

NICOLAS POULIOT

**ANALYSE, OPTIMISATION ET CONCEPTION
DE MÉCANISMES DE SIMULATION DE MOUVEMENT
À TROIS DEGRÉS DE LIBERTÉ**

Mémoire
présenté
à la Faculté des études supérieures
de l'Université Laval
pour l'obtention
du grade de maître ès sciences (M.Sc.)

Département de génie mécanique
FACULTÉ DES SCIENCES ET DE GÉNIE
UNIVERSITÉ LAVAL
QUÉBEC

AOÛT 1997

© Nicolas Pouliot, 1997

Résumé

Les deux objectifs principaux poursuivis dans ce projet sont les suivants: 1) l'étude comparative de la qualité des sensations de mouvement obtenues par différents types de plates-formes de mouvement simplifiées, ne possédant que 3 degrés de liberté, par rapport à celles obtenues avec un simulateur classique, à 6 degrés de liberté; et 2) la conception cinématique suivie de l'optimisation de systèmes mécaniques à 3 degrés de liberté pouvant servir de plate-forme de génération de mouvement pour simulateur.

Nous avons obtenu des résultats très encourageants en regard du premier objectif. Cette constatation nous poussa à poursuivre la recherche et au moins cinq (5) architectures distinctes furent générées, analysées et optimisées en regard du second objectif. Parmi celles-ci, une architecture fut retenue à titre d'exemple et sa conception préliminaire fut réalisée, ainsi qu'une analyse sommaire des forces requises à ses actionneurs.

Nicolas Pouliot

Clément Gosselin

Avant-propos

... Les fabuleuses statistiques continuaient à couler du télécran. Comparativement à l'année précédente, il y avait plus de nourriture, plus de maisons, plus de meubles, plus de casseroles, plus de combustible, plus de navires, plus d'hélicoptères, plus de livres, plus de bébés, plus de tout en dehors de la maladie, du crime et de la démence.

...

'Il y a un slogan du Parti qui se rapporte à la maîtrise du passé, dit-il. Répétez-le, je vous prie.'

—Qui commande le passé commande l'avenir; qui commande le présent commande le passé, répéta O'Brien obéissant.

George Orwell, '1984'.

Le choix de pousser plus loin ou non les études a toujours constitué pour moi un dilemme émotif: aimer poursuivre l'apprentissage, approfondir les concepts au risque de se sur-spécialiser dans un domaine ou, au contraire, sauter dans 'le vrai monde', se sentir vraiment utile à quelque chose et alors renoncer à la Vie d'étudiant, pleine de liberté, de privilèges et d'insouciance. J'ai réellement hésité avant de m'inscrire aux études universitaires et il me fallu trois semaines après le bacc. pour choisir entre le marché du travail et ce projet de maîtrise. Alors voilà, 2 ans plus tard, à la veille de déposer, je suis content de dire que je ne regrette rien! Bien au contraire, je crois avoir

passé de très belles années au lab. et malgré certaines frustrations passagères je suis très heureux d'y avoir séjourné.

Je me dois maintenant de remercier mes parents pour m'avoir poussé à faire les efforts nécessaires et permis de développer le goût du défi. Grâce à eux, j'ai appris beaucoup sur l'attitude positive à avoir dans la vie, sur l'utilité de la curiosité et sur l'importance de la famille. J'en suis très reconnaissant.

Merci beaucoup à Caroline pour son support, son écoute, ses encouragements, ses remontrances, ses taquineries, pour la pression qu'elle a mise sur mes épaules et pour son aide à relaxer. Merci pour son enseignement patient de la biochimie, pour les idées parfois différentes des miennes qu'elle m'oppose, pour ses talents de co-pilote, pour sa sensibilité, sa force malgré des apparences fragiles. Merci à Caro pour son légendaire sourire que je sais sincère, pour la confiance qu'elle a eue en moi ainsi que pour exprimer certains doutes qu'elle ressent à mon égard. Je ne peux aussi que la remercier pour sa clairvoyance, pour son sérieux, son aide, son souci du détail, voire de la perfection et pour le fait qu'elle me supporte encore... Merci pour ton amitié et merci pour ton amour. J'apprécie beaucoup et cela est toujours aussi important pour moi.

Je remercie également l'équipe du laboratoire de robotique pour les discussions et les débats générés (et ce même si à plusieurs reprises je finissais de dîner dans la déprime). Merci bien sûr pour l'aide technique mais surtout pour la complicité et la camaraderie. Je destine évidemment aussi ces remerciements à l'équipe de l'université de Victoria, à Ole Gabrielsen et aux membres du lab. de Québec que j'ai pu connaître avant le début de ma maîtrise.

J'exprime enfin ma reconnaissance à mes directeurs de projet, Clément Gosselin et Meyer Nahon. Ils m'ont tous deux laissé beaucoup de liberté dans mon travail, répondant à mes questions de façon claire et motivante. Leurs qualités et expériences communes mais aussi complémentaires m'ont grandement aidé dans mon travail. Ce sont des personnes très efficaces et dont la passion pour leur science est très communicative. Merci tout spécialement à Clément qui m'a permis d'apprendre énormément depuis 1993. J'ai ainsi pu profiter de ses connaissances, de sa rigueur scientifique, de son intelligence, de sa disponibilité et de son dévouement exceptionnel.

Table des matières

Résumé	i
Avant-propos	ii
Table des matières	iv
Liste des tableaux	vii
Liste des figures	viii
Introduction	1
1 Notions préliminaires	5
1.1 Les sous-systèmes inhérents aux simulateurs	6
1.2 Repères associés et orientation dans l'espace	8
1.3 Perception des sensations de mouvement	10
1.4 Algorithme du <i>Washout Filter</i>	11
1.5 Notes récapitulatives	14
2 Méthodologie visant l'étude des performances des simulateurs	15
2.1 Algorithme de production des résultats	15
2.2 Manœuvres d'évaluation	17
2.3 Position d'évaluation du <i>Washout Filter</i>	19
2.4 Plates-formes de génération de mouvement	20
2.5 Bloc d'émulation à hautes-fréquences	22
2.6 Remarques préliminaires aux résultats	23

2.6.1	Hypothèses limitatives	23
2.6.2	Combinaisons à l'étude	24
2.6.3	Définition d'indices de performance	25
2.7	Notes récapitulatives	26
3	Exemples graphiques et analyse des résultats	28
3.1	Manœuvre de décollage (MD)	29
3.2	Manœuvre des doubles virages (MV)	32
3.3	Manœuvre de la double poussée (MP)	34
3.4	Manœuvre des turbulences (MT)	36
3.5	Analyse globale des résultats	38
4	Modélisation cinématique des architectures étudiés	41
4.1	Considérations générales	41
4.2	Modélisation des architectures	44
4.2.1	Architecture SPH555	44
4.2.2	Architecture SPH366	47
4.2.3	Architecture SPH3666	50
4.2.4	Architecture ETR555	50
4.2.5	Architecture ETR366	56
4.3	Processus de vérification des équations	60
4.3.1	Vérification des équations du PGI	60
4.3.2	Vérification des équations de la jacobienne	61
4.4	Modélisation du module d'actionnement	62
4.5	Notes récapitulatives	64
5	Optimisation cinématique des mécanismes sélectionnés	66
5.1	Espace atteignable visé	67
5.2	Fonction caractéristique à optimiser	69
5.3	Algorithme d'optimisation utilisé	70
5.4	Optimisation des architectures	72
5.4.1	Architecture SPH555	73
5.4.2	Architecture SPH366	74
5.4.3	Architecture ETR555	77
5.4.4	Architecture ETR366	80

5.5	Optimisation du module d'actionnement	82
5.6	Analyse globale des résultats	84
6	Design conceptuel d'un mécanisme de simulation à 3 degrés de liberté	86
6.1	Modélisation du simulateur	87
6.2	Évaluation des efforts requis aux actionneurs	91
6.2.1	Efforts requis pour atteindre les performances visées.	92
6.2.2	Efforts requis pour réaliser les manœuvres d'évaluation.	94
	Conclusion	96
	Bibliographie	99
A	Résultats bruts de la comparaison	103
B	Autres architectures cinématiques et module d'actionnement	113
B.1	Architecture SPH555 (II)	113
B.2	Architecture SPH3666	115
B.3	Architecture ETR456	116
B.4	Module d'actionnement à cinq barres	118
C	Figures illustrant certains simulateurs utilisés comme comparaison	121
D	Efforts requis pour réaliser les manœuvres d'évaluation	125

Liste des tableaux

2.1	Contenu des fichiers de conditions initiales.	17
2.2	Débattements et limites physiques de l'architecture STW.	24
2.3	Combinaisons étudiées.	24
5.1	Espace atteignable comparé de différents simulateurs.	68
5.2	Valeurs numériques utilisées lors des optimisations.	72
5.3	Valeurs caractéristiques de l'optimisation de SPH555.	73
5.4	Valeurs caractéristiques de l'optimisation de SPH366.	77
5.5	Valeurs caractéristiques de l'optimisation de ETR555.	79
5.6	Valeurs caractéristiques de l'optimisation de ETR366.	81
5.7	Valeurs caractéristiques de l'optimisation du module d'actionnement.	83
6.1	Cahier des charges d'une plate-forme mobile.	87
6.2	Propriétés inertielles de la plate-forme modélisée.	88
6.3	Dimensions caractérisant l'architecture du simulateur.	89
6.4	Dimensions caractérisant les modules d'actionnement.	89

Liste des figures

1.1	Sous-systèmes des simulateurs de vol.	6
1.2	Repères de base.	8
1.3	Schéma de l'algorithme du <i>Washout Filter</i>	13
2.1	Algorithme de production de résultats.	16
2.2	Manœuvres d'évaluation.	18
2.3	Architectures cinématiques à l'étude.	21
3.1	Forces spécifiques générées et perçues lors de la MD.	30
3.2	Indices de performance obtenus pour chacune des manœuvres.	32
3.3	Forces spécifiques générées et perçues lors de la MV.	33
3.4	Forces spécifiques générées et perçues lors de la MP.	35
3.5	Forces spécifiques générées et perçues lors de la MT.	37
4.1	Architecture SPH555.	45
4.2	Architecture SPH366.	48
4.3	Architecture ETR555.	50
4.4	Architecture ETR366.	57

4.5	Module d'actionnement à 4 barres.	62
5.1	Algorithme d'optimisation.	71
5.2	Exemple d'optimisation pour l'architecture SPH555.	74
5.3	Contraintes nécessaires à la stabilisation.	75
5.4	Exemple d'optimisation pour l'architecture SPH366.	77
5.5	Exemple d'optimisation pour l'architecture ETR555.	80
5.6	Exemple d'optimisation pour l'architecture ETR366.	81
5.7	Exemple d'optimisation pour le module d'actionnement.	83
6.1	Modélisation d'une plate-forme hypothétique.	88
6.2	Modélisation préliminaire d'un simulateur à 3 degrés de liberté.	90
6.3	Vitesse requise aux actionneurs pour atteindre les performances visées.	93
6.4	Couple requis aux actionneurs pour atteindre les performances visées.	93
6.5	Performance requise aux actionneurs pour réaliser la MV.	95
B.1	Architecture SPH555 (II).	114
B.2	Architecture SPH3666.	115
B.3	Architecture ETR456.	117
B.4	Module d'actionnement à 5 barres.	118
C.1	Simulateur à 6 degrés de liberté de l'UTIAS.	122
C.2	Simulateur à 6 degrés de liberté du groupe SIMONA.	122
C.3	Simulateur à 6 degrés de liberté de l'équipe Salcudean.	123
C.4	Simulateur à 3 degrés de liberté de Yang, Orin et Waldron.	123
C.5	Simulateur Hornet à 3 degrés de liberté pour le divertissement.	124
C.6	Simulateur Kinney à 3 degrés de liberté pour le divertissement.	124
D.1	Performance requise aux actionneurs.	126

Introduction

Historique de la simulation de vol

La simulation de vol est nécessairement contemporaine au vol lui-même. Elle l'a en fait sûrement précédé car il est bien improbable que les frères Wright n'aient pas d'abord *simulé* leur vol historique de 1903 en pratiquant au sol les manœuvres qu'ils ont par la suite accomplies en vol.

Dès 1929 on peut parler de technologie des simulateurs de vol quand Edwin A. Link, le fils d'un fabricant d'orgues à tuyaux de l'état de New-York, se lance dans la production de la première plate-forme de génération de mouvement destinée à la simulation de vol (Lapiska *et al.* 1993). Celui-ci applique pour ce faire l'expertise paternelle et utilise des valves pneumatiques, des coussinets gonflables et des cylindres actionnés dérivés de leur fonction initiale pour contrôler l'orientation de la plate-forme.

La seconde Guerre Mondiale viendra engendrer un besoin sans précédent: de très nombreux pilotes doivent être rapidement entraînés alors que les appareils construits sont destinés en priorité au front. Les centres de formation utiliseront dès lors de plus en plus de simulateurs.

L'après guerre n'allait pas sonner le glas de la technologie naissante des simulateurs de vol. Bien au contraire, l'impressionnante croissance vécue dans l'aviation civile amènera les gouvernements à réglementer au sujet de la formation des pilotes: interdiction de mettre aux commandes un pilote non-certifié. Ceci augmente conséquemment

les coûts d'entraînement pour les compagnies d'aviation et il devient financièrement intéressant pour elles de se tourner vers les simulateurs lors des phases initiales de formation.

La plate-forme dite de Stewart est devenue, et est d'ailleurs toujours, la norme en tant que plate-forme de mouvement pour la plupart des simulateurs commerciaux (Baarspul 1990). Celle-ci est composée de six vérins dont on commande l'élongation et qui sont terminés aux extrémités par deux articulations sphériques, liant une structure mobile commune à une base fixe.

On s'entend généralement pour accorder la paternité de ce mécanisme à Gough (1956–57) qui affirme avoir conçu, dès 1947, une machine à tester les pneus qui utilisait cette architecture. Le mérite de Stewart fut cependant de proposer en 1965 l'application d'une architecture semblable (mais non-identique) pour la génération de mouvement pour les simulateurs de vol (Stewart 1965). Le domaine de la simulation a donc retenu le nom de *Stewart* plus facilement et c'est cette désignation qui sera utilisée dans ce mémoire. L'appellation plate-forme de *Gough-Stewart*, parfois utilisée en cinématique, est cependant plus juste.

Toujours est-il que l'utilisation d'une telle plate-forme de mouvement, permettant de déplacer une importante masse selon 3 axes de mouvements indépendants, autant en déplacements linéaires qu'angulaires, permet d'augmenter grandement le réalisme des simulateurs. Cette constatation allait s'accentuer suite à la révolution de la micro-informatique qui fournit les outils nécessaires à la commande précise et en temps réel du mouvement. De grandes améliorations au niveau de la qualité des vérins hydrauliques et des valves de régulation assura en même temps un asservissement sans heurt des systèmes (Zyda *et al.* 1988).

Le début des années 1980 verra un autre tournant pour la technologie des simulations de vols. La *Federal Aviation Administration* (FAA), organisme américain qui a préséance au niveau international sur tous les aspects de la réglementation de l'aviation civile, introduit un classement des types de simulateurs selon leur performance. Le niveau III est très alléchant pour les compagnies d'aviation car il permet pratiquement d'éliminer l'entraînement en vol: c'est le *Zero Flight Time Training* (Crassous

de Medeuil 1988). Pour atteindre ce niveau et répondre à la demande, les manufacturiers de simulateurs se voient incités à faire un autre bond dans l'amélioration de la technologie, principalement au niveau des systèmes visuels.

Avec l'amélioration accélérée des systèmes informatiques (Davis 1993) ainsi qu'avec la croissance de l'intérêt pour la réalité virtuelle et le divertissement, on voit maintenant se profiler une ère nouvelle pour la simulation. Tout peut sembler accessible au commun des mortels si cela est adéquatement simulé et la technologie de la simulation devient rentable car sa fonction n'est plus seulement d'économiser en évitant le système réel. La *finalité* devient la simulation: le système réel, le simulateur!

Problématique

La problématique qui inspira ce projet est la suivante. Les simulateurs de vol actuels permettent de reproduire très fidèlement les sensations de mouvement perçues par les pilotes lors de manœuvres de toutes sortes. Cependant, de tels simulateurs, qui possèdent majoritairement 6 axes de mouvements indépendants (ou degrés de liberté) sont extrêmement dispendieux et leur utilisation est par conséquent limitée.

Ainsi, les manufacturiers de tels simulateurs cherchent à concevoir des systèmes plus simples, possiblement même moins performants, qui pourraient être utilisés lors des stades initiaux de la formation des pilotes, pour la simulation de véhicules terrestres ou dans les domaines du divertissement et de la réalité virtuelle. De plus, et malgré que leurs effets soient complémentaires, l'amélioration drastique des performances des systèmes de génération d'images tend à diminuer l'importance relative de la génération du mouvement. Il est donc facile d'envisager, en tant que cinématiciens, que l'une des façons de réduire les coûts de production, d'utilisation et d'entretien soit de simplifier les systèmes de mouvement.

Or l'analyse objective des performances de systèmes à moins de 6 degrés de liberté, utilisés comme simulateurs de mouvement, n'a été que peu traitée (voir par-exemple (Shibaev 1993; Yang *et al.* 1996; Repperger 1992; Nahon *et al.* 1995)), bien que la FAA américaine soit maintenant sur le point de définir de nouvelles normes définissant une catégorie de simulateurs comportant un nombre réduit de degrés de liberté.

Ainsi donc, les objectifs principaux poursuivis dans ce projet seront les suivants: **1) l'étude de la qualité des sensations de mouvements obtenue en simulant différents simulateurs à 3 degrés de liberté** (par rapport à la qualité obtenue avec un simulateur à 6 degrés de liberté) et **2) la conception cinématique et mécanique d'un système à 3 degrés de liberté pouvant servir de simulateur de mouvement simplifié.**

Structure du mémoire

Le présent document traite de travaux de recherche ayant été réalisés de juin 1995 à avril 1997. Sa structure s'élabore en deux parties, en correspondance avec les deux objectifs principaux poursuivis. Le mémoire comprend au total six chapitres.

La première partie est décrite dans les trois premiers chapitres et ceux-ci relatent les travaux principalement accomplis à l'Université de Victoria, B.-C., sous la direction du professeur Meyer Nahon, à l'été 1995. Ceux-ci ont fait l'objet d'une présentation à la conférence touchant la technologie des simulateurs de vol de l'*American Institute of Aeronautical & Aerospace (AIAA)* à San Diego, en juillet 1996 (Pouliot *et al.* 1996). La seconde partie fut quant à elle réalisée à l'université Laval, sous la direction du professeur Clément Gosselin, de même que la rédaction du présent mémoire.

D'une manière plus spécifique, le chapitre 1 introduira différents concepts de base ayant trait aux simulateurs de vol et les conventions utilisées dans le mémoire. Le chapitre 2 expliquera de quelle manière nous avons procédé pour produire et analyser les résultats de la comparaison entre les types de simulateurs; résultats présentés sous forme condensée au chapitre 3. Le chapitre 4 décrira alors différentes architectures cinématiques et les équations qui décrivent leur comportement. Celles-ci furent identifiées comme possédant un potentiel pour une application en tant que plate-forme de génération de mouvement. En vue d'en faire l'optimisation, ces architectures sont reprises au chapitre 5 où de nombreux exemples numériques démontrent l'efficacité de la technique d'optimisation employée. Enfin, le chapitre 6 présente un exemple de conception préliminaire d'un simulateur à 3 degrés de liberté. Une analyse dynamique simplifiée, visant le dimensionnement préliminaire des actionneurs, y est également présentée.

Chapitre 1

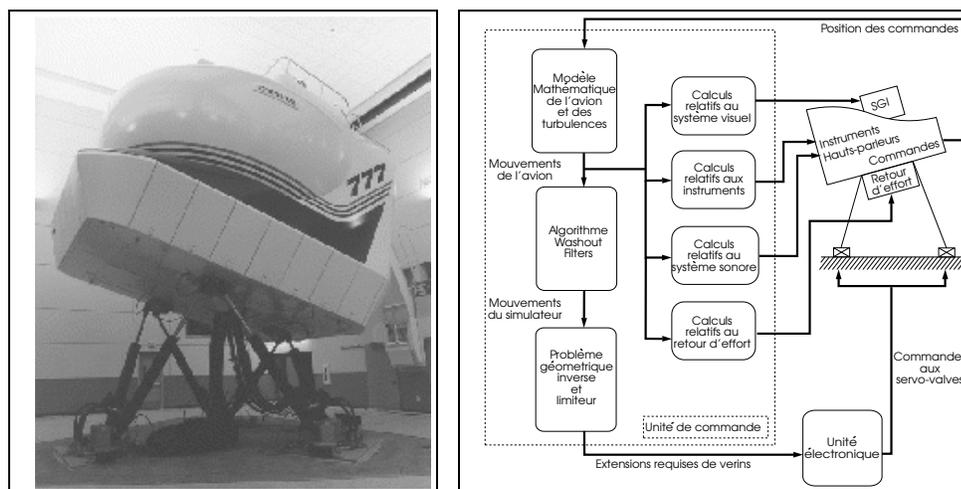
Notions préliminaires

Avant de nous lancer dans la présentation des éléments qui constituent, à proprement parler, la contribution originale du projet, il convient d'abord d'introduire quelques concepts de base et de présenter les conventions que nous avons utilisées.

On décrira donc en premier lieu les différents systèmes constituant un simulateur de vol moderne, ce qui nous permettra de constater que la plate-forme de génération de mouvement, bien que très importante, est appuyée par plusieurs autres sous-systèmes qui contribuent tous au but visé: le réalisme global de la simulation. Viendra ensuite la description des repères utilisés et des conventions d'orientation respectées, suivie d'une brève description du système vestibulaire humain, situé dans l'oreille interne, qui nous permet de ressentir les sensations de mouvement. Enfin, l'algorithme du *Washout Filter*, véritable centre de la commande des plates-formes de mouvement, sera décrit sommairement.

1.1 Les sous-systèmes inhérents aux simulateurs

La figure 1.1(a) représente un simulateur de vol moderne destiné au nouvel appareil *Boeing 777*. Un tel système, bien que très complexe, peut être subdivisé en plusieurs sous-systèmes ce qui nous permet de mieux comprendre son fonctionnement et surtout de réaliser l'inter-dépendance qui existe entre ses composantes. La figure 1.1(b) décrit schématiquement ces relations.



(a) Simulateur de B777 (courtoisie de CAE Électronique)

(b) Sous-systèmes d'un simulateur de vol.

Figure 1.1: Sous-systèmes des simulateurs de vol.

Dans un avion, comme sur un navire, le capitaine est maître à bord. Le simulateur de vol ne fait pas exception à la règle et toute l'aventure de la simulation débute lorsque le pilote imprime les déplacements aux commandes de vol (palonnier, gouvernail, manette des gaz, etc.) et aux commandes de navigation (radio, feux de position, etc.). Il est donc de la plus haute importance que le cockpit du simulateur soit une copie exacte de celui des véritables appareils.

L'unité de commande numérique, représentée par le grand rectangle en lignes tiretées à la figure 1.1(b), entre alors en action. Le modèle mathématique de l'avion interprétera les commandes du pilote pour en déduire le comportement de l'avion, en tenant compte des effets aérodynamiques, du comportement des moteurs, des turbulences, etc. C'est à partir d'ici que la plupart des sous-systèmes peuvent entrer en action.

Le sous-système de génération d'image (SGI) produira, par l'intermédiaire d'un ou plusieurs projecteurs, une image de synthèse sensée représenter la scène visible du cockpit. Le SGI utilisera pour ce faire d'importantes bases de données numérisées provenant souvent de photos satellites et couvrant de vastes territoires réels.

Comme le cockpit est représenté intégralement dans le simulateur il est normal de prévoir un sous-système dont la fonction sera de générer la réponse de l'altimètre, du radar embarqué, des systèmes de contrôle des moteurs et de tous les autres instruments de vol. Le pilote pourra alors en tenir compte pour corriger ses manœuvres ou carrément pratiquer le vol aux instruments.

Un sous-système produira également l'environnement sonore correspondant aux conditions réelles de vol par l'intermédiaire d'un système ambiophonique. Le sifflement de l'air sur la carlingue, le bruit (normal ou non) des moteurs et l'ouverture du train d'atterrissage pourront ainsi être détectés par le pilote.

Finalement, le dernier sous-système de ce groupe est celui qui aura la fonction de générer une force de retour réaliste aux commandes que le pilote actionne.

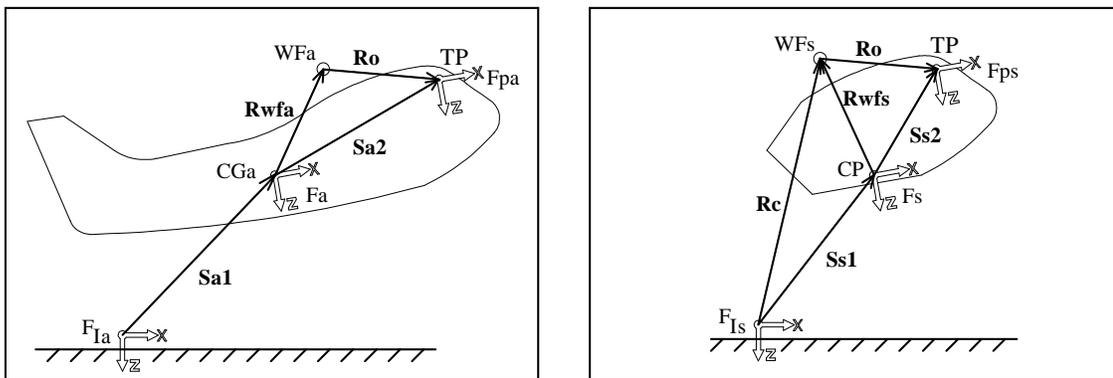
Bien qu'à ce point de la simulation aucun mouvement n'ait été généré par le simulateur, le pilote est néanmoins alimenté de plusieurs stimuli qui, par leurs effets combinés, produisent déjà une simulation très réaliste.

Les mouvements de l'avion ne pourront pas être simulés intégralement par la plateforme de mouvement qui supporte le cockpit en raison de ses limitations physiques inhérentes: elle est invariablement fixée au sol alors que l'avion ne l'est pas ! Ce sera donc la fonction de l'algorithme du *Washout Filter* de réaliser le meilleur compromis face à cette limitation pour dicter les mouvements au simulateur. Nous décrirons plus en détail cet algorithme à la section 1.4. Les déplacements et les rotations imposés devront préalablement être convertis en longueurs correspondantes pour chacun des six vérins hydrauliques qui supportent la plate-forme, puis asservis au niveau des servo-valves.

1.2 Repères associés et orientation dans l'espace

Établissons d'abord que la présente étude concerne exclusivement la simulation d'avions de transport commerciaux et qu'à titre de modèle représentatif, le *Boeing 747* fut utilisé. On constate que cette catégorie d'avions, en raison de leur importante inertie, produisent principalement des mouvements de basses fréquences qui sont émulés par les simulateurs actuels (possédant en général 6 degrés de liberté). Par opposition, la simulation d'avions de chasse tel le F-18 de la firme *Mc Donnell Douglas* (bientôt *Boeing Corporation*) implique généralement la production de mouvement de fréquences élevées et requière de très fortes accélérations. Cette catégorie de simulation dépasse donc le cadre de la présente étude.

Il est essentiel de définir les relations géométriques qui permettront ensuite de décrire les mouvements de l'avion en vol et de les comparer à ceux du simulateur. La figure 1.2 décrit à cet effet les différents repères et positions de référence utilisés au cours du projet.



(a) Repères liés à l'avion

(b) Repères liés au simulateur

Figure 1.2: Repères de base.

Posons le repère F_{Ia} comme étant un repère inertiel, attaché au sol. Par convention, l'axe Z du repère est dirigé verticalement vers le bas et l'axe X est posé selon la direction de la piste de décollage. Un second repère, F_a , est fixé à l'avion et est donc mobile par rapport au premier. La position de son origine coïncide avec le centre de masse de l'avion, désigné par CG_a . L'axe X du repère F_a est dirigé selon l'axe longitudinal de l'avion alors que son axe Z pointe vers le plancher de l'avion. Ainsi, on peut constater

que l'axe des Y sera dirigé vers l'aile droite, perpendiculairement aux deux autres axes. De plus, on définit le vecteur \mathbf{S}_{a1} qui relie en tout temps l'origine du repère F_{Ia} à celle de F_a , tel que montré à la figure 1.2(a).

C'est ici qu'intervient la définition des angles d'Euler utilisée, conformément à la pratique courante dans le domaine de l'aéronautique (Hughes 1986). Une rotation autour de l'axe X de l'avion se nomme roulis et est définie par l'angle ϕ . Une rotation de l'appareil autour de son axe Y est nommée tangage et est définie par la valeur angulaire θ . Enfin, on désigne par l'angle ψ le lacet, associé à une rotation autour de l'axe Z de l'avion. Une fois les effets de ces trois angles combinés (et les valeurs inscrites dans le triplet des angles d'Euler $\beta_a = [\phi \ \theta \ \psi]$), on peut décrire l'orientation du repère F_a en relation avec le sol, F_{Ia} . Ainsi la position inertielle d'un point de l'avion dont la position exprimée dans F_a est donnée par $[\mathbf{P}]_{F_a}$ peut être écrite comme:

$$[\mathbf{P}]_{F_{Ia}} = [\mathbf{S}_{a1}]_{F_{Ia}} + \mathbf{Q}_Z(\psi)\mathbf{Q}_Y(\theta)\mathbf{Q}_X(\phi)[\mathbf{P}]_{F_a} = [\mathbf{S}_{a1}]_{F_{Ia}} + \mathbf{Q}_a[\mathbf{P}]_{F_a} \quad (1.1)$$

où:

$$\mathbf{Q}_a = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi \\ \cos \theta \sin \psi & \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

On peut également exprimer (Hughes 1986) la relation entre les vitesses angulaires ω_a exprimées dans le repère de l'avion F_a et la dérivée des angles d'Euler par rapport au temps, \mathbf{t} , par l'expression:

$$\omega_a = \mathbf{R}_a \mathbf{t} \quad \text{où} \quad \mathbf{R}_a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

Un troisième repère, F_{pa} , possède en tout temps la même orientation que F_a mais a pour origine la position approximative de la tête du pilote dans l'avion. Le vecteur qui relie ces deux repères est \mathbf{S}_{a2} , auquel nous avons assigné la valeur (26.2, -0.465, -3.4) m pour les fins de cette étude ce qui correspond aux dimensions d'un avion B747.

On retrouve sur la figure 1.2(b) les repères utilisés pour décrire les mouvements du simulateur et les similitudes avec les entités présentées plus haut sont évidentes. Ainsi, le repère inertiel (F_{Is}) est fixé au sol, directement sous le centre de la plate-forme mobile

du simulateur en position centrale. De façon similaire, les repères F_s et F_{ps} sont, quant à eux, liés à la plate-forme mobile, ayant leur origine respective au centre géométrique de la plate-forme (CP) et au centre de la tête du pilote du simulateur (TP). Les repères précédents possèdent donc la même orientation, définie cette fois au moyen des angles d'Euler du simulateur, en utilisant une convention identique à celle définie pour l'avion. Ce faisant, les matrices \mathbf{Q}_s et \mathbf{R}_s peuvent être construites en utilisant des équations similaires à (1.2) et (1.3). Enfin, le vecteur \mathbf{S}_{s1} est défini comme celui liant l'origine de F_{Is} à celle de F_s alors que \mathbf{S}_{s2} relie l'origine du repère F_s à celle du repère F_{ps} .

Les points et vecteurs présents à la figure 1.2 et qui demeurent non définis seront présentés au fur et à mesure de leur utilisation.

1.3 Perception des sensations de mouvement

La pertinence d'attacher un référentiel à la position moyenne de la tête du pilote provient de l'utilité pour nous de déterminer quelles sont les sensations de mouvement que le pilote percevra, que ce soit aux commandes de l'avion ou du simulateur. Bien qu'une multitude de senseurs soient mis en cause pour la détection du mouvement chez l'humain, on s'entend généralement pour accorder un rôle prépondérant à la partie de l'oreille interne appelée le système vestibulaire (Gum 1973). De plus, il est généralement accepté que les indices de mouvement détectés par le système vestibulaire sont les composantes de la force spécifique (\mathbf{f}) et celles de la vitesse angulaire ($\boldsymbol{\omega}$) auxquelles l'humain est soumis, les premières étant perçues par les otholithes et les secondes par les canaux semi-circulaires.

Rappelons ici que la force spécifique est une quantité vectorielle définie comme la différence entre le vecteur d'accélération (\mathbf{a}) et celui de l'accélération gravitationnelle (\mathbf{g}), soit, $\mathbf{f} = \mathbf{a} - \mathbf{g}$. On dira par exemple d'un corps au repos mais soumis à l'action de la gravité terrestre qu'il ressent une force spécifique de 9.81 m/s^2 , dans la direction négative de l'axe Z défini plus haut.

Un modèle mathématique qui simule le comportement du système vestibulaire humain fut utilisé dans cette étude afin d'évaluer les sensations perçues par le pilote d'un avion ou d'un simulateur lors d'une manœuvre, permettant ensuite une comparaison

objective de la simulation. Ce modèle vestibulaire reçoit à l'entrée les 6 composantes des vecteurs \mathbf{f} et $\boldsymbol{\omega}$, effectue le traitement approprié, puis produit 6 nouvelles composantes, formant ainsi la force spécifique perçue \mathbf{f}' et la vitesse angulaire perçue $\boldsymbol{\omega}'$. Ce traitement consiste principalement en un filtre des fréquences possédant une fenêtre passante s'étendant de 0.2 à 2 m/s² pour les composantes de \mathbf{f} et de 0.2 à 10 rad/s pour celles de $\boldsymbol{\omega}$. L'existence de valeurs seuils, en deçà desquelles aucune sensation ne serait perceptible a également été suggérée par certains auteurs tel Zacharias (1978). Les valeurs proposées, variant entre 0.17 et 0.28 m/s² pour les forces spécifiques et entre 2.6 et 3.6 °/s pour les vitesses angulaires, proviennent de tests réalisés avec des pilotes effectuant des tâches de pilotage.

Une description plus complète du modèle vestibulaire utilisé, ainsi que les détails de son implantation informatique peuvent être trouvés dans Reid et Nahon (1985).

1.4 Algorithme du *Washout Filter*

Tout système de génération de mouvement destiné aux simulateurs de vol possède nécessairement un débattement limité. Voilà donc une réalité inhérente qui contraint la technologie et qui impose qu'il ne soit pas possible de simuler parfaitement les sensations produites en avion à l'aide d'un système ainsi limité. C'est pour pallier à cette contrainte que les algorithmes de commande du mouvement d'un simulateur, appelé *Washout Filter*¹, ont été développés. Leur fonction est donc de tirer le meilleur parti d'un espace de mouvement de dimensions limitées. Les principes de base de cet algorithme seront maintenant présentés.

Une des tâches les plus contraignantes pour un simulateur possédant un débattement limité est la simulation rigoureuse d'accélération linéaires de basses fréquences. Par exemple, une accélération de 1 m/s² selon l'axe des X (longitudinale) et soutenue pendant 5 secondes demanderait un déplacement total de 12.5 mètres! Cependant, il est possible dans ce cas d'incliner lentement la plate-forme d'un angle de 6 degrés

¹L'expression *Washout Filter*, d'usage dans le domaine de la simulation, fait référence à un filtre de *lessivage*, qui enlèvera tout le superflu pour ne conserver que l'essentiel. Aucune expression valable ne semble faire consensus dans les milieux francophones de la simulation et ce sera donc l'expression anglaise qui sera utilisée dans ce mémoire.

autour de son axe Y , tout en conservant l'image projetée à l'intérieur fidèle à des conditions de vol horizontal. Dans cette situation le pilote sentira une composante X de force spécifique égale à $9.81 \cdot \sin(6^\circ) \simeq 1 \text{ m/s}^2$. En fait, même si à ce moment la composante en Z des forces spécifiques sera réduite à 9.75 m/s^2 , cette variation peut passer inaperçue dans la mesure où la vitesse de l'inclinaison est demeurée sous la valeur seuil de perception. Cet artifice, connu sous le nom de verticale apparente (*Tilt-coordination*), s'avère donc très efficace, voire essentiel, pour simuler les accélérations linéaires de basses fréquences.

