

NICOLAS BOUCHARD

**CONCEPTION D'UN MÉCANISME À 3 DEGRÉS DE  
LIBERTÉ POUR UN SYSTÈME DE PALETTE  
AJUSTABLE DE BLOCS MOTEURS**

Mémoire présenté  
à la Faculté des études supérieures de l'Université Laval  
dans le cadre du programme de maîtrise en génie mécanique  
pour l'obtention du grade de maître ès sciences (M.Sc.)

FACULTÉ DES SCIENCES ET DE GÉNIE  
UNIVERSITÉ LAVAL  
QUÉBEC

JUILLET 2004

# Résumé

Ce mémoire traite de la conception d'un mécanisme de positionnement à 3 degrés de liberté. Le mécanisme conçu sera utilisé dans un système mécanique ajustable pour le support de blocs-moteurs dans l'industrie automobile. Le but est de concevoir un système mécanique permettant de changer les positions des points d'appui sur la palette. Les travaux présentés ici portent sur le mécanisme utilisé pour chaque point d'appui. Les déplacements requis à l'effecteur de ce mécanisme sont translationnels. Le mécanisme à 3 degrés de liberté conçu peut aussi trouver des applications dans d'autres domaines, comme les systèmes précis de positionnement, les manipulateurs opérés manuellement et les dispositifs de support ou de levage de grosses charges. Premièrement, plusieurs architectures parallèles et hybrides disponibles dans la littérature sont revues dans ce mémoire. Des analyses sont ensuite faites sur ces mécanismes afin de cibler la meilleure solution. Un mécanisme hybride est alors choisi et la conception mécanique de ce dernier est réalisée. Les plans d'assemblage du prototype de ce mécanisme sont finalement présentés.

# Avant-propos

La physique et la mécanique ont toujours été et resteront toujours pour moi une passion plutôt qu'un travail. Jamais je n'aurais pensé un jour me rendre à ce niveau d'étude en apprenant ce que j'aime le plus. J'ai eu à ma disposition les outils les plus utiles afin d'accroître mes connaissances. Je profite ici de l'occasion pour remercier toutes les personnes m'ayant aidé à accomplir mon but. J'aimerais premièrement remercier le Professeur Clément Gosselin qui m'a permis de faire de la recherche dans un domaine aussi intéressant que la robotique. Chaque personne qui passera au laboratoire sortira inévitablement passionné par le domaine. Merci à Boris, Thierry, Ilian, Simon, Marc, Émilie et Lionel pour vos multiples conseils spontanés. Merci aussi à tous ceux et celles qui sont passés au laboratoire durant ces deux années : Dany, Gabriel, Mathieu et Pascal.

Je remercie ma famille qui est la base de ce que je suis devenu. Ils m'ont permis de grandir dans un environnement des plus propices. Merci de votre aide plus qu'émotive lorsque mes voyages se sont avérés être moins lucratifs que prévu. J'aimerais aussi remercier toutes les personnes rencontrées lors de mes voyages aux quatre coins du globe. Vous m'avez fait découvrir vos petits coins de pays lors de nos discussions fortement enrichissantes. Je dois admettre que votre plus grande contribution à mes yeux est surtout de m'avoir fait découvrir le mien. Et je termine par celle qui m'a accompagné dans ma dernière année de recherche et qui embellit ma vie, Audrey. Merci de partager avec moi de si beaux moments et d'être aussi là lors de moments plus difficiles. Je termine par ce mémoire mes études mais commence avec toi une nouvelle vie.

# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>i</b>
<b>Avant-propos</b>	<b>ii</b>
<b>Table des matières</b>	<b>iii</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>vii</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>viii</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 Introduction . . . . .	1
1.2 Présentation du projet . . . . .	2
1.3 Cahier de charges . . . . .	5
1.4 Organisation du mémoire . . . . .	5
<b>2 Concepts fondamentaux</b>	<b>7</b>
2.1 Introduction aux mécanismes parallèles . . . . .	8
2.2 Chaînes cinématiques et degrés de liberté . . . . .	10
2.3 Modèles géométriques et matrices jacobiennes . . . . .	12
2.4 Dextérité . . . . .	14
2.5 Espace atteignable . . . . .	15
2.6 Singularités . . . . .	15
2.7 Conclusion . . . . .	16
<b>3 Les mécanismes parallèles pour translations</b>	<b>18</b>
3.1 Introduction . . . . .	19

3.2	Mécanismes générés systématiquement (MGSs)	20
3.2.1	Le 3- <u>P</u> PRR	21
3.2.1.1	Le 3- <u>C</u> RR isotrope	21
3.2.1.2	Le 3- <u>P</u> RRR vertical	22
3.2.1.3	Le 3- <u>P</u> RRR horizontal	23
3.2.1.4	Autres possibilités de configurations de MSGs	23
3.2.2	Le mécanisme 3- <u>U</u> PU	25
3.2.3	Le mécanisme 3- <u>P</u> UU	25
3.2.3.1	Le 3- <u>P</u> UU horizontal en “Y”	26
3.2.3.2	Le 3- <u>P</u> UU horizontal parallèle	26
3.2.3.3	Le 3- <u>P</u> UU vertical	26
3.2.4	Le mécanisme 3- <u>R</u> RC	27
3.2.5	Le mécanisme Delta	28
3.2.6	Le mécanisme Y-STAR	29
3.2.7	Les mécanismes hybrides	31
3.3	Analyse préliminaire	32
3.3.1	Espace atteignable	32
3.3.2	Dextérité	32
3.3.3	Singularités	33
3.3.4	Rigidité	33
3.4	Mécanismes retenus	34
3.4.1	Le 3- <u>P</u> UU vertical	34
3.4.2	Le 3- <u>U</u> PU	34
3.4.3	Mécanismes hybrides	35
3.5	Conclusion	36
<b>4</b>	<b>Analyse détaillée des mécanismes pour translations</b>	<b>37</b>
4.1	Méthodologie	39
4.1.1	Géométrie	39
4.1.2	Espace atteignable	39
4.1.3	Dextérité	40
4.1.4	Lieux de singularité	40
4.2	Mécanisme 3- <u>U</u> PU	41
4.2.1	Problème géométrique inverse	43
4.2.2	Géométrie	44
4.2.3	Matrice jacobienne	45
4.2.4	Singularités	46

4.2.5	Dextérité . . . . .	47
4.2.6	Singularités de contrainte . . . . .	48
4.2.7	Précision et sensibilité aux jeux . . . . .	50
4.3	Mécanisme 3-PUU Vertical . . . . .	53
4.3.1	Problème géométrique inverse . . . . .	54
4.3.2	Géométrie . . . . .	56
4.3.3	Espace atteignable . . . . .	57
4.3.4	Matrice jacobienne . . . . .	57
4.3.5	Singularités . . . . .	58
4.3.6	Dextérité . . . . .	59
4.4	Mécanisme hybride P-2P $\Pi$ . . . . .	61
4.4.1	Géométrie . . . . .	62
4.4.2	Problème géométrique inverse . . . . .	63
4.4.3	Matrice Jacobienne . . . . .	65
4.4.4	Singularités . . . . .	66
4.4.5	Dextérité . . . . .	66
4.5	Mécanisme hybride 4-UU-H . . . . .	67
4.5.1	Mécanismes à 2 ddl . . . . .	68
4.5.2	Problème géométrique direct . . . . .	70
4.5.3	Géométrie . . . . .	71
4.5.4	Espace atteignable . . . . .	72
4.5.5	Dextérité du mécanisme à 2 ddl . . . . .	72
4.6	Mécanisme de blocage des articulations . . . . .	73
4.7	Conclusion . . . . .	74
<b>5</b>	<b>Design du mécanisme hybride final</b>	<b>76</b>
5.1	Architectures hybrides 4-UU-H . . . . .	77
5.2	Mécanisme hybride complet . . . . .	77
5.2.1	Dimensionnement des pattes du mécanisme . . . . .	78
5.3	Composantes du mécanisme hybride 4-UU-H final . . . . .	79
5.3.1	Mécanisme vertical à 1 ddl . . . . .	79
5.3.2	Mécanisme de blocage des articulations . . . . .	81
5.4	Méthode d'actionnement . . . . .	82
5.5	Mesure de la position . . . . .	83
5.6	Résumé des caractéristiques du mécanisme hybride final . . . . .	83
	<b>Conclusion</b>	<b>85</b>

<b>Bibliographie</b>	<b>87</b>
<b>A Exemple de fonctions Matlab</b>	<b>90</b>
A.1 Mécanisme 3-UPU . . . . .	91
A.1.1 Résolution du PGI . . . . .	91
A.1.2 Calcul des limites articulaires . . . . .	93
A.1.3 Visualisation de l'espace de travail . . . . .	96
A.1.4 Analyse de la dextérité . . . . .	99
<b>B Vues auxiliaires d'espaces atteignables</b>	<b>101</b>
B.1 Espace atteignable du 3-UPU . . . . .	102
B.2 Espace atteignable du 3-PUU . . . . .	103
B.3 Espace atteignable du mécanisme hybride P-2P $\Pi$ . . . . .	104
<b>C Fonctions Matlab du mécanisme hybride 4-UU-H</b>	<b>106</b>
C.1 Résolution du PGI . . . . .	107
C.2 Visualisation de l'espace de travail . . . . .	108
C.3 Analyse de la dextérité . . . . .	110
<b>D Croquis du mécanisme hybride final</b>	<b>111</b>
<b>E Mécanismes à 1 ddl non retenus</b>	<b>116</b>
E.1 Mécanisme translationnel 1 . . . . .	117
E.2 Mécanisme translationnel 2 . . . . .	117

# Liste des tableaux

3.1	MSGs : Autres possibilités d'agencement de pattes. . . . .	24
4.1	Géométrie du mécanisme 3-UPU analysé. . . . .	51
4.2	Courses requises pour le mécanisme hybride 4-UU-H. . . . .	71
4.3	Résultats généraux de l'analyse de dextérité des mécanismes à l'intérieur de l'espace de travail . . . . .	74

# Liste des figures

1.1	Palette de moteur par <i>GM Powertrain</i> (Modèle L4/L5). . . . .	2
2.1	Robot SCARA Adept Cobra 600, ( <a href="http://www.adept.com">http://www.adept.com</a> ). . . . .	8
2.2	Chaînes cinématiques (a) sérielle et (b) parallèle. . . . .	9
2.3	La machine de Gough [2]. . . . .	9
2.4	Liaisons rotoïde (R) et prismatique (P). . . . .	11
2.5	Liaisons de Cardan ou universelle (U) et sphérique (S). . . . .	11
2.6	Liaisons cinématiques d'une plate-forme de Gough-Stewart : 6 chaînes (RR)PS commandent les 6 ddl de la plate-forme. . . . .	12
2.7	Passages entre coordonnées articulaires et coordonnées généralisés. . . . .	12
3.1	Le mécanisme parallèle à 3ddl DELTA. . . . .	19
3.2	Principe de base des mécanismes générés systématiquement (MGSs). . . . .	20
3.3	Principe de base des mécanismes parallèles 3- <u>PRRR</u> . . . . .	21
3.4	Mécanisme pour translations 3- <u>CRR</u> isotrope. . . . .	22
3.5	Mécanisme pour translations 3- <u>PRRR</u> avec actionneurs verticaux. . . . .	22
3.6	Mécanisme pour translations 3- <u>PRRR</u> avec actionneurs horizontaux. . . . .	23
3.7	Mécanisme pour translations 2- <u>PUU</u> 1- <u>CRR</u> . . . . .	24
3.8	Mécanisme 3- <u>UPU</u> pour translations. . . . .	25
3.9	Mécanisme 3- <u>PUU</u> horizontal en Y. . . . .	26
3.10	Mécanisme 3- <u>PUU</u> horizontal parallèle. . . . .	27
3.11	Mécanisme 3- <u>PUU</u> vertical parallèle. . . . .	28
3.12	Mécanisme 3- <u>RRC</u> . . . . .	28
3.13	Schéma provenant du brevet du mécanisme DELTA par Clavel [24]. . . . .	29

3.14 Mécanisme <i>FlexPicker</i> de ABB. . . . .	29
3.15 Le mécanisme STAR . . . . .	30
3.16 Mécanisme hybride P-2-PII. . . . .	31
3.17 Mécanisme hybride 4-UU-H. . . . .	31
4.1 Mécanismes parallèles retenus : (a) Le 3-UPU, (b) le 3-PUU. . . . .	38
4.2 Mécanismes hybrides retenus : (a) mécanisme hybride P-2-PII, (b) mécanisme hybride 4-UU-H. . . . .	38
4.3 Architecture de la patte du mécanisme 3-UPU. . . . .	41
4.4 Conditions afin d'obtenir un mécanisme 3-UPU translationnel : Agencement des axes sur la base et l'effecteur : <i>i</i> ) triangle <i>ii</i> ) en croix. . . . .	42
4.5 Modélisation géométrique du mécanisme 3-UPU. . . . .	43
4.6 Vue isométrique des surfaces supérieure et inférieure de l'espace atteignable du mécanisme 3-UPU. . . . .	45
4.7 Positions singulières du 3-UPU : (a) pattes parallèles (b) pattes coplanaires. . . . .	46
4.8 Analyse de dextérité du mécanisme 3-UPU en fonction de la hauteur ; Dextérité Maximale, Minimale et Moyenne. . . . .	48
4.9 Distribution de dextérité du mécanisme dans le plan Z=350mm. . . . .	49
4.10 Prototype 3-UPU du Seoul National University, source [31]. . . . .	50
4.11 Liaison rotoïde virtuelle utilisée dans l'analyse de sensibilité [33]. . . . .	51
4.12 Jeux dans les liaisons rotoïdes (ici $\sigma = \rho = 0.1$ mm et $\lambda = 30$ mm). . . . .	52
4.13 Architecture des pattes du mécanisme 3-PUU. . . . .	53
4.14 Modélisation géométrique du mécanisme 3-PUU. . . . .	55
4.15 Résolution du PGI du 3-PUU : les deux solutions possibles pour une patte. . . . .	56
4.16 Nouvelle version CAO du mécanisme 3-PUU : Disposition permettant d'atteindre des positions en dehors la base. . . . .	57
4.17 Vue isométrique de l'espace atteignable du mécanisme 3-PUU. . . . .	58
4.18 Positions singulières du mécanisme 3-PUU : (a) trois membrures coplanaire et (b) trois membrures parallèles entre elle. . . . .	59
4.19 Analyse de dextérité du mécanisme 3-PUU. . . . .	60
4.20 Distribution de dextérité dans le plan XY du 3-PUU pour toute valeur de Z. . . . .	61
4.21 Le mécanisme hybride P-2-PII : un mécanisme plan à 2 ddl utilisant des parallélogrammes est monté sur une table à 1 ddl. . . . .	62
4.22 Mécanisme à 4 barres à 1ddl ; le parallélogramme. . . . .	62
4.23 Modélisation géométrique simplifiée du mécanisme hybride P-2-PII . . . . .	63

4.24	Deux solutions par pattes pour le mécanisme plan à 2 ddl. . . . .	64
4.25	Espace atteignable du mécanisme hybride P-2-P11. . . . .	65
4.26	Positions singulières du mécanisme hybride P-2-P11 : (a) Patte parallèle à la liaison prismatique, (b) Patte parallèle à la base. . . . .	66
4.27	Analyse de dextérité du mécanisme hybride P-2-P11. . . . .	67
4.28	Distribution de dextérité dans le plan XY du mécanisme hybride pour toutes hauteurs (Z) de l'effecteur. . . . .	68
4.29	Mécanisme à 2 ddl à orientation constante et espace atteignable sphérique.	69
4.30	Mécanisme parallélépipédique sphérique simplifié à 2 ddl. . . . .	70
4.31	Problème géométrique simplifié du mécanisme. . . . .	71
4.32	Espace atteignable du mécanisme à 2 ddl 4-UU. . . . .	72
4.33	Dextérité du mécanisme à 2 ddl 4-UU. . . . .	73
5.1	Mécanisme hybride 4-UU-H équivalent à la figure 3.17. . . . .	77
5.2	Modification de la patte évitant les interférences. . . . .	78
5.3	Paramètres géométriques pour le dimensionnement des pattes. . . . .	79
5.4	Mécanisme hybride final. . . . .	80
5.5	Axe passif permettant de bloquer le mécanisme. . . . .	81
5.6	Bague permettant une pression distribuée sur la circonférence de l'axe passif. . . . .	82
B.1	Vue isométrique de l'espace atteignable du mécanisme 3-UPU. . . . .	102
B.2	Vue dans le plan XY de l'espace atteignable du mécanisme 3-UPU. . .	102
B.3	Vue dans le plan XZ de l'espace atteignable du mécanisme 3-UPU. . . .	103
B.4	Vue isométrique de l'espace atteignable du mécanisme 3-PUU. . . . .	103
B.5	Vue dans le plan XY de l'espace atteignable du mécanisme 3-PUU. . .	104
B.6	Vue dans le plan XZ de l'espace atteignable du mécanisme 3-PUU. . . .	104
B.7	Vue isométrique de l'espace atteignable du mécanisme hybride P-2-P11.	105
B.8	Vue dans le plan XZ de l'espace atteignable du mécanisme hybride P-2-P11.	105
D.1	Vue explosée d'une patte du mécanisme. . . . .	112
E.1	Mécanisme translationnel 1 : (a) Vue isométrique (b) Vue du dessus. . .	117
E.2	Vue isométrique du mécanisme à 1 ddl translationnel. . . . .	118

# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Introduction

Ce mémoire présente le projet de recherche effectué pour l'obtention du grade de Maître ès Sciences (M.Sc.). Ce projet de recherche a été effectué entre septembre 2002 et avril 2004 au Laboratoire de Robotique de l'Université Laval. Les travaux portent sur le développement d'un support ajustable pour l'assemblage de blocs-moteurs d'aluminium. Ce projet s'effectue avec la participation de General Motors of Canada, et plus particulièrement la division Recherche et Développement basée à Oshawa en Ontario.

L'utilisation de supports de blocs-moteurs dans le domaine de l'industrie automobile est bien établie. Ces supports, communément appelés *palettes* (voir figure 1.1), ont pour fonction de supporter et de transporter les blocs-moteurs tout au long de la



FIG. 1.1 – Palette de moteur par *GM Powertrain* (Modèle L4/L5).

chaîne d'assemblage des composantes. Le défaut d'un tel support est qu'il est propre à un modèle de moteur particulier et qu'il doit être redessiné et reconstruit lorsque des modifications sont faites sur le moteur. Cette opération est fastidieuse et coûteuse et ralentit le processus de design de nouvelles chaînes d'assemblage. Dans ce projet, un modèle de support ajustable est développé dans le but d'accommoder les familles entières de blocs-moteurs d'aluminium. L'élément clé est l'utilisation de mécanismes parallèles dans le développement du support ajustable. Les mécanismes parallèles sont reconnus pour avoir une grande rigidité, une grande charge utile ainsi qu'une grande précision. Par contre, ils sont aussi propices à des cinématiques complexes, des comportements non-intuitifs et présentent des configurations singulières dans lesquelles la rigidité est totalement perdue. Ainsi, le développement de palettes flexibles comportant des mécanismes parallèles constitue un défi de taille. Le design d'un tel système est une amélioration notable pour le domaine des fabricants de moteurs car il élimine le besoin de reconcevoir les supports pour de nouveaux modèles.

## 1.2 Présentation du projet

Depuis le début des années 70, la compétition entre les fabricants automobiles est sans relâche. Toute l'énergie est depuis utilisée dans le développement de nouvelles techniques de fabrication permettant une production à coût moindre tout en gardant une qualité de produit exceptionnelle. Les défis de ce marché sont de continuellement introduire de nouveaux modèles de véhicules en une période de temps de plus en plus

courte. L'emphase est alors portée sur de nouvelles techniques permettant de diminuer les coûts engendrés lors du passage de l'état de simple prototype à l'étape de mise en production à grand volume des nouveaux modèles. Au même moment, la tendance dans le domaine du design automobile est d'utiliser des composantes du moteur faites d'alliages d'aluminium car ils sont plus légers et permettent une grande flexibilité de moulage. En conséquence, de nouvelles techniques sont recherchées afin de remplacer celles dites plus traditionnelles pour la fabrication des composantes du système moteur et de transmission. La priorité est donnée au développement de technologies avancées permettant une réduction des coûts de fabrication, offrant une grande fiabilité et flexibilité et surtout, permettant la *reconfigurabilité*. Les domaines les plus ciblés sont les machines-outils, les outils de coupage, les logiciels et composantes à utiliser pour la surveillance des chaînes de fabrication, les procédés de manutention ainsi que les techniques de maintenance des usines.

Ce projet de recherche a pour cible la réduction du capital à investir dans les lignes d'assemblage de moteur, tout particulièrement, sur les supports de blocs-moteurs. Toutes les composantes des lignes d'assemblage à ce jour sont presque uniquement dédiées à un seul type spécifique de moteur. Une ligne d'assemblage typique qui assemble en moyenne 1000 moteurs par jour présente un investissement d'environ 60 millions de dollars US. La technologie présente à ce jour permet l'utilisation de la ligne pour des familles similaires de moteur si des attentions particulières ont été prises lors du design des moteurs visant la position des points d'appui, la position des pistons, la hauteur des composantes, etc. À défaut de ces précautions, une nouvelle ligne d'assemblage sera requise lors de la mise en marché d'un nouveau modèle et des pénalités seront engendrées comme des frais additionnels ainsi qu'un délai de mise en production plus long.

La fonction principale du support est de positionner et de supporter le bloc-moteur lors de son transport sur la chaîne de montage. Les points d'appui sur lesquels les moteurs sont assis sont propres à chaque modèle et ne sont pas ajustables sur les modèles actuels. Ainsi chaque modèle de moteur possède son propre modèle de palette. Il y a en moyenne 300 palettes utilisées sur une chaîne de montage et il est clair que le design et la fabrication de telles palettes amènent des délais et des frais substantiels.

Dans ce contexte, une solution est le développement d'un système de supports ajustables. Un support ajustable est un système mécanique complexe qui doit simul-

tanément *i*) permettre de supporter avec rigidité et précision les blocs-moteurs sur la ligne d'assemblage et *ii*) permettre le déplacement des points d'appui pour accommoder toutes familles de moteurs. Typiquement, la géométrie du support ne sera modifiée que quelques fois par année. Ainsi, le support ajustable peut être considéré comme **un mécanisme spécial utilisé en mouvement très rarement et qui est immobile lorsqu'il effectue sa tâche principale (maintenir une pièce)**. Ceci contraste avec des machines-outils et robots industriels qui ont comme tâche première d'effectuer des mouvements. Par conséquent, les caractéristiques du support ajustable désiré sont spéciales :

1. Le mécanisme doit pouvoir changer de configuration mais ne doit pas produire de trajectoires ou de vitesses spécifiques durant les déplacements. En fait, la demande la plus importante est l'espace atteignable des mécanismes.
2. La précision sur le positionnement du mécanisme doit être très élevée.
3. La rigidité du mécanisme doit être très élevée une fois en position. Par contre, la rigidité ne doit pas être nécessairement élevée lors du déplacement de l'effecteur.
4. La manutention du mécanisme doit être simple et sécuritaire.

En considérant les caractéristiques précédentes, il est clair que les mécanismes parallèles sont d'excellents candidats pour le développement d'un support ajustable. En fait, les mécanismes parallèles ont le potentiel d'être précis et rigides. Par contre, différentes architectures de mécanisme doivent être considérées et des simulations détaillées doivent être effectuées dans le but de choisir le meilleur mécanisme. Les résultats anticipés de ce projet de recherche pourront aussi trouver des applications dans d'autres domaines, comme les systèmes précis de positionnement, les manipulateurs opérés manuellement et les dispositifs de support ou levage de grosses charges.

## 1.3 Cahier de charges

Le mécanisme recherché pour le système du support doit satisfaire des exigences sur l'espace atteignable ainsi que des caractéristiques structurelles fournies par les chercheurs de General Motors :

Précision de positionnement : 0.5 mm

Trace et hauteur du mécanisme :

100 mm (largeur)  $\times$  150 mm (longueur)  $\times$  300 mm (hauteur)

Espace de travail : 150 mm (largeur)  $\times$  150 mm (longueur)  $\times$  150 mm (hauteur)

Charge à supporter verticalement : 2000 N

Charge à supporter dynamiquement dans toutes les directions : 2000 N

## 1.4 Organisation du mémoire

Le contrat de recherche est composé de deux phases. Le support ajustable de blocs-moteurs à développer consiste en un ensemble mécanique constitué de 4 points d'appui déplaçables. La première phase vise la conception du mécanisme utilisé pour positionner chaque point d'appui. La seconde phase vise la conception du système mécanique entier de la palette. Les travaux présentés dans ce mémoire couvrent la conception du mécanisme de la phase 1.

Le Chapitre 2 de ce mémoire présente les notions de base de robotique nécessaires lors du processus de conception du mécanisme. Les principales caractéristiques importantes recherchées sont présentées (types d'articulations, espace de travail, dextérité, rigidité, singularités, etc.).

Le Chapitre 3 présente diverses architectures parallèles pour translations. Comme il existe déjà dans la littérature des architectures permettant le positionnement d'un point en translation, la première tâche consiste à revoir celles existantes et/ou de générer de nouvelles possibilités. Cette énumération de mécanismes translationnels a pour but d'identifier les ressources disponibles dans la littérature.

Les architectures les plus intéressantes sont retenues pour des analyses plus poussées au Chapitre 4. Ces analyses visent à identifier, à priori, les types d'architectures les plus adaptés à satisfaire les exigences du mécanisme recherché. Ces analyses préliminaires portent en particulier sur la rigidité, l'espace atteignable, la présence de singularités dans l'espace de travail ainsi que les dimensions approximatives de chaque candidat. De plus, une attention particulière est donnée à l'aptitude de chacun à se bloquer pour devenir rigide une fois en position. Des modèles CAO sont créés pour simuler les mouvements des mécanismes. Leur comportement cinématique est analysé et les possibilités d'interférences entre les membrures vérifiées. Les membrures sont dimensionnées pour atteindre les positions exigées. Le problème géométrique inverse (PGI) de chaque mécanisme retenu est ensuite résolu pour obtenir la matrice jacobienne. Les lieux de singularités sont identifiés clairement afin de cibler les conditions nécessaires pour obtenir un espace de travail sans singularité. Le concept de mécanisme le plus adéquat est finalement identifié afin d'être utilisé comme mécanisme de positionnement.

Le Chapitre 5 aborde le processus de design mécanique de l'architecture finale à fabriquer. Il présente les modifications apportées au concept retenu afin de satisfaire les exigences et contraintes géométriques. Le modèle final du mécanisme est présenté. Le modèle CAO du prototype final est créé et les croquis d'assemblage présentés. Les méthodes d'actionnement, de blocage ainsi que de contrôle y sont définies.

# Chapitre 2

## Concepts fondamentaux

Ce chapitre aborde les concepts fondamentaux de la robotique permettant de comprendre les présents travaux de recherche. Une définition des mécanismes parallèles est donnée et leurs principales caractéristiques y sont présentées. Le concept de degré de liberté (*ddl*) est revu et appliqué à la plate-forme de Gough-Stewart. Les principales liaisons cinématiques utilisées dans ces travaux sont présentées brièvement. Le problème géométrique inverse (PGI) et le problème géométrique direct (PGD) sont abordés pour le cas général. Finalement, les notions de dextérité, d'espace atteignable et de singularité sont présentées.

## 2.1 Introduction aux mécanismes parallèles

Les robots sont de plus en plus utilisés dans le monde industriel. L'automatisation des tâches permet d'accroître la vitesse de production, tout en augmentant la qualité et l'homogénéité des produits finis. Les robots les plus rencontrés dans l'industrie sont les robots dit *sériels*. Ces derniers ont une architecture rappelant le bras humain. Plusieurs corps (*membrures*) sont reliés entre-eux par des articulations qui déterminent la position de l'organe terminal (*effecteur*). La figure 2.1 présente un robot de type SCARA à 4 ddl (3 translations, 1 rotation). Ce robot est très répandu en pratique pour effectuer des tâches de manutention (*pick and place*).



FIG. 2.1 – Robot SCARA Adept Cobra 600, (<http://www.adept.com>).

Le problème des architectures sérielles à 6 ddl est que le rapport charge/masse est rarement supérieur à 0,1. Les robots à 4 ddl de type SCARA obtiennent les meilleurs rapports avec 0,15 (source : [1]). La plupart des robots sériels ont leurs actionneurs à chaque articulation, ce qui augmente de beaucoup la masse à supporter par chaque membre. La disposition en série des segments engendre aussi la propagation des erreurs à chaque segment due au bras de levier. De plus, comme chacun doit aussi supporter le poids du suivant, les membres doivent être très massifs et l'inertie résultante du robot est très grande.

Un autre type d'architecture permet de contrer les mauvaises performances des robots sériels : les mécanismes *parallèles*. Comme leur nom l'indique, l'organe terminal de ces mécanismes est relié à la base par plus d'un membre (voir figure 2.2). Cette caractéristique permet d'augmenter le ratio charge/masse car le poids est réparti entre chaque patte. Les pattes ne supportent pas le poids des autres donc la charge supportée est beaucoup moindre à comparer aux architectures sérielles. La flexion des pattes est

diminuée engendrant ainsi une meilleure précision sur la position de l'effecteur. Une

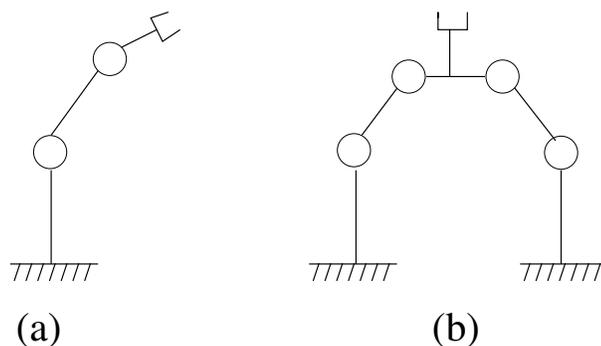


FIG. 2.2 – Chaînes cinématiques (a) sérielle et (b) parallèle.

architecture parallèle bien connue est la machine de Gough [2] présentée à la figure 2.3. Ce mécanisme était utilisé afin de tester l'usure des pneus. Le plateau mobile est relié à la base par 6 segments pneumatiques ou hydrauliques de longueur variable. Les déplacements du plateau s'effectuent en variant la longueur des segments pneumatiques. Cette plate-forme à 6 ddl permet de tester l'usure des pneus sous diverses conditions. L'utilisation à plus grand volume de cette architecture provient d'un besoin dans le

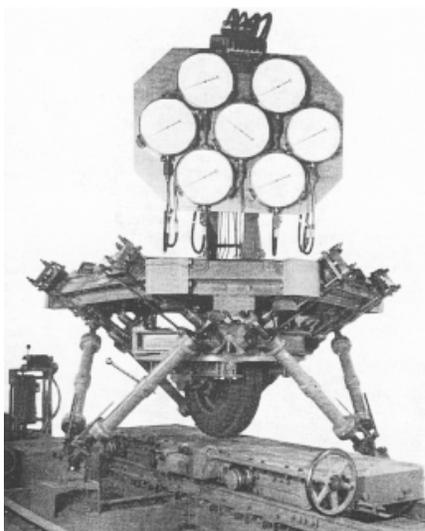


FIG. 2.3 – La machine de Gough [2].

domaine aéronautique durant les années 70. La formation en vol des pilotes étant très coûteuse, l'industrie eut besoin de simulateurs permettant de reproduire fidèlement les mouvements d'un avion. Comme la cabine de l'avion devait être similaire à celle utilisée en réalité, la charge à supporter excédait de beaucoup les capacités d'un robot sériel à 6 ddl (3 rotations et 3 translations). Une plate-forme à 6 ddl de Gough-Stewart [3] a

alors été utilisée afin de supporter la cabine et est encore celle la plus répandue de nos jours. Par la suite, plusieurs autres architectures parallèles ont été développées afin de satisfaire des tâches plus spécifiques (positionnement, orientation, déplacement, etc.). Certaines machines-outils à commande numérique utilisent aujourd’hui des mécanismes parallèles afin de positionner et orienter l’outil de coupe. Malgré tout, les mécanismes parallèles sont encore peu utilisés dans l’industrie. Un effort accru a été porté ces dernières années en recherche afin de concevoir de nouvelles architectures satisfaisant les besoins de l’industrie. Le mécanisme de positionnement créé ici pourrait être appliqué à d’autres tâches où le positionnement précis d’une charge est essentiel. Pour plus de renseignement sur l’histoire des robots parallèles, le lecteur intéressé peut se référer à l’article de Bonev [4].

