principe premier de la commande par impédance est qu'au lieu de commander position et force, elle commande une trajectoire ainsi que la façon dont le robot réagit aux déviations de cette trajectoire, sa réponse dynamique. À prime abord, il peut sembler étrange de vouloir modifier le comportement dynamique d'un système physique; il serait absurde de vouloir modifier les paramètres physiques du manipulateur et de ses actionneurs en fonction de la tâche. On peut toutefois le faire à un niveau plus élevé. En considérant le robot couplé au contrôleur comme un système physique, on formule le postulat suivant: Peu importe la nature d'un système physique, il ne peut apparaître aux yeux du reste de l'univers que comme un système physique. Ce postulat nous permet d'inférer que, du point de vue d'un observateur extérieur au système robot-contrôleur, l'action du contrôleur vient modifier la dynamique apparente du robot, nous permettant ainsi de définir une dynamique équivalente différente de celle imposée par les paramètres physiques du robot. Prenons, par exemple, un système masse-amortisseur comme celui de la figure 1.6 ainsi que son équation dynamique

$$m\ddot{x} + b\dot{x} = 0 \quad (1.15)$$

Considérons maintenant ce système équipé de capteurs en position, connecté à un système de commande avec gain proportionnel  $k$ , retournant une force fonction de la position de la masse par rapport à un point de référence  $x_0$ . L'équation en boucle fermée du système est maintenant

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + k(x - x_0) = 0 \quad (1.16)$$

ce qui correspond à l'équation en boucle ouverte d'un système masse-amortisseur-ressort avec une constante de rappel  $k$ . Peu importe la façon dont le contrôleur est conçu (physique, électrique analogue, numérique), on pourra toujours le représenter comme un système physique équivalent du point de vue de l'environnement extérieur.

Tout système, linéaire ou non, peut être représenté soit comme une admittance ou comme une impédance. Un système se comporte comme une admittance s'il produit une sortie en vitesse en réponse à une entrée en effort. Inversement, le système est une impédance s'il produit une sortie en effort en réponse à une entrée en vitesse. Si le système est linéaire, il est possible de le décrire dans le domaine de Laplace, et la fonction de transfert du système est attribuable à un des deux types. Pour une admittance,

$$V(s) = Y(s)F(s) \quad (1.17)$$

$$H_Y(s) = Y(s) = \frac{V(s)}{F(s)} \quad (1.18)$$

où  $V(s)$  est la sortie en vitesse,  $F(s)$  est l'entrée en effort,  $Y(s)$  représente l'admittance du système ou la fonction de transfert  $H_Y(s)$ . Pour une impédance,

$$F(s) = Z(s)V(s) \quad (1.19)$$

$$H_Z(s) = Z(s) = \frac{F(s)}{V(s)} \quad (1.20)$$

où  $Z(s)$  est l'impédance du système ou la fonction de transfert  $H_Z(s)$ . La fonction de transfert étant une fonction rationnelle qu'il est toujours possible d'inverser dans la

domaine de Laplace, on peut définir, pour un système linéaire, l'impédance comme étant la réciproque de l'admittance

$$Z(s) = \frac{1}{Y(s)} \quad (1.21)$$

Cette relation n'est toutefois pas applicable dans le cas d'un système non-linéaire. On doit faire un choix entre le traitement du système comme une admittance ou une impédance. Pour un système mécanique, la variable vitesse est la vitesse et la variable effort est la force. La question se pose, dans notre cas, si on doit considérer le robot comme une impédance ou une admittance. Lors de l'interaction de deux systèmes où il y a transmission de puissance, la variable de sortie de l'un est la variable d'entrée de l'autre. Si le robot est une admittance, l'environnement doit être une impédance et vice-versa. L'environnement étant constitué d'objets plus ou moins contraints en position, il pourra toujours recevoir des entrées en force, mais pas en vitesse. Il est toujours possible de pousser sur l'environnement, mais pas de le déplacer. Un système ayant comme entrée une variable effort étant une admittance, l'environnement doit être considéré comme tel, impliquant que le robot doit être une impédance.

### 1.6.1 Définition des impédances

On veut donc, en plus de commander la trajectoire du robot, commander son impédance et, par là même, les forces à l'effecteur engendrées par les déviations de cette trajectoire. Le principe est alors d'imposer une trajectoire désirée dite virtuelle et une impédance produisant une sortie en force tout dépendant des différences entre cette trajectoire virtuelle et la trajectoire réelle effectuée par le robot. La trajectoire imposée est appelée virtuelle car il n'est pas nécessaire qu'elle décrive une trajectoire réalisable. On peut très bien, par exemple, imposer une trajectoire virtuelle à l'intérieur d'un objet contraint. Le robot, essayant de suivre la trajectoire, rencontrera tôt ou tard la surface de l'objet et ne pourra atteindre la trajectoire spécifiée. La différence des deux trajectoires se traduira donc par une force appliquée à l'effecteur, force désirée et prévue en vertu d'une trajectoire planifiée en fonction de l'impédance particulière commandée. On doit maintenant définir la nature de l'impédance que le contrôleur imposera au robot. Cette impédance étant fonction des paramètres de la trajectoire virtuelle(position, vitesse,

accélération), on définit diverses composantes de l'impédance correspondant à l'ordre particulier de chaque paramètre de la trajectoire virtuelle.

#### 1.6.1.1 Ordre zéro: ressort généralisé

On désire à tout le moins pouvoir positionner une masse (ou appliquer une force) de manière stable dans l'espace, à un endroit donné. On définit donc une première impédance réagissant aux déviations de la trajectoire virtuelle en position. L'exemple le plus simple de ce type d'impédance est un ressort linéaire, dont l'expression constitutive est

$$F_{int} = k(x - x_0) \quad (1.22)$$

ici, l'impédance est la constante de rappel,  $k$ . À ce point, un fait très important doit être amené. Bien qu'une impédance linéaire est physiquement réalisable et appropriée dans bien des cas, on n'est nullement limité à utiliser une impédance linéaire. Ces impédances sont émulées par l'action du contrôleur sur le robot. Les contrôleurs d'aujourd'hui étant numériques, donc programmables, on peut très bien implanter une impédance non-linéaire, voire même discontinue. Notre premier terme d'impédance est donc une généralisation du ressort

$$\mathbf{F}_{int} = \mathbf{K}[\mathbf{X} - \mathbf{X}_0] \quad (1.23)$$

Le terme  $\mathbf{K}[\mathbf{X} - \mathbf{X}_0]$  doit être lu comme “ $\mathbf{K}$  fonction de” et non “ $\mathbf{K}$  multipliant”. Cette dernière interprétation correspond à implanter une matrice de gains diagonale, le traditionnel  $\mathbf{K}_p$ , ce qui est restrictif si on se réfère aux observations mentionnées ci-haut.

#### 1.6.1.2 Ordre un: Amortisseur généralisé

En plus de vouloir positionner une masse dans l'espace, il est raisonnable de penser qu'on doit pouvoir lui imposer une vitesse donnée et inclure un terme d'impédance agissant sur les différences en vitesse. Ce terme contribue à la dynamique du système

équivalent en amortissant sa réponse. L'exemple physique d'une telle impédance est bien entendu un amortisseur linéaire

$$F_{int} = B(\dot{x} - \dot{x}_0) \quad (1.24)$$

un raisonnement similaire à celui amené plus haut nous permet de définir le terme d'impédance dissipatif comme étant

$$\mathbf{F}_{int} = \mathbf{B}[\dot{\mathbf{X}} - \dot{\mathbf{X}}_0] \quad (1.25)$$

Encore ici, on n'est pas limité par une constante d'amortissement linéaire. On peut même aller jusqu'à combiner les termes visco-élastiques nous donnant une impédance dit non-inertielle de la forme

$$\mathbf{F}_{int} = \mathbf{F}[\dot{\mathbf{X}} - \dot{\mathbf{X}}_0, \mathbf{X} - \mathbf{X}_0] \quad (1.26)$$

### 1.6.1.3 Ordre deux: Inertie équivalente

Afin de complètement commander la dynamique du système équivalent robot-contrôleur, on doit aussi inclure un terme d'impédance retournant une force selon l'accélération de la trajectoire. Probablement la forme la plus intuitive d'impédance, elle correspond à donner une masse et une inertie au système. Ce type d'impédance est intéressant car il permet d'imposer une masse différente d'un degré de liberté de l'espace de commande à l'autre.

$$\mathbf{F}_{int} = \mathbf{M}_e \ddot{\mathbf{X}} \quad (1.27)$$

Bien que cette inertie apparente soit destinée à supplanter celle de bas-niveau du manipulateur, les valeurs des paramètres physiques du robot restent les mêmes; imposer une dynamique ne changera pas les inerties des membrures ou la puissance maximale fournie par les actionneurs. On doit donc faire un choix judicieux des paramètres d'inertie équivalents pour que la dynamique commandée soit physiquement réalisable par le robot. Une mauvaise considération de ces paramètres serait source d'instabilité au même titre que des gains inadéquats le sont pour un système linéaire classique.

### 1.6.2 Combinaison des impédances et loi de commande

Les différentes impédances ayant été définies, on doit maintenant les combiner ensemble dans le but d'obtenir une dynamique équivalente modulable complète. Le traitement de l'environnement extérieur comme une admittance a pour conséquence de nous permettre d'utiliser le principe de superposition lors de la combinaison et ce, même si les différentes impédances sont non-linéaires. La force d'interaction, sortie du robot constitue l'entrée du système qu'est l'environnement. Cette entrée équivaut à une source en vitesse. Une admittance ayant plusieurs de ces sources connectées en parallèle peut combiner ces sources selon la règle

$$F_{eq} = F_1 + F_2 + \dots + F_n \quad (1.28)$$

Dans notre cas, les sources d'entrée à l'environnement sont justement les effets des différentes impédances et de la trajectoire, agissant en parallèle sur l'environnement. On peut donc additionner ces impédances pour obtenir la source en effort équivalente qui n'est rien d'autre que la force d'interaction entre le robot et l'environnement

$$\mathbf{F}_{int} = \mathbf{M}_e \ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{B}[\dot{\mathbf{X}} - \dot{\mathbf{X}}_0] + \mathbf{K}[\mathbf{X} - \mathbf{X}_0] \quad (1.29)$$

Un fait important à noter est que cette superposition peut se faire dans n'importe quel espace, cartésien ou non, pourvu que toutes les impédances opèrent dans ce même espace.

La dynamique décrite par l'équation 1.29 constitue la dynamique cible, celle qu'on veut imposer à l'environnement. L'équation dynamique générale d'un manipulateur est

$$\mathbf{I}(\theta)\dot{\omega} + \mathbf{C}(\omega, \theta) + \mathbf{V}(\omega) + \mathbf{S}(\theta) = \mathbf{T}_{act} + \mathbf{T}_{int} \quad (1.30)$$

où  $\mathbf{I}(\theta)$  est la matrice d'inertie,  $\mathbf{C}(\omega, \theta)$  les termes centrifugaux et de coriolis,  $\mathbf{V}(\omega)$  les termes en vitesse et  $\mathbf{S}(\omega)$  les termes gravitationnels.  $\dot{\omega}$ ,  $\omega$  et  $\theta$  sont respectivement les accélérations angulaires, vitesses angulaires et angles aux articulations du manipulateur.  $\mathbf{T}_{act}$  sont les couples aux actionneurs assurant le mouvement du robot et  $\mathbf{T}_{int}$  est le vecteur des couples résultant de l'interaction du robot avec l'environnement. En

considérant le vecteur de commande comme une spécification de l'accélération désirée de l'effecteur, on utilise la relation suivante

$$\ddot{\mathbf{X}} = \mathbf{J}(\theta)\dot{\omega} + \dot{\mathbf{J}}(\theta)\omega \quad (1.31)$$

$$\dot{\omega} = \mathbf{J}^{-1}(\theta)[\ddot{\mathbf{X}} - \dot{\mathbf{J}}(\theta)\omega] \quad (1.32)$$

où  $\mathbf{J}(\theta)$  est la matrice jacobienne du manipulateur, décrite dans l'espace cartésien. On exprime aussi les termes de la trajectoire réelle en fonction des vitesses articulaires

$$\mathbf{B}[\dot{\mathbf{X}} - \dot{\mathbf{X}}_0] = \mathbf{B}[\mathbf{J}(\theta)\omega - \dot{\mathbf{X}}_0] \quad (1.33)$$

$$\mathbf{K}[\mathbf{X} - \mathbf{X}_0] = \mathbf{K}[\mathbf{L}(\theta) - \mathbf{X}_0] \quad (1.34)$$

Ici,  $\mathbf{L}(\theta)$  dénote les équations de la cinématique directe du robot. Enfin, on relie le vecteur de forces d'interaction aux couples d'interaction.

$$\mathbf{T}_{int} = \mathbf{J}(\theta)^T \mathbf{F}_{int} \quad (1.35)$$

En substituant l'équation (1.29) pour  $\ddot{\mathbf{X}}$  dans l'équation (1.32), pour ensuite substituer cette dernière dans (1.30), on obtient la loi de commande suivante, pour les couples aux actionneurs

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{act} = & \mathbf{I}(\theta)\mathbf{J}^{-1}(\theta)\mathbf{M}_e^{-1}[\mathbf{F}_{int} - \mathbf{B}[\mathbf{J}(\theta)\omega - \dot{\mathbf{X}}_0] - \mathbf{K}[\mathbf{L}(\theta) - \mathbf{X}_0] - \dot{\mathbf{J}}(\theta)\omega] + \\ & \mathbf{C}(\omega, \theta) + \mathbf{V}(\omega) + \mathbf{S}(\theta) - \mathbf{J}(\theta)^T \mathbf{F}_{int} \end{aligned} \quad (1.36)$$

Il est à noter que la loi de commande dérivée en (1.36) n'impose aucune restriction sur les paramètres de commande  $\mathbf{M}_e$ ,  $\mathbf{K}$  et  $\mathbf{B}$ . En imposant une dynamique cible, le contrôleur vient masquer la dynamique originale non-linéaire couplée du robot. Ce principe correspond aux techniques de découplage et linéarisation utilisés dans plusieurs stratégies de commande non-linéaires. De plus, la dynamique cible est programmable, ce qui permet au contrôleur de fonctionner à un niveau choisi par le concepteur comme étant le plus approprié face aux tâches à effectuer. Enfin, on remarque que le calcul des couples aux actionneurs n'implique pas la résolution du problème géométrique inverse (Hogan 1984a).



Figure 1.5: Analogie commande-informatique.

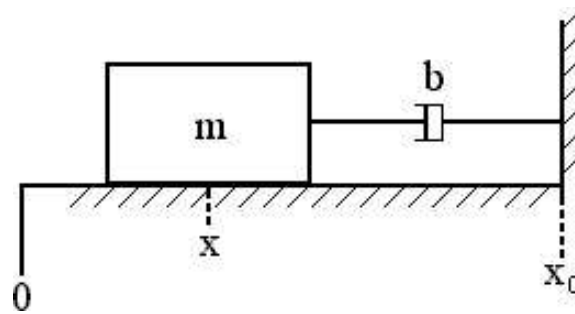


Figure 1.6: Système masse-amortisseur.

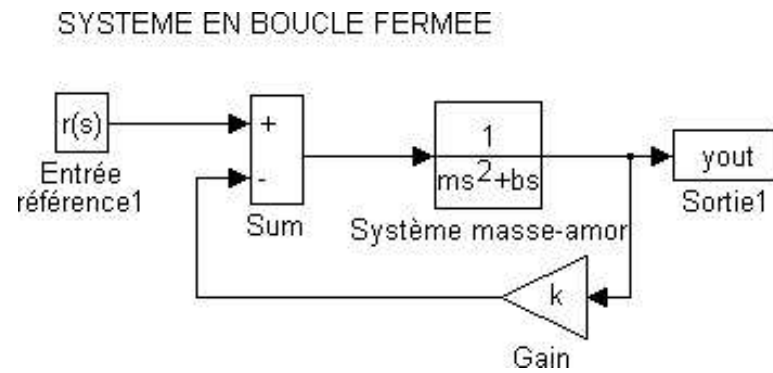


Figure 1.7: Schéma-bloc en boucle fermée.

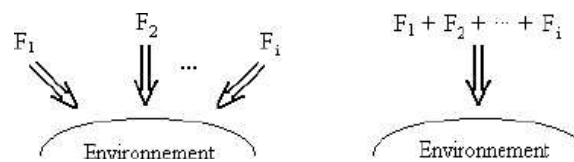


Figure 1.8: Addition des impédances.

# Chapitre 2

## Utilisation de la redondance dans le contexte de la commande par impédance

L'étape suivant le choix d'une loi de commande et, par conséquent, celui d'une architecture dans la conception d'un système de commande est la détermination des paramètres de commande assurant une bonne performance du système à asservir. Cette étape est traditionnellement une des plus ardues dans le design d'un tel système. Il est généralement facile de caractériser la performance d'un robot. Des critères tels que: stabilité, dépassement, amortissement, temps de stabilisation, établis dans le domaine de la commande linéaire sont aussi applicables et observables chez un système non-linéaire comme un robot. Le problème se situe au niveau de la relation entre ces

critères et les paramètres de commande. Il n'existe aucune technique de design non-linéaire correspondant aux approches linéaires de lieu d'Evans, placement de pôles et zéros, équations d'état etc. Le choix des divers gains est donc une tâche comportant un haut degré d'heuristique, le concepteur devant lui-même créer ses outils, pour ainsi dire. La commande en force amène des complexités additionnelles au niveau des discontinuités présentes dans l'environnement ainsi que du traitement des forces d'interaction. La commande par impédance offre un cadre intéressant d'opération quand à l'accommodation de ces complexités. En permettant au concepteur d'imposer une dynamique équivalente de haut niveau à l'effecteur, il est plus facile de déterminer les paramètres de commande qui peuvent être perçus comme les caractéristiques de la dynamique équivalente. Le sujet de ce chapitre est donc le choix d'une dynamique et la définition des différentes impédances à commander.

## 2.1 Critères menant au choix d'une dynamique

À ce stade ci, le choix d'une dynamique ressemble beaucoup au processus de conception d'un système mécanique physique. On doit définir des critères permettant de cerner le type de système. Ces critères, dans notre cas, doivent être établis non en fonction d'une tâche spécifique, mais de manière à englober le plus de situations possibles. On doit choisir une forme de dynamique la plus flexible possible, pour que seul le changement des paramètres de la dynamique suffise à couvrir un grand nombre de tâches diverses. Conséquemment ces critères de sélection seront très généraux et tiendront plus du domaine des considérations que des spécifications.

### 2.1.1 Dynamique proposée en littérature

La dynamique équivalente suggérée dans les publications (Hogan 1985b) ayant trait à la commande par impédance se base sur la simplicité d'implantation et d'utilisation. La plupart des tâches sont spécifiées par rapport à un repère non-inertiel ou par rapport à un point dans l'espace de travail qui n'est pas connu avec certitude. La dynamique proposée se veut une dynamique indépendante de l'orientation du repère dans lequel la tâche est spécifiée. Cette indépendance est traduite en une masse et inertie apparentes

constantes dans tous les degrés de liberté cartésiens, espace dans lequel cette dynamique est implantée. On a donc une matrice d'inertie équivalente

$$\mathbf{M}_e = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

En ayant la même masse et la même inertie dans toutes les directions, l'effecteur se comporte comme une sphère de densité et de dimensions uniformes. De plus, les matrices de raideur et d'amortissement sont découplées, nous donnant une dynamique similaire à celle d'un système masse-amortisseur-ressort et ce dans chaque degré de liberté cartésien. Avec une telle dynamique, l'algorithme de la commande par impédance ressemble beaucoup à celui de la commande par raideur active (Salisbury 1980), et perd un grand nombre de ses avantages particuliers. Il faut toutefois remarquer que l'approche dans le choix de la dynamique est complètement différente, se basant sur l'imposition d'un comportement du point de vue de l'environnement. En outre, c'est une forme de dynamique simplifiée, fournie à titre d'exemple le plus simple possible. Ce n'est ni la seule, ni l'idéale pour toute situation.

### 2.1.2 Considérations de base

Afin de déterminer les améliorations et, du même coup, l'augmentation de complexité à apporter à la forme simple de la section 2.1, on isole les différentes fonctions que la dynamique aura à satisfaire, ainsi que les caractéristiques de ces fonctions.

**Flexibilité et adaptabilité:** La première considération est probablement la plus importante dans la mesure où toutes les autres sont des conséquences de celle-ci. Le manipulateur doit pouvoir effectuer le plus grand éventail de tâches possible avec le moins de changements à sa structure possible. Comme mentionné plus haut, la commande en force diffère de la commande en position entre autres par le grand nombre

de façons différentes de solliciter le manipulateur. La dynamique équivalente doit permettre l'implantation d'un grand nombre de comportements dans le contrôleur. Il est évident que, d'une tâche à l'autre, on doit varier les paramètres d'impédance. Il est important toutefois qu'on n'ait à varier que ces paramètres, sans avoir à modifier la nature du système au niveau de la forme de sa dynamique. Si l'effecteur se comporte comme un système masse-amortisseur-ressort linéaire pour une tâche donnée il ne devrait pas se comporter autrement pour une autre tâche; changer les constantes de rappel et d'amortissement devrait suffire. Ceci assure qu'on travaille toujours avec le même système équivalent et que les réponses dynamiques commandées sont consistantes d'une situation à l'autre. La dynamique apparente du robot doit aussi être facilement adaptable en ligne. La commande d'impédance est une approche puissante et devrait trouver son application dans des domaines requérant la réalisation de plusieurs tâches séquentielles comme l'utilisation de prothèses, travaux élaborés en milieu hostile et d'autres domaines demandant l'utilisation du robot comme un système versatile. Le changement de comportement, donc d'impédance, doit être fait rapidement et de la manière la plus continue possible afin de ne pas induire de perturbations au système.

**Unification des performances en position et en force:** Une des implications majeures de la nécessité d'un haut degré de versatilité est que le système de commande doit pouvoir asservir le robot en position et en force dans un même degré de liberté. La réalisation de plusieurs tâches séquentielles amène inévitablement des périodes de mouvement libre et de contact avec différents objets. Certains contacts peuvent être imprévus si l'environnement est mal connu (terrains variés, collisions, évitement-contour d'obstacles...). Dans bien des cas, le robot peut avoir à démontrer un comportement adéquat à la fois en position et en force. Son comportement doit aussi pouvoir assurer une transition stable, c'est-à-dire un bon contact. Le contact d'un robot avec son environnement est un des aspects les plus complexes de la mécanique des interactions et fait l'objet de recherches considérables (Colgate *et al.* 1987), (Colgate *et al.* 1988), (Hogan 1993). Paradoxalement, il est souvent négligé dans le domaine de la commande des robots manipulateurs. Certains robots exhiberont de bons comportements en mouvement libre et une fois couplés à l'environnement, mais la discontinuité associée au contact demande une attention particulière. Comme démontré au chapitre précédent, elle est source d'instabilité car elle vient profondément modifier la dynamique du robot

en très peu de temps. Plus la surface de contact est rigide, plus le système risque d'être instable. Étant donné la connaissance toujours approximative du moment de contact, il faut agir avec précaution dans le voisinage de la discontinuité. Si le robot est commandé manière à avoir une bonne performance en position, c'est-à-dire une grande rigidité et inertie dans toutes les directions (incluant celle normale à la surface de contact), la vitesse d'approche doit être lente pour ne pas que le couplage soit trop brusque. À l'opposé, l'imposition d'une dynamique souple dans la direction d'approche donne une mauvaise performance en position et rend le manipulateur sujet aux perturbations provenant des nombreuses non-linéarités non modélisées, décrites plus loin. D'une manière ou d'une autre ces deux solutions compliquent la planification de tâche considérablement. La dynamique équivalente devrait faire le pont entre commande en position et en force non seulement en fournissant une performance satisfaisante dans les deux cas, mais aussi en assurant une transition stable au niveau du contact, point critique de la commande. La non-linéarité de la surface étant source inévitable d'instabilité, une solution à priori serait de réduire l'effet de cette dernière, de trouver une dynamique qui "assouplirait" le changement de comportement en dissipant une partie de l'énergie transmise de part et d'autre de l'interaction. Le problème ici n'est pas le changement de comportement proprement dit; c'est un changement de comportement drastique, trop rapide.

**Dynamique isotrope:** La dynamique équivalente du système robot-contrôleur est une dynamique purement fictive. Les seuls points physiques communs à la dynamique imposée et au robot réel sont les données des différents capteurs (trajectoire, force d'interaction). Même si le robot se comporte exactement comme le système équivalent, il n'en reste pas moins sujet à ses propres limitations. La dextérité, l'espace atteignable, les singularités sont tous des facteurs influençant la performance du robot. Bien qu'il soit impossible d'éliminer ces caractéristiques, il serait intéressant, au niveau de la dynamique équivalente, de pouvoir imposer la même réponse dynamique à une tâche peu importe où cette tâche est effectuée dans l'espace atteignable. Cette considération amène à l'imposition d'une dynamique dans un espace où cette dynamique sera la même par rapport à la tâche peu importe le lieu où cette tâche doit s'accomplir. Deux points importants sont ici amenés. Premièrement, la dynamique doit être la même *par rapport à la tâche*. Ceci implique que l'espace dans lequel le contrôleur opère doit

pouvoir s'orienter selon certaines directions d'intérêt du point de vue de la tâche. Si on prend l'exemple d'un suivi de contour, deux directions d'intérêt seraient les directions normales et tangentes à la surface. La figure 2.1 illustre la variation de l'espace-surface avec la position. En utilisant un repère ayant deux de ses axes concordant avec les

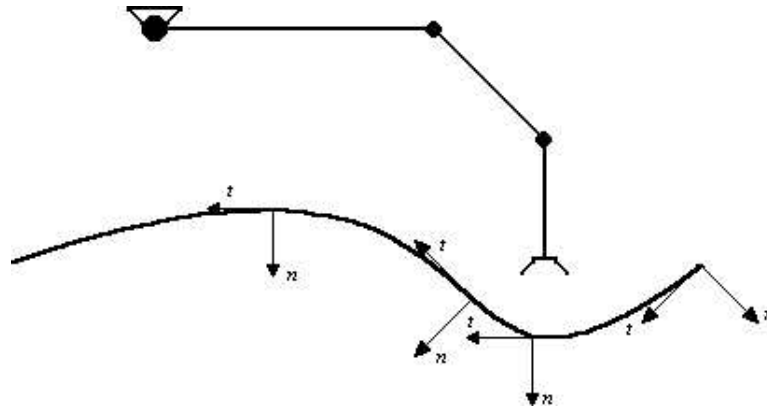


Figure 2.1: Repère-surface.

directions susmentionnées, il est plus facile de formaliser le type d'impédance requis pour la tâche soit un comportement dynamique particulier dans la direction normale et un autre dans la direction du suivi, tangente à la surface. Le deuxième point concerne la même dynamique apparente partout dans l'espace de travail. Il est évident que ce point est amené sous toute réserve; comme mentionné plus haut, l'imposition d'une dynamique équivalente ne change pas la localisation des singularités du robot et l'emplacement de l'objet à manipuler. La tâche doit s'effectuer dans une région où il est physiquement possible pour le robot d'accomplir cette tâche. La présence d'une certaine indépendance de la dynamique dans l'espace physique implique que le repère de travail ne doit pas être inertiel. Si l'origine du repère est un point fixe, la dynamique équivalente définie dans ce repère changerait avec la position de l'effecteur relatif à l'origine du repère. Ce dit repère doit donc être "flottant" se réorientant à mesure que la tâche évolue. L'espace suggéré en littérature est l'espace cartésien. Comme dans le cas de la commande hybride, l'utilisation du système dans l'espace cartésien est approprié dans bien des situations. C'est toutefois un repère inertiel, demandant une réorientation de la dynamique selon l'emplacement de l'objet. L'espace opérationnel est plus intéressant en vertu de son orientation variant avec l'effecteur. Si on veut définir la dynamique équivalente dans cet espace, par contre, on doit connaître l'orientation de l'effecteur par rapport aux directions d'intérêt de la tâche en tout temps. On est encore



confronté au problème de la connaissance de l'environnement. Ce problème est ici de gravité moindre que dans certaines autres de ses manifestations. En effet, une erreur d'orientation dans la dynamique sera en général moins dévastatrice qu'une erreur de positionnement peut l'être dans le contexte d'une commande par raideur active, par exemple. Ce problème est néanmoins à considérer dans le choix de l'espace dans lequel on définit la dynamique car il vient limiter la versatilité du système dans la mesure où on doit lui fournir des informations supplémentaires soit l'orientation des surfaces d'interaction qui, une fois comparées avec les données des capteurs, permet une orientation satisfaisante de la dynamique. Éliminer la nécessité de fournir ces informations serait un pas de plus vers une complète autonomie du robot.