L'algorithme du *Washout Filter*, qui gère entre autre l'artifice de la verticale apparente, reçoit comme entrée les forces spécifiques et les vitesses angulaires récoltées en temps réel à une position de référence de l'avion — position que l'on décrit par WF_a et WF_s sur la figure 1.2 — et produit à la sortie le vecteur des déplacements optimaux (\mathbf{R}_C) ainsi que les angles d'Euler (β_s) que le simulateur doit adopter. De plus, le *Washout Filter* tente constamment de retourner la plate-forme mobile du simulateur à la position centrale de son espace atteignable (le point neutre).

Il existe de nombreuses variations à l'algorithme du *Washout Filter* (Nahon *et al.* 1992) mais il a été convenu dans ce projet d'utiliser la forme dite classique, en raison de son utilisation courante dans les systèmes commerciaux. La description complète de l'algorithme sera trouvée en consultant Nahon *et al.* (1992) alors que la figure 1.3 illustre schématiquement les principes de l'algorithme. Il est à noter cependant que la partie divisée au moyen de traits tiretés, désignée par le terme *bloc d'émulation HF* constitue une contribution propre à la présente étude et sera décrite dans une section subséquente. Ainsi, les blocs 13 à 17 ne devraient pas apparaître dans la forme classique du *Washout Filter*.

Comme on peut le voir en consultant la figure 1.3, l'algorithme du *Washout Filter* classique se divise principalement selon 3 axes parallèles. L'axe supérieur, constitué des blocs 1 à 4, est destiné aux déplacements. Il reçoit les valeurs de forces spécifiques (\mathbf{f}_{aa}), les diminue d'un facteur constant, transforme le vecteur résultant dans le repère inertiel puis ajoute le vecteur de l'accélération gravitationnelle. On obtient ainsi le vecteur (\mathbf{a}_c) qui est ensuite filtré pour n'en conserver que les plus hautes fréquences (\mathbf{a}_h) de manière à s'assurer que le simulateur ne s'éloigne pas trop de son point central. Finalement, les composantes de (\mathbf{a}_h) seront intégrées deux fois pour obtenir les

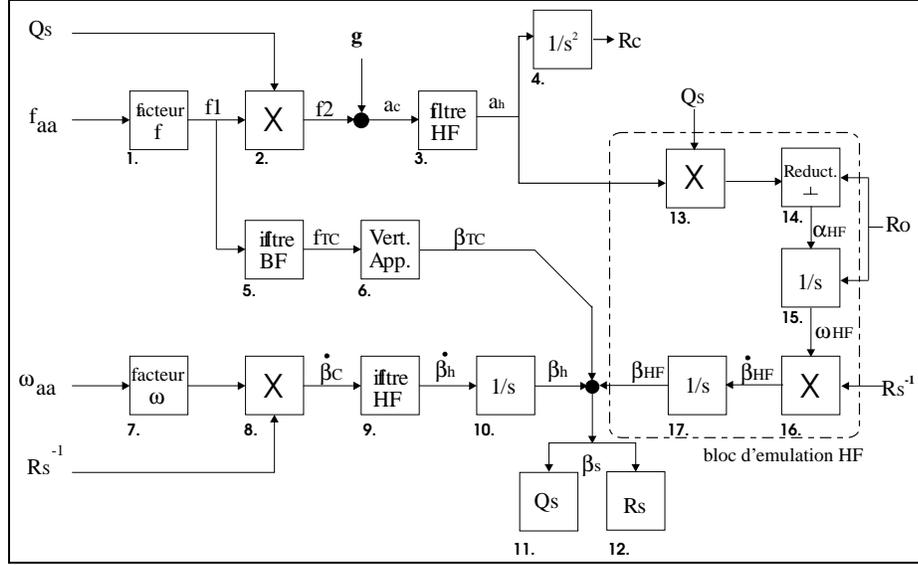


Figure 1.3: Schéma de l'algorithme du *Washout Filter*.

déplacements requis de la plate-forme, (\mathbf{R}_C). L'axe inférieur, composé des blocs 7 à 10, fonctionne de façon très similaire au premier mais est dédié aux mouvements de rotations (vitesses angulaires). Ainsi le bloc numéro 10 ne réalise qu'une intégration simple pour produire les angles d'Euler (β_h). C'est donc au niveau de l'axe central, comportant les blocs 5 et 6, que l'artifice de la verticale apparente sera réalisé: le bloc numéro 5 reçoit les valeurs réduites des forces spécifiques pour en extraire la partie basses fréquences qui seront à leur tour transformées en valeurs d'inclinaisons (β_{TC}) par le bloc 6. Ce dernier inclut également un processus de limitation de la vitesse angulaire afin de garder l'effet global réaliste. La somme de β_h et de β_{TC} constitue une approximation valable pour les petites valeurs angulaires et mènera à β_s (l'orientation de la plate-forme) puis de là, à l'évaluation numérique des matrices \mathbf{Q}_s et \mathbf{R}_s . Le processus entier est ainsi répété plusieurs fois par seconde, selon les capacités du système utilisé. À titre d'exemple, les simulateurs de vols vendus par CAE Électronique fonctionnent environ à 60Hz mais cette fréquence était, il y a quelques années de 20Hz.

Dans le cadre de cette étude, un facteur d'échelle unitaire fut utilisé au niveau des blocs 1 et 7. Cependant, il est plus courant de rencontrer des valeurs de 0.75 dans les systèmes commerciaux en vue de limiter les déplacements du simulateurs pour éviter d'atteindre les limitations physiques, ce qui nuirait grandement au réalisme de la simulation.

1.5 Notes récapitulatives

Le présent chapitre visait l'introduction de concepts de base inhérents à la technologie des simulateurs de vol. Nous avons donc montré que les simulateurs de vol sont aujourd'hui des systèmes complexes, dont les sous-systèmes forment un tout qui vise la meilleure simulation, de façon à faire ressentir aux pilotes les sensations les plus proches possible de celles produites à bord d'un véritable avion. Les référentiels et les matrices d'orientation définis ici nous serviront tout au long du mémoire de même que la notion de *Washout Filter*. Nous sommes donc maintenant prêts à aborder le chapitre 2, dans lequel on explique les principes et les hypothèses que nous nous sommes imposés en vue d'atteindre le premier objectif.

Chapitre 2

Méthodologie visant l'étude des performances des simulateurs

Le chapitre 1 nous a permis de présenter un certain nombre de notions inhérentes à la technologie des simulateurs de vol. Celles-ci serviront maintenant de trame à la présentation, dans le présent chapitre, de la méthodologie que nous avons suivie pour obtenir une évaluation objective des plates-formes à trois degrés de liberté.

2.1 Algorithme de production des résultats

La figure 2.1 résume de façon schématique les étapes qui ont mené à la production des résultats de notre analyse. Toute la procédure fut exécutée sur une station de

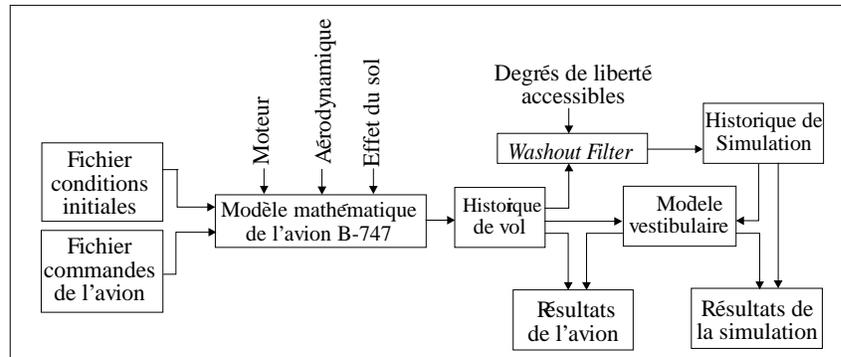


Figure 2.1: Algorithme de production de résultats.

travail informatique sans interaction avec un simulateur réel: nous réalisons donc une *simulation* de simulation.

Les entrées de base sont 2 fichiers de données. Le premier contient l'ensemble des conditions initiales nécessaires à la résolution des équations différentielles qui décrivent le vol de l'avion simulé. Le second fichier contient un historique complet des commandes permettant au pilote de contrôler l'avion (position de l'élévateur et du palonnier, celle de la manette des gaz, du train d'atterrissage, etc.) et définit ainsi une manœuvre complète à simuler. La fréquence d'échantillonnage de ce fichier est de 20 Hz. Vient ensuite le modèle mathématique de l'avion (Hanke et Nordwall 1970; Leung 1985) qui produit, à l'aide de ses 3 modules principaux (le modèle moteur, celui de l'aérodynamique et celui de l'influence du sol), un nouveau fichier qui contient cette fois l'historique de vol pour la manœuvre simulée.

On peut alors évaluer à chaque instant la force spécifique et les vitesses angulaires générées en un point précis et alimenter ainsi le modèle vestibulaire et le *Washout Filter*. Ce faisant, tel que montré à la figure 2.1, on produira d'un coté l'historique des sensations perçues dans l'avion et de l'autre, selon les degrés de liberté disponibles, l'historique des déplacements du simulateur et celui des sensations ressenties à son bord. Cette façon d'obtenir les résultats nous permettra de comparer entre elles, pour une même manœuvre, les sensations produites avec tout simulateur (à 3 ou à 6 degrés de liberté) et celles ressenties à bord d'un véritable avion.

Les algorithmes utilisés dans cette partie du projet proviennent pour la plupart du *University of Toronto Institute for Aerospace Studies (UTIAS)* où ils servent à contrôler

leur simulateur de vol expérimental qui possède 6 degrés de liberté (Reid et Nahon 1985). La figure C.1, à l'annexe C, montre ce simulateur. Certains des algorithmes furent modifiés et de nouveaux furent programmés afin de modéliser le comportement de simulateurs à 3 degrés de liberté.

2.2 Manœuvres d'évaluation

Il est clair qu'il n'est pas possible, dans une telle étude, de simuler et de comparer la gamme complète et exhaustive des manœuvres réalisables à bord d'un Boeing 747. Nous avons donc dû en choisir seulement quelques-unes de manière à ce qu'elles soient les plus représentatives possible et qu'elles sollicitent tous les degrés de liberté d'un simulateur. Quatre manœuvres ont donc été choisies et seront maintenant décrites. La figure 2.2 en montre une représentation schématisée.

Les conditions initiales requises par la première manœuvre sont contenues dans le fichier appelé *conditions de décollage* alors que les trois autres se trouvent dans le fichier nommé *conditions de croisière*. Ces fichiers sont résumés par le biais du tableau 2.1.

Tableau 2.1: Contenu des fichiers de conditions initiales.

Conditions	décollage	croisière
Vitesse (m/s)	50.0	212.5
Altitude (m)	4.67	6280
EPR (-)	1.02	1.10

Le terme EPR fait référence au *Engine Pressure Ratio*, soit le rapport entre la pression à la sortie de la turbine et celle à l'entrée du diffuseur, en amont du premier étage de compression. C'est donc une caractéristique importante du régime du moteur.

- **Manœuvre de décollage (MD):** Cette manœuvre commence alors que l'avion roule sur la piste à une vitesse de 50 m/s (soit 180 km/h) et que la manette des gaz est positionnée à 15% de la puissance maximale. Après 3 secondes les moteurs sont poussés à 100% de leur puissance et l'avion accélère rapidement. Puis à $t = 11$ s, alors que la vitesse de rotation est atteinte, le train avant quitte

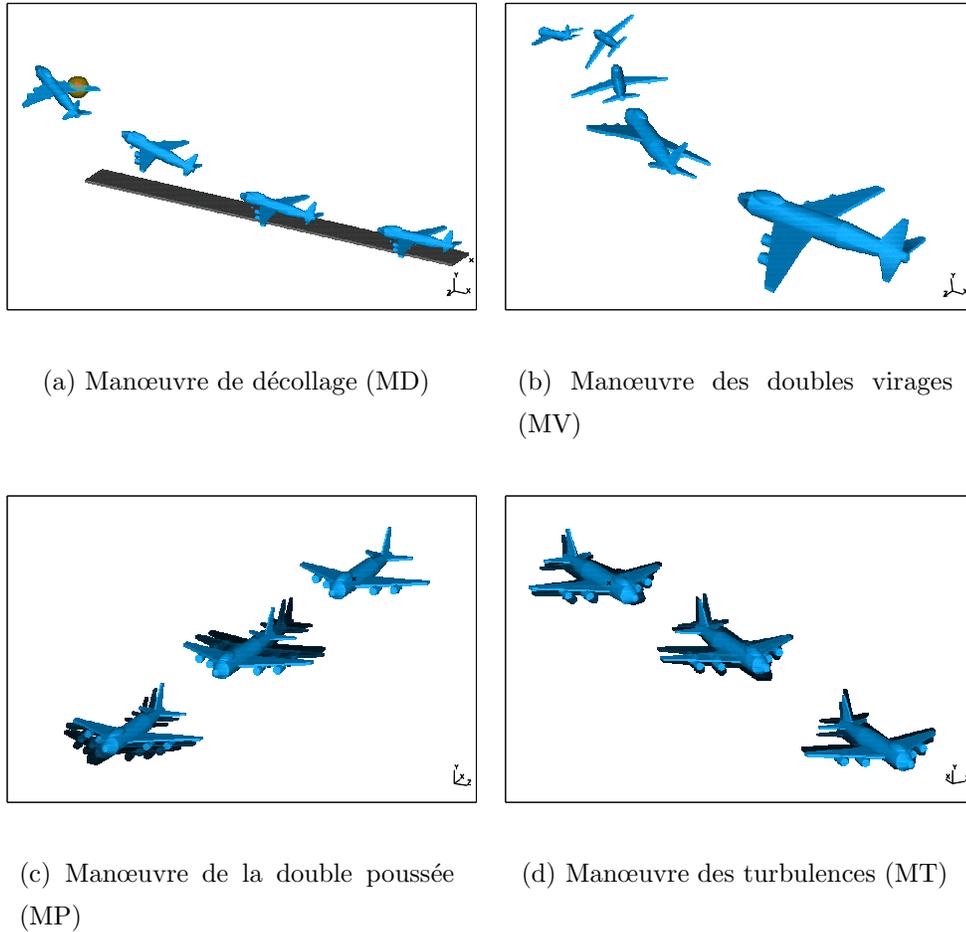


Figure 2.2: Manœuvres d'évaluation.

le sol et bientôt l'avion entier prend son envol avec un angle de tangage constant à 10 degrés. Finalement, 6 secondes plus tard, une brusque panne survient au moteur extérieur droit et le pilote devra relâcher l'élévateur afin de conserver un vol horizontal avec seulement 3 moteurs. La manœuvre dure 25 secondes au total.

- **Manœuvre des doubles virages (MV):** Cette manœuvre a une durée de 40 secondes et débute alors que l'avion vole en conditions de croisière. Elle simule la situation où le pilote amorce un double virage quasi-coordonné, inclinant d'abord l'avion à droite, puis à gauche. L'angle de roulis maximum atteint pendant la manœuvre est environ de 40° . Le pilote ajustera l'élévateur afin de conserver une altitude à peu près constante pendant toute la manœuvre. La position de la manette des gaz ne sera quant à elle pas changée, demeurant à 55% de la puissance maximale.

- **Manœuvre de la double poussée (MP):** Le pilote, volant initialement en condition de croisière avec 55% de la puissance, augmente brusquement la consigne jusqu'à 100% de la puissance tout en ajustant l'élévateur pour conserver un vol horizontal. Dix-sept secondes plus tard cependant les moteurs sont subitement ramenés à leur régime minimal (au point mort) jusqu'à la fin de la manœuvre qui survient à $t = 40$ s.
- **Manœuvre des turbulences (MT):** Cette dernière manœuvre consiste, pour le pilote fictif, à conserver les commandes identiques à celles requises pour le vol de croisière alors que l'avion traverse une zone de turbulence de moyenne intensité pendant 25 s. Nous disposons donc d'un algorithme mathématique dont la fonction consistait à générer une perturbation aléatoire de la pression de l'air ambiant, perturbation qui se veut une simplification de l'effet des turbulences atmosphériques. Ce module ne fut mis à contribution que pour cette manœuvre.

Les données numériques décrivant les commandes de chaque manœuvre ont été définies en s'inspirant d'enregistrements authentiques des commandes appliquées par des pilotes professionnels lors de tests réalisés en simulateur à Toronto.

2.3 Position d'évaluation du *Washout Filter*

Les algorithmes de commande originaux, tirés de Reid et Nahon (1985), évaluent les valeurs de forces spécifiques en un point qui correspond dans l'avion au centre géométrique de la plate-forme de mouvement du simulateur qu'ils utilisaient. Cependant, il a été décidé, dans le cadre de cette étude, de nous intéresser à l'influence d'un choix différent de la position d'évaluation du *Washout Filter*. Tel que montré à la figure 1.2, la position WF_a (et WF_s) est définie relativement à la position de la tête du pilote via le vecteur \mathbf{R}_0 . Or, des essais préliminaires nous ont amenés à conclure qu'il est optimal que la valeur du vecteur \mathbf{R}_0 soit la même dans l'avion et dans le simulateur, c'est-à-dire que WF_a et WF_s possèdent la même position relativement à la tête du pilote. Dans le cas contraire, il est clair que l'exécution des rotations dictées par le comportement de l'avion induira nécessairement des accélérations parasites (et indésirables) au niveau de la tête du pilote.

Cependant, afin de calculer l'élongation requise à chacun des 6 vérins hydrauliques soutenant le simulateur, l'algorithme requiert comme entrée la position du centroïde de la plate-forme mobile, indiquée par **CP** sur la figure 1.2(b). Pour ce faire, même dans le cas où l'algorithme du *Washout Filter* est évalué à une position différente de **CP**, le vecteur \mathbf{R}_{WFs} devra être évalué selon la relation $\mathbf{R}_{WFs} = \mathbf{S}_{s2} - \mathbf{R}_0$ où \mathbf{S}_{s2} a comme valeur $(-0.02, -0.465, -1.783)$ m, dans le repère lié au simulateur. Cette valeur pour \mathbf{S}_{s2} représente la position du centre de la tête du pilote assis dans le simulateur de l'Université de Toronto (UTIAS).

Nous avons donc évalué trois positions distinctes pour l'évaluation du *Washout Filter* et celles-ci sont:

- **Tête du pilote (TP):** Dans ce cas on pose que $\mathbf{R}_0 = [0\ 0\ 0]^T$ m et que $\mathbf{R}_{WFs} = \mathbf{S}_{s2}$. L'avantage ici sera qu'aucune accélération parasite ne sera générée ni donc ressentie par le pilote.
- **Centroïde de la plate-forme (CP):** Nous avons alors $\mathbf{R}_0 = \mathbf{S}_{s2}$ et $\mathbf{R}_{WFs} = [0\ 0\ 0]^T$ m. Il s'agit donc ici de la convention courante, tel qu'utilisée par Reid et Nahon (1985). À noter que cette façon de procéder a l'avantage de minimiser l'élongation requise aux vérins.
- **Centre de gravité du simulateur (CG):** Dans le cas du simulateur UTIAS cette position est approximée à $\mathbf{R}_0 = [-0.02\ -0.465\ -0.483]^T$ m et constitue donc une position intermédiaire aux deux premières positions. L'avantage dans ce cas est de minimiser les forces dynamiques demandées aux vérins en raison du fait que le centre de masse du système mobile demeure immobile lors de rotations pures.

2.4 Plates-formes de génération de mouvement

Nous avons mis à l'étude et comparé trois types de plates-formes. Deux d'entre elles ne possèdent que trois degrés de liberté.

- **Plate-forme de type Stewart (STW):** La première architecture est la plate-forme classique dite de Stewart qui possède six degrés de liberté, ce qui lui permet

de se déplacer linéairement selon trois axes orthogonaux ainsi que de réaliser trois rotations indépendantes, autour des mêmes axes. Une représentation schématisée est donnée à la figure 2.3(a). Chacune des 6 pattes est identiquement construite, au moyen d'une articulation prismatique (vérin) terminée à une extrémité par une articulation sphérique et à l'autre par un joint de cardan. Lorsque utilisée, cette architecture reçoit en tout temps de l'algorithme du *Washout Filter* les 3 composantes du vecteur \mathbf{R}_C ainsi que la matrice \mathbf{Q}_s .

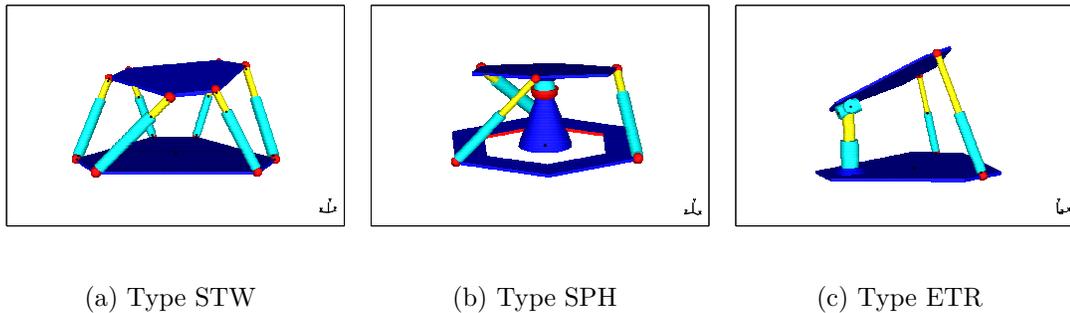


Figure 2.3: Architectures cinématiques à l'étude.

- Plate-forme de type sphérique (SPH):** Comme nous l'avons expliqué à la section 1.4 concernant l'artifice de la verticale apparente, les degrés de liberté correspondants aux rotations ont un rôle particulièrement important dans la simulation des gros avions de transport commerciaux. C'est pourquoi la seconde architecture, qualifiée de *sphérique*, ne possède que trois degrés de liberté mais ceux-ci lui permettent d'effectuer trois rotations indépendantes autour d'un point fixe. Les éléments pertinents à la sortie du *Washout Filter* ne seront donc constitués que de la matrice \mathbf{Q}_s alors que les déplacements linéaires seront systématiquement posés comme étant nuls. La position du point \mathbf{WF}_s devra donc être contrainte à demeurer fixe dans un repère inertiel. La figure 2.3(b) illustre l'allure que pourrait avoir une telle architecture. Dans cet exemple précis l'architecture est construite en utilisant une articulation sphérique passive pour contraindre la plate-forme ainsi que 3 pattes identiques à celles décrite pour la plate-forme de type Stewart.
- Plate-forme de type mixte (ETR):** La troisième architecture possède aussi trois degrés de liberté mais ceux-ci lui permettent d'effectuer des déplacements

linéaires selon un axe vertical passant par le point \mathbf{WF}_s . La plate-forme a de plus la possibilité d'effectuer deux rotations indépendantes en tangage et en roulis. La désignation ETR représente donc les termes élévation, tangage et roulis. La figure 2.3(c) montre finalement une telle architecture. La construction de cette plate-forme, pour l'exemple montré, est obtenue en utilisant 2 pattes identiques à celles présentées pour le type STW ainsi qu'une troisième patte formée d'une articulation prismatique (vérin) et un joint de cardan. Dans le cas où l'architecture ETR est utilisée, il convient de ne conserver que la composante selon Z de \mathbf{R}_C ainsi que ϕ et θ comme angles d'Euler.

2.5 Bloc d'émulation à hautes-fréquences

Pour tenter de minimiser l'influence néfaste de la perte de certains mouvements linéaires lors de l'utilisation des plates-formes **SPH** et **ETR**, une nouvelle modification fut apportée à l'algorithme original du *Washout Filter* et c'est ce que nous avons déjà désigné par la mention *bloc d'émulation HF* à la figure 1.3.

L'objectif est donc de reproduire certains déplacements de hautes fréquences en combinant de façon judicieuse certaines accélérations angulaires dans le cas où le vecteur \mathbf{R}_0 est non nul, ce qui implique que le système vestibulaire du pilote ne se trouve pas au centre de rotation. L'émulateur HF, défini à la figure 1.3 par les blocs 13 à 17, sera maintenant décrit.

Tout d'abord posons que le vecteur d'accélérations linéaires HF que nous voulons reproduire soit \mathbf{a}_h . Nous transformons les composantes de ce vecteur afin de l'exprimer dans le repère du simulateur au moyen de la relation $\mathbf{a} = \mathbf{Q}_s^T \mathbf{a}_h$. Il nous faut ensuite constater qu'il ne sera possible que de simuler la composante de \mathbf{a} qui est perpendiculaire à \mathbf{R}_0 , et ce à l'instant considéré. Nous voulons donc modifier \mathbf{a} afin de lui soustraire sa composante parallèle à \mathbf{R}_0 :

$$\mathbf{a}_\perp = \mathbf{a} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{R}_0) \frac{\mathbf{R}_0}{\|\mathbf{R}_0\|^2} \quad (2.1)$$

Nous possédons maintenant la composante HF qu'il est possible de reproduire. L'accélération angulaire qui lui correspond sera alors calculée ainsi:

$$\alpha_{HF} = \frac{\|\mathbf{a}_\perp\|}{\|\mathbf{R}_0\|} \frac{(\mathbf{R}_0 \times \mathbf{a}_\perp)}{\|(\mathbf{R}_0 \times \mathbf{a}_\perp)\|} = \frac{(\mathbf{R}_0 \times \mathbf{a}_\perp)}{\|\mathbf{R}_0\|^2} \quad (2.2)$$

Cette nouvelle valeur angulaire peut maintenant être intégrée une fois pour obtenir $\boldsymbol{\omega}_{HF}$, puis pré-multipliée par l'inverse de la matrice \mathbf{R}_S afin d'obtenir les dérivées des angles d'Euler qui seront à leur tour intégrées pour donner le vecteur $\boldsymbol{\beta}_{HF}$.

Dans le cas où l'émulateur est utilisé pour la commande du simulateur de type SPH il a été convenu d'utiliser systématiquement un vecteur \mathbf{R}_0 égal à (1.25, 0, 0) m pour placer le pilote devant le centre de rotation et ainsi favoriser la reproduction des mouvements HF selon les axes Y et Z . Dans le cas de l'architecture ETR, le vecteur \mathbf{R}_0 porte plutôt la valeur (0,0,-1.25) m pour favoriser la simulation des mouvements HF horizontaux, les déplacements verticaux étant déjà possibles avec ce type de simulateur. Il est clair que l'émulateur HF ne sera jamais utilisé en conjonction avec l'architecture à 6 degrés de liberté STW.

2.6 Remarques préliminaires aux résultats

2.6.1 Hypothèses limitatives

Certaines hypothèses ont été posées afin de limiter les capacités théoriques des simulateurs à 3 degrés de liberté et sont donc garantes de la nature conservatrice des conclusions que nous ferons suite aux comparaisons. La première consistait à supposer que les trois plates-formes possèdent les mêmes limites de débattement, vitesses et accélérations, pour leurs degrés de liberté correspondants. Bien qu'il soit possible de concevoir des plates-formes à 3 degrés de liberté qui possèdent de plus grands débattements angulaires, cette hypothèse permet de s'assurer qu'il serait possible de réaliser une comparaison éventuelle sur un véritable simulateur en limitant cinématiquement certains degrés de liberté pour n'en garder que 3 des 6. Le tableau 2.2 indique les valeurs limites qui furent utilisées telles que tirées de Reid et Nahon (1988). La seconde hypothèse limitative fixée délibérément fut d'utiliser le même algorithme de *Washout Filter*, ainsi que les mêmes coefficients, pour toutes les plates-formes de mouvement, à

Tableau 2.2: Débattements et limites physiques de l'architecture STW.

Linéaire		Angulaire	
x	± 0.65 (m)	ϕ	$\pm 20.8(^{\circ})$
y	± 0.59 (m)	θ	$\pm 21.3(^{\circ})$
z	± 0.52 (m)	ψ	$\pm 20.0(^{\circ})$
v_{max}	0.80 (m/s)	ω_{max}	34.4($^{\circ}$ /s)
a_{max}	10.0 (m/s ²)	α_{max}	400($^{\circ}$ /s ²)

l'exception des cas où le bloc d'émulation HF est utilisé. Le *Washout Filter* est optimisé pour une plate-forme à 6 degrés de liberté qui possède les débattements inscrits au tableau 2.2 et fut testé puis validé à de nombreuses occasions par des pilotes professionnels. Cependant, il est très probable qu'il serait possible d'optimiser cet algorithme spécifiquement pour les plates-formes à 3 degrés de liberté, ce qui pourrait avoir pour effet d'améliorer sensiblement leurs performances.

2.6.2 Combinaisons à l'étude

Le tableau 2.3 résume les 9 combinaisons différentes qui furent étudiées pour chacune des 4 manœuvres. Ces combinaisons furent produites en variant la plate-forme, la position d'évaluation du *Washout Filter* et l'utilisation ou non de l'émulateur. Ainsi, un total de 36 séries de résultats furent produits et seront présentés au chapitre suivant. Chacun des 36 groupes de résultats furent évalués et comparés de différentes manières.

Tableau 2.3: Combinaisons étudiées.

	TP	CP	CG	+HF
STW(6 ddls)	•	•		
SPH(3 ddls)	•	•	•	•
ETR(3 ddls)	•	•		•

Les résultats bruts consistaient en fait à produire des fichiers contenant l'historique complet de différents paramètres, incluant les commandes du pilote, la position de

l'avion et du simulateur ainsi que leurs vitesses et accélérations, la réponse à ces mouvements du modèle vestibulaire et même la longueur requise à chacun des 6 vérins actionnant la plate-forme. À partir de ces résultats 12 graphes de base furent construits pour chaque série de résultats: trois de ceux-ci montrent les composantes des forces spécifiques \mathbf{f} ; trois présentent les forces spécifiques perçues \mathbf{f}' correspondantes, trois pour les composantes du vecteur vitesse angulaire $\boldsymbol{\omega}$ et trois autres montrent les vitesses angulaires perçues $\boldsymbol{\omega}'$. De plus, sur chacun des graphes furent tracées trois courbes: l'une présentant les valeurs relatives au comportement de l'avion, l'une montrant les valeurs tirées du simulateur et la dernière indiquant en tout temps la différence entre les deux premières.

2.6.3 Définition d'indices de performance

Les résultats obtenus ont été principalement étudiés visuellement. Cependant, comme cette façon de faire est nécessairement subjective, un outil complémentaire de comparaison plus objectif était requis et c'est pourquoi nous définissons ici la notion d'*indices de performance*.

Le premier de ces indices, appelé λ_1 , exprime, au moyen d'une valeur numérique unique, la moyenne des différences entre les mouvements produits dans l'avion et ceux qui le sont dans le simulateur alors que le second, λ_2 , indique plutôt la moyenne des différences entre la *dérivée* des mêmes mouvements. La définition formelle des ces indices est donnée par l'équation suivante dans laquelle $i \in \{1, 2\}$:

$$\lambda_i = 100 \times \left(\frac{\lambda_{if}}{a_{max}} + \frac{\lambda_{i\omega}}{\omega_{max}} \right) \quad (2.3)$$

Ainsi, il est clair que chacun des indices est une moyenne pondérée de deux sous-indices, l'un correspondant aux valeurs de forces spécifiques, l'autre aux valeurs des vitesses angulaires. De plus, comme les unités des quantités linéaires ne sont pas homogènes à celles des quantités angulaires, il nous a fallu les normaliser en divisant par les limites supérieures correspondantes, soit a_{max} et ω_{max} , telles que tirées du tableau 2.2.

Les sous-indices qui définissent λ_1 sont alors donnés par:

$$\lambda_{1f} = \frac{1}{\mathcal{F}T} \sum_{j=0}^{\mathcal{F}T} \sqrt{(f_{xj} - f_{xj}^{sim})^2 + (f_{yj} - f_{yj}^{sim})^2 + (f_{zj} - f_{zj}^{sim})^2} \quad (2.4)$$

$$\lambda_{1\omega} = \frac{1}{\mathcal{F}T} \sum_{j=0}^{\mathcal{F}T} \sqrt{(\omega_{xj} - \omega_{xj}^{sim})^2 + (\omega_{yj} - \omega_{yj}^{sim})^2 + (\omega_{zj} - \omega_{zj}^{sim})^2} \quad (2.5)$$

où par exemple f_{kj} est la composante k de f à $t = j\Delta t$.

Il s'agit donc d'évaluer à chaque intervalle de temps t la norme du vecteur différence des forces spécifiques (ou vitesses angulaires) et d'en faire la sommation pendant toute la durée de la manœuvre T . Cette somme est ensuite normalisée en divisant par T et par la fréquence d'échantillonnage \mathcal{F} (20 Hz)—ce qui correspond à diviser par le nombre total d'éléments intervenants dans la sommation.

Le second groupe de sous-indices, formant λ_2 , a pour but l'évaluation de la norme moyenne des différences des vecteurs contenant la *dérivée* des forces spécifiques (ou des vitesses angulaires) à l'instant t . On définit ces sous-indices par:

$$\lambda_{2f} = \frac{1}{(\mathcal{F}T - 1)} \sum_{j=1}^{\mathcal{F}T} \sqrt{\dot{f}_{xj}^2 + \dot{f}_{yj}^2 + \dot{f}_{zj}^2} \quad (2.6)$$

$$\lambda_{2\omega} = \frac{1}{(\mathcal{F}T - 1)} \sum_{j=1}^{\mathcal{F}T} \sqrt{\dot{\omega}_{xj}^2 + \dot{\omega}_{yj}^2 + \dot{\omega}_{zj}^2} \quad (2.7)$$

où on écrit, pour $k \in \{x, y, z\}$:

$$\dot{f}_{kj} = \frac{\Delta f_{kj}}{\Delta t} - \frac{\Delta f_{kj}^{sim}}{\Delta t} \quad (2.8)$$

$$\dot{\omega}_{kj} = \frac{\Delta \omega_{kj}}{\Delta t} - \frac{\Delta \omega_{kj}^{sim}}{\Delta t} \quad (2.9)$$

et où, par exemple f_{kj} est la composante k de f à l'instant $t = j\Delta t$.

Ainsi, on voit que la dérivée des composantes de la force spécifique $\Delta f_{kt}/\Delta t$ (ou celle des composantes de la vitesse angulaire, $\Delta \omega_{kt}/\Delta t$) sont évaluées à l'instant t au moyen de la différence simple du voisin précédent avec Δt égal à $1/\mathcal{F} = 0.05$ sec. La sommation est ensuite faite pour toute la durée de la manœuvre et normalisée cette fois par le terme $(\mathcal{F}T - 1)$ au diviseur, la sommation débutant dans ce cas à $j = 1$.

2.7 Notes récapitulatives

Tel que présenté dans ce chapitre, nous utiliserons, pour produire les résultats de la comparaison, une méthode hors-ligne alimentée d'authentiques algorithmes de commande de simulateurs de vol. Au total, 9 combinaisons seront étudiées en simulant 4

manœuvres caractéristiques. Ces combinaisons sont composées de 3 types d'architectures, de 3 positions d'évaluations du *Washout Filter* et de la possibilité d'utiliser ou non un émulateur de mouvements HF.