## 2.2 Chaînes cinématiques et degrés de liberté

Nous définissons un mécanisme parallèle comme suit :

*Mécanisme en chaîne cinématique fermée dont l’organe terminal est relié à la base par plusieurs chaînes cinématiques indépendantes.*

Une *chaîne cinématique* est un système mécanique composé de corps rigides (ou membres) et reliés entre eux par des liaisons cinématiques (ou articulations). Les articulations les plus rencontrées sont les articulations rotoïdes ( $R$ ) et les articulations prismatiques ( $P$ ) (figure 2.4). On retrouve aussi les articulations de Cardan ( $U$ )<sup>1</sup>, sphériques ( $S$ )<sup>2</sup> (figure 2.5), cylindriques ( $C$ ), planes ( $T$ ) et hélicoïdales (visse,  $H$ ).

Le *degré de liberté (ddl)* d’un mécanisme parallèle est le nombre de paramètres indépendants à définir pour décrire complètement la pose de tous les liens. Le ddl de l’effecteur est le nombre de rotations et/ou translations indépendantes qu’il peut subir par rapport à un repère de référence (base fixe). Le ddl est défini par les chaînes cinématiques reliant la base à l’effecteur. La combinaison de chacune des chaînes cinématiques

---

<sup>1</sup>Les articulations de Cardan (ou universels) sont formées de deux liaisons rotoïdes dont les axes s’intersectent (RR) et sont orthogonales.

<sup>2</sup>Les articulations sphériques sont équivalent à la combinaison de trois articulations rotoïdes en série dont les axes s’intersectent (RRR) en un point.

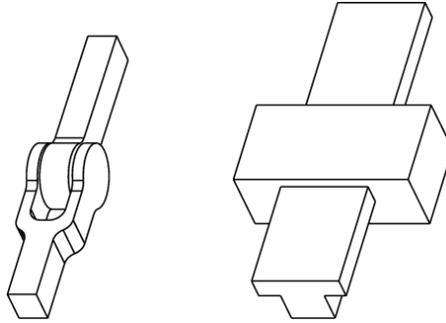


FIG. 2.4 – Liaisons rotoïde (R) et prismatique (P).

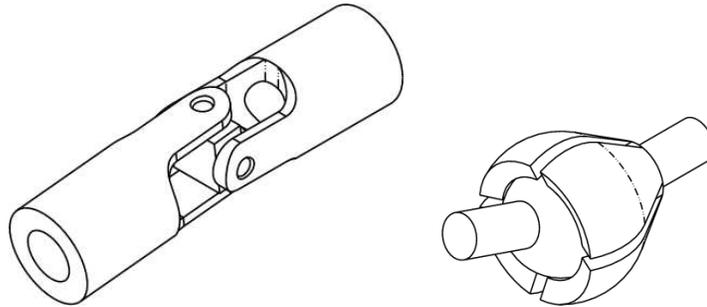


FIG. 2.5 – Liaisons de Cardan ou universelle (U) et sphérique (S).

prescrit le ddl de l'effecteur. La mobilité du mécanisme est obtenue à partir de l'équation de *Grübler-Tchebychev-Kutzbach*[1] :

$$F = \lambda(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i \quad (2.1)$$

où  $\lambda$  est la dimension de l'espace considéré (3 dans le plan ou 6 dans l'espace),  $n$  le nombre de membres,  $j$  le nombre d'articulations et  $f_i$  est le nombre de degrés de liberté associés à l'articulation  $i$ .

Lorsqu'une articulation d'une chaîne est actionnée, la lettre correspondante est soulignée (e.g.  $\underline{P}$  ou  $\underline{R}$ ). Les mécanismes parallèles ayant des chaînes cinématiques identiques sont notées  $n\text{-}JJJJ$ , où  $n$  est le nombre de chaînes cinématiques, et  $JJJJ$  décrit le type de chaîne cinématique, la dernière lettre décrivant l'articulation à l'effecteur. Parce que l'information sur les types et le nombre de chaînes cinématiques n'est pas suffisante afin de connaître le nombre de ddl du mécanisme, ce dernier est donné explicitement afin de décrire le mécanisme. À titre d'exemple, la plate-forme de Gough-Stewart est un mécanisme 6-ddl  $6(RR)\underline{PS}$  (voir figure 2.6). Plus d'informations sur les mécanismes parallèles sont disponibles sur le site web ParalleMIC [5].



FIG. 2.6 – Liaisons cinématiques d’une plate-forme de Gough-Stewart : 6 chaînes (RR)PS commandent les 6 ddl de la plate-forme.

## 2.3 Modèles géométriques et matrices jacobiennes

Afin de prescrire la posture voulue de l’effecteur, il est essentiel de connaître la relation existante entre le domaine articulaire (coordonnées articulaires :  $\theta_1, \theta_2, \theta_3 \dots \theta_n$ ) et le domaine cartésien (position/orientation de l’effecteur par rapport à un repère fixe). Les coordonnées articulaires sont définies comme la position des articulations relatives à un repère local. Le passage d’un domaine à l’autre nécessite la connaissance du modèle géométrique du mécanisme. La figure 2.7 résume les opérations entre le domaine articulaire et le domaine cartésien.

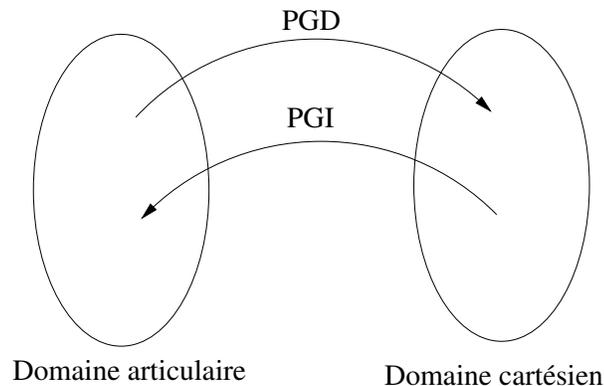


FIG. 2.7 – Passages entre coordonnées articulaires et coordonnées généralisés.

La résolution du *problème géométrique direct* (*PGD*) permet d’obtenir la position de l’effecteur en connaissant les coordonnées articulaires. Le problème géométrique direct d’un mécanisme parallèle est en général compliqué. Comme il existe la plupart du

temps plus d'une solution pour les mêmes coordonnées articulaires, on appelle *mode d'assemblage* la pose choisie.

À titre d'exemple, la plate-forme de Gough-Stewart d'architecture générale peut avoir jusqu'à 40 solutions réelles pour une combinaison des 6 longueurs de pattes. Le PGD étant compliqué, des méthodes numériques sont généralement requises afin de le résoudre. Le PGD présente un intérêt pratique pour la commande des manipulateurs parallèles, tout particulièrement pour la commande en vitesse. Le mécanisme de positionnement à concevoir ici ne nécessite pas la résolution du PGD car l'important sera de connaître les coordonnées articulaires à prescrire afin de positionner le mécanisme à la position désirée. Par contre, le PGD est utile afin d'estimer la sensibilité de l'architecture aux erreurs induites aux articulations.

Le *problème géométrique inverse (PGI)* consiste à déterminer les coordonnées articulaires requises pour obtenir la pose donnée de l'effecteur. Le PGI est en général moins compliqué que le PGD et peut être résolu géométriquement. Les équations du modèle géométrique inverse expriment directement les coordonnées articulaires en fonction de la pose de l'effecteur. Le PGI du mécanisme à concevoir est important car il permet d'obtenir la position des actionneurs pour une posture désirée à l'effecteur. De plus, le PGI est utilisé afin de déterminer l'espace atteignable des mécanismes analysés en fonction de leurs limites articulaires (section 2.5). La résolution des problèmes géométriques consiste à résoudre le système d'équations :

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (2.2)$$

où  $\boldsymbol{\theta}$  et  $\mathbf{x}$  sont respectivement les vecteurs des coordonnées articulaires et cartésiennes et  $\mathbf{f}$  est une fonction implicite généralement non-linéaire. La dérivation de cette équation permet d'obtenir la relation entre les vitesses articulaires et les vitesses de l'effecteur :

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{0} \quad (2.3)$$

où

$$\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}, \mathbf{B} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\theta}} \quad (2.4)$$

sont des matrices *jacobiennes*. Ces matrices permettent de caractériser les variations des coordonnées articulaires en fonction des variations de coordonnées généralisées. Comme la position de l'effecteur est obtenue en prescrivant les coordonnées des articulations, la "qualité" de cette relation est importante. La précision des mouvements de l'effecteur dépend de la qualité de cette transformation.

En substituant un vecteur des vitesses cartésiennes  $\mathbf{t} = \dot{\mathbf{x}}$  et en isolant, nous obtenons l'équation de vitesse généralisée :

$$\mathbf{t} = \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (2.5)$$

avec

$$\mathbf{J} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} \quad (2.6)$$

où  $\mathbf{J}$  est ici une matrice jacobienne généralisée du mécanisme. De plus, en se référant à la *dualité cinématique-statique*, les forces et moments appliqués sous des conditions statiques sont reliés aux forces et moments requis aux actionneurs afin de rester à l'équilibre par la transposée de la matrice Jacobienne. Nous pouvons écrire :

$$\mathbf{f} = \mathbf{J}^T\mathbf{F} \quad (2.7)$$

où  $\mathbf{f}$  est le vecteur des forces et/ou moments aux actionneurs et  $\mathbf{F}$  est le vecteur des forces et moments à l'effecteur en coordonnées généralisées.

## 2.4 Dextérité

Les mécanismes étudiés contiennent des chaînes cinématiques fermées et peuvent avoir des singularités amenant la perte de contrôlabilité. Comme le mécanisme doit se positionner précisément, il est essentiel de connaître le comportement du mécanisme à l'intérieur de son espace de travail. La *dextérité* caractérise la capacité d'un mécanisme parallèle à effectuer des mouvements précis de l'effecteur. La précision dépend des paramètres géométriques du mécanisme, mais aussi de la configuration du mécanisme. La dextérité est obtenue en analysant le conditionnement de la matrice jacobienne  $\mathbf{J}$ . On définit le conditionnement de la matrice par :

$$\kappa(\mathbf{J}) = \|\mathbf{J}\|\|\mathbf{J}^{-1}\| \quad (2.8)$$

où  $\|\mathbf{J}\|$  est la norme de la matrice  $\mathbf{J}$ . Il existe plusieurs normes et nous utiliserons ici la norme Euclidienne de la matrice. Le lecteur intéressé est référé à [6] pour de plus amples détails sur le conditionnement de la matrice jacobienne. La valeur de  $\kappa(\mathbf{J})$  se situe entre 1 et  $\infty$ , donc pour des raisons pratiques, un nouvel indice est défini  $\zeta$ , qui est l'inverse de  $\kappa$ ,

$$\zeta(\mathbf{J}) = \frac{1}{\kappa(\mathbf{J})} \quad (2.9)$$

pour obtenir,

$$0 \leq \zeta(\mathbf{J}) \leq 1. \quad (2.10)$$

La dextérité  $\zeta$  des mécanismes est une valeur comprise entre 0 et 1 ; où 0 caractérise une configuration où la précision est très pauvre (une configuration singulière, voir section suivante), tandis qu'une valeur de 1 correspond à une dextérité parfaite, aussi appelée *configuration isotrope*. La valeur de dextérité minimale d'un mécanisme est importante car elle dicte le pire cas de rigidité présent à l'intérieur de l'espace de travail.

## 2.5 Espace atteignable

Comme le débattement du mécanisme est la caractéristique la plus importante (réf. section 1.3), l'espace atteignable du mécanisme à concevoir est très important. L'*espace atteignable* d'un mécanisme parallèle est l'ensemble de toutes les positions et/ou orientations que l'effecteur peut atteindre. Des méthodes algébriques et géométriques ont été développées afin de déterminer l'espace atteignable des mécanismes parallèles. Goselin propose dans [7] une méthode géométrique générale de détermination de l'espace atteignable de mécanismes parallèles à 6ddl à orientation constante. Dans le cas du mécanisme conçu ici, l'effecteur doit atteindre toutes les positions incluses dans l'espace de travail prédéfini par le cahier des charges. Afin de déterminer l'espace atteignable des mécanismes potentiels, une méthode de discrétisation du domaine de l'espace de travail est plutôt utilisée. Des points sont générés automatiquement en fonction de la discrétisation choisie. À l'aide du PGI, les coordonnées articulaires sont obtenues afin de satisfaire les conditions géométriques du mécanisme. Si les coordonnées articulaires sont à l'intérieur des limites imposées, la position est atteignable. Bien qu'approximative, cette méthode est suffisante pour l'analyse préliminaire des espaces atteignables des mécanismes potentiels.

## 2.6 Singularités

Lors de la conception du mécanisme, il est important de connaître les configurations singulières à éviter. La notion de singularité réfère aux configurations où le mécanisme

perd ou gagne un ddl instantanément. L'analyse des singularités pour diverses architectures a suscité l'intérêt de plusieurs chercheurs (voir par exemple [8],[9],[10]). Dans le cas concret d'un mécanisme pour translations, la perte d'un ddl créer une direction selon laquelle l'effecteur ne peut pas se déplacer. Afin d'obtenir un mécanisme de positionnement rigide dans tout l'espace de travail, ce dernier doit être sans singularité.

Mathématiquement, les singularités sont définies à partir des notions de matrices jacobiniennes et de dextérité introduites précédemment. Il est possible d'identifier deux types de singularités pour des mécanismes à chaînes cinématiques fermées. En évaluant localement les matrices  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$  de l'équation 2.3, il est possible d'identifier trois types de singularités :

1. **Singularité de type I** : Lorsque la matrice  $\mathbf{B}$  est singulière, c'est à dire,

$$\det(\mathbf{B}) = 0. \quad (2.11)$$

Il est alors possible d'appliquer des vitesses aux actionneurs sans obtenir de vitesse de l'effecteur. Le mécanisme est alors à la limite de son espace atteignable. Certains vecteurs de vitesses cartésiennes ne peuvent donc pas être produits à l'effecteur.

2. **Singularité de type II** : Cette singularité se produit lorsque la matrice  $\mathbf{A}$  est singulière, c'est à dire,

$$\det(\mathbf{A}) = 0. \quad (2.12)$$

Le mécanisme est alors dans une configuration où il peut y avoir un mouvement infinitésimal de l'effecteur même si les actionneurs sont bloqués. Ce type de singularité peut se situer à l'intérieur de l'espace atteignable du mécanisme.

## 2.7 Conclusion

Ce chapitre a présenté les concepts fondamentaux de la robotique utilisés pour l'analyse des architectures candidates. Une introduction aux mécanismes parallèles est présentée en donnant la définition générale de ce type particulier d'architecture. L'équation de *Grübler-Tchebychev-Kutzbach* permet d'obtenir le degré de mobilité, aussi appelé degré de liberté, d'une architecture parallèle. Les liaisons cinématiques, ou articulations, qui seront rencontrées lors de la conception du mécanisme ont été revues et leurs nomenclatures présentées.

Par la suite, les problèmes géométriques direct (PGD) et inverse (PGI) ont été définis pour les cas généraux. La matrice jacobienne du mécanisme sera utilisée pour analyser la dextérité des mécanismes candidats. La dextérité est obtenue en évaluant le conditionnement de la matrice jacobienne. La dextérité est en fait la qualité de transmission des mouvements entre les actionneurs et l'effecteur. Le PGI est aussi utilisé dans ce projet afin d'analyser les espaces atteignables des mécanismes candidats. L'espace atteignable a été défini comme l'ensemble de toutes les positions et/ou orientations que l'effecteur peut atteindre. Les lieux de singularités sont les endroits de l'espace de travail où la dextérité est perdue. Les singularités rencontrées ont été divisées en deux catégories. Lors de l'analyse des mécanismes candidats, les lieux de singularités seront analysés afin d'identifier les configurations problématiques des mécanismes.

# Chapitre 3

## Les mécanismes parallèles pour translations

Ce chapitre présente une catégorie spécifique de mécanismes parallèles : les mécanismes parallèles pour translations. Ces architectures à 3 ddl sont de bons candidats pour le présent projet. Plusieurs architectures sont présentées dans ce chapitre. La famille des mécanismes systématiquement générés est présentée en premier lieu. Cette famille est constituée de plusieurs mécanismes formés par des combinaisons d'articulations prédéterminées. L'architecture du mécanisme 3-UPU pour translations breveté par Appleberry est ensuite revue. Une autre famille, les mécanismes 3-PUU, permettent aussi uniquement des mouvements de translation. Plusieurs modèles de cette famille sont présentés. Les autres mécanismes pour translations présentés sont le 3-RRC de Zhao, le mécanisme Delta de Clavel et le Y-Star de Hervé. Les mécanismes hybrides sont aussi présentés car ils s'avèrent être également de bons candidats potentiels pour la structure de base du mécanisme de positionnement. La seconde partie du chapitre explique les critères d'évaluation de l'analyse préliminaire permettant de choisir les candidats les plus intéressants. L'analyse préliminaire porte sur les espaces atteignables, la dextérité, les lieux de singularités ainsi que la rigidité des structures des mécanismes candidats. La dernière section présente les quatre mécanismes retenus pour l'analyse détaillée : le 3-PUU vertical, le 3-UPU, et deux mécanismes hybrides.

### 3.1 Introduction

Les mécanismes parallèles ayant moins de 6 ddl ont retenu l'attention de plusieurs chercheurs ces dernières années. En général, les mécanismes parallèles sont intéressants compte tenu de leur grande rigidité provenant des multiples chaînes cinématiques reliant la base à l'effecteur. Ces architectures offrent la possibilité de se déplacer à de grandes vitesses tout en ayant une grande précision. Par contre, les mécanismes parallèles sont plus complexes à comparer aux mécanismes sériels et possèdent des espaces atteignables plus limités ainsi qu'un design mécanique et une cinématique complexe.



FIG. 3.1 – Le mécanisme parallèle à 3ddl DELTA.

Afin d'éviter des complexités inutiles, l'utilisation de mécanismes parallèles à moins de 6 ddl a été investiguée pour des tâches spécifiques (positionnement, orientation, *pick and place*). Ces mécanismes sont intéressants lorsque les tâches à effectuer sont plus simples et nécessitent moins de ddl. Plusieurs architectures à 3 ddl ont été développées et ont trouvé des applications pratiques dans l'industrie. À titre d'exemple, le mécanisme 3-RRR à 3 ddl en rotation développée par Gosselin [11] au Laboratoire de Robotique de l'Université Laval est utilisé pour diriger l'orientation d'une caméra. Le robot Delta [12] maintenant commercialisé est un autre exemple à succès et est utilisé pour des tâches de *pick and place* dans l'industrie alimentaire (voir fig. 3.1). Ce mécanisme à 3 ddl de translation sera présenté plus en détail à la Section 3.2.5. Pour les applications visant le positionnement d'un point ou d'un corps, les mécanismes parallèles pour translations permettent d'éviter les complexités de contrôle rencontrées par des architectures à 6 ddl comme la plate-forme de Gough-Stewart introduite précédemment.

Ce chapitre présente certaines architectures parallèles pouvant être utilisées pour positionner un corps rigide, donc étant potentiellement utilisables dans le but de créer un mécanisme de positionnement comme celui recherché. Ces architectures sont bien connues et ont antérieurement été synthétisées dans la littérature (e.g. [13],[14],[15]).

## 3.2 Mécanismes générés systématiquement (MGSs)

Cette famille de mécanismes pour translations a été développée en utilisant la théorie des visseurs par Kong et Gosselin [16] au Laboratoire de Robotique de l'Université Laval. Cette méthode de développement prescrit des règles générales afin d'obtenir des mécanismes pour translations à trois pattes. Tous les mécanismes proposés se déplacent uniquement en translation. Ils sont tous formés d'une base (1) et d'une plate-forme mobile (2) (voir fig. 3.2). Six membrures (3 à 8) relient les 9 articulations (9 à 17) de la base à la plate-forme. Toutes les rotations de la plate-forme sont contraintes par les pattes du mécanisme. Les mécanismes pour translations sont ainsi obtenus à partir de différentes combinaisons d'articulations en accord avec des règles géométriques strictes. Cette section présente des possibilités de combinaisons intéressantes.

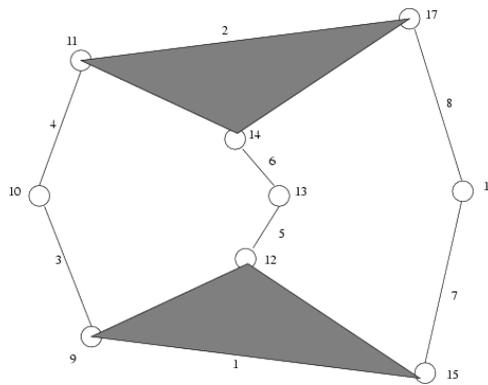


FIG. 3.2 – Principe de base des mécanismes générés systématiquement (MGSs).

### 3.2.1 Le 3-PRRR

Le modèle de base des mécanismes de la famille 3-PRRR est montré à la figure 3.3. Les articulations 9, 12 et 15 sont des articulations cylindriques (PR) et toutes les autres articulations (10, 11, 13, 14, 16 et 17) sont rotoïdes. Les axes des 3 liaisons rotoïdes de chaque patte sont parallèles entre eux (9-11 ; 12-14 ; 15-17). Les axes des liaisons 9, 12 et 15 ne doivent pas être coplanaires. Les ddls de translation des articulations PR sont actionnés afin de déplacer l'effecteur. Il existe plusieurs façons d'assembler les pattes des mécanismes 3-PRRR et les plus intéressantes sont présentées ici. L'espace atteignable de tous ces mécanismes est obtenu par l'intersection des trois espaces de chaque patte, définis comme trois cylindres vides orientés selon l'axe des liaisons rotoïde.

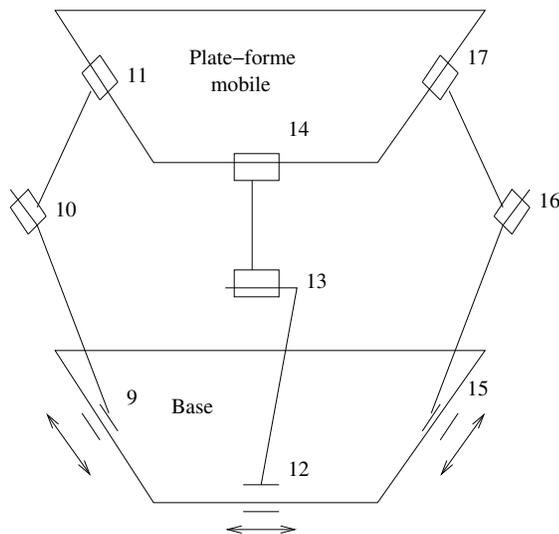


FIG. 3.3 – Principe de base des mécanismes parallèles 3-PRRR.

#### 3.2.1.1 Le 3-CRR isotrope

Les trois articulations prismatique peuvent être assemblés orthogonalement pour créer un mécanisme isotrope pour translations de type 3-CRR (voir fig. 3.4). Cette architecture est intéressante par le fait que les mouvements des actionneurs sont directement transmis à l'effecteur. Les déplacements d'un tel manipulateur sont alors beaucoup simplifiés. De plus, l'espace atteignable de ce mécanisme est sans singularité si les pattes ne sont jamais entièrement déployées. Les axes des rotoïdes de chaque patte doivent être parfaitement alignés afin d'obtenir une bonne performance du mécanisme.

La perpendicularité des 3 axes orthogonaux cylindriques est très importante pour obtenir l'isotropie du mécanisme.

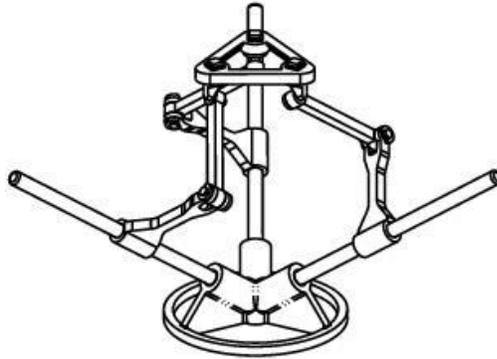


FIG. 3.4 – Mécanisme pour translations 3-CRR isotrope.

### 3.2.1.2 Le 3-PRRR vertical

Les trois composantes de translation des pattes PRRR peuvent également être assemblées verticalement et parallèles entre elles. Tout comme le mécanisme précédent, ce mécanisme est formé de trois pattes identiques. Les axes des articulations rotoïdes ne doivent pas être parallèles, ce qui explique leur orientation montrée à la figure 3.5. Cette fois encore, ces axes sont dans trois directions différentes pour chaque patte. Il n'est toutefois pas nécessaire que les axes soient orthogonaux comme sur ce modèle, pourvu qu'ils ne soient pas coplanaires, l'architecture obtenue sera contrainte à se déplacer en translation. L'espace atteignable de ce mécanisme est formé de trois cylindres elliptiques orientés verticalement et coupés de biais.

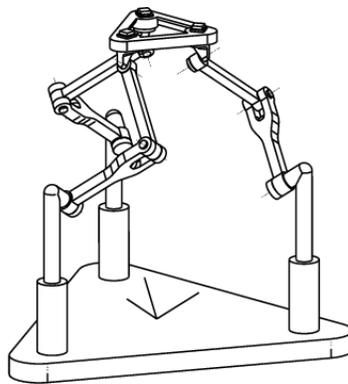


FIG. 3.5 – Mécanisme pour translations 3-PRRR avec actionneurs verticaux.

### 3.2.1.3 Le 3-PRRR horizontal

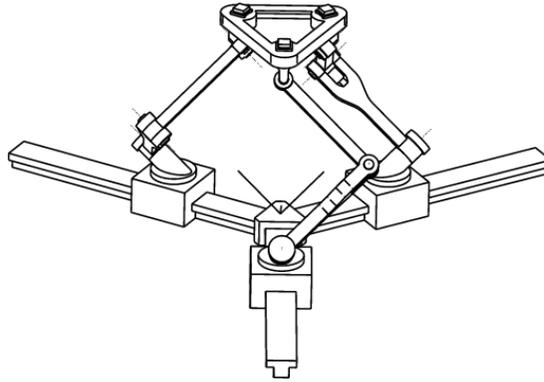


FIG. 3.6 – Mécanisme pour translations 3-PRRR avec actionneurs horizontaux.

Cette dernière version du 3-PRRR est intéressante car toutes les articulations prismatiques sont disposées à plat sur la base (voir figure 3.6). Au lieu d’être dirigés orthogonalement ou verticalement, les trois actionneurs sont disposés en configuration “Y” sur le plan horizontal. Les axes des liaisons rotoïdes des pattes du mécanisme sont disposés comme sur les modèles précédents.

### 3.2.1.4 Autres possibilités de configurations de MSGs

Les MSGs ont été développés en utilisant la théorie des visseurs et la procédure est expliquée et commentée en détail dans [17]. Afin d’obtenir un mécanisme pour translations, les mouvements de l’effecteur doivent être contraints en rotation tout en permettant les translations. Une fois reliées à l’effecteur, les trois pattes du mécanisme doivent alors permettre les translations dans trois directions différentes et bloquer toutes les rotations. Chaque patte bloque au moins une rotation, et c’est la *combinaison* des trois pattes qui crée une restriction totale sur les rotations. Les trois mécanismes présentés précédemment ne sont qu’une possibilité de configuration de pattes composée de trois pattes identiques PRRR. Il existe toutefois plusieurs autres possibilités d’agencement de pattes afin d’obtenir un mécanisme pour translations. Le tableau 3.1 présente d’autres possibilités de MSGs.

La figure 3.7 est un exemple d’une autre possibilité de MSG. Ce mécanisme est formé de deux pattes PUU et d’une patte CRR. L’actionnement de ce mécanisme se fait par le biais des 3 moteurs prismatiques. Comme le mécanisme de positionnement à créer doit être le plus simple possible, les mécanismes utilisant des pattes différentes ont

TAB. 3.1 – MSGs : Autres possibilités d'agencement de pattes.

	patte 1	patte 2	patte 3		patte 1	patte 2	patte 3
1	CRR	CRR	CRR	8	CRR	CRS	PUU
2	CRR	CRR	CRS	9	CRR	CSR	PUU
3	CRR	CRR	CSR	10	CRR	PUU	PUU
4	CRR	CRR	PUU	11	CRR	PUU	PUS
5	CRR	CRR	PUS	12	CRR	PUU	PSU
6	CRR	CRR	PSU	13	CRR	PUU	PSS
7	CRR	CRR	PSS				

été écartés. Parmi les MSGs, seulement les versions 3-CRR présentées précédemment sont retenus comme candidats potentiels.

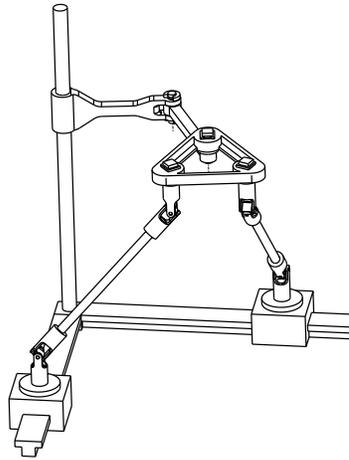


FIG. 3.7 – Mécanisme pour translations 2-PUU 1-CRR.

### 3.2.2 Le mécanisme 3-UPU

Ce mécanisme fut breveté par Appleberry en 1992 [18]. La base est reliée à l'effecteur par trois chaînes cinématiques de type Universel-Prismatique-Universel (voir figure 3.8). Il est possible d'orienter les joints de Cardan (Universels) pour obtenir un mécanisme qui se déplace uniquement en translation [19]. Le contrôle en position de ce mécanisme se fait par l'actionnement des liaisons prismatiques de chaque patte. Chaque combinaison U-U bloque une direction de rotation perpendiculaire aux axes rotoïdes.