**Robustesse face aux paramètres non modélisés:** On ne peut évidemment pas concevoir un système de commande sans se préoccuper de sa robustesse face aux perturbations causées par les paramètres physiques non modélisés. Même si la fonction d'un contrôleur robotique va au-delà d'un régulateur d'état (Hogan 1987), il doit fournir une bonne réponse face aux déviations entre les différentes modélisations et la réalité. En l'absence de techniques de design de commande non-linéaire, le concepteur doit définir ses propres méthodes d'établissement des paramètres de commande. Plus souvent qu'autrement, avec la capacité de calcul que les ordinateurs possèdent de nos jours, les techniques de design de systèmes de commande non-linéaires tournent autour de simulations et de formulation de problèmes d'optimisation. Inévitablement, une simulation amène la modélisation des différents aspects du problème. On doit modéliser le système qu'on cherche à asservir et l'environnement avec lequel il interagit. Dans notre cas spécifique, le système à asservir est le robot et l'objet auquel la tâche s'applique est l'environnement extérieur. Ces deux systèmes ainsi que leur interaction sont modélisés avec un degré de complexité suffisant afin d'assurer que les paramètres choisis en simulation donnent une performance satisfaisante dans la réalité. La différence de performance entre le système simulé et le système réel est causée par certains aspects de la réalité n'ayant pas été inclus ou ayant été simplifiés dans les modèles théoriques. Ces aspects non modélisés sont nombreux et souvent de nature hautement non-linéaire. Voici quelques exemples de ces paramètres non modélisés (An *et al.* 1987a), (Eppinger *et al.* 1987), (Townsend *et al.* 1987)

## 1. Robot

- Flexibilité aux membrures et articulations.
- Friction dynamique dans les articulations.
- Friction dynamique et statique dans les actionneurs.
- Jeu dans les engrenages (backlash).
- Saturation des actionneurs.
- Bruit provenant des capteurs.

## 2. Environnement

- Raideur des objets contraints.
- Termes dissipatifs (friction due au fini de l'objet, amortissement au contact...).
- Discontinuité au contact.
- Erreurs dans le positionnement/orientation des objets

L'effet de ces paramètres sur le système faisant encore l'objet de recherches et leur manifestation étant généralement aléatoire d'une situation à l'autre, on se fie sur la robustesse du contrôleur au lieu d'inclure des modèles de ces perturbations dans le processus de design. Le comportement du système face aux paramètres non modélisés est ensuite vérifié en introduisant une source d'erreur à différents endroits dans le système. Du point de vue de la dynamique équivalente, les termes d'impédance choisis devront permettre au robot un comportement stable en présence de variations par rapport aux conditions de simulation utilisées lors de la détermination de ces impédances. On doit aussi réaliser que, comparé au mouvement libre, l'interaction d'un manipulateur avec son environnement augmente de beaucoup le nombre de ces paramètres non modélisés. Il sera donc difficile d'obtenir une bonne précision au niveau de la force appliquée. Comme il sera élaboré plus bas, la stratégie adoptée dans le choix d'une dynamique équivalente ainsi que de ses paramètres d'impédance sera de sacrifier la précision du système face à un vecteur de référence en effort au profit d'une réponse dynamique satisfaisante au niveau de la stabilité, de la vitesse de réponse, etc.

### 2.1.3 Considérations biologiques

Le membre supérieur humain est assurément le manipulateur le plus perfectionné qui soit. Non seulement est-ce un système mécanique capable des opérations les plus élaborées et complexes, son utilisation est d'une facilité déconcertante. Comment se fait-il que, sans aucune connaissance consciente des caractéristiques physiques de notre bras ni des lois mathématiques régissant son comportement, l'on soit capable d'accomplir des tâches qui sont au stade de rêve pour les roboticiens? Comment se fait-il qu'avec un minimum d'informations au niveau conscient, nous pouvons opérer un manipulateur si complexe? Quels sont les éléments clés dans la géométrie et la dynamique du bras humain qui permettent une si grande versatilité et robustesse face à l'environnement? Comprendre la structure du système neuro-musculaire responsable du contrôle moteur peut donner des indices intéressants quand à l'implantation d'une commande robotique efficace. Utiliser les caractéristiques physiques du manipulateur de la même manière qu'un humain utilise son propre manipulateur ne peut qu'ouvrir des voies favorables à la réalisation d'un système manipulateur-contrôleur possédant de grandes facultés de flexibilité, de robustesse et d'adaptation. C'est sur ces prémisses que la présente recherche s'est largement inspirée du fonctionnement du bras humain dans l'élaboration du système de commande. Le niveau d'interaction entre l'humain conscient et le bras est à la base de l'aspect "haut-niveau" de la commande et une des caractéristiques fondamentales du membre supérieur, soit sa grande redondance, est la pierre angulaire du choix de la dynamique équivalente.

**Niveau d'utilisation:** Manifestement, si on utilise la définition de la section 1.5.2, l'humain interagit avec son bras à un très haut niveau. Lors de l'exécution de tâches, l'humain n'a aucune conscience de la valeur des couples effectifs aux articulations, ni des équations dynamiques de son bras. Le cerveau n'est pas une gigantesque banque de concepts et de formules appliquant telle ou telle équation pour planifier une trajectoire et commander les muscles adéquatement. Avec une simple image imprécise de l'environnement provenant des yeux, du sens du toucher, lui aussi quantitativement flou, et d'une vague consigne du genre "planter un clou" ou "écrire un mot", l'humain peut effectuer les plus élaborées des tâches. Cet aspect du contrôle moteur

laisserait sous-entendre que l'application d'une commande est plus que l'ajout de termes correctifs selon les informations de divers capteurs. On peut associer la hiérarchie conscient-inconscient aux différents degrés niveaux d'opération du contrôleur robotique. Les étapes du processus dont l'humain a conscience (données visuelles, tactiles, trajectoire...) seraient similaires aux commandes de haut-niveau, oeuvrant dans un espace approprié à la définition et à l'exécution d'une tâche dans l'environnement. Dans le cas de la commande par impédance, ce niveau correspond à celui où on impose la dynamique équivalente. Les étapes s'effectuant sans que l'humain en ait conscience (activation des muscles, configuration particulière du bras durant l'exécution de la tâche...) trouvent leur analogue robotique dans les diverses composantes ayant trait à la dynamique physique du manipulateur: linéarisation et découplage, calcul des couples aux actionneurs selon la loi de commande, changement de coordonnées. Peu importe la stratégie de commande adoptée par le système nerveux central, il est clair que ce dernier opère à un niveau plus bas que celui auquel l'esprit conscient supervise l'exécution de la tâche. Il est même fort probable que le système nerveux utilise une approche se rapprochant de la commande par impédance. Des recherches (Hogan 1985d), (Mussa-Ivaldi *et al.* 1985), (Shadmehr *et al.* 1993) ont démontré que le contrôle moteur du bras s'effectue en modulant l'impédance de ce dernier vis à vis l'environnement. En vue d'une tâche à accomplir, le système nerveux central imposerait une raideur apparente au bras et, en déplaçant son point d'équilibre pourrait effectuer un mouvement. Une autre analogie pour illustrer l'idée de l'utilisation de l'impédance dans le contrôle moteur est que le bras humain se comporterait comme une balle sur une surface constituée de vallées et de montagnes. L'inertie de la balle est son impédance en accélération, la friction sur la surface est l'amortissement et la surface elle-même définit un champ potentiel selon la position de la balle-bras. Les vallées correspondent aux points d'équilibre et les montagnes représentent des régions dans l'espace à contourner. En changeant la configuration de la surface, la balle se déplace d'un point d'équilibre à un autre selon son inertie et les caractéristiques du terrain. Ce point d'équilibre, dans le contexte de la commande par impédance est imposé par la trajectoire virtuelle. Si, toutefois, le système nerveux central utilise la modulation d'impédance afin d'imposer un comportement désiré au bras, quels sont les outils dont il dispose pour modifier l'impédance? Quel est l'équivalent biologique du changement des paramètres d'impédances de la dynamique équivalente?

**Redondance du bras humain:** Une des caractéristiques majeures du bras humain est sa grande redondance. On dit d'un manipulateur qu'il est redondant lorsqu'il comporte plus de degrés de liberté que le nombre requis pour effectuer une tâche donnée. Un manipulateur redondant est un système sous-déterminé au niveau géométrique, ce qui implique qu'il y a un nombre infini de solutions au problème géométrique inverse. En effet, étant donné le nombre de degrés de liberté excessif, il existe un nombre infini de configurations du manipulateur pour un point dans l'espace tel que spécifié par la tâche. Notons ici que la redondance d'un manipulateur est définie par rapport à une tâche; un manipulateur peut être redondant pour une tâche et ne pas l'être pour une autre. Par exemple, la soudure requiert 5 degrés de liberté et le positionnement d'un objet dans l'espace en nécessite 6. Un robot à 6 degrés de liberté sera donc redondant pour la première tâche et ne le sera pas pour la seconde. Le membre supérieur humain est redondant pour la plupart des tâches qu'il effectue. À partir de l'épaule, le bras comporte 7 degrés de liberté; 3 à l'épaule, 2 au coude et 2 au poignet. Si on inclut le dos et le bassin comme venant augmenter le nombre de postures possible pour une tâche, on obtient un manipulateur très redondant. La figure 2.2 démontre ce point. Les spécifications de la tâche ne suffisant pas à déterminer complètement la configu-



Figure 2.2: Redondance posturale de l'humain.

ration du robot, on impose une ou des conditions additionnelles à satisfaire en même temps. Ces tâches auxiliaires sont plus souvent exprimées sous forme de contraintes à satisfaire, une équation de minimisation ou une inéquation venant compléter le nombre

d'équations requis pour complètement décrire la géométrie du manipulateur. Un exemple de tâche auxiliaire serait l'évitement d'obstacles présents autour du robot pendant l'exécution d'une tâche principale d'assemblage. Se rendre à un point dans l'espace est un tâche redondante pour un robot à 6 degrés de liberté; il existe une infinité de trajectoires pour passer d'un point à un autre. En spécifiant la condition

$$\min(s) = \min[\sqrt{(P_x - x)^2 + (P_y - y)^2 + (P_z - z)^2}] \quad (2.2)$$

où  $P_x$ ,  $P_y$  et  $P_z$  sont les coordonnées cartésiennes du point à atteindre et  $x$ ,  $y$  et  $z$  sont les coordonnées cartésiennes de la position du robot, on vise à minimiser la distance entre le robot et le but en tout temps, ce qui restreint la trajectoire à une droite dans l'espace. Notons que le robot est encore redondant, aucune restriction sur l'orientation de l'organe terminal n'ayant été formulée. Par la même logique le bras, étant redondant par rapport à presque toutes les tâches, doit lui aussi satisfaire des tâches auxiliaires afin de pouvoir définir la posture à adopter. Dans le domaine des tâches sollicitant l'utilisation du bras, c'est-à-dire en excluant les tâches où seule la main est utilisée, une hypothèse faisant l'objet de nombreuses recherches (Hogan 1984a), (Lanman 1980), (Shadmehr *et al.* 1993) est que l'humain se sert de sa grande redondance afin de changer les divers paramètres d'impédance de la dynamique du bras telle que perçue au port d'interaction par l'environnement. On peut séparer la redondance du bras en deux classes distinctes. La redondance géométrique est la redondance provenant de la structure osseuse et ligamentaire du bras. C'est de cette redondance que vient la possibilité d'adopter diverses postures lors de l'exécution d'une tâche. La redondance musculaire provient du fait qu'il est possible d'utiliser certains muscles accomplissant la même fonction de façon à augmenter la raideur de cette articulation. En robotique, on parle de redondance d'actionnement. Le lecteur est ici référé à l'annexe B pour un exposé sur l'utilisation de la redondance pour la modulation de l'impédance comme stratégie de commande chez les systèmes biologiques. À la lumière des observations faites sur le système biologique humain, on peut conclure qu'il existe un bon nombre d'arguments en faveur de l'hypothèse que le système nerveux central utilise une forme de commande par impédance comme stratégie de contrôle moteur. On conclut aussi que la grande redondance du bras, géométrique et musculaire, est un élément dynamique crucial nécessaire au bon fonctionnement de ce dernier et qu'elle est une des causes principales de l'extraordinaire versatilité et efficacité du bras humain interagissant avec son

environnement. L'utilisation du concept de redondance dans la dynamique équivalente du robot s'impose d'elle-même.

## 2.2 Description de la dynamique équivalente

Il est rare qu'une tâche robotique requière l'utilisation de tous les degrés de liberté à un même niveau de précision. En ce sens, un robot à 6 degrés de liberté aura presque toujours un degré de liberté moins sollicité que les autres. Dans ces conditions, au lieu de spécifier un vecteur de commande en position complet,

$$\mathbf{X}_d = \left[ x_d \ y_d \ z_d \ \alpha_d \ \beta_d \ \gamma_d \right]^T \quad (2.3)$$

on peut ne spécifier que les composantes contraintes à ces valeurs par la description de la tâche et, au lieu de choisir des valeurs arbitraire pour les coordonnées redondantes, imposer une contrainte d'inégalité, définir une plage de valeurs acceptables pour la position/orientation du degré de liberté redondant. Par exemple, on pourrait avoir

$$\mathbf{X}_d = \left[ x_d \ y_d \ z_d \ \beta_d \ \gamma_d \right]^T \quad \alpha_{min} \leq \alpha_d \leq \alpha_{max} \quad (2.4)$$

où  $\alpha_{min}$  et  $\alpha_{max}$  sont les limites inférieures et supérieures de l'angle d'orientation  $\alpha$  permises par la tâche spécifique. On peut alors se servir de ce degré de liberté et, dans les limites imposées par la tâche, définir son comportement selon d'autres critères. La présente recherche se propose d'utiliser ce degré de liberté redondant et, dans le contexte de la commande par impédance, de lui imposer un comportement dynamique tel que son effet vienne supporter le comportement dynamique d'un ou des autres degrés de liberté lors de l'interaction avec l'environnement. Conceptuellement, la réponse dynamique du ddl redondant fait office de complément aux autres ddl face aux brusques changements de comportement amenés par la présence de perturbations et non-linéarités décrites dans la section précédente, lors de l'interaction du robot avec l'environnement. Ses paramètres d'impédance sont tels que les forces d'interaction provoquent une réponse plus favorable dans les ddl responsables de l'exécution de la tâche. En un sens, on sacrifie un degré de liberté au profit du comportement adéquat des autres ddl, jugés plus importants. Cette brève description contient un élément nous indiquant que la dynamique équivalente décrite dans la littérature et amenée à la section 2.1.1 ne peut

être utilisée pour ce genre d'application. En effet, le comportement dynamique de la redondance doit appuyer la dynamique des autres degrés de liberté lors d'interaction. Ceci implique qu'il doit y avoir un couplage entre les équations dynamiques régissant le comportement du ddl redondant et celles du ou des autres ddl d'intérêt. Considérons pour fins de simplicité un robot à 3ddl agissant dans le plan  $x$ - $y$ . Les équations dynamiques du système physique équivalent proposé en littérature pour ce système à 3ddl oeuvrant dans l'espace cartésien sont

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ \tau_\phi \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_x & 0 & 0 \\ 0 & b_y & 0 \\ 0 & 0 & b_\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} - \dot{x}_0 \\ \dot{y} - \dot{y}_0 \\ \dot{\phi} - \dot{\phi}_0 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ \phi - \phi_0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.5)$$

où  $[x \ y \ \phi]^T$  est le vecteur des positions et orientation cartésiennes réelles du manipulateur donné par les capteurs et  $[x_0 \ y_0 \ \phi_0]^T$  est le vecteur de positions et orientation cartésiennes désirées, c'est-à-dire la trajectoire virtuelle.  $[f_x \ f_y \ \tau_\phi]^T$  représente le vecteur de forces d'interaction à l'effecteur. Comme mentionné plus haut, cette dynamique impose au robot le comportement d'un système linéaire masse-amortisseur-ressort dans chaque degré de liberté. Pour les directions en position, le système physique équivalent est représenté par la figure 2.3. La position de la masse correspond à la po-

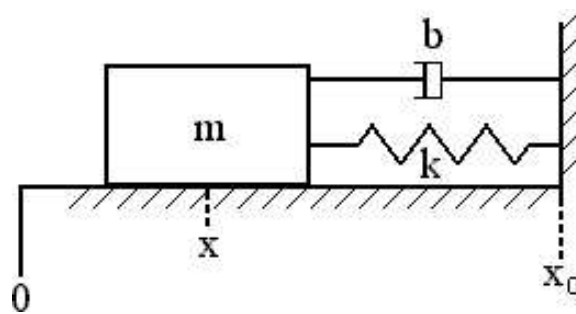


Figure 2.3: Système masse-amortisseur-ressort linéaire.

sition de l'effecteur du robot dans la direction cartésienne  $x$  ou  $y$ . Pour le degré de liberté en orientation, l'effecteur se comporte comme le système de la figure 2.4 Ce degré de liberté étant en orientation pure, le centre de masse est localisé au pivot. Les constantes de raideur et d'amortissement en torsion trouvent leur équivalent physique



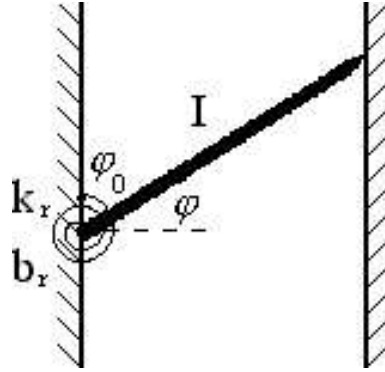


Figure 2.4: Système masse-amortisseur-ressort rotationnel.

dans la présence d'un ressort et d'un amortisseur torsionnels, eux aussi localisés au pivot. Les comportements dynamiques du système sont complètement indépendants d'un degré de liberté à l'autre. L'action du robot dans un ddl n'a aucune influence sur le comportement dynamique des autres ddl, d'où la nature diagonale des matrices d'impédance  $\mathbf{M}_e$ ,  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{K}$ . Physiquement, ce découplage total est illustré par les systèmes des figures 2.3 et 2.4 étant reliés par leurs ressorts et amortisseurs respectifs à une référence dynamique inertielle, indiquant par là qu'il n'y a aucun échange de travail entre les divers ddl. Comme mentionné plus haut, la dynamique du degré de liberté redondant doit être couplée aux autres ddl. On obtient ce couplage en concevant un nouveau système physique équivalent où la barre de torsion représentant la dynamique du robot en orientation est reliée à la masse de la figure 2.3 à son point de pivot. La dynamique redondante aura ainsi une composante agissant dans la direction cartésienne choisie. Reprenons l'exemple du robot effectuant un contact avec une surface. On simplifie cet exemple en considérant le comportement du robot dans un ddl, soit celui perpendiculaire à la surface de contact. En imposant la dynamique redondante, le robot se comportera comme le système physique de la figure 2.5, dans ce degré de liberté. Le couplage est maintenant évident. Notons que, pour ce problème unidimensionnel, la présence du ddl redondant nous donne un système physique équivalent possédant 2 ddl,  $x$  la position de l'effecteur dans la direction normale à la surface et  $\phi$ , l'orientation de l'effecteur. La position et l'orientation de l'effecteur sont maintenant la position et l'orientation du bout de la tige. Le manipulateur s'approche de la surface en mouvement libre. Le comportement du robot normal à la surface est régi principalement par les paramètres d'impédance de la masse,  $m_n$ ,  $b_n$  et  $k_n$ . Au moment du contact et avec

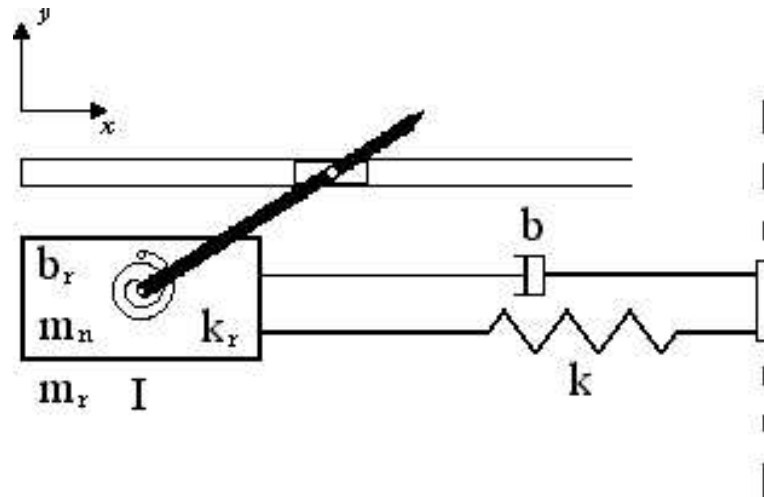


Figure 2.5: Système équivalent redondant.

une impédance adéquate, la force d'interaction au bout de la tige agit sur la dynamique redondante, ce qui fait “plier” et osciller le manipulateur dans l'axe redondant  $\phi$ . Le manipulateur peut donc dissiper l'énergie transmise lors du contact, via l'amortisseur torsionnel  $b_r$ . La présence de la redondance permet au manipulateur de se stabiliser tout en restant en contact avec la surface. Ce comportement redondant peut aussi être effectif en présence de caractéristiques de l'environnement non modélisées. En rendant la redondance sensible à ces perturbations, on tend à minimiser ses effets sur la dynamique dans les directions plus cruciales. Par exemple, un manipulateur effectuant un suivi de contour en deux dimensions se comporterait comme le système physique de la figure 2.6. Notre système redondant possède maintenant 3 ddl, soit la direction normale à la surface, la direction tangente à la surface, direction du suivi et le ddl en orientation, redondant. Avec un tel système, la dynamique redondante vient affecter les deux directions, leur fournissant un degré de robustesse additionnelle. Les perturbations dues à une connaissance imparfaite de l'environnement dans les deux directions (erreurs de positionnement, friction,...) agiront sur la redondance faisant encore plier le manipulateur, mais ayant moins d'effet sur la performance du robot dans les directions normale et tangente, les deux degrés de liberté responsables de la bonne manoeuvre de la tâche. Notons que le comportement de l'effecteur redondant n'est pas limité à celui du système de la figure 2.6. La dynamique équivalente étant programmée, on peut tout aussi bien choisir d'imposer une dynamique redondante dans la direction normale et une dynamique linéaire dans la direction tangente, ou même deux dynamiques redondantes

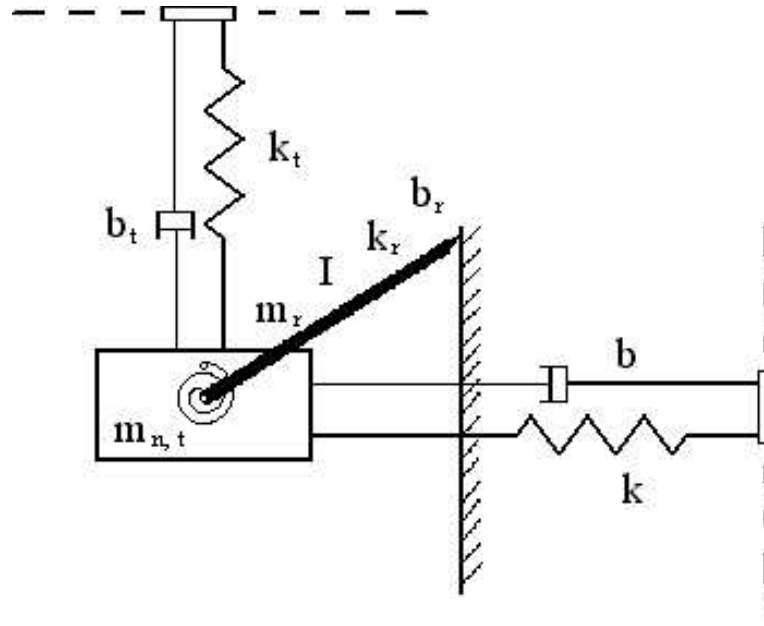


Figure 2.6: Système équivalent redondant en 2-dimensions.

possédant des paramètres d'impédance différents. Rappelons aussi que les constantes de raideur et d'amortissement du système équivalent peuvent avoir n'importe quelle forme, pourvu qu'il existe une relation intégrable entre force et position/vitesse.

# Chapitre 3

## Méthode de travail et outils utilisés pour la définition des paramètres de commande

La forme de la dynamique équivalente étant définie, on doit maintenant attribuer les valeurs aux paramètres d'impédance du système. Cette étape correspond en commande linéaire à l'application de techniques permettant de trouver la valeurs des gains du système. Un robot agissant dans un espace de travail typiquement trop grand pour trouver un état autour duquel le linéariser, d'autres méthodes doivent être utilisées afin de déterminer l'impédance du système. Heureusement, la puissance de calcul considérable développée par les ordinateurs de nos jours nous permet de définir nos propres critères de design et de vérifier les performances du système en simulation. La simulation comporte aussi l'avantage de pouvoir effectuer des essais sans avoir à implanter

tout le contrôleur sur un robot physique et risquer d'endommager un équipement coûteux. Naturellement, le degré de réalisme d'une simulation est proportionnel à la complexité des modèles; on doit donc porter une attention particulière à ce que la simulation soit assez complète pour être représentative du monde physique. D'un autre côté, il est inutile de chercher à inclure toutes les caractéristiques physiques des différentes composantes de la simulation. La robustesse du système de commande doit être vérifiée à l'aide de perturbations obéissant plus au hasard qu'à un modèle de non-linéarité compliqué. C'est dans cette optique que la présente recherche vérifie la performance du robot dans des situations simples à simuler, sans toutefois que ces dernières soient des tâches faciles à exécuter. Dans ce chapitre, les diverses composantes des simulations sont exposées et les deux tâches utilisées pour évaluer la performance du robot redondant en fonction de ses paramètres d'impédance sont définies.

### 3.1 Spécification des tâches

Comme mentionné dans l'introduction, les tâches pour lesquelles les paramètres d'impédance sont établis sont des tâches simples, faciles à modéliser. Ce sont des tâches générales, interactions typiques d'un robot avec son environnement. Il est très difficile de modéliser correctement la partie "environnement extérieur" d'un système simulé. Plus cet environnement est complexe, moins ses effets sur le système sont prévisibles et plus les différences entre le modèle et la réalité risquent d'être grandes, donc moins réaliste est la simulation. En choisissant un environnement simple à la base, on risque moins d'omettre des facteurs qui pourraient s'avérer être déterminants dans le comportement du système. Même si ces tâches sont faciles à modéliser, elles n'en sont pas moins exigeantes de la part du manipulateur. Les deux tâches considérées dans cette étude sont des problèmes classiques de commande en force et, plus généralement, d'interaction de systèmes physiques. En fait, ces deux cas sont des scénarios extrêmes de commande en force. Qui plus est, ce sont des tâches très souvent rencontrées lorsque le robot effectue une série d'opérations. Une structure étant aussi forte que son maillon le plus faible, un système de commande capable d'effectuer ces tâches avec succès possède déjà plusieurs atouts en main.

### 3.1.1 Contact en 1 dimension

La première tâche consiste à faire effectuer au robot un contact avec une surface contrainte. La surface est considérée comme rigide et perpendiculaire à la direction d'approche de l'effecteur. On commande une trajectoire virtuelle au manipulateur de façon à ce que ce dernier effectue une certaine distance en mouvement libre avant d'entrer en contact avec la surface et de se stabiliser en appliquant une force prescrite. La trajectoire virtuelle a la forme d'une entrée en échelon, de la position initiale à la

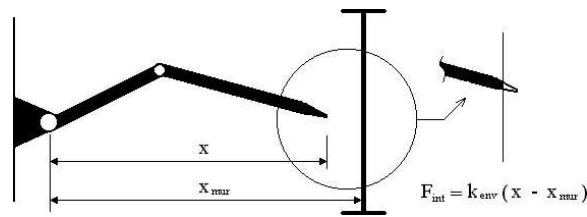


Figure 3.1: Robot en contact.

position finale. Une entrée en échelon est une trajectoire de base, typiquement exigeante au niveau dynamique pour le manipulateur. Bien que ce type de trajectoire ne soit pas très réaliste, elle est utilisée comme point de départ. Une fois les impédances définies, l'effet de trajectoires mieux planifiées sera inclus. Cet exemple sert à observer le comportement du robot selon un degré de liberté isolé. On impose évidemment la dynamique redondante à l'effecteur dans ce degré de liberté. Comme mentionné à la section 2.2, le degré de liberté redondant peut affecter la performance du robot en mouvement libre. La présence d'une trajectoire d'approche permet l'observation du système en mouvement libre et en contact dans le même degré de liberté, nous donnant ainsi l'occasion de vérifier la performance du robot en position et en force sans changer l'impédance. On pourra donc observer l'action du ddl redondant en mouvement libre et modifier son comportement au besoin. Un autre aspect important présent dans cet exemple est que le passage du mouvement libre au mouvement contraint implique un impact au moment du contact. Cet impact est une étape cruciale de la tâche, grande source d'instabilité. Le comportement du robot au moment de l'impact permet d'observer certaines caractéristiques de performance bien connues comme le temps de stabilisation et le dépassement. La force à l'impact ainsi que les efforts aux actionneurs sont aussi des critères d'intérêt. Enfin, des erreurs de positionnement de la surface sont une source de perturbations ayant un effet considérable sur la stabilité du système.

Le comportement du robot en présence de ces perturbations est un bon indice de la robustesse globale du système.