Il aurait été souhaitable et pertinent de pouvoir ajouter une manœuvre simulant la phase d'approche et l'atterrissage d'un avion B747 car cette manœuvre génère beaucoup de mouvements verticaux, couvrant une grande gamme de fréquence. De plus, celle-ci est cruciale pour la formation des pilotes. Cependant, en raison de la méthode de production des résultats utilisée, il aurait été très difficile, voire impossible, de déterminer de façon *hors-ligne* les commandes exactes pour simuler un atterrissage en douceur. Nous avons donc dû nous limiter aux 4 manœuvres définies dans ce chapitre.

Cette dernière remarque termine l'explication de la procédure qui nous a néanmoins permis de générer les résultats dont quelques-uns, parmi les plus pertinents, seront présentés sous une forme condensée au chapitre 3.

Chapitre 3

Exemples graphiques et analyse des résultats

Quatorze graphes ont été sélectionnés comme exemples caractéristiques de l'ensemble des résultats obtenus. Pour présenter les résultats sous une forme plus compacte nous avons maintenant placé 4 courbes par graphe: une fine ligne pointillée montre le comportement de l'avion (*Boeing 747*), une ligne pointillée mais d'une plus grande épaisseur représente le mouvement d'un simulateur à 6 degrés de liberté (*STW@..*), la ligne continue présente le comportement d'un simulateur à 3 degrés de liberté utilisé pour la comparaison (*SPH@..* ou *ETR@..*) et enfin la ligne tiretée indique la différence entre le comportement des deux simulateurs (*Delta*). De plus, les graphiques posés côte à côte présentent la même composante de force spécifique à la différence près que ceux de droite montrent les composantes telles que perçues par le pilote, une fois traitées par le système vestibulaire. Une échelle verticale identique est utilisée pour mettre

en évidence la diminution d’amplitude et une zone grise indique clairement les valeurs situées en deçà des valeurs seuils. Il est à noter qu’aucun des graphiques choisis ne présente les résultats relatifs aux vitesses angulaires: en effet, la plupart des plates-formes à 3 degrés de liberté produisent les mêmes vitesses angulaires que celles à 6 degrés de liberté et leur présence n’aurait amené que peu d’éléments de discussions. On trouvera cependant quelques graphiques supplémentaires, dans leur forme brute à la fin de ce mémoire, à l’annexe A.

3.1 Manœuvre de décollage (MD)

Dès les premiers instants (vers $t = 3$ s) de cette manœuvre l’avion et son pilote sont sujets à une force spécifique de basse fréquence mais d’amplitude relativement grande causée par l’accélération de l’appareil sur la piste. Un peu plus tard, à $t = 17$ s, des secousses de plus hautes fréquences sont présentes en raison de la panne de moteur.

La figure 3.1(a) montre la composante X des forces spécifiques simulées par les plates-formes SPH@TP et STW@TP qui ont respectivement 3 et 6 degrés de liberté. L’artifice de la verticale apparente débute à $t = 3$ s dans les deux cas. Cependant, on note que la vitesse d’inclinaison est limitée par le *Washout Filter* à 3 °/s et les deux simulateurs ne peuvent produire une accélération suffisamment grande pour correspondre à celle de l’avion dans les premières secondes de la manœuvre. Au moment où le train avant quitte le sol (à $t = 11$ s), l’angle d’inclinaison est accentué, et ce sur les deux plates-formes, afin de correspondre à la rotation de l’avion. Il semble que cette section de la manœuvre soit très bien simulée. Une des faiblesses de la plate-forme SPH@TP est mise en exergue par le cercle à la figure 3.1(a). La panne de moteur survient à ce moment et le modèle mathématique prévoit une soudaine chute de l’accélération, chute qui est simulée en partie par STW@TP mais que SPH@TP ne parvient pas à rendre, étant limité aux mouvements de basses fréquences. On note d’ailleurs facilement la différence entre les deux types de simulateurs en observant la courbe Δf_x .

La figure 3.1(b) nous laisse cependant croire que le modèle vestibulaire du pilote diminuera de beaucoup cet écart. En fait, comme la courbe montrant la différence de sensations produites par les architectures à 3 et à 6 degrés de liberté est entièrement

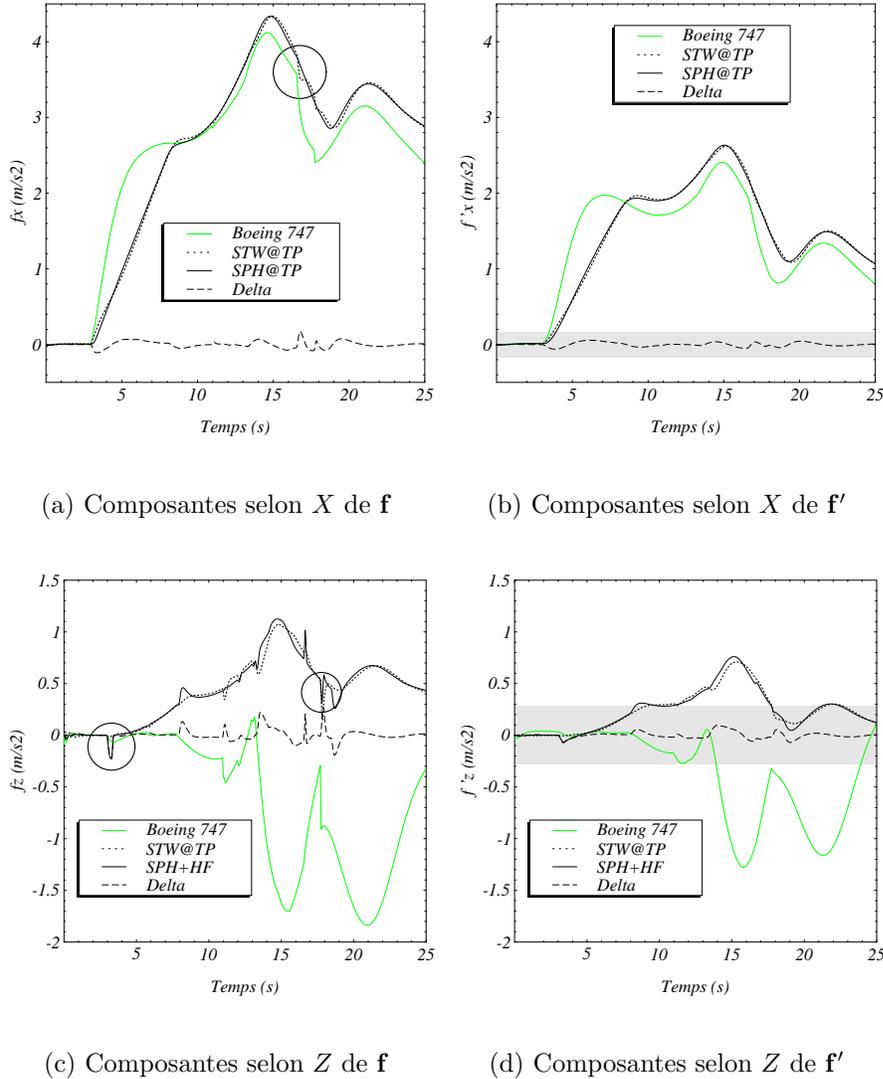


Figure 3.1: Forces spécifiques générées et perçues lors de la MD.

comprise dans la région ombrée, il est permis de croire que cette différence ne sera pas perçue par le pilote. Cette hypothèse présume que la *résolution* du système vestibulaire humain est du même ordre de grandeur que sa valeur seuil et que deux mouvements produisant des forces spécifiques dont la différence est inférieure à la valeur seuil seront perçus comme étant identiques.

Tel qu'obtenu lors d'un essai différent mais toujours avec la même manœuvre, la composante selon l'axe Z des forces spécifiques produites par les plates-formes de mouvements STW@TP et SPH+HF sont comparées aux figure 3.1(c) et 3.1(d).

Le premier constat à poser en observant ces graphiques est que les deux simulateurs ne parviennent pas du tout à simuler ce degré de liberté. Cette lacune, bien connue dans le milieu de la simulation de vol, réside dans le fait que la verticale apparente ne peut en aucune manière être utile dans la direction verticale. Cela va encore plus loin car, par exemple, lors de la simulation d'une accélération longitudinale par cet artifice, la plate-forme de mouvement produira invariablement, et de façon indésirable, l'équivalent d'une force spécifique f_z positive (vers le bas).

On note ensuite, au moyen de la première zone encadrée sur la figure 3.1(c) un brusque écart entre les courbes correspondant aux simulateurs SPH et STW. Ceci est dû au fait que la valeur choisie pour le vecteur (\mathbf{R}_0) lors de l'utilisation de l'émulateur HF positionne le pilote devant le centre de rotation. Il faut se rappeler qu'à cet instant il y a rotation autour de l'axe Y pour accommoder la verticale apparente qui tente de simuler une accélération selon X . Ce faisant, le pilote se trouve soudainement accéléré vers le haut, ressentant une valeur négative de f_z . Cet exemple montre bien que l'inconvénient premier des plates-formes à moins de 6 degrés de liberté est que les effets ne sont pas indépendants et que les degrés de liberté sont généralement couplés les uns par rapport aux autres. À l'inverse, la seconde zone encadrée montre un exemple où l'utilisation de l'émulateur HF s'avère bénéfique pour la simulation car on observe une déviation brusque de f_z qui est associée à la panne de moteur.

On retrouve encore à la figure 3.1(d) une version moins saccadée de f_z en montrant f'_z . Il faut noter ici que le pilote ne devrait pas sentir de grandes forces spécifiques en Z car les courbes sont incluses en bonne partie sous les valeurs seuils. Les effets négatifs discutés plus haut ont donc une moins grande importance relative.

L'analyse visuelle combinée de ces exemples et d'autres résultats graphiques pour la MD nous porte à croire que, pour cette manœuvre, les plates-formes à 3 degrés de liberté de type sphérique (SPH) peuvent être d'une qualité comparable à celles possédant 6 degrés de liberté. Les combinaisons SPH@TP et SPH@CG produisent des résultats particulièrement semblables à STW@TP. Les combinaisons de type ETR se sont aussi avérées relativement bonnes, spécialement selon leur degré de liberté linéaire en Z . Leur faiblesse cependant réside dans leur incapacité à générer des rotations selon Z (le lacet) alors que celles-ci semblent nécessaires lors du segment de la manœuvre qui simule la panne de moteur.

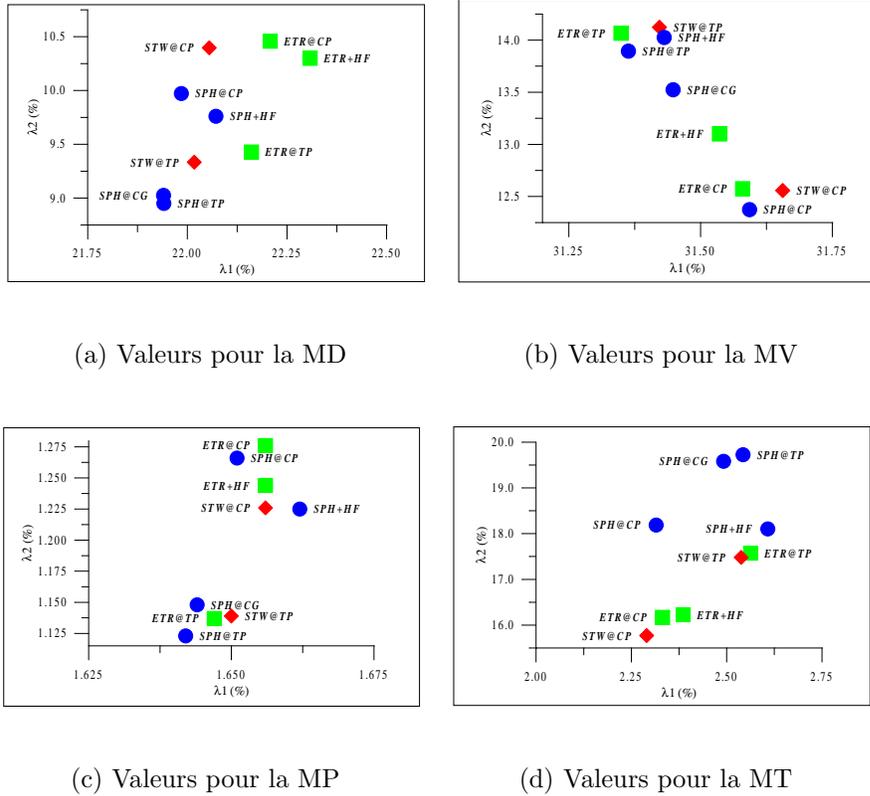


Figure 3.2: Indices de performance obtenus pour chacune des manœuvres.

Cette analyse subjective est cohérente avec les valeurs obtenues pour les indices de performances λ_1 et λ_2 , tel que montré à la figure 3.2(a), où les valeurs obtenues pour chacune des combinaisons sont représentées dans un espace bi-dimensionnel. Les combinaisons optimales sont de cette manière facilement identifiables comme étant celles qui se retrouvent le plus près de l'origine du système d'axe. Il est à noter cependant que les différences observées entre les combinaisons sont relativement petites, de l'ordre du demi-pourcent.

3.2 Manœuvre des doubles virages (MV)

Cette manœuvre possède la caractéristique de générer, tout au long de sa durée, des sensations de relativement grande amplitude (qu'elles soient linéaires ou angulaires) selon chacun des axes de mouvements. Elle est donc la seule à être véritablement tridimensionnelle et constitue ainsi un excellent test pour les architectures ne possédant

que 3 degrés de liberté.

Les figures 3.3(a) et 3.3(b) présentent respectivement les composantes f_x et f'_x des forces spécifiques produites et perçues par les combinaisons STW@CP et ETR@CP. La courbe d'amplitude quasi nulle Δf_x appuie l'hypothèse selon laquelle les simulateurs à 3 degrés de liberté ont la capacité de produire des sensations de qualité comparable à celles produites sur une plate-forme à 6 degrés de liberté. Rappelons que les vitesses angulaires générées par ces deux simulateurs demeurent identiques tout au long de la simulation à l'exception de l'angle du lacet. Ici encore la zone grise, qui correspond aux valeurs seuils de f'_x , couvre une bonne partie des valeurs générées.

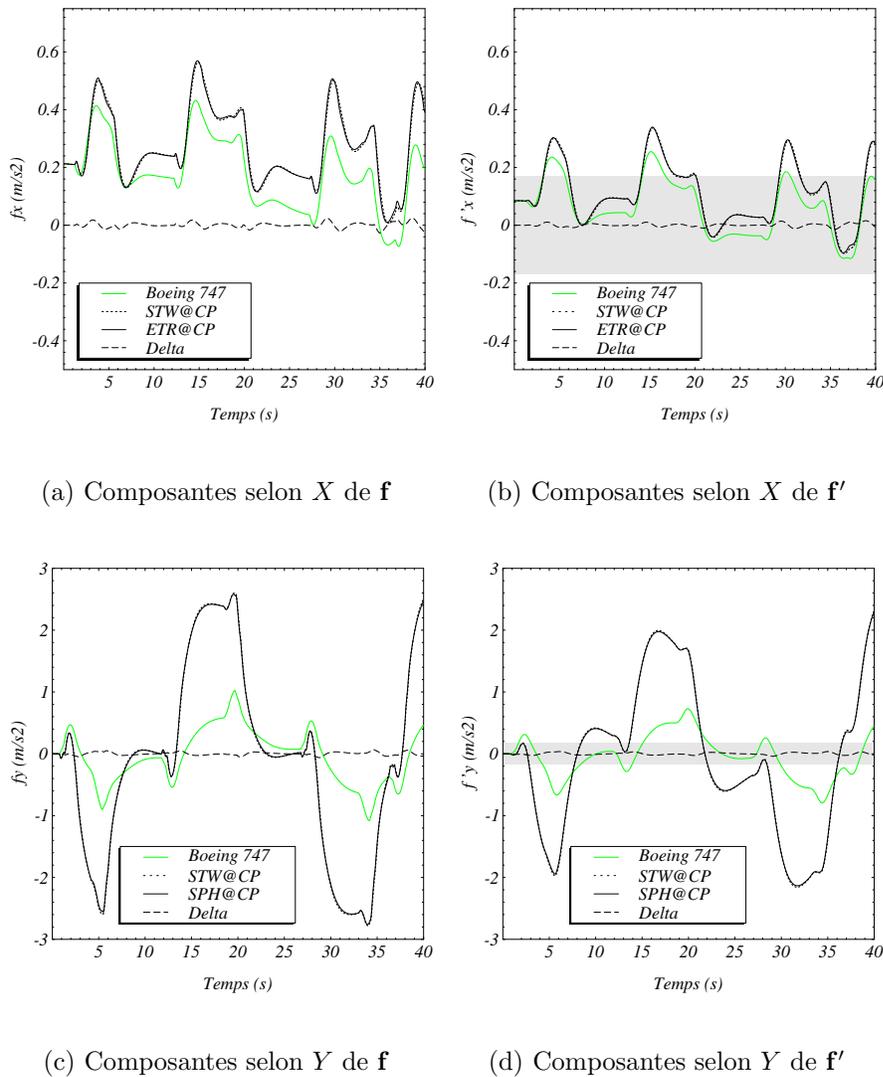


Figure 3.3: Forces spécifiques générées et perçues lors de la MV.

À l’opposé, la simulation des forces spécifiques latérales (f_y) s’avère beaucoup plus ardue et cette constatation nous est suggérée par les figure 3.3(c) et 3.3(d). On compare sur ces dernières les performances des combinaisons STW@CP et SPH@CP. Il est bien évident qu’une énorme différence d’amplitude est générée entre les courbes relatives à l’avion et celles de l’un ou l’autre des simulateurs. Cette lacune s’explique en introduisant le fait qu’habituellement un véritable avion réalisera ce que l’on nomme un virage coordonné ce qui implique que la force centrifuge créée par le virage sera compensée, du moins en partie, par la composante de la force de gravité qui est produite par une inclinaison de l’avion. Les simulateurs, toujours en raison de leur espace de travail limité, ne peuvent produire la force centrifuge associée à un virage réel et ne reproduisent que l’inclinaison du roulis, occasionnant ainsi une plus grande force spécifique latérale. Il ne nous reste qu’à noter que la piètre performance des deux simulateurs est à tout le moins comparable et de nouveau amoindrie suite au traitement par le modèle vestibulaire.

Ici encore les forces spécifiques verticales (f_z) ne furent que médiocrement simulées par la plupart des combinaisons, incluant les plates-formes de Stewart. D’une manière générale les simulations obtenues par chacune des 9 combinaisons de simulateurs étaient d’une qualité très semblable. Après une minutieuse analyse visuelle des résultats, nous avons néanmoins conclu que les architectures SPH@CP, SPH@CG et ETR@CP étaient les combinaisons à 3 degrés de liberté les plus performantes. L’analyse de la figure 3.2(b) nous indique que les combinaisons d’architectures possèdent toutes une valeur de λ_1 très près de 31.5% (ne s’en écartant que de $\pm 0.2\%$) alors que c’est surtout selon leur valeur de λ_2 qu’elles se distinguent l’une des autres. On sera alors tenté de déclarer, selon ce type d’analyse, que les combinaisons à 3 degrés de liberté SPH@CP et ETR@CP sont les plus performantes, ce qui confirme en partie l’analyse visuelle. On pourra de même affirmer que les combinaisons SPH@CG et ETR+HF sont aussi performantes en raison du fait qu’elles obtiennent des valeurs intermédiaires pour λ_1 et pour λ_2 .

3.3 Manœuvre de la double poussée (MP)

Cette troisième manœuvre est dite plane car aucun mouvement n’est produit latéralement. De plus, on peut noter que celle-ci ne contient principalement que des

accélération de basses fréquences et est en théorie assez facile à simuler à l'aide de la verticale apparente et donc par des architectures à 3 degrés de liberté. Cette remarque nous permet d'expliquer l'excellente qualité des résultats obtenus pour cette manœuvre avec toutes les combinaisons de simulateur. Nous avons choisi de comparer à la figure 3.4 les résultats obtenus avec SPH@CG et STW@CP. Il est facile de constater que les trois courbes y sont presque en tout temps superposées.

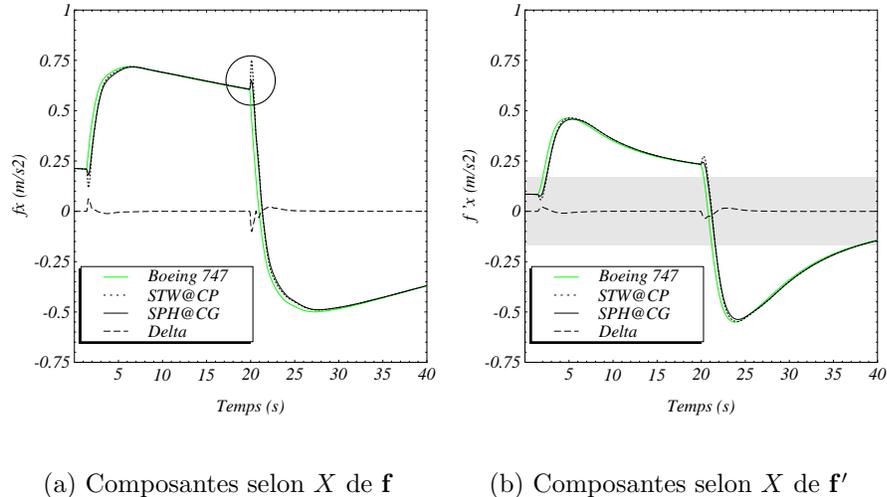


Figure 3.4: Forces spécifiques générées et perçues lors de la MP.

Cette manoeuvre ne requiert en fait de mouvements à hautes fréquences qu'à deux reprises, soit à chaque poussée, positive ou négative, de la manette des gaz. Ces accélérations HF occasionnent un délai d'environ une demi-seconde dans la réponse des deux simulateurs, délai que l'on peut observer sur les courbes de f_x et de f'_x . Cependant, l'influence prépondérante de ces accélérations HF se manifeste par les déviations soudaines des courbes associées aux simulateurs par rapport à celles de l'avion. Cette variation, bien qu'atténuée considérablement par le système vestibulaire, demeure un effet parasite qu'il est souhaitable de minimiser. L'amplitude du pic indésirable, produit par l'accélération linéaire associée à l'inclinaison soudaine du simulateur, est évidemment proportionnelle au module du vecteur \mathbf{R}_0 . C'est ce qui explique que, dans le cas présent, le simulateur de type STW@CP produit une moins bonne simulation que SPH@CG, le pilote ayant la tête plus loin du centre de rotation dans le premier cas. Par extension, il est facile de conclure que les combinaisons de type @TP ont produit les meilleures simulations car nous avons dans ce cas $\|\mathbf{R}_0\| = 0$.

Ces mêmes conclusions sont obtenues en observant la figure 3.2(c). On remarque d'abord que les valeurs des deux indices de performance sont très petites (moins de 2 % d'erreur) puis que les combinaisons étudiées se regroupent distinctement en deux groupes, le plus performant étant majoritairement composé des combinaisons de type @TP.

3.4 Manœuvre des turbulences (MT)

Les pilotes professionnels qui s'entraînent en simulateur semblent accorder une grande importance, dans leur évaluation globale du réalisme produit par un simulateur, à sa capacité à rendre certains mouvements HF tels que ceux produits par les turbulences ou les vibrations mécaniques. La manœuvre des turbulences (MT) est donc cruciale dans le cadre de cette évaluation des plates-formes de mouvement à moins de 6 degrés de liberté. Cependant, et la remarque est importante, la plupart de ces vibrations sont générées aléatoirement. Ceci implique qu'il sera plus important, lors de l'analyse des résultats, de comparer l'allure générale des courbes, caractérisée par leurs amplitudes et leurs fréquences plutôt que d'espérer obtenir des courbes qui se superposent parfaitement. Cette remarque a comme conséquence une diminution de la pertinence des indices de performance (λ_1 et λ_2) pour cette manœuvre. C'est ainsi que l'on pourra dire, en observant la figure 3.5(a) que les forces spécifiques en X produites par SPH@CP sont d'une qualité très comparable à celles produites par STW@CP bien que ni l'une ni l'autre ne se superpose directement à la courbe de l'appareil.

La simulation des accélérations verticales s'avère une fois de plus beaucoup moins performante. Nous avons choisi, à la figure 3.5(c) de montrer les résultats comparés de SPH+HF et STW@CP car cette combinaison à 3 degrés de liberté fut néanmoins l'une des plus performantes du lot. Les deux simulateurs produisent en moyenne une accélération d'amplitude trois fois moins grande que celle de l'avion et les résultats obtenus avec d'autres plates-formes sphériques mais non-équipées de l'émulateur HF étaient d'amplitude encore moins élevée. Dans le cas extrême, la combinaison SPH@TP ne produisait pratiquement aucune sensation selon cette direction de mouvement.

Il nous faut cependant constater, à l'aide des figures 3.5(b) et 3.5(d), que les forces

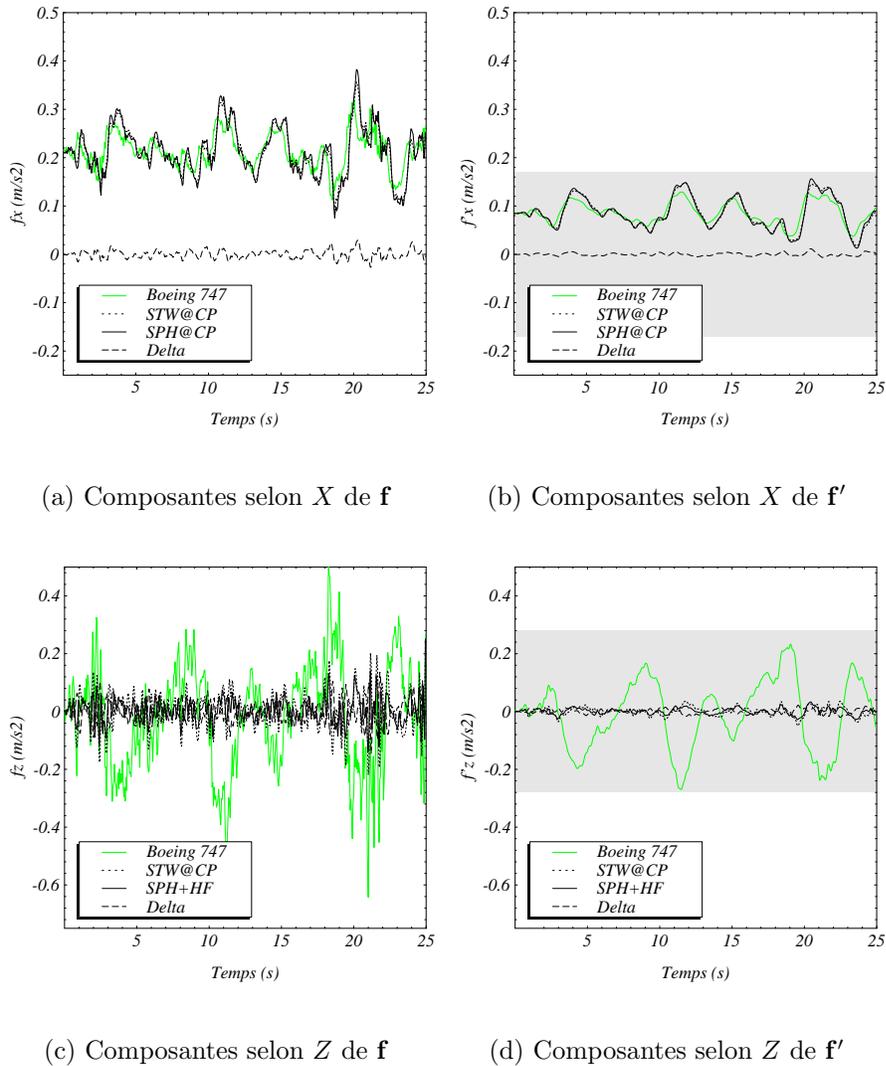


Figure 3.5: Forces spécifiques générées et perçues lors de la MT.

spécifiques qui seraient perçues par le pilote, suite au traitement fait par son système vestibulaire, sont d'une amplitude très faible, étant situées en tout temps sous la valeur seuil. Le fait d'obtenir de si faibles amplitudes s'explique en rappelant que la manœuvre fut réalisée à altitude élevée (6280 m) et le modèle mathématique qui génère les turbulences prévoit, pour demeurer fidèle à la réalité, une diminution avec l'altitude de l'amplitude des turbulences. Il aurait donc fallu réaliser la manœuvre à une altitude beaucoup plus basse mais la constatation de cette lacune ne fut faite que quelques mois plus tard, de retour à Québec. La production de nouveaux résultats impliquait alors certaines complications techniques et nous avons alors jugé que ce détail ne les justifiait

pas.

Finalement, et en considérant l'ensemble des résultats pour la MT, il nous a semblé apparent que les combinaisons SPH+HF et ETR+HF, ainsi que SPH@CP ou SPH@CG possèdent un certain potentiel pour reproduire les turbulences et donnent des résultats d'un réalisme équivalent à celui obtenu avec les combinaisons à 6 degrés de liberté de type STW.

Comme il a été dit au début de la présente sous-section, il nous faut observer la figure 3.2(d) avec un certain scepticisme: la définition même des indices de performances n'est pas parfaitement adaptée à l'évaluation de telles manœuvres. On constate néanmoins que les architectures sphériques donnent de moins bons résultats, étant situées dans le haut du graphique. Notez également que les combinaisons se distinguent surtout par leur valeur de λ_2 , qui caractérise la dérivée des valeurs simulées, ce qui revient à dire qu'elles donnent des sensations du même ordre de grandeur que dans l'avion mais que la fréquence de ces sensations diffère.

3.5 Analyse globale des résultats

L'analyse de ces résultats se fit principalement d'une manière visuelle en inspectant minutieusement les 72 pages de graphiques produits en combinant trois architectures à trois positions d'évaluation du *Washout Filter* en plus de l'émulateur HF puis en testant ces combinaisons pour les 4 manœuvres caractéristiques. Les 14 graphiques présentés dans ce chapitre ne représentent qu'une fraction des résultats mais demeurent les plus pertinents et sont *grosso modo* ceux qui ont généré le plus de réflexions et de discussions. Nous avons de plus utilisé des indices de performance qui se voulaient un outil complémentaire d'évaluation objective.

Nous pouvons maintenant conclure, suite à cette analyse que, dans la plupart des cas, les simulateurs de vol ne possédant que 3 degrés de liberté sont capables de produire une simulation d'une qualité comparable à celle produite par une plate-forme de type Stewart, couramment utilisée. Les conclusions que l'on pouvait tirer de l'analyse faite à partir des résultats du modèle vestibulaire confirment celles obtenues avec l'historique

du mouvement. Il semble même en fait que le traitement produit par le modèle vestibulaire augmente sensiblement la ressemblance entre les simulations à 3 et 6 degrés de liberté en diminuant les amplitudes et les mouvements de plus hautes fréquences.

En nous basant sur cette analyse nos conclusions particulières sont les suivantes:

1. Les simulateurs à 3 degrés de liberté constituent une alternative viable aux systèmes classiques possédant 6 degrés de liberté car la simulation offerte par ces systèmes simplifiés pour un avion de ligne tel le Boeing 747 est d'une qualité comparable. Bien que l'on ne puisse découpler directement les sensations d'un pilote humain selon 6 quantités scalaires indépendantes on peut néanmoins constater que les systèmes à degrés de liberté restreints produisent, pour chaque degré de liberté conservé, des mouvements identiques à ceux produits par les simulateurs complets. C'est le cas par exemple de tous les mouvements angulaires avec les simulateurs sphériques (SPH). Les manœuvres comme celles du double virage (MV) et de la double poussée (MP) génèrent des résultats particulièrement similaires pour tous les simulateurs testés en raison de leur composition première en basses fréquences qui peuvent être adéquatement simulées par l'artifice de la verticale apparente.
2. La combinaison à 3 degrés de liberté qui semble la plus efficace, la plus polyvalente et possédant donc le plus grand potentiel s'avère être SPH@CG car elle performe relativement bien pour toutes les manœuvres. Les combinaisons ETR@TP et SPH+HF semblent d'ailleurs prometteuses. Ces conclusions semblent également correspondre à l'analyse des valeurs obtenues pour les indices de performance, tel que montré à la figure 3.2.
3. Le point faible des systèmes à 3 degrés de liberté choisis, et nous l'avions prévu, est leur incapacité inhérente à simuler les mouvements linéaires de fréquences relativement hautes. Bien que le pilote puisse ressentir certaines forces spécifiques HF dans le cas où le vecteur \mathbf{R}_0 est non-nul, ces mouvements demeurent généralement couplés aux accélérations angulaires HF et ne peuvent donc être produits de façon indépendante. L'effet produit par l'émulateur HF n'est donc pas toujours très réaliste.
4. Le fait de réaliser le *Washout Filter* en récoltant les valeurs d'accélération à la

tête du pilote (@TP) en posant $\mathbf{R}_0 = \mathbf{0}$ permet d'éviter toutes accélérations parasites généralement occasionnées par l'utilisation de l'artifice de la verticale apparente. Cependant, cette position pour le *Washout Filter* empêche aussi systématiquement, dans le cas des plates-formes sphériques, la sensation de mouvements linéaires. Il serait donc nécessairement impossible d'utiliser l'émulateur HF à cette position, qui ne constitue pas selon nous une configuration optimale. En fait il nous apparaît qu'un choix judicieux de la position du centre de rotation est d'une grande importance pour le réalisme obtenu. Ce choix pourrait (et devrait même) être dicté par l'application visée pour tirer profit des accélérations linéaires couplées aux rotations. Ainsi par exemple, dans le cas où le centre de rotation serait placé au-dessus de la tête du pilote, un déplacement linéaire vers l'avant accompagnerait toute rotation autour de l'axe Y visant à simuler une accélération linéaire vers l'avant.

5. Les plates-formes à 3 degrés de liberté gagneraient sûrement en performance si on leur associait un algorithme de *Washout Filter* qui leur serait particulier plutôt que d'utiliser un algorithme classique. On pourrait ainsi exploiter leurs forces et possiblement minimiser leurs faiblesses. Certains sous-systèmes pourraient également augmenter leur qualité. On pense ici aux sièges vibrants (ou actionnés linéairement de haut en bas) ou encore le fait de monter en série une plate-forme secondaire à 3 degrés de liberté linéaires HF, ne supportant que le cockpit de l'appareil, sur une plate-forme primaire de type sphérique qui porterait aussi le système visuel et les unités informatiques.

Cette analyse des résultats achève la première partie du projet qui visait, on le rappelle, l'évaluation des plates-formes mobiles possédant 3 degrés de liberté. Jusqu'ici ces plates-formes n'ont été définies que de façon théorique en *supposant* qu'elles possédaient tel ou tel degré de liberté. Nous nous intéresserons maintenant à la manière de construire ces plates-formes afin de leurs *imposer* certains degrés de liberté.

Chapitre 4

Modélisation cinématique des architectures étudiés

La modélisation cinématique constitue la seconde étape du projet de maîtrise. Une fois que la première partie a démontré que les simulateurs de vol à 3 degrés de liberté semblaient représenter une possibilité prometteuse et envisageable, il s'agit d'en démontrer la faisabilité en générant un ensemble d'architectures cinématiques potentielles.

4.1 Considérations générales

On veut donc établir les équations cinématiques pour une série d'architectures parallèles à 3 degrés de liberté. Chaque architecture retenue devra posséder les caractéristiques cinématiques qui sont décrites dans ce qui suit.