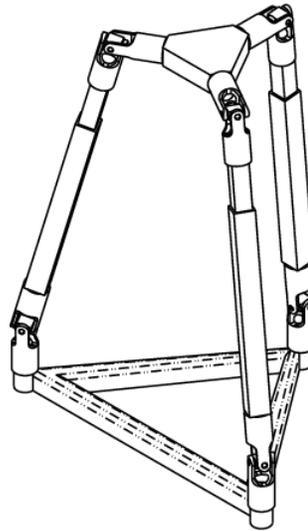


FIG. 3.8 – Mécanisme 3-UPU pour translations.

### 3.2.3 Le mécanisme 3-PUU

Tout comme la famille CRR, cette famille de mécanismes pour translations est formée de trois pattes identiques. Les pattes de cette famille sont du type PUU et sont actionnées par le biais des liaisons prismatiques. Comme pour le mécanisme 3-UPU, chaque patte bloque une rotation dans la direction perpendiculaire aux axes des joints de Cardan. Encore une fois, les trois combinaisons des liaisons U-U permettent de bloquer toutes les rotations de la plate-forme. Ces mécanismes sont intéressants car les membrures sont soumises uniquement à des efforts de tension-compression et de torsion. Ces architectures permettent de positionner les moteurs à la base diminuante ainsi la masse en mouvement. Plusieurs possibilités d'orientations des liaisons prisma-

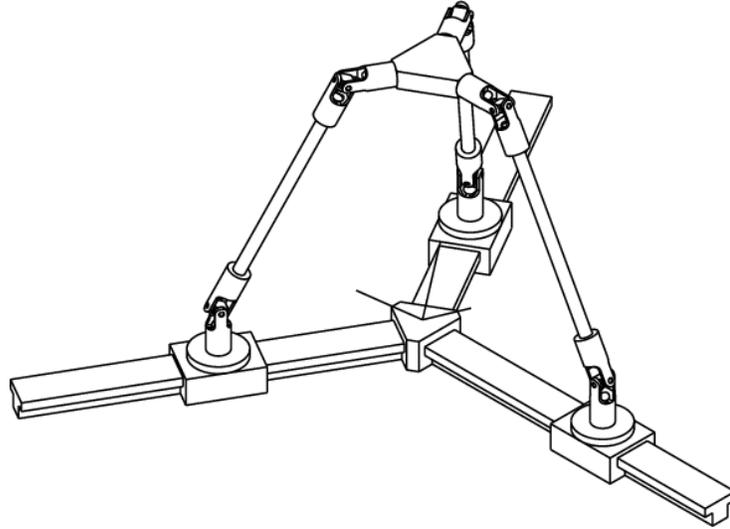


FIG. 3.9 – Mécanisme 3-PUU horizontal en Y.

tiques peuvent générer des mécanismes pour translations. Les architectures les plus intéressantes sont présentées ici.

### 3.2.3.1 Le 3-PUU horizontal en “Y”

Pour cette version, les trois articulations prismatiques sont contenues dans un plan horizontal et se croisent à 120 degrés en un point central (figure 3.9).

### 3.2.3.2 Le 3-PUU horizontal parallèle

Les trois articulations prismatiques de cette version sont aussi contenues dans un plan parallèle à la base mais sont aussi parallèles entre elles (figure 3.10). Cette configuration permet d’obtenir une base plus compacte en dépit d’un espace atteignable dans la direction perpendiculaire aux liaisons prismatiques plus petit. Une des directions est complètement découplée, ce qui facilite le positionnement du mécanisme dans cette direction.

### 3.2.3.3 Le 3-PUU vertical

Il est aussi possible d’orienter les trois articulations prismatiques verticalement et parallèles entre elles (voir figure 3.11). Ce mécanisme permet d’atteindre plus facilement

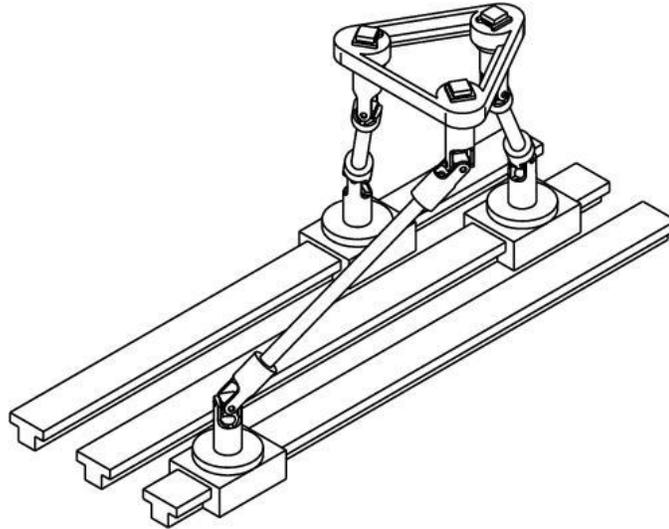


FIG. 3.10 – Mécanisme 3-PUU horizontal parallèle.

les positions élevées mais les déplacements dans le plan  $XY$  sont plus difficiles. Une version pneumatique de ce manipulateur, dénommé TORX, a fait l'objet de recherche au *Plotitecno di Milano* à Milan. Les performances du prototype ont été présentées dans [20]. Une animation du prototype est disponible via le site internet de *Deltaknowledge* [21].

### 3.2.4 Le mécanisme 3-RRC

Ce mécanisme à 3 ddl en translation est composé des mêmes articulations que le 3-CRR. Le mécanisme possède 3 pattes identiques de type RRC et fut présenté par Zhao dans [22]. Les trois liaisons rotoïdes de la base sont actionnées afin de prescrire la position de l'effecteur (voir figure 3.12). Les articulations à l'effecteur sont cylindriques et se déplacent le long des axes en permettant la rotation des pattes. Les axes des articulations rotoïdes ainsi que la direction de translation de l'articulation cylindrique d'une même patte doivent tous être parallèles. Les premières articulations de chaque patte sont ici placées dans le même plan, mais cette condition n'est pas nécessaire à priori pour obtenir un mécanisme pour translations.

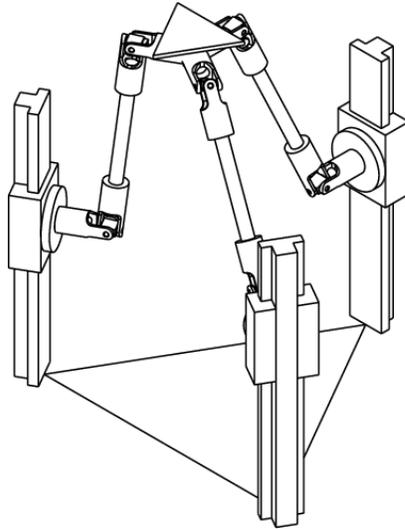


FIG. 3.11 – Mécanisme 3-PUU vertical parallèle.

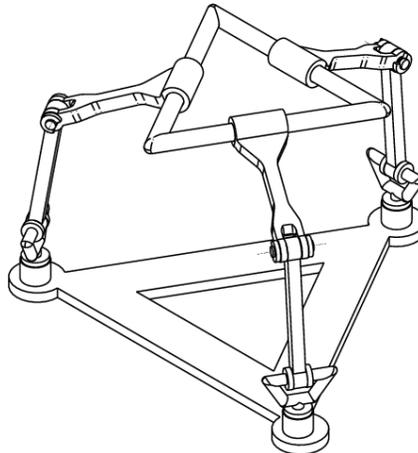


FIG. 3.12 – Mécanisme 3-RRC.

### 3.2.5 Le mécanisme Delta

Ce mécanisme développé par Clavel est un exemple à succès de l'application d'une architecture parallèle dans le domaine manufacturier (voir [23]). Ce mécanisme pour translations utilise le principe du mécanisme à 4 barres (parallélogramme plan, 4 barres RRRR, II) afin de bloquer les rotations de l'effecteur.

Le mécanisme est composé de trois pattes de type RRIIR reliant la base à l'effecteur. Le déplacement de l'effecteur se fait à partir des articulations rotoïdes de la base (voir figure 3.13). Ce mécanisme, maintenant commercialisé à grand volume par la compagnie

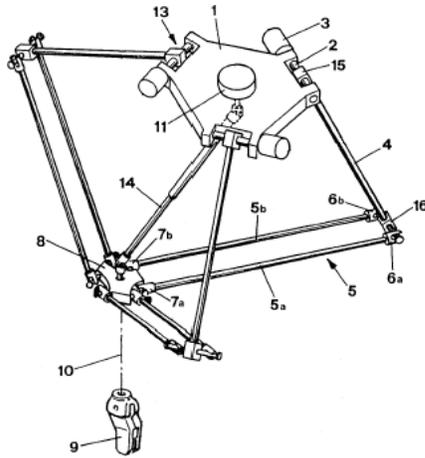


FIG. 3.13 – Schéma provenant du brevet du mécanisme DELTA par Clavel [24].

ABB sous le nom de *FlexPicker*, est utilisé pour des tâches de *pick and place* de petites masses (voir figure 3.14). Ce mécanisme est intéressant car il permet un déplacement rapide et précis de petits objets.



FIG. 3.14 – Mécanisme *FlexPicker* de ABB.

L'utilisation de parallélogrammes permet d'obtenir une structure rigide tout en gardant l'orientation de l'effecteur parallèle à la base.

### 3.2.6 Le mécanisme Y-STAR

Ce mécanisme a été présenté dans [25] par Hervé en 1992. Il utilise aussi le principe des parallélogrammes afin de bloquer les rotations. Chaque patte se déplace en transla-

tion par le biais d'une vis orientée horizontalement. Le mécanisme est composé de trois pattes identiques de type  $\underline{R}HII\bar{R}$ . Une liaison rotoïde actionnée ( $\underline{R}$ ) connectée à une vis passive ( $H$ ) relie le parallélogramme ( $\Pi$ ) à l'articulation rotoïde ( $R$ ) de l'effecteur. Les trois vis se rencontrent en un point et forment des angles de 120 degrés entre-elles, d'où le nom Y-Star.

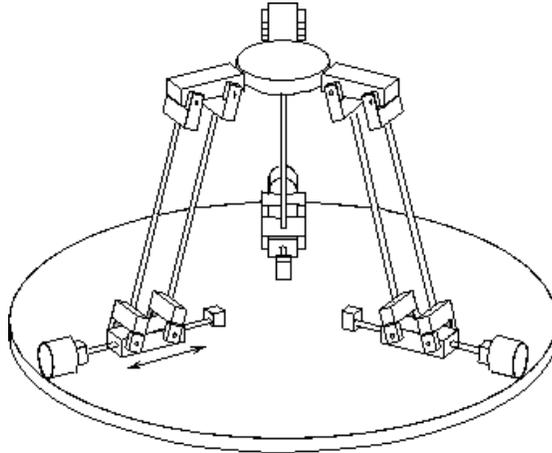


FIG. 3.15 – Le mécanisme STAR

### 3.2.7 Les mécanismes hybrides

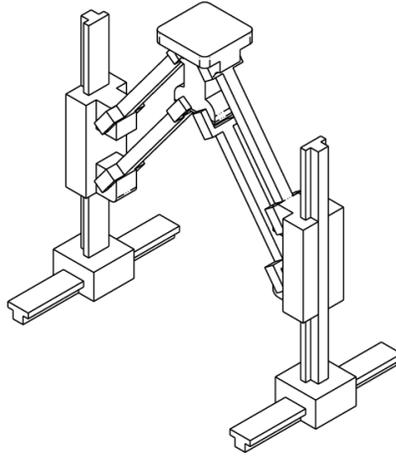


FIG. 3.16 – Mécanisme hybride  $\underline{P-2-PII}$ .

Un *mécanisme hybride* est un mécanisme comprenant des chaînes sérielles et parallèles. Par exemple, un mécanisme parallèle à 2 ddl monté sur un mécanisme à 1 ddl constitue un mécanisme hybride (voir figure 3.16). Comme l'espace à atteindre est très similaire à celui de la base, l'utilisation d'un mécanisme entièrement parallèle peut être difficile. Pour cette raison, l'utilisation d'un mécanisme formé de composantes sérielles et parallèles est aussi exploré. Il existe une multitude de combinaisons de mécanismes sériels et parallèles afin d'obtenir des translations à l'effecteur et les mécanismes présentés aux figures 3.16 et 3.17 sont des architectures analysées.

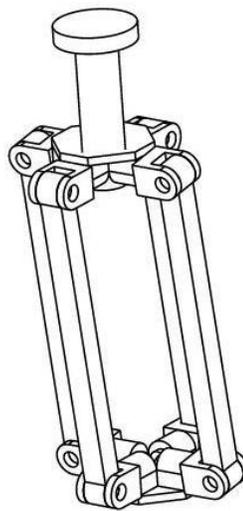


FIG. 3.17 – Mécanisme hybride  $4-\underline{UU-H}$ .

## 3.3 Analyse préliminaire

Les critères d'évaluation selon lesquelles les mécanismes sont choisis sont présentés ici. Ces critères sont basés sur des concepts présentés ultérieurement comme l'espace de travail, la dextérité, les singularités ainsi que la rigidité. Le mécanisme recherché doit pouvoir atteindre les positions requises dans l'espace de travail en restant compact et rigide. La précision des mouvements du mécanisme est un autre critère d'évaluation important : la position du point d'appui du bloc moteur sur la palette est très important. Le mécanisme doit être simple à manipuler et la fabrication des pièces doit être facile et économique.

### 3.3.1 Espace atteignable

Tous les mécanismes analysés sont des mécanismes pour translations à 3 ddl. L'espace atteignable peut-être obtenu en utilisant une approche géométrique. Pour un mécanisme parallèle en général, l'espace atteignable est l'intersection des espaces atteignables de chaque patte. Le mécanisme utilisé doit pouvoir atteindre toutes les positions décrites par l'espace de travail (c.f. Section 1.3). Les dimensions de l'espace de requis sont 150 mm par 150 mm par 150 mm. Ces valeurs sont utilisées pour dimensionner approximativement les longueurs des membrures des mécanismes afin qu'ils puissent se conformer aux exigences. Le design préliminaire des membrures permet d'approximer l'encombrement général des mécanismes. Le mécanisme recherché doit être le moins encombrant possible pour ne pas nuire aux opérations lors de l'assemblage des composantes sur la chaîne de montage.

### 3.3.2 Dextérité

En plus d'atteindre toutes les positions requises, le mécanisme doit aussi démontrer de bonnes performances. La dextérité d'un mécanisme parallèle est un critère de performance important en robotique. La dextérité caractérise la capacité d'un mécanisme à effectuer des mouvements précis de l'effecteur. La précision de positionnement du mécanisme résulte donc de la dextérité de ce dernier. La précision des mouvements

est dépendante des paramètres géométriques du mécanisme et de sa configuration. La dextérité est une propriété *locale* et change à travers l'espace atteignable. La dextérité est obtenue en regardant la transformation entre les vitesses de l'effecteur et les vitesses des actionneurs. Cette transformation linéaire de l'espace articulaire à l'espace cartésien est obtenue par la matrice jacobienne<sup>1</sup>. La dextérité générale des mécanismes a été explorée pour identifier les architectures les plus adéquates.

### 3.3.3 Singularités

La notion de singularité en cinématique des mécanismes parallèles réfère à des configurations où le mécanisme perd ou gagne instantanément un ddl. Un ddl additionnel crée une perte totale de rigidité du mécanisme dans une direction et/ou orientation. À l'opposé, une perte d'un ddl créera une direction et/ou orientation vers laquelle le mécanisme ne peut plus se déplacer ou s'orienter. Dans le cas d'un mécanisme pour translations, la perte d'un ddl crée une direction vers laquelle le mécanisme ne peut plus se diriger. Ainsi, afin d'obtenir un mécanisme capable de se positionner tout en restant rigide, il est préférable qu'il n'y ait pas de singularités dans l'espace de travail prescrit.

### 3.3.4 Rigidité

La rigidité du mécanisme final est un critère important. Une méthode pour obtenir une distribution de rigidité a été présentée par Gosselin dans [26]. Le mécanisme utilisé doit être rigide afin de supporter le bloc moteur. Les forces et couples appliqués lors de l'assemblage sur la chaîne de montage viennent augmenter la charge que doit supporter le mécanisme. Le mécanisme utilisé dans la palette flexible doit être en mesure de supporter la charge tout en gardant une bonne précision de positionnement. Toutes les composantes de la structure du mécanisme (articulations, pattes, effecteur, actionneurs, etc.) doivent être très rigides lorsque bloqués en position pour minimiser les déflexions.

---

<sup>1</sup>La matrice jacobienne sera présentée en détails pour les candidats retenus seulement.

## 3.4 Mécanismes retenus

Suite à l'analyse préliminaire, quatre types de mécanismes ont été sélectionnés pour fin d'analyses plus détaillées. Cette section présente les caractéristiques intéressantes pour lesquelles ils ont été choisis. Le chapitre suivant présentera l'analyse en détail des performances de ces mécanismes.

### 3.4.1 Le 3-PUU vertical

Cette version de 3-PUU est la plus intéressante. L'alignement des articulations prismatiques verticales permet de prescrire facilement la hauteur désirée de l'espace atteignable. La dextérité dans cette direction est parfaite lorsque les trois actionneurs bougent simultanément, facilitant ainsi le positionnement dans cette direction. Une singularité est rencontrée si les pattes deviennent coplanaires. Ainsi, le mouvement de l'effecteur ne sera plus contrôlable. Cette situation peut facilement être évitée lors du design en limitant la course des actionneurs. Les pattes supportant la plate-forme travaillent uniquement en tension/compression, permettant ainsi d'obtenir de plus petites déflexions et d'acquiescer la précision. Cette architecture est envisageable en pratique et la compacité du mécanisme semble acceptable à priori. Un soin particulier doit cependant être apporté pour s'assurer qu'il n'y aura pas d'interférences entre les pattes et les actionneurs prismatiques.

### 3.4.2 Le 3-UPU

Le 3-UPU, aussi référé comme le mécanisme de Tsai, a été le sujet de plusieurs travaux afin de comprendre et optimiser ses performances. Ce mécanisme utilise les mêmes articulations que le mécanisme 3-PUU mais disposées différemment. Peu de composantes supportent l'effecteur, ce qui est intéressant à priori par sa simplicité. Chaque patte est soumise à des efforts de tension-compression uniquement. L'espace atteignable est limité par la course des liaisons prismatiques. L'architecture du 3-UPU est simple et peut être très rigide.

### 3.4.3 Mécanismes hybrides

Il existe plusieurs possibilités d'architectures de mécanismes hybrides. Le premier mécanisme analysé est du type  $\underline{P}$ -2- $\underline{P}$ II. Il est composé d'un mécanisme à 1 ddl en translation et d'un mécanisme à 2 ddl plan (figure 3.16). Des parallélogrammes sont reliés à des articulations prismatiques fixées à la base sur un mécanisme permettant une translation (table à 1 ddl). Le mécanisme à 2 ddl est actionné par le biais des deux articulations prismatiques verticales. Toutes les articulations passives qui forment les parallélogrammes sont rotoïdes créant ainsi une architecture très simple. Une attention particulière doit être apportée au design des articulations prismatiques verticales qui sont soumises à des efforts de flexion. Seulement trois membrures sont requises (un parallélogramme complet et une autre patte) afin de bloquer les rotations de l'effecteur. La quatrième patte viendra rigidifier la structure pour former deux parallélogrammes complets. L'espace atteignable du mécanisme est obtenu par la translation de l'espace atteignable du mécanisme à 2 ddl. Cet espace représente l'intersection de deux cylindres de rayons égaux aux longueurs des membrures balayé verticalement. Ce mécanisme permet d'atteindre des positions élevées efficacement et le mouvement simultané des deux prismatiques permet d'obtenir la translation en Z uniquement, facilitant ainsi le positionnement dans cette direction. Ce mécanisme est un bon candidat à priori car il est simple, facile de positionnement et sécuritaire.

Le second mécanisme analysé est du type 4- $\underline{U}$  $\underline{U}$ -H. Il est composé d'un mécanisme à 2 ddl positionnant un mécanisme vertical à 1 ddl en translation (figure 3.17). Le mécanisme à 2 ddl positionne l'effecteur dans le plan XY et la hauteur désirée est obtenue en modifiant la hauteur du mécanisme à 1 ddl. Le mécanisme à 2 ddl est formé de deux parallélogrammes pouvant s'incliner dans deux directions. L'espace atteignable du mécanisme à 2 ddl est une portion de sphère. Le contrôle de l'inclinaison des deux parallélogrammes permet le positionnement en XY. Encore une fois, la structure des parallélogrammes est formée uniquement d'articulations rotoïdes. L'espace atteignable complet est obtenu par la translation verticale de la portion de sphère. L'architecture de ce mécanisme est intéressante par sa rigidité et sa simplicité. Des analyses plus poussées sont effectuées au chapitre suivant.

## 3.5 Conclusion

Ce chapitre a présenté les mécanismes parallèles pour translations de façon générale. Comme le mécanisme à concevoir nécessite un positionnement à 3 ddl, ces mécanismes s'avèrent de bons candidats. Plusieurs architectures sont présentées dans ce chapitre. Parmi les architectures purement parallèles, les mécanismes 3-UPU et 3-PUU vertical ont été retenus pour des analyses plus poussées. Les mécanismes hybrides ont été présentés car ils s'avèrent aussi être de bons candidats pour l'architecture de base du mécanisme de positionnement. Deux mécanismes hybrides ont aussi été retenus pour les analyses plus poussées. La seconde partie du chapitre expliquait les critères d'évaluation de l'analyse préliminaire qui ont permis de choisir les mécanismes retenus. L'analyse préliminaire portait sur les espaces atteignables, la dextérité, les lieux de singularités ainsi que la rigidité des structures. Les quatre mécanismes retenus sont analysés plus en détail au chapitre suivant.

# Chapitre 4

## Analyse détaillée des mécanismes pour translations

Ce chapitre présente les analyses détaillées des mécanismes retenus au chapitre précédents : le 3-UPU, le 3-PUU vertical et les mécanismes hybrides P-2-PII et 4-UU-H. Les caractéristiques suivantes sont analysées en détail : l'espace atteignable, la dextérité, les lieux de singularités et la simplicité de fabrication de ces mécanismes. Chaque mécanisme est dimensionné pour être en mesure d'atteindre toutes les positions de l'espace de travail recherché. Les PGI sont résolus et des fonctions Matlab sont créées permettant de visualiser les espaces atteignables. La dextérité est aussi évaluée et les lieux de singularités identifiés. Des résultats d'analyses de la précision de positionnement en fonction des jeux articulaires pour le mécanisme 3-UPU sont présentées. Ces analyses démontrent la grande sensibilité de cette architecture aux jeux dans les articulations. Les mécanismes hybrides sont ceux ayant la meilleure dextérité à l'intérieur de l'espace de travail. De plus, une architecture hybride permet de découpler une des directions et de simplifier ainsi les déplacements du mécanisme. Des solutions de mécanismes de blocage sont présentées. À la suite de ces analyses, le mécanisme hybride 4-UU-H est retenu afin d'être développé pour le prototype du mécanisme de positionnement.

Les quatre mécanismes retenus sont présentés aux figures 4.1 et 4.2<sup>1</sup>.

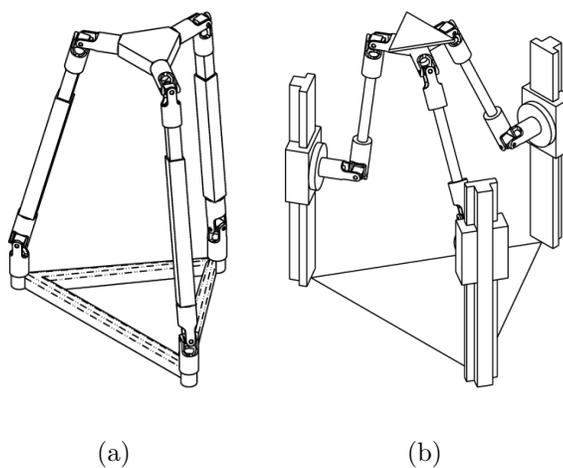


FIG. 4.1 – Mécanismes parallèles retenus : (a) Le 3-UPU, (b) le 3-PUU.

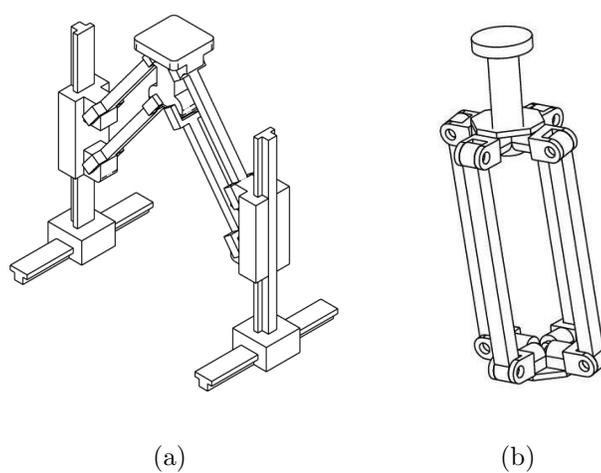


FIG. 4.2 – Mécanismes hybrides retenus : (a) mécanisme hybride P-2-P, (b) mécanisme hybride 4-UU-H.

---

<sup>1</sup>Afin de simplifier la suite du mémoire, les articulations actionnées ne seront plus soulignées.

## 4.1 Méthodologie

Cette section présente la méthodologie utilisée lors de l'analyse des mécanismes retenus. Tous les calculs lors de l'analyse sont effectués avec Matlab<sup>2</sup> permettant ainsi de tracer facilement les résultats. L'Annexe A présente les fonctions créées afin d'analyser les mécanismes. Ces fonctions permettent de résoudre les PGIs, de calculer les courses requises, de tracer les espaces atteignables, ainsi que d'analyser la dextérité des mécanismes pour différentes positions. Les prochaines sections présentent la méthodologie utilisée pour l'analyse de chaque mécanisme.

### 4.1.1 Géométrie

En premier lieu, les membrures du mécanisme sont dimensionnées afin d'obtenir l'espace atteignable recherché. Pour ce faire, certaines dimensions de la base et de l'effecteur doivent être fixées. Le dimensionnement de ces derniers s'effectue de façon à minimiser l'encombrement du mécanisme. Le PGI est ensuite résolu pour les points extrêmes délimitant l'espace de travail prescrit. Ces résultats indiquent les valeurs articulaires minimales et maximales (*la course*) que les actionneurs doivent avoir afin d'atteindre les points les plus extrêmes de l'espace de travail. Ces dimensions et limites articulaires permettent de dimensionner les composantes du mécanisme.

Un modèle CAO du mécanisme est ensuite développé avec Pro/ENGINEER<sup>3</sup>. L'encombrement général du mécanisme est analysé et vérifié à l'aide du modèle. Les possibilités d'interférence entre les membrures sont analysées et des animations du mécanisme sont générées.

### 4.1.2 Espace atteignable

Une méthode approximative est utilisée afin d'obtenir graphiquement l'espace atteignable des mécanismes étudiés. L'espace atteignable est obtenu en déterminant

---

<sup>2</sup>Matlab version 6.5

<sup>3</sup>Pro/ENGINEER version Wildfire

toutes les positions atteignables par l'effecteur pour les limites articulaires calculées précédemment. Un espace de discrétisation autour du mécanisme est généré à priori. Cette discrétisation permet d'obtenir une suite de coordonnées de points  $(p_x, p_y, p_z)$ . La résolution du PGI pour chaque point révèle les coordonnées articulaires nécessaires pour atteindre ce point. Si les coordonnées se trouvent à l'intérieur des limites calculées précédemment, le point est inclus dans l'espace atteignable. Les surfaces inférieures et supérieures de l'espace sont finalement tracées à partir des points retenus.

Note : Les limites atteignables des pattes sont décrites géométriquement par des combinaisons de sphères et de cylindres et il est possible d'obtenir exactement les équations des courbes délimitant l'espace atteignable des mécanismes. Le lecteur intéressé peut consulter les travaux de Gosselin [7] sur ce sujet. Une telle précision n'est pas nécessaire pour les besoins ici. Comme la résolution de ce problème est complexe, nous nous assurons seulement que les mécanismes peuvent atteindre toutes les positions requises.

### 4.1.3 Dextérité

Une fois les modèles géométriques obtenus, l'analyse se poursuit sur la dextérité des mécanismes. L'analyse de dextérité caractérise la précision des mouvements obtenus à l'effecteur à travers l'espace atteignable. La perte de dextérité indique un lieu de singularité à éviter lors du déplacement de l'effecteur. La dextérité est une propriété locale et varie à l'intérieur de l'espace atteignable. Les cas extrêmes sont évalués et leurs positions identifiées à partir de la matrice jacobienne obtenue lors de l'analyse géométrique. Le conditionnement de la matrice est calculé à toutes les positions du mécanisme. Différentes caractéristiques sont analysées selon le mécanisme. L'analyse de la dextérité donne une idée des rapports entre les forces aux actionneurs et celles à l'effecteur. La perte de dextérité indique un lieu de singularité.

### 4.1.4 Lieux de singularité

La matrice jacobienne est utilisée pour identifier les configurations menant à des singularités. Lorsque le mécanisme rencontre une singularité, il devient soit incontrôlable ou sans aucune rigidité. Ceci se produit lorsque la matrice jacobienne devient singulière.

L'analyse des courbes de dextérité obtenues à la section précédente permettent de cibler des régions de singularités et d'analyser les limites articulaires permises avant d'être dans une région jugée à risque. Certaines singularités ne sont cependant pas identifiables en analysant seulement la matrice jacobienne. Des exemples sont les *singularités de contrainte* présentées par Zlatanov et al. dans [27]. Les sections suivantes présentent les résultats des analyses des quatre mécanismes candidats.

## 4.2 Mécanisme 3-UPU

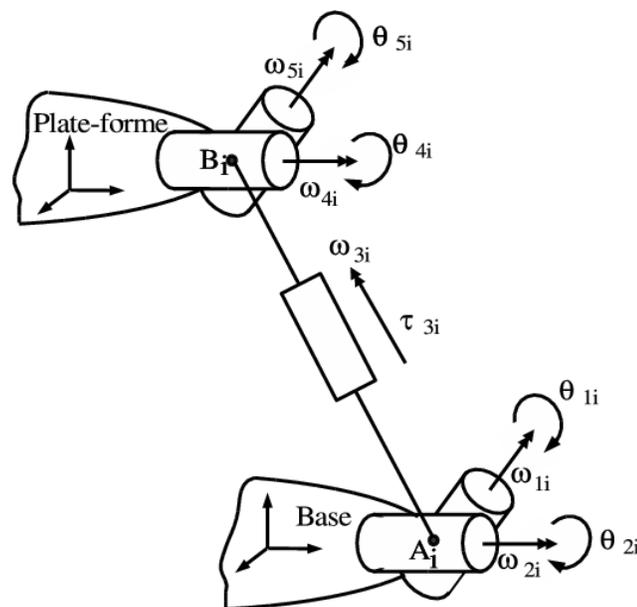


FIG. 4.3 – Architecture de la patte du mécanisme 3-UPU.