### 3.1.2 Suivi de contour en 2 dimensions

La deuxième tâche est une extension de la précédente. Le robot doit effectuer une trajectoire en gardant un contact sur une surface. Encore ici, la surface est rigide et contrainte. Située dans l'espace de travail, elle a la forme d'un arc et s'étend sur une bonne distance dans un espace cartésien à deux dimensions. Ce suivi de contour, illustré à la figure 3.2 est donc un problème nécessitant la définition d'une dynamique équivalente dans deux degrés de liberté. Comme dans la tâche en 1 dimension, la dynamique redondante est implantée dans la direction perpendiculaire à la surface. En plus, on impose à l'effecteur une dynamique semblable au système masse-amortisseur-ressort de la figure 2.3 dans la direction tangente à la surface, direction dans laquelle le robot se déplace. Le robot doit effectuer son suivi en appliquant une force d'interaction constante. L'extension de l'exemple à 2 dimensions permet la démonstration de certains

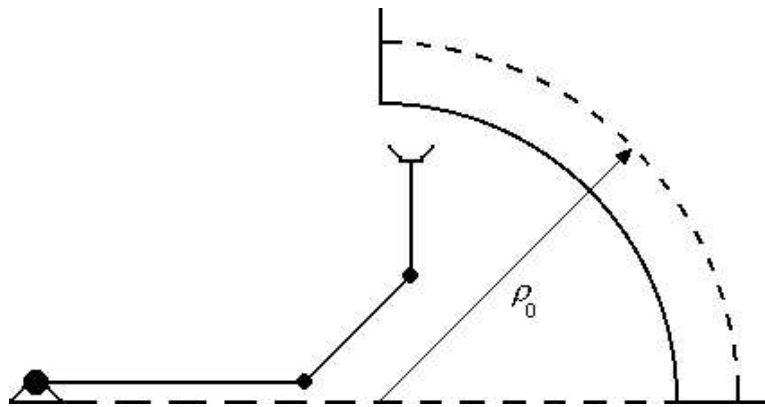


Figure 3.2: Suivi de contour et trajectoire virtuelle en 2 dimensions.

aspects de la commande qu'il est impossible d'illustrer en 1 dimension. En premier lieu, l'évolution du robot dans son espace de travail nous amène à considérer l'implantation d'une dynamique isotrope et, conséquemment, de l'opération du contrôleur dans un espace perpendiculaire et tangent à la surface. L'orientation de la surface changeant à mesure que la tâche progresse, il faut effectuer une rotation des directions selon lesquelles la dynamique équivalente est définie afin que cette dernière soit toujours selon des directions tangentes et normales à la surface. L'effecteur doit aussi démontrer

un comportement similaire aux dynamiques équivalentes peu importe où le robot est situé dans son espace de travail; le suivi de contour permet d'observer la relation entre dynamique équivalente et configuration du manipulateur. Un second aspect est celui du suivi de signal. Des facteurs tels que la friction sur la surface et les erreurs en position et orientation de la surface vont affecter la trajectoire. Cet exemple nous permet d'observer la capacité qu'a le manipulateur de suivre une trajectoire prescrite dans un environnement contraint. Comme dans la tâche précédente, le degré de liberté redondant affectera aussi la trajectoire, mais cette fois-ci, de façon positive si son comportement dynamique est adéquat. En effet, on se fie à la redondance pour compenser les erreurs de trajectoire dues à une mauvaise modélisation de l'environnement. Le troisième aspect concerne la flexibilité du robot. Les impédances requises pour cette tâche peuvent être comparées à celles définies pour la tâche de contact. Les deux tâches requièrent des comportements différents; l'impact demande un grande complaisance de la part de la redondance et le suivi de contour nécessite un comportement plus rigide. Il serait intéressant de comparer les impédances, de voir si ces dernières diffèrent de beaucoup et s'il existe une impédance générale capable d'effectuer plusieurs tâches de façon satisfaisante. Il est aussi possible de combiner les deux tâches et de les exécuter en série comme faisant partie d'une opération approche-contact-suivi, de manière à évaluer la capacité d'adaptation du système et les changements d'impédance en ligne. Enfin, cet exemple permet l'étude de changements dans la trajectoire virtuelle sur la dynamique de l'effecteur. Comme exposé dans la section 1.6.1.1, les impédances ne sont pas obligatoirement linéaires, ce qui fait qu'une modification de la trajectoire virtuelle en position et en vitesse peut aussi modifier le comportement dynamique imposé.

## 3.2 Structure générale des simulations

Dans cette recherche, deux systèmes ont été simulés, chacun ayant son rôle propre dans l'établissement des paramètres d'impédance. Tous les systèmes ont été modélisés et simulés à l'aide du logiciel SIMULINK. S'intégrant au programme MATLAB, SIMULINK est un environnement créé pour la modélisation, la simulation et l'analyse de divers systèmes dynamiques. Ces systèmes sont modélisés à l'aide d'une interface



graphique basée sur la représentation des composantes du système par des blocs interconnectés. L'information (positions, vitesses, commandes...) est échangée par ces connexions sous forme scalaire ou vectorielle. En tout point dans le système, l'information peut être visualisée à l'aide d'“oscilloscopes virtuels” opérant en temps de simulation réel. Il est aussi possible de traiter les diverses variables après simulation directement dans MATLAB. On présente ici une version schématisée de ces deux systèmes, sous forme de schémas-blocs. Les fichiers-source complets des simulations sont évidemment disponibles sur demande.

### 3.2.1 Système redondant

La notion de dynamique équivalente nous permet d'étudier le système physique de la figure 2.5 indépendamment d'un système robot-contrôleur se servant de la loi de commande décrite par l'équation (1.36). En effet, en admettant une description exacte des termes de la dynamique du manipulateur de l'équation (1.30), soit  $\mathbf{I}(\theta)$ ,  $\mathbf{C}(\omega, \theta)$ ,  $\mathbf{V}(\omega)$  et  $\mathbf{S}(\theta)$ , un robot asservi avec la commande par impédance exhibera le même comportement à l'effecteur qu'un système physique dont le comportement dynamique est régi par les impédances  $\mathbf{M}_e$ ,  $\mathbf{K}[\mathbf{X} - \mathbf{X}_0]$  et  $\mathbf{B}[\dot{\mathbf{X}} - \dot{\mathbf{X}}_0]$ . Cette hypothèse étant raisonnable pour fins de conception, il est possible d'étudier le comportement du système physique équivalent indépendamment du fait qu'il provient d'un robot connecté à un système de commande. Notre premier système est donc une modélisation dynamique du système redondant équivalent proposé à la section 2.2. Sa structure générale se présente par la figure 3.3. Ce système est utilisé pour la détermination des paramètres d'impédance du

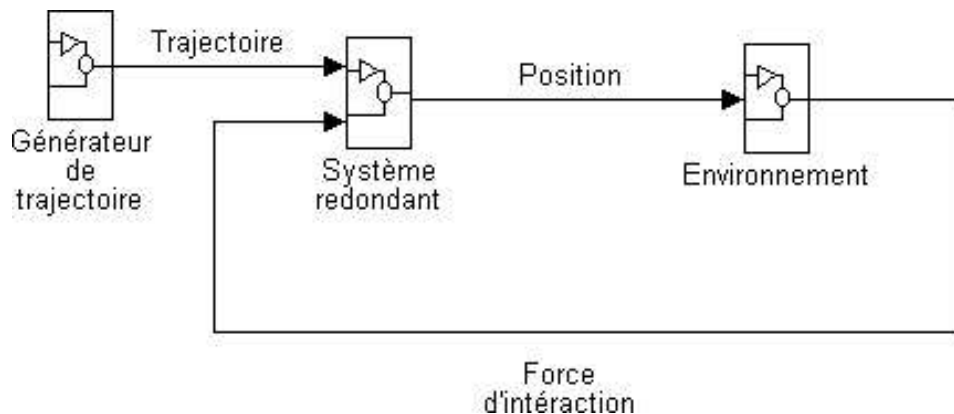


Figure 3.3: Structure du modèle redondant.

manipulateur. C'est à l'aide de cette simulation que la performance du robot en fonction de critères préalablement définis est évaluée. Le principe de base est le suivant: on impose les mêmes conditions environnementales et la même trajectoire virtuelle au système redondant qu'au robot. L'hypothèse amenée plus haut nous garantit que les deux systèmes, robot et système redondant auront le même comportement si leurs paramètres d'impédance sont les mêmes. On trouve les paramètres en observant le comportement du système redondant, qu'on implante ensuite dans le système robot-contrôleur. Ce système constitue un outil très puissant pour la détermination des paramètres de commande. La signification physique des gains, c'est-à-dire les impédances rend la conception du système de commande bien plus intuitive, leur effet est plus facile à visualiser et à prévoir. C'est aussi un système plus simple à modéliser qu'un robot, donc moins exigeant en temps de calcul. La simulation s'effectue pratiquement en temps réel, ce qui rend possible la formulation d'un problème d'optimisation dont les critères sont des représentations de la performance du système en fonction des impédances, performance évaluée à chaque simulation. Enfin, sa dimension "boîte noire" permet de considérer le problème à un niveau élevé, sans avoir à se soucier des complications de plus bas niveau associés aux multiples non-linéarités de l'environnement physique et du robot. Cette particularité rend la détermination des paramètres d'impédance plus près de la définition de tâche, donc plus facile à formaliser. Bien entendu, on ne peut négliger ces considérations de bas niveau. Bien qu'il possède une signification physique, le système redondant n'est en bout de ligne qu'une abstraction émergeant de l'action combinée du robot et des différentes composantes du système de commande. Leur action dans l'environnement réel, face à des perturbations physiques doit être prise en compte.

### 3.2.2 Système robot-contrôleur

La remarque de la sous-section précédente nous amène à modéliser et simuler un second système, un robot asservi à l'aide de la commande par impédance, opérant dans un environnement comportant des objets contraints. Ce second système est utilisé afin d'explorer trois aspects du problème global de design. Le premier aspect concerne la capacité physique du manipulateur à reproduire le comportement du système redondant. Rien dans la dynamique équivalente n'assure que le robot aura la puissance ou la précision d'actionnement nécessaires au bon comportement adéquat de l'effecteur.

La puissance et/ou les couples requis aux actionneurs peuvent dépasser les limites physiques de ces derniers, par exemple. C'est pourquoi il est important de vérifier à l'aide d'un modèle dynamique du robot si le comportement imposé par les impédances est réaliste. Cet aspect comprend aussi les effets de différentes trajectoires virtuelles sur le comportement dynamique du manipulateur. Le second aspect a trait à la robustesse face aux perturbations provenant des paramètres non modélisés de l'environnement et du système robot-contrôleur. La dynamique du système redondant est une dynamique que le robot posséderait dans des conditions idéales. À ce stade, entre autres, l'hypothèse de linéarisation et découplage complets ne s'applique plus; on doit faire l'essai du système en présence d'erreurs de modélisation et évaluer les déviations du comportement idéal amenées par ces erreurs. En fait, l'effet de tous les paramètres non modélisés est observé à l'aide de ce modèle. Le troisième aspect est aussi une forme de robustesse, mais cette fois-ci face à la diversité des situations rencontrées lors d'une séquence de tâches. Les impédances définies avec le système redondant le sont en fonction d'une tâche spécifique et, comme exposé plus haut, pour un degré de liberté spécifique. Il s'agit de voir si, tout en conservant la même impédance, le robot est capable d'effectuer d'autres tâches, contraintes ou non, et quelle en sera la performance. Ce second système comprend donc le modèle dynamique du robot, son asservissement avec la loi de commande par impédance imposant la dynamique redondante proposée, ainsi qu'un modèle de l'environnement avec lequel il interagit. La structure générale de ce système est illustré à la figure 3.4. Comme il fallait s'y attendre, ce système est

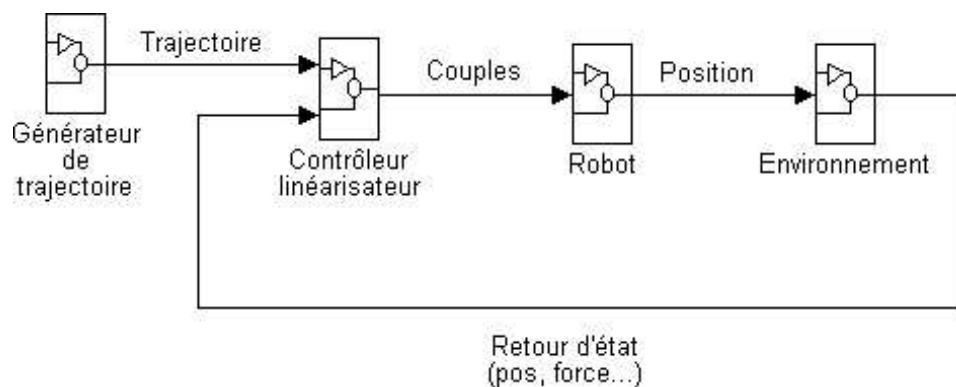


Figure 3.4: Structure du modèle robot-contrôleur

d'une complexité considérable et il est utilisé pour fins de vérification des paramètres dans un contexte physique, et non comme un outil de conception proprement dit. Une

simulation de ce système est très gourmande en temps de calcul, en moyenne 10 fois plus que le système redondant. Il est néanmoins indispensable si l'on envisage une implantation du système sur un robot réel.

### 3.3 Détails des composantes des simulations

Cette section décrit le fonctionnement des différents sous-systèmes qui, interconnectés par le biais d'entrées et de sorties constituent les deux simulations utilisées. Les composantes décrites plus bas correspondent aux blocs des figures 3.3 et 3.4. Le lecteur est prié de se référer à ces deux figures pour cette section.

#### 3.3.1 Environnement

Les deux tâches simulées impliquant l'interaction du robot avec une surface contrainte, la composante des simulations modélisant l'action de l'environnement consiste essentiellement en une modélisation d'un mur ainsi que son emplacement dans l'espace cartésien. Le mur se comporte comme un ressort très rigide, retournant une force en fonction de la position de l'effecteur à l'intérieur de ce mur. Aucun terme dissipatif n'a été inclus. La discontinuité associée au passage du mouvement libre au mouvement contraint, c'est à dire en contact, est modélisée sous la forme d'une condition, causant un vecteur de forces d'interaction si la position locale de l'effecteur est telle que ce dernier se trouve à l'intérieur de la surface, et un vecteur nul si l'effecteur n'est pas en contact. La nature de la condition définit la forme de la surface dans l'espace.

**Surface unidimensionnelle:** La surface de la première tâche est perpendiculaire à l'axe des  $x$ , dans un espace inertiel cartésien. De cette façon, le repère local de la surface concide avec le repère cartésien, impliquant que le contrôleur opère aussi dans l'espace cartésien. La position du mur  $x_{mur}$  varie selon les essais et la constante de raideur, définie comme étant  $k_{env} = 10000 \frac{N}{m}$ . La condition utilisée pour déterminer s'il y a interaction ou non est la suivante

$$\begin{aligned} IF \quad (x_{eff} \geq x_{mur}) \quad THEN \quad \mathbf{F} = \mathbf{F}_{int} \\ ELSE \quad \mathbf{F} = 0 \end{aligned} \tag{3.1}$$

où  $\mathbf{F}$  est la force appliquée par l'environnement sur le robot. La force retournée est ensuite calculée

$$f_x = k_{env}(x_{mur} - x_{eff}) \quad (3.2)$$

$$f_y = 0 \quad (3.3)$$

$$\tau = -f_x l_e \sin \phi \quad (3.4)$$

où  $l_e$  est la longueur effective de la barre de torsion du système dynamique équivalent et  $\phi$  est l'angle de la barre de torsion avec l'horizontale, correspondant à l'orientation du robot selon son degré de liberté redondant. L'équation du couple (3.4) amène un point très intéressant quand à la nature de la dynamique équivalente, conséquence directe du postulat énoncé dans la section 1.6, à savoir qu'un système physique ne peut apparaître aux yeux de son environnement extérieur autrement que comme un système physique. Ce postulat infère que l'environnement aussi perçoit le manipulateur comme le système équivalent utilisé. Du point de vue du contrôleur traitant les informations provenant des capteurs selon les impédances de cette dynamique équivalente, le vecteur de forces d'interaction doit aussi être calculé en fonction de l'interaction entre l'environnement et cette dynamique équivalente, et non en fonction du robot proprement dit.

**Surface en 2 dimensions:** La surface utilisée possède les mêmes caractéristiques que sa version unidimensionnelle excepté qu'elle se définit dans un espace plan à deux dimensions. Elle a la forme d'un arc de cercle dans le plan  $x - y$  cartésien (voir la figure A.3). Le rayon de l'arc est centré à une distance  $x_c$  de la base du manipulateur afin

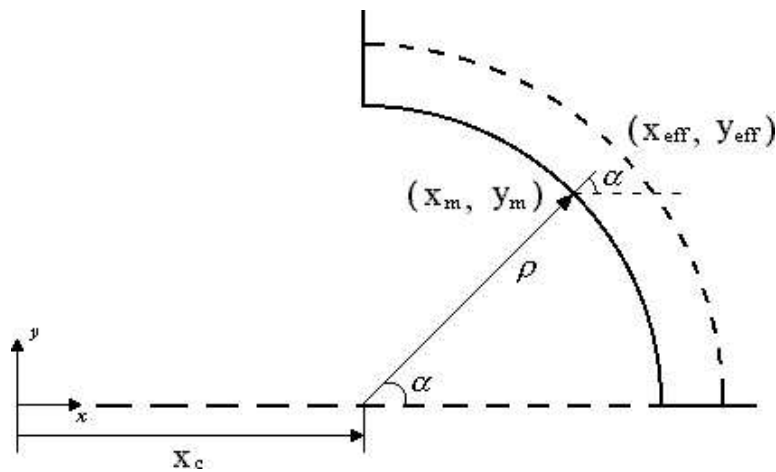


Figure 3.5: Surface en 2 dimensions.

d'éviter que la surface passe près d'une singularité. La surface est sans friction, ce qui

fait que la force d'interaction est toujours normale à la surface. La discontinuité est incluse en posant la condition

$$\begin{aligned}
 IF \quad (x_{eff} \geq x_c) \quad THEN \\
 \quad IF \quad \sqrt{(x_{eff} - x_c)^2 + y_{eff}^2} \geq \rho \quad THEN \quad \mathbf{F} = \mathbf{F}_{int} \\
 \quad ELSE \quad \mathbf{F} = 0
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

où  $\rho$  est le rayon de l'arc. Les forces d'interactions sont données par (détails dans l'annexe A)

$$f_x = k_{env} \left( \left( x_c + \frac{\rho(x_{eff} - x_c)}{\sqrt{(x_{eff} - x_c)^2 + y_{eff}^2}} \right) - x_{eff} \right) \tag{3.6}$$

$$f_y = k_{env} \left( \frac{\rho y_{eff}}{\sqrt{(x_{eff} - x_c)^2 + y_{eff}^2}} - y_{eff} \right) \tag{3.7}$$

$$\tau = -\sqrt{f_x^2 + f_y^2} l_e \sin \phi \tag{3.8}$$

Notons que ces forces sont déterminées par rapport à un repère inertiel cartésien, ce qui fait qu'elles doivent être réorientées dans l'espace surface, espace dans lequel oeuvre le système de commande.

### 3.3.2 Robot

Le robot choisi doit être redondant face à la tâche si l'on veut implanter la dynamique proposée. Comme le suivi de contour s'effectue dans un espace à 2 dimensions, le robot doit posséder au moins trois degrés de liberté. Un robot sériel à trois articulations rotoïdes opérant dans le plan est donc utilisé pour fins de simplicité. En vue d'une éventuelle implantation sur un robot PUMA à 6 ddl, les paramètres du robot à 3ddl sont ceux d'un PUMA ayant trois de ses articulations considérées comme des liaisons rigides, de façon à ce qu'il se comporte comme désiré. La fonction du bloc robot est de calculer le mouvement du manipulateur en fonction des couples aux articulations fournis à l'entrée. Ce bloc comprend le modèle dynamique du robot ainsi que le problème géométrique direct, calculant la position et l'orientation cartésienne d'après les informations données par les capteurs articulaires. Les équations du modèle dynamique sont les suivantes (détails à l'annexe A).

$$\tau_1 = M_{11}\ddot{\theta}_1 + M_{12}\ddot{\theta}_2 + M_{13}\ddot{\theta}_3 - 2(c_1 + c_2 + c_4)\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 - 2(c_3 + c_4)\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3$$

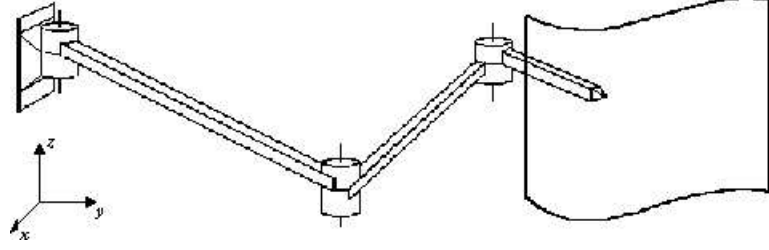


Figure 3.6: Robot sériel à 3 degrés de liberté.

$$-(c_1 + c_2 + c_4)\dot{\theta}_2^2 - 2(c_3 + c_4)\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3 - (c_3 + c_4)\dot{\theta}_3^2 + s_1 \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \tau_2 = & M_{12}\ddot{\theta}_1 + M_{22}\ddot{\theta}_2 + M_{23}\ddot{\theta}_3 + (c_1 + c_2 + c_4)\dot{\theta}_1^2 - 2c_3\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3 - 2c_3\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3 \\ & - c_3\dot{\theta}_3^2 + s_2 \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\tau_3 = M_{13}\ddot{\theta}_1 + M_{23}\ddot{\theta}_2 + M_{33}\ddot{\theta}_3 + (c_3 + c_4)\dot{\theta}_1^2 + 2c_3\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + c_3\dot{\theta}_2^2 + s_3 \quad (3.11)$$

où

$$\begin{aligned} M_{11} = & I_{z1} + I_{z2} + I_{z3} + (m_2 + m_3)l_1^2 + m_3l_2^2 + m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + m_3r_3^2 \\ & + 2m_3l_1l_2 \cos \theta_2 + 2m_2l_1r_2 \cos \theta_2 + 2m_3l_2r_3 \cos \theta_3 \\ & + 2m_3l_1r_3 \cos(\theta_2 + \theta_3) \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} M_{12} = & I_{z2} + I_{z3} + m_3l_2^2 + m_2r_2^2 + m_3r_3^2 + m_3l_1l_2 \cos \theta_2 + m_2l_1r_2 \cos \theta_2 \\ & + 2m_3l_2r_3 \cos \theta_3 + m_3l_1r_3 \cos(\theta_2 + \theta_3) \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$M_{13} = I_{z3} + m_3r_3^2 + m_3l_2r_3 \cos \theta_3 + m_3l_1r_3 \cos(\theta_2 + \theta_3) \quad (3.14)$$

$$M_{22} = I_{z2} + I_{z3} + m_3l_2^2 + m_2r_2^2 + m_3r_3^2 + 2l_2m_3r_3 \cos \theta_3 \quad (3.15)$$

$$M_{23} = I_{z3} + m_3r_3^2 + m_3l_2r_3 \cos \theta_3 \quad (3.16)$$

$$M_{33} = I_{z3} + m_3r_3^2 \quad (3.17)$$

$$c_1 = l_1l_2m_3 \sin \theta_2 \quad (3.18)$$

$$c_2 = l_1r_2m_2 \sin \theta_2 \quad (3.19)$$

$$c_3 = l_2r_3m_3 \sin \theta_3 \quad (3.20)$$

$$c_4 = l_1r_3m_3 \sin(\theta_2 + \theta_3) \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} s_1 = & gm_1r_1 \cos \theta_1 + gm_2(l_1 \cos \theta_1 + r_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)) \\ & + gm_3(l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + r_3 \cos(\theta_1 + \theta_3 + \theta_3)) \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$s_2 = gm_2 r_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + gm_3 (l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + r_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)) \quad (3.23)$$

$$s_3 = gm_3 r_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \quad (3.24)$$

où  $m_i$  est la masse du  $i$ ème membre,  $\theta_i$  est la coordonnée associée à la  $i$ ème articulation,  $I_{zi}$  est le moment d'inertie du  $i$ ème membre,  $l_i$  est la longueur et  $r_i$  un paramètre donnant la position de son centre de masse. Finalement,  $g$  est l'accélération gravitationnelle. Le problème géométrique direct s'énonce comme suit

$$x = l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + l_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \quad (3.25)$$

$$y = l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_3 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \quad (3.26)$$

$$\phi = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 \quad (3.27)$$

La méthode numérique employée pour le calcul du mouvement du manipulateur est la suivante. À chaque nouvel intervalle de temps  $t_{k+1}$ , on détermine l'accélération angulaire en fonction du couple appliqué à cet intervalle et de l'état du manipulateur à l'intervalle précédent,  $t_k$ .

$$\ddot{\theta}_{k+1} = \mathbf{I}(\theta_k)^{-1} [\mathbf{T}_{k+1} - C(\omega_k, \theta_k) - V(\omega_k) - S(\theta_k)] \quad (3.28)$$

Les vitesses ainsi que les positions articulaires sont ensuite calculées à l'aide de blocs d'intégration présents dans la librairie de SIMULINK. Le méthode d'intégration utilisée est le méthode de Runge-Kutta d'ordre 4. De façon similaire, les vitesses cartésiennes sont obtenues en dérivant les positions cartésiennes elles-même données par le problème géométrique direct. Bien que le capteur de force soit physiquement situé à l'effecteur, et que les informations qui en sont obtenues soient données dans un repère mobile fixé à ce dernier, le modèle retourne une force calculée dans un repère inertiel. Le changement de repère additionnel normalement requis a été omis pour fins de rapidité de calcul. Les valeurs des paramètres inertiels du manipulateur sont ceux d'un PUMA ayant les articulations 1, 4 et 6 considérées rigides (Armstrong *et al.* 1986). Ces paramètres sont donnés au tableau 3.1 Le modèle des actionneurs n'a pas été inclus dans les simulations, mais les effets de paramètres non modélisés ayant trait aux moteurs tels que la friction dynamique et statique et le jeu des engrenages de la boîte de transmission ont été implantés.



$i$	$I_{zi}$	$m_i$	$l_i$	$r_i$
1	0.539	17.4	0.4318	0.068
2	0.086	4.80	0.4331	0.070
3	0.008	2.24	0.1500	0.064

Tableau 3.1: paramètres dynamiques du manipulateur simulé

### 3.3.3 Contrôleur-linéarisateur

Ce bloc comprend les fonctions responsables de l'asservissement du robot avec la commande par impédance. Il est responsable du calcul des couples à fournir aux articulations en fonction des trajectoires réelles et virtuelles et des paramètres d'impédance de la dynamique équivalente. Cette composante sert essentiellement à appliquer la loi de commande décrite par l'équation (1.36). Le bloc est constitué de deux composantes, chacune opérant à un niveau propre. La première composante est le contrôleur proprement dit. C'est lui qui se charge de commander le mouvement de l'effecteur selon la dynamique équivalente désirée. Si on reprend l'équation de la loi de commande,

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{act} = & \mathbf{I}(\theta)\mathbf{J}^{-1}(\theta)\mathbf{M}_e^{-1}[\mathbf{F}_{int} - \mathbf{B}[\mathbf{J}(\theta)\boldsymbol{\omega} - \dot{\mathbf{X}}_0] - \mathbf{K}[\mathbf{L}(\theta) - \mathbf{X}_0] - \dot{\mathbf{J}}(\theta)\boldsymbol{\omega}] + \\ & \mathbf{C}(\boldsymbol{\omega}, \theta) + \mathbf{V}(\boldsymbol{\omega}) + \mathbf{S}(\theta) - \mathbf{J}(\theta)^T \mathbf{F}_{int} \end{aligned} \quad (3.29)$$

la partie contrôleur se charge de commander un vecteur d'accélération requis à l'effecteur basé sur les impédances et les différences entre les trajectoires réelles et virtuelles.

$$\ddot{\mathbf{X}}_{eff} = \mathbf{M}_e^{-1}[\mathbf{F}_{int} - \mathbf{B}[\mathbf{J}(\theta)\boldsymbol{\omega} - \dot{\mathbf{X}}_0] - \mathbf{K}[\mathbf{L}(\theta) - \mathbf{X}_0]] \quad (3.30)$$

Cette accélération est exprimée dans un repère associé à l'espace dans lequel le contrôleur opère, l'espace surface. La seconde partie se charge d'effectuer le changement de coordonnées à l'aide de la matrice Jacobienne et d'exprimer cette accélération de l'effecteur désirée en accélération angulaires aux articulations. Les détails de ce changement de coordonnées sont exposés dans le chapitre suivant. Cette partie utilise ensuite le modèle dynamique estimé du robot pour calculer les couples aux actionneurs qui produiront l'accélération spécifiée par le contrôleur.

$$\mathbf{T}_{act} = \mathbf{I}(\theta)\mathbf{J}^{-1}(\theta)[\ddot{\mathbf{X}}_{eff} - \mathbf{M}_e^{-1}\dot{\mathbf{J}}(\theta)\boldsymbol{\omega}] + \mathbf{C}(\boldsymbol{\omega}, \theta) + \mathbf{V}(\boldsymbol{\omega}) + \mathbf{S}(\theta) - \mathbf{J}(\theta)^T \mathbf{F}_{int} \quad (3.31)$$

Enfin, le vecteur de couples est acheminé au modèle du robot. La présence de blocs effectuant l'intégration et la dérivation des variables de positions cartésiennes et articulaires de façon continue implique que le contrôleur est analogue. Bien entendu, ce processus d'intégration est ultimement numérique, la simulation du système étant réalisée sur un ordinateur. La nature analogue du contrôleur réside dans le fait que l'intervalle de temps est assez petit pour émuler un comportement de cette nature. La simulation est effectuée à une fréquence d'échantillonnage de 10000 Hz, ce qui est jugé assez élevé par rapport à la dynamique d'un manipulateur pour traiter le contrôleur comme si il était analogue.