Devant être un système parallèle, on retrouvera une plate-forme mobile unique à laquelle on fixera un repère analogue à celui défini pour le simulateur à la section 1.2, repère dont on définira maintenant la position et l'orientation par le vecteur \mathbf{w} et la matrice \mathbf{Q} , elle-même définie par les angles d'Euler regroupés dans un vecteur noté $\boldsymbol{\beta} = [\phi \ \theta \ \psi]^T$. Évidemment, comme les architectures générées posséderont 3 degrés de liberté, seulement 3 des 6 composantes de \mathbf{w} et de $\boldsymbol{\beta}$ pourront être indépendantes et on désignera celles-ci par l'expression *coordonnées cartésiennes*. Dans le cas des architectures de type SPH, les coordonnées cartésiennes seront ϕ , θ et ψ alors que pour les architectures de type ETR elles seront plutôt ϕ , θ et z , où z est la composante verticale du vecteur \mathbf{w} , puisque celui-ci est défini par $\mathbf{w} = [x \ y \ z]^T$.

La dérivée des angles d'Euler est désignée par le vecteur \mathbf{t} , c'est à dire $\mathbf{t} = \dot{\boldsymbol{\beta}} = [\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$, et on la relie aux vitesses angulaires de la plate-forme par l'expression identique à l'équation (1.3)

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{R}\mathbf{t} \quad (4.1)$$

où \mathbf{R} est semblable à la matrice \mathbf{R}_a définie à l'équation (1.3). Cette relation permettra d'écrire, pour une rotation pure autour d'un point fixe,

$$\dot{\mathbf{v}} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} = \mathbf{R}\mathbf{t} \times \mathbf{v} \quad (4.2)$$

où \mathbf{v} est un vecteur défini du centre de rotation au point considéré et $\dot{\mathbf{v}}$ est la vitesse de ce point.

La dite plate-forme devra nécessairement être supportée par un certain nombre p de pattes articulées qui contiendront chacune au maximum *une* articulation actionnée (dont on commande la position). Les variables correspondant à ces articulations seront appelées les *coordonnées articulaires*. Il existera nécessairement une relation, possiblement non univoque, qui relie le vecteur des coordonnées cartésiennes à celui des coordonnées articulaires. Cette relation est sous-tendue par des équations de contrainte qu'il nous faut découvrir et résoudre, ce qui constitue la solution au *problème géométrique inverse* ou PGI. La dérivée de ces équations de contraintes conduira à l'équation matricielle des vitesses, que l'on pourra écrire, dans le cas des plates-formes sphériques, $\mathbf{s} = \mathbf{J}\mathbf{t}$ où la matrice \mathbf{J} est appelée la matrice *jacobienne* et où le vecteur \mathbf{s} désigne la dérivée des coordonnées articulaires. La matrice jacobienne \mathbf{J} pourra aussi être définie pour les plates-formes de type ETR, toujours par la relation qui relie la dérivée des coordonnées articulaires à la dérivée des coordonnées cartésiennes.

Chacune de ces pattes pourront donc individuellement posséder un nombre q_i de degrés de liberté correspondant à la somme des degrés de liberté de chaque articulation qui la compose. Nous éviterons cependant l'utilisation d'articulations prismatiques (active ou passive) afin de favoriser l'emploi d'actionneurs électriques et de minimiser la présence de frottement et de coincement indésirables. Nous nous limiterons donc aux articulations de type rotoïde (R), à 1 degré de liberté, cardan (H), à 2 degrés de liberté ou sphérique (S), à 3 degrés de liberté. Le nombre de degrés de liberté résultant, noté l , par l'assemblage de la plate-forme sur ses pattes est donnée par une particularisation de l'équation de Tchebychev-Grübler-Kutzbach (Hunt 1983)

$$l = 6(1 - p) + \sum_{i=1}^p q_i \quad (4.3)$$

pour laquelle on cherche à connaître les valeurs de p et de q_i qui garantiront que $l = 3$ en vue d'obtenir un mécanisme ayant 3 degrés de liberté. Comme ces variables ne peuvent qu'être des valeurs entières positives et que l'on impose indirectement que $p \geq 3$ (en raison du fait que l'on impose qu'un maximum d'une articulation active par patte), on pourra lister les cas suivants

$$\text{Si } p = 3, \quad \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} \in \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} \right\} \quad (4.4)$$

$$\text{Si } p = 4, \quad \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{pmatrix} \in \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \right\} \quad (4.5)$$

Seulement quelques-unes de ces possibilités seront étudiées en détail aux sections suivantes pour des raisons évidentes de concision.

La matrice jacobienne, définie plus haut, possède des propriétés très utiles pour nous car son conditionnement nous renseignera sur la facilité avec laquelle on pourra contrôler avec précision la plate-forme (Salisbury et Craig 1982; Gosselin et Angeles 1991; Tandirci *et al.* 1992). La caractéristique que l'on évaluera se nomme la dextérité (Gosselin 1992) et est une mesure locale de la stabilité du mécanisme, variant entre 0 (cas dégénéré, perte de contrôle, singularité) et 1 (cas optimal, meilleure précision) que

l'on calcule en inversant la valeur locale du conditionnement de la matrice \mathbf{J} , soit

$$\xi = 1/\kappa(\mathbf{J}) \quad (4.6)$$

où l'on évalue

$$\kappa(\mathbf{J}) = \|\mathbf{J}\| \|\mathbf{J}^{-1}\| \quad (4.7)$$

et où $\|\mathbf{J}\|$ est la norme Euclidienne de la matrice \mathbf{J} que l'on calcule par l'équation suivante

$$\|\mathbf{J}\| = \sqrt{\text{tr}(\mathbf{J}\mathbf{W}\mathbf{J}^T)} \quad (4.8)$$

avec \mathbf{W} qui est une matrice de pondération définie, dans le cas d'une matrice \mathbf{J} de dimensions (3×3) , par $\mathbf{W} = \frac{1}{3}\mathbf{I}$ où \mathbf{I} est la matrice identité aussi de dimensions (3×3) . Cette matrice de pondération \mathbf{W} vise à normaliser la valeur de $\|\mathbf{J}\|$ afin de toujours obtenir une valeur comprise entre 0 et 1, quelle que soit la dimensions de la matrice \mathbf{J} . Nous reviendrons à l'utilisation des valeurs de dextérité au chapitre 5. Le développement des équations de contrainte, de solution du PGI et de celles qui mèneront à la matrice \mathbf{J} sera maintenant présenté pour quelques architectures.

4.2 Modélisation des architectures

4.2.1 Architecture SPH555

Cette architecture est très bien documentée au laboratoire de robotique et celle-ci a même fait l'objet d'un prototype servant à orienter une caméra de façon très rapide et qui est appelé l'*œil agile* (Gosselin et Lavoie 1993; Gosselin et Hamel 1994; Gosselin et Gagné 1995a; Gosselin et Gagné 1995b; Gosselin et St-Pierre 1997). Nous avons néanmoins cru bon d'inclure un bref résumé des équations qui décrivent cette architecture pour situer le lecteur et appuyer l'optimisation cinématique que nous en ferons.

Ce mécanisme utilise les contraintes géométriques et une forme particulière des membrures qui le composent pour produire un mouvement à 3 degrés de liberté à son organe terminal, qui effectue alors des rotations pures autour d'un point fixe. Bien que la désignation géométrique indique que chacune des pattes doit posséder 5 degrés de liberté, il est démontré que 3 articulations de type rotoïde (RRR) dont les axes

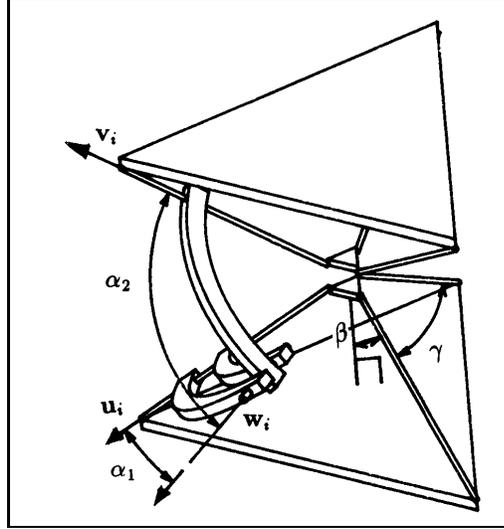


Figure 4.1: Architecture SPH555.

s'intersectent en un point unique peuvent avantageusement se substituer à une architecture RRS. Le mécanisme ainsi obtenu est représenté schématiquement à la figure 4.1. On définit d'abord les vecteurs unitaires \mathbf{u}_1 , \mathbf{u}_2 et \mathbf{u}_3 qui forment la base fixe de l'architecture. Ceux-ci font un angle γ_1 entre eux et β_1 avec la verticale positive. Ils sont de plus symétriquement disposés autour de l'axe Z et constituent chacun l'axe de rotation d'un des 3 actionneurs (qui sont fixes). On définira donc, pour $i = 1, 2, 3$

$$\mathbf{u}_i = \left[\sin \beta_1 \cos \left(\frac{2\pi}{3} i \right) \quad \sin \beta_1 \sin \left(\frac{2\pi}{3} i \right) \quad \cos \beta_1 \right]^T \quad (4.9)$$

De façon similaire, les vecteurs unitaires \mathbf{v}_1 , \mathbf{v}_2 et \mathbf{v}_3 , formant la partie mobile, conservent entre eux un angle γ_2 et un angle β_2 avec l'axe $-Z$ du repère mobile. Ces vecteurs \mathbf{v}_i sont aussi symétriquement disposés et leurs projections dans le plan XY du repère mobile forment entre elles un angle de 120° . Ces vecteurs \mathbf{v}_i définissent la direction des axes des articulations passives attachés à la plate-forme. On définit une configuration de référence dans laquelle les vecteurs \mathbf{v}_i sont définis selon une orientation donnée par \mathbf{v}_{0i} . L'axe Z du repère mobile est alors parallèle à l'axe Z du repère inertiel et l'axe X du repère mobile fait quant à lui un angle égal à ψ_C avec l'axe X du repère inertiel. Ainsi, tel qu'exprimé dans le repère inertiel, toujours pour $i = 1, 2, 3$

$$\mathbf{v}_{0i} = \left[\sin \beta_2 \cos \left(\frac{2\pi}{3} i + \psi_C \right) \quad \sin \beta_2 \sin \left(\frac{2\pi}{3} i + \psi_C \right) \quad -\cos \beta_2 \right]^T \quad (4.10)$$

Quant aux vecteurs \mathbf{w}_1 , \mathbf{w}_2 et \mathbf{w}_3 , ceux-ci définissent les axes mobiles intermédiaires (non actionnés) dans chaque patte, reliant par deux membrures \mathbf{u}_i à \mathbf{v}_i . Plutôt que

de parler de longueurs de pattes on indiquera donc une valeur angulaire entre les axes concourants, soit, pour chaque patte i , l'angle α_1 mesuré entre les vecteurs \mathbf{u}_i et \mathbf{w}_i et par l'angle α_2 mesuré entre les vecteurs \mathbf{w}_i et \mathbf{v}_i . Le mécanisme est contrôlé au niveau des axes associés aux vecteurs \mathbf{u}_i par 3 actionneurs rotoïdes. On associe une variable articulaire θ_i à chacun des actionneurs. Celle-ci est définie comme l'angle de rotation de l'actionneur autour l'axe \mathbf{u}_i . La variable articulaire θ_i se voit arbitrairement imposer la valeur zéro (0) lorsque que la normale au plan contenant les vecteurs \mathbf{u}_i et \mathbf{w}_i est perpendiculaire à l'axe Z du repère fixe.

La solution du problème géométrique inverse de l'architecture s'écrit en considérant d'une part que l'orientation des vecteurs \mathbf{w}_i est définie, pour une valeur donnée de la coordonnée articulaire θ_i , par une fonction de \mathbf{u}_i et α_1 et que, d'autre part, on trouve l'expression des vecteurs \mathbf{v}_i dans le repère inertiel par $\mathbf{Q}\mathbf{v}_{0i}$. Les deux expressions sont alors substituées dans la relation suivante

$$\mathbf{w}_i \cdot \mathbf{v}_i = \cos \alpha_2, \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.11)$$

d'où on pourra tirer deux solutions pour l'angle θ_i , soit un total de huit solutions (Craver 1989). Tel que mentionné à la section précédente, on note $\boldsymbol{\omega}$ le vecteur de vitesse angulaire de la plate-forme et \mathbf{s} le vecteur des vitesses articulaires, soit $\mathbf{s} = [\dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_3]^T$. Les équations de vitesse s'écrivent alors, tel que proposé par Gosselin et Angeles (1989), $\mathbf{A}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{B}\mathbf{s}$ où \mathbf{A} et \mathbf{B} sont données par

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} (\mathbf{w}_1 \times \mathbf{v}_1)^T \\ (\mathbf{w}_2 \times \mathbf{v}_2)^T \\ (\mathbf{w}_3 \times \mathbf{v}_3)^T \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\mathbf{w}_1 \times \mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{v}_1 & 0 & 0 \\ 0 & -\mathbf{w}_2 \times \mathbf{u}_2 \cdot \mathbf{v}_2 & 0 \\ 0 & 0 & -\mathbf{w}_3 \times \mathbf{u}_3 \cdot \mathbf{v}_3 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

ce qui permet donc d'écrire, en utilisant l'équation (4.1),

$$\mathbf{s} = \mathbf{J}\mathbf{R}\mathbf{t} = (\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A})\mathbf{R}\mathbf{t} \quad (4.14)$$

On trouvera le détail de la génération de ces équations dans Gosselin et Lavoie (1993). Le lecteur pourra également trouver, à l'annexe B, le développement mathématique original correspondant à la même architecture mais où la variable actionnée sur chacune

des pattes est plutôt associée à la liaison intermédiaire \mathbf{w}_i . Notons au passage que le fait que cette architecture ne soit cinématiquement définie qu'au moyen de paramètres angulaires nous permet de ne pouvoir considérer que l'*orientation* des vecteurs \mathbf{u}_i , \mathbf{v}_i et \mathbf{w}_i , sans avoir à prendre en considération leur module. Nous posons donc ces vecteurs comme étant unitaires.

4.2.2 Architecture SPH366

Cette architecture dans sa forme générale est constituée d'une plate-forme mobile triangulaire dont un des sommets, fixe, se trouve à l'origine du repère mobile et à la coordonnée $\mathbf{w} = [0 \ 0 \ -h]^T$ du repère inertiel. Le mécanisme est représenté de façon schématique à la figure 4.2. Les deux autres sommets sont positionnés par les vecteurs \mathbf{v}_1 et \mathbf{v}_2 compris dans le plan XY du repère mobile et formant un angle égal à $2\eta_1$ entre eux. Par ailleurs on définit une configuration de référence dans laquelle les vecteurs \mathbf{v}_i sont définis selon une orientation notée \mathbf{v}_{0i} . Dans cette configuration de référence, le plan XY du repère mobile fait un angle θ_C avec l'horizontale du repère inertiel de sorte que l'on peut écrire

$$\mathbf{v}_{0i} = \mathbf{Q}_Y(\theta_C)\mathbf{r}_i, \quad i = 1, 2 \quad (4.15)$$

avec

$$\mathbf{r}_1 = [v \cos \eta_1 \quad v \sin \eta_1 \quad 0]^T \quad (4.16)$$

$$\mathbf{r}_2 = [v \cos \eta_1 \quad -v \sin \eta_1 \quad 0]^T \quad (4.17)$$

où v est donc le module des vecteurs \mathbf{v}_i et où

$$\mathbf{Q}_Y(\theta_C) = \begin{bmatrix} \cos \theta_C & 0 & \sin \theta_C \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_C & 0 & \cos \theta_C \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

On constate donc que par souci de symétrie et afin de diminuer le nombre de variables indépendantes, on impose que $\|\mathbf{v}_1\| = \|\mathbf{v}_2\| = v$. Les pattes que l'on désigne par les indices 1 et 2 ont chacune 6 degrés de liberté et sont du type HRS. L'articulation rotoïde (R) est commandée et toutes les autres sont passives. Cette façon d'actionner les pattes constitue évidemment un choix arbitraire que nous avons fait pour la plupart des architectures ici présentées. Cette décision est cependant motivée dans un

but de simplification des équations du PGI. Elle correspond à la transposition rotoïde des articulations prismatiques communes dans les simulateurs de vol. Les longueurs des membres de chacune de ces pattes sont définies par l_1 et l_2 , tel qu'indiqué à la figure 4.2. La troisième patte quant à elle, possède trois degrés de liberté: la première articulation, rotoïde avec axe vertical, est commandée et une articulation passive de type cardan (H) relie cette patte à la plate-forme. Finalement, on désigne la position du centre du cardan des pattes 1 et 2 par les vecteurs \mathbf{w}_1 et \mathbf{w}_2 compris dans le plan XY du repère inertiel et formant un angle égal à $(2\eta_2)$ entre eux.

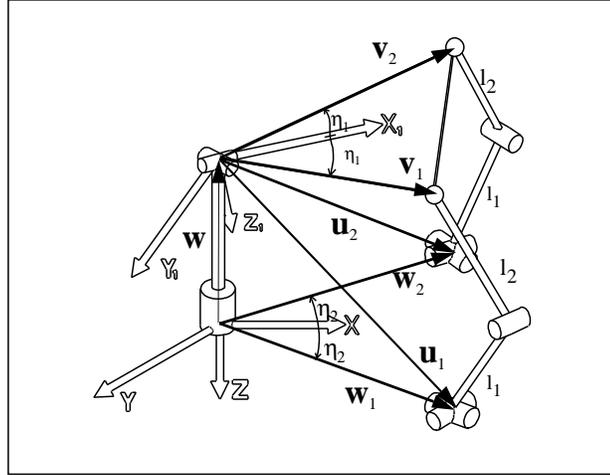


Figure 4.2: Architecture SPH366.

On représente l'orientation de la plate-forme par rapport à la configuration de référence grâce à la matrice de rotation \mathbf{Q} , ce qui permet d'écrire $\mathbf{v}_i = \mathbf{Q}\mathbf{v}_{0i}$. De plus, on définit le vecteur \mathbf{w} comme celui reliant l'origine du repère inertiel au centre du cardan de la troisième patte, tel qu'illustré à la figure 4.2. On définit aussi le vecteur \mathbf{u}_i comme celui reliant le centre du cardan de la troisième patte au centre du cardan de la $i^{\text{ème}}$ patte, c'est à dire

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{w}_i - \mathbf{w}, \quad i = 1, 2 \quad (4.19)$$

Considérons d'abord les deux pattes à six degrés de liberté, pour lesquelles le développement suivant s'applique identiquement en assignant la valeur 1 ou 2 à l'indice i , selon la patte considérée.

Définissons le vecteur $\boldsymbol{\rho}_i$ comme étant égal à $\mathbf{v}_i - \mathbf{u}_i$. Par ailleurs, en utilisant la loi des *cosinus*, il est possible d'exprimer le module de ce vecteur en constatant que l'arc

défini par la coordonnée articulaire θ_i soutend ce vecteur puisque θ_i est défini comme l'angle entre les membrures de longueurs l_1 et l_2 . Ainsi,

$$\|\boldsymbol{\rho}_i\|^2 = \|\mathbf{v}_i - \mathbf{u}_i\|^2, \quad i = 1, 2 \quad (4.20)$$

$$l_1^2 + l_2^2 - 2l_1l_2 \cos \theta_i = (\mathbf{v}_i - \mathbf{u}_i)^T (\mathbf{v}_i - \mathbf{u}_i), \quad i = 1, 2 \quad (4.21)$$

ce qui nous permettra d'isoler les variables θ_1 et θ_2 . Quant à la troisième patte, on constate que la convention qui a été suivie pour définir la matrice \mathbf{Q} (voir l'équation (1.2)) nous permet d'écrire, pour compléter la résolution du PGI

$$\theta_3 = \psi \quad (4.22)$$

où ψ est l'un des 3 angles d'Euler utilisés pour définir la matrice \mathbf{Q} et θ_3 est défini comme l'angle entre l'axe X du repère inertiel et l'axe X du repère mobile, lié à la plate-forme. Puisque l'équation (4.21) conduit à deux solutions pour chacun des angles θ_i , nous obtenons donc un total de 4 solutions pour le PGI. Voulant maintenant définir les matrices jacobiennes de ce manipulateur, il s'agit de dériver les équations (4.21) et (4.22) par rapport au temps. On écrit donc

$$2l_1l_2\dot{\theta}_i \sin \theta_i = 2(\mathbf{v}_i - \mathbf{u}_i)^T (\dot{\mathbf{v}}_i) \quad (4.23)$$

Or, on peut substituer la relation (4.2) dans (4.23), ce qui conduit à

$$\begin{aligned} -2l_1l_2\dot{\theta}_i \sin \theta_i &= 2(\mathbf{v}_i - \mathbf{u}_i)^T (\mathbf{R}\mathbf{t} \times \mathbf{v}_i) \\ &= 2(\mathbf{v}_i \times (\mathbf{v}_i - \mathbf{u}_i))^T \mathbf{R}\mathbf{t} \end{aligned} \quad (4.24)$$

Si on cherche à obtenir la même forme que l'équation précédente pour la dérivée de la troisième coordonnée articulaire afin de faire apparaître la matrice \mathbf{R} , on écrira

$$\dot{\theta}_3 = \dot{\psi} = (\mathbf{e}_k^T \mathbf{R}^{-1}) \mathbf{R}\mathbf{t} \quad (4.25)$$

où on utilise le vecteur unitaire $\mathbf{e}_k = [0 \ 0 \ 1]^T$ afin d'obtenir la dernière ligne de la matrice \mathbf{R}^{-1} . Une fois les termes regroupés sous forme matricielle, on trouve $\mathbf{A}\mathbf{R}\mathbf{t} = \mathbf{B}\mathbf{s}$ où $\mathbf{s} = [\dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_3]^T$, $\mathbf{t} = [\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$ et où

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} (\mathbf{v}_1 \times (\mathbf{v}_1 - \mathbf{u}_1))^T \\ (\mathbf{v}_2 \times (\mathbf{v}_2 - \mathbf{u}_2))^T \\ \mathbf{e}_k^T \mathbf{R}^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} l_1 l_2 \sin \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & l_1 l_2 \sin \theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

d'où on pourra écrire que $\mathbf{J} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{R}$.

4.2.3 Architecture SPH3666

Le lecteur pourra trouver, à l'Annexe B, le développement mathématique relatif à l'architecture SPH3666. Nous n'avons pas cru bon de l'inclure dans le corps de ce mémoire en raison de la très grande similitude qui existe entre ces équations et celles présentées à la section précédente.

4.2.4 Architecture ETR555

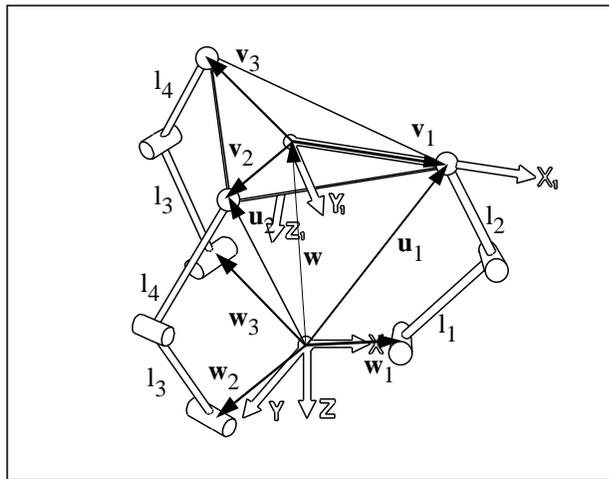


Figure 4.3: Architecture ETR555.

Cette architecture cinématique possède, elle-aussi, une plate-forme mobile triangulaire à laquelle on associe un repère mobile dont la position de l'origine est définie par le vecteur \mathbf{w} et la matrice d'orientation \mathbf{Q} . Cependant, étant de type ETR, on a choisi de contrôler les degrés de liberté ϕ , θ et z , alors que l'angle ψ et les composantes x et y du vecteur \mathbf{w} sont par le fait même dépendantes des autres coordonnées. Cette architecture est représentée schématiquement à la figure 4.3.

Chacune des pattes qui sont reliées à la plate-forme possède la même construction à 5 degrés de liberté, de type RRS, dans laquelle la deuxième articulation rotoïde est commandée. La longueur des membrures proximales et distales est respectivement désignée par l_1 et l_2 pour la patte 1 et par l_3 et l_4 pour les pattes 2 et 3. Nous avons quelque peu particularisé le manipulateur en imposant que chaque plan π_i , dans lequel est entièrement compris tous les points de la patte i , doit passer par l'origine. L'équation qui définit chacun de ces plans est donc de la forme

$$\pi_i : a_i x + b_i y + c_i z = 0 \quad (4.28)$$

où on a de plus imposé que

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\sin \eta_2 \sin \gamma & -\cos \eta_2 \sin \gamma & \cos \gamma \\ \sin \eta_2 \sin \gamma & -\cos \eta_2 \sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

de sorte que le paramètre γ indiquera l'inclinaison des plans π_2 et π_3 par rapport à la verticale.

Les vecteurs \mathbf{v}_2 et \mathbf{v}_3 forment entre eux un angle égal à $(2\eta_1)$ et sont coplanaires avec le vecteur \mathbf{v}_1 . L'orientation de référence de ce plan est donnée par une rotation θ_C autour de l'axe Y , identiquement à celle décrite à l'équation (4.18). De plus, comme pour les cas précédents, on définit les vecteurs \mathbf{v}_{0i} comme les vecteurs \mathbf{v}_i dans la configuration de référence, de sorte que l'on pourra écrire

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{01} & \mathbf{v}_{02} & \mathbf{v}_{03} \end{bmatrix} = \mathbf{Q}_Y(\theta_C) \begin{bmatrix} v_1 & -v_2 \cos \eta_1 & -v_2 \cos \eta_1 \\ 0 & v_2 \sin \eta_1 & -v_2 \sin \eta_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Le paramètre h indiquera la valeur initiale de la coordonnée cartésienne z et comme on utilise la matrice \mathbf{Q} pour caractériser l'orientation de la plate-forme, on écrira une fois de plus la relation $\mathbf{v}_i = \mathbf{Q}\mathbf{v}_{0i}$. La position de la liaison rotoïde à la base de la patte i est donnée par le vecteur \mathbf{w}_i . Exprimés dans le repère inertiel, ces vecteurs s'écrivent

$$\begin{bmatrix} \mathbf{w}_1 & \mathbf{w}_2 & \mathbf{w}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 & -w_2 \cos \eta_2 & -w_2 \cos \eta_2 \\ 0 & w_2 \sin \eta_2 & -w_2 \sin \eta_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Notez ici l'introduction de deux modules distincts qui servent à définir les vecteurs \mathbf{v}_{0i} ($\|\mathbf{v}_1\| = v_1$ et $\|\mathbf{v}_2\| = \|\mathbf{v}_3\| = v_2$) tout comme pour \mathbf{w}_i ($\|\mathbf{w}_1\| = w_1$ et $\|\mathbf{w}_2\| = \|\mathbf{w}_3\| = w_2$)¹.

Afin de déterminer l'angle requis à la liaison rotoïde de chaque patte (la solution du PGI) on définit le vecteur $\boldsymbol{\rho}_i$ comme $\mathbf{u}_i - \mathbf{w}_i$ (voir la figure 4.3) et on exprime encore une fois, selon la loi des *cosinus*

$$\|\boldsymbol{\rho}_i\|^2 = \|\mathbf{w} - \mathbf{w}_i + \mathbf{v}_i\|^2, \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.32)$$

c'est-à-dire

$$l_1^2 + l_2^2 - 2l_1l_2 \cos \theta_1 = (\mathbf{w} - \mathbf{w}_1 + \mathbf{v}_1)^T (\mathbf{w} - \mathbf{w}_1 + \mathbf{v}_1) \quad (4.33)$$

et

$$l_3^2 + l_4^2 - 2l_3l_4 \cos \theta_i = (\mathbf{w} - \mathbf{w}_i + \mathbf{v}_i)^T (\mathbf{w} - \mathbf{w}_i + \mathbf{v}_i), \quad i = 2, 3 \quad (4.34)$$

La difficulté provient cependant du fait qu'à ce point du développement la matrice \mathbf{Q} et les composantes x et y du vecteur \mathbf{w} ne sont pas définies. Cependant, et c'est ce qui nous permettra de résoudre le problème, il faut réaliser que l'extrémité de la patte i , que l'on définit par $\mathbf{u}_i = \mathbf{w} + \mathbf{v}_i$, est contrainte de se déplacer dans le plan π_i . De plus, comme on le sait, la matrice \mathbf{Q} est formée du produit de trois matrices, $\mathbf{Q}_Z(\psi)\mathbf{Q}_Y(\theta)\mathbf{Q}_X(\phi)$ ce qui nous permet d'écrire, pour $i = 1, 2, 3$,

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{w} + \mathbf{Q}_Z(\psi)\mathbf{v}'_i = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{v}'_i \quad (4.35)$$

où x , y et ψ sont les inconnues du système et où, pour $i = 1, 2, 3$,

$$\mathbf{v}'_i = \mathbf{Q}_Y(\theta)\mathbf{Q}_X(\phi)\mathbf{v}_i = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \mathbf{v}_i \quad (4.36)$$

On peut isoler les valeurs de x , y et z de l'équation (4.35) pour ensuite les introduire dans chacune des équations (4.28) du plan π_i correspondant (qui doivent être vérifiées).

¹Toutes ces hypothèses ont pour but de diminuer le nombre de variables indépendantes en s'inspirant de la symétrie inhérente par rapport au plan XZ des systèmes de génération de mouvements.

Après remaniement pour exprimer les inconnus du système en un vecteur, on obtient le système matriciel suivant

$$\begin{bmatrix} v'_{1y} & v'_{1x} & 0 & 1 \\ a_2 v'_{2x} + b_2 v'_{2y} & -a_2 v'_{2y} + b_2 v'_{2x} & a_2 & b_2 \\ a_3 v'_{3x} + b_3 v'_{3y} & -a_3 v'_{3y} + b_3 v'_{3x} & a_3 & b_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \\ x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -c_2(z + v'_{2z}) \\ -c_3(z + v'_{3z}) \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

où bien-sûr v'_{ik} est la composante k du vecteur \mathbf{v}'_i .

On peut alors isoler la variable y de la première ligne de (4.37) pour ensuite substituer celle-ci dans les deux autres lignes. Ces dernières peuvent alors produire chacune une seule équation pour x , qui, l'une étant nécessairement égale à l'autre, formera une équation ne faisant intervenir comme inconnue que ψ , de la forme $A \cos \psi + B \sin \psi + C = 0$ où

$$A = a_2 a_3 (v'_{2x} - v'_{3x}) + b_2 a_3 (v'_{2y} - v'_{1y}) + a_2 b_3 (v'_{1y} - v'_{3y}) \quad (4.38)$$

$$B = a_2 a_3 (v'_{3y} - v'_{2y}) + b_2 a_3 (v'_{2x} - v'_{1x}) + a_2 b_3 (v'_{1x} - v'_{3x}) \quad (4.39)$$

$$C = a_3 c_2 (z + v'_{2z}) - a_2 c_3 (z + v'_{3z}) \quad (4.40)$$

On peut alors utiliser la substitution trigonométrique $\cos \psi = \frac{1-T^2}{1+T^2}$ et $\sin \psi = \frac{2T}{1+T^2}$ où $T = \tan(\psi/2)$ (Hunt 1978) et ainsi obtenir le polynôme quadratique suivant

$$(C - A)T^2 + (2B)T + (C + A) = 0 \quad (4.41)$$

dont les racines sont données par

$$T_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 + A^2 - C^2}}{C - A} \quad (4.42)$$

Cette dernière équation nous permet de retrouver deux valeurs de ψ , puis celles de x et de y par substitution dans les équations dérivées ci-haut. On peut maintenant retourner à l'équation (4.32) et conclure le problème géométrique inverse qui possède donc au total 16 solutions. En effet, pour chaque valeur imposée des coordonnées cartésiennes z , ϕ et θ , on trouve 2 valeurs de ψ . Ces deux valeurs de ψ conduisent chacune à des valeurs uniques de x et y . Ensuite, la solution des équations (4.33) et (4.34) conduit, de façon indépendante à deux solutions pour chacune des pattes et pour chacune des valeurs de ψ , ce qui donne donc au total 16 solutions.

En dérivant l'équation (4.32) pour chaque patte par rapport au temps, on obtient les équations de vitesses sous forme vectorielle. On trouve

$$\rho_i \dot{\rho}_i = (\mathbf{w} - \mathbf{w}_i + \mathbf{v}_i)^T (\dot{\mathbf{w}} + \dot{\mathbf{v}}_i) \quad (4.43)$$

c'est-à-dire

$$l_j l_k \dot{\theta}_i \sin \theta_i = (\mathbf{w} - \mathbf{w}_i + \mathbf{v}_i)^T (\dot{\mathbf{w}} + \mathbf{Rt} \times \mathbf{v}_i), \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.44)$$

$$l_j l_k \dot{\theta}_i \sin \theta_i = (\mathbf{w} - \mathbf{w}_i + \mathbf{v}_i)^T \dot{\mathbf{w}} + (\mathbf{v}_i \times (\mathbf{w} - \mathbf{w}_i + \mathbf{v}_i))^T \mathbf{Rt}, \quad i = 1, 2, 3$$

où $j = 1$ et $k = 2$ pour $i = 1$ et où $j = 3$ et $k = 4$ pour $i = 2$ ou 3 .

La mise en commun de ces équations nous permet d'écrire, sous forme matricielle

$$\mathbf{Bs} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{w}} \\ \mathbf{t} \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

où

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} (\mathbf{w} - \mathbf{u}_1 + \mathbf{v}_1)^T & (\mathbf{v}_1 \times (\mathbf{w} - \mathbf{w}_1 + \mathbf{v}_1))^T \mathbf{R} \\ (\mathbf{w} - \mathbf{u}_2 + \mathbf{v}_2)^T & (\mathbf{v}_2 \times (\mathbf{w} - \mathbf{w}_2 + \mathbf{v}_2))^T \mathbf{R} \\ (\mathbf{w} - \mathbf{u}_3 + \mathbf{v}_3)^T & (\mathbf{v}_3 \times (\mathbf{w} - \mathbf{w}_3 + \mathbf{v}_3))^T \mathbf{R} \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} l_1 l_2 \sin \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & l_3 l_4 \sin \theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & l_3 l_4 \sin \theta_3 \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

Nous avons ici un système matriciel qui implique les six degrés de liberté. Cependant l'architecture n'en possède par définition que trois. Il nous faut donc trouver la matrice de *contrainte* \mathbf{C} de dimensions (6×3) qui assurera la relation

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{w}} \\ \mathbf{t} \end{bmatrix} = \mathbf{C} \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

et où seules trois lignes de la matrice \mathbf{C} sont inconnues. En effet, les troisième, quatrième et cinquième lignes sont définies par la matrice identité de dimensions trois par trois, $\mathbf{I}_{(3 \times 3)}$. Afin d'obtenir les trois lignes manquantes, il s'agit de considérer la contrainte physique inhérente à chacune des pattes qui requiert que le vecteur vitesse de l'extrémité d'une de ces pattes, donné par $(\dot{\mathbf{w}} + \dot{\mathbf{v}}_i)$, doit en tout temps être contenu dans le plan

de mouvement de chaque patte, plan par ailleurs défini par la normale $\mathbf{n}_i = [a_i \ b_i \ c_i]^T$, où les coefficients utiles sont donnés par l'équation (4.29). Ceci nous permet d'écrire pour chaque patte i

$$(\dot{\mathbf{w}} + \dot{\mathbf{v}}_i) \cdot \mathbf{n}_i = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.49)$$

et en appliquant le principe de la distributivité on a

$$\dot{\mathbf{w}} \cdot \mathbf{n}_i + (\mathbf{Rt} \times \mathbf{v}_i) \cdot \mathbf{n}_i = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.50)$$

c'est-à-dire

$$\mathbf{n}_i \cdot \dot{\mathbf{w}} + (\mathbf{v}_i \times \mathbf{n}_i)^T \mathbf{Rt} = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.51)$$

On peut donc former, à partir de l'équation précédente, les matrices

$$-\mathbf{D} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \mathbf{E} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

où on a

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_1^T \\ \mathbf{n}_2^T \\ \mathbf{n}_3^T \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

et

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{n}_1)^T \mathbf{R} \\ (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{n}_2)^T \mathbf{R} \\ (\mathbf{v}_3 \times \mathbf{n}_3)^T \mathbf{R} \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

Cependant, il nous faut redistribuer les éléments de \mathbf{D} et \mathbf{E} pour former \mathbf{C}_1 et \mathbf{C}_2 de manière à pouvoir écrire

$$-\mathbf{C}_1 \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_2 \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

c'est-à-dire

$$-\begin{bmatrix} \mathbf{D}\mathbf{e}_i & \mathbf{D}\mathbf{e}_j & \mathbf{D}\mathbf{e}_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}\mathbf{e}_k & \mathbf{E}\mathbf{e}_i & \mathbf{E}\mathbf{e}_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

où $\mathbf{e}_i = [1\ 0\ 0]^T$, $\mathbf{e}_j = [0\ 1\ 0]^T$ et $\mathbf{e}_k = [0\ 0\ 1]^T$. Finalement on peut trouver la matrice \mathbf{C}_3 en évaluant numériquement l'expression $\mathbf{C}_3 = -\mathbf{C}_1^{-1}\mathbf{C}_2$. La matrice de contrainte est par la suite ainsi construite

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_i^T \mathbf{C}_3 \\ \mathbf{e}_j^T \mathbf{C}_3 \\ \mathbf{I}_{(3 \times 3)} \\ \mathbf{e}_k^T \mathbf{C}_3 \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

Afin de construire la matrice jacobienne finale on peut écrire, en substituant l'équation (4.48) dans l'équation (4.45)

$$\mathbf{s} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{C} \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \mathbf{J} \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

ce qui constitue le résultat recherché.