Ce mécanisme a été choisi pour la simplicité de son architecture ainsi que la rigidité apparente de sa structure. L'architecture fut présentée par Tsai [28] et généralisée par Di Gregorio et Parenti-Castelli dans [29]. La figure 4.3 présente une patte UPU. Ce mécanisme est intéressant du point de vue structural. Comme chaque patte est retenue par deux joints universels, elle ne subit aucun moment de flexion. Les pattes subiront des efforts de traction ou compression selon la position de l'effecteur. Les efforts de torsion des pattes pointent toujours dans les directions de celles-ci. La disposition des articulations prismatiques permet d'atteindre des positions élevées facilement.

L'orientation particulière des paires de joints universels permet de bloquer toutes

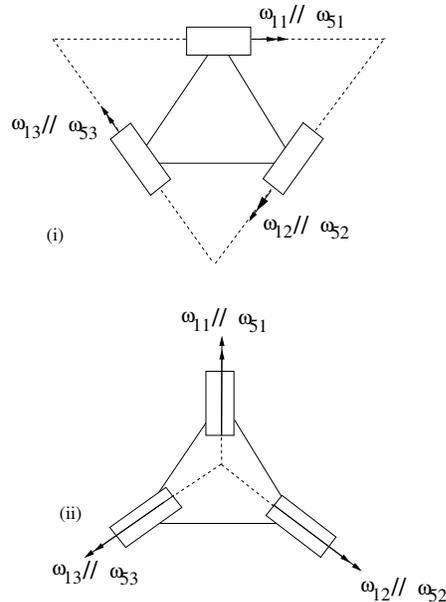


FIG. 4.4 – Conditions afin d’obtenir un mécanisme 3-UPU translationnel : Agencement des axes sur la base et l’effecteur : *i*) triangle *ii*) en croix.

les rotations de l’effecteur en laissant les translations libres. Cette disposition des axes est présentée à la figure 4.3. Les axes 1 et 5 ainsi que 2 et 4 de chaque patte doivent être parallèles entre eux. Les premiers et derniers axes de chaque patte sont assemblés de façon identique sur la base et l’effecteur (voir figure 4.4) et forment :

1. un triangle (*i*) ou
2. se croisent en un point (*ii*) .

Même si la disposition en croix est aussi valide pour obtenir un mécanisme translationnel, il sera présenté à la Section 4.2.6 des résultats prouvant que cette disposition mène à un cas de singularité de contraintes à éviter.

Le contrôle en position de la plate-forme mobile s’effectue par l’actionnement des articulations prismatiques des pattes. La mobilité du mécanisme est obtenue à partir de l’équation de *Grübler-Tchebychev-Krutzback*. Comme les huit membres sont reliés par six joints universels et trois joints prismatiques, le degré de liberté du mécanisme est :

$$F = \lambda(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i = 6(8 - 9 - 1) + (6 \times 2 + 3 \times 1) = 3. \quad (4.1)$$

L’agencement des axes énoncé plus tôt permet de bloquer toutes les rotations de l’effecteur et d’obtenir 3ddl en translation. À titre indicatif, il est aussi possible d’orienter les axes afin d’obtenir un mécanisme purement rotationnel à 3 ddl (voir [30]).

### 4.2.1 Problème géométrique inverse

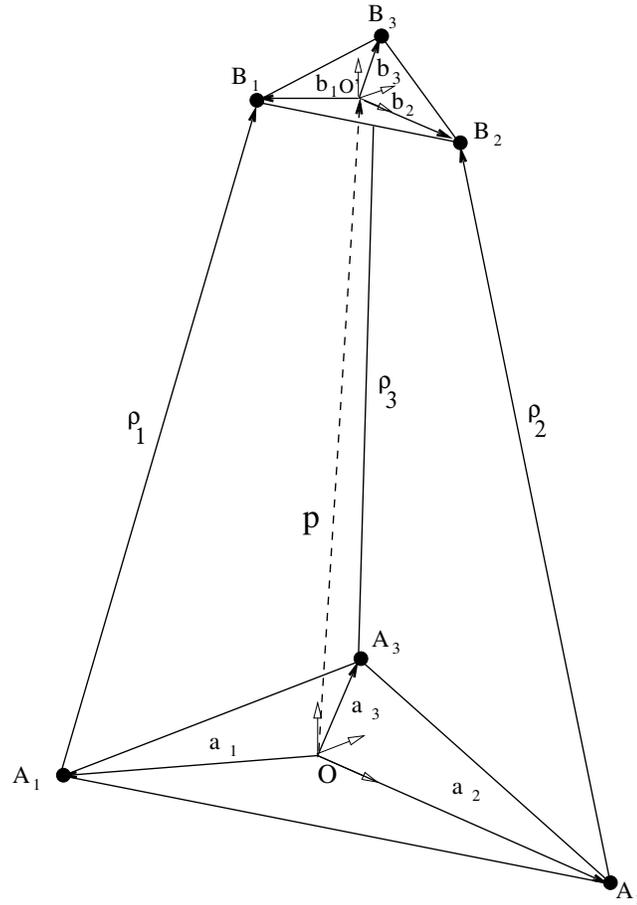


FIG. 4.5 – Modélisation géométrique du mécanisme 3-UPU.

La figure 4.5 présente les données du problème géométrique inverse. La résolution du PGI est obtenue géométriquement et la méthode est présentée ici. Nous exprimons le vecteur  $\mathbf{p}$  de reliant l'origine de la base à l'origine de l'effecteur :

$$\mathbf{a}_i + \boldsymbol{\rho}_i - \mathbf{b}_i = \mathbf{p} \quad (4.2)$$

où les vecteurs  $\mathbf{a}_i$ ,  $\mathbf{b}_i$ ,  $\boldsymbol{\rho}_i$  et  $\mathbf{p}$  sont définis à la figure 4.5 et où  $i=1,2,3$ . Afin de simplifier les calculs, nous incluons la variable :

$$\mathbf{e}_i = \mathbf{a}_i - \mathbf{b}_i \quad (4.3)$$

qui conduira au système d'équations :

$$\mathbf{e}_i + \boldsymbol{\rho}_i = \mathbf{p} \quad (4.4)$$

donc

$$\boldsymbol{\rho}_i = \mathbf{p} - \mathbf{e}_i \quad (4.5)$$

en élevant au carrée l'équation, on obtient :

$$\rho_i^2 = [\mathbf{p} - \mathbf{e}_i]^T [\mathbf{p} - \mathbf{e}_i] \quad (4.6)$$

et finalement :

$$\rho_i = \pm \sqrt{[\mathbf{p} - \mathbf{e}_i]^T [\mathbf{p} - \mathbf{e}_i]}. \quad (4.7)$$

L'équation 4.7 indique qu'il existe 2 solutions au problème. La solution positive sera celle retenue.

## 4.2.2 Géométrie

Afin d'analyser les performances du mécanisme, certains paramètres géométriques doivent être fixés. Le choix des angles entre les premiers axes aura des répercussions sur la dextérité du mécanisme. Tsai [19] a présenté les résultats d'une optimisation de l'espace atteignable du mécanisme 3-UPU en fonction des angles entre chacun des premiers axes des joints universels. La conclusion faite est que l'angle d'intersection de 60 degrés permet d'obtenir l'espace de travail optimal. Les trois axes forment ainsi un triangle équilatéral. La même configuration est nécessaire à l'effecteur. Cette architecture sera celle choisie ici. L'intersection des axes de la base du mécanisme ne doit donc pas nécessairement former un triangle équilatéral. En fait, la disposition en triangle des premiers axes sera valide pour n'importe quelle géométrie de triangle.

Comme les liaisons prismatiques forment les pattes reliant la base à l'effecteur, un ratio  $l_{max}/l_{min}$  maximal de 2 est imposé. Une fois ce ratio fixé, différentes combinaisons de dimensions de bases et d'effecteurs sont analysées afin de satisfaire les exigences de l'espace de travail requis. Les dimensions retenues des cotés de la base et de l'effecteur sont respectivement de 130 mm et 100 mm. La course requise aux actionneurs est de 170 mm, allant de 200 mm à 370 mm. La figure 4.6 présente l'espace atteignable complet obtenu avec ce mécanisme. La région à l'intérieur de la boîte est l'espace à atteindre. L'Annexe B présente d'autres vues de cet espace atteignable.

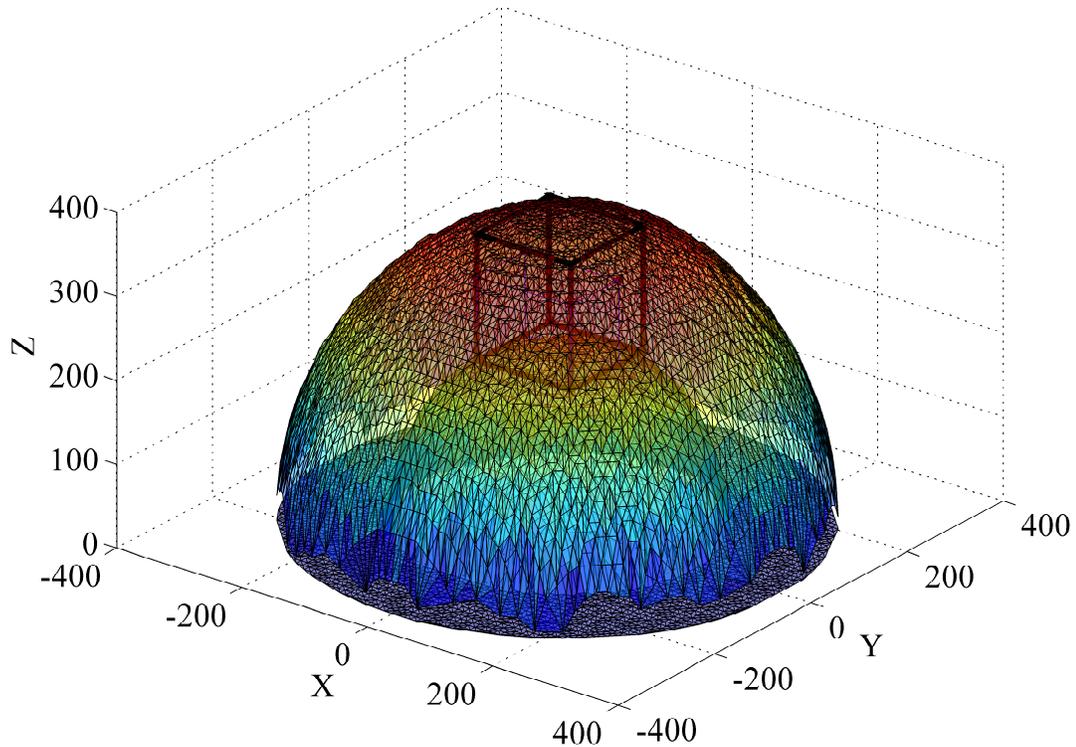


FIG. 4.6 – Vue isométrique des surfaces supérieure et inférieure de l'espace atteignable du mécanisme 3-UPU.

### 4.2.3 Matrice jacobienne

La matrice jacobienne du mécanisme est utilisée afin de cibler les configurations singulières à éviter. La matrice jacobienne du mécanisme 3-UPU est présentée ici.

Comme les axes de la plate-forme sont agencés de façon à ce que l'effecteur se déplace en translation, la vitesse angulaire de la plate-forme est nulle. Les vitesses de tous les points de la plate-forme sont donc identiques.

La vitesse du point  $B_i$  peut être décrite comme :

$$\mathbf{v}_{B_i} = \rho_i \omega_i \times \mathbf{s}_{3,i} + \rho_i \dot{\rho}_i \mathbf{s}_{3,i}, \quad (4.8)$$

où  $\omega_i$  est la vitesse angulaire de la patte  $i$  par rapport à la base et  $\mathbf{s}_{3,i}$  est le vecteur unitaire défini le long de l'axe de la  $i$ ème articulation prismatique. En multipliant scalairement par  $\mathbf{s}_{3,i}$  des deux cotés on trouve l'équation :

$$\mathbf{s}_{3,i}^T \mathbf{v}_{B_i} = \rho_i \dot{\rho}_i. \quad (4.9)$$

Comme la vitesse de tous les points de l'effecteur est la même, donc  $\mathbf{v}_{B_i} = \dot{\mathbf{p}}$  (la vitesse du point p). Lorsque l'on exprime l'équation pour les trois pattes, on obtient :

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{J} \dot{\boldsymbol{\rho}}, \quad (4.10)$$

où

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \rho_1 \mathbf{s}_{31}^T \\ \rho_2 \mathbf{s}_{32}^T \\ \rho_3 \mathbf{s}_{33}^T \end{bmatrix}^T \quad (4.11)$$

est la matrice jacobienne et  $\dot{\boldsymbol{\rho}} = [\dot{\rho}_1, \dot{\rho}_2, \dot{\rho}_3]^T$  est le vecteur des vitesses articulaires. Cette matrice permet d'identifier les configurations où le mécanisme est position singulière.

#### 4.2.4 Singularités

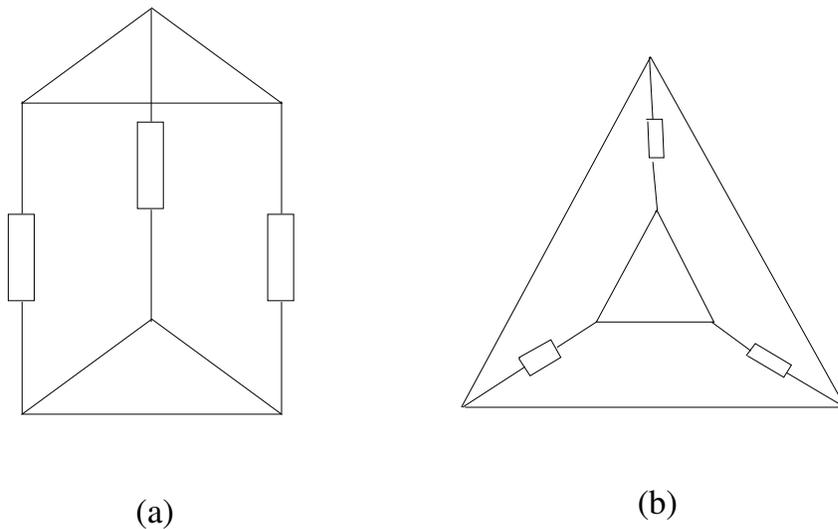


FIG. 4.7 – Positions singulières du 3-UPU : (a) pattes parallèles (b) pattes coplanaires.

La théorie indique que le mécanisme sera en position singulière lorsque la matrice jacobienne (4.11) devient aussi singulière. Comme les rangées de la matrice représente les directions des pattes, le mécanisme sera donc en position singulière si deux ou trois pattes deviennent linéairement dépendantes. Ainsi quelques cas de dépendance linéaire peuvent survenir.

Le premier cas survient si les trois pattes sont parallèles. Afin de permettre une telle configuration, l'effecteur doit être de même dimension que la base. Les dimensions prescrites à la section précédente ne permettent pas une telle configuration. La seconde possibilité de dépendance linéaire survient lorsque les trois pattes sont coplanaires. Un exemple est rencontré lorsque les trois pattes pointent vers le centre de l'effecteur. La figure 4.7 présente deux cas de singularités. Le design des composantes d'un mécanisme 3-UPU permet d'éviter ces configurations. Les pattes sont toujours situées entre ces deux configurations extrêmes à l'intérieur de l'espace de travail.

#### 4.2.5 Dextérité

La figure 4.8 présente l'analyse de la dextérité en fonction de la hauteur. On remarque que la dextérité du mécanisme diminue progressivement lorsque la hauteur de l'effecteur augmente. Ceci est cohérent avec l'analyse des lieux de singularité. En augmentant la hauteur de l'effecteur, les pattes se rapproche de la configuration singulière où elles sont parallèles. L'inverse est aussi vrai : plus la hauteur diminue, plus le mécanisme se rapproche de la position isotrope (dextérité = 1). Pour être en position isotrope, l'angle entre chaque patte et la base doit être de 45 degrés. La géométrie du mécanisme ne permet cependant pas d'atteindre cette configuration.

Ces résultats indiquent que la rigidité du mécanisme sera moins bonne pour des positions élevées de l'effecteur. L'analyse de dextérité démontre aussi que celle-ci est moindre aux quatres coins de l'espace de travail. La figure 4.9 présente la distribution de dextérité pour la hauteur maximale de l'effecteur.

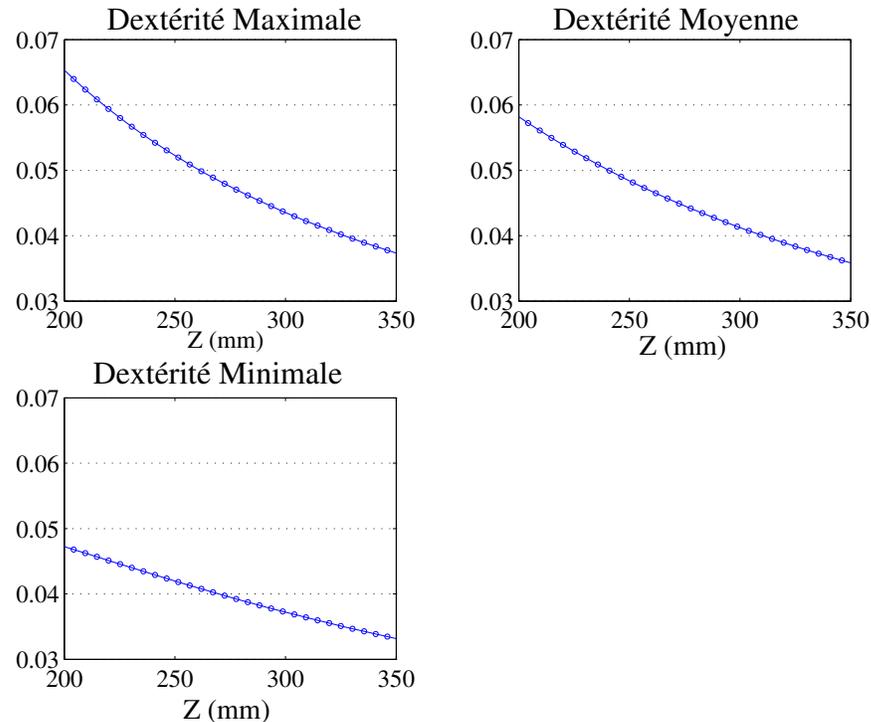


FIG. 4.8 – Analyse de dextérité du mécanisme 3-UPU en fonction de la hauteur ; Dextérité Maximale, Minimale et Moyenne.

#### 4.2.6 Singularités de contrainte

Ce mécanisme suscite beaucoup l'intérêt des chercheurs pour son potentiel d'utilisation sur des machines à commande numérique. Le prototype présenté à la figure 4.10 a été construit à l'Université Nationale de Séoul (SNU). Ce prototype de mécanisme 3-UPU est de même type que celui analysé ici, mais l'orientation des premiers axes est en croix plutôt qu'en triangle.

Le prototype construit démontre des degrés de liberté libres permettant des rotations à l'effecteur même si les articulations prismatiques sont bloquées. Dans une certaine configuration, la rigidité du mécanisme est totalement perdue ; le mécanisme tombe sous son propre poids. Cette singularité a été caractérisée d'*étrange* par plusieurs du fait qu'elle ne peut pas être localisée en analysant uniquement la matrice jacobienne. Par contre, l'existence d'une singularité a été démontrée sur le prototype du SNU lorsque les trois articulations prismatiques sont de la même longueur.

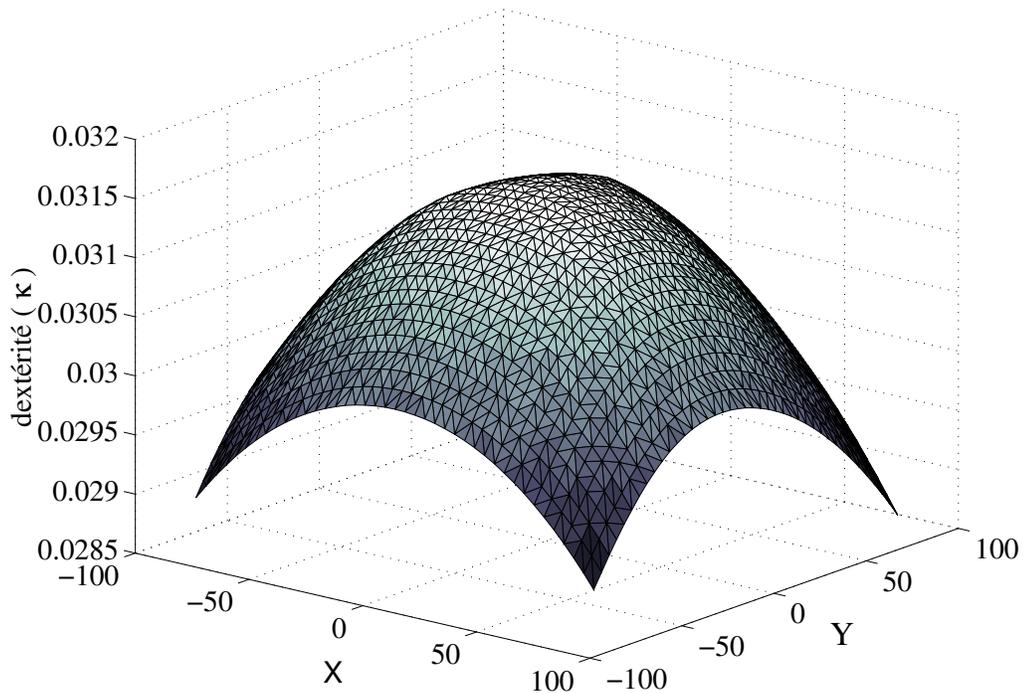


FIG. 4.9 – Distribution de dextérité du mécanisme dans le plan  $Z=350\text{mm}$ .

Cette singularité provient de la nature des contraintes prescrivant la mobilité du mécanisme. À cette position, les trois contraintes qui permettent de bloquer les rotations de l'effecteur ne sont plus indépendantes et libèrent ainsi des ddl de rotation. Cette singularité est associée à une *singularité de contrainte* [31]. Plus récemment, Liu [32] a utilisé une approche géométrique afin d'identifier cette singularité. L'existence de cette singularité est très nuisible à la rigidité de ce mécanisme à cette position. Si le mécanisme rencontre cette singularité lors d'une trajectoire, le comportement de l'effecteur n'est plus prévisible. Il a été démontré par des analyses cinématiques du modèle CAO que le mécanisme peut ensuite prendre deux branches de solutions. La branche espérée est celle où l'effecteur reste à orientation constante. La poursuite de la trajectoire dans l'autre branche est à éviter car elle crée des rotations de l'effecteur. L'assemblage en triangle plutôt qu'en croix du mécanisme 3-UPU permet par contre d'éviter cette singularité de contrainte.



FIG. 4.10 – Prototype 3-UPU du Seoul National University, source [31].

#### 4.2.7 Précision et sensibilité aux jeux

Plusieurs chercheurs ont ensuite étudié la sensibilité de cette architecture aux jeux présents dans les articulations. La volonté de caractériser les jeux obtenus à l'effecteur en fonction des tolérances de fabrication a mené au développement de techniques d'analyse des jeux sur les performances du mécanisme.

La présence de jeux axiaux et radiaux dans les axes des joints universels a conduit à des résultats intéressants dans [33]. Dans cette analyse, une liaison rotoïde virtuelle a été ajoutée dans l'axe de l'articulation prismatique de chaque patte (voir 4.11). Les limites angulaires de cette articulation virtuelle représentent les tolérances de fabrication des joints universels. En permettant seulement un degré ( $1^\circ$ ) de déplacement à cette articulation, les mouvements obtenus à la plate-forme sont d'environ 20 mm pour des longueurs de patte  $\rho_i$  de 500 mm. Du point de vue de la tolérance de fabrication, il est conclu que pour atteindre une précision de 1 mm à l'effecteur, le jeu dans les joints universels ne doit pas dépasser  $0.05^\circ$ .

Les résultats obtenus par Innocenti [34] sont plus généraux. Cette étude présente une méthode efficace d'analyse de sensibilité avec des résultats pour tous les mécanismes à chaînes cinématiques fermées utilisant des liaisons rotoïdes. Les résultats de l'analyse

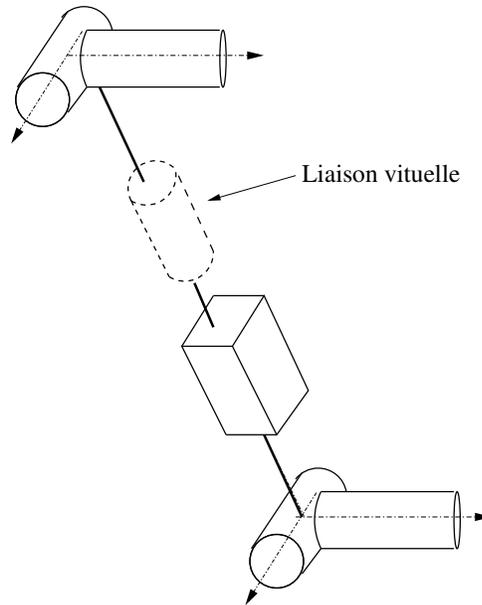


FIG. 4.11 – Liaison rotoïde virtuelle utilisée dans l’analyse de sensibilité [33].

TAB. 4.1 – Géométrie du mécanisme 3-UPU analysé.

Géométrie	mm
Coté de la base	173.2
Coté de l’effecteur	86.8
$(p_x, p_y, p_x)$	(50,10,95)

pour un mécanisme 3-UPU y sont présentés en détails. Le tableau 4.1 présente la géométrie du mécanisme 3-UPU ainsi que la position de l’effecteur lors de l’analyse.

Le vecteur suivant présente les déplacements obtenus à l’effecteur lorsqu’il est soumis à une charge verticale et aux jeux présentés à la figure 4.12 :

$$\begin{pmatrix} \delta \mathbf{p} \\ \delta \boldsymbol{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.398 \\ 0.357 \\ -1.520 \\ 0.01 \\ -1.4 \\ -0.33 \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

où les valeurs de  $\delta \mathbf{p}$  sont en  $mm$  et  $\delta \boldsymbol{\theta}$  sont en degrés.

Les déplacements obtenus à l’effecteur sont très grands. Même si les jeux dans les

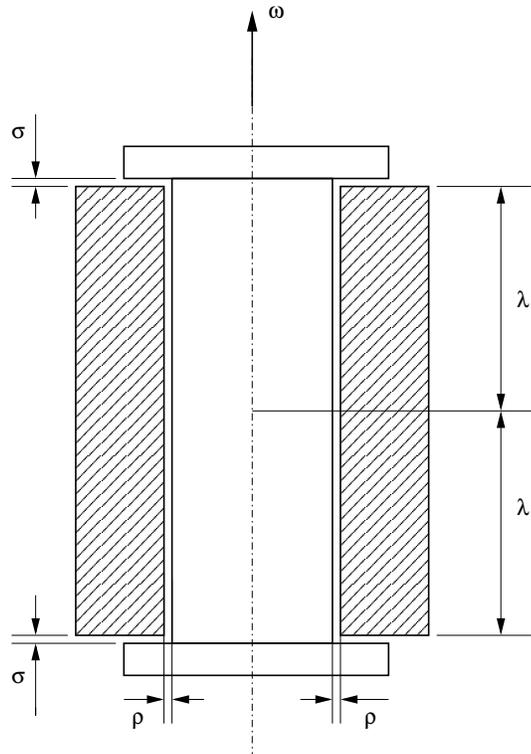


FIG. 4.12 – Jeux dans les liaisons rotoïdes (ici  $\sigma = \rho = 0.1$  mm et  $\lambda = 30$  mm).

articulations sont serrés, le bras de levier créé par la longueur de la patte produit de grands déplacements à l'effecteur. Les résultats sont de l'ordre du *mm*, donc dix fois plus grand que la précision recherchée. De plus, la valeur de  $\lambda$  pour cette analyse est très grande. Les contraintes géométriques du mécanisme recherché ne permettent pas d'avoir des axes de cette dimension. En diminuant la valeur de  $\lambda$ , les jeux à l'effecteur seront encore plus grands.

Cette analyse démontre bien qu'il est primordial que les jeux dans les articulations soient nuls si l'architecture 3-UPU est choisie. Bien que les dimensions de la base et de l'effecteur soient quelque peu différentes du mécanisme analysé ici, ces résultats démontrent que la précision de ce mécanisme dépend fortement des jeux dans les articulations. Une solution serait d'utiliser un dispositif de vis à pression permettant de bloquer tous les axes des articulations afin de minimiser et même d'éliminer tous les jeux. Ces jeux induiront des incertitudes sur la position angulaire des axes pouvant mener à des erreurs de positionnement.

En résumé, les analyses faites sur le mécanisme 3-UPU ont toutes la même conclu-

sion : l'architecture est beaucoup plus sensible aux jeux dans les articulations que d'autres mécanismes à 3ddl. Comme chaque patte UPU bloque les rotations de l'effecteur dans une direction, la présence de jeux dans les articulations mène à des degrés de rotation libres dans cette direction. La somme des trois jeux crée des mouvements incontrôlables non-négligeables à l'effecteur qui ne sont pas souhaitables pour obtenir une grande précision de positionnement.

### 4.3 Mécanisme 3-PUU Vertical

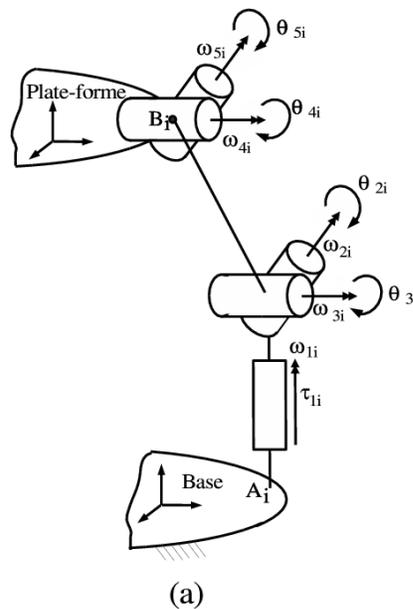


FIG. 4.13 – Architecture des pattes du mécanisme 3-PUU.

Ce mécanisme a été retenu pour ces capacités à atteindre les positions élevées facilement. Comme les liaisons prismatiques actionnées sont verticales, leur mouvement simultané dirige directement l'effecteur à la hauteur désirée. La combinaison des joints universels-universels permet de bloquer les rotations de la même manière que pour le mécanisme 3-UPU.

La figure 4.13 présente en détail l'architecture d'une patte PUU. Même si dans la version retenue les articulations prismatiques sont orientées verticalement, leur direction peut être différente tout en gardant le mécanisme translationnel. Les versions du mécanisme 3-PUU présentées au chapitre précédent sont d'autres exemples possibles

d'orientation. La différence entre ces mécanismes sera la forme de leur espace atteignable, leur dextérité, leurs singularités, etc.