### 3.3.4 Générateur de trajectoire

Comme son nom l'indique, cette composante est responsable de calculer les trajectoires désirées et de les communiquer au bloc contrôleur-linéarisateur. Les trajectoires spécifiées le sont pour chaque degré de liberté cartésien, ce qui facilite la tâche du planificateur. Les changements de repère exprimant cette trajectoire dans l'espace surface se font en ligne. En règle générale, les trajectoires utilisées lors de simulations visant à déterminer les impédances optimales sont des trajectoires simples, de l'ordre de l'entrée en échelon en position. De plus, le générateur de trajectoire ne spécifie pas la vitesse désirée au contrôleur, ce qui modifie le terme d'amortissement de la loi de commande

$$\mathbf{B}[\mathbf{J}(\theta)\omega - \dot{\mathbf{X}}_0] = \mathbf{B}[\mathbf{J}(\theta)\omega] \quad (3.32)$$

Le choix de ces trajectoires non réalistes et dynamiquement exigeantes pour le robot se justifie par la nécessité d'isoler les effets des différentes impédances sur le comportement du manipulateur. Plusieurs formes d'impédances sont mises à l'essai et sont comparées les unes aux autres. En imposant des trajectoires virtuelles de base, il est plus facile de déterminer la forme d'impédance la plus adéquate, la nature de la trajectoire ayant un minimum d'influence sur une éventuelle performante satisfaisante. En outre, la trajectoire virtuelle fait aussi partie des termes d'impédance tels que définis à la section 1.6.1. En choisissant les impédances optimales dans un contexte où la performance du robot est limitée par l'application d'une trajectoire élémentaire, l'utilisation de trajectoires élaborées, planifiées avec soin ne peut qu'améliorer la performance globale du système. De cette façon, il est possible, une fois les impédances optimales définies, d'évaluer

le degré d'amélioration associé à l'imposition de telle ou telle trajectoire. Les trajectoires présentées dans cette section sont des points de départ du processus de design du système. Comme discuté plus loin, plus le processus progresse, plus la nature de la trajectoire apparaît comme importante et plus ces dernières évoluent.

**Trajectoire unidimensionnelle:** Le système robot-contrôleur étant utilisé pour vérifier la performance du robot ayant les impédances définies à l'aide de la simulation du système équivalent, sa trajectoire doit être la même que celle employée dans ce dit système. La trajectoire imposée au manipulateur est une entrée en échelon de la position normale à la surface. Comme cette dernière est perpendiculaire à l'axe des  $x$ , elle se traduit en échelon selon cet axe. Étant donné que cette tâche s'effectue en 1 dimension, la composante de la trajectoire tangente à la surface (selon  $y$ , dans notre cas), est gardée à zéro. L'argument du paragraphe précédent nous amène à ne pas spécifier de trajectoire virtuelle pour le degré de liberté redondant. La trajectoire imposée au robot est donc

$$x_0(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ x_f & t \geq 0 \end{cases} \quad (3.33)$$

$$y_0(t) = 0 \quad (3.34)$$

$$\phi_0(t) = 0 \quad (3.35)$$

où  $x_f$  est la position finale de l'effecteur. Cette position finale est la position virtuelle causant la force d'interaction désirée. Située "à l'intérieur" de la surface, elle est calculée en fonction des paramètres d'impédance d'ordre zéro du système dynamique équivalent à l'état statique (détails à l'annexe A).

**Trajectoire bidimensionnelle:** Cette trajectoire est plus élaborée que la précédente. On doit spécifier la position du manipulateur à chaque itération du système si l'on veut étudier la capacité du système à suivre un signal. De plus, la trajectoire désirée vise à faire effectuer le suivi avec une force d'interaction constante, ce qui n'est pas possible avec une entrée en échelon étant donné que la surface est un arc de cercle. Enfin, le passage de l'espace cartésien à l'espace surface s'effectue en ligne, la matrice effectuant ce changement variant avec l'orientation locale de la surface par rapport au repère inertiel. Il est donc impératif d'imposer une trajectoire dite "point à point" afin de permettre une réévaluation constante de la spécification de trajectoire dans le repère surface. L'application d'une force constante nous amène à définir une trajectoire virtuelle centrée au même endroit que la surface, mais d'un rayon plus grand que cette

dernière afin d'assurer un contact en tout temps. La trajectoire virtuelle est montrée à la figure 3.2. Les équations de cette trajectoire en fonction du temps sont, dans l'espace cartésien,

$$x_0(t) = x_c + \rho_0 \cos\left(\frac{\pi t}{10}\right) \quad 0 \leq t \leq 5 \quad (3.36)$$

$$y_0(t) = \rho_0 \sin\left(\frac{\pi t}{10}\right) \quad 0 \leq t \leq 5 \quad (3.37)$$

$$\phi_0(t) = \frac{\pi t}{10} \quad 0 \leq t \leq 5 \quad (3.38)$$

Encore ici, la valeur du rayon de la trajectoire  $\rho_0$  provient de l'analyse statique du système équivalent. Les valeurs des différents paramètres définissant les trajectoires imposées au robot sont données au tableau 3.2. Données à titre d'exemple, il est important de les considérer comme valeurs de départ. Elles changent au fur et à mesure que l'effet des trajectoires est inclus dans l'étude. Les paramètres provenant de la définition de l'environnement sont donnés plus haut.

Traj	Param.(m)
1-d	$x_f = 1$
2-d	$\rho_0 = 0.95$

Tableau 3.2: paramètres de la trajectoire virtuelle

### 3.3.5 Système redondant

Cette section décrit le fonctionnement des blocs de la simulation du système équivalent, soit le modèle dynamique du système ainsi que les trajectoires qui lui sont soumises. Le modèle dynamique décrit le comportement de l'effecteur qu'on cherche à imposer. Il représente le comportement idéal du robot, sans erreurs de linéarisation et découplage. Ce sont les paramètres dynamiques de ce système qui sont évalués en vue du choix de l'impédance optimale. Aucun paramètre n'est défini *à priori*; tous doivent être définis par le concepteur. On a donc un contrôle complet sur le comportement dynamique. Le modèle dynamique comprend les équations du système redondant de la figure 2.6, soit

$$\begin{bmatrix} f_{int} \\ -f_{int}l_e \sin \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_n + m_t & (m_n + \frac{m_t}{2})l_e \sin \phi \\ (m_n + \frac{m_t}{2})l_e \sin \phi & I_z + (4m_n + m_t)\frac{l_e^2}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_{eff} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} +$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} (m_n + \frac{m_t}{2})l_e \cos \phi \dot{\phi} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b & bl_e \sin \phi \\ 0 & b_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_{eff} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \\
& \begin{bmatrix} k(1 - \frac{l_e \cos \phi}{x_{eff} - x_0}) & 0 \\ k \frac{l_e \sin \phi}{x_{eff} - x_0} (1 - \frac{l_e \cos \phi}{x_{eff} - x_0}) & k_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{eff} - x_0 \\ \phi - \phi_0 \end{bmatrix} \quad (3.39)
\end{aligned}$$

Où  $m_n$  est la masse du système selon le degré de liberté normal à la surface,  $m_t$  est la masse du système dans la direction tangente à la surface, soit la masse de la barre de torsion. De plus,  $I_z$  représente l'inertie de la barre,  $l_e$  sa longueur et  $k$ ,  $k_r$ ,  $b$  et  $b_r$  sont les termes en raideur et amortissement des impédances linéaires et rotationnelles. Encore ici, ces paramètres ne sont pas nécessairement des constantes; la forme prise par ces dernières peut être non-linéaire au besoin. Dans le but de minimiser le nombre de paramètres d'impédance à choisir simultanément, on utilise le système redondant à 2 degrés de liberté fonctionnant dans un espace unidimensionnel, et non le système à 3 ddl. Les paramètres à optimiser étant essentiellement ceux responsables du comportement de la redondance, on emploie une méthode basée sur une linéarisation autour d'un état d'équilibre du système redondant à 2 ddl afin de définir les paramètres d'impédance requis pour l'exécution de la tâche en 2 dimensions, qui nécessiterait normalement une dynamique équivalente à 3 ddl. Pour simuler l'exécution de la tâche en 1 dimension, on amène le système équivalent en contact avec le mur en soumettant la même entrée en position que celle imposée au robot. Imposer une trajectoire au robot correspond ici à tendre les ressorts, déplaçant ainsi le point de stabilité. Le système cherchera à retrouver son état stable, générant un mouvement en direction des positions virtuelles des ressorts. Un changement de position du ressort linéaire cause un déplacement dans la direction d'approche, perpendiculaire à la surface de contact. Un déplacement du point d'équilibre du ressort torsionnel cause un mouvement selon le degré de liberté redondant. Dans le cas où il n'y a pas d'objets contraignant le mouvement dans l'environnement, le système se déplace en mouvement libre jusqu'au nouveau point de stabilité. La présence d'un objet entre le point de stabilité et le système force ce dernier à entrer en contact avec l'objet, définissant ainsi un nouvel état stable, illustré à la figure 3.7. La force d'interaction à l'équilibre est causée par l'impédance des ressorts, encore en tension. Le point d'équilibre se trouve en arrière du point de contact, d'où la notion de trajectoire "virtuelle". On constate que la force d'interaction entre le manipulateur à l'équilibre et l'environnement est régie par la trajectoire virtuelle des ressorts ainsi que l'impédance d'ordre zéro du système. Les équations exprimant la force en fonction

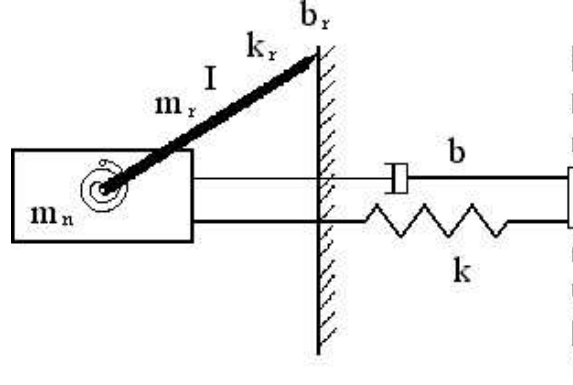


Figure 3.7: Système redondant en contact.

des données en position du système sont (détails à l'annexe A)

$$k_{env}(x_m - x_{eff}) = F_{int} \quad (3.40)$$

$$k(x_{eff} - l_e \cos \phi_{eq} - x_0) = -F_{int} \quad (3.41)$$

$$k_r(\phi_{eq} - \phi_0) = 2F_{int}l_e \sin \phi \quad (3.42)$$

Ces équations servent à déterminer les positions virtuelles finales des ressorts causant la force d'interaction à l'effecteur désirée. Comme mentionné plus haut, on conserve le même modèle à 2 ddl pour l'étude du comportement du système en mouvement contraint mais on adopte une stratégie différente de la simulation afin d'évaluer les paramètres d'impédance. Basée sur un modèle linéaire du système autour de son point d'équilibre en contact avec la surface, on étudie la capacité du système à changer son point d'équilibre, en restant en contact avec la surface. Cette approche est décrite dans le chapitre suivant.

# Chapitre 4

## Processus de détermination d'impédances optimales pour le contact du robot avec une surface

Ce chapitre présente les diverses techniques utilisées pour la définition des paramètres d'impédance du système de commande. Comme mentionné au chapitre 1, un des principaux avantages de la commande par impédance est qu'elle donne un sens physique aux paramètres de commande. Dans notre cas, ces paramètres sont responsables du comportement dynamique du système redondant, décrit par les équations (3.39). Le principe de base est donc de faire varier les paramètres dynamiques de ce système et, après observation de son comportement en simulation, de juger si ces paramètres sont adéquats ou non. On présente ici les critères selon lesquels les termes d'impédance sont évalués. Le nombre de paramètres de commande à définir est relativement élevé. En

se référant aux équations dynamiques du système redondant, on dénote 6 paramètres à déterminer, soit autant que le nombre de paramètres à choisir si l'algorithme de commande par raideur active avec amortissement était utilisé. En outre, deux de ces paramètres, l'impédance en raideur et en amortissement n'ont pas de forme prédéterminée. En plus de trouver les valeurs optimales de ces termes, on doit aussi définir comment ces impédances vont varier. Ces impédances étant programmées, la fonction régissant l'effet de ces impédances sur le système n'est restreinte que par son intégrabilité (Hogan 1985a). Heureusement, la signification physique de l'impédance et l'aspect haut-niveau du système de commande nous permet de définir des critères de sélection directement basés sur la tâche à accomplir. Le processus de choix d'impédances se subdivise en trois étapes générales, soit: la définition des impédances inertielles du comportement dynamique du degré de liberté d'approche, le choix de la forme et l'optimisation des paramètres du comportement du degré de liberté redondant du système effectuant la première tâche et l'emploi d'un modèle linéaire pour l'évaluation des paramètres d'impédance de la redondance du système en vue de l'exécution du suivi de contour.

## 4.1 Analyse de stabilité

Avant de se lancer dans l'évaluation des paramètres d'impédances, il est essentiel de s'assurer que le système robot-contrôleur possédant la dynamique équivalente de la figure 2.6 est un système stable. En effet, certains algorithmes de commande possèdent des instabilités inhérentes à leur structure, rendant le manipulateur impossible à commander dans certaines situations. La commande hybride, lorsqu'implantée sur un manipulateur à actionneurs rotoïdes en est un bon exemple (Paul 1987). La forme de la dynamique équivalente de notre système étant définie dans cette étude pour la première fois, on doit s'assurer qu'elle est stable ou, du moins, établir les conditions de cette stabilité. Lyapunov (Lyapunov 1892) a découvert une méthode d'analyse pour la stabilité des systèmes non-linéaires. Cette méthode est centrée sur le principe que l'énergie d'un système stable va toujours en diminuant. En ce qui nous concerne, ce système est le système robot-contrôleur possédant la dynamique équivalente redondante. On propose



donc une fonction dite de Lyapunov, décrivant l'état de l'énergie du système en contact

$$V = \frac{1}{2}(m_n + m_t)\dot{x}_{eff}^2 + (m_n + \frac{m_t}{2})l_e\dot{x}_{eff}\dot{\phi}\sin\phi + \left[\frac{1}{2}I + \frac{m_n l_e^2}{2} + \frac{m_t l_e^2}{8}\right]\dot{\phi}^2 + \int k(x_{eff} - l_e \cos\phi - x_0)dt + \int k_r(\phi - \phi_0)dt + \frac{1}{2}k_{env}(x_{eff} - x_{mur})^2 \quad (4.1)$$

On remarque que les termes relatifs à l'énergie potentielle des impédances du premier ordre sont laissés sous forme d'intégrale. La forme de ces impédances n'étant pas définie au préalable, on laisse la fonction d'énergie sous sa forme générale. Pour un système stable, la dérivée de cette fonction par rapport au temps doit être négative

$$\frac{dV}{dt} < 0 \quad (4.2)$$

après différentiation et substitution des accélérations selon le modèle dynamique, on obtient l'inéquation

$$-b\dot{x}^2 - bl_e\dot{\phi}\dot{x}\sin\phi - b_r\dot{\phi}^2 < 0 \quad (4.3)$$

ou bien

$$-bl_e\dot{\phi}\dot{x}\sin\phi < b\dot{x}^2 + b_r\dot{\phi}^2 \quad (4.4)$$

Une condition nécessaire à tout système en interaction est que ce système doit être de nature passive (Colgate *et al.* 1987). Dans notre cas, le système ne peut être passif que lorsque ses constantes d'amortissement sont positives, impliquant que les amortisseurs dissipent l'énergie. Cette condition n'est toutefois pas une garantie de stabilité. En effet, il existe un cas non-trivial où l'inéquation (4.4) ne tient pas même si les termes  $b$  et  $b_r$  sont positifs lors du contact, soit lorsque le produit  $\dot{x}\dot{\phi}$  est négatif. Cette situation se produit quand le système oscille en mode rigide, provoquant un bris de contact. Comme le terme  $\sin\phi$  nous est garanti positif de par l'orientation désirée du robot n'excédant pas  $\frac{\pi}{2}$ , il faut chercher à favoriser un mode oscillatoire nous assurant un produit  $\dot{x}_e\dot{\phi} > 0$ .

## 4.2 Impédances inertielles et linéaires

Le premier groupe d'impédances à définir est celui contenant les termes d'impédance inertielle d'ordre deux ainsi que les termes responsables du comportement du robot dans la direction normale à la surface de contact. On choisit de définir ces termes

indépendamment du degré de liberté redondant car leur valeur n'est pas déterminée uniquement en fonction de la tâche. Les termes d'impédance inertielle sont fonction des caractéristiques physiques du robot et les termes linéaires sont responsables du comportement en mouvement libre du système. On se sert donc de ces considérations dans l'évaluation des gains, laissant aux impédances du degré de liberté redondant le soin d'imposer un comportement approprié à la tâche en ayant comme base les paramètres définis dans cette section.

### 4.2.1 Impédance d'ordre deux

L'impédance d'ordre deux comprend les termes produisant une force en fonction d'une entrée en accélération, les termes inertiels. En déterminant ces paramètres, on vient définir le tenseur d'inertie du système équivalent. En observant le tenseur d'inertie de l'équation (3.39), on constate qu'il contient 4 paramètres:  $m_n$  est la masse se déplaçant selon le degré de liberté d'approche,  $m_t$  est la masse de la barre de torsion,  $l_e$  est sa longueur effective et  $I_z$  est son moment d'inertie. Le choix des masses  $m_n$  et  $m_t$  doit être fait avec discernement car ce sont les rapports entre les masses du système équivalent et la masse du robot qui assurent une bonne correspondance physique. Cette bonne correspondance physique est essentielle à la performance du robot. En effet, si la masse effective du manipulateur est plus élevée que celle du système, le comportement décrit par ce dernier ne pourra être imposé au manipulateur, en raison de la puissance limitée de ses actionneurs. Inversement, un robot possédant une masse effective moindre que celle de son système équivalent risque d'être limité dans sa performance. Il est donc important que la masse du système soit représentative de la masse effective du manipulateur. Le terme "effective" est ici important car on doit considérer la masse du robot telle que perçue par l'environnement. La masse effective d'un manipulateur est une représentation de son inertie dans un degré de liberté donné. Elle varie avec la configuration du robot et la direction selon laquelle cette inertie est ressentie. De façon similaire aux concepts exposés dans la section 2.1.3, il est possible de définir l'ellipse de gyration du manipulateur nous donnant ses différentes masses effectives en fonction de sa configuration. Le graphique 4.1 représente la valeur du demi-grand axe de l'ellipse de gyration du manipulateur simulé en fonction de son orientation et de sa position selon un rayon centré à sa base. Les détails de l'analyse sont inclus

Figure 4.1: Masse apparente cartésienne maximale.

dans l'annexe B. On considère le demi-grand axe, correspondant à la direction selon laquelle le manipulateur possède la plus grande masse effective au lieu de la masse effective dans une direction spécifique afin de s'assurer que la masse équivalente soit appropriée en tout temps, peu importe la direction d'intérêt, ce qui donne plus de flexibilité au système de commande. De cette façon, on peut passer d'une tâche à l'autre sans avoir à reconsidérer ces paramètres. La valeur des masses fournie dans au tableau 4.1 a été choisie d'après l'observation quantitative des résultats et constitue une moyenne sécuritaire plus qu'une valeur optimale proprement dite. Les zones de masse équivalente élevée due à la proximité d'une singularité n'ont pas été considérées lors du choix des masses  $m_n$  et  $m_t$  car l'opération normale d'un manipulateur se fait en dehors de ce voisinage. Même si ces paramètres nous donnent une performance satisfaisante, comme discuté plus loin, l'optimisation de ces paramètres est à considérer au cours de développements futurs. Le choix de la longueur de la barre de torsion est inclus dans cette section car il a été déterminé en fonction des masses équivalentes et de l'inertie du robot dans son degré de liberté redondant, c'est-à-dire son orientation. Pour ce faire, on relie l'inertie de la barre de torsion et l'inertie du robot en comparant les termes de leurs tenseurs d'inertie cartésienne respectifs associés à l'inertie selon le degré de liberté redondant. Pour le système équivalent,

$$M_{33} = I_z + (4m_n + m_t) \frac{l_e^2}{4} \quad (4.5)$$

le moment d'inertie d'une barre est donné par

$$I_z = \frac{m_t l_e^2}{3} \quad (4.6)$$

ce qui nous donne

$$M_{33} = m_t \frac{l_e^2}{3} + (4m_n + m_t) \frac{l_e^2}{4} \quad (4.7)$$

$$= \left(m_n + \frac{7m_t}{12}\right) l_e^2 \quad (4.8)$$

Pour fins de conception, on substitue la valeur de la masse effective du manipulateur selon le grand axe à la somme des masses  $(m_n + \frac{7m_t}{12})$  tel que

$$M_{33} \approx m_e(\theta) l_e^2 \quad (4.9)$$

où  $m_e(\theta)$  est la masse effective maximale du manipulateur dans une configuration donnée. La stratégie de design consiste à imposer la même inertie au système équivalent et au robot selon le ddl redondant. On détermine la longueur effective de la barre qui produira la même inertie dans les deux systèmes,

$$l_e = \sqrt{\frac{M_{x33}}{m_e(\theta)}} \quad (4.10)$$

où  $M_{x33}$  provient du tenseur d'inertie du manipulateur exprimé dans l'espace cartésien. Comme la masse effective varie en fonction de la configuration, on calcule la longueur à chaque point utilisé pour le calcul de la masse effective décrit plus haut. Les résultats sont présentés dans le graphique de la figure 4.2. Encore ici, la longueur de la barre de torsion choisie à ce stade est une moyenne conservatrice des longueurs calculées plus haut. Une optimisation de cette longueur est exposée plus loin. Les valeurs des paramètres d'impédance inertielle sont données au tableau 4.1.

Paramètre	Valeur
$m_n$	10 kg
$m_t$	3 kg
$l_e$	0.3 m
$I_z$	0.09 kgm <sup>2</sup>

Tableau 4.1: paramètres inertiels.

Figure 4.2: Longueur effective de la barre de torsion.

### 4.2.2 Impédances linéaires

L'approche employée pour la détermination des paramètres d'impédance du système dynamique équivalent dans la direction perpendiculaire à la surface considère ces paramètres dans le contexte du mouvement libre uniquement. Naturellement, la valeur de ces paramètres vient influencer le comportement du manipulateur lors d'interactions avec l'environnement. On se fie toutefois sur les impédances de la redondance pour fournir le complément approprié au bon comportement du manipulateur couplé à l'environnement. Ceci revient à formuler l'hypothèse que, pour tout comportement satisfaisant en mouvement libre, il existe une impédance redondante faisant le pont entre comportement en position et comportement en force aussi de façon satisfaisante. Une seconde hypothèse posée lors de l'établissement des paramètres linéaires est que les effets dynamiques du degré de liberté redondant n'affecteront pas la performance du système en mouvement libre de façon significative et que la robustesse globale du système est suffisante pour rejeter les effets de cette inertie, perçus comme une perturbation lorsque le robot n'est commandé qu'en position. Cette hypothèse nous amène à traiter le système redondant opérant en mouvement libre comme un système masse-amortisseur-ressort possédant une masse égale à la somme des masses  $m_n$  et  $m_t$ . Ce système est linéaire si les impédances responsables de la raideur et de l'amortissement sont aussi linéaires. Bien que l'on ne soit pas restreint à l'utilisation d'impédances linéaires, ces

dernières suffisent à imposer une bonne performance à un tel système. On impose donc la forme des impédances linéaires d'ordre zéro et d'ordre 1

$$k = f(\dot{\theta}, (\theta - \theta_0)) \equiv k_l \quad (4.11)$$

$$b = f(\dot{\theta}, (\theta - \theta_0)) \equiv b_l \quad (4.12)$$

Qui plus est, l'utilisation de constantes pour la raideur et l'amortissement linéaires permet l'étude du système dans le domaine de Laplace et l'application des techniques de sélection de pôles dans l'établissement des paramètres de commande linéaires. Cette technique nous permet d'exprimer certaines caractéristiques de la réponse d'un système face à une entrée en échelon en fonction de ces paramètres dynamiques qui sont dans notre cas les paramètres d'impédance linéaires. Toujours dans l'optique que ces paramètres ne sont choisis qu'en fonction de la performance voulue en mouvement libre, on choisit les impédances qui donneront une réponse possédant un amortissement critique lorsque soumis à un échelon en position. La trajectoire étant virtuelle et se terminant à l'intérieur de la surface, un robot avec une réponse de ce type risque d'avoir une vitesse non-négligeable au moment du contact, ce qui ne favorise pas un couplage stable. Néanmoins, comme expliqué dans le chapitre précédent, la trajectoire imposée n'est à ce stade pas encore un facteur déterminant dans le comportement du système et une planification plus raffinée de cette dite trajectoire sera étudiée après la détermination des impédances. On cherche donc à imposer un amortissement critique au système. En posant la valeur du coefficient d'amortissement  $\zeta = 1$  correspondant à un amortissement critique, on dérive les relations suivantes

$$b_l = \frac{9.2(m_n + m_t)}{t_s} \quad (4.13)$$

$$k_l = \frac{b_l^2}{4(m_n + m_t)} \quad (4.14)$$

où  $t_s$  est le temps de stabilisation désiré. Cette valeur est définie comme étant le temps calculé à partir de l'impact jusqu'au moment où la vitesse et l'accélération sont toutes deux inférieures à 0.0001. La performance du système équivalent en fonction des valeurs de  $t_s$  fut évaluée en simulation, et les valeurs choisies sont données dans le tableau 4.2. Les paramètres d'impédance établis dans cette section constituent une base, un contexte dans lequel la détermination du comportement redondant s'effectue. Même si ces paramètres ne sont pas optimaux, c'est l'union des deux dynamiques linéaires et redondantes qui détermine la performance globale du système. Il est donc important de

Paramètre	Valeur
$t_s$	2 s
$k_l$	68.77 $\frac{N}{m}$
$b_l$	59.8 $\frac{Ns}{m}$

Tableau 4.2: paramètres linéaires.

concevoir le système en entier avant d'apporter quelque modification à l'un ou l'autre des paramètres.

L'étape suivante est aussi la plus importante dans cette recherche. La prochaine section expose les différentes étapes dans la détermination de la forme de l'impédance redondante et des valeurs de ses paramètres. Comme mentionné au chapitre 3, on étudie l'impédance du système dans deux situations: contact en 1 dimension et suivi de contour en deux dimensions. À chaque situation correspond une approche de design différente. On détermine les impédances des deux tâches indépendamment l'une de l'autre, pour ensuite évaluer la possibilité d'une forme d'impédance adéquate aux deux tâches. La première approche implique la définition de critères de performance et l'optimisation de ces derniers à l'aide de simulations. La seconde se base sur l'étude du système évoluant dans des conditions où il est possible de le linéariser. De cette dernière stratégie émerge ensuite une forme d'impédance plus générale et, par le fait même, l'importance de la trajectoire dans la performance du robot.

### 4.3 Optimisation en 1-D

Le choix des paramètres d'impédance associés à la première tâche se fait en formulant un problème d'optimisation. Un problème d'optimisation a pour objectif de maximiser ou minimiser une fonction retournant une valeur caractérisant le rendement d'un système. Cette valeur est fonction d'un ou de plusieurs paramètres. La valeur des paramètres maximisant ou minimisant la fonction d'optimisation est la valeur optimale de ces paramètres. On peut résumer la procédure générale d'optimisation d'une fonction en 4 grandes étapes:

1. Départ de la procédure avec estimé initial des paramètres.

2. Calcul de l'indice de performance avec la fonction d'optimisation.
3. Détermination de l'incrément de variation des paramètres dans une direction favorisant la convergence vers un maximum ou un minimum de la fonction selon un algorithme d'optimisation.
4. Ajustement des paramètres à optimiser.

La procédure est ensuite répétée depuis l'item 2 jusqu'à ce que l'indice soit maximisé ou minimisé de façon acceptable, auquel cas la procédure est suspendue et les paramètres sont jugés optimaux. La procédure standard brièvement exposée ici doit être modifiée pour pouvoir être applicable à notre problème particulier. En effet, la fonction à optimiser doit calculer un indice de performance variant avec la valeur des paramètres d'impédance de la dynamique redondante. La performance évaluée caractérise *a priori* le degré de réussite de la tâche imposée. On doit donc faire effectuer la tâche au système équivalent, c'est-à-dire effectuer une simulation. Ceci implique que la fonction à optimiser, en plus d'être fonction des impédances, est aussi fonction de l'état du système tout au long de l'exécution de la tâche; le calcul de l'indice de performance se fait durant la simulation. Cet aspect du problème d'optimisation nous amène à considérer la forme de la fonction à optimiser. Il est important de posséder une bonne connaissance de la forme de la fonction à optimiser. La présence de minima ou de maxima locaux peut influencer sur l'estimé de départ, des discontinuités dans la fonction peuvent compromettre la procédure, un algorithme donné peut ne pas être efficace pour telle ou telle fonction, etc. Comme nous le verrons plus bas, la nature différentielle des indices de performance constituant la fonction d'optimisation met en doute la capacité d'optimisation de la fonction. Afin de simplifier l'étude de la fonction, on considère plusieurs indices sans les combiner en une seule fonction. La valeur de ces indices est ensuite calculée sur un intervalle de valeurs des paramètres d'impédance. La représentation des différents indices en fonction des paramètres d'impédance dépend du nombre de paramètres impliqués dans l'optimisation. Les résultats de deux formes d'impédance sont présentés subséquentement.



### 4.3.1 Définition des indices de performance

On commence par décrire les indices de performance utilisés pour l'évaluation du système. Les détails des dérivations de ces indices ainsi que de l'implantation de leur calcul dans la simulation en 1 dimension sont donnés en annexe.