4.2.5 Architecture ETR366

Ce second mécanisme de type ETR nous a été inspiré par une maquette vue chez CAE Électronique à Ville St-Laurent. Le mécanisme est représenté schématiquement à la figure 4.4. La notation vectorielle est sensiblement la même que celle utilisée pour le mécanisme précédent. Ainsi, la position de l'origine de la patte i par rapport à l'origine du repère fixe est indiquée par le vecteur \mathbf{w}_i et la plate-forme mobile est triangulaire. La position de l'origine du repère mobile lié à la plate-forme est donnée par \mathbf{w} et l'orientation de la plate-forme par la matrice \mathbf{Q} . Les pattes 2 et 3 sont du même type que celles présentées précédemment mais possèdent à leur base une articulation de type cardan (HRS) de sorte qu'elles ont au total 6 degrés de liberté dont un seul est actionné, toujours au moyen de l'articulation rotoïde intermédiaire. Les longueurs des membrures de ces pattes sont notées l_2 et l_3 . La patte 1 ne possède, quant à elle, que 3 degrés de liberté (RH) et sa longueur est associée à la variable l_1 . La première articulation rotoïde (R) est orientée selon l'axe y du repère inertiel, de même que le premier axe du joint de cardan (H). Comme le prolongement du second axe du cardan passe par l'origine du repère mobile, l'architecture a la particularité de maintenir l'axe

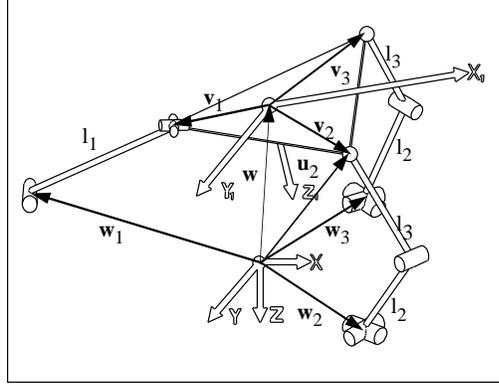


Figure 4.4: Architecture ETR366.

X du repère mobile dans le plan XZ du repère inertiel. Autrement dit, la composante y du vecteur \mathbf{w} de même que l'angle ψ seront toujours nuls.

Comme pour le mécanisme précédent, on note \mathbf{v}_i le vecteur reliant l'origine du repère mobile à l'extrémité de la patte i et on note \mathbf{v}_{0i} l'orientation de référence de ces vecteurs. On pourra donc écrire, de façon similaire aux équations (4.30) et (4.31)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{01} & \mathbf{v}_{02} & \mathbf{v}_{03} \end{bmatrix} = \mathbf{Q}_Y(\theta_C) \begin{bmatrix} -v & v \cos \eta_1 & v \cos \eta_1 \\ 0 & v \sin \eta_1 & -v \sin \eta_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.59)$$

et pour la position des points d'ancrage des pattes

$$\begin{bmatrix} \mathbf{w}_1 & \mathbf{w}_2 & \mathbf{w}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{1x} & w \cos \eta_2 & w \cos \eta_2 \\ 0 & w \sin \eta_2 & -w \sin \eta_2 \\ w_{1z} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

ce qui définit à la fois la plate-forme mobile et la base de l'architecture. On remarque donc que chaque vecteur \mathbf{v}_{0i} possède le même module, v , et que les vecteurs \mathbf{w}_2 et \mathbf{w}_3 sont de module w .

Voici maintenant les équations conduisant à la solution du problème géométrique inverse et qui sont cette fois relativement simples.

Pour la patte 1, nous définissons l'angle θ_1 comme l'angle entre le plan XY du repère fixe et la membrure de longueur l_1 . Nous écrivons d'abord la relation vectorielle

qui décrit la patte 1.

$$\mathbf{w}_1 + l_1 \begin{bmatrix} \cos \theta_1 \\ 0 \\ -\sin \theta_1 \end{bmatrix} = \mathbf{w} + \mathbf{v}_1 \quad (4.61)$$

Étant donné que l'angle ψ est connu à priori (0) en raison des contraintes de la plate-forme, la matrice de rotation \mathbf{Q} définissant l'orientation de la plate-forme est complètement déterminée lorsque les coordonnées cartésiennes ϕ et θ sont spécifiées. Comme la composante y du vecteur \mathbf{w} est aussi donnée par les contraintes, il ne reste qu'à calculer la coordonnée x afin de déterminer exactement la pose de la plate-forme.

On utilise d'abord troisième ligne de l'équation (4.61) ce qui permet d'isoler $\sin \theta_1$ et donc de trouver 2 solutions pour l'angle θ_1 , soit

$$l_1 \sin \theta_1 = \mathbf{e}_k^T \mathbf{w}_1 - z - \mathbf{e}_k^T \mathbf{v}_1 \quad (4.62)$$

Une fois les solutions pour θ_1 trouvées, on peut utiliser la première ligne de l'équation (4.61) pour déterminer la coordonnée x , c'est-à-dire

$$x = \mathbf{e}_i^T \mathbf{w}_1 + l_1 \cos \theta_1 - \mathbf{e}_i^T \mathbf{v}_1 \quad (4.63)$$

où \mathbf{e}_i et \mathbf{e}_k sont définis tel que précédemment.

Ceci étant trouvé, on peut alors écrire les équations qui décrivent la géométrie des pattes 2 et 3. Le raisonnement est sensiblement le même que dans le cas des autres architectures, on trouve

$$l_2^2 + l_3^2 - 2l_2l_3 \cos \theta_i = \|\mathbf{w} + \mathbf{v}_i - \mathbf{w}_i\|^2, \quad i = 2, 3 \quad (4.64)$$

ce qui conduira à deux solutions pour chacun des θ_i et complète en même temps le PGI qui possède donc un total de 8 solutions.

Pour développer les équations de vitesse du mécanisme, nous dériverons les équations (4.62) et (4.64) par rapport au temps pour écrire

$$\begin{aligned} l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 &= -\dot{z} - \mathbf{e}_k \cdot \dot{\mathbf{v}}_1 \\ &= -\dot{z} - \mathbf{e}_k \cdot (\mathbf{Rt} \times \mathbf{v}_1) \\ &= -\dot{z} - (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{e}_k)^T \mathbf{Rt} \end{aligned} \quad (4.65)$$

pour la patte 1 alors que pour les pattes 2 et 3

$$\begin{aligned}
l_3 l_4 \dot{\theta}_i \sin \theta_i &= (\mathbf{w} - \mathbf{w}_i + \mathbf{v}_i)^T (\dot{\mathbf{w}} + \dot{\mathbf{v}}_i) \\
&= (\mathbf{w} - \mathbf{w}_i + \mathbf{v}_i)^T (\dot{\mathbf{w}} + \mathbf{R}\mathbf{t} \times \mathbf{v}_i) \\
&= (\mathbf{w} - \mathbf{w}_i + \mathbf{v}_i)^T \dot{\mathbf{w}} + (\mathbf{v}_i \times (\mathbf{w} - \mathbf{w}_i + \mathbf{v}_i))^T \mathbf{R}\mathbf{t}, \quad i = 2, 3
\end{aligned} \tag{4.66}$$

Ces dernières équations nous permettent finalement de construire la relation matricielle globale de la forme

$$\mathbf{B}\mathbf{s} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{w}} \\ \mathbf{t} \end{bmatrix} \tag{4.67}$$

où

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\mathbf{e}_k^T & -(\mathbf{v}_1 \times \mathbf{e}_k)^T \mathbf{R} \\ (\mathbf{w} - \mathbf{w}_2 + \mathbf{v}_2)^T & (\mathbf{v}_2 \times (\mathbf{w} - \mathbf{w}_2 + \mathbf{v}_2))^T \mathbf{R} \\ (\mathbf{w} - \mathbf{w}_3 + \mathbf{v}_3)^T & (\mathbf{v}_3 \times (\mathbf{w} - \mathbf{w}_3 + \mathbf{v}_3))^T \mathbf{R} \end{bmatrix} \tag{4.68}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} l_1 \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & l_2 l_3 \sin \theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & l_2 l_3 \sin \theta_3 \end{bmatrix} \tag{4.69}$$

Cependant, la matrice \mathbf{A} est de dimensions (3×6) car six degrés de liberté, parmi lesquels nous n'en commandons que 3, ont été inclus. Nous devons donc introduire une matrice de contrainte \mathbf{C} qui exprime la relation entre les degrés de liberté selon la forme suivante

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{w}} \\ \mathbf{t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \mathbf{C} \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}^T \\ \mathbf{0}^T \\ \mathbf{I}_{(3 \times 3)} \\ \mathbf{0}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \tag{4.70}$$

où le vecteur \mathbf{c} est trouvé en faisant d'abord la dérivée de la relation (4.63)

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= -l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 - \mathbf{e}_i \cdot \dot{\mathbf{v}}_1 \\
&= -l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 - \mathbf{e}_i \cdot (\mathbf{R}\mathbf{t} \times \mathbf{v}_1) \\
&= -l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 - (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{e}_i)^T \mathbf{R}\mathbf{t}
\end{aligned} \tag{4.71}$$

puis en substituant la valeur de $\dot{\theta}_1$ telle que trouvée à l'équation (4.65)

$$\dot{\theta}_1 = \frac{-\dot{z} - (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{e}_k)^T \mathbf{Rt}}{l_1 \cos \theta_1} \quad (4.72)$$

ce qui nous permet de définir le vecteur \mathbf{c} manquant à l'équation (4.70)

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} \tan \theta_1 \\ (\tan \theta_1 (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{e}_k)^T - (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{e}_i)^T) \mathbf{R}\mathbf{e}_i \\ (\tan \theta_1 (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{e}_k)^T - (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{e}_i)^T) \mathbf{R}\mathbf{e}_j \end{bmatrix} \quad (4.73)$$

Ainsi, pour exprimer la matrice jacobienne globale on dira en substituant l'équation (4.70) dans l'équation (4.67),

$$\mathbf{s} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{C} \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \mathbf{J} \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (4.74)$$

4.3 Processus de vérification des équations

Les équations cinématiques qui ont été définies à la section précédente ont par la suite été implantées en fonctions indépendantes sous forme de fichiers *Mathematica*. Celles-ci seront bien évidemment utilisées lors du processus d'optimisation au chapitre 5 et il est donc nécessaire qu'elles soient exemptes d'erreurs. Pour plus de sûreté à ce sujet, nous soumettrons chacune d'elles à un processus de vérification systématique.

4.3.1 Vérification des équations du PGI

Le principe de base de cette vérification est que les corps rigides n'ont pas à être *déformés* pour accommoder la solution trouvée au PGI. De façon concrète, nous vérifierons que les membrures des pattes demeurent de longueur constante en comparant d'une part la distance entre les points d'attache des pattes (sur le sol et sur la plate-forme mobile) et d'autre part la longueur projetée par la loi des *cosinus* avec l'angle θ_i trouvé par le PGI. Cette différence devra demeurer nulle.

La procédure de visualisation de l'architecture à l'aide des fonctions graphiques de *Mathematica* constitue elle aussi une forme de vérification du PGI et c'est pourquoi elle est incluse dans les résultats qui suivent.

4.3.2 Vérification des équations de la jacobienne

La matrice jacobienne indique ni plus ni moins la relation entre d'une part la vitesse (ou la variation de position ou orientation) des coordonnées cartésiennes et d'autre part les vitesses articulaires. En discrétisant la relation on peut donc écrire, pour un mécanisme sphérique par exemple, que

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta_1 \\ \Delta\theta_2 \\ \Delta\theta_3 \end{bmatrix} \simeq \mathbf{J} \begin{bmatrix} \Delta\phi \\ \Delta\theta \\ \Delta\psi \end{bmatrix} \quad (4.75)$$

D'une manière plus raffinée, il est également possible de construire une approximation de la matrice jacobienne en n'imposant une variation qu'à une des coordonnées cartésiennes à la fois. Nous pourrions alors évaluer la norme de la différence entre la jacobienne ainsi approximée et celle construite selon les équations dérivées aux sections précédentes. La valeur de cette norme n'a pas nécessairement à être nulle, l'important sera surtout de constater une convergence correspondant à la diminution de la valeur de l'écart utilisé. On écrit ainsi

$$\mathbf{J} \simeq \begin{bmatrix} \frac{\Delta\theta_1}{\Delta\phi} & \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\phi} & \frac{\Delta\theta_3}{\Delta\phi} \\ \frac{\Delta\theta_1}{\Delta\theta} & \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta} & \frac{\Delta\theta_3}{\Delta\theta} \\ \frac{\Delta\theta_1}{\Delta\psi} & \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\psi} & \frac{\Delta\theta_3}{\Delta\psi} \end{bmatrix} \quad (4.76)$$

Les équations (4.75) et (4.76) sont ici données à titre indicatif pour une architecture sphérique. Dans le cas des architectures de type ETR on verra bien-sûr à remplacer ψ par la coordonnée cartésienne z .

Ce processus sera répété pour différents points de l'espace atteignable, le long d'une trajectoire rectiligne dans le domaine des coordonnées cartésiennes et entre deux points choisis au hasard.

Le processus de vérification s'est avéré effectivement très utile car il permet de déceler des erreurs d'implantation informatique mais également d'autres, plus fondamentales, qui apparaissaient dans les versions préliminaires de certaines équations. Elle sert donc de validation complète aux équations.

4.4 Modélisation du module d'actionnement

Plusieurs des architectures présentées aux sections précédentes possèdent deux ou trois pattes à 5 ou 6 degrés de liberté et qui sont pour le moment *cinématiquement* actionnées au niveau de l'articulation intermédiaire. Cependant, coupler directement un actionneur réel au niveau de cette articulation demanderait de fournir un couple moteur impressionnant (en raison des faibles vitesses angulaires) et l'ajout d'une boîte d'engrenage pour démultiplier la vitesse occasionnerait une augmentation importante de l'inertie de chacune des pattes, ce qui est peu souhaitable.

Nous cherchons donc à relier le moteur réel à cette articulation intermédiaire au moyen d'un mécanisme à barres, ce qui permettrait d'une part d'augmenter la vitesse angulaire requise mais surtout de rapprocher le moteur du sol pour diminuer l'inertie des pattes.

Nous avons produit l'analyse complète de deux de ces systèmes, l'un à 4 barres, l'autre à 5 barres, mais seulement l'analyse du premier est présentée dans le corps du mémoire. En effet, bien que le second soit supérieur au premier en rapport avec les objectifs annoncés, son optimisation (prévue au chapitre suivant) s'est avérée très complexe au point où aucun résultat satisfaisant n'a pu être obtenu. Les équations de ce mécanisme sont néanmoins présentées à l'Annexe B.

Le mécanisme d'actionnement à 4 barres est représenté schématiquement à la figure 4.5. Les membrures de longueur l_4 et l_5 représentent respectivement les membrures proximale et distale des pattes étudiées précédemment.

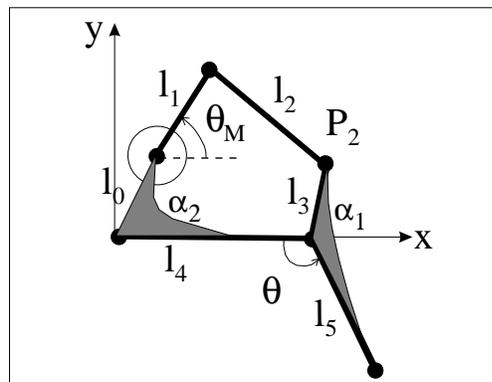


Figure 4.5: Module d'actionnement à 4 barres.

Il s'agit donc de lier le moteur à la membrure proximale de la patte articulée en définissant sa position par les variables l_0 et α_2 . On ajoute alors au membre distal de la patte un prolongement de longueur l_3 formant un angle que l'on désigne par α_1 . Finalement, une barre de longueur l_1 est attachée au moteur et celle-ci rejoint le point P_2 par l'intermédiaire de la barre l_2 . Au total, sept paramètres indépendants sont requis pour définir le module. Il s'agira alors seulement de prévoir, au point représenté par l'origine du repère sur la figure 4.5, une articulation rotoïde au niveau du sol dans le cas où la patte dans son ensemble doit posséder cinq degrés de liberté (ETR555) et un joint de cardan dans les cas où cette patte possède 6 degrés de liberté (SPH366, SPH3666 et ETR366).

En vue de trouver les équations du PGI qui relieront θ_M à θ , on commence par exprimer la position du point \mathbf{P}_2 , donnée dans le repère lié à la membrure proximale par le vecteur $\mathbf{P}_2 = [P_{2x} \ P_{2y} \ P_{2z}]^T$, où

$$\begin{aligned} P_{2x} &= l_4 - l_3 \cos(\theta + \alpha_1) \\ P_{2y} &= -l_3 \sin(\theta + \alpha_1) \\ P_{2z} &= 0 \end{aligned} \quad (4.77)$$

La relation de contrainte à satisfaire est la suivante

$$(P_{2x} - l_0 \cos \alpha_2 - l_1 \cos \theta_M)^2 + (P_{2y} - l_0 \sin \alpha_2 - l_1 \sin \theta_M)^2 = l_2^2 \quad (4.78)$$

que l'on peut retravailler pour obtenir

$$\begin{aligned} (P_{2x} - l_0 \cos \alpha_2)^2 - 2(P_{2x} - l_0 \cos \alpha_2)l_1 \cos \theta_M + l_1^2 \\ + (P_{2y} - l_0 \sin \alpha_2)^2 - 2(P_{2y} - l_0 \sin \alpha_2)l_1 \sin \theta_M = l_2^2 \end{aligned} \quad (4.79)$$

c'est-à-dire

$$M_1 \cos \theta_M + M_2 \sin \theta_M = M_3 \quad (4.80)$$

où

$$M_1 = 2l_1(P_{2x} - l_0 \cos \alpha_2) \quad (4.81)$$

$$M_2 = 2l_1(P_{2y} - l_0 \sin \alpha_2) \quad (4.82)$$

$$M_3 = (P_{2x} - l_0 \cos \alpha_2)^2 + (P_{2y} - l_0 \sin \alpha_2)^2 + l_1^2 - l_2^2 \quad (4.83)$$

de telle sorte qu'après avoir effectué la substitution trigonométrique $T = \tan(\theta_M/2)$ qui nous permettra de remplacer $\cos \theta_M$ par $\frac{1-T^2}{1+T^2}$ et $\sin \theta_M$ par $\frac{2T}{1+T^2}$ dans (4.80), on obtiendra le polynôme de degré 2 suivant

$$(M_3 + M_1)T^2 + 2(M_2)T + (M_3 - M_1) = 0 \quad (4.84)$$

d'où on pourra tirer la solution pour T

$$T = \frac{M_2 \pm \sqrt{M_2^2 + M_1^2 - M_3^2}}{(M_3 + M_1)} \quad (4.85)$$

et ainsi évaluer θ_M par $\theta_M = 2 \arctan(T)$ selon le signe de la solution que l'on a choisi.

Notre objectif sera de maximiser la vitesse au moteur ($\dot{\theta}_M$) pour produire une vitesse angulaire donnée à l'articulation concernée ($\dot{\theta}$). Afin de trouver la relation qui unit ces deux vitesses, nous dérivons l'équation (4.78) par rapport au temps et on écrira l'équation des vitesses

$$\begin{aligned} 2(P_{2x} - l_0 \cos \alpha_2 - l_1 \cos \theta_M)(\dot{P}_{2x} + l_1 \sin \theta_M \dot{\theta}_M) \\ + 2(P_{2y} - l_0 \sin \alpha_2 - l_1 \sin \theta_M)(\dot{P}_{2y} - l_1 \cos \theta_M \dot{\theta}_M) = 0 \end{aligned} \quad (4.86)$$

c'est-à-dire

$$M_4(\dot{P}_{2x} + l_1 \sin \theta_M \dot{\theta}_M) + M_5(\dot{P}_{2y} - l_1 \cos \theta_M \dot{\theta}_M) = 0 \quad (4.87)$$

où

$$M_4 = 2(P_{2x} - l_0 \cos \alpha_2 - l_1 \cos \theta_M) \quad (4.88)$$

$$M_5 = 2(P_{2y} - l_0 \sin \alpha_2 - l_1 \sin \theta_M) \quad (4.89)$$

ce qui nous permettra d'écrire le ratio que l'on cherchera à minimiser

$$\frac{\dot{\theta}}{\dot{\theta}_M} = \frac{l_1}{l_3} \left(\frac{M_4 \sin(\theta_M) - M_5 \cos(\theta_M)}{M_5 \cos(\theta + \alpha_1) - M_4 \sin(\theta + \alpha_1)} \right) \quad (4.90)$$

après avoir réalisé la substitution de \dot{P}_{2x} et de \dot{P}_{2y} , trouvée en dérivant simplement les équations 4.78.

4.5 Notes récapitulatives

Nous avons comme objectif la génération d'architectures à 3 degrés de liberté et l'étude des possibilités cinématiques à la section 4.1 a montré qu'il existe une infinité

de systèmes répondant à nos critères. Nous avons donc choisi un certain nombre de topologies qui nous semblaient intéressantes de par leur simplicité relative. Cependant, il est clair que même pour une topologie donnée, il nous a fallu limiter les possibilités en imposant des contraintes de symétrie et des relations de similitude pour limiter le nombre de paramètres géométriques à moins d'une dizaine par architecture. Certains de ces choix étaient vraisemblablement arbitraires, d'autres étaient justifiés par des considérations pratiques et esthétiques mais l'objectif était le même: limiter le nombre de possibilités.

Le développement d'équations analytiques pour ces architectures est une procédure assez systématique qui, bien qu'elle puisse facilement générer d'énormes équations, peut aisément être vérifiée par inspection visuelle. Il faut bien comprendre que le calcul de ces équations, au chapitre suivant par exemple, s'effectuera d'autant plus facilement que l'on introduira au fur et à mesure des valeurs numériques dans ces équations.

Chapitre 5

Optimisation cinématique des mécanismes sélectionnés

Nous disposons à cette étape du projet de quelques architectures cinématiques que l'on a décrites par une série de paramètres géométriques, linéaires ou angulaires, tel que défini au chapitre 4. Nous sommes maintenant confrontés au problème du choix des valeurs à donner à ces paramètres pour obtenir l'architecture la plus performante possible. Mais comment définirons-nous cette performance? Selon quels critères choisirons-nous les paramètres? Ce chapitre répond à ces questions en définissant d'abord les dimensions visées pour l'espace atteignable du mécanisme à concevoir en comparant ces dimensions à celles de différents mécanismes existants. Nous décrirons ensuite la fonction qui nous a permis de quantifier la performance moyenne d'une architecture et avec quel algorithme il nous a été possible d'optimiser chacune des architectures. Les dernières sections du chapitre 5 présenteront finalement des exemples d'application de la méthode aux

architectures et au module d'actionnement présentés au chapitre 4, ainsi qu'une brève discussion de la méthode.

5.1 Espace atteignable visé

On définit l'espace atteignable d'un manipulateur par l'ensemble, dans l'espace de ses coordonnées cartésiennes, de toutes les configurations que ce manipulateur peut adopter sans que l'on en perde le contrôle. Une définition moins large exclurait de cet ensemble les configurations qui impliquent des interférences mécaniques entre les pièces physiques du mécanisme ou celles qui demandent aux actionneurs une position inatteignable par ceux-ci. Comme le modèle cinématique ne considère ni les limitations des actionneurs ni la dimension physique des composantes, nous nous limiterons à la première définition en vérifiant que la matrice Jacobienne ne soit pas singulière, ce qui impliquerait justement, comme on l'a vu à la section 4.1, une perte de contrôle du mécanisme.

Le tableau 5.1 se veut un outil de comparaison où les dimensions de l'espace atteignable de huit simulateurs ont été répertoriées. Chacune des valeurs indiquées représente le débattement maximal, positif ou négatif, qu'il est possible de réaliser à partir d'une configuration de référence centrale. Certaines valeurs sont approximatives. On trouve également, pour certains de ces systèmes, des caractéristiques relatives à leurs performances en vitesse et en accélération. Notons que les quatre (4) premiers simulateurs listés dans ce tableau sont construits sur le modèle de la plate-forme de Gough-Stewart . La dernière colonne du tableau indique la source de l'information et on trouvera à l'annexe C une figure montrant les simulateurs marqués du symbole †.

Il convient de comparer les valeurs linéaires du tableau 5.1 avec circonspection: en effet, les valeurs angulaires sont des mesures sans dimensions, donc équivalentes d'un système à l'autre alors que les mesures linéaires sont directement fonctions de l'échelle du simulateur concerné. Un plus gros simulateur pourra avoir un très grand débattement linéaire sans pour autant être considéré comme performant.

La dernière ligne du tableau 5.1 présente les dimensions et performances que nous nous sommes fixées comme objectif à atteindre dans la conception cinématique d'un mécanisme à 3 degrés de liberté. Nous imposerons donc, dans les sections suivantes,

Tableau 5.1: Espace atteignable comparé de différents simulateurs.

	Déplacements						Vitesses		Accélération		Référence	
	x	y	z	ϕ	θ	ψ	Linéaires	Angulaires	Linéaires	Angulaires		
							(m/s)	(deg/s)	(m/s ²)	(deg/s ²)		
	Ddl											
CAE MS300	6	0.73	0.66	0.60	24	24	27	0.90	34			<i>Communication privée</i>
UTIAS [†]	6	0.65	0.59	0.52	21	21	20	0.80	35	10.0	400	(Reid et Nahon 1988)
SIMONA [†]	6	1.13	1.03	0.65	21	24	26			19.0		<i>Communication privée</i>
SALCUDEAN [†]	6	1.00	1.00	1.00	45	45	45	1.00	30	9.8	400	(Salcudean et al. 1994)
FROGGY	5	—	3.00	2.50	30	30	30	2.00	40	9.8	250	(Shibaev 1993)
ORIN [†]	3	—	—	0.75	30	30	—	0.45	20	4.5	200	(Yang et al. 1996)
HORNET [†]	3	—	—	0.40	60	35	—					(Atlantis 1997a)
KINNEY [†]	3	—	—	0.23	30	30	—			7.3		(Atlantis 1997b)
OBJECTIF	3	—	—	0.75	60	60	45	2.00	45	20	500	

un espace atteignable de $\pm 60^\circ$ en lacet (ϕ) et en tangage (θ) et de $\pm 45^\circ$ en roulis (ψ) pour le type SPH et un débattement vertical (z) de $\pm 0.75\text{m}$ pour le type ETR. Les performances visées en vitesse sont de 2 m/s et de $45^\circ/\text{s}$ alors que les accélérations maximales devront être de 20 m/s^2 et de $500^\circ/\text{s}^2$. Ces valeurs ont été choisies somme toute de façon assez arbitraire mais l'objectif est d'obtenir une plate-forme à seulement 3 degrés de liberté possédant cependant un espace atteignable plus grand qu'une majorité de systèmes existants, nous permettant ainsi d'espérer rivaliser de performance avec les systèmes à 6 degrés de liberté.

5.2 Fonction caractéristique à optimiser

Nous avons vu au chapitre 4 la signification de l'indice de dextérité ξ . Nous avons alors expliqué que cette valeur est une caractéristique locale d'une architecture, ce qui signifie que la valeur de ξ n'est significative que pour une configuration donnée d'un mécanisme. Nous souhaitons maintenant obtenir les paramètres géométriques qui définissent une architecture possédant l'espace atteignable défini à la section précédente, mais qui de plus présenterait la dextérité moyenne la plus grande possible, telle qu'évaluée à intervalles réguliers sur l'espace atteignable imposé. On peut donc calculer cette caractéristique globale, $\bar{\xi}$, par la relation approximative suivante (Gosselin et Angeles 1991)

$$\bar{\xi} = \int_V \xi(q_i) dV \simeq \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \xi(q_i) \quad (5.1)$$

où V désigne l'ensemble du domaine atteignable imposé et où $\xi(q)$ représente la valeur de la dextérité locale calculée pour la configuration q . Il s'agira donc de calculer une moyenne de ξ en effectuant un balayage complet sur tout l'espace atteignable visé et avec un incrément préalablement fixé pour obtenir la valeur de $\bar{\xi}$. En d'autres termes, nous évaluerons $\bar{\xi}$ en calculant ξ dans N configurations, de q_1 à q_N . Nous avons choisi comme valeur caractéristique un incrément de 7.5° ou de 0.125 m , selon le type de degré de liberté, ce qui impliquait l'évaluation de 3757 valeurs de ξ ($N = 3757$) pour évaluer une seule valeur de $\bar{\xi}$.

Le choix de cette fonction caractéristique comporte une part de subjectivité qui a des répercussions sur le résultat obtenu: comme on ne considère que la *moyenne* des

valeurs de ξ et ce sur un espace atteignable imposé, l'influence des valeurs maximales et minimales rencontrées sur cet espace est minimisée. À l'extrême, il faut être conscient qu'il est possible qu'une architecture optimisée pourra présenter une bonne valeur ¹ de $\bar{\xi}$ tout en étant incapable d'atteindre certains points de l'espace atteignable demandé. En espérant éviter ces situations nous avons assigné, lors de l'évaluation de l'équation (5.1), la valeur -1 à la fonction locale $\xi(q_i)$ dans tous les cas où nous détectons une configuration q_i inatteignable.

5.3 Algorithme d'optimisation utilisé

La fonction $\bar{\xi}$ que nous avons définie à la section 5.2 est continue dans l'espace des paramètres géométriques qui définissent une architecture donnée mais elle est également très complexe. Il serait en effet très difficile d'en obtenir une optimisation de façon analytique: nous aurons donc recours à une méthode numérique itérative.

L'algorithme d'optimisation choisi est très simple, d'un comportement assez intuitif et il a déjà été utilisé avec succès pour le même genre de tâche. Nous allons maintenant présenter, appuyé par la figure 5.1, le principe de fonctionnement de cet algorithme. Ce dernier fut élaboré par nous en s'inspirant de la méthode du gradient (Brent 1973) et s'apparente beaucoup à l'algorithme *Steepest Descent* (Press 1988).

Comme pour toute méthode numérique nous devons d'abord choisir un estimé initial que nous appellerons \mathbf{p}_0 , soit le vecteur contenant les n paramètres géométriques qui à leur tour définissent une architecture. Pour cet estimé initial, nous évaluons la valeur de la fonction $Z_0 = \bar{\xi}(\mathbf{p}_0)$.

La suite de l'algorithme est une boucle qui se répètera jusqu'à ce que l'on obtienne convergence, soit où on observera que $\|Z_K - Z_{K-1}\| \leq C$, et où C est un seuil préalablement fixé. Nous imposerons également une limite K_{max} au nombre K d'itération.

¹Il est difficile d'affirmer que telle ou telle valeur de $\bar{\xi}$ est bonne ou mauvaise. D'une manière générale on peut dire que si la valeur minimale de $\xi(q_i)$ rencontrée sur l'espace atteignable est plus grande ou égale à 0.1 le mécanisme sera très bien contrôlable. En obtenant une valeur de $\bar{\xi}$ supérieure à 0.5 nous pouvons croire en nos chances d'obtenir un mécanisme stable sur l'espace atteignable.

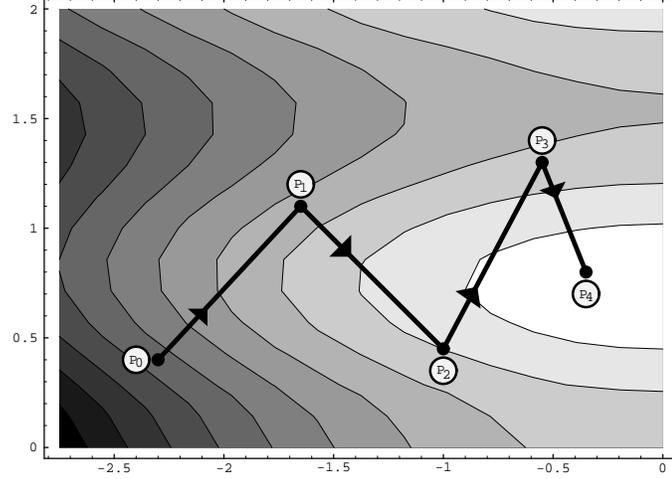


Figure 5.1: Algorithme d'optimisation.

Il s'agira d'abord d'approximer les dérivées partielles selon chacun des paramètres géométriques (ou variables indépendantes) en calculant

$$\frac{\partial \bar{\xi}}{\partial p_i} \simeq \frac{\bar{\xi}(p_1, p_2, \dots, p_i + d, \dots, p_n) - Z_K}{d} \quad (5.2)$$

Ce qui revient à réévaluer la fonction n fois en ne faisant varier qu'un des n paramètres à la fois, d'une valeur d . On pourra alors former le vecteur \mathbf{s} qui nous indiquera la direction d'augmentation maximale de la fonction au point \mathbf{p}_K . Ainsi,

$$\mathbf{s}^T = \left[\frac{\partial \bar{\xi}}{\partial p_1}, \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial p_2}, \dots, \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial p_n} \right] \quad (5.3)$$

Le principe de base est alors de se déplacer dans l'espace des n paramètres d'une distance $(n \cdot F)$ dans la direction du vecteur \mathbf{s} , ce qui revient à incrémenter la valeur de \mathbf{p}_K ainsi²

$$\mathbf{p}_{K+1} = \mathbf{p}_K + nF \frac{\mathbf{s}}{\|\mathbf{s}\|} \quad (5.4)$$

Cette évolution de \mathbf{p} tend à faire augmenter la valeur de la fonction, ce qui correspond au but recherché, la maximisation. Cependant, il peut arriver, comme lors du passage du point \mathbf{p}_2 au point \mathbf{p}_3 sur la figure 5.1 que la valeur de la fonction diminue

²Nous avons introduit le coefficient n devant F pour obtenir un pas variable en fonction du nombre de paramètres utilisés dans l'optimisation. Nous avons constaté par essais préliminaires que cet ajout accélérât la convergence et nous permettait de plus facilement comparer deux optimisations ne faisant pas intervenir le même nombre de paramètres.

en raison d'un déplacement trop grand. Un mécanisme d'amortissement entre alors en action (après détection du fait que $Z_{K+1} \leq Z_K$) et on diminuera la valeur de F en le multipliant par une constante e plus petite que l'unité.