L'orientation des axes des joints universels est encore ici très importante. Les axes 2 et 5 ainsi que 3 et 4 de chaque patte doivent être parallèles entre eux. Les pattes doivent être assemblées de façon identique sur la base et l'effecteur de la même façon que pour le 3-UPU, en croix ou en triangle. La disposition des paires de joints universels est identique à celle du mécanisme 3-UPU. L'axe de la rotation bloquée par la patte est perpendiculaire aux axes des joints universels. Le contrôle en position de ce mécanisme s'obtient par le mouvement des liaisons prismatiques de chaque patte. En se référant à l'équation de *Grübler-Tchebychev-Kutzback*, la mobilité du mécanisme  $F$  donne :

$$F = \lambda(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i = 6(8 - 9 - 1) + (6 \times 2 + 3 \times 1) = 3. \quad (4.13)$$

On trouve ainsi que le mécanisme a 3 ddl.

### 4.3.1 Problème géométrique inverse

La figure 4.14 présente le problème géométrique se résumant comme suit : pour une position donnée de l'effecteur (vecteur  $\mathbf{p}$ ), trouver la valeur des coordonnées articulaires  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  et  $\rho_3$ . La même méthode géométrique que pour le 3-UPU est utilisée afin de résoudre le PGI. Considérant les paramètres géométriques du modèle, nous écrivons les trois équations vectorielles suivantes :

$$\mathbf{a}_i + \mathbf{m}_i + \mathbf{l}_i - \mathbf{b}_i - \mathbf{p} = 0, \quad (4.14)$$

où les vecteurs  $\mathbf{a}_i$ ,  $\mathbf{m}_i$ ,  $\mathbf{l}_i$ ,  $\mathbf{b}_i$  et  $\mathbf{p}$  sont définis à la figure 4.14 et  $i=1,2,3$ . Afin de simplifier les calculs, une nouvelle variable est introduite :

$$\mathbf{e}_i = \mathbf{a}_i - \mathbf{b}_i. \quad (4.15)$$

Comme le mécanisme se déplace en translations, l'effecteur reste toujours parallèle à la base. Le vecteur  $\mathbf{e}_i$  n'a donc que des composantes en X et Y. Cette caractéristique permet de résoudre plus facilement le système d'équations :

$$\mathbf{e}_i + \mathbf{m}_i + \mathbf{l}_i = \mathbf{p}. \quad (4.16)$$

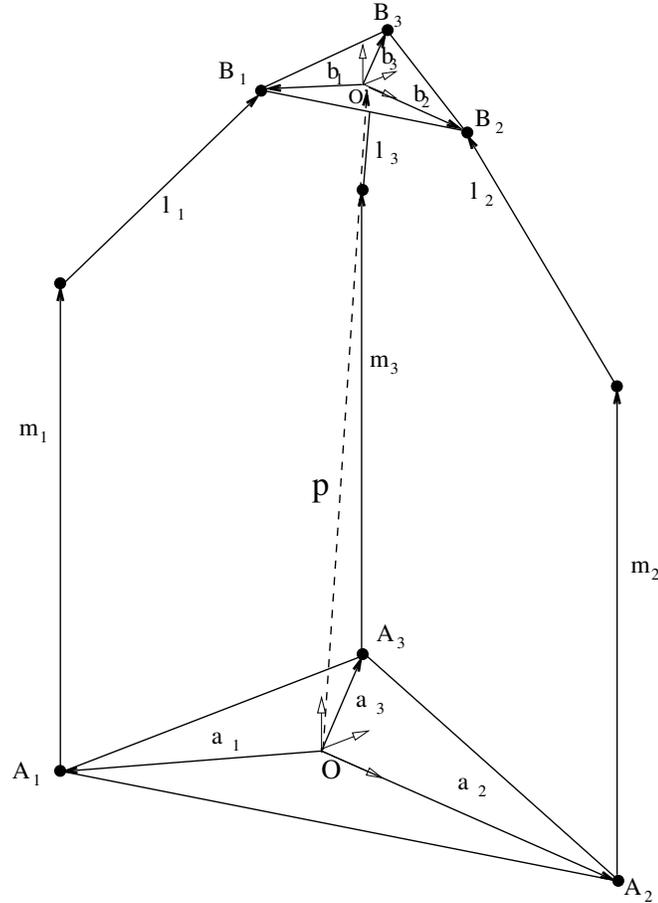


FIG. 4.14 – Modélisation géométrique du mécanisme 3-PUU.

Connaissant la longueur des membrures :

$$l_i^t l_i = l_{i,x}^2 + l_{i,y}^2 + l_{i,z}^2 \quad (4.17)$$

il est possible de découpler les équations :

$$\begin{bmatrix} e_{i,x} \\ e_{i,y} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_{i,x} \\ l_{i,y} \\ l_{i,z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

pour obtenir,

$$\rho_i = p_z \pm \sqrt{l_i^2 - p_x^2 - p_y^2 - e_i^2 + 2e_{i,x}p_x + 2e_{i,y}p_y}. \quad (4.19)$$

Il existe deux solutions pour chaque patte. La figure 4.15 présente les deux solutions possibles pour une patte. La solution choisie sera toujours la première, soit celle où la membrure est dirigée de bas en haut et correspondant au signe négatif de l'équation 4.19. La posture du mécanisme assure ainsi que l'effecteur sera toujours plus haut que la patte afin de supporter la charge sans interférences.

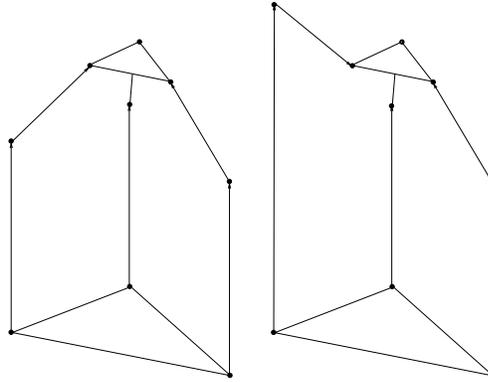


FIG. 4.15 – Résolution du PGI du 3-PUU : les deux solutions possibles pour une patte.

Comme pour la plupart des mécanismes parallèles, le mécanisme doit traverser un lieu de singularité afin de passer d'une posture à l'autre. L'espace de travail final du mécanisme doit être sans singularité et le design des composantes mécaniques ne permettra pas aux pattes de passer d'une posture à l'autre. La section 4.3.5 présente plus en détail ce lieu de singularité.

### 4.3.2 Géométrie

Afin d'obtenir un espace atteignable de plus grande dimension et symétrique, la base et l'effecteur ont été choisis comme étant des triangles équilatéraux tout comme pour le mécanisme 3-UPU. Les angles entre chacun des premiers axes sont de 60 degrés également. Afin de satisfaire les contraintes d'encombrement du mécanisme, les dimensions de la base et de l'effecteur sont respectivement de 130 et 60 mm de cotés et la longueur des membrures  $l_i$  est de 150 mm. Plusieurs autres dimensions sont possibles, mais les dimensions ont été choisies afin de ne pas excéder les dimensions de la base recherchées. Une nouvelle version CAO du mécanisme ayant ces dimensions a été créée et permet maintenant à l'effecteur de sortir de l'espace délimité par la base (voir figure 4.16). Dans le cas contraire, la base serait de même dimension que l'espace atteignable ce qui augmente considérablement l'encombrement du mécanisme. Une attention particulière doit cependant être apportée aux positions nécessitant de sortir de l'espace délimité par la base afin d'éviter les interférences entre les membrures passives et les liaisons prismatiques.

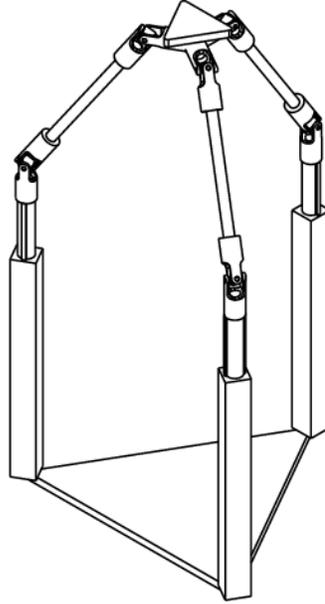


FIG. 4.16 – Nouvelle version CAO du mécanisme 3-PUU : Disposition permettant d’atteindre des positions en dehors la base.

### 4.3.3 Espace atteignable

La figure 4.17 présente l’espace atteignable du mécanisme. D’autres vues de l’espace sont disponibles à l’Annexe B. L’espace atteignable du mécanisme 3-PUU est décrit par l’intersection des espaces atteignables des pattes qui sont formées par le balayage vertical de trois demi-sphères.

### 4.3.4 Matrice jacobienne

En réarrangeant l’équation (4.16) nous dérivons la matrice jacobienne à partir de l’expression :

$$(\mathbf{p} - \mathbf{e}_i - \mathbf{m}_i)^T (\mathbf{p} - \mathbf{e}_i - \mathbf{m}_i) = l_i^2. \quad (4.20)$$

En dérivant par rapport au temps :

$$(\dot{\mathbf{p}} - \dot{\mathbf{m}}_i)^T \mathbf{l}_i = 0, \quad (4.21)$$

qui conduit aux équations de vitesse :

$$\dot{\mathbf{p}}^T \mathbf{l}_i = \dot{\mathbf{m}}_i^T \mathbf{l}_i, \quad (4.22)$$

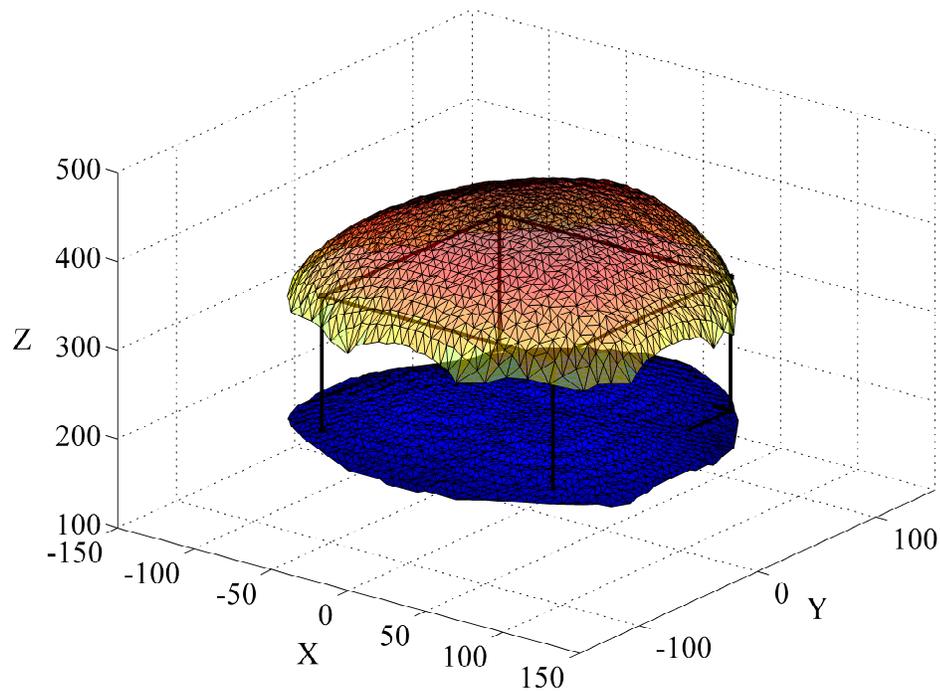


FIG. 4.17 – Vue isométrique de l'espace atteignable du mécanisme 3-PUU.

et finalement,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{l}_1^T \\ \mathbf{l}_2^T \\ \mathbf{l}_3^T \end{bmatrix} \dot{\mathbf{p}} = \text{diag}(\mathbf{k}^T \mathbf{l}_1, \mathbf{k}^T \mathbf{l}_2, \mathbf{k}^T \mathbf{l}_3) \dot{\boldsymbol{\rho}}, \quad (4.23)$$

où  $\mathbf{k} = [0, 0, 1]^T$ ,  $\dot{\boldsymbol{\rho}} = [\dot{\rho}_1, \dot{\rho}_2, \dot{\rho}_3]$  sont les vitesses articulaires et  $\dot{\mathbf{p}} = [\dot{p}_x, \dot{p}_y, \dot{p}_z]$  sont les composantes de la vitesse cartésienne à l'effecteur. L'analyse de cette matrice permet d'identifier les lieux de singularité.

### 4.3.5 Singularités

L'analyse de l'équation 4.23 permet d'identifier les conditions où le mécanisme sera en position singulière. Tout comme dans le cas du 3-UPU, le mécanisme sera en singularité si les pattes deviennent parallèles à la base (figure 4.18 (a)). Par contre, un choix judicieux de limites articulaires et des longueurs de membrures permet d'éviter une telle configuration.

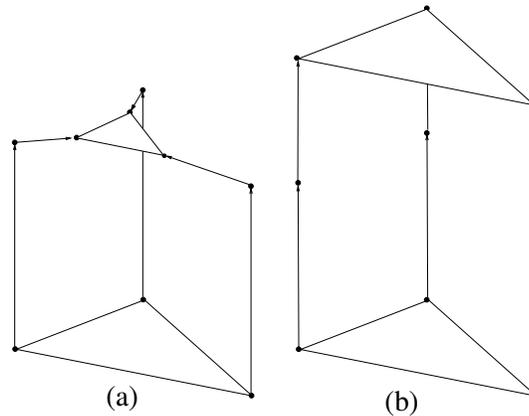


FIG. 4.18 – Positions singulières du mécanisme 3-PUU : (a) trois membrures coplanaire et (b) trois membrures parallèles entre elle.

Une autre possibilité de singularité survient si les 3 pattes sont parallèles entre elles (figure 4.18 (b)). La géométrie du mécanisme doit cependant permettre cette configuration. Les dimensions de la base et de l'effecteur étant différentes pour le modèle ici, une telle configuration ne peut survenir. Ce lieu de singularité indique par contre que la dextérité de ce mécanisme sera meilleure si le rapport de dimension base/effecteur est grand. En résumé, un choix judicieux de la géométrie de ce mécanisme permet d'obtenir un espace atteignable sans singularité.

### 4.3.6 Dextérité

La figure 4.19 présente les valeurs de dextérités maximales, minimales et moyennes pour différentes élévations  $Z$ . On remarque que la dextérité n'est pas dépendante de la position  $Z$  de l'effecteur. Comme les actionneurs sont parallèles et verticaux, la distribution de dextérité dans le plan  $XY$  est indépendante de la hauteur de l'effecteur. La figure 4.20 présente la distribution de dextérité dans le plan  $XY$  pour toute valeur de  $Z$ . Le minimum de dextérité est situé dans les quatre coins de l'espace atteignable. En approchant ces positions, les pattes se rapprochent d'une configuration où ils sont parallèles à la base, comme montré à la figure 4.18 (a). La perte de dextérité est liée à l'approche de cette singularité.

Il a été démontré par Zoppi [35] que ce mécanisme rencontre les mêmes singularités de contrainte que le mécanisme 3-UPU. De plus, l'analyse de sensibilité aux jeux dans

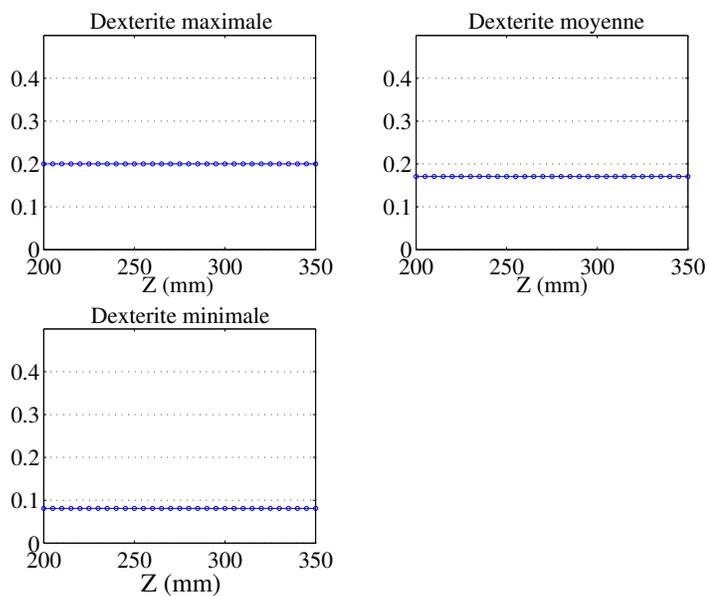


FIG. 4.19 – Analyse de dextérité du mécanisme 3-PUU.

les joints universels présentée à la section précédente s'applique aussi pour une patte PUU. Comme la patte PUU bloque la rotation de la même façon qu'une patte UPU, les jeux présents dans les articulations auront les mêmes conséquences néfastes sur la précision du mouvement à l'effecteur.

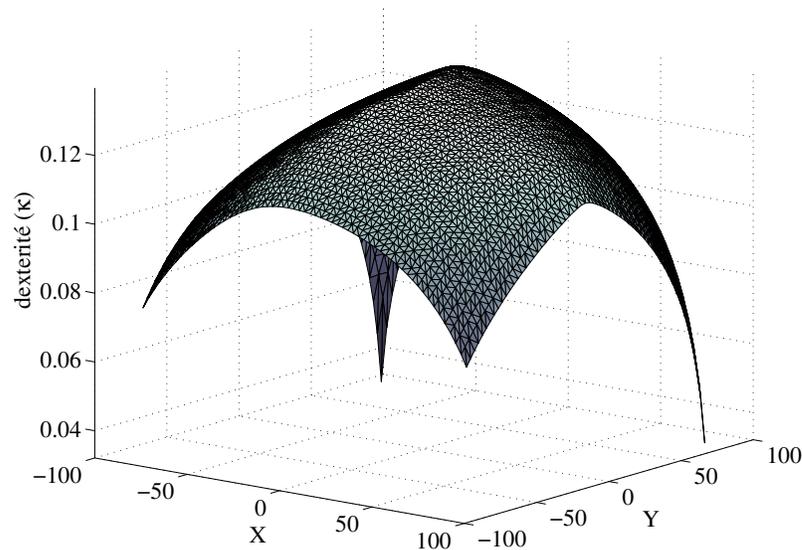


FIG. 4.20 – Distribution de dextérité dans le plan XY du 3-PUU pour toute valeur de Z.

#### 4.4 Mécanisme hybride P-2PII

Comme présenté au chapitre précédent, un mécanisme hybride est constitué de chaînes ouvertes et fermées. L'espace atteignable étant de grande dimension par rapport à la base, il est probable qu'une telle combinaison d'architectures permet d'atteindre les positions désirées plus facilement. Les mécanismes entièrement parallèles peuvent supporter une plus grande charge, mais leur espace atteignable est limité. Un mécanisme hybride permet d'obtenir un espace atteignable plus grand en découplant une direction. Par contre, la rigidité du mécanisme sera possiblement diminuée quelque peu.

Le mécanisme P-2PII analysé est présenté à la figure 4.21. Un mécanisme parallèle plan à 2 ddl (plan YZ) est joint à un mécanisme à 1 ddl permettant la translation dans la direction X. Le mécanisme parallèle est constitué de deux pattes PII. Les membrures des parallélogrammes sont soumises à des efforts de traction-compression uniquement lorsque l'effecteur est soumis à la charge verticale. Les articulations utilisées sont prismatiques et rotoïdes ce qui simplifie la conception mécanique du mécanisme. Ce mécanisme utilise une autre méthode pour bloquer les rotations : le mécanisme à 4 barres de type parallélogramme (voir fig. 4.22). La membrure supérieure du parallélogramme reste toujours parallèle à la base. Cette caractéristique a été beau-

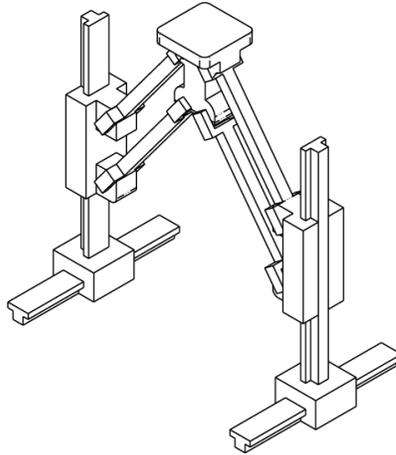


FIG. 4.21 – Le mécanisme hybride P-2-PII : un mécanisme plan à 2 ddl utilisant des parallélogrammes est monté sur une table à 1 ddl.

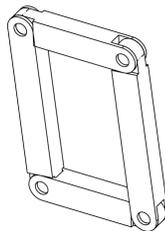


FIG. 4.22 – Mécanisme à 4 barres à 1ddl ; le parallélogramme.

coup étudiée et de nouveaux mécanismes ayant 2 à 6 ddl utilisant le mécanisme à 4 barres plan ont été présentés récemment par Liu [36]. Les mécanismes Delta et Star présentés au chapitre précédent utilisaient aussi des parallélogrammes. L'utilisation de parallélogrammes augmente la rigidité de l'architecture tout en gardant l'orientation constante de l'effecteur.

#### 4.4.1 Géométrie

La géométrie requise pour atteindre toutes les positions est obtenue en choisissant les dimensions de la base. Même si l'architecture des pattes pourrait permettre d'atteindre des positions en deçà de la base, ces positions ne sont pas évaluées a priori. Les dimensions de la base de la plate-forme sont de 165 mm par 175 mm. La longueur des membrures des parallélogrammes est de 150 mm et la largeur de l'effecteur de 70 mm. Encore ici, les limites articulaires des liaisons prismatiques permettront d'atteindre les

positions élevées facilement. La distance entre les articulations rotoïdes d'un même parallélogramme est de 50 mm. Cette dimension n'influence pas l'espace atteignable du mécanisme mais augmentera plutôt la rigidité de la structure. La prochaine section présente la résolution du PGI.

#### 4.4.2 Problème géométrique inverse

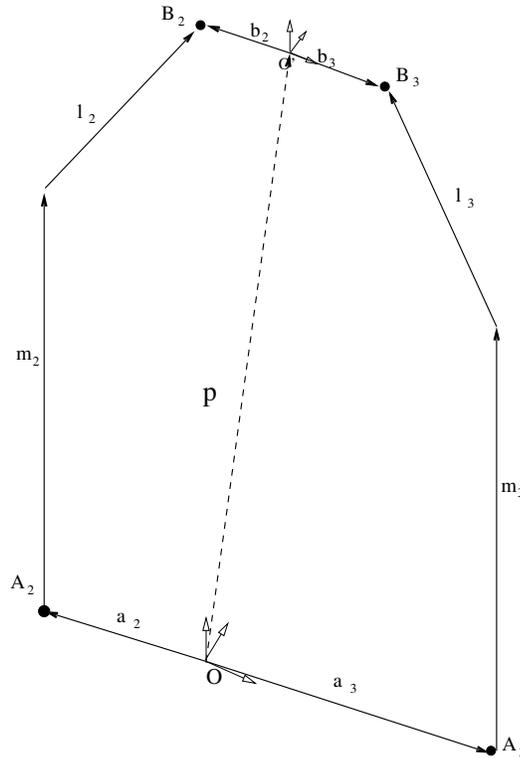


FIG. 4.23 – Modélisation géométrique simplifiée du mécanisme hybride P-2-PII

La figure 4.23 présente les données géométriques du PGI. Le problème géométrique de ce mécanisme est dans le plan YZ. Le déplacement de la base est dans la direction X. La méthode de résolution du PGI est présentée ici.

En se référant à la figure 4.23 , nous pouvons écrire :

$$\mathbf{a}_i + \mathbf{m}_i + \mathbf{l}_i - \mathbf{b}_i - \mathbf{p} = 0 \quad (4.24)$$

où les vecteurs  $\mathbf{a}_i$ ,  $\mathbf{m}_i$ ,  $\mathbf{l}_i$ ,  $\mathbf{b}_i$  et  $\mathbf{p}$  sont définis à la figure 4.23 et où les  $\|\mathbf{m}_i\|$  pour  $i=2,3$  sont les variables articulaires  $\rho_2$  et  $\rho_3$ . La variable  $\mathbf{e}_i$  est encore introduite :

$$\mathbf{e}_i = \mathbf{b}_i - \mathbf{a}_i. \quad (4.25)$$

En remplaçant dans l'équation 4.24 :

$$\mathbf{m}_i = \mathbf{p} - \mathbf{l}_i - \mathbf{e}_i \quad (4.26)$$

Ce système d'équations se résout de la même façon que pour le PGI du 3-PUU. Nous obtenons alors les coordonnées articulaires du mécanisme à 2 ddl ( $\rho_2, \rho_3$ ) en fonction de la position de l'effecteur  $p_y$  et  $p_z$  :

$$\rho_i = p_z \pm \sqrt{l_i^2 - (p_y - e_{i,y})^2} \quad (4.27)$$

où  $i$  prend des valeurs de 2 et 3. La valeur de  $\rho_1$  est découplée et correspond directement à la position en X du mécanisme. Il existe deux solutions par patte pour atteindre une position donnée. Les deux solutions sont présentées à la figure 4.24. Comme pour le 3-PUU la solution négative sera toujours retenue, soit celle où l'effecteur est en position élevée par rapport aux liaisons prismatiques. Les courses articulaires permettant d'at-

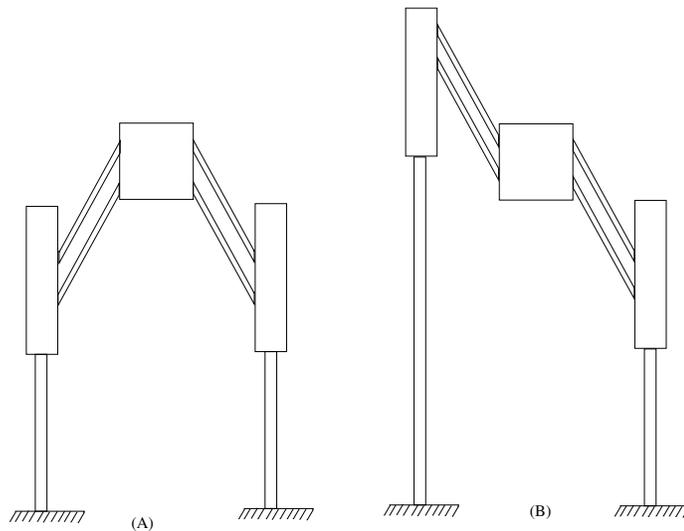


FIG. 4.24 – Deux solutions par pattes pour le mécanisme plan à 2 ddl.

teindre toutes les positions requises ont été calculées et l'espace atteignable obtenu est présenté à la figure 4.25. Comme la direction X est totalement découplée (coordonnée  $\rho_1$ ), l'articulation doit permettre les 150 mm requis. L'espace atteignable du mécanisme est formé par l'intersection de deux cylindres translattés verticalement créés par chaque patte. D'autres vues plus détaillées de l'espace de travail sont disponibles à l'Annexe B.

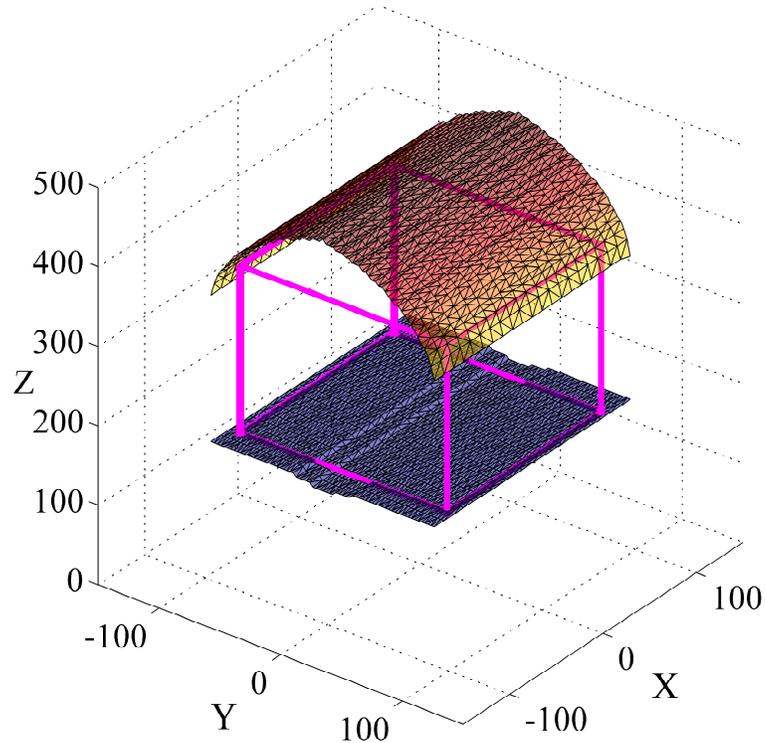


FIG. 4.25 – Espace atteignable du mécanisme hybride P-2-PII.

### 4.4.3 Matrice Jacobienne

La dérivée par rapport au temps de l'équation 4.27 permet d'obtenir la matrice jacobienne du mécanisme :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{l}_1^T \\ \mathbf{l}_2^T \\ \mathbf{l}_3^T \end{bmatrix} \dot{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{k}^T \mathbf{l}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{k}^T \mathbf{l}_3 \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\rho}} \quad (4.28)$$

où  $\mathbf{l}_1 = [1, 0, 0]$  et  $\mathbf{k}$ ,  $\dot{\boldsymbol{\rho}}$  et  $\dot{\mathbf{p}}$  ont été définis à l'équation 4.23. La matrice jacobienne du mécanisme hybride est très similaire à celle du mécanisme 3-PUU obtenue à la section précédente. Comme prévu, la liaison prismatique découplée crée la vitesse dans la direction X uniquement. La combinaison des deux autres vitesses articulaires crée des vitesses à l'effecteur dans le plan YZ.

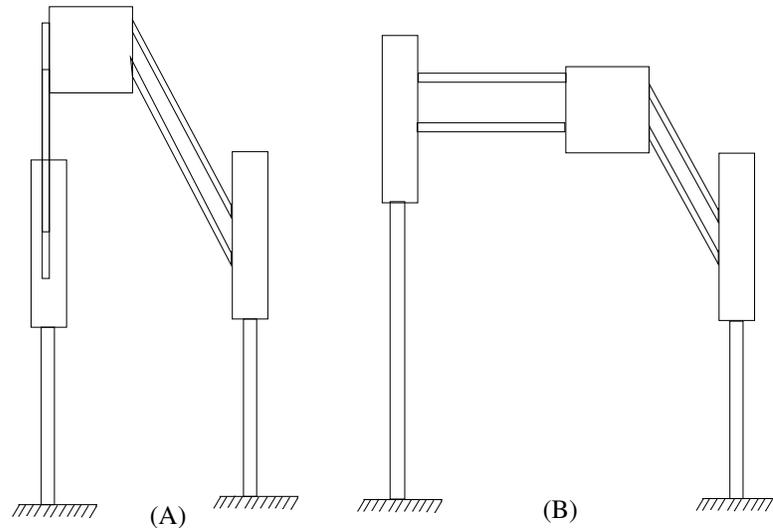


FIG. 4.26 – Positions singulières du mécanisme hybride P-2-PII : (a) Patte parallèle à la liaison prismatique, (b) Patte parallèle à la base.

#### 4.4.4 Singularités

Les configurations singulières de ce mécanisme sont aussi très semblables à celles du mécanisme 3-PUU. Le mécanisme sera aussi en position singulière si une ou deux pattes formées de parallélogrammes deviennent parallèle à la base (figure 4.26 (b)). Cette configuration sera rencontrée si les membrures des parrallélogrammes sont courtes. Les articulations prismatiques devront être hautes afin d’atteindre les positions limites en Y. Une conception adéquate des membrures permettra d’éviter une telle configuration. Une autre singularité vient de l’utilisation des parallélogrammes (voir figure 4.26 (a)) . Une singularité du parallélogramme survient si les 4 membrures deviennent parallèles entre elles (angles intérieurs nuls). Dans le cas ici, les limites articulaires imposées permettent d’éviter une telle configuration.