#### 4.3.1.1 Puissance moyenne de dissipation d'énergie

Une des principales considérations dans l'évaluation de la performance du manipulateur est sa capacité de passer d'un mouvement libre à un mouvement contraint tout en conservant sa stabilité. Le premier critère est une mesure de stabilité et de vitesse à laquelle cet état stable est atteint lorsque le robot vient en contact avec la surface. La vitesse de stabilisation est directement reliée à la vitesse de dissipation de l'énergie cinétique du système en mouvement par les amortisseurs. Une fois le contact effectué, une partie de l'énergie cinétique du système est convertie en énergie potentielle dans les ressorts, générant une force d'interaction. Le reste de cette énergie associée au mouvement doit être dissipée par les amortisseurs durant la période de stabilisation. Plus l'énergie est rapidement dissipée, plus le système se stabilisera rapidement. On propose la maximisation de la vitesse moyenne de dissipation d'énergie après contact comme premier critère d'optimisation. Cet indice, illustré à la figure 4.3 est analogue au temps de stabilisation de la commande linéaire. La vitesse moyenne est calculée

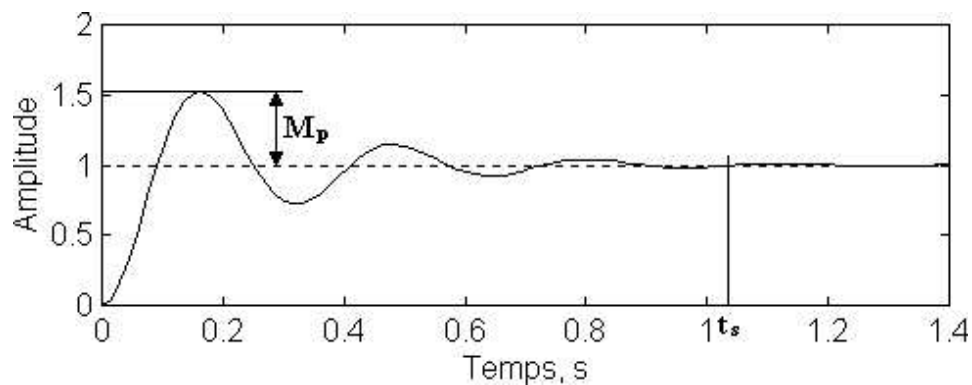


Figure 4.3: Temps de stabilisation et dépassement.

sur un intervalle de temps allant du contact du système avec l'environnement jusqu'à sa stabilisation complète. La vitesse moyenne de dissipation d'énergie, ou puissance

moyenne dissipée par les amortisseurs est donnée par l'expression

$$\overline{P}_{diss} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_c}^{t_f} \left( \frac{1}{2} b_r \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} b_l \dot{x}_{eff} + b_l \dot{x}_{eff} \dot{\phi} l_e \sin \phi + \frac{1}{2} b_l \dot{\phi}^2 l_e^2 \sin^2 \phi \right) dt \quad (4.15)$$

où  $t_c$  est le temps au moment du contact et  $t_f$  est le temps à la fin de la simulation, lorsque le système équivalent s'est stabilisé.  $\Delta t = t_f - t_c$  est l'intervalle entre le contact et stabilisation complète, stabilisation atteinte lorsque la proposition 4.23 est vraie.

#### 4.3.1.2 Force maximale

La force d'interaction maximale rencontrée lors de l'exécution de la tâche unidimensionnelle se produit au moment de l'impact initial du système avec la surface. Lors de cet impact la force, initialement nulle, prend soudainement une valeur finie. La pente de la courbe de force ainsi générée est égale à la constante de raideur de l'environnement,  $k_{env}$ . Pour des surfaces rigides de la nature de celle simulée cette pente est très abrupte, la force d'interaction agissant pratiquement comme une entrée en échelon sur le système, comme le démontre la figure 4.4. En plus d'exciter les modes vibratoires à haute

Figure 4.4: Forme de la force à l'impact.

fréquence risquant de faire rebondir l'effecteur contre la paroi, l'effet de ce brusque changement de comportement peut physiquement endommager le manipulateur, son outil et la surface de travail. Cette force à l'impact doit être minimisée et constitue le

deuxième indice de performance. Il est important de souligner que cet indice, comme tous les autres d'ailleurs, est un outil de conception et non une représentation de la réalité. On utilise ces indices de la même façon que l'entrée en échelon et les caractéristiques de la réponse qui en découlent sont utilisés pour la conception de systèmes de commande linéaires. La trajectoire imposée au manipulateur est telle que ce dernier entre en contact avec une vitesse considérable, générant une force d'impact plus grande que celle qu'on s'attend à retrouver dans une situation réelle où la trajectoire est planifiée avec soin. Néanmoins, il est raisonnable de penser qu'un système de commande optimisé dans les conditions de simulation le sera aussi en utilisation physique.

#### 4.3.1.3 Dépassement en force

Le dépassement est un concept bien connu en théorie des systèmes linéaires. Souvent exprimé sous forme de pourcentage, il quantifie le dépassement de la valeur de sortie finale atteint par le système en régime transitoire. Un système sous-amorti oscille autour de son point de stabilité pendant un certain temps lorsque soumis à une entrée. Si le système est stable, son amplitude d'oscillation maximale se situe au début du régime transitoire, après le premier dépassement de la valeur à l'équilibre. Le rapport entre cette amplitude maximale et la valeur finale constitue le dépassement du système (voir la figure 4.3). Appliqué à notre étude, le dépassement du système par rapport à la force d'interaction représente la proximité de bris de contact entre la surface et le système. Comme expliqué dans la section 2.1.2, la discontinuité associée au contact est source d'instabilité, causant un cycle limite autour de l'état de contact stable. On cherche donc à s'assurer que le système reste en contact avec la surface pendant tout le régime transitoire. Un bris de contact se produit lorsque la position de l'effecteur par rapport à un repère inertiel est plus petite que la position de la surface. Dans cette situation, la force d'interaction devient nulle

$$f_{int} = \begin{cases} k_{env}(x_{mur} - x_{eff}) & (x_{mur} - x_{eff}) < 0 \\ 0 & (x_{mur} - x_{eff}) \geq 0 \end{cases} \quad (4.16)$$

La relation directe entre position et force présente dans le modèle de la surface permet l'observation de la variation de la force d'interaction comme mesure de la position relative de l'effecteur et de la surface de contact. Le dépassement en force est donné

par

$$M_p = 100 \frac{(f_{int} - f_{o/s})}{f_{int}} \quad (4.17)$$

où  $f_{int}$  est la force d'interaction à l'équilibre et  $f_{o/s}$  est la force de dépassement. Un dépassement de 100% se produit quand la force de dépassement devient nulle, impliquant qu'il y a bris de contact. Le troisième indice de performance est donc ce dépassement. Cet indice doit être minimisé assurant par là que les oscillations du manipulateur sont assez petites pour que ce dernier reste constamment en contact avec l'environnement.

#### 4.3.1.4 Orientation maximale

Ce dernier indice est considéré comme une mesure de sécurité plus qu'un terme à optimiser. L'angle d'orientation maximal du ddl redondant ne doit pas dépasser  $\pm \frac{\pi}{2}$  au cours de l'exécution de la tâche. La surface de contact est modélisée comme ayant une hauteur infinie; ceci implique qu'à  $\pm \frac{\pi}{2}$ , le manipulateur entre en collision, s'effondre sur la surface. En outre, la limite  $\pm \frac{\pi}{2}$  est imposée dans le cas simplifié où l'effecteur est unidimensionnel, ne possédant pas d'épaisseur; la performance du robot doit être acceptable dans une plage d'orientations plus restreinte. L'utilisation d'un outil vient encore diminuer cette plage d'orientations possibles. C'est pourquoi on choisit la minimisation de l'orientation de la redondance comme indice de performance. Pour un comportement acceptable donné, plus l'angle maximal est petit, plus le robot peut opérer dans une zone restreinte augmentant ainsi la polyvalence du système de commande.

### 4.3.2 Choix des formes d'impédance

La fonction régissant le comportement des impédances d'ordre zéro et du premier ordre peut prendre n'importe quelle forme intégrable. Cette grande marge de manœuvre, bien qu'étant un atout important de la commande par impédance, force le concepteur à définir une méthode d'évaluation de ces fonctions aussi générale que possible. C'est pourquoi une approche basée sur l'optimisation des paramètres peut non seulement déterminer la valeur des paramètres des fonctions, mais aussi la forme des courbes d'impédances. Il est donc possible de définir des fonctions générales et

laisser l'optimisation décider de sa nature. On choisit d'exprimer la composante des impédances habituellement considérée comme une constante sous forme d'un polynôme de degré 2 ayant comme coefficients les paramètres à être optimisés. Une fois la fonction définie, il est toujours possible de trouver une forme équivalente plus simple d'après l'observation des courbes. En outre, la trajectoire virtuelle étant une entrée en échelon en position, sa dérivée, la vitesse virtuelle, est une impulsion. On choisit d'omettre l'effet de cette impulsion car elle est source d'instabilité et n'apporte rien à la performance globale du système, nous donnant l'expression générale des courbes de raideur et d'amortissement

$$k_r(\phi - \phi_0) = [K_2(\phi - \phi_0)^2 + K_1(\phi - \phi_0) + K_0][\phi - \phi_0] \quad (4.18)$$

$$b_r(\dot{\phi}) = [B_2\dot{\phi}^2 + B_1\dot{\phi} + B_0][\dot{\phi}] \quad (4.19)$$

où  $A_0, B_0, C_0$  et  $A_1, B_1, C_1$  sont les paramètres à optimiser des impédances d'ordre zéro, soit la raideur et d'ordre 1, soit l'amortissement. Comme mentionné plus haut, le contexte particulier dans lequel le problème d'optimisation est défini amène le besoin de déterminer au préalable si les indices de performance décrits ci-haut peuvent être optimisés. La manière idéale d'évaluer la pertinence des indices serait évidemment de visualiser ces indices sur différents intervalles de paramètres d'impédance. Toutefois, la variation des paramètres, au nombre de 6, définirait une hypersurface à 7 dimensions, impossible à visualiser. Une forme plus simple mais représentative du point de vue de l'optimisation des équations (4.18) et (4.19) doit être utilisée. Deux versions simplifiées de ces équations sont évaluées et les résultats présentés dans les sections qui suivent.

### 4.3.3 Optimisation

On commence par assigner une valeur nulle aux variables des deux degrés inférieurs des polynômes, ceci afin de conserver l'aspect général de la courbe

$$k'_r(\phi - \phi_0) = [K_2(\phi - \phi_0)^2][\phi - \phi_0] \quad (4.20)$$

$$b'_r(\dot{\phi}) = [B_2\dot{\phi}^2][\dot{\phi}] \quad (4.21)$$

Cette forme permet de visualiser les surfaces en 3 dimensions correspondant aux indices de performance sur un intervalle de valeurs de  $K_2$  et  $B_2$  donné. On observe les indices

de performance sur une plage de valeurs

$$0 < K_2, B_2 < 100 \quad (4.22)$$

en calculant les indices après chaque simulation, effectuée à chaque itération. Trois événements causent la fin d'une simulation:

1. Le système atteint un état stable en position, défini par la condition

$$((\dot{x}_{eff}^2 < 0.0001) \wedge (\ddot{x}_{eff}^2 < 0.0001)) \wedge (f_{int} < 0) \quad (4.23)$$

2. Le système n'est pas stable à  $t = 3$  secondes.
3. L'orientation  $\phi > \frac{\pi}{2}$ .

Les résultats sont représentés sous forme de graphiques aux figures 4.5, 4.6, 4.7 et 4.8, chaque surface correspondant à un indice de performance. L'interprétation

Figure 4.5: Optimisation non-linéaire, indice de puissance dissipée.

de ces graphiques nous permet de faire les observations suivantes. Tout d'abord, les surfaces semblent en général assez continues pour servir de surfaces d'optimisation. On remarque toutefois que la zone représentant un court temps de stabilité dans le

Figure 4.6: Optimisation non-linéaire, indice de force à l'impact.

graphique de la puissance moyenne dissipée comporte un grand nombre de sommets et vallées, rendant l'optimisation de cette caractéristique difficile près de la zone à haute performance. L'utilisation de pas d'itération plus petits est à considérer dans cette région d'intérêt. On constate aussi que les zones de valeurs associées à un comportement désirable du système se situent dans la même région pour les 4 indices de performance. Ceci implique qu'un système se stabilisant rapidement aura aussi une force à l'impact minimale, un faible dépassement et une orientation maximale satisfaisants. Un choix de paramètres d'impédance optimaux favorisera un comportement approprié vis-à-vis tous les critères. Cette région de haute performance est aussi bien isolée et petite comparée au reste des surfaces. Les régions d'intérêt sont données dans au tableau 4.3. Une autre observation intéressante à souligner est que les constantes d'impédance en raideur et en amortissement nous donnant une bonne performance se trouvent dans la même région. Ceci pourrait simplifier l'optimisation considérablement, réduisant le nombre de variables de moitié. La zone à haute performance est restreinte notamment dû à l'amplitude d'oscillation maximale. En effet, en ne considérant que les trois autres critères, il serait possible de définir une zone plus grande, essentiellement caractérisée par une faible raideur. On ne peut toutefois négliger l'indice  $M_p$ , car il indique la présence d'une source d'instabilité que la simulation de l'impact ne démontrera pas.

Figure 4.7: Optimisation non-linéaire, indice de dépassement.

Le cycle limite associé au bris de contact est principalement causé par l'effet combiné de l'aspect numérique du contrôleur, friction statique et saturation dans les moteurs, jeu dans les engrenages, qui sont tous des non-linéarités physiques non-modélisées dans la simulation. On doit donc s'assurer que le robot reste en contact avec la surface. Néanmoins, cette zone est peut-être plus grande que les résultats amenés plus haut ne le laissent croire. Les sections de la surface n'ayant pas de valeur assignées correspondent aux cas où la simulation s'est arrêtée à cause de l'orientation dépassant  $\frac{\pi}{2}$ . La cause de cet événement est attribuable au manque de planification de la trajectoire.

Variable	Intervalle
$K2$	$3 - 10 \frac{N}{m^3}$
$B2$	$5 - 10 \frac{N.s}{m^3}$
$\overline{P}_{diss}$	$600 - 1000W$
$f_{max}$	$100 - 175N$
$M_p$	$10 - 70\%$
$\phi_{max}$	$1 - 1.3rad$

Tableau 4.3: Zones de haute performance.



Figure 4.8: Optimisation non-linéaire, indice d'orientation maximale.

Les équations (3.40), (3.41) et (3.42) décrivant le système dynamique équivalent en condition statique détermine entre autre l'orientation à l'équilibre d'après les raideurs, la force d'interaction désirée et les positions virtuelles. Comme la position virtuelle du système lors des essais ci-haut est gardée fixe à  $\phi_0 = 0$  et que la force d'interaction est elle aussi gardée fixe à  $f_{int} = 50N$ , certaines valeurs de  $K_2$  font que l'orientation à l'équilibre est supérieure à  $\frac{\pi}{2}$ . D'après l'équation (3.42),

$$K_2\left(\frac{\pi}{2} - 0\right)^3 = (2)(50)(0.3) \sin \frac{\pi}{2} \quad (4.24)$$

$$K_2 = 7.752 \quad (4.25)$$

Pour les cas où  $K_2 < 7.752$ , il est possible que le système dépasse cette limite avant d'atteindre un état stable. La trajectoire utilisée en simulation ne garantit donc pas un état stable dans les limites d'orientation permises, même si les performances observées sont satisfaisantes. Il est donc impératif d'ajuster cette trajectoire pendant ou après la stabilisation du système. Les résultats représentés à la figure 4.9 proviennent d'une simulation réalisée avec les impédances tels qu'établies d'après les graphiques précédents, avec une entrée en échelon de l'orientation virtuelle visant à imposer une force d'interaction de  $50N$  à  $\phi_{eq} = 1rad$ . Cette entrée est donnée au système lorsque son orientation atteint  $1.15rad$ . On observe ici un comportement du système très sa-

Figure 4.9: Impact avec impédance optimale.

tisfaisant. Le système atteint une stabilité en position en  $0.4s$  avec une force à l'impact de  $135N$ , ce qui est minime comparé aux valeurs moyennes de la surface représentant la force en fonction des impédances. Le dépassement est aussi adéquat, le système oscillant autour d'un point plus bas que la force à l'équilibre, amenée par la modification de l'orientation virtuelle. Comme mentionné plus haut, la vitesse de l'effecteur au moment de l'impact est considérablement élevée, de l'ordre de  $0.6\frac{m}{s}$ . Cette vitesse est la cause principale du pic de force à l'impact. Une caractéristique importante de ces résultats concerne le changement d'orientation associé au contact de la surface. Au moment de l'impact, la force d'interaction a pour effet d'augmenter l'angle d'orientation de l'effecteur. Toutefois, l'action combinée des amortisseurs et du petit intervalle de temps sur lequel la force agit fait que le  $\Delta\phi$  à l'impact est petit, environ  $0.1rad$ . Les changements d'orientation subséquents sont causés par l'ajustement de la trajectoire. Sur cet intervalle, comme le démontre la figure 4.10, l'impédance en raideur peut être considérée comme linéaire. Cette aspect amène la possibilité d'utiliser une forme d'impédance plus

Figure 4.10: Courbe de l'impédance non-linéaire.

simple que celle décrite par l'équation (4.18), soit une impédance linéaire avec raideur constante. On ne peut toutefois tirer les mêmes conclusions pour l'amortissement, la variation de la vitesse angulaire  $\Delta\dot{\phi}$  durant l'impact étant trop grande. On observe aussi que, même si le système est stable en position, la force ainsi que l'orientation ne sont pas encore à l'équilibre après 5 secondes. Ceci est dû à la faible raideur du système en orientation, lui conférant une bande passante, donc une fréquence naturelle, plus petites. La lenteur de stabilisation en orientation ne compromet pas la stabilité globale, la stabilité en position assurant un contact. Toutefois, il fut observé que même si le système exhibe un bon comportement, la simulation du système ayant subi des modifications au niveau de certains paramètres induit de l'instabilité, même si le système est stable en position. L'utilisation d'une longueur effective plus grande que celle définie plus haut cause de l'instabilité, principalement en orientation. Cette instabilité peut ensuite causer un bris de contact, et ce même si les amplitudes sont assez petites pour que le système oscille sans décollement. En effet, la dynamique physique du robot ne pourrait suivre ces oscillations à haute fréquence, causant le cycle limite souvent discuté dans cette étude. Un ajustement de trajectoire effectué au mauvais moment est aussi source d'instabilité. L'échelon appliqué trop tôt dans le régime transitoire vient exciter les modes vibratoires du système. Un changement de trajectoire plus souple, un polynôme de degré trois, par exemple, règle en partie ce problème. La cause principale de cette instabilité latente est toutefois donnée par l'observation qualitative du

comportement avec un impédance plus complexe.

#### 4.3.3.1 Courbes identiques

Pour ce faire, on utilise des courbes d'impédances en raideur et en amortissement identiques

$$k_r''(\phi - \phi_0) = [A_2(\phi - \phi_0)^2 + A_1(\phi - \phi_0) + A_0][\phi - \phi_0] \quad (4.26)$$

$$b_r''(\dot{\phi}) = [A_2\dot{\phi}^2 + A_1\dot{\phi} + A_0][\dot{\phi}] \quad (4.27)$$

On remarque que cette forme contient 3 paramètres, rendant la visualisation impossible. L'évaluation de cette forme d'impédance est effectuée en fixant une des variables et en déterminant la zone des deux variables restantes pour lesquelles les indices sont acceptables. Cette procédure est répétée pour différentes valeurs. Les intervalles utilisés sont  $-10 < A_2, A_1, A_0 < 10$ . On fixe  $A_1$  et on fait varier  $A_2$  et  $A_0$ . Deux faits intéressants émergent de l'observation de ces impédances. Premièrement, on constate que les zones où le système entre facilement en instabilité correspond aux petites valeurs de  $A_0$ . Comme amené plus haut, les valeurs d'impédance offrant une bonne performance sont faibles en raideur et en amortissement. L'état d'un système est dit stable lorsque sa vitesse et son accélération sont nulles. Dans ces conditions, considérons une perturbation en vitesse angulaire  $\delta\dot{\phi}$ . La courbe d'impédance en amortissement sera

$$b_r''(\delta\dot{\phi}) = [A_2\delta\dot{\phi}^2 + A_1\delta\dot{\phi} + A_0][\delta\dot{\phi}] \quad (4.28)$$

En linéarisant autour du point de stabilité  $\dot{\phi} = 0$ , on obtient l'impédance

$$b_r''(\delta\dot{\phi}) = A_0\delta\dot{\phi} \quad (4.29)$$

Le terme dominant l'amortissement du système est donc  $A_0$ . Si cette variable possède une valeur s'approchant de zéro, le système est sujet à l'instabilité, l'amortissement n'étant pas suffisant pour dissiper l'énergie associée à la perturbation. L'aspect clé de la courbe d'amortissement procurant une bonne robustesse en contact est donc que l'ordonnée à l'origine soit la plus élevée possible. Appliqué aux indices observés en optimisation, ce critère sur l'amortissement diminue la performance du système. Il faut trouver un compromis ou explorer une autre forme d'impédance. La seconde observation a trait à la fonction de l'aspect non-linéaire des impédances. Lors de

simulations avec les impédances ayant la forme quadratique générale, il fut observé que les impédances en raideur donnant un bon comportement sont négatives à  $\phi = 0$ . Une raideur négative cause une force de rappel inverse, force visant à augmenter l'orientation afin que l'impact se produise à un angle se rapprochant de  $\frac{\pi}{2}$ ; plus l'angle est près de cette limite, plus le système est performant. Comme mentionné plus haut, l'impédance peut être considérée comme linéaire lors de l'impact. Le rôle premier de la forme non-linéaire est donc d'orienter le manipulateur adéquatement, facteur déterminant dans la performance de ce dernier. En plus de renforcer l'utilisation d'une impédance linéaire en raideur, cette observation vient démontrer la grande influence que possède la trajectoire virtuelle sur la performance du système, l'angle auquel se produit l'impact modifiant dramatiquement la performance. Les résultats de la figure 4.11 proviennent d'une simulation effectuée avec les mêmes conditions que l'exemple précédent, excepté que l'orientation au moment du contact est plus petite. Ici, le contact s'effectue à

Figure 4.11: Impact avec impédance optimale,  $\phi = 0.5rad$ .

$\phi = 0.5$  au lieu de  $\phi = 1.1$ . Même si le temps de stabilisation est assez court, et que

la stabilité globale du système n'est pas compromise, la force à l'impact a plus que doublé et on observe un bris de contact. Il faut donc exploiter l'aspect redondant du système autant que les contraintes physiques sur l'effecteur nous le permettent à l'aide de la trajectoire virtuelle, ce qui laisse prévoir la possibilité d'une forme d'impédance plus simple. On se tourne vers l'analyse en 2 dimensions, analyse basée sur un modèle linéaire du système afin d'élaborer sur cette perspective d'impédance linéaire.

# Chapitre 5

## Analyse linéaire pour la détermination d'impédances en mouvement contraint

Ce chapitre présente une méthode de détermination des impédances considérant le système dynamique équivalent dans un contexte justifiant l'utilisation d'un modèle linéaire. On commence tout d'abord par définir les conditions pour lesquelles le modèle linéaire est applicable. Cette méthode visant à déterminer les impédances optimales pour un suivi de contour, on doit observer le système dans une situation représentative du comportement requis pour cette tâche. Le modèle linéaire est ensuite présenté, ainsi que la méthode d'optimisation, centrée autour de la sélection de pôles. Le système est ensuite simulé, d'abord dans la direction normale à la surface, puis dans un espace à

2 dimensions, démontrant le comportement du robot dans les directions normales et tangentielles de l'espace-surface.

## 5.1 Conditions d'application du modèle linéaire

Il n'est en général pas possible d'étudier la dynamique d'un manipulateur à l'aide d'un modèle linéaire. Le grand espace de travail dans lequel le robot évolue fait qu'on ne peut spécifier un état d'équilibre autour duquel le linéariser. Les techniques de commande faisant appel à la linéarisation et au découplage pallient à ce problème en exprimant les équations en boucle fermée sous une forme linéaire. La dynamique équivalente de l'algorithme de la commande par impédance telle que proposée en littérature impose elle aussi une dynamique équivalente linéaire au robot. Ce n'est toutefois pas le cas de la dynamique implantée dans cette étude. Le couplage du degré de liberté redondant avec celui normal à la surface introduit des termes non-linéaires dans les équations décrivant le comportement du système redondant, présentées au chapitre 3.

Pour étudier ce système linéarisé, on doit établir les conditions d'opérations nous permettant de spécifier un vecteur d'état à l'équilibre. Pour les besoins spécifiques de cette analyse de suivi de contour exposé dans la section 3.1.2, ces conditions doivent décrire le comportement du système se déplaçant sur une surface en gardant un contact et une force d'interaction constante. La tâche d'intérêt étant bidimensionnelle, un troisième degré de liberté doit être inclus dans le modèle. Le comportement du système équivalent est maintenant décrit dans trois directions: la direction normale à la surface, la direction tangentielle à la surface et la direction redondante. L'espace particulier dans lequel sont définies les directions nous permet de traiter le problème en isolant deux degrés de liberté, soit la direction normale et la direction redondante.

Considérons le système en contact avec une surface, effectuant un déplacement  $ds$  tout en gardant son orientation constante. Exprimé en coordonnées cartésiennes, ce déplacement se décompose en deux déplacements orthogonaux  $dx$  et  $dy$ . Dans l'espace surface, le déplacement s'exprime selon les directions normales et tangentielles. En l'absence de friction, le déplacement tangentiel constitue la direction commandée en position pure. Le manipulateur ne fait que suivre une trajectoire définie par la position



de la surface à chaque point. À l’opposé, la direction normale représente la direction selon laquelle le manipulateur doit être commandé en force pure. Les changements de position dans cette direction agiront directement sur le système équivalent, forçant ce dernier à suivre le mouvement de “va et vient” de la surface dans cette direction. C’est pourquoi on choisit d’imposer la dynamique équivalente d’un système masse-amortisseur-ressort linéaire dans la direction tangentielle, et la dynamique redondante du problème précédent dans la direction normale à la surface. L’état d’équilibre autour duquel la dynamique apparente du robot dans la direction normale à la surface est linéarisée est donc celui où le système équivalent de la figure 2.5 applique une force d’interaction constante  $f_{int}$  sans mouvement. La variation de la surface dans la direction normale est traduite par un changement de position de la surface, modifiant le vecteur d’état à l’équilibre du système. Ce dernier cherchera alors à atteindre son nouvel état stable en réajustant sa position et son orientation en fonction du nouveau point de stabilité. Ce sont les caractéristiques de ce réajustement qui définissent le comportement du système lors du suivi de contour et qu’on cherche à optimiser à l’aide des impédances appropriées.

## 5.2 Modèle linéaire

Le système étudié possédant les mêmes caractéristiques que celui utilisé pour le problème en 1 dimension, on doit linéariser ses équations dynamiques, décrites sous forme matricielle par l’équation (3.39). Les équations linéarisées sont ensuite exprimées sous forme d’équations d’état

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (5.1)$$

où  $\mathbf{x} = [ \delta x \quad \delta \dot{x} \quad \delta \phi \quad \delta \dot{\phi} ]^T$  est le vecteur d’état de déviations du point de stabilité,  $\dot{\mathbf{x}} = [ \delta \dot{x} \quad \delta \ddot{x} \quad \delta \dot{\phi} \quad \delta \ddot{\phi} ]^T$  est la dérivée du vecteur d’état et  $\mathbf{u}$  est le vecteur d’entrée au système. Dans cette analyse, toutefois, le vecteur d’entrée est nul. En effet, un changement de position de la surface ne constitue pas une entrée proprement dite. Le changement ne fait que déplacer le vecteur d’état à l’équilibre  $[ x_{eq} \quad 0 \quad \phi_{eq} \quad 0 ]^T$ , ce qui correspond à une modification des conditions initiales du système avant la perturbation. Conséquemment, le système est étudié en réponse libre, la perturbation provenant de conditions initiales ne définissant plus un état stable. Les équations du système linéarisé

sont (détails dans l'annexe A)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_n + m_r & 0 & (m_n + \frac{m_r}{2})l_e \sin \phi_{eq} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & (m_n + \frac{m_r}{2})l_e \sin \phi_{eq} & 0 & I + (4m_n + m_r)\frac{l_e^2}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \dot{x} \\ \delta \ddot{x} \\ \delta \dot{\phi} \\ \delta \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -k - k_{env} & -b & -kl_e \sin \phi_{eq} & -bl_e \sin \phi_{eq} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ (k_{env} - k)l_e \sin \phi_{eq} & 0 & \alpha & -b_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta \dot{x} \\ \delta \phi \\ \delta \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

où

$$\begin{aligned} \alpha = & k_{env}l_e \cos \phi_{eq}(x_{eq} - x_{mur}) - k_r - kl_e^2(\sin^2 \phi_{eq} - \cos^2 \phi_{eq}) \\ & -kl_e \cos \phi_{eq}(x_{eq} - x_{ref}) \end{aligned} \quad (5.3)$$

Pour fins de simplicité, la matrice d'inertie linéarisée n'a pas été inversée et prémultipliée. Cette procédure est effectuée numériquement dans les analyses subséquentes. On dénote la présence de  $k_{env}$  dans les deux termes d'impédance face à la perturbation  $\delta x$ , conséquence de la connection en parallèle du ressort linéaire et du ressort à raideur élevée du modèle de la surface. L'utilisation d'un système équivalent masse-amortisseur-ressort au lieu du système redondant limiterait l'effet de l'impédance du système sur la raideur globale; la raideur  $k_{env}$  de l'environnement étant plus grande que  $k$ , la raideur effective du système dans cette direction est de l'ordre de la raideur de l'environnement.

### 5.3 Définition du problème

Les conditions de linéarisation et le modèle linéaire ayant été définis, on peut maintenant se tourner vers les techniques de conception de systèmes de commande linéaire afin de déterminer les impédances optimales requises pour l'accomplissement de la tâche. La commande linéaire, lorsque applicable, est une approche très puissante car elle fournit une corrélation directe entre les paramètres de commande, ici les termes d'impédance du système équivalent, et la réponse désirée du système. La corrélation entre impédance et réponse est faite en observant la structure fondamentale de la dynamique du système et les changements causés par une modification des composantes définissant l'impédance.