Nous avons également dû prévoir un mécanisme de limitation de l'évolution des paramètres architecturaux afin d'éviter que l'algorithme ne converge vers une solution qui impliquerait des valeurs trop grandes (ou trop petites) pour être physiquement réalisable. On introduit donc la notion de *valeurs bornes* correspondant à chaque paramètre et que l'algorithme utilisera pour stopper, si besoin est, l'évolution des paramètres au delà de celles-ci.

Étant donné que le vecteur \mathbf{p} n'est pas, à proprement parlé, homogène, il nous a fallu convenir d'une métrique pour tenir compte des différences d'unités entre les valeurs linéaires et angulaires. Cependant, il nous est apparu qu'en utilisant comme unités le mètre (m) et le radian (rad), il devenait possible d'utiliser une métrique unitaire en raison du même ordre de grandeur des valeurs bornes (autour de l'unité).

Finalement le tableau 5.2 présente de façon succincte les valeurs numériques utilisées lors des optimisations. Celles-ci furent identifiées comme performantes après quelques essais exploratoires.

Tableau 5.2: Valeurs numériques utilisées lors des optimisations.

Variable	Fonction	Valeur
K_{max}	Nombre maximum d'itérations	50
C	Critère de convergence	0.001
d	Pas des dérivées partielles	0.02
F	Déplacement initial	0.4
e	Facteur d'amortissement	0.45

5.4 Optimisation des architectures

On présente maintenant, pour chaque type d'architecture, trois exemples d'optimisation choisis pour leurs caractéristiques intéressantes à discuter plutôt que pour leur

seule performance. L'objectif est donc de démontrer que l'algorithme d'optimisation fonctionne efficacement et de présenter quelques-uns de ses comportements.

On retrouve à chacune des sections un tableau synthèse qui donne les informations pertinentes aux optimisations, à savoir les paramètres architecturaux sur lesquels porte l'optimisation, leur unité respective et les valeurs bornes auxquelles ils sont limités. Selon le cas et pour chacun des essais seront ensuite données les valeurs initiales et finales ou la valeur fixe choisie, et ce pour chacun des paramètres architecturaux. On donne enfin le nombre d'itérations nécessaires à la convergence (K) ainsi que les valeurs de $\bar{\xi}$ initiale et finale obtenues. L'essai dont le numéro est souligné à la première ligne des tableaux est quant à lui illustré par une figure qui montre l'architecture telle que définie par les paramètres initiaux et finaux, ainsi qu'un graphique présentant l'évolution de $\bar{\xi}$ au fur et à mesure de l'optimisation.

5.4.1 Architecture SPH555

Cette architecture n'est définie, tel que présenté à la section 4.2.1, que par des paramètres angulaires, soit α_1 , α_2 , β_1 et β_2 . Les résultats des exemples d'optimisation choisis sont donnés au tableau 5.3.

Tableau 5.3: Valeurs caractéristiques de l'optimisation de SPH555.

	Unités	Bornes	Essai 1		Essai 2		<u>Essai 3</u>	
α_1	(deg)	[45,135]	60	92	90		60	90
α_2			100	88	110	103	120	99
β_1	(deg)	[20,80]	30	57	55		45	58
β_2				55	75	79	45	47
K	(-)	[1,50]	17		9		10	
$\bar{\xi}$	(-)	[0, 1]	0.313	0.688	0.457	0.607	0.035	0.656

L'essai 1, lors duquel l'optimisation portait sur trois paramètres, la valeur de β_2 étant fixée à 55° , produit un résultat très satisfaisant car il permet de faire passer la valeur de $\bar{\xi}$ de 0.313 à 0.688 en 17 itérations. On remarque que les valeurs de α_1 et α_2 se rapprochent manifestement de la valeur 90° . Ce résultat était en partie prévisible car

d'une part il est presque intuitif que ces valeurs tendent à maximiser l'espace atteignable et d'autre part le mécanisme de l'oeil agile, qui fut l'objet d'une certaine optimisation (Gosselin et Hamel 1994), possède lui aussi ces valeurs de 90° . Ce résultat vient donc en quelque sorte valider le comportement de l'algorithme.

L'essai 2, dans lequel seuls les paramètres α_2 et β_2 furent optimisés, converge relativement rapidement (9 itérations). Les paramètres n'ont pas évolué beaucoup et leur valeur finale est un peu surprenante, surtout β_2 qui décrit une plate-forme mobile très évasée. Il est donc probable que l'estimé initial choisi se trouvait très près d'un maximum local.

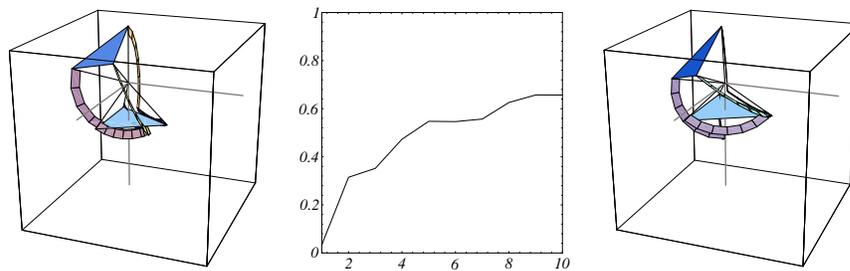


Figure 5.2: Exemple d'optimisation pour l'architecture SPH555.

L'essai 3 est assez probant car l'estimé initial fut délibérément choisi pour contenir beaucoup de points inatteignables dans l'espace de travail recherché et c'est pourquoi la valeur initiale de $\bar{\xi}$ est si petite. On rappelle ici que l'algorithme assignait une dextérité fictive de -1 pour chaque point inatteignable rencontré lors du balayage. En 10 itérations seulement nous avons cependant obtenu une architecture très performante, ayant un $\bar{\xi}$ de 0.656. Celle-ci est représentée à la figure 5.2, de même que l'évolution de $\bar{\xi}$ au cours de l'optimisation.

5.4.2 Architecture SPH366

Après plusieurs essais préliminaires où l'optimisation ne parvenait pas à converger vers une architecture possédant un espace atteignable aussi grand que les valeurs visées nous avons introduit certaines contraintes s'appliquant aux paramètres architecturaux et qui aidaient à obtenir la stabilité, au dépend d'une certaine généralité (Papalambros et Wilde 1988). Ces contraintes sont maintenant développées en termes généraux de

manière à ce que les expressions puissent être utilisées presque directement pour les architectures subséquentes.

La première contrainte établie est que l'extrémité de la plate-forme mobile ne doit en aucun cas se superposer à la position d'ancrage au sol de la patte correspondante. On s'assure de ceci, dans le cas de l'architecture SPH366, en calculant le module de celui-ci, $u = \sqrt{h^2 + w^2}$ puis en posant $v \leq 0.9u$, où v est le module des vecteurs \mathbf{v}_i .

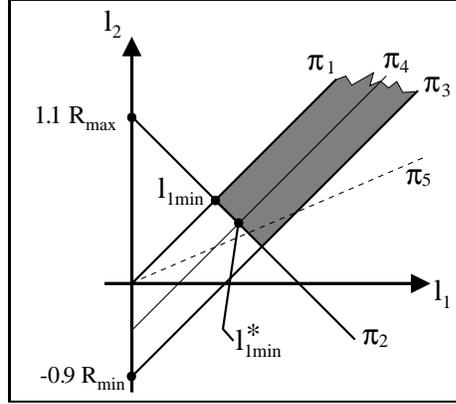


Figure 5.3: Contraintes nécessaires à la stabilisation.

La seconde contrainte fera disparaître l_2 en tant que variable indépendante. Les relations d'inéquation qui la relieront à l_1 sont représentées à la figure 5.3. Celles-ci consistent à réaliser que la distance maximale atteignable par l'une des pattes lorsque celle-ci est en pleine élongation est $l_1 + l_2$ et la distance minimale est $\|l_1 - l_2\|$. Nous avons cependant fait le choix arbitraire de poser que $l_2 \leq l_1$ (droite π_1) et on peut poser les équations suivante: $R_{max} = u+v$ et $R_{min} = u - v$ ce qui nous permettra d'écrire

$$\begin{aligned} l_1 + l_2 &\geq 1.1R_{max} \\ l_1 - l_2 &\leq 0.9R_{min} \end{aligned} \quad (5.5)$$

d'où l'on trace directement les droites π_2 et π_3 à la figure 5.3 ainsi que la zone ombrée qui correspond à l'intersection des 3 inégalités données ci-haut. À partir de là nous avons imposé à l_2 de conserver la relation médiane qui la relie à l_1 (π_4) que l'on écrira

$$l_2 = \frac{1}{2}(l_1 - 0.9R_{min} + l_1) = l_1 - 0.45R_{min} \quad (5.6)$$

On remarque donc que la zone ombrée qui limite l_1 et l_2 est semi-infinie, normalement bornée selon l_1 par $l_{1min} = 0.55R_{max}$ mais le choix de la ligne médiane π_4 nous

imposera plutôt d'utiliser $l_{1min}^* = 0.55R_{max} + 0.225R_{min}$. On remarque enfin, à titre indicatif, la droite π_5 d'équation $l_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}l_1$. Cette relation est couramment observée dans les rapports de longueurs anthropomorphiques (rapport de longueurs bras/avant-bras chez l'humain par exemple) et qui semble maximiser la dextérité. Cette valeur avait d'abord été suggérée pour cette étude, mais il est facile de constater, à l'examen de la figure 5.3, que cette relation n'est pas appropriée pour l'optimisation réalisée ici.

L'implantation de ces contraintes impliqua donc d'ajouter, à chaque itération, un calcul des valeurs courantes de R_{max} et R_{min} puis de limiter les variables v et l_1 en conséquence puis de calculer la valeur résultante de l_2 . La stabilisation à l'aide de ces équations fut manifestement efficace et nous permis d'obtenir de bons résultats.

Les valeurs dont on a limité l'évolution, minimale ou maximale, seront indiquées aux tableaux des valeurs caractéristiques des optimisations (tableau 5.4 et suivants) au moyen d'une étoile (\star) dans la colonne appropriée. La valeur de la variable h fut ici fixée à 1.0 m.

Nous examinons maintenant les résultats des optimisations du mécanisme SPH366 qui sont rapportés au tableau 5.4 et à la figure 5.4.

L'algorithme est donc encore une fois efficace lors de l'essai 1 car on obtient un $\bar{\xi}$ de 0.608 en 18 itérations alors que l'on avait 0.399 au départ. On remarque d'abord, comme pour les autres essais que la valeur finale de v est supérieure à celle de w , ce qui implique que les cotés de la plate-forme mobile sont plus long que ceux du triangle imaginaire définissant la base fixe. Il était quelque peu prévisible de voir la valeur angulaire définissant l'ouverture de la plate-forme grandir et passer de 20° à environ 40° : en espaçant ses points d'attache aux pattes, la plate-forme mobile gagne en stabilité et diminue l'effort requis pour lui imprimer une rotation de roulis (autour de l'axe X). Il est en quelque sorte rassurant de voir l'algorithme évoluer dans la direction dictée par l'intuition.

L'essai 2 converge vers une solution qui définit une plate-forme mobile semblable à la base fixe, permettant ainsi de croire que des triangles isocèles sont une solution optimale pour ce genre d'architecture. La longueur des pattes (l_1) tend à augmenter, tout comme le font d'ailleurs de façon manifeste les longueurs v et w , conservant ainsi un certain facteur de proportionnalité entre eux.

Tableau 5.4: Valeurs caractéristiques de l'optimisation de SPH366.

	Unités	Bornes	Essai 1		Essai 2		<u>Essai 3</u>	
v	(m)	[0.6, ★]	1.40	1.61	1.20	1.92	1.00	1.69
w		[1.0, 2.5]	1.20		1.50	1.87	1.00	1.50
η_1	(deg)	[20,80]	20	38	30	57	75	61
η_2			75	71	45	60	20	63
l_1	(m)	[★, 3.0]	1.75	1.74	2.00	2.27	1.50	1.95
θ_C	(deg)	[-45,45]	10	22	0	-20	45	29
K	(-)	[1,50]	18		26		28	
$\bar{\xi}$	(-)	[0, 1]	0.399	0.608	0.457	0.586	0.270	0.577

L'essai 3, montré à la figure 5.4, est également très pertinent. On remarque tout de suite que l'optimisation est rapide au début du processus puis la valeur de $\bar{\xi}$ oscille quelques temps autour de 0.575 avant de se stabiliser grâce au coefficient d'amortissement utilisé. Ce genre de comportement fut souvent observé et est caractéristique d'un choix d'estimé initial médiocre qui est rapidement amélioré. Dans le cas présent des valeurs extrêmes pour η_1 (75°) et pour η_2 (20°) ont toutes deux été ramenées autour de 60° .

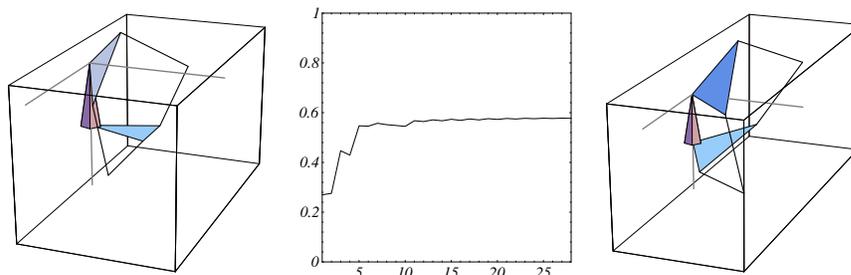


Figure 5.4: Exemple d'optimisation pour l'architecture SPH366.

5.4.3 Architecture ETR555

Cette architecture, de type ETR, fait intervenir un très grand nombre de paramètres. Aussi, dans le but de réduire ceux-ci au minimum, nous avons fixé la hauteur initiale de la plate-forme, que nous appellerons h , à 1.50 m. C'est en effet à partir de cette élévation

de référence que nous produirons le débattement requis selon l'axe Z de $\pm 0.75\text{m}$. Des contraintes similaires à celles présentées à la section 5.4.2 furent également utilisées. Il s'agit cependant ici d'évaluer les contraintes en utilisant, selon le cas, la hauteur maximale ($h + 0.75$) ou minimale ($h - 0.75$) atteinte par la plate-forme. Nous voudrions donc limiter la longueur des vecteurs formant la plate-forme en imposant

$$\begin{aligned} v_1 &\leq 0.9\sqrt{(h - 0.75)^2 + w_1^2} \\ v_2 &\leq 0.9\sqrt{(h - 0.75)^2 + w_2^2} \end{aligned} \quad (5.7)$$

où v_i est le module du vecteur \mathbf{v}_i et w_i est le module du vecteur \mathbf{w}_i , puis évaluer les paramètres suivants

$$\begin{aligned} R_{1max} &= \sqrt{(h + 0.75)^2 + w_1^2} + v_1 \\ R_{1min} &= \sqrt{(h - 0.75)^2 + w_1^2} - v_1 \end{aligned} \quad (5.8)$$

et

$$\begin{aligned} R_{2max} &= \sqrt{(h + 0.75)^2 + w_2^2} + v_2 \\ R_{2min} &= \sqrt{(h - 0.75)^2 + w_2^2} - v_2 \end{aligned} \quad (5.9)$$

En se référant à la figure 5.3 on pourra limiter les variables de façon pertinente avec

$$\begin{aligned} l_{1min}^* &= 0.55R_{1max} + 0.225R_{1min} \\ l_{3min}^* &= 0.55R_{2max} + 0.225R_{2min} \end{aligned} \quad (5.10)$$

Puis évaluer les longueurs dépendantes l_2 et l_4 selon

$$\begin{aligned} l_2 &= l_1 - 0.45R_{1min} \\ l_4 &= l_3 - 0.45R_{2min} \end{aligned} \quad (5.11)$$

Le premier essai d'optimisation nous a permis de constater qu'il semble optimal, pour l'architecture ETR555, de posséder une base de dimensions similaires à celles de sa plate-forme mobile. Comme la longueur des pattes l_1 et l_3 est demeurée presque constante autour de 2.0m on impute l'augmentation sensible de $\bar{\xi}$ à la diminution de w_1 et w_2 .

L'essai 2, choisi comme exemple à la figure 5.5, est extrêmement progressif mais permet tout de même d'augmenter la valeur de $\bar{\xi}$ initiale de 55% en 10 itérations. Il est cependant particulier de constater que cette fois les valeurs de v_1 ou v_2 n'ont pas augmenté pour rejoindre w_1 et w_2 .

Tableau 5.5: Valeurs caractéristiques de l'optimisation de ETR555.

	Unités	Bornes	Essai 1	Essai 2	Essai 3
v_1	(m)	[0.6, ★]	1.00	1.25 1.02	1.00 1.38
v_2		[0.6, ★]	1.00	= v_1	1.00 1.07
w_1	(m)	[1.0, 2.5]	1.50 1.01	1.65	1.50 1.86
w_2			1.50 1.04	1.85	1.50 1.44
γ	(deg)	[60,120]	90	75 100	60 93
η_1	(deg)	[20,80]	60	70 55	90 69
η_2			60	50 72	60 77
l_1	(m)	[★, 3.0]	2.00 1.96	2.25 3.00	2.00 2.77
l_3		[★, 3.0]	2.00 2.06	= l_1	2.00 3.00
θ_C	(deg)	[-30, 30]	0	20 30	0 30
K	(-)	[1,50]	10	10	14
$\bar{\xi}$	(-)	[0, 1]	0.542 0.646	0.260 0.404	0.233 0.432

L'optimisation numéro 3, qui portait sur 10 paramètres à la fois convergea néanmoins en 14 itérations et améliora $\bar{\xi}$ de 85%. La valeur de γ se rapprocha véritablement de 90° ce qui nous laisse croire, en nous basant aussi sur les autres essais, que cette valeur est optimale car elle tend à minimiser les translations selon X et Y induites par les degrés de liberté z , ϕ et θ . Il est intéressant de noter, comme on aurait aussi pu le faire pour l'essai 2, que les valeurs finales de η_1 et η_2 sont quasiment inversées par rapport à leur valeur initiale respective. On remarque également pour ces deux même essais que la valeur finale pour θ_C est de 30° ce qui permet à deux des pattes de disposer d'un plus grand espace de débattement mais également comme conséquence d'amener les longueurs de ces pattes à leur valeur maximale fixée (3.0m).

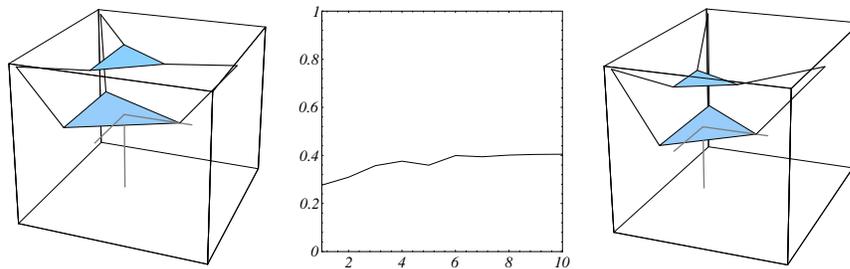


Figure 5.5: Exemple d’optimisation pour l’architecture ETR555.

5.4.4 Architecture ETR366

Les contraintes de stabilisation pour cette architecture sont très semblables à celles définies aux équations (5.5) et (5.6). Nous ne les réécrivons donc pas dans la présente section. Cependant, toujours dans le but de minimiser le nombre de paramètres définissant l’architecture, nous avons imposé la valeur zéro (0) à θ_C et les valeurs suivantes aux composantes du vecteur \mathbf{w}_1

$$w_{1x} = -(l_1 + v) \quad (5.12)$$

$$w_{1y} = 0$$

$$w_{1z} = -h$$

de sorte que, comme la variable h représente de nouveau la hauteur de référence à partir de laquelle nous mesurons l’élévation visée de $\pm 0.75\text{m}$, la patte de longueur l_1 sera horizontale quand la plate-forme sera à la hauteur h . Cette nouvelle contrainte aura ainsi l’avantage de minimiser les déplacements selon X couplés aux mouvements selon Z .

Les exemples produits pour cette architecture présentaient tous une valeur de $\bar{\xi}$ initiale relativement bonne tel qu’indiqué au tableau 5.6, ce qui peut laisser croire à une performance moyenne de l’algorithme en observant seulement le gain obtenu sur la fonction. Il faut cependant réaliser que les valeurs finales comptent parmi les plus grandes obtenues pour tous les essais. De plus, quelques comportements de l’algorithme observés grâce à ces exemples méritent notre attention.

L’essai 1 est à ce titre un bon exemple puisqu’il est clair, sur la figure 5.6, que l’algorithme parvient facilement à se tirer d’un mauvais pas lorsque, à l’itération 6 une architecture présentant un espace atteignable inférieur fut générée et fit chuter la

Tableau 5.6: Valeurs caractéristiques de l'optimisation de ETR366.

	Unités	Bornes	<u>Essai 1</u>		Essai 2		Essai 3	
v	(m)	[0.6, \star]	1.00	1.70	1.70		1.70	1.55
w		[1.0, 2.5]	1.75	1.71	1.70		2.00	2.50
η_1	(deg)	[20,80]	60		75	58	30	20
η_2			60		30	23	75	78
h	(m)	[1.0, 2.0]	1.50		2.00		1.75	1.97
l_1	(m)	[\star , 3.0]	2.30	2.97	2.80	2.92	2.82	3.00
l_2		[\star , 3.0]	3.25	3.36	2.50	2.92	2.50	2.93
K	(-)	[1,50]	14		14		8	
$\bar{\xi}$	(-)	[0, 1]	0.447	0.586	0.612	0.718	0.727	0.788

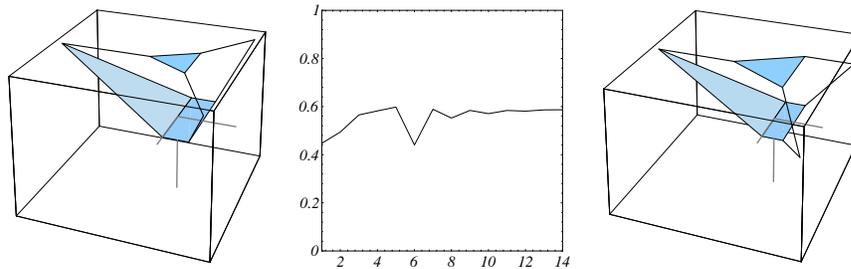


Figure 5.6: Exemple d'optimisation pour l'architecture ETR366.

valeur de $\bar{\xi}$. On remarque aussi que l'optimisation affecta surtout la longueur de la plate-forme mobile (v) qui devint de ce fait de la même longueur que w .

Dans le cas de l'essai 2 cependant nous avons fixé v et w à la valeur obtenue à l'essai 1 (1.70m) et avons laissé η_1 et η_2 évoluer. On remarque que ceci a comme conséquence une diminution des deux valeurs angulaires, dans une proportion correspondant aux valeurs initialement données.

À l'opposé, en assignant des valeurs initiales à η_1 et à η_2 inversées par rapport à l'essai 2, on note une diminution de η_1 et une augmentation de η_2 jusqu'à 78° . Ceci définit donc une plate-forme étroite et une base largement ouverte. Le même comportement est remarqué au niveau des longueurs caractéristiques v et w , cette dernière allant même jusqu'à atteindre la limite de 2.50m fixée.

5.5 Optimisation du module d'actionnement

Nous avons expliqué, au chapitre 4, les raisons qui justifiaient l'emploi d'un mécanisme d'actionnement pour transmettre le couple requis à l'articulation intermédiaire des pattes à 5 ou à 6 degrés de liberté. Il nous faut maintenant appliquer le même processus d'optimisation à ce mécanisme.

Bien qu'il aurait été plus cohérent de réaliser une optimisation globale en faisant intervenir, pour chaque architecture, les équations cinématiques de la plate-forme jumelées à celles des modules d'actionnement lui étant destinés, cette façon de faire aurait eu l'énorme désavantage de faire intervenir un très grand nombre de variables à la fois. Il aurait été alors plus difficile d'éviter les optimums locaux et surtout d'analyser objectivement les résultats des optimisations.

Nous avons donc voulu réaliser une optimisation en deux temps, d'une part pour les architectures, puis d'autre part pour un module d'actionnement qui puisse être globalement optimisé. Nous avons donc cherché, dans un but de polyvalence, la gamme moyenne des angles θ (coordonnées articulaires) qu'il doit être possible d'atteindre avec les pattes concernées et nous avons obtenu comme valeurs limites 17° à 118° . L'optimisation a donc porté sur cet espace atteignable en incrémentant la valeurs de θ par saut de 2.5° et en cherchant à *minimiser* cette fois la valeur du rapport des vitesses, donnée par l'équation (4.90). On note \bar{V} , la valeur moyenne de $\dot{\theta}/\dot{\theta}_M$ calculée au moyen de l'équation (4.90) sur l'espace atteignable de la patte. La procédure d'optimisation demeure la même que celle décrite à la section 5.3, à l'exception de l'équation (5.4) qui devient, afin de viser l'obtention d'un minimum,

$$\mathbf{p}_{K+1} = \mathbf{p}_K - nF \frac{\mathbf{s}}{\|\mathbf{s}\|} \quad (5.13)$$

Les résultats obtenus sont consignés au tableau 5.7. La longueur de la variable l_4 fut fixée à 1.75 m.

Le premier essai d'optimisation a permis de diminuer de plus de 50% la valeur initiale de l'indice à minimiser. On obtient d'ailleurs ainsi la plus petite valeur de \bar{V} parmi les 3 essais. Il est intéressant de noter que l'on converge vers une valeur nulle pour l_0 . Cette caractéristique peut être intéressante en ce sens qu'elle minimisera les déplacements de l'actionneur, cependant il pourra être physiquement difficile de placer

un actionneur électrique au centre d'un joint de type cardan ou sphérique. De plus, la longueur finale de la variable l_3 a atteint la valeur maximale permise (1.75m) ce qui réduit certes le couple devant être fourni par l'actionneur mais augmente de beaucoup les inerties des corps en mouvement.

Tableau 5.7: Valeurs caractéristiques de l'optimisation du module d'actionnement.

	Unités	Bornes	Essai 1		Essai 2		Essai 3	
l_0	(m)	[0.00, 0.75]	0.50	0.00	0.50		0.75	
l_1		[0.25, 1.75]	1.25	1.41	1.25	0.71	1.00	1.00
l_2	(m)	[0.25, 2.00]	1.25	1.91	1.25	1.55	1.25	1.49
l_3		[0.25, 1.75]	1.25	1.75	0.75		1.00	1.25
α_1	(deg)	[-, -]	170		210	192	135	195
α_2			-75		45	15	42	
K	(-)	[1,50]	12		22		15	
\bar{V}	(-)		1.469	0.682	5.748	0.892	1.519	0.694

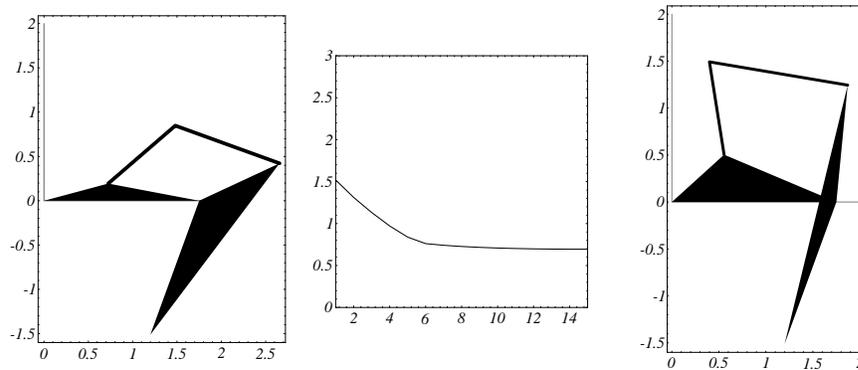


Figure 5.7: Exemple d'optimisation pour le module d'actionnement.

L'essai numéro 2 est manifestement celui qui a produit la plus grande diminution de l'indice moyen \bar{V} , passant de 5.748 à 0.892, et ce en n'influençant qu'un nombre restreint de paramètres (3). Il semble que le gain ait été produit en ramenant l_1 à une valeur à peu près égale à celle de l_3 alors que l_2 grandissait pour s'approcher de la longueur l_4 . De plus, comme on a des valeurs pour l_0 et l_3 relativement petites, ce résultat aura tendance à minimiser les masses impliquées et les inerties supplémentaires, de même que l'encombrement général de la patte. Cette dernière constatation montre

bien que certaines considérations non incluses dans la fonction d'optimisation demeurent importantes à considérer et demandent de faire preuve d'intuition et de sens critique dans l'interprétation des résultats.

C'est d'ailleurs un peu l'opposé qui se produit avec l'essai 3. Bien que la valeur finale de \bar{V} soit assez petite (0.694), le résultat obtenu, présenté à la figure 5.7, est relativement encombrant et possède des membrures disproportionnées. Il devra donc être rejeté pour des raisons subjectives, non prises en compte par la fonction d'optimisation.

5.6 Analyse globale des résultats

Les grandes dimensions que nous avons imposé pour l'espace atteignable des architectures parallèles constituent une condition très exigeante. Comme on l'a vu à l'aide d'exemples de systèmes réels, peu de simulateurs, même parmi les systèmes sériels, atteignent de si grandes valeurs. C'était donc une tâche quelque peu ambitieuse que d'espérer obtenir de telle architecture à l'aide d'une optimisation numérique.

Cela semble néanmoins avoir été possible pour la plupart des architectures. Bien que l'algorithme utilisé soit de nature très simple il s'est avéré assez performant pour converger régulièrement vers une solution intéressante, souvent très supérieure à l'estimé initial fourni. Le fait d'avoir introduit les relations de contrainte à partir de la section 5.4.2 a néanmoins aidé l'algorithme à converger rapidement.

La nécessité (ou l'utilité) de ces relations de contrainte permet de mettre en perspective deux faits inhérents aux processus d'optimisation. Premièrement, on réalise qu'il se peut qu'une relation sous-jacente à la fonction choisie (dans notre cas $\bar{\xi}$ ou \bar{V}) relie de façon optimale deux ou plusieurs paramètres géométriques entre eux. Ainsi, nous avons exprimé au moyen de l'équation (5.6), une relation qui unit l_2 à l_1 de sorte que l'espace atteignable soit en quelque sorte maximisé. Cette relation fut dérivée de manière intuitive, en observant les relations apparentes qui affectent le comportement global de l'architecture. Le second point est presque une conséquence du premier: il semble que l'algorithme doit être utilisé comme un outil et non pas comme une méthode infaillible, ce qui implique un rôle actif de l'utilisateur. L'intuition et la subtilité dans l'analyse des résultats a sa place et c'est ce qui nous a aidé à identifier, lors d'essais préliminaires,

les valeurs présentées au tableau 5.3.

Cette réflexion nous amène enfin à discuter d'une réalité inhérente à l'algorithme choisi: en vue d'obtenir un processus rapide³, nous avons dû accepter de n'obtenir que des maximums locaux de la fonction. La recherche d'optimum absolu (ou globaux) aurait nécessairement demandé un balayage plus serré des possibilités. Nous ne prétendons donc pas proposer une méthode infaillible permettant d'obtenir LA meilleure architecture. Il s'agit plutôt de raffiner une solution initiale en vue de l'améliorer.

Nous obtenons de nombreux résultats intéressants, et ce même avec des architectures contenant jusqu'à 10 paramètres indépendants. Dans la mesure où un des objectifs de ce chapitre était de valider un algorithme d'optimisation assez simple au moyen d'exemples numériques concrets, on peut affirmer que le travail est un succès. Les meilleurs résultats obtenus, selon des critères d'utilisabilité et conformément aux discussions présentées dans ce chapitre, semblent être les suivants: l'Essai 1 pour SPH366, l'Essai 3 pour ETR366 et l'Essai 2 du module d'actionnement. C'est donc avec ces architectures *vedettes* en tête que nous aborderons le chapitre 6.

³Les temps de calcul requis par la méthode étaient à tout le moins raisonnables. Nous avons la plupart de temps utilisé, lors des optimisations, une station de travail *Silicon Graphics* Indy R5000 possédant 32 Megs RAM (*groulx@gmc.ulaval.ca*) et les optimisations convergeaient généralement en moins de 30 ou 40 minutes. Cependant, les équations des architectures cinématiques ont été implantées sous formes analytiques dans *Mathematica* et la version utilisée du logiciel ne permettait pas de compiler les fonctions trigonométriques, ce qui aurait considérablement accéléré le traitement. Une programmation en langage C aurait aussi réduit les temps de calcul, probablement d'un facteur 10, selon notre expérience.

Chapitre 6

Design conceptuel d'un mécanisme de simulation à 3 degrés de liberté

Les trois premiers chapitres de ce mémoire ont servi à comparer les simulateurs à 3 degrés de liberté à ceux qui en possèdent 6. Nous avons alors conclu que ces simulateurs, bien que simplifiés, possèdent néanmoins un certain potentiel. Nous avons par la suite présenté, aux chapitres 4 et 5, un processus aboutissant à la conception cinématique par l'optimisation de différentes architectures. Le chapitre 6 viendra maintenant parachever l'ensemble en apportant succinctement quelques éléments d'un design conceptuel visant cette fois à démontrer la faisabilité technique d'un tel simulateur.

Nous nous sommes donc imposés un cahier des charges réduit au minimum pour définir une plate-forme mobile qui serait appliquée à l'architecture optimisée SPH366, Essai 1, équipée du module d'actionnement correspondant à l'Essai 2. Cette combinaison nous semblait être une des plus intéressantes de par sa bonne dextérité et ses

dimensions raisonnables. De plus, il nous a semblé que l'architecture de type SPH366 se prêtait plus facilement à une conception mécanique réaliste pour l'application envisagée. Les valeurs pertinentes de ce cahier des charges sont présentées au tableau 6.1. Le simulateur envisagé en serait un de petites dimensions, pour une seule personne et destiné à la recherche en laboratoire.

Tableau 6.1: Cahier des charges d'une plate-forme mobile.

Caractéristique	Valeur
Nombre de degrés de liberté	3
Charge utile maximale	200 kg
Dimensions hors-tout	5m × 5m × 3.5m
Type d'alimentation	Électrique, 110 V
Coût de production	≤ 10 000\$

Nous avons cependant dû nous limiter, faute de temps, à deux aspects de ce que nous avons appelé le *Design conceptuel*: la modélisation solide permettant la visualisation d'un tel système sous différents angles et une analyse des forces et des vitesses visant le dimensionnement des actionneurs.

6.1 Modélisation du simulateur

Suite aux résultats de l'analyse effectuée au chapitre 3, nous avons choisi de favoriser l'architecture de type SPH@CG à titre d'exemple unique, pour le meilleur compromis qu'elle offre. Nous avons modélisé, à l'aide du logiciel *I-DEAS*, une représentation simplifiée des éléments du simulateur en divisant celui-ci en quatre sous-systèmes: la nacelle mobile, l'ensemble des pattes latérales, l'ensemble de la patte verticale et enfin la base fixe. Le lecteur prendra note cependant que cette modélisation ne découle en aucune façon de calculs de la résistance des matériaux ou d'autres formes d'analyse structurelle mais doit plutôt être considérée comme une représentation artistique, bien qu'à l'échelle, du mécanisme tel qu'il pourrait apparaître suite à une telle analyse.