#### 4.4.5 Dextérité

La figure 4.27 présente les valeurs de dextérité maximales, minimales et moyennes pour différentes élévations Z. On remarque que la dextérité du mécanisme est indépendante de la hauteur de l’effecteur car les actionneurs sont parallèles et verticaux. En fait, la dextérité est uniquement dépendante de la position Y de l’effecteur. La figure

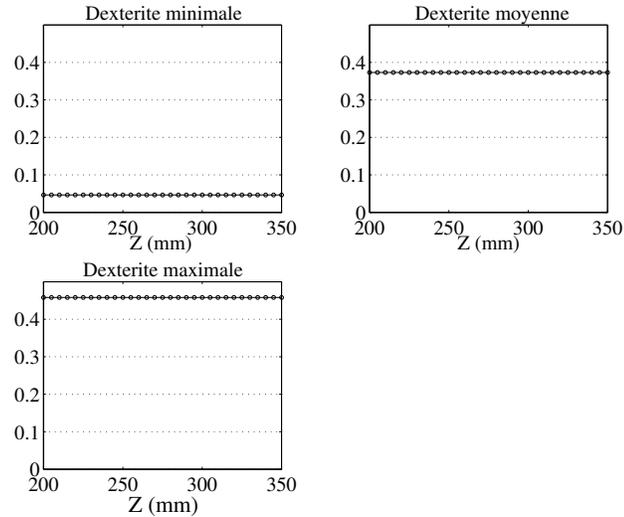


FIG. 4.27 – Analyse de dextérité du mécanisme hybride P-2-PII.

4.28 présente la distribution de dextérité dans le plan XY pour toutes valeurs de  $Z$ . Les minimums de dextérité sont situés dans les zones limites de la direction Y. En s’approchant de ces positions, les pattes se rapprochent de la configuration singulière où ils sont parallèles à la base. La perte de dextérité est liée à l’approche de ce lieu de singularité.

L’analyse globale de ce mécanisme a démontré de bonnes performances du mécanisme. Comme la dextérité varie uniquement dans une direction, le comportement de ce mécanisme est plus constant à l’intérieur de l’espace de travail. Ainsi, les forces à appliquer aux actionneurs seront plus constantes que pour les autres mécanismes.

## 4.5 Mécanisme hybride 4-UU-H

Il a été démontré lors des analyses préliminaires que la dimension  $Z$  de l’espace atteignable était la plus problématique. Pour la plupart des candidats analysés, les dimensions des membrures doivent être importantes pour atteindre les positions supérieures de l’espace atteignable. L’orientation du mécanisme à 1 ddl verticale du mécanisme 4-UU-H est donc avantageuse pour obtenir un mécanisme compact et qui facilite le positionnement en  $Z$ .

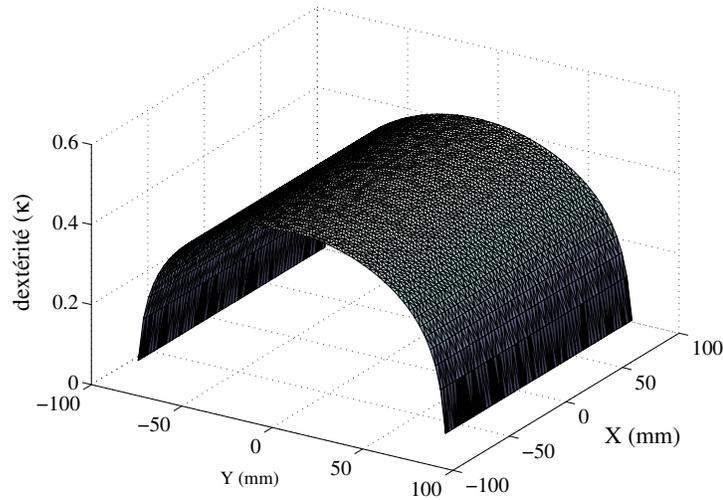


FIG. 4.28 – Distribution de dextérité dans le plan XY du mécanisme hybride pour toutes hauteurs ( $Z$ ) de l'effecteur.

#### 4.5.1 Mécanismes à 2 ddl

Le mécanisme à 2 ddl initialement étudié utilise plus de parallélogrammes que celui présenté à la figure 3.17. La sous-section suivante présente ce mécanisme.

##### Mécanisme parallélépipédique complet

L'architecture à la figure 4.29 présente le mécanisme à 2 ddl formé de quatre parallélogrammes. Un choix judicieux de l'intersection des axes permet de bloquer les rotations de la plate-forme supérieure. L'inclinaison des parallélogrammes permet les déplacements dans les directions X et Y. La hauteur de la plate-forme est dépendante de cette position ( $z = f(x, y)$ ). En fait, les mouvements de la plate-forme sont similaires à ceux d'un positionnement d'un point sur une sphère en gardant l'orientation constante (parallèle au plan de la base). Ce mécanisme équivaut à deux joints universels reliés entre eux par une patte et ayant l'effecteur contraint à rester parallèle à la base. Ce mécanisme est très surcontraint car il existe plusieurs pattes formant sa structure. La fabrication et l'assemblage d'un tel mécanisme demande plus de précision afin d'éviter les efforts internes dans sa structure mais est très rigide. Un mécanisme à 1 ddl sera ajouté à la structure afin de créer le mouvement vertical. Comme le mécanisme final doit être compact, le mécanisme à 1 ddl sera introduit à l'intérieur du mécanisme à

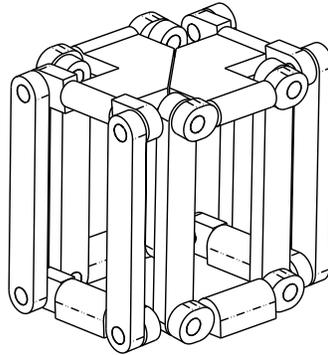


FIG. 4.29 – Mécanisme à 2 ddl à orientation constante et espace atteignable sphérique.

2 ddl. Pour cette raison, une version simplifiée du mécanisme parallélépipédique est utilisée. La prochaine section présente plus en détail l'architecture simplifiée utilisée pour le mécanisme 4-UU-H.

### Mécanisme parallélépipédique simplifié

Une version plus simple du mécanisme est utilisée afin de limiter la structure à deux parallélogrammes (figure 4.30). Cette version a seulement quatre pattes formant sa structure et permet les mêmes mouvements de la plate-forme. Comme il y a moins de pattes, il est plus facile d'y placer au centre le mécanisme à 1 ddl vertical. Les possibilités d'interférences entre le mécanisme et les pattes des parallélogrammes sont diminuées. Le système mécanique est toujours surcontraint car la diminution du nombre de parallélogrammes ne fait que diminuer le degré de redondance du mécanisme. En fait, l'analyse de contraintes a démontré que seulement trois pattes sont nécessaires pour bloquer totalement les rotations de l'effecteur. Dans le but d'obtenir une structure plus rigide et symétrique, la quatrième patte sera gardée.

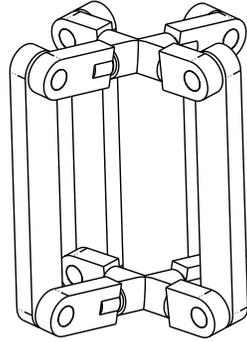


FIG. 4.30 – Mécanisme parallélépipédique sphérique simplifié à 2 ddl.

### 4.5.2 Problème géométrique direct

Cette section présente le PGD du mécanisme parallélépipédique. Comme présenté à la section 4.5.1, ce mécanisme se comporte comme une liaison Universel-Membrure-Universel avec l'orientation constante de l'effecteur. La résolution du PGD est donc simple et sera utilisée pour ensuite résoudre le PGI.

La figure 4.31 présente les données du problème géométrique. Le problème se réduit à déterminer les coordonnées du point  $P$  en fonction des coordonnées articulaires. On retrouve alors par changement de repère les coordonnées de l'effecteur  $(p_x, p_y, p_z)$  en fonction des angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$  :

$$p_x = L \sin \theta_2 \quad (4.29)$$

$$p_y = -L \sin \theta_1 \cos \theta_2 \quad (4.30)$$

$$p_z = L \cos \theta_1 \cos \theta_2. \quad (4.31)$$

On voit que le système d'équations est simple et équivaut simplement à un changement de repère des coordonnées. Ces équations sont utilisées pour dimensionner les composants du mécanisme pour satisfaire les débattements recherchés. L'Annexe C présente les calculs effectués afin de résoudre le PGI ainsi que ceux permettant la visualisation de l'espace atteignable et la dextérité du mécanisme à 2 ddl.

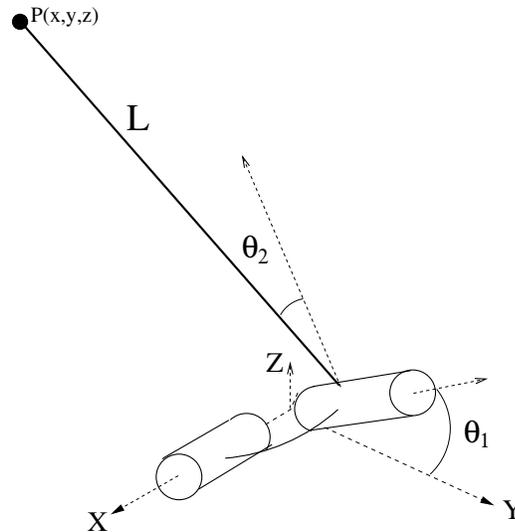


FIG. 4.31 – Problème géométrique simplifié du mécanisme.

### 4.5.3 Géométrie

La longueur des membrures est fixée à 200 mm permettant ainsi de minimiser le débattement angulaire. Les débattement requis des angles sont de  $\theta_1 = \pm 24^\circ$  et  $\theta_2 = \pm 22^\circ$  par rapport à un axe normal au plan XY. Ces débattements sont petits, d'où le choix de cette longueur de membrures. L'autre avantage notable est que la variation de la hauteur du mécanisme n'est que de 30 mm aux points extrêmes. Si les membrures sont choisies de longueur plus petite, cette variation est plus importante et le mécanisme vertical devra compenser par une course plus grande. Plus les angles de débattement requis sont grands, plus l'espace disponible pour le mécanisme vertical sera petit. Comme la valeur de la hauteur du mécanisme varie de 30 mm à l'intérieur de l'espace de travail, la course requise en Z par le mécanisme vertical sera de 150 mm + 30 mm donc de 180 mm. L'espace atteignable résultant sera de 150 mm X 150 mm X 150 mm. Le tableau suivant résume les limites articulaires requises :

TAB. 4.2 – Courses requises pour le mécanisme hybride 4-UU-H.

$\theta_1$	$\pm 24^\circ$
$\theta_2$	$\pm 22^\circ$
Mécanisme en Z	180 mm

#### 4.5.4 Espace atteignable

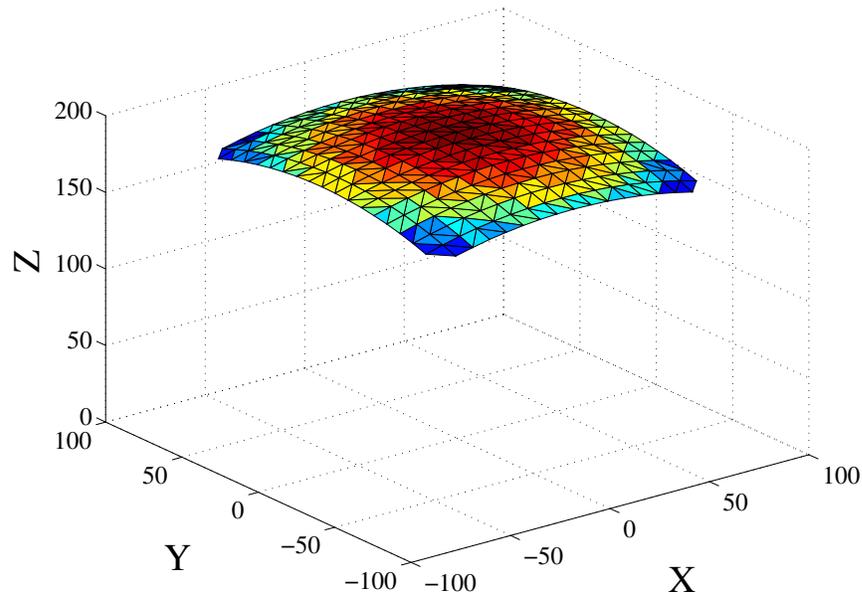


FIG. 4.32 – Espace atteignable du mécanisme à 2 ddl 4-UU.

L'espace atteignable du mécanisme à 2 ddl est présenté à la figure 4.32 pour les débattements calculés précédemment. On remarque que la surface obtenue est en fait une portion de sphère. Comme recherché, les variations de  $Z$  sont très petites en comparaisons aux débattements en  $X$ - $Y$ . L'ajout du mécanisme vertical engendrera la translation de cette surface sur une hauteur de 180 mm. L'espace atteignable final contiendra donc une boîte de 150 mm par 150 mm par 150 mm.

#### 4.5.5 Dextérité du mécanisme à 2 ddl

La figure 4.33 présente la dextérité  $\kappa$  du mécanisme à l'intérieur de l'espace de travail en coordonnées articulaires ( $\theta_1, \theta_2$  en radians). On remarque que la dextérité est très bonne à comparer aux mécanismes présentés précédemment. Elle ne varie pas beaucoup à l'intérieur de l'espace de travail permettant d'avoir des couples requis aux axes ( $\theta_1$  et  $\theta_2$ ) très similaires pour toutes positions de l'effecteur. La dextérité du mécanisme est toujours bonne et l'effecteur est toujours loin des lieux des singularités. Les singularités surviennent lorsque les pattes équivalentes (voir figure 5.3) sont parallèles à la base ( $\theta_1 = 0$  ou 180 degrés,  $\theta_2 = -90$  ou 90 degrés). Il est ainsi conclu qu'il n'y a aucune

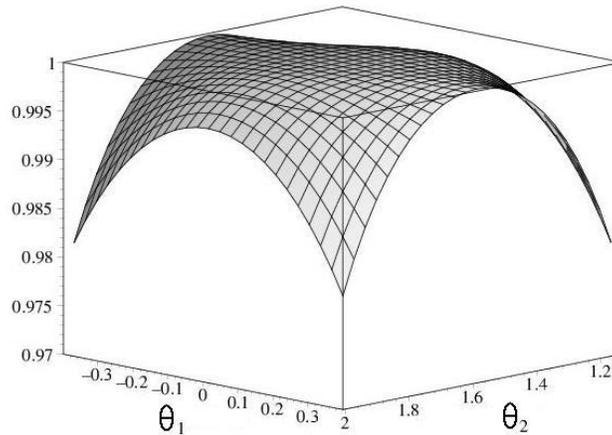


FIG. 4.33 – Dextérité du mécanisme à 2 ddl 4-UU.

singularité à l'intérieur de l'espace de travail du mécanisme pour les limites prescrites ici.

## 4.6 Mécanisme de blocage des articulations

Le mécanisme sera la plupart du temps immobile et devra supporter statiquement le bloc moteur. Une fois positionné, l'effecteur du mécanisme doit rester immobile pour une longue période de temps. Les déplacements de l'effecteur étant rares, l'architecture devrait préférablement permettre de bloquer les articulations afin d'assurer que la position de l'effecteur reste constante. Les mécanismes de blocage des articulations sont donc importants afin d'obtenir la précision à long terme du positionnement du bloc moteur. Sauf pour la dernière, les architectures analysées ici utilisent toutes des liaisons prismatiques pour créer les mouvements. Le blocage de liaisons prismatiques peut se faire en utilisant des freins utilisant le frottement (e.g. vis à pression). Si le dispositif de déplacement des liaisons prismatiques retenu est du type vis à billes, des freins électriques pourront être utilisés afin de bloquer les déplacements des liaisons. De plus, les freins électriques peuvent aussi être utilisés pour bloquer les articulations passives. La méthode de blocage des articulations sera choisie lors du design final des composantes au chapitre 5. Comme la charge à supporter est grande, il est primordial que les efforts soient repris en tension/compression pour ainsi minimiser la flexion dans les membrures ou la torsion des axes. Le chapitre final présente la méthode de blocage

TAB. 4.3 – Résultats généraux de l’analyse de dextérité des mécanismes à l’intérieur de l’espace de travail

Dextérité	Minimum	Maximum	Moyenne
Mécanisme 3-UPU	0.0368	0.0422	0.0456
Mécanisme 3-PUU	0.0321	0.140	0.118
Mécanisme hybride P-2PII	0.0463	0.458	0.373
Mécanisme hybride 4UU-H	0.981	1.000	0.996

permettant de reprendre les efforts en tension uniquement.

## 4.7 Conclusion

Plusieurs caractéristiques ont été analysées pour chaque mécanismes candidats. Les espaces atteignables ont démontré que tous les mécanismes peuvent à priori atteindre les positions requises par l’espace de travail. La trace des mécanismes sera alors fonction de l’espace de travail exigé. Les résultats des analyses de dextérité à l’intérieur de l’espace de travail sont résumés au tableau 4.3. Le mécanisme 4-UU-H est celui ayant la meilleure dextérité à l’intérieur de l’espace de travail. On remarque que les moyennes des mécanismes hybrides sont beaucoup plus élevées que celles des mécanisme 3-PUU et 3-UPU. Afin d’obtenir de bonnes performances du mécanisme 3-UPU, la différence entre les dimensions de la base et de l’effecteur doivent être plus grandes que pour le mécanisme analysé ici. Ceci crée un encombrement très grand du mécanisme sur la base. En fait, la position isotrope de ce mécanisme survient lorsque l’angle entre la base et les pattes sont de  $45^\circ$ . À cette position, la différence de dimension entre l’effecteur et la base doit être égale à la hauteur de la base. Afin d’obtenir les débattements voulus de l’effecteur, la base doit être de grande dimension. Les distributions de dextérité des mécanismes hybrides sont plus constantes à l’intérieur de l’espace de travail que celles des deux autres mécanismes. Découpler une direction en utilisant une architecture hybride permet d’obtenir des forces plus constantes à l’intérieur de l’espace de travail.

L’analyse de sensibilité aux jeux a fait ressortir un point important : les pattes UPU et PUU ont le même désavantage d’utiliser uniquement les contraintes angulaires des joints universels pour bloquer les rotations. Les jeux présents dans les articulations

s'additionnent pour créer un jeu résultant plus grand à l'effecteur. Comme chaque joint universel est créé à partir de 2 joints rotoïdes, quatresjoints en série sont utilisés pour relier la base à l'effecteur. Les quatre jeux présents s'additionnent pour produire de mauvaises performances du mécanisme. L'utilisation de mécanismes formés de parallélogrammes n'a pas ce désavantage. Seulement deux membrures parallèles relient la base à l'effecteur par des liaisons rotoïdes, donc deux jeux seront additionnés de la base à l'effecteur. Il est aussi possible de précontraindre les membrures afin que les jeux soient nuls.

Les récents travaux effectués par différents groupes de recherches ont confirmés la présence de singularités de contraintes des mécanismes 3-UPU et 3-PUU. Afin d'obtenir une précision du mécanisme de positionnement, il est primordial d'éviter la présence de singularité à l'intérieur de l'espace atteignable.

Le mécanisme hybride 4-UU-H a une architecture n'utilisant pas de liaisons prismatiques le favorisant par rapport au mécanisme P-2PII. Les mécanismes utilisant des guides n'ont pas été retenus car ils nécessitent un montage plus précis et fastidieux. L'alignement des guides est important pour ne pas obtenir d'efforts internes dans la structure. Ces liaisons sont fragiles aux saletés et peuvent bloquer s'il y a dépôt de débris. De plus, la direction découplée du mécanisme 4-UU-H permet d'atteindre plus facilement les positions élevées.

Pour toutes ces raisons, le mécanisme hybride 4-UU-H a été choisi afin d'être développé. Le design d'un tel mécanisme permettra d'obtenir une architecture rigide, simple et limitant les jeux à l'effecteur.

# Chapitre 5

## Design du mécanisme hybride final

Les chapitres précédents ont présenté le processus de sélection du mécanisme à 3 ddl. Suite à ces analyses, le mécanisme hybride 4-UU-H a été choisi parmi toutes les architectures présentées. Ce chapitre présente l'évolution du design menant au mécanisme final à 3 ddl. Le mécanisme à 1 ddl vertical est réalisé en utilisant une vis ACME. Les pattes sont modifiées pour éviter les interférences avec le mécanisme. Finalement, les caractéristiques plus techniques du mécanisme final sont présentées : les modes d'actionnement, la mesure du positionnement ainsi que la méthode de blocage des articulations. L'annexe D présente les croquis d'assemblage du mécanisme final qui sera fabriqué.

## 5.1 Architectures hybrides 4-UU-H

Il a été démontré au chapitre précédent que l'utilisation de parallélogrammes s'avère une bonne solution pour obtenir un mécanisme rigide et précis permettant de maintenir l'orientation constante de l'effecteur. Quelques architectures ont été analysées afin d'obtenir la meilleure combinaison de mécanismes formant le mécanisme hybride. Ce chapitre présente la conception mécanique du mécanisme 4-UU-H.

## 5.2 Mécanisme hybride complet

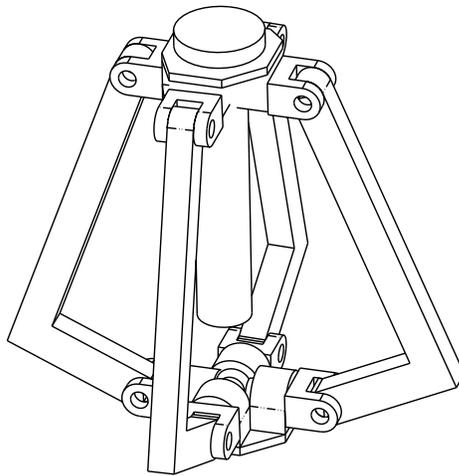


FIG. 5.1 – Mécanisme hybride 4-UU-H équivalent à la figure 3.17.

Une fois le mécanisme 4-UU-H choisie, les possibilités de combinaisons de mécanisme à 1 ddl sont explorées plus en détail. Le concept final retenu est présenté à la figure 5.1.

Les pattes des parallélogrammes ont été modifiées afin d'y placer au centre le mécanisme à 1 ddl et obtenir une base la plus compacte possible. La figure 5.2 présente le concept géométrique de ce mécanisme. Lorsque l'angle entre la patte et la base diminue, la patte se déplace jusqu'à ce qu'elle soit perpendiculaire avec la base. Les dimensions de la patte sont obtenues par analyse géométrique du mécanisme et seront présentées à la section 5.2.1. Il en résulte un mécanisme qui, en se déplaçant, *génère*

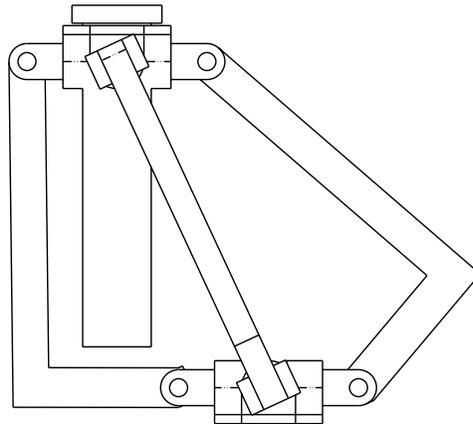


FIG. 5.2 – Modification de la patte évitant les interférences.

la boîte de l'espace atteignable dans laquelle il se déplace. Ainsi, le mécanisme vertical n'interfère jamais avec les pattes des parallélogrammes. Comme la distance entre les axes d'une patte est égale aux mécanismes présentés jusqu'à présent, l'architecture résultante est similaire. Par contre, les pattes sont maintenant soumises à des efforts de flexion devant être pris en considération.

### 5.2.1 Dimensionnement des pattes du mécanisme

Le dimensionnement des pattes s'effectue à partir des limites de l'espace atteignable recherché. Ces dimensions dans le plan XY sont de 150 mm par 150 mm. Comme le mécanisme se déplace de part et d'autre d'une position centrale, nous pouvons décrire les débattements du mécanisme comme  $\pm 75$  mm. La figure 5.3 présente les grandes lignes du problème géométrique permettant de dimensionner les pattes du mécanisme. La longueur  $L$  est fixée à 200 mm afin d'obtenir de petites variations en Z. La valeur de A sera équivalente à la course dans une direction (75 mm). La longueur de B est donc prescrite par cette relation et est de 185 mm. Les débattements requis des angles  $\theta_i$  sont obtenus en évaluant les points extrêmes de l'espace atteignable à l'aide des équations (4.29).

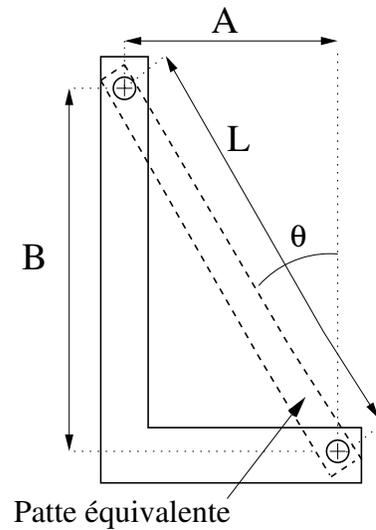


FIG. 5.3 – Paramètres géométriques pour le dimensionnement des pattes.

## 5.3 Composantes du mécanisme hybride 4-UU-H final

Cette section présente en détail les composantes du mécanisme final. La figure 5.4 présente le modèle CAO du mécanisme conçu avec Pro/Engineer. L'annexe D présente en détail les composantes du mécanisme final.

### 5.3.1 Mécanisme vertical à 1 ddl

La première proposition était d'utiliser un mécanisme purement à translations pour produire les déplacements dans la direction Z. Comme l'extrémité du mécanisme est en fait le point d'appui du bloc-moteur, les caractéristiques requises de ce point ont été analysées plus en détail.

Une palette nécessite quatre points d'appui différents. Sur ces quatre points, un point permet les rotations en Z (type pin), deux autres sont des supports d'appui (type plaque) et seulement un point nécessite une orientation angulaire particulière dans la direction Z (type losange). Pour cette raison, il a été jugé plus simple et compact d'utiliser une vis de positionnement comme mécanisme en Z (liaison hélicoïdale). Pour le

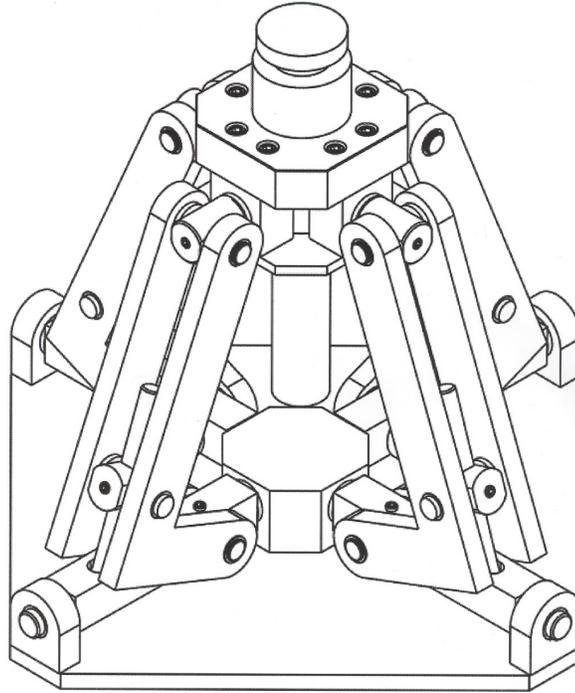


FIG. 5.4 – Mécanisme hybride final.

point nécessitant une orientation particulière, ce dernier pourra comporter un dispositif permettant de changer son orientation si nécessaire.

Un mécanisme à vis de type ACME présente de bonnes caractéristiques auto-bloquantes ainsi que des coûts de revient faibles pour un design à grand volume. Une vis de diamètre de 31.75 mm (1" 1/4) est requise pour supporter solidement et adéquatement la charge et les chocs transversaux. D'autres possibilités de mécanismes non retenus sont présentés à l'annexe E.

On remarque sur la figure 5.4 que les axes de la base ont été rallongés. L'allongement des axes permet d'obtenir une meilleure rigidité du mécanisme. Même si le mécanisme présenté à la section précédente permettait d'obtenir les déplacements requis, l'architecture n'était pas assez rigide. Les axes de la base étant maintenant plus longs, le mécanisme est moins sensible aux jeux dans les articulations et la rigidité de la structure résultante est améliorée.

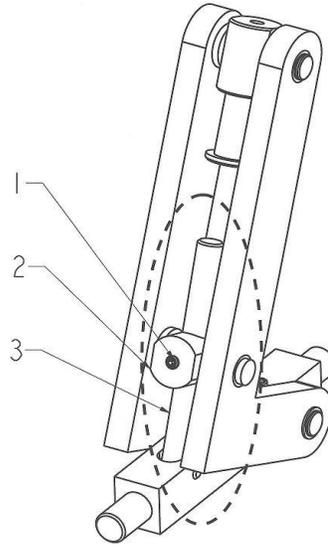


FIG. 5.5 – Axe passif permettant de bloquer le mécanisme.

### 5.3.2 Mécanisme de blocage des articulations

Comme la modification de la position du mécanisme ne sera nécessaire que très rarement, il est souhaitable que ce dernier se bloque entièrement lorsqu'il est à la position désirée. Afin d'obtenir une structure très rigide et de limiter la flexion dans les pattes, il est préférable que les efforts des mécanismes de blocage soient en tension et compression.

Il existe quelques façons pour reprendre les efforts en tension de la charge par l'architecture du mécanisme. L'idée générale est de relier les membrures des pattes aux axes de rotation des cardans par le biais d'un axe passif. La figure 5.5 présente le mécanisme de blocage utilisé sur chaque patte. L'ajout de ces axes passifs permet de prendre les efforts en tension/compression et ainsi d'assurer qu'aucun effort de torsion est présent dans les axes des articulations. Il en résulte une distribution plus adéquate des forces dans la structure. Les efforts résultants d'une patte sont dans l'axe de la liaison passive jusqu'à l'axe de la base. La solution la plus simple et économique pour bloquer les articulations passives consiste à utiliser des vis à pression venant bloquer l'axe une fois en place. Si cette méthode ne s'avère pas être assez efficace sur le prototype, une nouvelle méthode plus complexe devra être envisagée. La figure 5.6 présente une bague créant une meilleure distribution de la pression de serrage de l'axe passif.

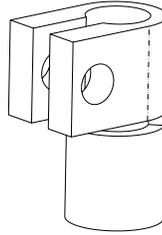


FIG. 5.6 – Bague permettant une pression distribuée sur la circonférence de l’axe passif.

## 5.4 Méthode d’actionnement

Il existe plusieurs façons pour positionner le mécanisme à 3 ddl. Le mécanisme présenté précédemment n’est qu’une structure permettant les déplacements de l’effecteur. Cette section présente le concept de positionnement retenus afin de prescrire les déplacements à cette structure.