### 5.3.1 Pôles et valeurs propres

La structure fondamentale de la dynamique du système est donnée par ses pôles. L'emplacement des pôles dans le plan complexe nous informe sur ses modes fondamentaux en décrivant les caractéristiques de chaque mode: fréquence naturelle, dépassement, amortissement... Chaque pôle correspond à un mode fondamental de vibration du système. La réponse de ce dernier face à une entrée est constituée d'une combinaison linéaire de ces modes naturels. Pour un système dont la dynamique est exprimée sous forme d'équations d'état, les pôles correspondent aux valeurs propres de la matrice  $\mathbf{A}$  de l'équation (5.1). De plus, le vecteur propre associé à la valeur propre  $\lambda_i$  décrit le mouvement du système lorsque le mode fondamental associé à cette valeur propre est excité. Les valeurs et vecteurs propres du système sont fonction des termes de la matrice  $\mathbf{A}$ ; en faisant varier les termes constituant cette matrice, on change les valeurs et vecteurs propres et, par le fait même, l'emplacement des pôles dans le plan complexe (Kazerooni *et al.* 1986). Cette approche permet de varier les caractéristiques fondamentales de la dynamique de chaque mode naturel du système, favorisant ainsi une réponse au préalable établie. Notre système redondant est du deuxième ordre et comprend deux degrés de liberté. Il possède 4 modes fondamentaux de vibration, donc 4 valeurs propres et leurs vecteurs associés. La matrice recherchée  $\mathbf{A}$  est obtenue par l'expression

$$\mathbf{A} = \mathbf{M}_l^{-1} \mathbf{Z}_l \quad (5.4)$$

où  $\mathbf{M}_l$  est le tenseur d'inertie du système dynamique équivalent linéarisé et  $\mathbf{Z}_l$  représente la matrice d'impédance, elle aussi linéarisée. On constate que les termes constituant la matrice  $\mathbf{A}$  sont les impédances du système. Un choix d'impédance revient à spécifier les valeurs et vecteurs propres du système. De façon similaire au problème précédent, l'approche par sélection des pôles peut être perçue comme un problème d'optimisation. Les variables à optimiser sont encore les paramètres d'impédance du système mais, cette fois-ci, les critères à optimiser sont les positions relatives des pôles dans le plan complexe. Bien sûr, il est impossible de spécifier arbitrairement l'emplacement des pôles. Cela reviendrait à imposer une dynamique que le système est peut-être incapable de reproduire en raison de sa structure dynamique. En faisant varier une impédance, on déplace plutôt les pôles selon des trajectoires définies par la dynamique du système vers les zones du plan complexe imposant le comportement désiré.

### 5.3.2 Choix des critères d'optimisation

La première étape consiste à spécifier la réponse désirée du système en fonction des caractéristiques fournies par l'emplacement des pôles. Comme mentionné plus haut, on cherche à optimiser la réponse de la dynamique équivalente face à un changement du vecteur définissant l'état stable du système redondant. Ce changement d'état est causé par un mouvement de la surface dans sa direction normale. Comme la surface est continue, ce changement de position doit être assez petit pour refléter l'effet du mouvement de l'effecteur glissant sur la surface, d'où la possibilité d'utiliser une dynamique linéarisée. Afin d'observer le système en réponse libre, on modifie les conditions initiales au lieu d'effectuer un déplacement de la surface. Considérons la réponse d'un système face à un déplacement de la surface  $\delta x_{mur}$ . À l'instant  $t = 0^-$ , le système est à l'état stable, son vecteur d'état

$$\mathbf{x}_{eq}^- = [ x_{eq}^- \quad 0 \quad \phi_{eq}^- \quad 0 ]^T \quad (5.5)$$

à l'instant  $t = 0^+$  et pour une force d'interaction constante, le changement de position du mur impose un nouveau vecteur d'état

$$\mathbf{x}_{eq}^+ = [ x_{eq}^+ \quad 0 \quad \phi_{eq}^+ \quad 0 ]^T \quad (5.6)$$

causant le mouvement du système qui cherche à retrouver son état de stabilité. Au lieu de simuler ce déplacement du mur, l'approche qui suit considère le système à  $t = 0^+$  possédant comme conditions initiales le vecteur d'état stable à  $t = 0^-$

$$\mathbf{x}_0^+ = [ x_{eq}^- \quad 0 \quad \phi_{eq}^- \quad 0 ]^T \quad (5.7)$$

La seule condition nécessaire à l'application de cette méthode est que le déplacement de la surface doit être assez petit pour que l'effecteur reste en contact avec la surface avant et après la perturbation

$$x_{eq}^- \geq (x_{mur} + \delta x_{mur}) \quad (5.8)$$

La caractéristique primaire du comportement désiré est la vitesse à laquelle la position de l'effecteur atteint son nouvel état d'équilibre. En effet, on peut traiter la tâche de suivi de contour comme une suite continue de ces perturbations. La capacité à prendre rapidement un nouvel état stable est représentative de la rapidité à laquelle le système s'ajuste à de nouvelles conditions, c'est-à-dire une nouvelle position de la

surface, toujours dans sa direction normale. Une réponse trop lente risque de causer un bris de contact et des oscillations.

La seconde caractéristique de la réponse désirée est l'amortissement, le plus critique possible. Bien que moins important que le temps de réponse, on cherche à minimiser les oscillations du système qui causeraient une fluctuation au niveau de la force d'interaction. Comme le robot, le système équivalent possède en général une faible bande passante et les oscillations en régime transitoire risquent d'exciter les modes fondamentaux, ce qui déstabiliserait le système. Notons que ces spécifications concernent toutes deux la position du système.

Les considérations de l'autre variable d'état, l'orientation de l'effecteur, sont de moindre intérêt. En effet, le ddl redondant est utilisé dans le but de compléter la dynamique globale du système. Le seul critère s'appliquant à la redondance lors des essais précédents était de ne pas dépasser une certaine orientation. Ici, le phénomène ne risque pas de se provoquer, pourvu que l'orientation à l'équilibre soit la même avant et après la perturbation ou qu'un changement du point d'équilibre ne soit conséquence que d'un changement de la trajectoire virtuelle. La figure 5.1 illustre l'effet des pôles sur les différentes composantes de la dynamique d'un système. Dans cette figure,  $\omega_n$

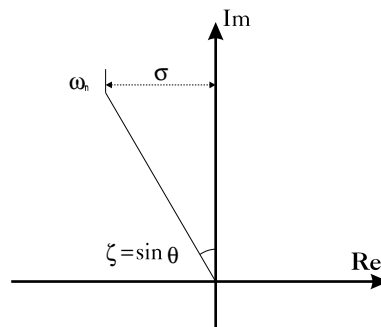


Figure 5.1: Correspondance entre les pôles et la performance d'un système linéaire.

dénote la fréquence naturelle de vibration du système. Elle est une mesure de la rapidité avec laquelle le système répond à une entrée. La rapidité de la réponse est obtenue au détriment de l'amortissement; pour un coefficient d'amortissement donné, plus le système possède une fréquence naturelle élevée, plus le temps de stabilisation est lent. Il est important que notre système à l'étude ait un  $\omega_n$  élevé pour suivre les changements de position mais sans induire d'oscillations trop grandes. Non seulement

le système doit réagir rapidement, il doit aussi se stabiliser rapidement. Le second indice,  $\zeta$ , donne l'amortissement du système. L'amortissement étant fonction du sinus de l'angle entre le pôle et l'axe complexe, il augmente avec ce dernier, jusqu'à atteindre la valeur de 1, correspondant à un amortissement critique. Les pôles de notre système doivent être gardés près de l'abscisse, favorisant ainsi une réponse amortie. Le dernier indice,  $\sigma$ , est le plus représentatif de l'aspect du comportement désiré. Il combine la fréquence naturelle et l'amortissement pour caractériser le temps requis au système pour se stabiliser après l'entrée. Cet indice correspond à la caractéristique primaire du comportement décrit plus haut, la distance des pôles par rapport à l'abscisse est donc le critère d'optimisation choisi.

## 5.4 Optimisation et résultats

L'étape suivante est la sélection des impédances du système selon leur effet sur les valeurs propres de la matrice  $\mathbf{A}$ . On choisit d'imposer la même impédance inertielle que celle établie dans le chapitre précédent. En effet, l'analyse employée ne dépend pas de la tâche à effectuer. L'impédance d'ordre deux est responsable de la bonne correspondance physique entre le robot et la dynamique équivalente et ce peu importe la situation. En outre, une des motivations premières de cette recherche est de commander le manipulateur de façon à unifier les performances en position et en force, il est donc crucial que le robot possède la même inertie tout au long de son opération. Similairement, on choisit les mêmes impédances linéaires que celles du problème précédent en vue d'une bonne performance du système en mouvement libre. Il nous reste les deux termes d'impédance en rotation,  $k_r$  et  $b_r$ . La forme de ces impédances est déjà définie comme constante par l'aspect linéaire du modèle, on peut directement passer à l'observation de l'effet de ces impédances sur les pôles du système redondant.

### 5.4.1 Résultats

Les figures 5.2, 5.3, 5.4 et 5.5 sont une représentation graphique de la distance par rapport à l'ordonnée  $\sigma_i$  de chacun des pôles du système en fonction des variables  $k_r$  et  $b_r$ , ainsi que l'effet de chacun des paramètres d'impédance sur l'emplacement des

pôles. Comme mentionné plus haut, notre système redondant possède quatre pôles

!

Figure 5.2: Optimisation du premier pôle du système linéarisé.

décrivant sa structure dynamique fondamentale. Deux de ces pôles ont une partie complexe et sont donc conjugués. C'est pourquoi la valeur des  $\sigma$  associés à ces pôles est la même. Le mode fondamental correspondant aux pôles complexes est un mode flexible des variables d'état  $x_{eff}$  et  $\phi$  oscillant simultanément. La surface de  $\sigma$  en fonction des impédances démontre très clairement une vallée à  $b_r \approx 36$  au fond de laquelle le temps de stabilité est minimisé. De plus, on constate que cette vallée correspond exactement au point où les deux pôles conjugués se rejoignent sur l'axe des réels et perdent leur partie complexe. À cet endroit, les vibrations du mode oscillatoire sont dissipées avec un coefficient  $\zeta = 1$ , transformant ce mode vibratoire en mode critiquelement amorti. Il apparaît donc évident que la valeur optimale de l'amortissement  $b_r$  correspond au fond de la vallée. On remarque toutefois que la valeur de la raideur torsionnelle  $k_r$  n'affecte pas ou très peu le temps de stabilité. La nature optimale de cet amortissement est d'autant plus confirmée par la surface décrivant la coordonnée réelle du second pôle du système. Ce pôle décrit un mode rigide du système, associé à la variable d'état  $x_{eff}$ , la position de l'effecteur. Comme mentionné plus haut, la réponse désirée concerne principalement la position de l'effecteur, il est donc important de minimiser le temps

Figure 5.3: Optimisation du second pôle du système linéarisé.

de stabilité de ce mode. La forme de la surface est pratiquement la même que celle des pôles conjugués. On observe un temps de stabilité minimal au même endroit que pour les pôles complexes, soit à  $br \approx 36$  et une certaine indépendance de cet indice face aux variations de  $k_r$ . Pour cette valeur d'amortissement, le mode rigide se scinde et devient complexe au même moment que les pôles originellement complexes rejoignent et deviennent réels. La valeur optimale correspond au point où l'amortissement global du système est le plus critique possible.

Le troisième graphique concerne le dernier pôle du système. Ce pôle est associé au second mode rigide du système, celui où seule la variable d'état  $\phi$  oscille. On remarque une surface différente des deux précédentes, notamment au niveau de la dépendance face à la raideur torsionnelle. Ce pôle est en général beaucoup plus lent que les autres et témoigne du comportement de l'orientation, plus lent à se stabiliser que la variable  $x_{eff}$ . Comme expliqué plus haut, on accorde moins d'importance à ce mode qui requiert une raideur considérable pour affecter de façon significative son temps de stabilité. Les résultats présentés à la figure 5.6, illustrant la réponse libre du système simulant une perturbation de la position de la surface  $\delta x_{mur} = 0.005m$  démontrent bien ce point. On constate que la réponse du système en position est 10 fois plus rapide qu'en orientation. Le système se stabilise en 0.15 secondes, ce qui est assez lent, le déplacement étant assez



Figure 5.4: Optimisation du troisième pôle du système linéarisé.

petit. Toutefois, il atteint son point d'équilibre pour la première fois à 0.03 secondes, ce qui lui permet de suivre une surface variant à une vitesse de  $0.15 \frac{m}{s}$ , toujours selon la direction normale de la surface à chaque point.

#### 5.4.2 Essais en suivi de signal

Des essais simulant le manipulateur en contact suivant le mouvement d'une surface ont été réalisés. Comme la dynamique équivalente redondante n'est imposée que dans la direction normale à la surface, le système a été simulé en 1 dimension, les variations de la surface exprimées dans l'espace normal-tangent correspondant au mouvement de la surface selon l'axe des  $x$ . On simule un déplacement sinusoïdal du système appliquant une force constante. La trajectoire virtuelle imposée au système est par conséquent similaire au mouvement de la surface avec un gain constant causant la force d'interaction en fonction de l'impédance en raideur du système redondant. L'orientation est gardée constante, aucune trajectoire virtuelle ne lui est imposée. Les tableaux 5.1 et 5.2 résument les paramètres d'impédance et les trajectoires du système. Le système est initialement au repos, possédant les conditions initiales nécessaires à l'application d'une force d'interaction de  $50N$ . Les résultats sont représentés à la figure 5.7. On remarque

Figure 5.5: Lieu d'Evans en fonction des paramètres d'impédance.

Param	$m_n$	$m_r$	$l_e$	$I$	$k$	$b$	$k_r$	$b_r$
Valeur	10kg	3kg	0.3m	0.09kgm <sup>2</sup>	68.77Nm	58.9 $\frac{Nm}{s}$	36Nrad	36 $\frac{Nrad}{s}$

Tableau 5.1: paramètres d'impédance du suivi de contour

que le système suit le signal de très près. Toutefois, on dénote aussi une variation de la force d'interaction indiquant que la position du système varie légèrement. Cette oscillation est aussi présente au niveau de l'orientation. L'angle oscille autour de son point d'équilibre, causant la fluctuation de force associées au mouvement de l'effecteur résultant. La fréquence d'oscillation de cette fluctuation est de 1Hz, identique à la fréquence de la trajectoire virtuelle. Cette vibration est conséquence du pôle amorti

Param	$x_{mur}$	$x_0$	$\dot{x}_0$	$\phi_0$
Valeur	$-\frac{1}{2} \sin(t + \frac{\pi}{2}) + 0.6$	$-\frac{1}{2} \sin(t + \frac{\pi}{2}) + 1.175$	$-\frac{1}{2} \cos(t + \frac{\pi}{2})$	0.298

Tableau 5.2: Trajectoires du suivi de contour

Figure 5.6: Réponse libre du système en présence d'une perturbation.

lent discuté plus haut. La faible bande passante du degré de liberté redondant correspondant au pôle situé près de l'ordonnée fait que cette composante de la dynamique du système est sujette à l'excitation par un signal possédant une fréquence de l'ordre de la fréquence naturelle de ce mode. Le pôle lent de notre système à l'essai est localisé à  $\omega_n = 1.2056$ . La fréquence du signal de la trajectoire virtuelle vient exciter ce mode vibratoire, causant les oscillations remarquées. Comme mentionné plus haut, une variation des impédances  $k_r$  et  $b_r$  n'a pas beaucoup d'influence sur l'emplacement de ce pôle. Il est peu probable qu'il existe une impédance donnant une réponse favorable globale tout en éliminant cette composante de la dynamique. L'utilisation d'un filtre est à considérer. La réponse est néanmoins considérée satisfaisante, l'amplitude des variations en force n'étant pas trop élevée et les oscillations du degré de liberté redondant n'affectant pas dramatiquement la performance désirée telle que définie plus haut.

Figure 5.7: Système équivalent en suivi de signal.

# Chapitre 6

## Discussion

Ce chapitre discute des divers aspects de la recherche effectuée dans un contexte global de commande. Les impédances définies avec les méthodes d'optimisation sont implantées dans le système de commande couplé au robot à 3ddl et le système est simulé dans un espace à 2 dimensions. Cette simulation présente aussi le système de commande imposant une dynamique équivalente isotrope. On présente l'implantation du contrôleur opérant dans l'espace-surface, jusqu'ici utilisé uniquement d'un point de vue conceptuel. Suite à ces résultats, on discute des diverses observations faites au cours de l'étude, notamment sur l'implantation physique et l'importance de la trajectoire virtuelle dans le processus de conception d'un système de commande basé sur l'impédance.

## 6.1 Unification des performances en position et en force

Une des considérations principales motivant le choix de la commande par impédance comme architecture de commande et l'utilisation d'un degré de liberté redondant dans la dynamique équivalente est l'unification des commandes en position et en force. Ces deux types de commande sont mutuellement exclusifs au niveau de la performance, et une approche proposant une commande offrant une bonne performance dans les deux cas augmente de beaucoup la flexibilité et l'adaptabilité du manipulateur.

Les situations étudiées dans cette recherche adressent justement cette considération. Le problème unidimensionnel vise à définir les impédances optimales pour un manipulateur passant du mouvement libre au contact d'une surface. Le problème en suivi de surface considère le manipulateur évoluant dans un environnement contraint dans une direction et, en l'absence de friction, en mouvement libre dans la direction orthogonale. Une impédance générale, adéquate aux deux situations de cette étude, fournirait donc un comportement requis pour des tâches situées aux deux extrêmes de la commande robotique. De plus, cette unification des performances se fait sans l'aide d'une composante discrète choisissant entre deux lois de commande.

La commande par impédance spécifie un comportement désiré et une impédance générale et définit un comportement approprié au manipulateur évoluant à la fois en mouvement libre et contraint. L'observation des résultats de l'optimisation pour le problème unidimensionnel laissait entrevoir la possibilité d'utiliser une forme d'impédance en raideur linéaire pour l'accomplissement de cette tâche. En effet, lors de l'optimisation, l'aspect non-linéaire de l'impédance causant une bonne performance ne concernait que le positionnement de l'effecteur dans une orientation favorisant le comportement désiré. Cette orientation optimale pouvant être obtenue par une planification de trajectoire appropriée, une raideur linéaire en torsion serait suffisante lors du contact proprement dit. Pour ce qui est de l'amortissement, la seule conclusion tirée de cet essai est que l'ordonnée à l'origine de la courbe d'amortissement doit être positive afin de garantir une bonne stabilité lorsque le système est à l'équilibre en contact.

Le problème de suivi de contour, quant à lui, utilise *à priori* une forme d'impédance

linéaire. L'optimisation de ces impédances permet de déterminer de façon assez catégorique l'amortissement optimal, mais ne fournit pas d'indices sur la raideur, les indices de performance n'étant en général pas influencés par un changement de raideur.

Face à ces conclusions, on constate que les impédances ne sont pas exclusives à une situation; il serait possible de définir une forme d'impédance convenant aux deux tâches étudiées. Une seconde optimisation a donc été effectuée pour l'impact du manipulateur avec la surface. La forme des impédances ainsi que la valeur de l'amortissement  $b_r$  proviennent cette fois de l'optimisation linéaire. On choisit d'optimiser le système en utilisant une impédance en raideur torsionnelle linéaire et un amortissement  $b_r = 36$ . Encore ici, les impédances inertielles et linéaires sont définies selon la technique présentée dans la section 4.2. Étant donné que le choix des impédances optimales se fait par inspection des surfaces correspondant aux indices de performance, il est possible d'optimiser deux variables simultanément. L'amortissement défini et l'impédance en raideur ne comportant qu'une variable, il est possible d'optimiser un second paramètre d'impédance. Le choix de la longueur de la barre de torsion étant basé sur l'approximation de la masse effective du manipulateur tel que

$$\mathbf{M}_{33} \approx m_e(\theta)l_e^2 \quad (6.1)$$

on choisit d'optimiser ce paramètre de façon plus rigoureuse. La procédure d'optimisation, les indices observés et la représentation des résultats sont exactement les mêmes que décrit au chapitre 4. On y inclut aussi l'ajustement à la trajectoire garantissant une orientation à l'équilibre  $-\frac{\pi}{2} < \phi_{eq} < \frac{\pi}{2}$ . Les résultats de cette optimisation sont présentés aux figures 6.1, 6.2, 6.3 et 6.4. On constate que les zones d'impédances causant un temps de stabilisation ainsi qu'un dépassement minimaux concordent, soit la région délimitée par  $l_e = 0.32 - 0.38$  et  $k_r = 0.5 - 5$ . Cette zone donne un dépassement nul et une valeur de la puissance moyenne dissipée tournant aux alentours de  $\overline{P}_{diss} = 1000 - 1200W$ . Ces valeurs démontrent une performance très acceptable. La puissance dissipée est même supérieure à celle observée lors des essais avec les impédances non-linéaires. La force à l'impact n'est pas minimale dans cette région mais néanmoins acceptable, de l'ordre de la force maximale rencontrée au cours de l'optimisation non-linéaire. On choisit donc les impédances générales offrant un comportement satisfaisant en mouvement libre, en mouvement contraint et lors de la transition entre ces deux modes d'opération. Ces impédances générales sont données

Figure 6.1: Optimisation linéaire, indice de puissance dissipée.

dans le tableau 6.1 La principale caractéristique de la dynamique ainsi définie est la

Param	$m_n$	$m_r$	$l_e$	$I$	$k$	$b$	$k_r$	$b_r$
Valeur	10kg	3kg	0.36m	0.130kgm <sup>2</sup>	68.77Nm	58.9 $\frac{Nm}{s}$	4Nrad	36 $\frac{Nrad}{s}$

Tableau 6.1: Paramètres d'impédance générale

faible raideur du degré de liberté redondant. Cette raideur est nécessaire à la maximisation de la dissipation d'énergie effectuée par l'amortisseur torsionnel, assurant par là un minimum d'oscillations au niveau de la position de l'effecteur. Cette raideur confère au ddl redondant une dynamique lente, facilement excitée par les signaux provenant des diverses entrées au système de commande. Cette forme de dynamique a déjà été observée au chapitre précédent et n'est pas considérée comme une source d'instabilité. La performance au niveau de l'application d'une force constante s'en trouve toutefois dégradée mais encore une fois, les effets de cette dégradation n'affectent pas la performance globale du système. La commande par impédance a pour philosophie de commander un comportement et non un vecteur de référence et une variation de ce dernier est tout à fait acceptable dans les limites observées.



Figure 6.2: Optimisation linéaire, indice de force à l'impact.

## 6.2 Simulation en 2 dimensions

Afin de vérifier la performance unifiée du système possédant la dynamique définie à l'aide des paramètres établis ci-haut, on implante cette dernière dans le modèle du robot couplé au contrôleur, modèle décrit au chapitre 3. Les deux tâches étudiées sont combinées et forment ainsi une tâche globale en deux dimensions. On commence par l'approche et le contact du manipulateur avec la surface, pour ensuite lui faire suivre la surface en deux dimensions définie à la section 3.1.2. La simulation est effectuée avec un modèle du robot et de l'environnement exacts. Cette simulation permet aussi d'illustrer un concept qui jusqu'ici n'avait été utilisé qu'en théorie, fournissant un cadre pour la définition des simulations et comportements à imposer. La sous-tâche associée au suivi de contour en deux dimensions nécessite l'implantation de l'espace-surface comme espace d'opération du contrôleur. Peu importe la configuration du robot et sa position relative à la surface, la dynamique équivalente doit toujours être définie selon les directions normale et tangentielle à la surface. L'espace-surface assure au robot une dynamique isotrope selon l'orientation locale de la surface.

Figure 6.3: Optimisation linéaire, indice de dépassement.

### 6.2.1 Définition de l'espace-surface

Jusqu'ici, les surfaces avaient été définies de manière à faire coïncider les directions normale et tangente avec les directions  $x$  et  $y$  d'un repère cartésien inertiel. Le contrôleur fonctionnait donc dans l'espace cartésien et la dynamique équivalente résultant de son action était aussi définie selon les axes inertiels cartésiens. Le changement d'orientation de la surface lors du suivi fait que les repères ne coïncident plus et que les directions dans lesquelles sont définies le comportement n'ont plus d'équivalent cartésien. Le contrôleur doit maintenant opérer dans l'espace-surface et les vecteurs d'entrée et de sortie sur lesquelles il agit doivent aussi être exprimés dans cet espace. Par conséquent, l'implantation de l'espace-surface est essentiellement un changement de repère de la trajectoire virtuelle. Étant donné que le repère de la surface change d'orientation selon le point de contact, la matrice effectuant la transformation doit être constamment réajustée en fonction de la position de l'effecteur. Considérons l'équation de la loi de commande par impédance dérivée au chapitre 1

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{act} = & \mathbf{I}(\theta)\mathbf{J}^{-1}(\theta)\mathbf{M}_e^{-1}[\mathbf{F}_{int} - \mathbf{B}[\mathbf{J}(\theta)\boldsymbol{\omega} - \dot{\mathbf{X}}_0] - \mathbf{K}[\mathbf{L}(\theta) - \mathbf{X}_0] - \dot{\mathbf{J}}(\theta)\boldsymbol{\omega}] + \\ & \mathbf{C}(\boldsymbol{\omega}, \theta) + \mathbf{V}(\boldsymbol{\omega}) + \mathbf{S}(\theta) - \mathbf{J}(\theta)^T \mathbf{F}_{int} \end{aligned} \quad (6.2)$$

Figure 6.4: Optimisation linéaire, indice d'orientation maximale.

On isole la partie de la loi correspondant à l'action du contrôleur

$$\ddot{\mathbf{X}}_0 = \mathbf{M}_e^{-1}[\mathbf{F}_{int} - \mathbf{B}[\mathbf{J}(\theta)\omega - \dot{\mathbf{X}}_0] - \mathbf{K}[\mathbf{L}(\theta) - \mathbf{X}_0]] \quad (6.3)$$

Les entrées au contrôleur sont les différences entre les trajectoires virtuelles en position et vitesse et les trajectoires réelles ainsi que la force d'interaction. On exprime ces vecteurs dans l'espace-surface à l'aide des transformations

$$\mathbf{X}_0^s = \mathbf{Q}(\psi)[\mathbf{L}(\theta) - \mathbf{X}_0] \quad (6.4)$$

$$\dot{\mathbf{X}}_0^s = \frac{d}{dt}(\mathbf{Q}(\psi)L(\theta)) - \frac{d}{dt}(\mathbf{Q}(\psi)\mathbf{X}_0) \quad (6.5)$$

$$\mathbf{F}_{int}^s = \mathbf{Q}(\psi)\mathbf{F}_{int} \quad (6.6)$$

où  $\mathbf{X}_0$  est le vecteur des trajectoires virtuelles cartésiennes à l'instant  $t$ ,  $\mathbf{X}_0^s$  est le vecteur des trajectoires virtuelles exprimé dans l'espace-surface à ce même instant et  $\mathbf{Q}(\psi)$  est la matrice de rotation reliant ces des repères, matrice fonction de l'orientation de la surface  $\psi$  par rapport au repère inertiel cartésien. Pour la simulation en 2 dimensions, cette orientation s'effectue autour de l'axe  $z$  du repère inertiel

$$\mathbf{Q}(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

Comme  $\mathbf{Q}$  est une matrice orthogonale et que, par conséquent, son inverse est égale à sa transposée, on utilise cette dernière dans les équations. La dynamique imposée par le contrôleur agira donc dans les directions normale et tangentielle. Ceci implique que le vecteur de sortie du contrôleur sera aussi exprimé dans l'espace-surface. On constate que la tâche du contrôleur est de spécifier une accélération désirée à l'effecteur du robot. Cette accélération est l'accélération qu'aurait le système équivalent dans la même situation. L'accélération est ensuite exprimée dans l'espace articulaire à l'aide de la matrice Jacobienne et sa dérivée pour le calcul des couples requis par la modèle dynamique inverse du manipulateur. Un contrôleur opérant dans l'espace-surface spécifiera une accélération de l'effecteur aussi dans l'espace-surface. La matrice Jacobienne du manipulateur relie les vitesses articulaires aux vitesses cartésiennes; il faut donc reconvertir le vecteur d'accélération imposée en coordonnées cartésiennes avant d'effectuer la conversion l'exprimant dans l'espace articulaire.

$$\ddot{\mathbf{X}}_0 = \mathbf{Q}^T(\psi)\ddot{\mathbf{X}}_0^s \quad (6.8)$$

On obtient par substitution une nouvelle loi de commande pour un contrôleur opérant dans l'espace-surface

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{act} = & \mathbf{I}(\theta)\mathbf{J}^{-1}(\theta)\mathbf{Q}^T(\psi)\mathbf{M}_e^{-1}[\mathbf{Q}\mathbf{F}_{int} - \mathbf{B}[\frac{d}{dt}(\mathbf{Q}(\psi)\mathbf{L}(\theta)) - \frac{d}{dt}(\mathbf{Q}(\psi)\mathbf{X}_0)] - \\ & \mathbf{K}\mathbf{Q}[\mathbf{L}(\theta) - \mathbf{X}_0]] - \mathbf{I}(\theta)\mathbf{J}^{-1}(\theta)\mathbf{M}_e^{-1}[\dot{\mathbf{J}}(\theta)\omega] + \\ & \mathbf{C}(\omega, \theta) + \mathbf{V}(\omega) + \mathbf{S}(\theta) - \mathbf{J}(\theta)^T\mathbf{F}_{int} \end{aligned} \quad (6.9)$$

## 6.2.2 Implantation de l'espace-surface

L'implantation de la nouvelle loi de commande nécessite la définition de la matrice de rotation  $\mathbf{Q}$  et de son inverse. Cette dernière est fonction de l'orientation locale de la surface. Il faut donc connaître l'orientation de la surface à chaque point de la trajectoire de l'effecteur. Dans certains cas, la surface est bien connue et il est possible de définir l'orientation de façon assez précise. Toutefois, pour les cas où la connaissance de l'environnement est imprécise, l'inclusion de la matrice dans la loi de commande peut être une source d'erreur additionnelle. Merlet (Merlet 1987) a proposé une méthode de détermination de l'orientation d'une surface d'après les informations données par le capteur de force. La force d'interaction appliquée sur une surface sans friction sera toujours

colinéaire avec la direction normale à ce point particulier de la surface. Un capteur de force fixé à l'effecteur donne les composantes de la force d'interaction selon les directions  $x$  et  $y$  d'un repère local fixé à l'effecteur. En connaissant l'orientation de l'effecteur par rapport au repère inertiel et, avec les informations du capteur, l'orientation de la force d'interaction, donc de la direction normale de la surface par rapport à l'effecteur, on détermine la matrice de rotation

$$\mathbf{Q}(\psi) = \mathbf{R}(\phi)\mathbf{T}(f_x^e, f_y^e) \quad (6.10)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{f_x^e}{\|f_{int}\|} & \frac{f_y^e}{\|f_{int}\|} & 0 \\ -\frac{f_y^e}{\|f_{int}\|} & \frac{f_x^e}{\|f_{int}\|} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

où  $f_x^e$  et  $f_y^e$  sont les composantes de la force  $f_{int}$  dans le repère local de l'effecteur. Les composantes sont divisées par la norme de la force afin d'obtenir une matrice de rotation orthogonale. Cette méthode de détermination a été implantée dans les simulations qui suivent. Les matrices  $\mathbf{R}$  et  $\mathbf{T}$  sont réorientées à la fin de chaque itération, ce qui a pour conséquence que les trajectoires virtuelles au temps  $t_{k+1}$  sont exprimées dans le repère calculé à partir des matrices  $\mathbf{R}_k$  et  $\mathbf{T}_k$  déterminées d'après les forces d'interaction à l'intervalle  $t_k$ .