La nacelle mobile est constituée, dans sa forme simplifiée, d'une structure plane qui fait office de plaque de montage du siège et du repose-pied, d'une station de travail

informatique avec écran de 19 pouces et de l'opérateur humain. En assignant à ces éléments une masse respective de 65 kg, 20 kg et 80 kg, il devient facile de demander au logiciel de modélisation d'évaluer pour nous les propriétés d'inertie qui seront utiles à la section suivante. On suppose alors une densité constante pour chaque élément pris individuellement. Ces caractéristiques sont présentées au tableau 6.2 telle qu'exprimées dans un repère lié à la plate-forme, donc mobile, dont l'origine coïncide avec la position de la tête du pilote. L'orientation de ce repère est conforme à la convention qui a été présentée au chapitre 2 et suivie depuis. Les moments d'inertie correspondent aux valeurs évaluées au centre de masse de la plate-forme. La figure 6.1 nous montre le résultat de la modélisation.

Tableau 6.2: Propriétés inertielles de la plate-forme modélisée.

Masse	Centre de masse			Inertie		
	\bar{x}	\bar{y}	\bar{z}	\bar{I}_X	\bar{I}_Y	\bar{I}_Z
(kg)	(m)			(kg·m ²)		
164.3	0.345	0.0	0.489	18.97	40.54	28.68

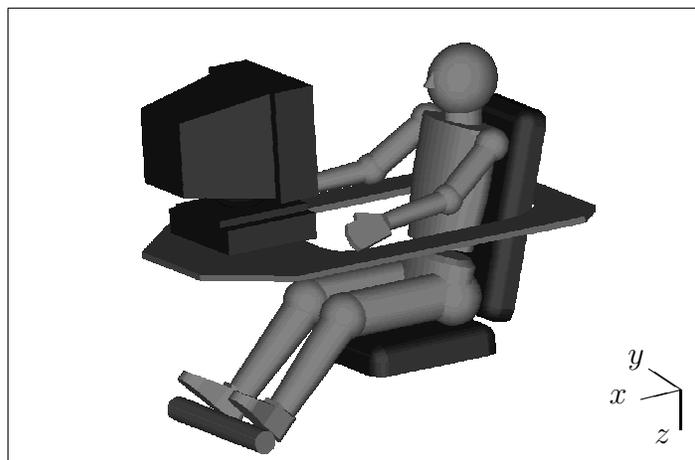


Figure 6.1: Modélisation d'une plate-forme hypothétique.

Suite à la modélisation d'une nacelle de dimensions raisonnables pour accommoder un seul passager, il nous est apparu qu'il était possible d'affecter toutes les dimensions obtenues par optimisation au chapitre 5 d'un facteur d'échelle de 60%, ce qui nous permettra de réduire sensiblement les dimensions, le poids et l'encombrement du simulateur. Ainsi, les *nouvelles* dimensions, données aux tableau 6.3 et 6.4 sont celles qui

seront utilisées pour le reste de la modélisation.

Tableau 6.3: Dimensions caractérisant l'architecture du simulateur.

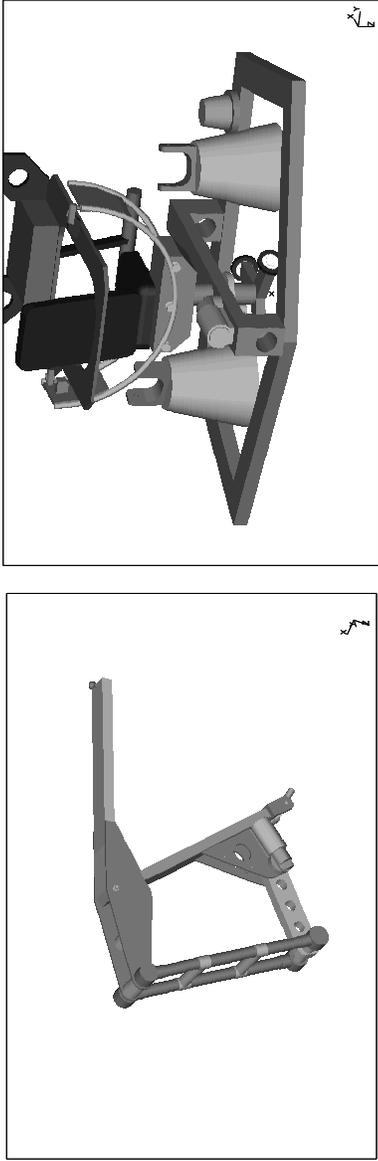
Variable	h	v	w	η_1	η_2	l_1	l_2	θ_C
Unité	(m)	(m)		(deg)		(m)		(deg)
Valeur	0.60	0.97	0.72	38	71	1.05	1.05	22

Tableau 6.4: Dimensions caractérisant les modules d'actionnement.

Variable	l_0	l_1	l_2	l_3	α_1	α_2
Unité	(m)				(deg)	
Valeur	0.30	0.43	0.93	0.45	192	45

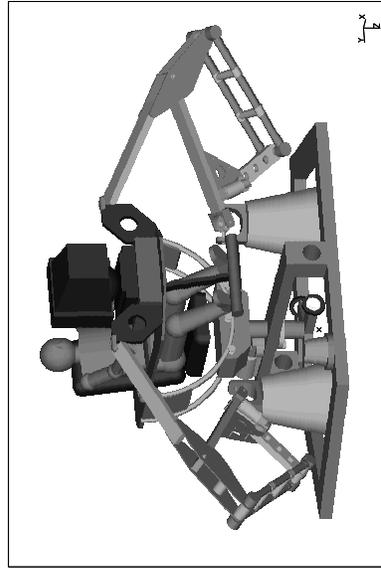
La construction hypothétique des pattes latérales à six degrés de liberté est basée sur l'assemblage articulé de deux sections d'acier rectangulaire (3.5 pouces \times 2 pouces), terminé à une extrémité par un joint de cardan monté sur un socle et à l'autre extrémité par un joint sphérique économique, réalisé en utilisant une boule d'attache-remorque de 2 pouces de diamètre (voir figure 6.2). On se sert de plaques d'acier soudées à la section proximale pour faire le lien avec le module d'actionnement. Celui-ci est composé d'une membrure solidaire (l_1) à l'arbre de sortie de la boîte de réduction couplé au moteur et d'une structure tubulaire en forme d'échelle (l_2). Cette chaîne cinématique fermée, qui a comme fonction première d'actionner l'articulation intermédiaire tout en rapprochant le moteur du socle, à la base de la patte, offre aussi comme avantage de rigidifier la structure et l'aidera à supporter les contraintes latérales. On prévoit que chacune des pattes de ce type pèsera environ 20 kg en excluant le moteur et sa boîte de réduction. La figure 6.2(a) montre la patte latérale isolée du reste du simulateur.

La conception de la patte verticale à 3 degrés de liberté pose quant à elle de plus grands défis: la principale difficulté provient du fait qu'il nous faut pouvoir appliquer les rotations autour du centre de gravité du simulateur alors que de la matière physique s'y trouve déjà. Nous avons besoin, en somme, d'un joint de cardan virtuel ! La solution présentée ici, bien que non dénuée d'intérêt, aurait à tout le moins avantage à être raffinée. Elle consiste à lier la nacelle mobile à deux joints sphériques, posés de chaque côté du pilote, et à une structure tubulaire pliée pour former un rail circulaire de 120°.

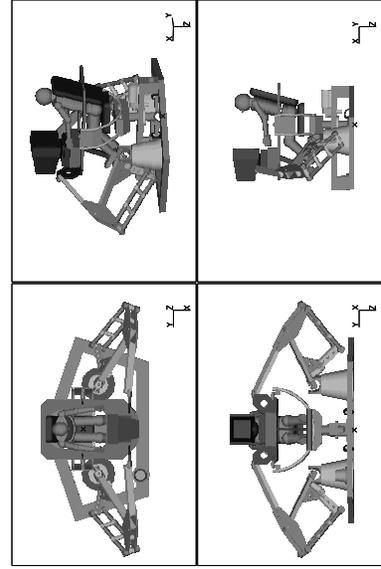


(a) Pattes latérales

(b) Pattes verticales



(c) Vue Isométrique arrière



(d) Vues sous 4 angles du simulateur

Figure 6.2: Modélisation préliminaire d'un simulateur à 3 degrés de liberté.

Cette structure, supportée adéquatement par des rouleaux concaves, pourra tourner selon l'axe longitudinal (X) du simulateur. Le tout sera par la suite monté sur un axe vertical, actionné au moyen d'un moteur électrique par l'intermédiaire d'une chaîne et de pignons. Nous aurons de cette manière trois axes de rotations s'intersectant en un même point, au centre de gravité, assurant ainsi le comportement voulu. On peut voir sur la figure 6.2(b) une vue agrandie montrant le détail de ce qui vient d'être expliqué.

Enfin, les figures 6.2(c) et 6.2(d) montrent le système complet, tel que modélisé et assemblé. On y voit donc la base, rigidement liée au sol, qui supporte le tout. Comme ces figures sont à l'échelle, il est facile d'estimer que les dimensions hors-tout respecteront les valeurs imposées au cahier des charges.

6.2 Évaluation des efforts requis aux actionneurs

Dans le but d'identifier approximativement le type d'actionneurs nécessaires pour cette application, nous avons utilisé le raisonnement qui suit.

Pour cette analyse, comme les dimensions physiques du mécanisme ne sont pas encore complètement définies, nous considérons un modèle dynamique qui ne tient compte que de la plate-forme elle-même (la nacelle). La modélisation décrite à la section précédente nous a fourni les propriétés inertielles de ce sous-système. Il est possible d'évaluer, selon les lois de Newton et en connaissant les vitesses et accélérations auxquelles est soumise la plate-forme, les efforts que les membrures de l'architecture devront lui transmettre. On désignera par \mathbf{F} ces efforts généralisés et par \mathbf{f} le sous-vecteur formé des composantes de \mathbf{F} qui correspondent aux coordonnées cartésiennes de la plate-forme étudiée.

Dans le cas particulier où l'on effectue seulement des rotations (SPH) et qui plus est, autour du centre de gravité (CG), les équations deviennent alors très simples et on a

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} \bar{I}_X \dot{\omega}_X - (\bar{I}_Y - \bar{I}_Z) \omega_Y \omega_Z \\ \bar{I}_Y \dot{\omega}_Y - (\bar{I}_Z - \bar{I}_X) \omega_Z \omega_X \\ \bar{I}_Z \dot{\omega}_Z - (\bar{I}_X - \bar{I}_Y) \omega_X \omega_Y \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

où \mathbf{f} est ici le vecteur couple total appliqué à la nacelle. Nous voulons cependant

trouver les couples (\mathbf{k}) requis aux actionneurs. C'est le principe de la conservation de l'énergie qui nous permettra de le faire. En effet, la puissance fournie par les actionneurs est donnée par le produit du couple par la vitesse ($\mathbf{k}^T \mathbf{s}$) et la puissance nécessaire à l'effecteur est quant à elle donnée par ($\mathbf{f}^T \mathbf{t}$). Ces deux quantités sont nécessairement égales et comme $\mathbf{s} = \mathbf{J}\mathbf{t}$ on obtient, par substitution directe

$$\mathbf{f}^T \mathbf{t} = \mathbf{k}^T \mathbf{J}\mathbf{t} \quad (6.2)$$

En laissant tomber de chaque coté le vecteur \mathbf{t} et en isolant le vecteur couple \mathbf{k} , on obtient

$$\mathbf{k} = \mathbf{J}^{-T} \mathbf{f} \quad (6.3)$$

On pourra ensuite appliquer le même raisonnement pour transférer les valeurs de couples et de vitesses aux actionneurs réels, par l'entremise des équations des modules d'actionnement et de leur rapport de vitesse, donné par l'équation (4.90). Il conviendra bien-sûr ensuite de multiplier les valeurs obtenues par un facteur de sécurité suffisant pour prévoir l'inertie des membrures et les pertes générées par frottement.

6.2.1 Efforts requis pour atteindre les performances visées.

Il est courant de voir, dans le domaine des simulateurs de vols, un fabricant annoncer qu'un système est capable de telle et telle vitesse ou accélération, alors que ces performances ne peuvent être obtenues seulement qu'au point central de l'espace atteignable (et pas nécessairement de façon simultanée). Les performances réelles se dégradent alors plus ou moins rapidement à mesure que l'on s'éloigne de cette position centrale. Bien qu'il soit presque impossible de prévoir toutes les manœuvres réalisables et de vérifier tous les cas, nous avons voulu développer une méthode qui maximiserait les chances de pouvoir fournir les performances visées quelque soit la configuration ou la combinaison des vecteurs vitesse et accélération.

La procédure originale utilisée fut donc la suivante: il s'agissait de générer une série de points de contrôle, en ne faisant varier qu'un angle d'Euler à la fois, ϕ de -60° à 60° , θ de -60° à 60° et ψ de -45° à 45° en maintenant à chaque fois les deux autres coordonnées cartésiennes à zéro. Pour chacun de ces points de contrôle, l'algorithme fait alors varier le vecteur vitesse $\boldsymbol{\omega}$ en lui donnant successivement les six valeurs définies

par $\pm\omega_{max}(\mathbf{e}_i)$, $\pm\omega_{max}(\mathbf{e}_j)$ et $\pm\omega_{max}(\mathbf{e}_k)$ alors que l'on impose pour les accélérations les six valeurs $\pm\alpha_{max}(\mathbf{e}_i)$, $\pm\alpha_{max}(\mathbf{e}_j)$ et $\pm\alpha_{max}(\mathbf{e}_k)$, ce qui génère 36 combinaisons pour lesquelles on évalue les couples et les vitesses nécessaires aux actionneurs pour ensuite calculer la moyenne des valeurs absolues obtenues. On assigne ensuite cette moyenne à ce point de contrôle. Les valeurs de ω_{max} et de α_{max} utilisées sont celles données comme objectif dans le tableau 5.1.

Ainsi donc il ne faut pas voir chacun des graphiques des figures 6.3 et 6.4 comme la représentation d'une trajectoire réellement suivie dans l'espace des coordonnées cartésiennes mais plutôt comme une coupe dans cet espace, sur laquelle on représente une série de caractéristiques locales indépendantes les unes des autres.

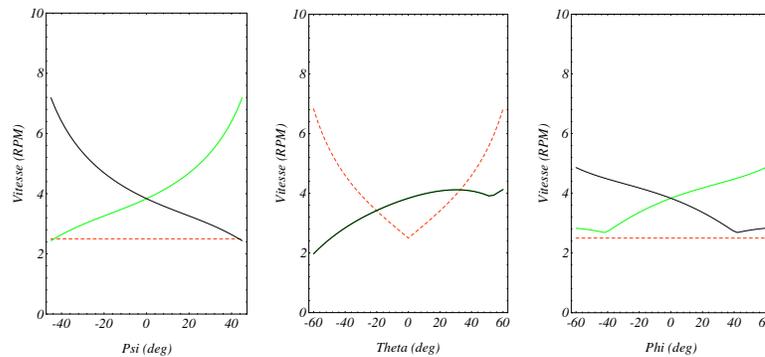


Figure 6.3: Vitesse requise aux actionneurs pour atteindre les performances visées.

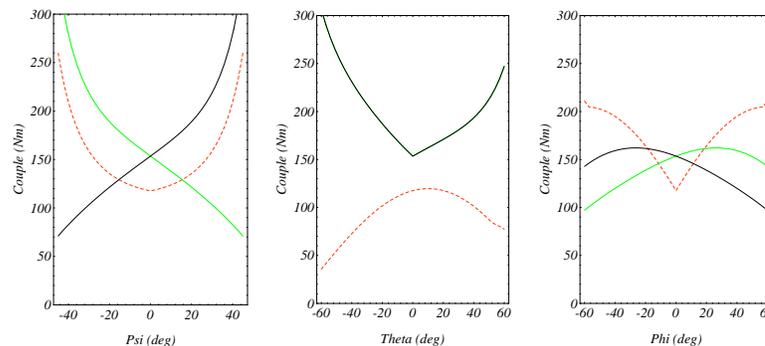


Figure 6.4: Couple requis aux actionneurs pour atteindre les performances visées.

On identifiera, aux figures 6.3 et 6.4, les valeurs indiquées par la ligne tiretée comme étant celles correspondant à la poutre verticale à 3 degrés de liberté et celles qui sont indiquées par des lignes continues, noire ou grise, représentant les valeurs aux poutres latérales à 6 degrés de liberté. Ces dernières sont toujours soit superposées, soit symétriquement disposées par rapport à la valeur angulaire zéro.

En observant les valeurs maximales requises à l'un ou l'autre des points de contrôle nous établirons que les moteurs associés aux pattes latérales doivent être en mesure de fournir un couple de 300 Nm et une vitesse de 8 RPM alors que ces valeurs sont de 250 Nm et 7 RPM pour le moteur de la patte verticale. Nous avons également évalué les valeurs instantanées de puissance et celles-ci ne dépassent pas 100W dans le premier cas et 70W dans le second. En pratique nous préconiserions, par exemple, en tenant compte des facteurs de sécurité justifiés plus tôt, l'utilisation de trois moteurs identiques de 1 HP (746W) pouvant tourner à 400 RPM et produire un couple de 40 Nm à travers une boîte de réduction au rapport 1:25.

6.2.2 Efforts requis pour réaliser les manœuvres d'évaluation.

Nous avons également produit une analyse de forces (et de vitesses) plus conventionnelle en simulant chaque manœuvre d'évaluation présentée au chapitre 2. Cette évaluation fut relativement simple à réaliser puisque qu'il ne s'agissait que d'introduire dans l'équation (6.1) les composantes de β , de ω et de $\dot{\omega}$ du simulateur telles que conservées sous forme de fichiers lors de la production des résultats du chapitre 3, puis de calculer les valeurs de couples et de vitesses, selon les équations (6.1) et (6.3). La figure 6.5, qui correspond à la manœuvre des doubles virages (MV), est présentée à titre d'exemple caractéristique en utilisant la même notation qu'à la section précédente. L'axe des abscisses indique cependant ici l'évolution dans le temps de la manœuvre. Les figures montrant les résultats pour les autres manœuvres sont incluses à l'annexe D.

On remarque tout d'abord que les valeurs sont de beaucoup inférieures à celles montrées aux figures 6.3 et 6.4. On y trouve en effet une demande maximale de l'ordre de 10 Nm pour le couple et de 1 RPM pour les vitesses, ce qui est facilement un ordre de grandeur en deça des valeurs requises à la section 6.2.1 Ces valeurs sont donc raisonnables et permettent de croire en la faisabilité technique d'un tel simulateur.

Il y a deux raisons qui expliquent l'obtention de si petites valeurs. D'une part, la simplification du modèle dynamique ne tient compte que de la nacelle mobile et les rotations sont effectuées autour du centre de gravité. D'autre part, rappelons-le, nous simulons le comportement d'un *Boeing 747* qui est un avion très massif, ce qui implique nécessairement de faibles accélérations. De plus, l'algorithme du *Washout*

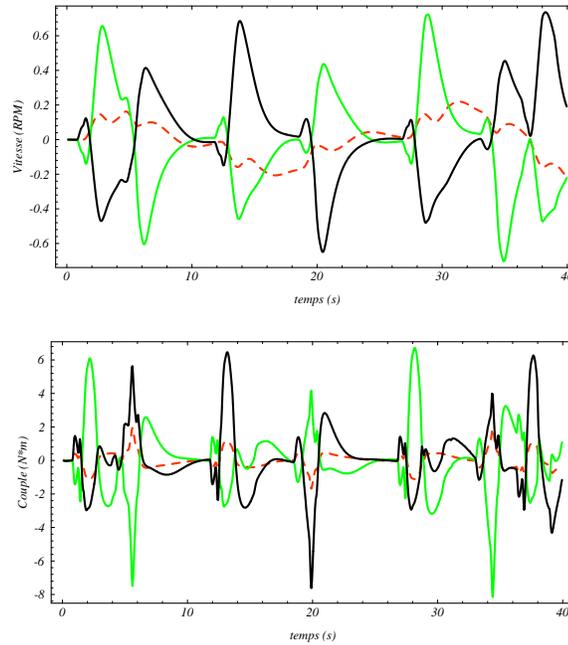


Figure 6.5: Performance requise aux actionneurs pour réaliser la MV.

Filter utilisé tient compte des performances limitées du simulateur à 6 degrés de liberté. Les déplacements ici imposés par la MV respectent nécessairement ces limites, autant statiques que dynamiques, qui sont inférieures à celles du simulateur potentiel à 3 degrés de liberté que nous analysons dans ce chapitre.

Ces nouveaux éléments quantitatifs, bien qu'approximatifs, viennent corroborer d'une autre manière notre hypothèse qui veut qu'un simulateur à seulement 3 degrés de liberté puisse être performant. En fait ces données suggèrent que ce simulateur pourrait vraisemblablement être utilisé pour les véhicules plus *nerveux*, générant des mouvements à plus haute fréquence, comme les avions de chasse ou les voitures de Formule 1, ce qui laisse présager du potentiel d'applicabilité dans le domaine du divertissement.

Conclusion

Les travaux relatés dans ce mémoire visaient deux objectifs principaux. La présente conclusion a pour but de résumer les conclusions partielles qui furent émises en regard de chacun de ces objectifs et de présenter quelques perspectives nouvelles qui pourraient maintenant être envisagées.

Les trois premiers chapitres répondaient au premier objectif, soit: **L'étude de la qualité des sensations de mouvement obtenue en simulant différents simulateurs à 3 degrés de liberté, par rapport à la qualité obtenue avec un simulateur à 6 degrés de liberté.**

Après un bref aperçu de quelques notions de base concernant les simulateurs nous avons présenté, au chapitre 2, la méthodologie imaginée en vue de la production des résultats. Ainsi, nous avons discuté de la définition de 4 manœuvres choisies comme étant caractéristiques en ce sens qu'elles font intervenir tous les degrés de liberté à un moment ou l'autre et ce en générant une grande gamme de fréquences de mouvements.

La technique d'évaluation mise au point nous permettait de compter sur trois niveaux de comparaison des résultats. D'abord de façon visuelle en comparant les stimuli générés (\mathbf{f} et $\boldsymbol{\omega}$) par le simulateur et la réponse du modèle vestibulaire à ces stimuli (\mathbf{f}' et $\boldsymbol{\omega}'$), puis de façon plus objective en comparant les valeurs obtenues pour l'indice de performance défini au chapitre 2. Nous aurions également pu comparer les simulations en observant leurs réponses dans le domaine des fréquences.

Ces comparaisons nous ont permis d'obtenir des résultats très encourageants quant au premier objectif car il semble bien que les simulateurs à 3 degrés de liberté constituent une alternative viable aux systèmes classiques possédant 6 degrés de liberté. En effet, les simulations offertes par ces deux systèmes, pour un avion de ligne tel le Boeing 747, sont d'une qualité comparable. L'architecture SPH@CG semblait particulièrement intéressante de par sa polyvalence et ce fut donc la combinaison choisie au chapitre 6 pour fin de modélisation.

Il conviendrait cependant de pousser un peu plus loin l'évaluation des plates-formes à degrés de liberté réduits. On ferait par exemple des tests avec des pilotes professionnels à bord de simulateurs réels dont on contraindrait certains degrés de liberté. On pourrait alors simuler la manœuvre d'approche et d'atterrissage. Il y aurait surtout possibilité, tel que mentionné à quelques reprises dans le mémoire, d'optimiser l'algorithme du *Washout Filter* afin de le particulariser aux architectures possédant 3 degrés de liberté.

Ce travail dépassait cependant le cadre du projet, aussi, nous sommes passés, en abordant le chapitre 4 et la modélisation cinématique qu'il propose, au deuxième objectif du projet: **La conception cinématique et mécanique d'un système à 3 degrés de liberté pouvant servir de simulateur de mouvement simplifié.**

Plusieurs architectures furent retenues parmi l'infinité des possibilités de combinaisons tout en évitant systématiquement les articulations prismatiques. Les architectures furent décrites au moyen des équations de leur problème géométrique inverse (PGI) ainsi que par leur matrice Jacobienne. Le comportement de ces dernières fut mis à profit au chapitre 5 où il permit d'évaluer la dextérité moyenne des architectures sur un espace atteignable de grande dimension ($\pm 60^\circ$ en ϕ et θ , $\pm 45^\circ$ selon ψ et $\pm 0.75\text{m}$ selon Z). Nous tentions alors de maximiser cette propriété des architectures. L'algorithme utilisé, bien que simple et de comportement très intuitif, permit d'obtenir, dans des délais raisonnables, des résultats intéressants et des architectures performantes. Nous avons de la même manière optimisé un module d'actionnement destiné à augmenter la rigidité des pattes et diminuer l'inertie apparente des moteurs.

Le chapitre 6 nous permit finalement de mettre en forme un principe qui restait abstrait depuis le début du mémoire: une plate-forme de mouvements à 3 degrés de liberté. Pour ce faire, nous avons utilisé le logiciel de modélisation solide *I-Deas* et différents

programmes de calcul de forces qui approximaient la dynamique de ce système. Nous avions initialement prévu obtenir un design plus poussé de la plate-forme mais le facteur temps nous a limité de ce côté. Cependant, le modèle obtenu, les figures et les valeurs préliminaires des vitesses et des couples requis aux actionneurs décrivent un système réalisable, au point où nous ne formulons pas de réserve au sujet de la faisabilité technique d'un tel simulateur à bon marché.

Évidemment le design proposé ici se doit d'être repensé en profondeur pour garantir une utilisation optimale des ressources et il pourrait être pertinent à ce sujet de prévoir un mécanisme de compensation statique et/ou dynamique. Nous avons également imaginé qu'il pourrait être possible de concevoir un système adaptatif qui permettrait de passer rapidement d'une architecture de type SPH366 à une de type ETR366. Il ne s'agirait par exemple que de démonter la patte à 3 degrés de liberté et d'ajuster les éléments d'attache et de lien avec l'actionneur pour générer un type ou l'autre de simulateur, selon la combinaison de degrés de liberté désirée.

Cette partie du travail demeure cependant à faire. La portion qui nous occupait pour ce projet de maîtrise est maintenant complétée et les objectifs sont atteints.

Bibliographie

- Atlantis Cyberware, 1997a —Site internet—, ‘*Guide to VR Systems*’,
http://vr-atlantis.com/vr_systems_guide/19.html
- Atlantis Cyberware, 1997b —Site internet—, ‘*Guide to VR Systems*’,
http://vr-atlantis.com/vr_systems_guide/61.html
- Baarspul, M., 1990, ‘Review of flight simulation techniques.’, *Progress in Aerospace Sciences — Delft Univ. of Technology, Delft, The Netherlands*, Vol. 27, No. 1, pp. 1–20.
- Brent, R.P., 1973, ‘*Algorithms for Minimization without Derivatives*’, Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall.
- Crassous de Medeuil, C., 1988, ‘Évolution des simulateurs d’avions civils.’, *Onde Electrique*, Vol. 68, No. 6, pp. 35–41.
- Craver, W.M., 1989, ‘*Structural analysis and design of a three-degree-of-freedom robotic shoulder module*’, Master Thesis, The University of Texas at Austin.
- Davis, J. L., 1993, ‘Visual systems — Generating a new reality.’, *Aerospace America*, Vol. 31, No. 8, pp. 26–29.
- Gough, V. E., 1956–57, ‘Contribution to discussion to papers on research in automobile stability and control and in tyre performance, by Cornell staff’, *Proceedings of Auto. Div. Inst. Mech. Engrs*, p. 392.

- Gosselin, C. et Angeles, J., 1989, 'The optimum kinematic design of a spherical three-degree-of-freedom parallel manipulator', *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 111, No. 2, pp. 202–207.
- Gosselin, C. et Angeles, J., 1991, 'A global performance index for the kinematic optimization of robotic manipulators', *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 113, No. 3, pp. 220–226.
- Gosselin, C., 1992, 'The optimal design of robotic manipulators using dexterity indices', *Journal of Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 9, No. 4, pp. 213–226.
- Gosselin, C. et Lavoie, É., 1993, 'On the kinematic design of spherical three-degree-of-freedom parallel manipulators', *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 12, No. 4, pp. 394–402.
- Gosselin, C. et Hamel, J.-F., 1994, 'The agile Eye: a high-performance three-degree-of-freedom camera-orienting device', *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, San Diego, pp.781–786.
- Gosselin, C. et Gagné, M., 1995a, 'A closed-form solution for the direct kinematics of a special class of spherical three-degree-of-freedom parallel manipulators', *Proceedings of the Workshop on Computational Kinematics*, 4–6 septembre, INRIA, Sophia-Antipolis, France, pp.231–240.
- Gosselin, C. et Gagné, M., 1995b, 'Dynamic models for spherical parallel manipulators', *Proceedings of the Ninth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms*, Milano, Italy, 29 août – 2 septembre, pp. 2032–2036.
- Gosselin, C. et St-Pierre, É., 1997, 'Development and experimentation of a fast three-degree-of-freedom camera-orienting device', *The International Journal of Robotics Research*, à paraître.
- Gum, D. R., juin 1973, 'Modeling of the Human Force and Motion-Sensing Mechanisms', AFHRL-TR-72-54.
- Hanke, C. R. et Nordwall, D. R., 1970, 'The Simulation of a Jumbo Jet Transport Aircraft, Volume 11: Modeling Data', *NASA CR-114494*.
- Hughes, P.C., 1986, '*Spacecraft attitude dynamics*', John Wiley and Sons, New York.
- Hunt, K. H., 1978, *Kinematic geometry of mechanisms*, Oxford, Great Britain: Oxford University Press, 465 p.

- Hunt, K. H., 1983, “*Structural Kinematics of In-Parallel-Actuated Robot-Arm*”, ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 105, pp. 705–712.
- Lapiska, C., Ross, L., et Smart, D., 1993, ‘*Flight simulation. An overview*’, Aerospace America, Vol. 31, No. 8, pp. 14–17, 33.
- Leung, Y. M., 1985, ‘*Solution of the General Flight Equations in Real Time*’, Master Thesis, Department of Aerospace and Engineering, University of Toronto.
- Nahon, M. A., Reid et Kirdeikis, L.D., 1992, ‘Adaptive Simulator Motion Software with Supervisory Control’, *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 15, No. 2, pp. 376–383.
- Nahon, M., Ricard, R. et Gosselin, C., 1995, ‘A comparison of flight simulator motion-base architectures’, *Proceedings of the CEAS Symposium on Simulation Technology*, pp. MSy02-1–16.
- Papalambros, P. Y. et Wilde, D.J., , 1988 “*Principles of Optimal Design–Modeling and Computation*”, Cambridge University Press, 416 p.
- Pouliot, N., Nahon, M. et Gosselin, C., 1996, ‘Analysis and Comparison of the Motion Simulation Capabilities of Three-Degree-of-Freedom Flight Simulators’, *Proceedings of the AIAA Conference on Flight Simulation Technologies*, pp. 37–47.
- Press, W. H., 1988, *Numerical Recipes in C: The art of scientific computing*, Cambridge University Press, Cambridge, 735 p. (voir aussi <http://nr.harvard.edu/nr/bookc.html>)
- Reid, L. D. et Nahon, M. A., 1985, ‘Flight Simulation Motion-Base Drive Algorithms: Part 1 - Developing and Testing the Equations’, *UTIAS* No. 296.
- Reid, L. D., et Nahon, M. A., 1988, ‘Response of Airline Pilots to Variation in Flight Simulator Motion Algorithm’, *AIAA Journal of Aircraft*, Vol. 25, No.7, pp. 639–646.
- Repperger, D. W., 1992, ‘Study of supermaneuverable flight trajectories through motion field simulation of a centrifuge simulator’, *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions of the ASME*, Vol. 114, No. 2, pp. 270–277.
- Salcudean, S.E., Drexel, P.A., Ben-Dov, D, Taylor A.J. et Lawrence P.D., 1994, ‘A Six Degree-of-Freedom, Hydraulic, One Person Motion Simulator’, *Proceedings of the IEEE Conference on Robotic and Automation*, pp. 2437–2443.
- Salisbury, J.K. et Craig, J.J., 1982, ‘Articulated Hands: Force Control and Kinematic Issues’, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 1, No 1, pp. 4–17.

- Shibaev, V.M., 1993, 'New concept of the motion system for the low cost flight simulator: Development and design', presented at the 1993 *AIAA Flight Simulation Technologies Conference*.
- Stewart, D., 1965, 'A platform with six degrees of freedom', *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, Vol. 180, No 15, pp. 371–378.
- Tandirci, M., Angeles, J. et Ranjbaran, F., 1992, 'The characteristic point and the characteristic length of robotic manipulators', *Proceedings of the Mechanisms Conference*, Scottsdale, DE-Vol. 45, pp. 203–208.
- Yang, P.H., Waldron, K. J. et Orin, D. E., 1996, 'Kinematics of a Three Degree-of-Freedom Motion Platform for a Low-Cost Driving Simulator', *Proceedings of the 5th Symp. on Advances in Robot Kinematics*, Portorož, Slovenia.
- Zacharias, G. L., 1978, 'Motion Cue Model for Pilot-Vehicle Analysis', AMRL-TR-78-2.
- Zyda, M. J., McGhee, R. B., Ross, R. S., Smith, D. B. et Streyle, D. G., 1988, 'Flight simulators for under \$100,000', *IEEE Computer Graphics & Applications*, Vol. 8, No. 1, pp. 19–27.

Annexe A

Résultats bruts de la comparaison

Les résultats bruts, tels que produits à l'Université de Victoria, étaient contenus dans 72 pages de graphiques. Chacune des 9 combinaisons définies au tableau 2.3 (p. 24) occupait 2 pages de résultats, la première contenant les valeurs de forces spécifiques (perçues et générées), la seconde présentant les mêmes composantes mais pour les valeurs de vitesses angulaires, et ce pour chacune des manœuvres testées.