La position de la vis ACME sur la face supérieure de l’effecteur permet à l’utilisateur d’avoir un accès facile pour modifier la hauteur du point d’appui. Le positionnement de cette vis peut se faire manuellement ou à l’aide d’un moteur. Le choix entre l’une ou l’autre de ces méthodes fait partie de la seconde phase de ce projet et déborde par conséquent le cadre de ce mémoire. Le positionnement du mécanisme à 2 ddl pourra aussi être manuel ou automatique à partir des axes de la base. Seulement deux directions doivent être actionnées et une fois en place, les axes passifs sont bloqués afin de figer la structure.

L’architecture du mécanisme à 2ddl permet de découpler les directions d’actionnement. Ainsi, les déplacements du mécanisme vers la position désirée sont simplifiés. Pour ce faire, le premier axe est positionné à priori. On remarque par l’équation (4.29) que  $p_x$  est seulement fonction de  $\theta_1$ , permettant de positionner la plate-forme à cette position recherchée en premier lieu. Les axes passifs permettant les déplacements en X sont ensuite bloqués afin d’éviter tout déplacement. La direction Y est ensuite fixée en ajustant la position angulaire  $\theta_2$ . La position prescrit alors la hauteur de la plate-forme et la vis ACME est finalement ajustée à la hauteur totale recherchée.

## 5.5 Mesure de la position

Dans le but de simplifier au maximum les mécanismes qui se déplacent sur la chaîne d'assemblage, le système électronique permettant d'obtenir la position de l'effecteur est externe. Lors du changement de position des mécanismes, un dispositif devra être installé sur la palette. Le design de ce dispositif fait partie de la suite de ce projet mais l'idée générale est présentée ici.

Un dispositif externe permettant la prise de mesures directement aux points d'appui permettra de connaître leur position exacte. Une mesure directe est plus précise à comparer à l'utilisation d'encodeurs mesurant la position angulaire des axes pour ensuite calculer la position résultante. Ceci élimine les possibilités d'erreurs induites par les jeux dans les articulations. L'opérateur pourra en temps réel positionner les points d'appui tout en ayant de l'information sur les positions réelles. Une solution serait de créer un asservissement mécanique totalement contrôlé permettant de positionner automatiquement le mécanisme à la position désirée.

Tout en augmentant la précision du positionnement, l'utilisation des dispositifs externes diminue de beaucoup les coûts de fabrication de l'ensemble des palettes. Seulement un dispositif de mesures et d'actionnement sera nécessaire par groupe de palettes. L'autre avantage notable est qu'aucune composante électronique fragile ne sera sur la palette lors de son transport sur la chaîne de montage, éliminant les possibilités de bris de composantes fragiles.

## 5.6 Résumé des caractéristiques du mécanisme hybride final

Cette section présente un résumé des caractéristiques du mécanisme hybride final.

Le mécanisme final est un mécanisme à 3 ddl à orientation constante ayant un espace atteignable de 150 mm par 150 mm par 150 mm. Il est constitué d'un mécanisme à 2 ddl qui permet de positionner un effecteur vertical à 1 ddl. Le mécanisme à 2 ddl est actionné par un dispositif externe (manuellement ou par deux moteurs) et est muni

d'axes passifs permettant de bloquer solidement la structure une fois en place. Un système externe de mesures sera utilisé pour le positionnement et sera conçu dans la seconde phase de ce projet. Ce système de mesures permettra d'obtenir la position exacte à l'effecteur éliminant ainsi les erreurs dues à la présence de jeux dans les axes. Une fois la position désirée atteinte, tous les moteurs et autres dispositifs sont enlevés pour ne garder que la structure mécanique passive bloquée. Ainsi, aucun dispositif électronique ne sera sur la palette lors des déplacements sur la chaîne d'assemblage.

# Conclusion

Ce mémoire présentait la conception d'un mécanisme à 3 ddl utilisé pour le support d'un bloc moteur. Ces travaux sont dans le cadre d'un projet de conception d'un système de palettes ajustables pour l'industrie automobile. Le système de palette à concevoir comporte quatre mécanismes pouvant déplacer leurs points d'appui. Comme les déplacements du mécanisme seront rares, l'architecture doit se bloquer pour devenir une structure rigide. L'architecture à concevoir devait être très rigide afin de supporter solidement le bloc moteur sur la chaîne d'assemblage.

Le Chapitre 2 a revu les concepts fondamentaux de la robotique important pour la compréhension du projet. Une définition générale de mécanismes parallèles a été donnée et leurs principales caractéristiques y ont été présentées. Le concept de degré de liberté (*ddl*) a été revu et des exemples ont été donnés. Les principales liaisons cinématiques qui ont été utilisées lors de la conception du mécanisme ont été revues. Les problèmes géométriques direct et inverse ont été présentés pour le cas général. Finalement, les notions de dextérité, d'espace atteignable et de singularité ont été présentées.

Le Chapitre 3 présentait des architectures des mécanismes parallèles translationels pouvant satisfaire les objectifs du projet. Les mécanismes systématiquement générés conçus au Laboratoire de Robotique de l'Université Laval ont été présentés. Les autres mécanismes purement translationels présentés sont : le 3-UPU de Tsai, les 3-PUU, le 3-RRC de Zhao, le mécanisme Delta de Clavel et le Y-Star de Hervé. La définition

d'architecture hybride a été donnée. La possibilité d'utiliser une telle architecture a aussi été envisagée. La seconde partie de ce chapitre présentait les critères d'évaluation de l'analyse préliminaire qui a permis de garder les quatre candidats les plus intéressants. L'analyse préliminaire portait sur les espaces atteignables, la dextérité, les lieux de singularité ainsi que la rigidité de la structure des mécanismes candidats. Les quatre mécanismes retenus pour l'analyse détaillées ont été le 3-PUU Vertical, le 3-UPU, le mécanisme P-2PU et le mécanisme 4-UU-H.

Le Chapitre 4 présentait les analyses détaillées faites sur les mécanismes retenus. Chaque mécanisme a été dimensionné pour atteindre toutes les positions de l'espace de travail recherché. Par la suite, les limites articulaires requises ont été calculées et les espaces de travail qui en résultent ont été tracés. Les lieux de singularités et la dextérité ont été évalués pour chaque mécanisme. Des résultats importants d'analyse de la précision de positionnement par rapport aux jeux articulaires pour les joints universels ont été présentés favorisant ainsi les deux architectures hybrides. Une architecture hybride permet de découpler une direction et de simplifier par le fait même les déplacements du mécanisme. Le mécanisme hybride 4-UU-H a une architecture n'utilisant pas de liaisons prismatiques le favorisant par rapport au mécanisme P-2PU. Les mécanismes utilisant des guides n'ont pas été retenus car ils nécessitent un montage très précis et fastidieux. L'alignement des guides est important pour ne pas obtenir d'efforts internes dans la structure. Les liaisons prismatiques sont fragiles aux saletés et peuvent bloquer s'il y a dépôt de débris. À la suite de ces analyses, le concept du mécanisme 4-UU-H a été gardé afin d'être développé.

Le dernier chapitre présentait l'évolution du design menant au mécanisme final à 3 ddl. Une architecture 4-UU-H a été conçu afin de satisfaire les exigences demandées. L'effecteur à 1 ddl vertical utilisant une vis ACME a ensuite été présenté. La méthode d'actionnement et de mesure de la position retenue a été présenté et sera externe. Ces dispositifs seront conçus lors de la seconde phase du projet. Des axes passifs seront bloqués afin de rigidifier la structure lorsque l'effecteur sera à la position désirée. L'annexe D présente les croquis d'assemblage du mécanisme final qui sera fabriqué.

Les travaux futurs viseront la fabrication du prototype de ce mécanisme et se dérouleront durant l'été 2004. Une fois le premier prototype du mécanisme 4-UU-H opérationnel, le système complet de la palette sera conçu.

# Bibliographie

- [1] Merlet, J-P. 1997, Les robots parallèles. *Éditions Hermès*, Paris.
- [2] Gough, V.E. Contribution to discussion of papers on research in automobile stability, control and tyre performance, 1956-1957. Proc. Auto Div. Inst. Mech. Eng.
- [3] Stewart, D., 1965-1966, Platform with six degree of freedom. *Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers*, Vol. 180. No. 15, pp. 371-386.
- [4] Bonev, I. 2003, The True Origins of Parallel Robots,  
[http ://www.parallemic.org /Reviews/Review007.html](http://www.parallemic.org/Reviews/Review007.html).
- [5] *The Parallel Mechanisms Information Center*, [http ://www.parallemic.org](http://www.parallemic.org).
- [6] Gosselin, C.M. et Angeles, J. 1991, A global performance index for the kinematic optimization of robotic manipulators. *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 113, No. 3, pp. 220-226.
- [7] Gosselin, C.M., 1990, Determination of the workspace of 6-DOF parallel manipulators. *Journal of Mechanism, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 112. No. 3, pp. 331-336.
- [8] Gosselin C.M., 1990, Singularity analysis of closed-loop kinematic chains. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 6. No. 3, pp. 281-290.
- [9] Merlet, J-P. 1989, Singular configurations of parallel manipulators and Grassman geometry. *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 8. No. 5. pp. 45-56.
- [10] Gosselin C.M. and Wang J.,1995 , Singularity loci of planar parallel manipulator. *9th World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms*, pp. 1982-1986,

- [11] Gosselin, C.M., et Angeles, J. 1989, The optimum kinematic design of a spherical three-degree-of-freedom parallel manipulator. *Journal of Mechanism, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 111. No. 2, pp. 202-207.
- [12] Clavel, R., 1998, DELTA, a fast robot with parallel geometry, *18th Int. Symp. on Industrial Robot*, pp. 91-100.
- [13] Hervé J. M. and Sparacino F., 1991, Structural synthesis of parallel robots generating spatial translation, *Proceeding of the Fifth International Conference on Advanced Robotics*, Vol.1, pp. 808-813.
- [14] Tsai, L. W., 1998, Systematic Enumeration of Parallel Manipulators. *Institute For System Research, (Technical Research Report)*.
- [15] Tsai, L. W., 1999, Robot Analysis : The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators, *John Wiley & Sons*, New York.
- [16] Kong, X., and Gosselin, C. M., 2001 June 1, Generation of Parallel Mechanisms with Three Translational Degrees of Freedom Based on Screw Theory. *Proceeding of 2001 CCToMM Symposium on Mechanisms, Machines and Mechatronics*, Saint-Hubert (Montreal).
- [17] Kong, X., and Gosselin, C. M., 2003, Type synthesis of 3-DOF translational parallel manipulators based on screw theory. *Submitted to ASME Journal of Mechanical Design*.
- [18] Appleberry, W., Anti-Rotation positioning mechanism, brevet US No. 5,156,062, 20 octobre, 1992.
- [19] Tsai, L.W., 2000, Kinematics and Optimisation of a Spatial 3-UPU Parallel Manipulator, *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 122, December 2000, pp. 439-446.
- [20] Giberti H., Righettini P., Tasora A., Design and experimental test of a pneumatic translational 3dof parallel manipulator. Report. 6 p.
- [21] Site web de *Deltaknowledge*,  
[http://www.deltaknowledge.com/gallery/albums/userpics/torx\\_anim2.mpg](http://www.deltaknowledge.com/gallery/albums/userpics/torx_anim2.mpg).
- [22] Zhao, T.S and Huang, Z. 2000, A novel three-DOF translational platform mechanism and its kinematics. *Proceeding of DETC'00, ASME 2000, ref MECH-14101*.
- [23] Bonev, I. Delta Parallel Robot - the Story of Success, *Parallel Mechanisms Information Center (web site)*,  
<http://www.paralleMIC.org/Reviews/Reviews002.html>.

- [24] Clavel, R. Device for the movement and positioning of an element in space, brevet US No. 4,976,582, 11 décembre, 1990.
- [25] Hervé, J.M. and Sparacino, 1991, Star, a new concept in robotics., *Advances in Robot Kinematic*, pp. 176-183.
- [26] Gosselin, C.M., 1990, Stiffness Mapping for Parallel Manipulators. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 6. No. 3, pp. 377-382.
- [27] Zlatanov, D. et al. Constraint singularities, *Parallel Mechanisms Information Center*, <http://www.paralleMIC.org/Reviews/Reviews005.html>, MA : Kluwer 1998, pp. 401-410.
- [28] Tsai, L. W., 1996, Kinematics of a Three-DOF-Platform with Three Extensible Limbs, *Recent Advances in Robot Kinematics* (Lenarcic. J., Parenti-Castelli, V. Eds), Kluwer Academic Publishers, pp. 401-410.
- [29] Parenti-Castelli, V. and Di Gregorio, R., 1998, A translational 3-DOF parallel manipulator. *Recent Advances in Robot Kinematics*, Norwel
- [30] Parenti-Castelli, V. and Di Gregorio, R., 2001, Statics and singularity loci of the 3-UPU wrist. *Proc. IEEE/ASME Int. Conf. Advanced Intelligent Mechatronics*, 2001, pp. 470-475.
- [31] Bonev, I. and Zlatanov, D., The mystery of the SNU translational parallel robot, *Parallel Mechanisms Information Center (web site)*, <http://www.paralleMIC.org/Reviews/Reviews004.html>.
- [32] Liu, G.F. et al., 2003, Singularities of parallel manipulators : A geometric treatment, *IEEE Trans. On Robotics and Automation*, Vol. 19, No. 4, pp. 579-594.
- [33] Han, C. et al., 2002, Kinematic sensitivity analysis of the 3-UPU parallel mechanism. *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 37, pp. 787-798.
- [34] Innocenti, C., 2002, Kinematic clearance sensitivity analysis of spatial structures with revolute joints. *Transactions of the ASME*, Vol. 124, March 2002, pp. 52-57.
- [35] Zappi, M., High dynamics parallel mechanisms : contributions to force transmission and singularity analysis. *Thesis, Laboratoire PMAR de L'Université de Genève*.
- [36] Liu, X-J. and Wang, J., 2003, Some New Parallel Mechanisms Containing the Planar Four-Bar Parallelogram, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 22, No. 9, Septembre 2003, pp. 717-732.

# Annexe A

## Exemple de fonctions Matlab

Cette annexe présente des exemples de fonctions Matlab créées et utilisées lors de l'analyse avancée des mécanisme 3-UPU, 3-PUU et le mécanisme hybride P-2PII. Les fonctions présentées ici sont celles utilisées lors de l'analyse du mécanisme 3-UPU.

Un fonction "*pgi\_UPU*" résout le PGI du mécanisme UPU (voir chapitre 3). L'argument de la fonction contient les données géométriques du mécanisme ainsi que les coordonnées cartésiennes de l'effecteur. Une fois résolue, la fonction renvoie les coordonnées articulaires décrivant la position désirée. Cette fonction est surtout utilisée par les autres fonctions.

La fonction "*Dimension\_UPU*" permet d'obtenir les limites articulaires requises pour atteindre les points extrêmes de la boîte de l'espace atteignable. Ces points sont les 8 points délimitant la boîte de l'espace de travail. Cette analyse donne une dimension approximative des limites articulaires requises.

La fonction "*Work\_UPU*" trace les surfaces supérieures et inférieures de l'espace de travail du mécanisme à partir de la géométrie ainsi que des limites articulaires calculées plus tôt. L'espace de travail est discrédité en plusieurs points et la résolution du PGI permet d'identifier les coordonnées articulaires pour atteindre ce point. Si les coordonnées sont incluses à l'intérieur des limites articulaires calculées précédemment, la position est atteignable. Le nuage de points restant est alors divisé en une surface inférieure et supérieure.

La fonction "*Dexterite\_UPU*" permet de tracer la distribution de dextérité du mécanisme à l'intérieur de l'espace de travail.

## A.1 Mécanisme 3-UPU

### A.1.1 Résolution du PGI

```

1 function S = pgi_upu(px,py,pz,L1,L2,l1,l2);
2 %*****
3 %* S = pgi_upu(px,py,pz,L1,L2,l1,l2);
4 %* Probleme Geometrique Inverse d'un manipulateur 3-UPU
5 %* Calcul de la Jacobienne (J) du manipulateur (J*v_dot = p_dot)
6 %* Conditionnement de la Jacobienne aux point P
7 %* Dexterité du mécanisme au point P
8 %*
9 %* Entrees : la position cartesienne du robot (en mm)-> u(1:3) (ref. Base)
10 %*      Géométrie du mecanisme en mm (L1 x L2) base
11 %*      (l1 x l2) effecteur
12 %* Sortie : C: C{1} = rho1,rho2,rho3
13 %*      C{2} = Matrice Jacobienne J
14 %*      C{3} = dexterite kappa du manipualteur a (px,py,pz)
15 %*      1/||J||*||J-I||
16 %* Par Nicolas Bouchard
17 %* Laboratoire de Robotique – Universite Laval
18 %* Ete 03
19 %* Derniere modification : Aout 2003
20 %*****
21
22 p = [px;py;pz]; %(px, py et pz p/r referentiel de la base)
23
24 %definition des parametres du manipulateur (vecteur ai) de de l' effecteur
25 %bi par rapport aux géométrie de la plateforme (L1 par L2) et de l' effecteur
26 %(l1 par l2) ( voir figure chapitre 4),
27
28 H1 = (L1/2)*tan(pi/6);          %Triangle équilatéral Base
29 H2 = sqrt(L2^2 - (L1^2)/4) - H1;

```

```

30
31 h1 = (l1/2)*tan(pi/6);           %Triangle équilatéral Effecteur
32 h2 = sqrt(l2^2 - (l1^2)/4) - h1;
33
34 a1 = [-L1/2;-H1;0];             %Coordonnée de la base des premiers rotoïde (vecteur a)
35 a2 = [L1/2;-H1;0];
36 a3 = [0;H2;0];
37
38 b1 = [-l1/2;-h1;0];
39 b2 = [l1/2;-h1;0];
40 b3 = [0;h2;0];
41
42 %Géométrie de l'effecteur; ( le vecteur bi représente le vecteur entre le
43 %centre de la plate-forme et le joint universel de la patte i
44
45 e1 = a1 - b1;
46 e2 = a2 - b2;
47 e3 = a3 - b3;
48
49 d1 = sqrt(transpose(p-e1)*(p-e1));
50 d2 = sqrt(transpose(p-e2)*(p-e2));
51 d3 = sqrt(transpose(p-e3)*(p-e3));
52
53 %On retourne la solution
54 rho = [d1;d2;d3];
55
56 % Calcul de la Jacobienne J = [e1;e2;e3]
57
58 s31 = ((p+b1)-a1)/norm((p+b1)-a1);
59 s32 = ((p+b2)-a2)/norm((p+b2)-a2);
60 s33 = ((p+b3)-a3)/norm((p+b3)-a3);
61
62 J = [s31';s32';s33'];
63
64 Jinv = inv(J);
65 kappa = 1/cond(Jinv);
66
67 S{1} = rho;
68 S{2} = J;
69 S{3} = kappa;

```

## A.1.2 Calcul des limites articulaires

```

1
2 function [RHO_MIN,RHO_MAX,ratio] = Dimension_UPU(dim_X,dim_Y,dim_Z,h_espace,L1,L2,l1,l2)
3
4 %*****
5 % Fonction qui calcule la longueur minimale et maximale des
6 % joints prismatiques du UPU afin qu'il puisse atteindre les 8 points extremes
7 % de l'espace de travail devant etre atteint :
8 %
9 % [RHO_MIN, RHO_MAX] = Dimension_UPU(dim_X,dim_Y,dim_Z,h_espace,L1,L2,l1,l2)
10 %
11 % Entree: Dimension de l'espace atteignable (dim_x,dim_y,dim_z)
12 %      la hauteur a laquel l'espace de travail est place (Z_min) (mm)
13 %      Longueur L1 de la base du triangle de la base
14 %      Longueur L2 du cote du triangle de base
15 %      longueur l1 de la base du triangle de l'effecteur
16 %      longueur l2 du cote du triangle de l'effecteur
17 % Sortie: Longueur minimale et maximale des actuateurs pour atteindre
18 %      les points extremes l'espace de travail
19 %
20 %
21 %*****
22
23
24 H1 = (L1/2)*tan(pi/6);          %Triangle équilatéral Base
25 H2 = sqrt(L2^2 - (L1^2)/4) - H1;
26
27 h1 = (l1/2)*tan(pi/6);          %Triangle équilatéral effecteur
28 h2 = sqrt(l2^2 - (l1^2)/4) - h1;
29
30
31 a1 = [-L1/2;-H1;0];             %Coordonnée de la base des premiers rotoide (vecteur a)
32 a2 = [L1/2;-H1;0];
33 a3 = [0;H2;0];
34
35 b1 = [-l1/2;-h1;0];
36 b2 = [l1/2;-h1;0];
37 b3 = [0;h2;0];
38
39 %*****
40 %* Points delimitants l'espace de travail (boite = 8 points) *
41 %*****
42
43 pt1 = [-dim_X/2 -dim_Y/2 h_espace];
44 pt2 = [dim_X/2 -dim_Y/2 h_espace];
45
46 pt3 = pt1 + [0 dim_Y 0];
47 pt4 = pt2 + [0 dim_Y 0];
48
49 pt5 = pt1 + [0 0 dim_Z];
50 pt6 = pt2 + [0 0 dim_Z];
51 pt7 = pt3 + [0 0 dim_Z];
52 pt8 = pt4 + [0 0 dim_Z];
53

```

```

54 pt9 = [0 0 h_espace];           %Autres points...
55 % pt10 = [0 dim_Y/2 dim_Z];
56 % pt11 = [0 -dim_Y/2_Z];
57
58 POINT = {pt1;pt2;pt3;pt4;pt5;pt6;pt7;pt8;pt9};
59
60 RHO_MIN = 10000;
61 RHO_MAX = 0;
62
63
64 for i=1:length(POINT)
65
66     point = POINT{i};
67
68     C = PGLUPU(point(1),point(2),point(3),L1,L2,l1,l2);
69     Longueur = C{1};
70     rho_max = max(Longueur);
71     rho_min = min(Longueur);
72
73     if rho_max > RHO_MAX
74         RHO_MAX = rho_max;
75
76     end
77     if rho_min < RHO_MIN
78         RHO_MIN = rho_min;
79
80     end
81 end
82 end
83
84 ratio = RHO_MAX/RHO_MIN;
85
86
87 figure
88 hold on;                               % ***** Pour tracer la boite ....)
89 grid on
90 view([30 30])
91
92 face1 = [pt1;pt2;pt6;pt5;pt1];
93 face2 = [pt2;pt4;pt8;pt6;pt2];
94 face3 = [pt8;pt4;pt3;pt7;pt8];
95 face4 = [pt3;pt7;pt5;pt1;pt3];
96
97 plot3(face1(:,1), face1(:,2), face1(:,3), '-m*', 'MarkerSize', 4);
98 plot3(face2(:,1), face2(:,2), face2(:,3), '-m*', 'MarkerSize', 4);
99 plot3(face3(:,1), face3(:,2), face3(:,3), '-m*', 'MarkerSize', 4);
100 plot3(face4(:,1), face4(:,2), face4(:,3), '-m*', 'MarkerSize', 4);
101
102 h_mec = h_espace; % hauteur de l'effecteur (base de la boite..)
103
104 b1(3) = h_mec;
105 b2(3) = h_mec;
106 b3(3) = h_mec;
107
108 MANIP1 = [a1';b1';b2';a2';a1'];

```

```
109 MANIP2 = [a2';b2';b3';a3';a2'];
110 MANIP3 = [a3';b3';b1';a1';a3'];
111
112 plot3(MANIP1(:,1),MANIP1(:,2),MANIP1(:,3),'-ro','MarkerSize',6);
113 plot3(MANIP2(:,1),MANIP2(:,2),MANIP2(:,3),'-ro','MarkerSize',6);
114 plot3(MANIP3(:,1),MANIP3(:,2),MANIP3(:,3),'-ro','MarkerSize',6);
115
116 hold off;
117
118
119
```

### A.1.3 Visualisation de l'espace de travail

```

1
2 function S=work_upu(L1,L2,l1,l2,rho_min,rho_max,pz0)
3 %*****
4 %* Tracage de l'espace atteignable d'un manipulateur UPU
5 %*      S=work_upu(L1,L2,l1,l2,rho_min,rho_max)
6 %*
7 %* Entrees : (L1,L2) --> Dimension des cotes du triangle base
8 %*      (l1,l2) --> Dimension des cotes du triangle effecteur
9 %*      (rho_min,rho_max) = Limites articulaires
10 %*
11 %* Sortie : Figure de l'espace atteignable en 3D
12 %*      Surface inférieure et supérieure
13 %*
14 %*
15 %* Par Nicolas Bouchard
16 %* Laboratoire de Robotique – Université Laval
17 %* Ete 03
18 %* Derniere modification : Aout 2003
19 %*****
20
21 %Volume de controle a étudier
22
23 L_x = 600; %Largeur en mm)
24 l_y = 600; %Longueur en mm)
25 h_z = 400; %(Hauteur en mm)
26
27 pts_x = 60; %nombre de point par dimensions du volume de controle
28 pts_y = 60;
29 pts_z = 60;
30
31 %*****
32 %*      Géométrie de la Base et de l'effecteur
33 %*****
34
35
36 H1 = (L1/2)*tan(pi/6);          %Triangle équilatéral Base
37 H2 = sqrt(L2^2 - (L1^2)/4) - H1;
38
39 h1 = (l1/2)*tan(pi/6);          %Triangle équilatéral effecteur
40 h2 = sqrt(l2^2 - (l1^2)/4) - h1;
41
42 a1 = [-L1/2;-H1;0];             %Coordonnée des premiers rotoides de la base (vecteur a)
43 a2 = [L1/2;-H1;0];
44 a3 = [0;H2;0];
45
46 b1 = [-l1/2;-h1;0];            %Coordonnée des premiers rotoides de l'effecteur (vecteur b)
47 b2 = [l1/2;-h1;0];
48 b3 = [0;h2;0];
49
50
51 pt = 1;
52
53 for i=0: L_x/pts_x: L_x

```

```

54   for j=0: l_y/pts_y : l_y
55       for k=0: h_z/pts_z : h_z
56
57           px = -L_x/2 + i;           %Calcul de la coordonee du premier point
58           py = -l_y/2 + j;
59           pz = pz0 + k;
60
61
62
63           d = PGI_UPU(px,py,pz,L1,L2,l1,l2); %Calcul des longueurs des membrures pour atteindre le point
64           %specifié
65           C = d{1};
66           rho1=C(1);                 %Longueur des membrures obtenues
67           rho2=C(2);
68           rho3=C(3);
69
70           %Vérification que le point est inclu dans les limites articulaires
71
72           if rho1 >= rho_min & rho2 >= rho_min & rho3 >= rho_min & rho1 <= rho_max & rho2 <= rho_max
73               & rho3 <= rho_max
74               PTS(pt,:)= [px,py,pz];
75               pt=pt+1;
76           end
77       end
78   end
79 end
80
81 %plot3(PTS(:,1),PTS(:,2),PTS(:,3),'.', 'MarkerSize',5) %Tracage des points obtenues
82
83 NV_PTS = work_surf(PTS,pt)           % Fonction qui ne garde que les points supérieurs
84                                           % et inférieurs de la matrice et trace les points
85
86 surface_sup = surf_sup(NV_PTS);      % Fonction qui garde les points supérieurs
87 surface_inf = surf_inf(NV_PTS);     % Fonction qui garde les points inférieurs
88
89 S1 = surf_triang(surface_sup);       %Fonction de triangulation permettant d'obtenir une
90 S2 = surf_triang( surface_inf );    %surface a partir des points obtenues
91
92 t1 = S1{1};                          %Tracage de la surface supérieure et inférieur
93 X1 = S1{2};
94 Y1 = S1{3};
95 Z1 = S1{4};
96
97 t2 = S2{1};
98 X2 = S2{2};
99 Y2 = S2{3};
100 Z2 = S2{4};
101
102 figure
103 hold on
104 plot3(PTS(:,1),PTS(:,2),PTS(:,3),'.', 'MarkerSize',3) %Tracage des points obtenues
105 trisurf(t1,X1,Y1,Z1)
106 trisurf(t2,X2,Y2,Z2)
107 grid on
108 hold off

```

```

109
110
111 %*****
112 % %Tracage du mecanisme (base et effecteur) % (optionel)
113 %*****
114 %
115 % hauteur = 200; %hauteur de l'effecteur
116 %
117 % b1(3) = hauteur;
118 % b2(3) = hauteur;
119 % b3(3) = hauteur;
120 %
121 % MANIP1 = [a1';b1';b2';a2';a1'];
122 % MANIP2 = [a2';b2';b3';a3';a2'];
123 % MANIP3 = [a3';b3';b1';a1';a3'];
124 %
125 % plot3(MANIP1(:,1),MANIP1(:,2),MANIP1(:,3),'-ro','MarkerSize',6);
126 % plot3(MANIP2(:,1),MANIP2(:,2),MANIP2(:,3),'-ro','MarkerSize',6);
127 % plot3(MANIP3(:,1),MANIP3(:,2),MANIP3(:,3),'-ro','MarkerSize',6);
128 %
129 %*****
130 % %Tracage de l'espace devant etre atteint
131 %*****
132 % h_boite = 150; %hauteur de la boite de l'espace atteignable
133 %
134 % bt1 = [-75 -H1 h_boite];
135 % bt2 = [75 -H1 h_boite];
136 %
137 % bt3 = bt1 + [0 100 0];
138 % bt4 = bt2 + [0 100 0];
139 %
140 % bt5 = bt1 + [0 0 100];
141 % bt6 = bt2 + [0 0 100];
142 % bt7 = bt3 + [0 0 100];
143 % bt8 = bt4 + [0 0 100];
144 %
145 % face1 = [bt1;bt2;bt6;bt5;bt1];
146 % face2 = [bt2;bt4;bt8;bt6;bt2];
147 % face3 = [bt8;bt4;bt3;bt7;bt8];
148 % face4 = [bt3;bt7;bt5;bt1;bt3];
149 %
150 % plot3(face1(:,1), face1(:,2), face1(:,3),'- m*','MarkerSize',4);
151 % plot3(face2(:,1), face2(:,2), face2(:,3),'- m*','MarkerSize',4);
152 % plot3(face3(:,1), face3(:,2), face3(:,3),'- m*','MarkerSize',4);
153 % plot3(face4(:,1), face4(:,2), face4(:,3),'- m*','MarkerSize',4);
154 %
155 % hold off
156 S=Nv_PTS

```

## A.1.4 Analyse de la dextérité

```

1 function [DEXT_MAX,DEXT_MEAN,DEXT_MIN,DEXT] = Dexterite_UPU(dim_X,dim_Y,Z_min,Z_max,L1,L2,l1,l2)
2
3 %*****
4 %* [DEXT_MAX,DEXT_MEAN,DEXT_MIN,DEXT] = Dexterite_UPU(dim_X,dim_Y,Z_min,Z_max,L1,L2,l1,l2)
5 %*
6 %* Fonction qui calcule, stock et trace la dexterite du manipulateur 3-UPU en fonction de Z
7 %* dans l'espace de travail (dim_X, dim_Y, dim_Z)
8 %* Ayant des parametres geometriques:
9 %* ENTREE:
10 %* (L1,L2,l1,l2) --> Dimension des cotes des triangles de la base et
11 %* de l' effecteur ;
12 %* (dim_X,dim_Y,dim_Z) --> Dimensions de l'espace atteignable (centré en 0,0)
13 %* (Z_min,Z_max) --> Hauteur (Z) de l'espace atteignable
14 %*
15 %*
16 %* SORTIE: Figure: Dexterité minimale, Dexterité maximale et dextérité moyenne (en fonction de Z)
17 %*****
18
19
20 %*****
21 %* Discretisation *
22 %*****
23
24 pts_X = 40;
25 pts_Y = 40;
26 pts_Z = 40;
27
28 dX = dim_X/pts_X;
29 dY = dim_Y/pts_Y;
30 dZ = (Z_max-Z_min)/pts_Z;
31
32 for k=1:pts_Z+1
33     Z = Z_min + (k-1)*dZ;
34
35
36 DEXT{k}=zeros(pts_X*pts_Y,3);
37 pt = 1;
38
39
40     for i=1:pts_X+1
41         X = -dim_X/2 + (i-1)*dX;
42         for j=1:pts_Y+1
43             Y = -dim_Y/2 + (j-1)*dY;
44             PGI = PGI_UPU(X,Y,Z,L1,L2,l1,l2);
45             kappa = PGI{3};
46             MAT(pt,:) = [X,Y,kappa];
47             pt = pt+1;
48
49         end
50     end
51
52 % Donnes sur la dexterite a cette hauteur de Z
53 %plot3(MAT(:,1),MAT(:,2),MAT(:,3),'.', 'MarkerSize',4)

```

```

54  max_dex = max(MAT(:,3));
55  min_dex = min(MAT(:,3));
56  mean_dex = mean(MAT(:,3));
57
58  DEXT_MAX(k,:) = [Z,max_dex];           % Stockage des max–min–mean pour une hauteur de H donnee
59  DEXT_MEAN(k,:) = [Z,mean_dex];
60  DEXT_MIN(k,:) = [Z,min_dex];
61  DEXT{k} = MAT;
62
63  end
64
65  figure
66  hold on
67  grid on
68  subplot(2,2,1)
69  plot(DEXT_MAX(:,1),DEXT_MAX(:,2),'-o','MarkerSize',3);
70  xlabel('Z⊥(mm)')
71  ylabel('Dexterite⊥(\kappa)')
72  title('Dexterite⊥maximale')
73
74
75  subplot(2,2,2)
76  plot(DEXT_MEAN(:,1),DEXT_MEAN(:,2),'-o','MarkerSize',3);
77  xlabel('Z⊥(mm)')
78  ylabel('Dexterite⊥(\kappa)')
79  title('Dexterite⊥moyenne')
80
81  subplot(2,2,3)
82  plot(DEXT_MIN(:,1),DEXT_MIN(:,2),'-o','MarkerSize',3);
83  xlabel('Z⊥(mm)')
84  ylabel('Dexterite⊥(\kappa)')
85  title('Dexterite⊥minimale')
86  hold off
87

```

# Annexe B

## Vues auxiliaires d'espaces atteignables

Cette annexe présente plusieurs vues des espaces atteignables des mécanismes. L'analyse des espaces atteignables permettent de mieux comprendre les limites des architectures. Les limites des espaces atteignables représentent des lieux de singularité à éviter.