### 6.2.3 Simulation avec modèle exact

La simulation présentée vérifie l'impédance générale implantée dans le système robot-contrôleur. Comme mentionné plus haut. La tâche effectuée est constituée des deux sous-tâche ayant fait l'objet de cette recherche. Ces deux tâches sont exposées dans les sections 3.1.1 et 3.1.2. Les trajectoires imposées au manipulateur quant à elles sont décrites dans les sections 3.3.4. Pour cette simulation, on utilise un modèle exact du manipulateur ainsi qu'une parfaite connaissance de l'environnement. Les résultats sont présentés aux figures 6.5, 6.6 et 6.7. On constate tout d'abord que l'implantation du calcul de l'espace-surface à l'aide de l'information des capteurs donne une position normale à la surface démontrant l'approche du manipulateur et l'impact de ce dernier avec la surface. La position normale reste ensuite constante pendant la phase du suivi, conséquence de l'application d'une force elle aussi constante. La position tangente est constante légèrement au dessus de zéro. Ce décalage provient de la commande de la

Figure 6.5: Simulation exacte, résultats en position dans l'espace-surface.

trajectoire virtuelle à chaque itération. La position tangente est constante à cette valeur car elle est recalculée à chaque réorientation de la surface, donc à chaque itération. L'absence de friction cause une force nulle dans cette direction, à part un pic au à l'impact et au moment du passage de la phase de contact au suivi de contour. Ce dernier pic est dû au changement de trajectoire. Comme soutenu au long de cette recherche, les trajectoires virtuelles sont assez simples et par le fait même dynamiquement exigeantes afin d'isoler l'effet des impédances sur le comportement du système.

En dépit de ces résultats à première vue satisfaisants, on observe à la figure 6.6 que le manipulateur accuse un certain retard par rapport à la trajectoire virtuelle. De plus, des essais ont démontré que le système avait tendance à entrer en instabilité près de la fin de son suivi. Une solution partielle à ce problème est d'augmenter l'impédance du système dans la direction tangente. Cet ajustement se fait toutefois au détriment de la stabilité au moment de l'impact, signe que le système robot-contrôleur possédant une

Figure 6.6: Simulation exacte, résultats dans le plan cartésien.

forte impédance dans la direction tangente est très sensible aux erreurs de modélisation de l'environnement. La nature du problème est démontrée par l'orientation et la force normale à la surface. La trajectoire selon le degré de liberté redondant vise à conserver une orientation constante tout au long du suivi à  $\phi_{eq} = 1$ . On remarque cependant que l'orientation diminue pendant la tâche. Parallèlement, la force normale, supposée constante à  $f_{int} = 20N$ , diminue progressivement sans se stabiliser. Le modèle de l'environnement et du manipulateur étant exacts et la surface modélisée sans friction, cette variation de l'orientation et de la force ne proviennent pas des paramètres non-modélisés. Ce phénomène est associé à la spécification de trajectoire au temps  $t_{k+1}$  se faisant dans le repère calculé au temps  $t_k$ . Comme le démontre la figure 6.8, la trajectoire qui normalement devrait être purement tangentielle possède une composante dans la direction normale. Cette composante est négative, ce qui pousse l'effecteur à s'éloigner de la surface, diminuant ainsi la force d'interaction et redéfinissant constamment l'état d'équilibre du système, ce qui cause le changement d'orientation. Cette observation est plus apparente chez la force d'interaction et l'orientation à cause du gain élevé associé à la raideur du premier et à la faible bande passante du second.

En outre, cette non-concordance des repères serait aussi la cause du retard et de la perte de contrôle vers la fin du suivi. La présence d'une composante normale dans la trajectoire virtuelle a le même effet que si la surface avait un coefficient de friction.

Figure 6.7: Simulation exacte, résultats en force et puissance.

Comme la dynamique équivalente dans la direction tangente est celle d'un système linéaire à haute impédance, cette friction effective est une perturbation qui déstabilise le système, particulièrement lorsque la force d'interaction est faible. Deux solutions se présentent à ce problème. La première est qu'on peut prédire l'orientation du repère au temps  $t_{k+1}$  et ajuster l'orientation de l'espace-surface telle que calculée à l'aide des informations au temps  $t_k$ . Pour ce faire, on détermine le changement d'orientation  $\Delta\psi_k$  lors du passage  $t_{k-1}$  à  $t_k$  et on réoriente l'espace-surface à  $t_k$  de cette quantité. De plus, avec une fréquence d'échantillonnage rapprochée combinée à un taux de variation de l'orientation  $\frac{d\psi}{dt}$  raisonnable, ce réajustement peut être considéré comme linéaire, nous donnant l'expression pour la matrice de rotation

$$\mathbf{Q}_{k \rightarrow k+1} = \begin{bmatrix} \cos \psi_k - \sin \psi_k \Delta\psi_{k-1 \rightarrow k} & \cos \psi_k \Delta\psi_{k-1 \rightarrow k} & 0 \\ -\cos \psi_k \Delta\psi_{k-1 \rightarrow k} & \cos \psi_k - \sin \psi_k \Delta\psi_{k-1 \rightarrow k} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.12)$$



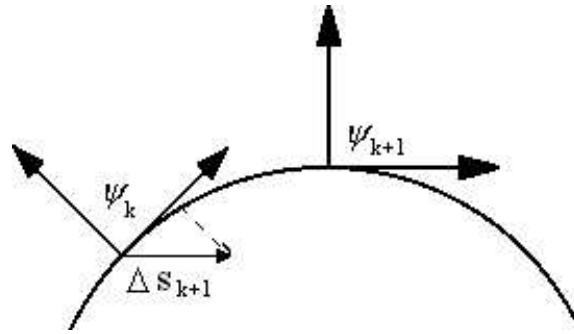


Figure 6.8: Variation de la trajectoire virtuelle associée à un changement de repère discret.

La seconde solution, non exclusive de la première, est de commander le manipulateur en lui imposant la dynamique équivalente redondante en deux dimensions de la figure 2.6. Ceci permet à la redondance d'agir à la fois dans les directions normales et tangentes de l'espace-surface, donnant plus de robustesse globale au système.

## 6.3 Discussion et développements

Cette section discute des diverses considérations ayant trait au développement de cette recherche. L'étude présentée dans ce mémoire constitue le premier pas vers un design complet d'un système de contrôle et bien des points soulevés ne font que démontrer la complexité d'une telle approche. Toutefois, cette complexité est largement compensée par le potentiel amené par une approche basée sur l'impédance et l'utilisation de la redondance.

### 6.3.1 Implantation physique

Le but ultime de toute recherche en commande est l'implantation physique du système de commande. C'est même ce qui définit la tâche d'un contrôleur; faire le pont entre le monde idéal et abstrait des divers concepts relatifs aux systèmes physiques et l'environnement imparfait du monde réel, entre théorie et réalité. Ce pont n'est que trop souvent fragile, le contrôleur ayant pour but de renforcer sa structure. Les diverses méthodes et simulations élaborées au cours de cette recherche ont toutes été conçues

avec ce but en tête. Toutefois, bien des facteurs restent encore en suspens et doivent être explorés de manière plus approfondie avant l'implantation du système de commande sur un robot réel. Tout d'abord, le facteur déterminant dans l'application du système de commande tel que défini dans cette étude est la correspondance entre la dynamique équivalente imposée et les capacités physiques du manipulateur. Un comportement idéal causé par les diverses impédances a été défini, encore faut-il que la puissance développée par les actionneurs soit suffisante pour donner le comportement désiré au robot. La puissance sollicitée aux actionneurs nécessaire à la réalisation de la tâche présentée à la section précédente a été calculée et est présentée dans la figure 6.7. On dénote une puissance d'actionnement assez exigeante mais non-excessive, puissance maximale au contact et au changement de trajectoire virtuelle. Pour fins de référence, les actionneurs du robot PUMA dont les paramètres dynamiques ont été tirés pour le modèle du robot à 3ddl peuvent développer une puissance maximale à la sortie de  $230W$  pour les deux premiers actionneurs et de  $108W$  pour l'actionneur du poignet. On constate donc que les puissances maximales requises pour la réalisation de la tâche ci-haut sont en deçà des limites permises. L'effet de la quantification des encodeurs doit toutefois être considéré lors de l'implantation. Cette quantification a la même influence sur la performance globale du système que la numérisation du contrôleur. Cette considération nous amène au second point d'importance lors de l'implantation physique du contrôleur. La commande d'un robot étant effectuée de façon numérique, il est nécessaire d'étudier l'effet de la discrétisation du contrôleur sur le comportement du manipulateur. Les simulations présentées dans ce chapitre ont été réalisées avec un modèle de contrôleur analogue. Des essais ont aussi été effectués avec un contrôleur numérique fonctionnant à une fréquence d'échantillonnage de  $300Hz$ . La performance est en général satisfaisante, sauf au niveau de l'impact initial de l'effecteur avec la surface où le manipulateur entre violemment en instabilité. Cette instabilité est principalement due au capteur de force. La discrétisation des signaux du retour d'effort combiné à la vitesse d'impact déstabilise le contact. L'inclusion de la dynamique du capteur de force et de la discrétisation dans les modèles simulés est à considérer avant l'implantation physique. Enfin, une analyse de robustesse plus rigoureuse doit être effectuée. Des essais ont été réalisés en incluant des non-linéarités associées à la friction statique et dynamique des moteurs et du jeu dans les engrenages, dont la forme est schématiquement démontrée à la figure 6.9. Les résultats ont démontré que le système

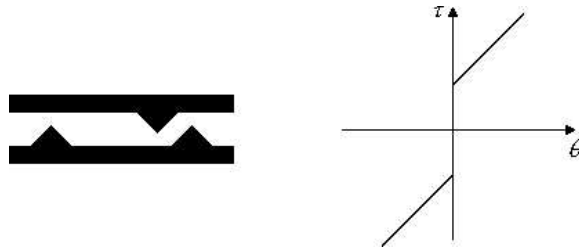


Figure 6.9: Schéma du jeu dans les engrenages et du modèle de friction statique et dynamique de Coulomb.

était beaucoup plus instable en présence de ces paramètres non-modélisés. Les effets des non-linéarités énoncées à la section 2.1.2 doivent être étudiés avec soin, notamment ceux concernant les erreurs du modèle dynamique estimé, les bruits des différents capteurs et le modèle de l'environnement (friction, environnement plus rigide...). Enfin, bien qu'un robot soit un système à faible bande passante, et qu'on se fie sur la nature passive de la dynamique en boucle fermée pour donner une robustesse face aux bruits à hautes fréquences provenant des capteurs en force et de la dérivée des positions, serait aussi nécessaire d'étudier les effets de ces perturbations.

### 6.3.2 Importance de la trajectoire et formalisation de la tâche

Les multiples essais en simulation qu'ont nécessité cette recherche ont démontré que les trajectoires virtuelles ont un effet fondamental sur la dynamique apparente du système. Les simulations en 2 dimensions ont été au départ effectuées avec un générateur de trajectoire d'ordre 5 et il fut observé que cette trajectoire plus élaborée affectait radicalement le comportement du système, allant jusqu'à rendre les conclusions tirées de l'optimisation de l'impédance inutiles dans certaines situations. C'est pourquoi il a fallu tout d'abord isoler l'effet des termes d'impédance en définissant le problème d'optimisation utilisant des trajectoires simples et par conséquent dynamiquement exigeantes pour le manipulateur. Favoriser une trajectoire par rapport à une autre est aussi important que le choix d'une forme d'impédance au détriment d'une autre. Le fait est que la trajectoire imposée fait autant partie de l'impédance du manipulateur que les termes traditionnellement exprimés sous forme de constantes comme la raideur et l'amortissement et qu'elle devrait être planifiée en fonction de cette considération. La simplification de la forme d'impédance utilisée est ici d'autant plus intéressante

qu'elle limite le nombre de variables à établir, permettant ainsi l'inclusion éventuelle des paramètres des trajectoires virtuelles dans les problèmes d'optimisation définis au cours de cette recherche.

Cette inclusion de la trajectoire comme faisant partie de l'impédance soulève un autre point méritant une étude approfondie, celui de la formalisation des tâches en vue de la détermination d'impédances. La discussion de la section 1.5.2 concernant le niveau d'utilisation du système de commande a illustré les avantages d'une approche de haut-niveau, tant pour ce qui est de la relation entre les paramètres de commande et le comportement du robot vis-à-vis la tâche que pour la simplification apportée à la conception proprement dite du système de commande. Le formalisme de Mason ainsi que la formulation de l'espace opérationnel illustrent l'importance d'une définition de tâche en fonction des paramètres de commande. La philosophie de la commande par impédance permet une définition de tâche à un niveau relativement élevé, celui du système dynamique équivalent; la définition des indices d'optimisation en fonction du comportement désiré du système redondant ainsi que la spécification de ce comportement dans l'espace-surface et, par conséquent, l'implantation du contrôleur dans cet espace sont des manifestations des avantages de cette approche de haut-niveau. Il serait intéressant de pousser la formalisation de la tâche en fonction de la dynamique équivalente, notamment en définissant des indices de performance plus spécifiques, résultant d'une classification des tâches selon ces indices plus raffinés. Hogan (Hogan 1985c), par exemple, propose une méthode d'optimisation basée sur l'échange de travail entre le robot et l'environnement. Une définition de tâche rigoureuse faciliterait aussi l'inclusion de la trajectoire virtuelle dans le problème d'optimisation.

### 6.3.3 Conception d'une commande globalisée

Les deux situations étudiées dans cette recherche se situent aux extrêmes du spectre des comportements d'un robot opérant dans un environnement possédant des objets contraints. D'un point de vue de l'échange de travail  $dW = \mathbf{F}_{int} \cdot d\mathbf{X}$ , le problème unidimensionnel du chapitre 4 prend en compte le manipulateur en mouvement libre où  $\mathbf{F}_{int} = 0$  et son passage au mouvement contraint. Le cas bidimensionnel quand à lui considère le manipulateur se déplaçant sur une surface sans friction, sans non plus

échanger de travail; dans chaque direction de l'espace-surface,  $dW = 0$ . Le problème de suivi de contour tel que défini ici est toutefois facilement adaptable pour la description de tâches où il a échange de travail entre le robot et son environnement. Réunies, ces deux situations constituent une bonne description du comportement global requis pour un manipulateur se déplaçant et interagissant avec son environnement. En incluant une définition judicieuse du comportement désiré en fonction de la tâche ainsi que les paramètres de la trajectoire virtuelle dans l'impédance de la dynamique équivalente, les deux problèmes d'optimisation constituent un outil de conception d'un système de commande global d'un manipulateur unifiant commande en position et commande en force. On propose donc de combiner les approches décrites aux chapitres 4 et 5 et de former un problème d'optimisation ayant comme fonction à optimiser le comportement désiré du robot, comportement évalué à l'aide de simulation des tâches de contact et de suivi. Afin d'illustrer la structure de cette démarche, on isole les différentes étapes de la conception du système de commande

1. **Détermination des impédances inertielles:** Cette étape utilise la masse apparente du manipulateur dans l'espace cartésien pour la définition des impédances d'ordre deux du système équivalent. Étant fonction des caractéristiques physiques du robot, elles sont indépendantes des tâches à accomplir.
2. **Détermination des impédances linéaires:** Ces impédances sont déterminées en considérant le système équivalent en mouvement libre. Pour cette étape, on traite le système comme un système linéaire masse-amortisseur-robot, la performance du ddl redondant n'étant pas aussi importante que celle des degrés de liberté dans les directions du mouvement imposé. La trajectoire virtuelle a ici une très grande influence sur le comportement du robot car elle est responsable des conditions initiales du système au moment du contact.
3. **Impédances optimales pour le passage du mouvement libre au mouvement contraint:** Les impédances du système selon son degré de liberté redondant sont ensuite optimisées dans le contexte du robot effectuant le contact initial avec l'environnement à l'aide de l'approche décrite au chapitre 4. Les indices de performance peuvent être définis autrement selon la nature du contact effectué lors de l'exécution de la tâche. Soulignons ici qu'avec une bonne intégration

de la trajectoire dans le problème d'optimisation, il est suffisant d'utiliser des impédances linéaires en raideur et en amortissement.

4. **Impédance optimales pour le suivi de surface:** On utilise ensuite le modèle linéaire pour la détermination des impédances du système selon son degré de liberté redondant en mouvement contraint. Encore ici, l'emplacement des pôles peut être modifié selon la nature du travail effectué sur l'environnement sans compromettre la méthode décrite.

À ce stade du processus, on réitère les étapes 2-3-4 jusqu'à convergence des impédances, offrant ainsi une performance acceptable en mouvement libre, durant la transition et lors de l'interaction avec l'environnement. La procédure peut ensuite être répétée de l'étape 1 avec différentes impédances inertielles. Le caractère directionnel de la masse apparente cartésienne du manipulateur nous permet de varier les masses et inerties du système équivalent en fonction de la tâche. Cette procédure telle qu'exposée dans cette recherche comporte un certain degré d'heuristique, le choix des impédances étant ultimement fait par le concepteur. Il est toutefois possible d'implanter un algorithme décisionnel comme une base de connaissances, un réseau de neurones ou un algorithme d'optimisation génétique déterminant les impédances adéquates à la fin de chacune des étapes de la procédure de conception du système de commande global ici proposée.

# Conclusion

La conclusion de ce mémoire se propose de réviser l'étude présentée d'un point de vue de l'évolution du projet de recherche. Comme il sera exposé plus bas, la nature du projet a été en constante évolution du début à la fin. La structure du mémoire représente le cheminement du projet dans un ordre pratiquement chronologique, et la plupart des analyses et méthodes proviennent des conclusions tirées des analyses précédentes.

Ce projet étudie l'utilisation de la redondance dans le contexte de la commande par impédance globale d'un manipulateur. Cette définition s'est toutefois faite au cours de la recherche. Le sujet initial était l'implantation d'une commande hybride sur un manipulateur PUMA à 6 degrés de liberté. La revue de littérature sur les différentes architectures de commande en force a toutefois démontré que la commande hybride n'était pas l'approche idéale, notamment à cause de l'instabilité inhérente à sa structure lorsque appliquée aux manipulateurs à actionneurs rotoïdes. La commande par impédance était une approche plus intéressante, surtout à cause de son inspiration des systèmes biologiques. De plus, sa philosophie traite le problème de commande en force de façon radicalement différente des autres architectures, redéfinissant la tâche du contrôleur au delà d'un simple régulateur d'état. Les arguments motivant le choix de cette approche constituent le premier chapitre.

Une étude approfondie des considérations nécessaires à la commande d'un manipulateur tel que décrite par la commande par impédance, ainsi que du contrôle moteur

humain a permis d'étendre le modèle dynamique présenté en littérature en incluant un degré de liberté redondant au système linéaire masse-amortisseur-ressort. Ce nouveau système amenait certaines non-linéarités dans le modèle, ce qui compliquait la conception du système de commande. Toutefois, la puissance et la portée du postulat concernant la dynamique équivalente a donné une dimension intuitive au procédé permettant la définition d'outils de design, lacune de la commande non-linéaire; la conception du système de commande s'apparente à la conception d'un système mécanique. Ces importantes considérations sont exposées au chapitre 2, de même que la nouvelle forme de dynamique proposée. La fonction du degré de liberté redondant dans la structure globale de la commande a aussi permis la définition d'un nouvel espace. Inspirée de la formulation de l'espace opérationnel, l'espace-surface assure la maximisation de l'effet de la redondance sur la performance du robot.

Tout problème de conception revient à la formulation d'un problème d'optimisation et le design d'un système de commande n'y échappe pas. L'absence de techniques permettant l'établissement des paramètres de commande a donc motivé la définition de critères de performance à optimiser. Étant donné qu'on cherche à optimiser une performance, on devait en premier lieu choisir un contexte représentatif de la performance du manipulateur de la façon la plus générale possible, un équivalent de la réponse à une entrée en échelon du domaine linéaire. Cette approche globale mena à la définition des deux situations dans lesquelles le système fut étudié. En second lieu, on dut établir un moyen d'observer cette performance et de l'évaluer selon la variation des paramètres de commande. La simulation s'est imposée d'elle-même, surtout avec les fonctionnalités qu'offre SIMULINK d'un point de vue systémique de modélisation et de simulation.

Vient ensuite la conception même du système de commande, soit la détermination des paramètres d'impédance. Cette étape s'est avérée être bien plus ardue que ne le laisse croire les méthodes présentées aux chapitres 4 et 5. La définition des critères de performance a nécessité un nombre considérable d'essais et le choix d'une forme d'impédance adéquate lors des essais unidimensionnels aurait fait une excellente étude du comportement d'un manipulateur en instabilité. Ces nombreux essais ont néanmoins porté fruit et démontré qu'une impédance linéaire n'était nullement restrictive au niveau de la performance d'un manipulateur. Cette conclusion a permis la définition du modèle



linéaire et l'étude du système en terrain mieux connu pour la seconde tâche à accomplir. Le concept de masse apparente a permis la définition d'une méthode plus formelle de détermination des impédances inertielles, facilitant la conception globale du système. L'approche basée sur l'observation des pôles a donné de très bons résultats ainsi qu'une connaissance plus approfondie de la structure dynamique équivalente, notamment au niveau du comportement dynamique du degré de liberté redondant. Ces caractéristiques fondamentales ont permis la définition d'une impédance globale, valide en mouvement libre, contraint et surtout au moment de la transition entre les deux. Enfin, ces analyses ont démontré l'importance de la trajectoire virtuelle dans l'unification de la performance globale du robot, augmentant sa polyvalence et sa flexibilité potentielles.

Ce système a finalement été étudié dans un modèle complet d'un robot asservi par un contrôleur, effectuant les deux tâches étudiées dans une opération. Ces essais ont aussi permis l'implantation avec succès de l'espace-surface, en dépit des observations faites au chapitre 6. La puissance requise aux actionneurs démontre que le principe de dynamique équivalente constitue une approche intéressante et efficace pour le design de systèmes de commande robotiques. L'approche de commande d'un comportement au lieu d'un vecteur d'état facilite grandement la tâche du concepteur, élargissant les possibilités associées à l'interaction homme-machine en donnant une perspective plus intuitive, à un niveau de perception plus élevé que la détermination de gains électriques qu'impliquent certaines approches de plus bas niveau. La discussion du chapitre 6 et, par conséquent, de l'étude en général propose l'unification des différentes analyses dans un contexte de commande globale d'un manipulateur utilisant un degré de liberté redondant comme pierre angulaire de sa structure de haut-niveau.

En terminant, on peut affirmer que cette étude a ouvert plus de portes qu'elle n'en a fermées, signe d'un projet de recherche accompli. En effet, les perspectives de développements futurs découlant des conclusions tirées au cours de ce projet sont nombreuses. Aucun objectif primaire n'a été atteint car ces objectifs se sont définis d'eux même durant la progression de l'étude. Toutefois, les chemins empruntés au cours d'une recherche sont parfois plus gratifiants à long terme, offrant de nouvelles perspectives et le domaine de la commande robotique fournit un cadre où ces perspectives élargissent le champ d'application du manipulateur, car comme a l'affirmé Marshall McLuhan: "Le médium est le message".

# Bibliographie

- An, C. H. et Hollerbach, J.M., 1987, 'Dynamic stability issues in force control of manipulators', Proc. IEEE Conf. on Robotics and Automation, pp. 891–896.
- An, C. H. et Hollerbach, J.M., 1987, 'Kinematic stability issues in force control of manipulators', Proc. IEEE Conf. on Robotics and Automation, pp. 897–903.
- Armstrong, B., Khatib, O. et Burdick, J., 1986, 'The explicit model and inertial parameters of the PUMA 560 arm', Proc. IEEE Conf. on Robotics and Automation, pp. 510–518.
- Colgate, J.E. et Hogan, N., 1987, 'On the stability of a manipulator interacting with its environment', Proc. 25th Conf. on Communication, Control and Computing, pp. 821–828.
- Colgate, J.E. et Hogan, N., 1988, 'Robust control of dynamically interacting systems', Int. Journal of Control, Vol. 48, No. 1, pp. 65–88.
- Dégoulangue, E., 1993, 'Commande en effort d'un robot manipulateur à deux bras: application au contrôle de la déformation d'une chaîne cinématique fermée.', Thèse de doctorat, Université de Montpellier II.
- Eppinger, S.D. et Seering, W.P., 1987 'Understanding bandwidth limitations in robot force control', Proc. IEEE Conf. on Robotics and Automation, pp. 904–909.

- Gordon, A.M., Huxley, A.F et Julian, F.J., 1966, 'The variation in isometric tension with sarcomere length in vertebrate muscle fibers', *Journal of Physiology*, Vol. 184, pp. 170–192.
- Hogan, N., 1984, 'Some computational problems simplified by impedance control', *Proc. ASME Computers in Engineering*, pp. 203–209.
- Hogan, N., 1984, 'Adaptive control of mechanical impedance by coactivation of antagonist muscles', *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. AC-29, No. 8, pp. 681–690.
- Hogan, N., 1985, 'Impedance control: An approach to manipulation: Part I-Theory', *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 107, pp. 1–7.
- Hogan, N., 1985, 'Impedance control: An approach to manipulation: Part II-Implementation', *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 107, pp. 8–16.
- Hogan, N., 1985, 'Impedance control: An approach to manipulation: Part III-Applications', *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 107, pp. 17–24.
- Hogan, N., 1985, 'The mechanics of multi-joint posture and movement control', *Biological Cybernetics*, No. 52, pp. 315–331.
- Hogan, N., 1987, 'Beyond regulators: Modelling control systems as physical systems', *Proc. American Control Conf.*, pp. 1468-1476.
- Hogan, N., 1993, 'Control of contact in robots and biological systems', *Robots and Biological Systems: Towards a New Bionics*, Springer-Verlag, New-York.
- Kazerooni, H., Sheridan, T.B et Houpt, P.K., 1986, 'Robust compliant motion for manipulators, part I: The fundamental concepts of compliant motion', *IEEE Journal of Robotics and Automation*, Vol. RA-2, No. 2, pp. 83–91.
- Khatib, O., 1987, 'A unified approach for motion and force control of robotic manipulators: the operational space formulation', *IEEE Journal of Robotics and Automation*, Vol. RA-3, No 1, pp. 43–53.
- Lanman, J.M., 1980, 'Movement and the mechanical properties of the intact human elbow joint', *Thèse de doctorat*, MIT.

- Lyapunov, A.M., 1892, 'On the general problem of stability of motion', Kharkov Mathematical Society, Ex-Union Soviétique.
- Mason, M.T., 1981, 'Compliance and force control for computer controlled manipulators', IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Vol. 11, No. 6, pp. 418–432.
- Merlet, J.P., 1987, 'C-surface applied to the design of an hybrid force-position robot controller', Proc. IEEE Conf. on Robotics and Automation, pp. 1055–1059.
- Mussa-Ivaldi, F.A., Hogan, N. et Bizzi, E., 1985, 'Neural, mechanical, and geometric factors subserving arm posture in humans', The Journal of Neuroscience, Vol. 2, No. 10, pp. 2732–2743.
- Nakamura, 1985, 'Kinematical studies on the trajectory control of robot manipulators', Thèse de doctorat, Kyoto.
- Paul, R.P., 1987, 'Problems and research issues associated with the hybrid control of force and displacement', Proc. IEEE Conf. on Robotics and Automation, pp. 1966–1970.
- Raibert, M.H. et Craig, J.J., 1981, 'Hybrid position/force control of manipulators', ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 102, pp. 126–133.
- Salisbury, K., 1980, 'Active stiffness control of a manipulator in cartesian coordinates', Proc. 19th IEEE Conf. on Decision and Control, pp. 95–100.
- Shadmehr, R., Mussa-Ivaldi, F.A. et Bizzi, E., 1993, 'Postural force fields of the human arm and their role in generating multi-joint movements', Journal of Neuroscience, Vol. 13, No. 1, pp. 45–62.
- Townsend, W.T., et Salisbury, Jr., K.J., 1987, 'The effect of Coulomb friction and stiction on force control', Proc. IEEE Conf. on Robotics and Automation, pp. 883–889.
- Whitney, D.E., 1987, 'Historical perspective and state of the art in robot force control', The Int. Journal of Robotics Research, Vol. 6, No. 1, pp. 3–14.
- Waldron, K.J. et Hunt, K.H., 1991, 'Series-parallel dualities in actively coordinated mechanisms', The Int. Journal of Robotics Research, Vol. 10, No. 2, pp. 473–480.

# Annexe A

## Modèles dynamiques, statiques et linéaires

Cette annexe contient les modèles dynamiques du manipulateur à 3ddl ainsi que du système redondant. Est incluse aussi l'analyse statique du système redondant en contact avec la surface, visant à déterminer les positions et orientations virtuelles en fonction des forces d'interaction et des impédances.

### A.1 Modèle dynamique du robot à 3ddl

Les équations dynamiques du manipulateur ont été dérivées à l'aide du logiciel MATHEMATICA. Un programme basé sur l'algorithme récursif de Newton-Euler a été réalisé. Le fichier source ainsi que le schéma démontrant les références aux variables est ici inclus.

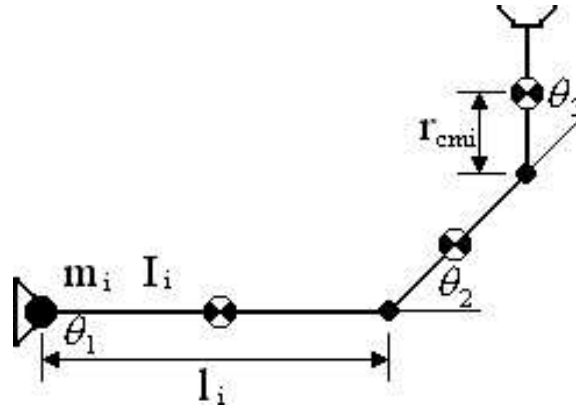


Figure A.1: Robot sériel à 3ddl.

## A.2 Modèle dynamique du système équivalent

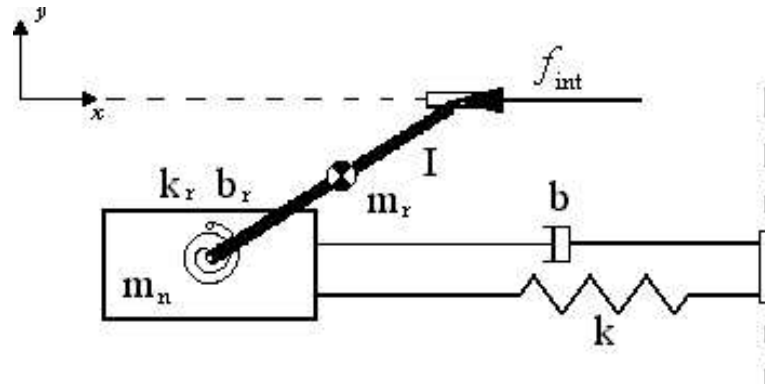


Figure A.2: Système équivalent.

On présente ici la dérivation des équations dynamiques du système redondant, établies avec la méthode de Lagrange. On commence par exprimer les vitesses des centres de masse en fonction des coordonnées généralisées,  $x_{eff}$  et  $\phi$ . Pour la masse

$$x_n = x_{eff} - l_e \cos \phi \quad (\text{A.1})$$

$$\dot{x}_n = \dot{x}_{eff} + \dot{\phi} l_e \sin \phi \quad (\text{A.2})$$

$$y_n = -l_e \sin \phi \quad (\text{A.3})$$

$$\dot{y}_n = -\dot{\phi} l_e \cos \phi \quad (\text{A.4})$$

Pour la barre

$$x_r = x_{eff} - \frac{l_e}{2} \cos \phi \quad (\text{A.5})$$

$$\dot{x}_r = \dot{x}_{eff} + \dot{\phi} \frac{l_e}{2} \sin \phi \quad (\text{A.6})$$

$$y_r = -\frac{l_e}{2} \sin \phi \quad (\text{A.7})$$

$$\dot{y}_r = -\dot{\phi} \frac{l_e}{2} \cos \phi \quad (\text{A.8})$$

On combine ces vitesses pour obtenir l'énergie cinétique

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} m_n (\dot{x}_{eff}^2 + 2\dot{x}_{eff} \dot{\phi} l_e \sin \phi + \dot{\phi}^2 l_e^2) + \\ &\quad \frac{1}{2} m_r (\dot{x}_{eff}^2 + \dot{x}_{eff} \dot{\phi} l_e \sin \phi + \dot{\phi}^2 \frac{l_e^2}{4}) + \frac{1}{2} I \dot{\phi}^2 \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

On factorise les termes et on forme ensuite le Lagrangien avec  $T$  et  $V$ , l'énergie potentielle associée aux deux ressorts

$$\mathcal{L} = T - V \quad (\text{A.10})$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(m_n + m_r)}{2} \dot{x}_{eff}^2 + (m_n + \frac{m_r}{2}) l_e \sin \phi \dot{x}_{eff} \dot{\phi} + (\frac{1}{2} I + (4m_n + m_r) \frac{l_e^2}{8}) \dot{\phi}^2 - \\ &\quad \frac{1}{2} k (x_{eff} - l_e \cos \phi - x_0)^2 - \frac{1}{2} k_r (\phi - \phi_0)^2 \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Les équations du mouvement sont données par

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{F}_q \quad (\text{A.12})$$

où  $\mathbf{q}$  représente les coordonnées généralisées et  $\mathbf{F}_q$  est le vecteur de forces généralisées.

Pour notre système

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_{eff}} \right) &= (m_n + m_r) \ddot{x}_{eff} + (m_n + \frac{m_r}{2}) l_e \sin \phi \ddot{\phi} + \\ &\quad (m_n + \frac{m_r}{2}) l_e \cos \phi \dot{\phi}^2 \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_{eff}} = -k (x_{eff} - l_e \cos \phi - x_0) \quad (\text{A.14})$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}} \right) &= (I + (4m_n + m_r) \frac{l_e^2}{4}) \ddot{\phi} + (m_n + \frac{m_r}{2}) l_e \sin \phi \ddot{x}_{eff} + \\ &\quad (m_n + \frac{m_r}{2}) l_e \cos \phi \dot{x}_{eff} \dot{\phi} \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} &= -k l_e \sin \phi (x_{eff} - l_e \cos \phi - x_0) - k_r (\phi - \phi_0) + \\ &\quad (m_n + \frac{m_r}{2}) l_e \cos \phi \dot{x}_{eff} \dot{\phi} \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Les forces généralisées sont constituées de la force d'interaction et du couple agissant sur la barre, ainsi que des forces générées par les amortisseurs

$$\delta W = f_{int}\delta x_{eff} + f_{int}l_e \sin \phi \delta \phi - b(\dot{x}_{eff} + \dot{\phi}l_e \sin \phi)\delta x_{eff} - b_r\dot{\phi}\delta \phi \quad (\text{A.17})$$

$$\mathbf{F}_q = \begin{bmatrix} f_{int} \\ -f_{int}l_e \sin \phi \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b & bl_e \sin \phi \\ 0 & b_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_{eff} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (\text{A.18})$$

On réunit les termes et on les exprime sous forme matricielle, nous donnant les équations dynamiques du système redondant

$$\begin{bmatrix} f_{int} \\ -f_{int}l_e \sin \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_n + m_t & (m_n + \frac{m_t}{2})l_e \sin \phi \\ (m_n + \frac{m_t}{2})l_e \sin \phi & I_z + (4m_n + m_t)\frac{l_e^2}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_{eff} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (m_n + \frac{m_t}{2})l_e \cos \phi \dot{\phi} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b & bl_e \sin \phi \\ 0 & b_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_{eff} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k(1 - \frac{l_e \cos \phi}{x_{eff} - x_0}) & 0 \\ k\frac{l_e \sin \phi}{x_{eff} - x_0}(1 - \frac{l_e \cos \phi}{x_{eff} - x_0}) & k_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{eff} - x_0 \\ \phi - \phi_0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.19})$$

L'environnement étant modélisé comme un ressort à raideur  $k_{env}$ , la force d'interaction s'exprime en fonction des positions relatives de l'effecteur et du mur

$$f_{int} = k_{env}(x_{mur} - x_{eff}) \quad (\text{A.20})$$

## A.2.1 Analyse statique

Les équations du système ci-haut en régime statique sont obtenues à partir des équations dynamiques, en posant les conditions suivantes à l'équilibre

$$x_{eff} = x_{eq} \quad (\text{A.21})$$

$$\phi = \phi_{eq} \quad (\text{A.22})$$

$$\dot{x}_{eff} = \dot{\phi} = 0 \quad (\text{A.23})$$

$$\ddot{x}_{eff} = \ddot{\phi} = 0 \quad (\text{A.24})$$

Les équations deviennent alors

$$k(x_{eq} - l_e \cos \phi_{eq} - x_0) = f_{int} \quad (\text{A.25})$$

$$k(x_{eq} - l_e \cos \phi_{eq} - x_0)l_e \sin \phi_{eq} + k_r(\phi_{eq} - \phi) = -f_{int}l_e \sin \phi_{eq} \quad (\text{A.26})$$



ou plus simplement

$$k(x_{eq} - l_e \cos \phi_{eq} - x_0) = f_{int} \quad (\text{A.27})$$

$$k_r(\phi_{eq} - \phi) = -2f_{int}l_e \sin \phi_{eq} \quad (\text{A.28})$$

## A.2.2 Calcul de la force d'interaction lors du suivi de contour

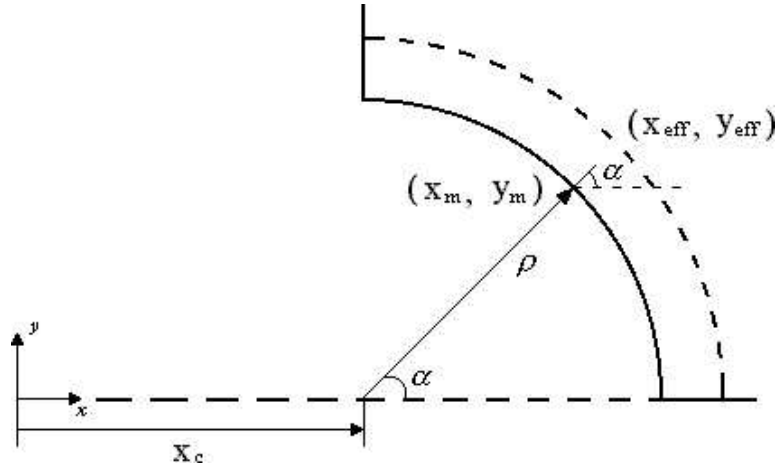


Figure A.3: Surface en 2 dimensions.

Les coordonnées de la position du mur dans le repère inertiel  $(x_m, y_m)$  en fonction du rayon  $\rho$ , du centre de courbure  $x_c$  et de l'angle  $\alpha$  sont données par la figure A.3. Cette sous-section décrit les équations donnant la force d'interaction en fonction de la position relative de l'effecteur et de la surface lors du suivi de contour. Les coordonnées de la position du mur dans le repère inertiel  $(x_m, y_m)$  en fonction du rayon  $\rho$ , du centre de courbure  $x_c$  et de l'angle  $\alpha$  sont données par

$$x_m = x_c + \rho \cos \alpha \quad (\text{A.29})$$

$$y_m = \rho \sin \alpha \quad (\text{A.30})$$

$$(\text{A.31})$$

On exprime l'angle en fonction de la position de l'effecteur, toujours dans le repère inertiel

$$\cos \alpha = \frac{x_{eff} - x_c}{\sqrt{(x_{eff} - x_c)^2 + y_{eff}^2}} \quad (\text{A.32})$$

$$\sin \alpha = \frac{y_{eff}}{\sqrt{(x_{eff} - x_c)^2 + y_{eff}^2}} \quad (\text{A.33})$$

$$(\text{A.34})$$

Les forces à l'effecteur sont

$$f_x = k_{env}(x_{eff} - x_m) \quad (\text{A.35})$$

$$f_y = k_{env}(y_{eff} - y_m) \quad (\text{A.36})$$

$$(\text{A.37})$$

en substituant pour  $x_m$  et  $y_m$ , on obtient

$$f_x = k_{env}\left(x_{eff} - \left(x_c + \frac{\rho(x_{eff} - x_c)}{\sqrt{(x_{eff} - x_c)^2 + y_{eff}^2}}\right)\right) \quad (\text{A.38})$$

$$f_y = k_{env}\left(y_{eff} - \frac{\rho y_{eff}}{\sqrt{(x_{eff} - x_c)^2 + y_{eff}^2}}\right) \quad (\text{A.39})$$

$$(\text{A.40})$$

### A.2.3 Modèle linéaire du système équivalent

Considérons la dynamique décrite au début de la section. On définit le vecteur d'état du système ainsi que sa dérivée

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_{eff} & \dot{x}_{eff} & \phi & \dot{\phi} \end{bmatrix}^T \quad (\text{A.41})$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{eff} & \ddot{x}_{eff} & \dot{\phi} & \ddot{\phi} \end{bmatrix}^T \quad (\text{A.42})$$

$$(\text{A.43})$$

Dans sa forme non-linéaire, les équations dynamiques sous forme d'équations d'état doivent être laissées sous la forme

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (\text{A.44})$$

où  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}, u) & f_2(\mathbf{x}, u) \end{bmatrix}^T$  et  $\mathbf{u}$  est l'entrée au système. Pour les fins de notre étude,  $\mathbf{u} = 0$ . À l'équilibre, la dérivée du vecteur d'état devient nulle

$$\dot{\mathbf{x}}_{eq} = 0 \quad (\text{A.45})$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_{eq}) = 0 \quad (\text{A.46})$$

$$(\text{A.47})$$

On introduit ensuite une perturbation de ce vecteur d'état  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_{eq} + \delta\mathbf{x}$  tel que

$$\mathbf{x}_{eq} + \delta\mathbf{x} \approx \mathbf{f}(\mathbf{x}_{eq}) + \mathbf{A}\delta\mathbf{x} \quad (\text{A.48})$$

où

$$\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}_{eq})}{\partial \mathbf{x}_{eq}} \quad (\text{A.49})$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{\partial f_1(\mathbf{x}_{eq})}{\partial x_{eq}} & -\frac{\partial f_1(\mathbf{x}_{eq})}{\partial \dot{x}_{eq}} & -\frac{\partial f_1(\mathbf{x}_{eq})}{\partial \phi_{eq}} & -\frac{\partial f_1(\mathbf{x}_{eq})}{\partial \dot{\phi}_{eq}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{\partial f_2(\mathbf{x}_{eq})}{\partial x_{eq}} & -\frac{\partial f_2(\mathbf{x}_{eq})}{\partial \dot{x}_{eq}} & -\frac{\partial f_2(\mathbf{x}_{eq})}{\partial \phi_{eq}} & -\frac{\partial f_2(\mathbf{x}_{eq})}{\partial \dot{\phi}_{eq}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{eff} \\ \dot{x}_{eff} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (\text{A.50})$$

et, par la relation précédente

$$\delta\mathbf{x} = \mathbf{A}\delta\mathbf{x} \quad (\text{A.51})$$

Enfin, substitution des dérivées de l'équation A.19 nous donne la forme finale de la dynamique du système redondant linéarisée, exprimée sous équations d'état

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_n + m_r & 0 & (m_n + \frac{m_r}{2})l_e \sin \phi_{eq} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & (m_n + \frac{m_r}{2})l_e \sin \phi_{eq} & 0 & I + (4m_n + m_r)\frac{l_e^2}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\dot{x} \\ \delta\ddot{x} \\ \delta\dot{\phi} \\ \delta\ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -k - k_{env} & -b & -kl_e \sin \phi_{eq} & -bl_e \sin \phi_{eq} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ (k_{env} - k)l_e \sin \phi_{eq} & 0 & \alpha & -b_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta\dot{x} \\ \delta\phi \\ \delta\dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (\text{A.52})$$

où

$$\begin{aligned} \alpha = & k_{env}l_e \cos \phi_{eq}(x_{eq} - x_{mur}) - k_r - kl_e^2(\sin^2 \phi_{eq} - \cos^2 \phi_{eq}) \\ & -kl_e \cos \phi_{eq}(x_{eq} - x_{ref}) \end{aligned} \quad (\text{A.53})$$

# Annexe B

## Commande par impédance dans les systèmes biologiques

Des études venant appuyer l'hypothèse que le bras est commandé comme un système dynamique à impédance modulable ont été effectuées et sont ici résumées afin d'illustrer certains concepts.

### B.1 Ellipses d'impédance

Une première expérience (Mussa-Ivaldi *et al.* 1985) visant à vérifier l'idée que le bras se comporte comme un ressort avec l'environnement fut réalisée. Dans cette expérience, le bras est déplacé de son point d'équilibre dans un plan horizontal et les forces de rappel s'opposant à cette perturbation sont mesurées. Si, à chaque point autour du

point d'équilibre, il est possible de définir une relation (possiblement non-linéaire) entre force et déplacement, on peut affirmer que le bras se comporte comme un ressort. Cette expérience fut réalisée avec de petits déplacements, afin que cette relation force-déplacement soit la plus linéaire possible. Les forces de rappel générées pour différents déplacements constituent un champ vectoriel et l'intégrale de cette force en fonction du déplacement permettent de définir un champ potentiel. L'expérience se limitant au domaine linéaire, la relation force-déplacement peut s'exprimer ainsi

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_{xx} & -k_{xy} \\ -k_{yx} & -k_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

nous donnant une expression pour l'énergie potentielle

$$E_p = -\mathbf{F}^T d\mathbf{x} = \frac{1}{2} d\mathbf{x}^T \mathbf{K} d\mathbf{x} \quad (\text{B.2})$$

$$= \frac{1}{2} (K_{xx} dx^2 + K_{xy} dx dy + K_{yx} dy dx + K_{yy} dy^2) \quad (\text{B.3})$$

l'équation (B.3) est une quadratique en  $dx$  et  $dy$ . Ceci implique que, pour une posture (donc une raideur) donnée, la surface générée par cette équation a la forme d'un bol, avec le point d'équilibre situé au centre de ce bol. Les sections horizontales, correspondant aux zones équipotentielles ont la forme d'une ellipse. Cette ellipse, dénommée "ellipse de raideur" est illustré à la figure B.1. Elle constitue une mesure complète de la raideur du bras en coordonnées cartésiennes. Le grand axe de l'ellipse représente

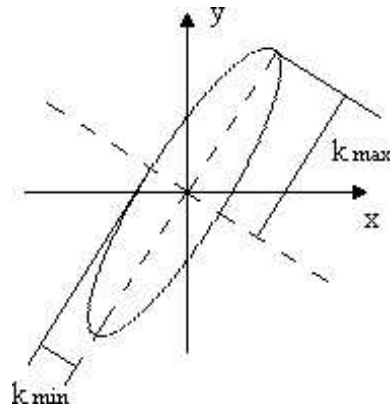


Figure B.1: Ellipse de raideur.

la direction cartésienne selon laquelle le manipulateur est le plus rigide et le petit axe représente la direction cartésienne dans laquelle le manipulateur est le moins rigide. Les valeurs des raideurs dans la direction des grands et petits axes sont les valeurs

propres de la matrice de raideur  $\mathbf{K}$  et l'orientation de l'ellipse avec les axes  $x$  et  $y$  est donnée par les vecteurs propres. L'expérience a non seulement démontré que le bras se comporte effectivement comme un ressort, mais aussi que différentes configurations du bras changent la forme et l'orientation de l'ellipse de façon significative. En fixant la position de l'organe terminal dans l'espace, l'humain utilise la redondance du bras pour faire varier l'ellipse de raideur et ainsi moduler l'impédance du bras selon la tâche à effectuer. Quelques exemples d'ellipses de raideur sont représentés dans la figure B.2. Varier la géométrie du bras lors de l'exécution d'une tâche n'est pas le seul moyen de

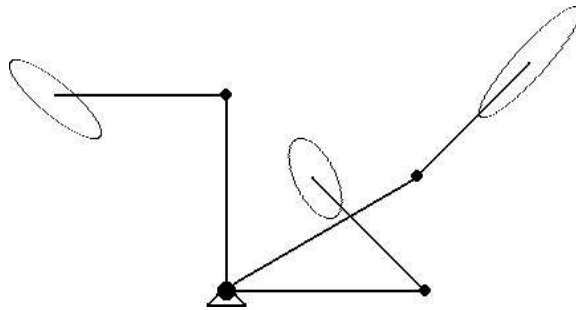


Figure B.2: Variation des ellipses de raideur selon la configuration.

moduler sa raideur. La présence de muscles antagonistes agissant sur la même articulation permet de changer la raideur de cette articulation par co-contraction, donc de changer la raideur cartésienne (Hogan 1985d). En outre, cette hypothèse justifierait l'existence des muscles polyarticulaires, muscles agissant sur deux articulations à la fois. Ces muscles ont pour fonction de fournir une composante non-diagonale à la matrice de raideur dans l'espace articulaire augmentant ainsi de beaucoup la capacité de modulation. Cette composante est essentielle à l'obtention, entre autres, d'une raideur cartésienne isotrope, caractérisée par un "cercle de raideur", c'est-à-dire une raideur égale dans toutes les directions (Shadmehr *et al.* 1993). Cette étude analyse le bras dans un contexte statique. L'ellipse de raideur définie plus haut caractérise la relation statique entre la force d'interaction et le déplacement, l'impédance d'ordre zéro décrite dans la section 1.6.1.1. Il est aussi possible d'utiliser la redondance du bras dans le but de moduler les impédances reliant force et vitesse ainsi que force et accélération. Le muscle est un organe visco-élastique. Il agit non-seulement au niveau de la raideur, mais aussi en amortissement. Ceci implique qu'il existe aussi une relation entre force à l'articulation et vitesse de raccourcissement du muscle (Gordon *et al.* 1966). Il est donc possible de définir une ellipse d'amortissement possédant les mêmes caractéristiques

que la matrice de raideur excepté que l'ellipse d'amortissement décrit la relation entre force cartésienne et vitesse cartésienne. Les valeurs et vecteurs propres sont ceux de la matrice  $\mathbf{B}$ , dans l'expression

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b_{xx} & -b_{xy} \\ -b_{yx} & -b_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\dot{x} \\ d\dot{y} \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

ici, l'ellipse représente les zones de dissipation d'énergie constante. Tout comme la raideur, il n'est pas nécessaire que la relation force-vitesse soit linéaire. Si l'intégrale de la force en fonction de la vitesse est définissable, l'argument de la section 1.6.2 assure la possibilité de superposer les différentes impédances du bras, une condition nécessaire au contrôle de l'impédance. La redondance du bras humain permet aussi de moduler son inertie apparente. De façon similaire aux impédances en raideur et amortissement, il est possible de définir une ellipse caractérisant l'inertie du manipulateur à l'organe terminal. Considérons l'inverse de la matrice d'inertie, appelée tenseur de mobilité (Hogan 1985d)

$$\mathbf{Y}(\theta) = \mathbf{M}^{-1}(\theta) \quad (\text{B.5})$$

ce tenseur est défini dans l'espace articulaire. On doit l'exprimer dans l'espace cartésien, en utilisant la matrice Jacobienne du manipulateur,

$$\mathbf{M}_x(\theta) = \mathbf{J}^{-T}(\theta)\mathbf{M}(\theta)\mathbf{J}^{-1}(\theta) \quad (\text{B.6})$$

$$\mathbf{W}(\theta) = \mathbf{M}_x(\theta)^{-1} \quad (\text{B.7})$$

$$\mathbf{W}(\theta) = \mathbf{J}(\theta)\mathbf{Y}(\theta)\mathbf{J}^T(\theta) \quad (\text{B.8})$$

où  $\mathbf{M}_x(\theta)$  représente le tenseur d'inertie du manipulateur en coordonnées cartésiennes. Notons ici que les termes d'impédance associés aux ellipses sont exprimés dans l'espace cartésien pour simplifier l'illustration des ellipses. Il est possible d'exprimer ces dernières dans un système de coordonnées arbitraire pourvu qu'il soit possible de définir une Jacobienne appropriée. On utilise dans ce cas-ci l'inverse du tenseur d'inertie à cause de sa nature plus fondamentale et de l'élimination du calcul de l'inverse de la Jacobienne de l'équation (B.6). Cette dernière considération nous permet de définir les ellipses pour un manipulateur redondant. Ses matrices Jacobiennes ne pouvant être inversées, il serait impossible d'utiliser  $\mathbf{M}_x(\theta)$  à moins de faire certains choix arbitraires sur l'utilisation de la redondance. L'équation d'énergie cinétique associée au tenseur de mobilité est la suivante

$$E_k = \frac{1}{2}\mathbf{p}^T\mathbf{W}(\theta)\mathbf{p} \quad (\text{B.9})$$

où  $\mathbf{p}$  le vecteur cartésien de quantité de mouvement du manipulateur. L'ellipse, appelée ellipse de gyration, représente les valeurs vectorielles de quantité de mouvement pour lesquelles l'augmentation de l'énergie cinétique en réponse à l'application d'une force est une constante. Elle est une mesure directionnelle de l'inertie de l'organe terminal du manipulateur. Le grand axe de la figure B.1 indique la direction selon laquelle le manipulateur possède la plus grande inertie et le petit axe, la direction selon laquelle le manipulateur possède le moins d'inertie. Comme pour le cas de l'ellipse de raideur, les valeurs des axes et leur orientation sont données par les valeurs et vecteurs propres du tenseur de mobilité cartésien  $\mathbf{W}(\theta)$ . Les termes de  $\mathbf{W}(\theta)$  étant fonction des angles articulaires, un changement de configuration modifie la force et l'orientation de l'ellipse de gyration. Par conséquent, l'utilisation de degrés de liberté redondant peut faire varier l'inertie apparente du bras à un point donné dans l'espace, tout comme la raideur. La figure B.3 démontre qu'un changement de configuration du bras modifie l'ellipse de gyration de façon significative.

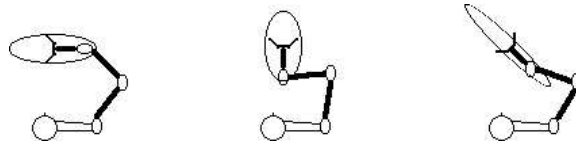


Figure B.3: Modification des ellipses de gyration par usage de la redondance.

### B.1.1 Calcul de la masse apparente maximale du manipulateur

On cherche à obtenir la valeur maximale de la masse du manipulateur dans l'espace cartésien. La valeur de la masse maximale étant égale à la racine carrée de la valeur propre maximale du tenseur d'inertie cartésienne du robot

$$m_x = \max\left(\frac{1}{\sqrt{\lambda_1}}, \frac{1}{\sqrt{\lambda_2}}, \frac{1}{\sqrt{\lambda_3}}\right) \quad (\text{B.10})$$

où  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  sont les valeurs propres du tenseur de mobilité cartésien  $\mathbf{W}(\theta)$ . Un programme calculant la masse apparente maximale du manipulateur pour chacune de ses configurations a été réalisé et implanté dans le logiciel MATLAB. Le tenseur de mobilité n'étant pas fonction de l'angle de la première articulation, il est suffisant de ne



calculer la masse apparente maximale qu'en fonction de la position du robot selon un rayon centré à sa base et de l'orientation, le robot étant redondant. Le fichier source est ici inclus.

# Annexe C

## Scripts et fichiers de paramètres

Cette annexe comprend les différents fichiers ayant servi à générer les résultats présentés dans ce mémoire. On inclut la liste des fichiers ainsi que les références aux résultats.

### C.1 Description des fichiers

1. **sys3isof.m**: Fichier créé par SIMULINK lors de la réalisation du modèle robot-contrôleur. Ce modèle a été utilisé pour générer les résultats des figures 6.5, 6.6 et 6.7.
2. **pariso.m**: Fichier de paramètres du modèle robot-contrôleur.
3. **redonef.m**: Fichier créé par SIMULINK lors de la réalisation du modèle du système dynamique équivalent. Ce modèle a été utilisé pour les optimisations

présentées aux figures 4.7 à 4.8 et 5.2 à 5.4. Il a aussi servi aux simulations dont les résultats sont présentés aux figures 4.9, 4.11 et 5.7.

4. **paredv.m**: Fichier de paramètres du modèle du système dynamique équivalent.
5. **map6.m**: Script MATLAB effectuant l'optimisation non-linéaire des figures 4.5, 4.6, 4.7 et 4.8.
6. **map5.m**: Script MATLAB effectuant l'optimisation linéaire des figures 6.1, 6.2, 6.3 et 6.4.
7. **oplin.m**: Script MATLAB effectuant l'optimisation des pôles du système linéarisé à partir des équations d'état des figures 5.2, 5.3 et 5.4.
8. **statesp.m**: Script MATLAB simulant la réponse libre du système linéarisé présentée à la figure 5.6.
9. **rootloc.m**: Script MATLAB tracant les lieux d'Evans de la figure 5.5