## B.1 Espace atteignable du 3-UPU

Les figures suivantes présentent des vues auxiliaires de l'espace atteignable obtenus au chapitre 3.

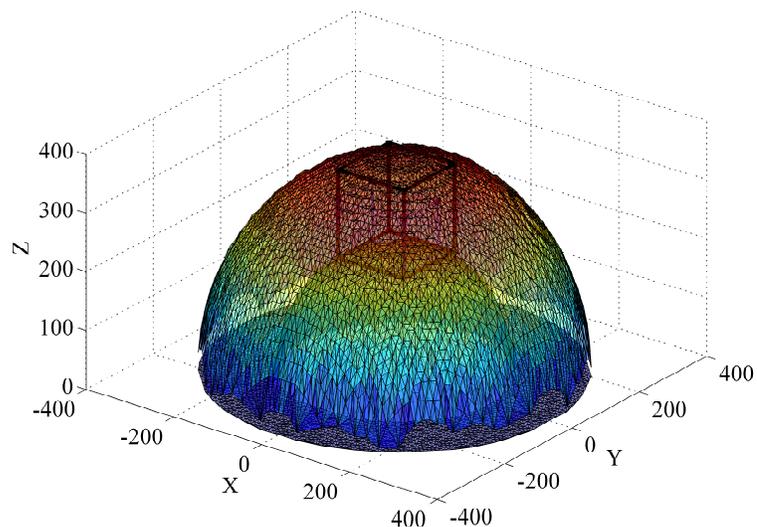


FIG. B.1 – Vue isométrique de l'espace atteignable du mécanisme 3-UPU.

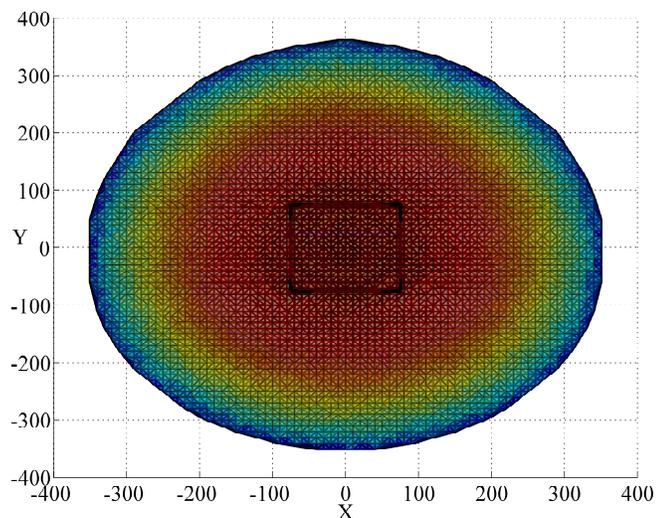


FIG. B.2 – Vue dans le plan XY de l'espace atteignable du mécanisme 3-UPU.

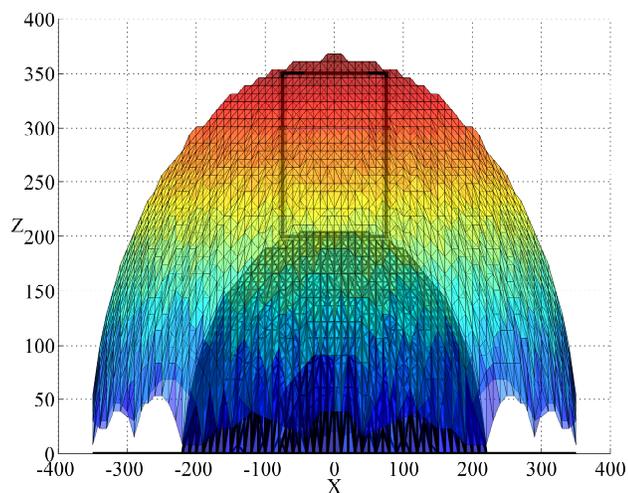


FIG. B.3 – Vue dans le plan XZ de l'espace atteignable du mécanisme 3-UPU.

## B.2 Espace atteignable du 3-PUU

Les figures suivantes présentent des vues auxiliaires de l'espace atteignable obtenus au chapitre 3.

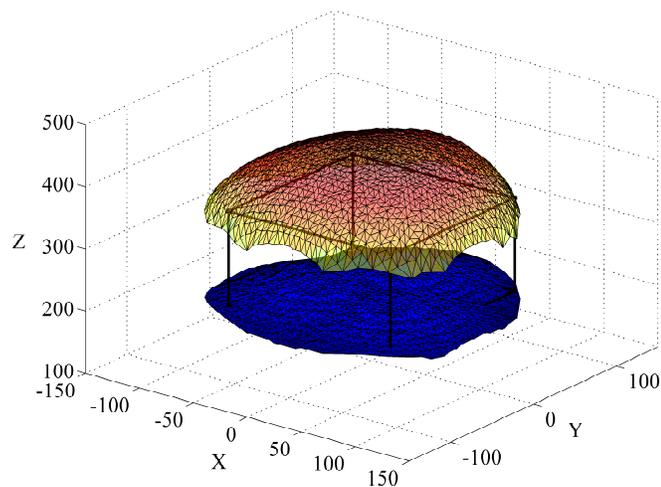


FIG. B.4 – Vue isométrique de l'espace atteignable du mécanisme 3-PUU.

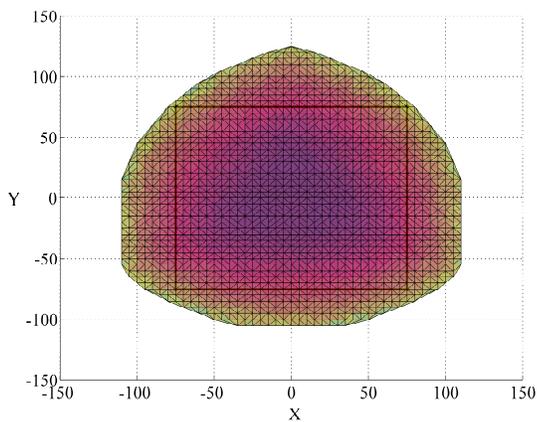


FIG. B.5 – Vue dans le plan XY de l'espace atteignable du mécanisme 3-PUU.

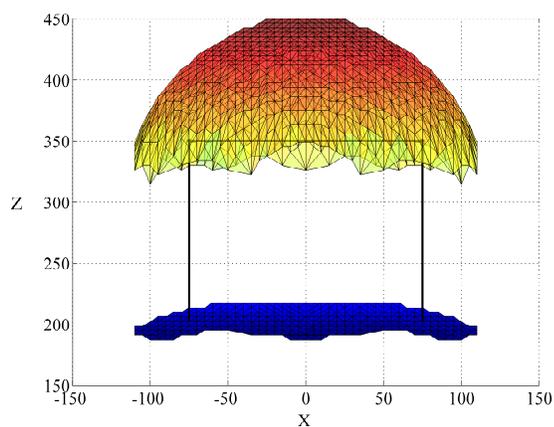


FIG. B.6 – Vue dans le plan XZ de l'espace atteignable du mécanisme 3-PUU.

### B.3 Espace atteignable du mécanisme hybride P-2PII

Les figures suivantes présentent des vues auxiliaires de l'espace atteignable obtenues au chapitre 3.

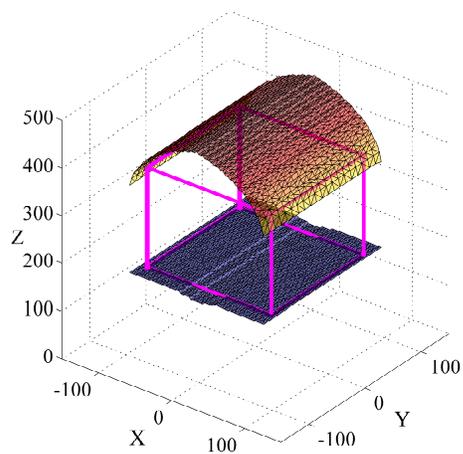


FIG. B.7 – Vue isométrique de l'espace atteignable du mécanisme hybride P-2-PII.

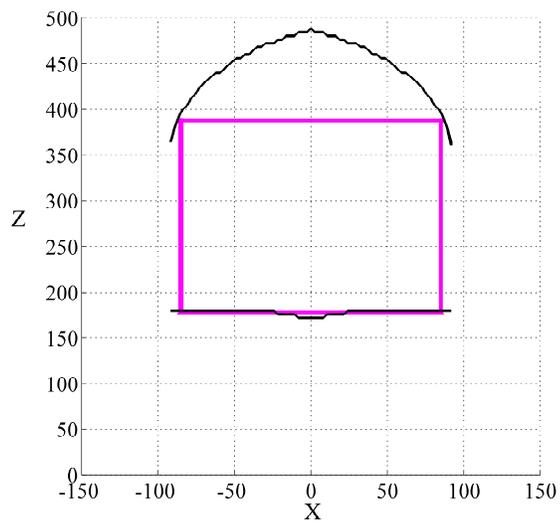


FIG. B.8 – Vue dans le plan XZ de l'espace atteignable du mécanisme hybride P-2-PII.

# Annexe C

## Fonctions Matlab du mécanisme hybride 4-UU-H

Cette annexe présente les fonctions Matlab utilisées pour résoudre le PGI du mécanisme final et pour obtenir l'espace atteignable et évaluer la dextérité.

## C.1 Résolution du PGI

```

1 function C=PGL PARA(L,x,y);
2 %*****
3 %* Probleme Geometrique Inverse d'un 2 D de type parallélogramme
4 %* C=PGL PARA(L1,x,y);
5 %*
6 %* Entrees : la position cartesienne du robot (en mm) -> (x,y)
7 %*           Géométrie du mecanisme en mm (L1: longueur de la patte
8 %*           (l1 x l2) effecteur
9 %*           (m1,m2,m3) longueur des membrures
10 %* Sortie : C: C{1} = theta1, theta2
11 %*           C{2} = Matrice Jacobienne J
12 %*           C{3} = dexterite kappa du manipualteur a (px,py,pz)
13 %*           1/||J||*||J-I||
14 %*
15 %* Par Nicolas Bouchard
16 %* Laboratoire de Robotique – Universite Laval
17 %* Ete 03
18 %* Derniere modification : avril 2004
19 %*****
20
21 %Conversion de l'angle en Radian
22 th_2 = asin(-x/L);
23 th_1 = acos(y/(L*cos(th_2)));
24 Z = L*sin(th_1)*cos(th_2);
25
26 th1_deg = (th_1/pi)*180 ;
27 th2_deg = (th_2/pi)*180;
28
29 C{1} = [th1_deg;th2_deg;Z];
30 % C{1} = rho;
31 % C{2} = J;
32
33 J = [ 0 -L*cos(th_2) ; %0
34       -L*sin(th_1)*cos(th_2) -L*cos(th_1)*sin(th_2)];% 0;
35       %L*cos(th_1)*cos(th_2) -L*sin(th_1)*sin(th_2) 1]
36
37 %Conditionnement de la matrice:
38 Jinv = inv(J);
39 kappa = 1/cond(Jinv);
40 % %Calcul de la Jacobienne a la position (d_point = J * v)
41 C{2} = kappa;
42
43 %   C{1}=[NaN;NaN;NaN];
44 %   C{2} = NaN;
45 %   C{3}= NaN;
46 % end
47
48
49
50
51

```

## C.2 Visualisation de l'espace de travail

```

1 function S=work_para(L1,th1_min,th1_max,th2_min,th2_max)
2 %*****
3 %* Tracage de l'espace atteignable du manipulateur parallepipedique
4 %*      S=work_para(L1,th1_min,th1_max,th2_min,th2_max)
5 %*
6 %* Entrees : (L1,L2) --> Dimension des cotes du triangle base
7 %*      (l1,l2) --> Dimension des cotes du triangle effecteur
8 %*      (rho_min,rho_max) = Stroke de Y et Z
9 %*
10 %* Sortie : Figure de l'espace atteignable en 3D
11 %*
12 %* Par Nicolas Bouchard
13 %* Laboratoire de Robotique – Universite Laval
14 %* Derniere modification : Avril 2004
15 %*****
16
17 %*****
18 %*      Volume de controle a etudier ( Discretisation ) *
19 %*****
20 L_x = 170; %(Largeur en mm)
21 l_y = 170; %(Longueur en mm)
22 hz_min = 150;
23 hz_max = 205; %(Hauteur en mm)
24
25 pts_x = 20; %nombre de point par dimensions du volume de controle
26 pts_y = 20;
27
28
29 pt = 1;
30 for i=0: (L_x/pts_x) : L_x
31     for j=0: (l_y/pts_y) : l_y
32
33
34         px = -L_x/2 + i;                                %Calcul de la coordonee du premier point en X
35
36         py = -l_y/2 + j;                                %La boite de calcul est centree en 0,0
37
38                                                     %Arguments de la fonction PGLPUU
39         C = PGLPARA(L1,px,py);                            %Calcul des longueurs des membrures pour atteindre le point
40         d = C{1};                                         %specifié
41
42         th1=d(1);                                         %Longueur des membrures obtenues
43         th2=d(2);
44         z=d(3);
45
46         %Vérification que le point est dans les limites des actuateurs a l'interieur de rho_min–rho_max
47
48         if th1 >= th1_min & th1 <= th1_max & th2 >= th2_min & th2 <= th2_max
49             PTS(pt,:)= [px,py,z];
50             pt=pt+1;
51         end
52     end

```

```
53     end
54
55 S1 = surf.triang(PTS);           %Fonction qui trace une surface p/r aux points obtenues
56 %S2 = surf.triang(surface_inf); %tracage de la surface inférieur
57
58 t1 = S1{1};
59 X1 = S1{2};
60 Y1 = S1{3};
61 Z1 = S1{4};
62
63 % t2 = S2{1};
64 % X2 = S2{2};
65 % Y2 = S2{3};
66 % Z2 = S2{4};
67
68 figure
69 hold on
70 plot3(PTS(:,1),PTS(:,2),PTS(:,3),'.','MarkerSize',3) %Tracage des points obtenues
71 trisurf(t1,X1,Y1,Z1)
72 grid on
73 hold off
74 S=S1;
```

## C.3 Analyse de la dextérité

```

1 function DEXT = Dexterite_para(dim_X,dim_Y,L)
2
3 %*****
4 %* [DEXT_MAX,DEXT_MEAN,DEXT_MIN,DEXT] = Dexterite_para(dim_X,dim_Y,L)
5 %* Fonction qui calcul, stocke et trace la dexterite du manipulateur èa
6 %* parallélogrammes
7 %* Ayant des parametres geometriques:
8 %*
9 %* ENTREE:
10 %* (L)      --> Dimension de la patte
11 %* (dim_X,dim_Y ) --> Dimensions de l espace atteignable
12 %* SORTIE:
13 %*
14 %*****
15
16 %*****
17 %* Discretisation *
18 %*****
19
20 pts_X = 20;
21 pts_Y = 20;
22
23 dX = dim_X/pts_X;
24 dY = dim_Y/pts_Y;
25
26 k=1;
27 DEXT=zeros(pts_X*pts_Y,3);
28 pt = 1;
29 for i=1:pts_X+1
30     X =-dim_X/2 + (i-1)*dX;
31     for j=1:pts_Y+1
32         Y=-dim_Y/2 + (j-1)*dY;
33         PGI = PGI_para(L,X,Y);
34         kappa = PGI{2};
35         MAT(pt,:) = [X,Y,kappa];
36         pt = pt+1;
37
38     end
39 end
40
41
42 DEXT= MAT;
43
44

```

# Annexe D

## Croquis du mécanisme hybride final

Cette annexe présente des croquis d'assemblage du mécanisme hybride final. Toutes les composantes sont présentées en détails. Les numéros de catalogue sont donnés pour les pièces à commander. Les autres pièces seront fabriquées à l'atelier du département de génie mécanique.

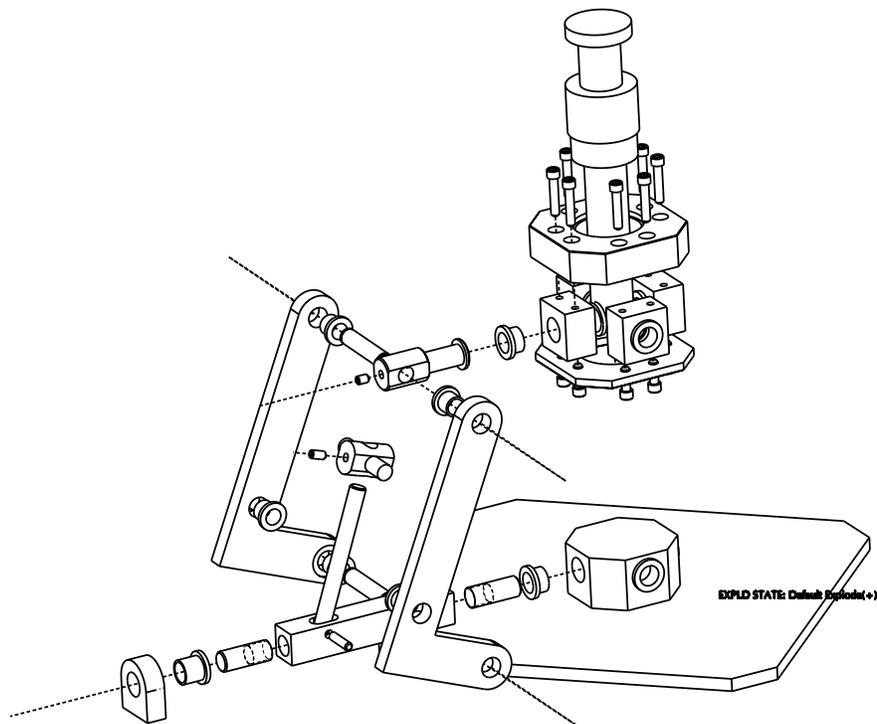


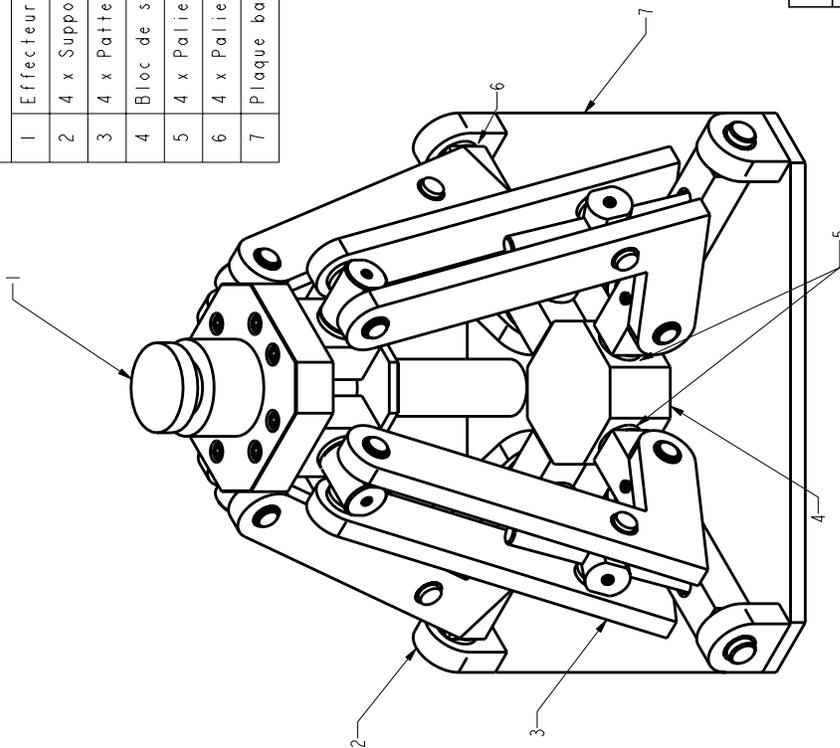
FIG. D.1 – Vue explosée d'une patte du mécanisme.

La figure D.1 présente une vue explosée du mécanisme. Trois pattes ont été cachées afin de faciliter la compréhension. Trois croquis sont ensuite présentés :

1. Le croquis (ROBOT-GMC-04-1) présente une vue complète du mécanisme.
2. Le croquis (ROBOT-GMC-04-2) présente une vue explosée de l'effecteur.
3. Le croquis (ROBOT-GMC-04-3) présente une vue explosée de la patte.

Composantes

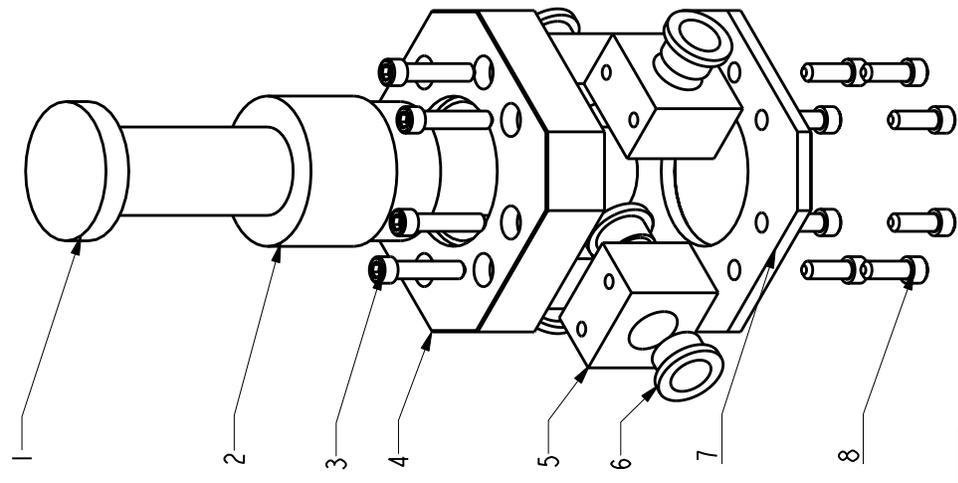
1	Effecteur	Voir dessin # ROBOT-GMC-04-2
2	4 x Supports d'axe	Atelier
3	4 x Pattes	Voir dessin # ROBOT-GMC-04-3
4	Bloc de supports 4 axes	Atelier
5	4 x Paliers lisses	Boston Gear #FB810-8
6	4 x Paliers lisses	Boston Gear #FB810-5
7	Plaque base	Atelier



<b>UNIVERSITÉ LAVAL</b>		Faculté des sciences et de génie	
Dessiné par N.Bouchard		Département de génie mécanique	
Vérifié par		Mécanisme Hybride Final	
Tolérance		Échelle 2:25	Unités mm
Tolérance angle		DESSIN NO. ROBOT-GMC-04-1	

FICHER MODELE: MECANISME\_GM\_FINAL  
FICHER DESSIN: MEC\_GM\_FINAL

format PA, 2004  
mécatronique



Effecteur	
1	Visse ACME $\varnothing 1/4$ Roton #60174
2	Bague ACME Bronze Roton #90182
3	8 x Vis Six pans creux, $\varnothing 1/4$ L = 1 1/4"
4	Plaque Dessus Atelier
5	4 x Blocs des axes Atelier
6	8 x Paliers lisses Boston Gear #FB10-4
7	Plaque Dessous Atelier
8	8 x Vis Six pans creux $\varnothing 1/4$ L = 3/4"

UNIVERSITÉ LAVAL		Faculté des sciences et de génie Département de génie mécanique	
Dessiné par	N. Bouchard	EFFECTEUR- VUE EXPLOSÉE	
Vérifié par		Échelle	0,200 Unités mm
Tolérance		DESSIN NO.	ROBOT-GMC-04-2

FICHER MODELE: EFFECTEUR\_FINAL  
FICHER DESSIN: EFFECTEUR

Form 1 PA, 2004  
métrique

Composantes

1	Axe de l'effecteur	Atelier
2	Axe 1	Atelier
3	6 x Palier lisses	Boston Gear # FB810-5
4	2 x Membrures	Atelier
5	Vis à pression	Ø1/4 L=3/8
6	Bague	Atelier
7	Axe passif	Atelier
8	Axe 2	Atelier
9	Axe fileté 1	Atelier
10	Axe rectangulaire	Atelier
11	Pin	Atelier
12	Vis à pression	Ø1/4 L=1/2
13	Axe fileté 2	Atelier
14	Vis à pression	Ø1/4 L=3/8

**UNIVERSITÉ LAVAL**

Dessiné par	N. Bouchard
Vérifié par	
Tolérance	
Tolérance angle	

*Faculté des sciences et de génie  
Département de génie mécanique*

**PATTE VUE EXPLOSÉE**

Échelle	1:5	Unités	mm
DESSIN NO.	ROBOT-GMC-04-3		

FICHER MODELE: PATTE\_FINAL  
FICHER DESSIN: PATTE\_EXPLOSE

format PA3\_2004  
métrique

# Annexe E

## Mécanismes à 1 ddl non retenus

Cette annexe présente deux autres solutions de mécanismes translationnels non-retenus lors de la conception du mécanisme. Le mécanisme à 1 ddl est ajouté au mécanisme à parallélogrammes présenté au chapitre 5. Les mécanismes non-retenus sont présentés ici car ils présentent certaines caractéristiques intéressantes.

## E.1 Mécanisme translationnel 1

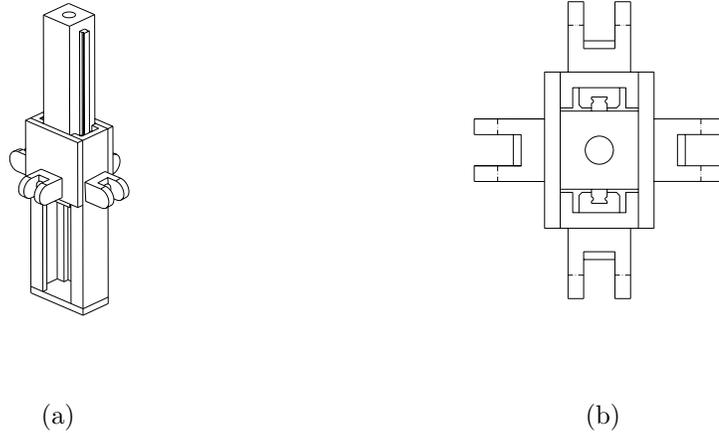


FIG. E.1 – Mécanisme translationnel 1 : (a) Vue isométrique (b) Vue du dessus.

Ce design de mécanisme utilise une vis à billes et deux glissières (voir la figure E.1). Les deux glissières sont positionnées de chaque côté d'un tiroir et sont utilisées pour guider l'effecteur dans la direction verticale. Les guides reprennent les efforts dans les directions  $XY$  et la vis reprend ceux en  $Z$ . La vis est positionnée à l'intérieur du mécanisme et commande les déplacements du tiroir. L'actionnement se fait à la base du mécanisme par la rotation de la vis.

## E.2 Mécanisme translationnel 2

Une autre possibilité de design est présentée à la figure E.2. La position de la vis sur la face supérieure permet un accès facile lors du positionnement de l'effecteur. Ce mécanisme utilise encore deux glissières pour reprendre les efforts et guider la vis. Cette architecture est intéressante car elle permet d'avoir un axe passant dans une direction rigidifiant ainsi la structure..

Les mécanismes utilisant des guides n'ont pas été retenus car ils nécessitent un montage très précis et fastidieux. L'alignement des guides est important pour ne pas obtenir d'efforts internes dans la vis. Les guides sont fragiles aux saletés et peuvent bloquer s'il y a dépôt de débris. Les coûts de revient par effecteur ne sont pas avantageux

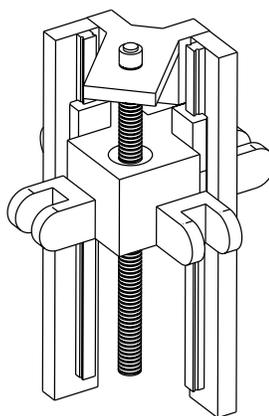


FIG. E.2 – Vue isométrique du mécanisme à 1 ddl translationnel.

pour une fabrication à grand volume. Le mécanisme à vis ACME s'est avéré être plus économique et plus adéquat pour l'utilisation du mécanisme de positionnement.