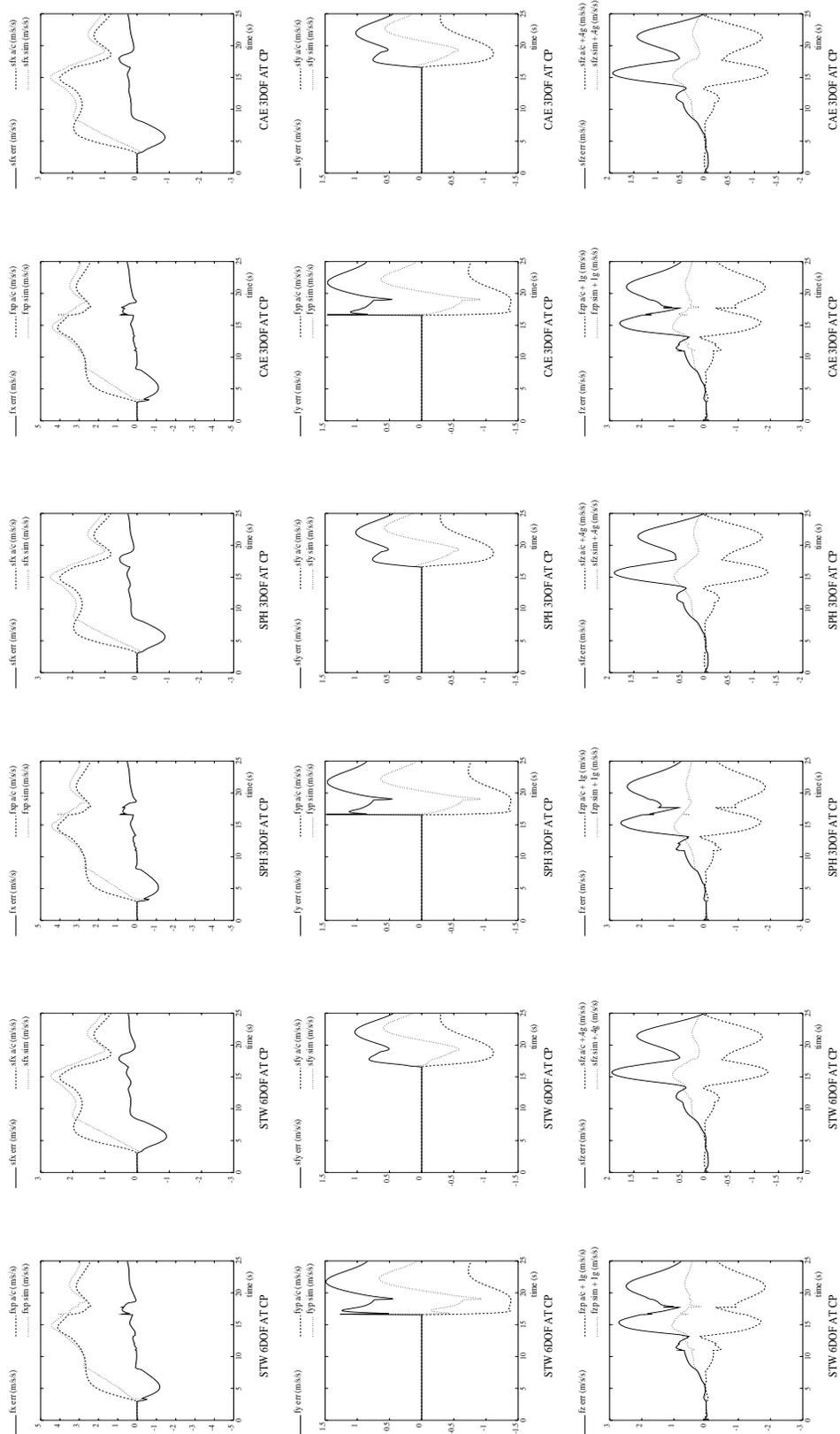
Nous présentons dans les pages qui suivent 3 des 9 combinaisons pour chacune des manœuvres. Nous y avons placé côte à côte un exemple pour chaque type d'architecture afin de plus facilement faire la comparaison. Les graphiques sont tels qu'obtenus à l'été 1995, sans aucun post-traitement. Aussi, le lecteur remarquera que certains termes sont une version anglaise des expressions utilisées jusqu'ici dans le mémoire. Par exemple, la position d'évaluation du *Washout Filter* **PH** fait référence à la tête du pilote (*Pilot's Head*), que nous avons appelé **TP** depuis le chapitre 2. L'architecture appelée **CAE**

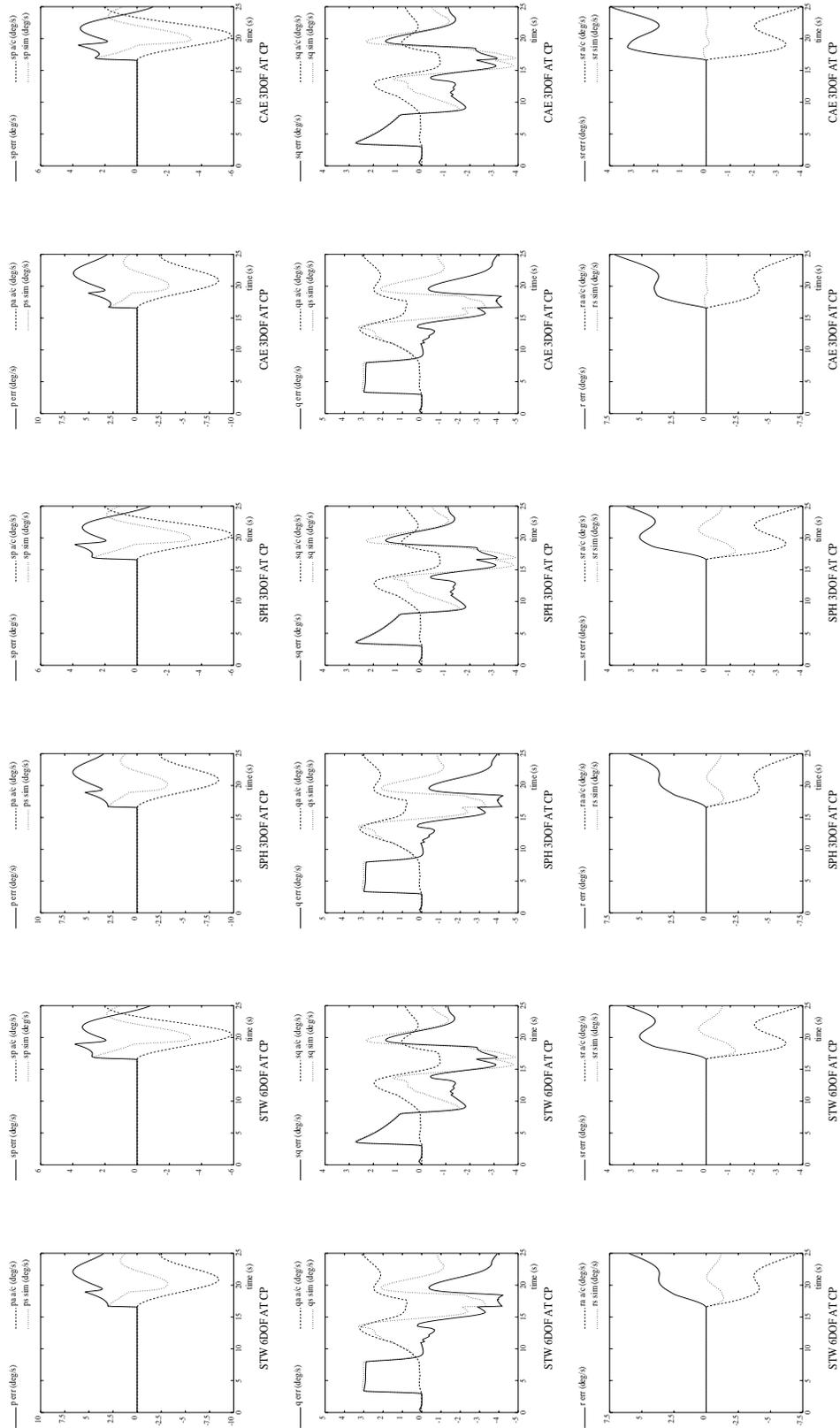
dans les pages qui suivent fait référence au type **ETR**. Enfin, notez que la seconde page de chaque série propose les valeurs de vitesses angulaires où p , q et r sont les composantes du vecteur vitesse angulaire ω .

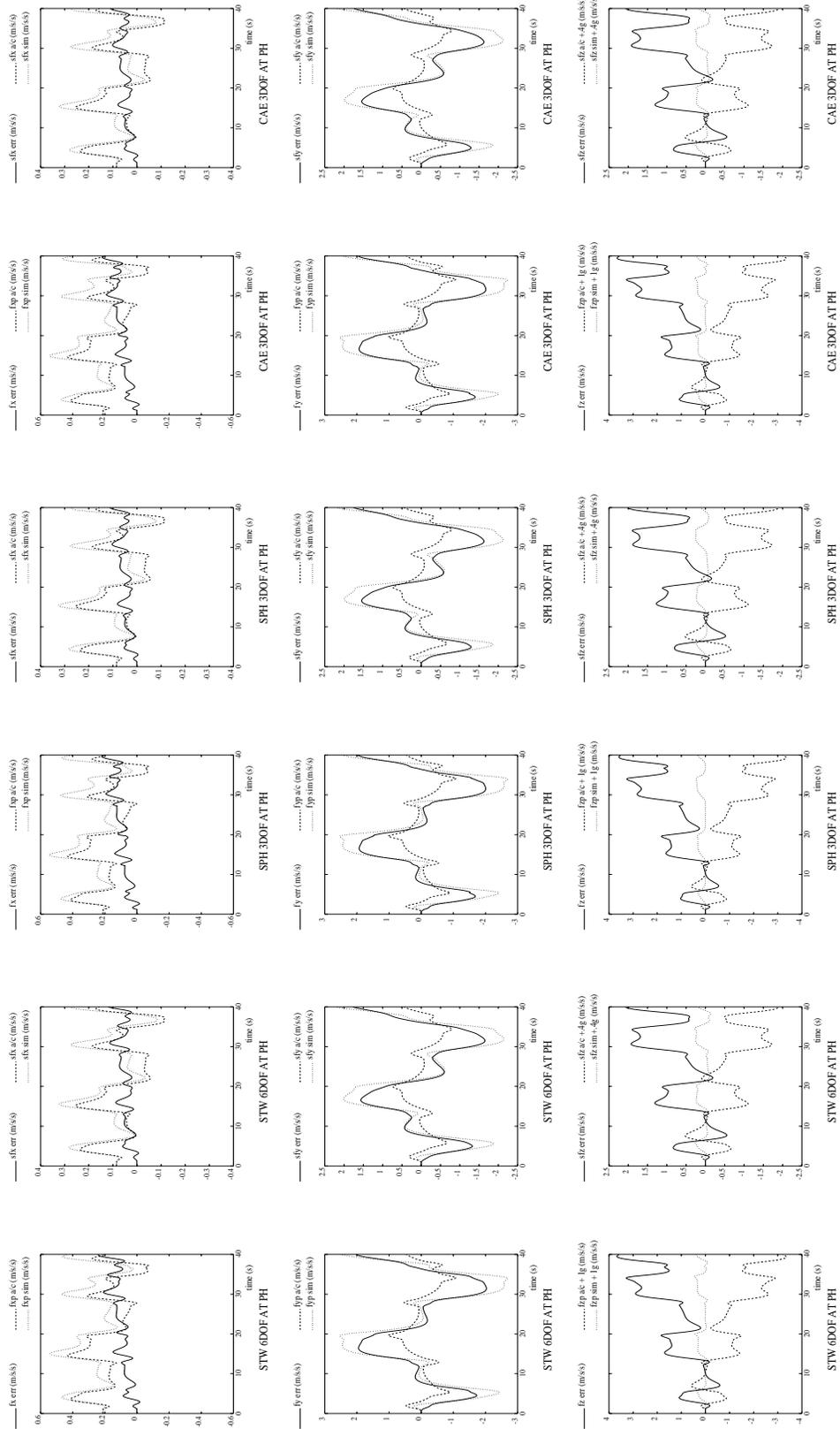
Il est relativement clair, en observant les résultats des pages suivantes, que les trois types de plates-formes produisent des résultats de simulation extrêmement semblables, presque identiques. C'est en partie ce qui explique que nous avons dû d'une part faire porter notre analyse visuelle sur des différences très locales, voire ponctuelles, et que d'autre part, nous avons dû nous doter d'un outil de comparaison objectif, les indices de performance.

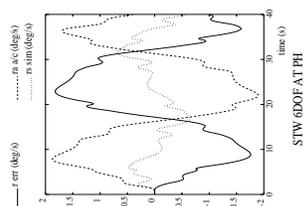
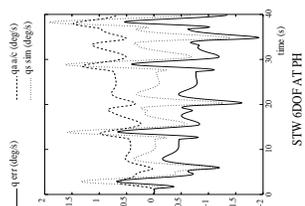
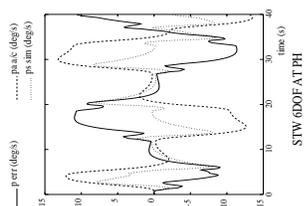
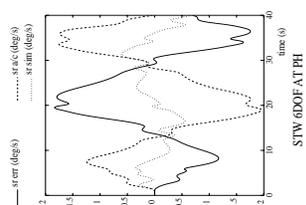
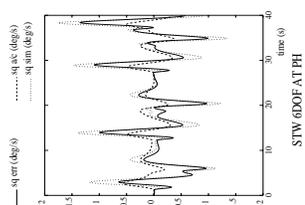
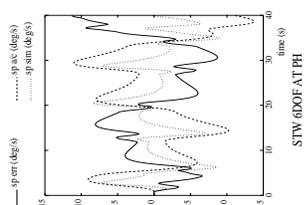
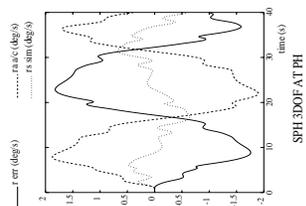
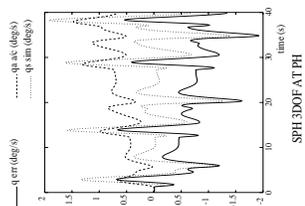
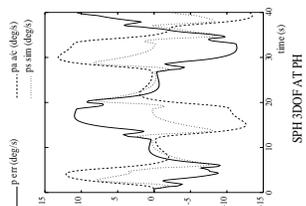
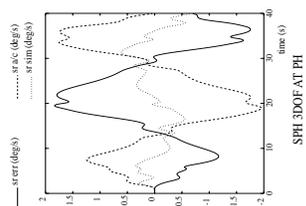
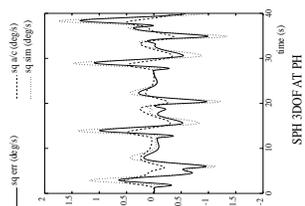
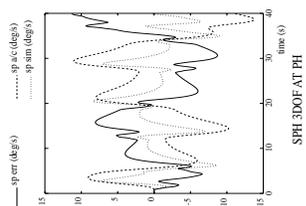
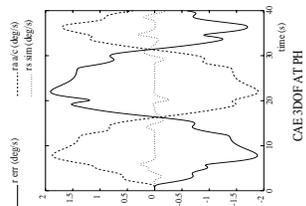
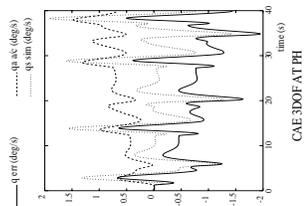
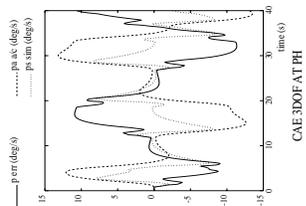
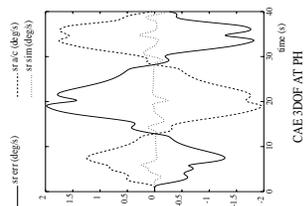
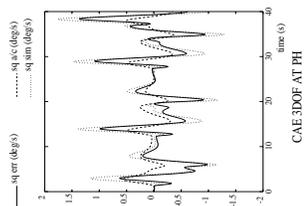
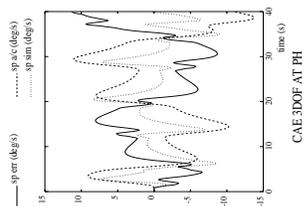
Pour des raisons de mise en page, nous plaçons ici les titres des figures des 8 prochaines pages:

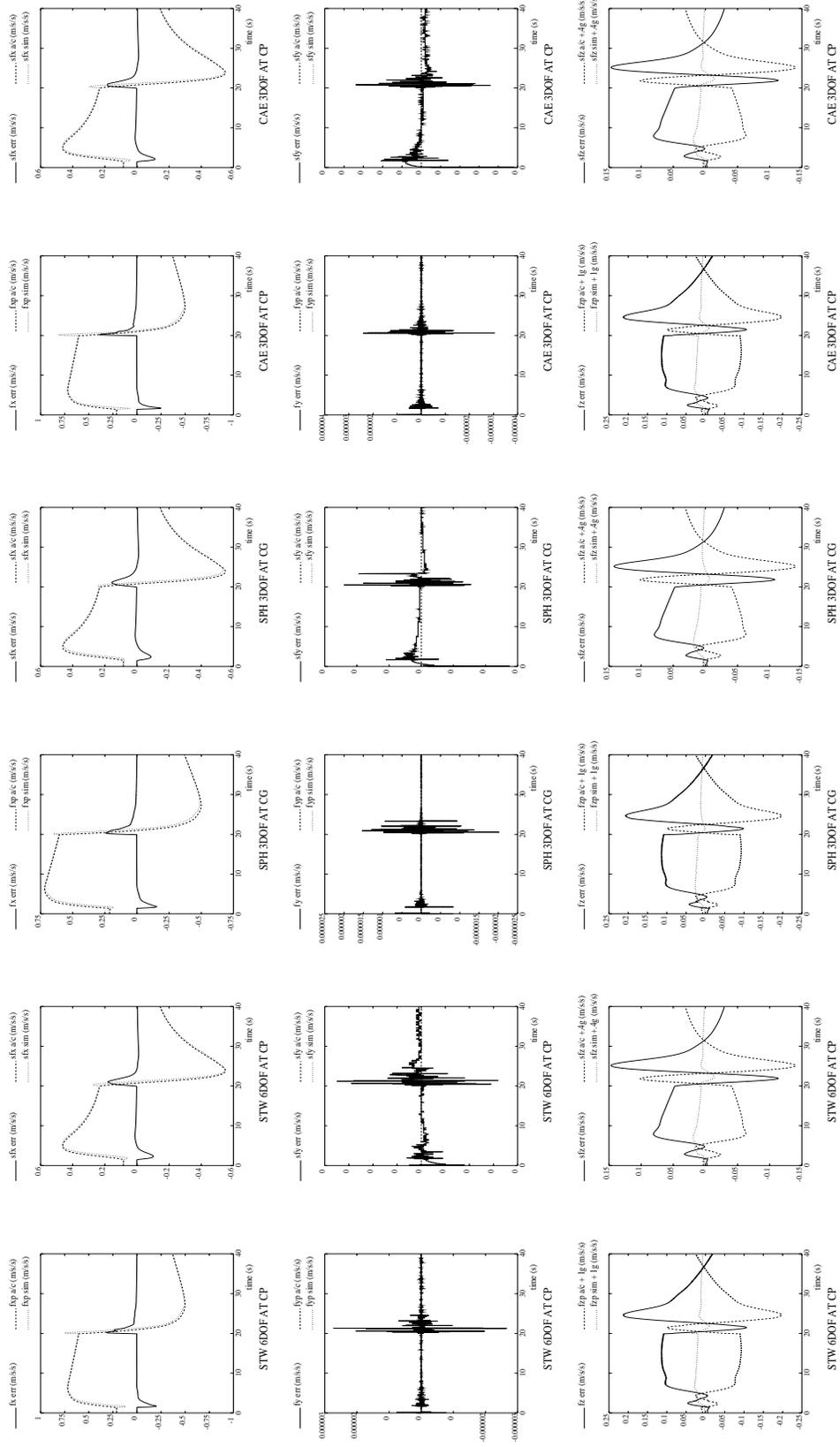
- Page 105: Forces spécifiques perçues et générées lors de la MD.
- Page 106: Vitesses angulaires perçues et générées lors de la MD.
- Page 107: Forces spécifiques perçues et générées lors de la MV.
- Page 108: Vitesses angulaires perçues et générées lors de la MV.
- Page 109: Forces spécifiques perçues et générées lors de la MP.
- Page 110: Vitesses angulaires perçues et générées lors de la MP.
- Page 111: Forces spécifiques perçues et générées lors de la MT.
- Page 112: Vitesses angulaires perçues et générées lors de la MT.

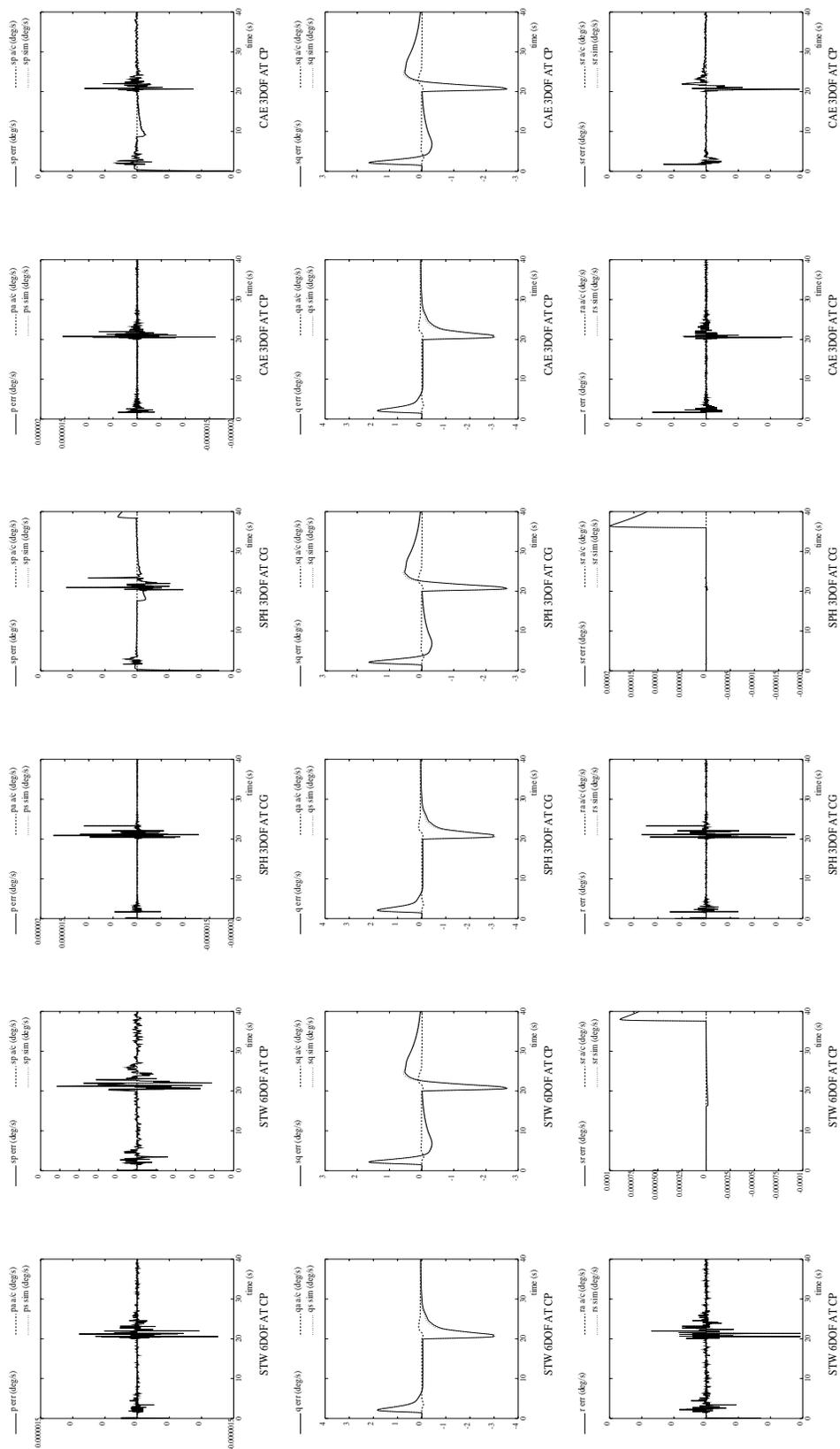


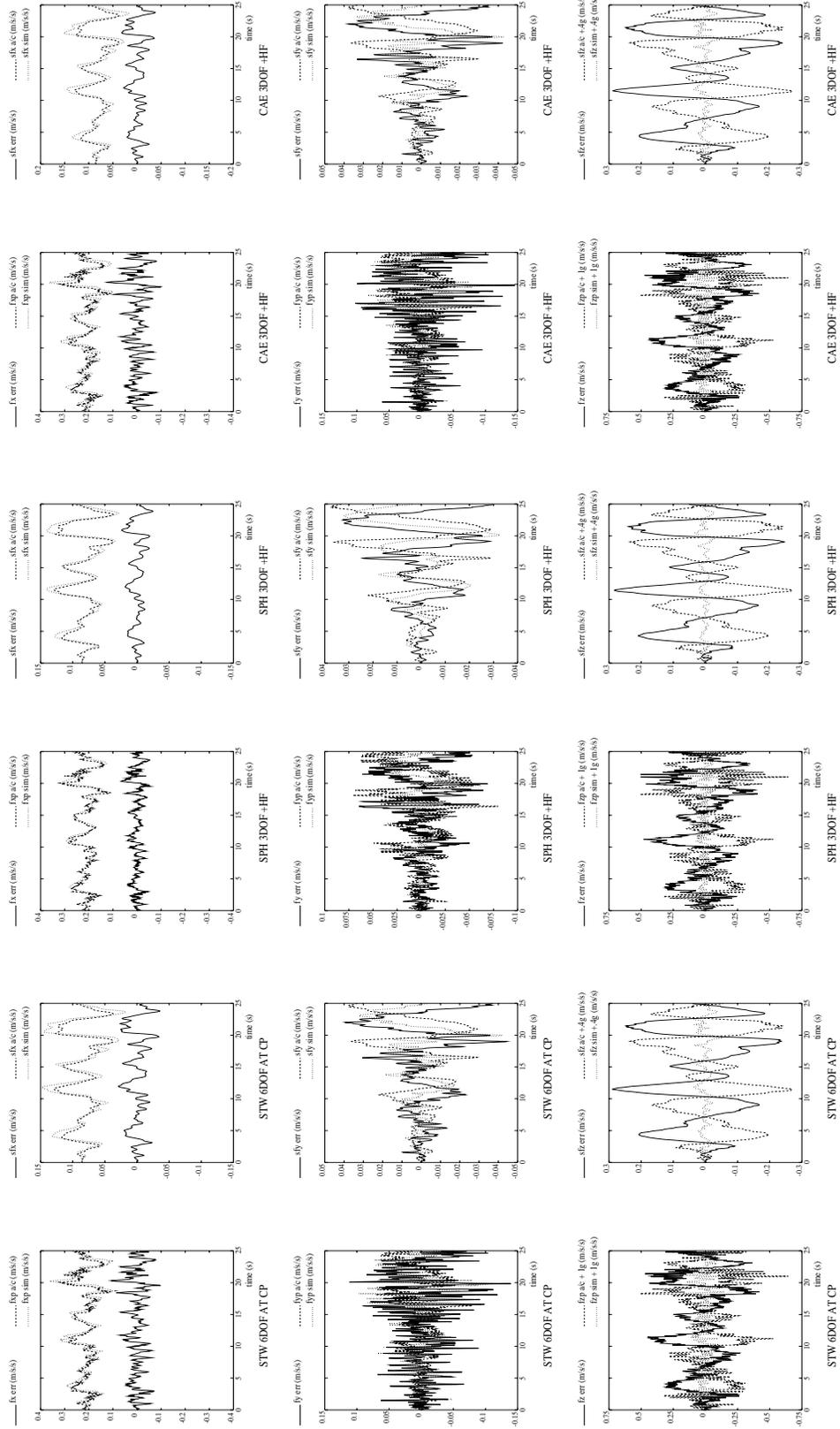


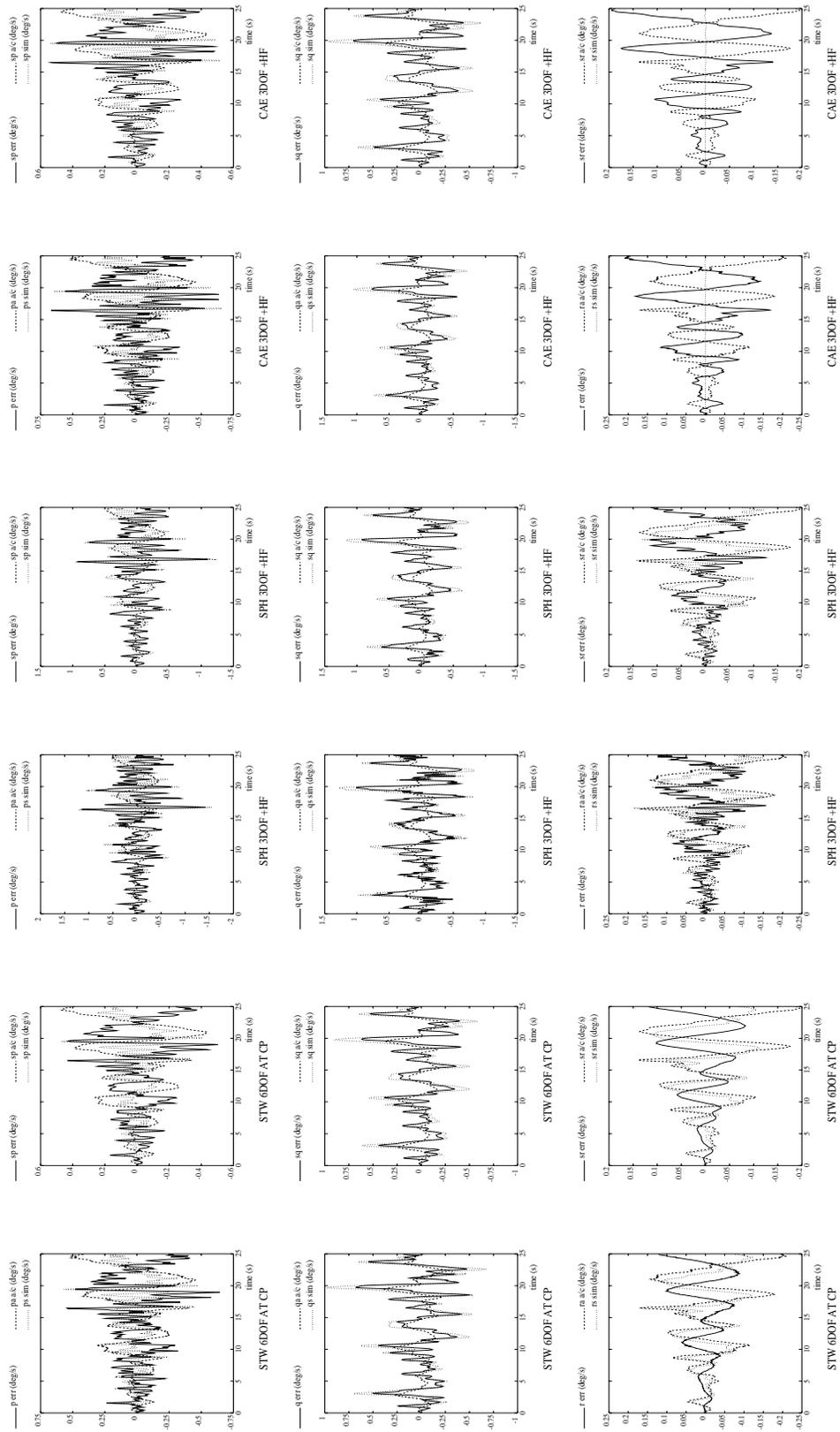












Annexe B

Autres architectures cinématiques et module d'actionnement

B.1 Architecture SPH555 (II)

Contrôle aux axes portés par les vecteurs \mathbf{w}_i :

Afin de résoudre le PGI, attachons un référentiel à la membrure proximale i de telle sorte que le vecteur \mathbf{w}_i soit parallèle à l'axe X de ce repère et que le vecteur \mathbf{u}_i soit situé dans le plan XY de ce repère en formant un angle α_1 avec à l'axe X. Dans ce repère on pourra donc définir \mathbf{u}_i par $[\cos \alpha_1 \quad \sin \alpha_1 \quad 0]^T$. Si on inscrit alors la membrure distale dans ce repère et que l'on définit par θ_i l'angle formé entre le plan XY et le plan comprenant la membrure distale, on peut définir le vecteur \mathbf{v}_i par $[\cos \alpha_2 \quad \sin \alpha_2 \cos \theta_i \quad \sin \alpha_2 \sin \theta_i]^T$. Selon la propriété d'invariance du produit scalaire quel que soit le repère considéré, on peut écrire l'équation:

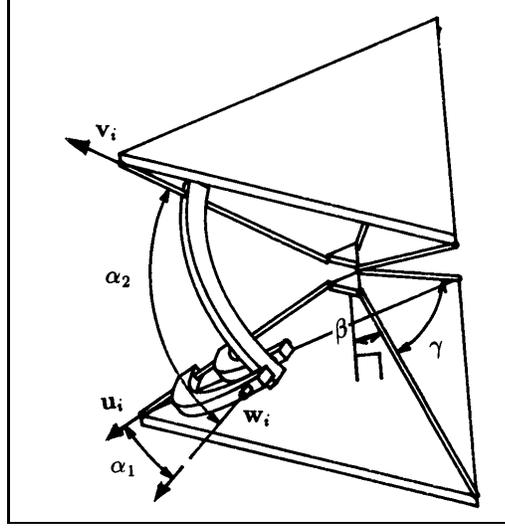


Figure B.1: Architecture SPH555 (II).

$$\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{v}_i = \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \theta_i \quad (\text{B.1})$$

Ce qui conduit, en solutionnant pour θ_i , à deux solutions par patte, soit 8 solutions au total. On dérive l'équation (B.1) afin de résoudre le problème des vitesses pour la patte i .

$$\mathbf{u}_i \cdot \dot{\mathbf{v}}_i = -\sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \theta_i \dot{\theta}_i \quad (\text{B.2})$$

Or on peut écrire les relations suivantes:

$$\dot{\mathbf{v}}_i = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_i \quad (\text{B.3})$$

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{Rt}$$

et donc

$$\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{Rt} \times \mathbf{v}_i = -\dot{\theta}_i \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \theta_i \quad (\text{B.4})$$

$$\mathbf{v}_i \times \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{Rt} = -\dot{\theta}_i \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \theta_i$$

La forme matricielle qui regroupe les trois patte à la fois est de la forme $\mathbf{ARt} = \mathbf{Bs}$ où:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{u}_1)^T \\ (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{u}_2)^T \\ (\mathbf{v}_3 \times \mathbf{u}_3)^T \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \theta_3 \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

Le développement s'avère être plus simple de cette manière qu'avec le mode dit classique d'actionnement (au niveau des vecteurs \mathbf{u}_i). Cependant, il faut bien voir que l'on se trouve maintenant confronté au défi d'actionner physiquement l'articulation située aux niveau des vecteurs \mathbf{w}_i . Le cas particulier où on garde $\alpha_1 = \alpha_2 = 90^\circ$ faciliterait cependant la tâche...

B.2 Architecture SPH3666

Cette architecture demeure assez simple à analyser en raison de la patte passive à 3 degrés de liberté qui contraint le mouvement. Elle est de plus extrêmement semblable à l'architecture SPH366, présenté précédemment à la section 4.2.2. Il ne reste plus qu'à utiliser 3 pattes identiques de type HRS, actionnées à l'articulation rotoïde intermédiaire pour orienter la plate-forme selon les angles d'Euler ϕ, θ, ψ soit au moyen de la matrice \mathbf{Q} .

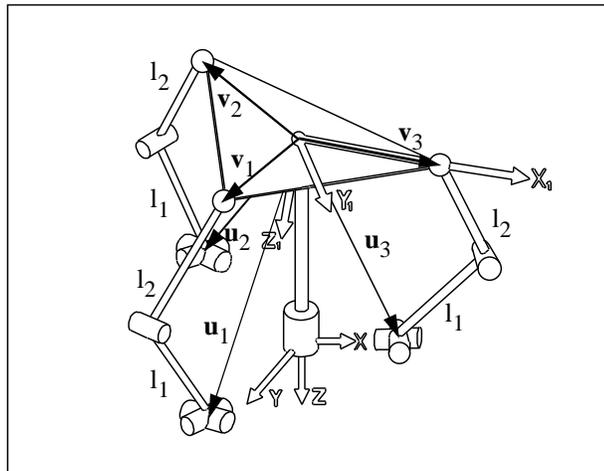


Figure B.2: Architecture SPH3666.

On définit ici aussi les vecteurs \mathbf{u}_i qui indiquent la position de l'articulation cardan de la patte i alors que les vecteurs \mathbf{v}_i , définis dans le repère mobile, indiquent la position

des extrémités sphériques des pattes. Encore une fois les pattes sont définies identiquement et ont des membres proximaux et distaux respectivement de longueur l_1 et l_2 . On peut donc ici aussi définir un vecteur intermédiaire $\boldsymbol{\rho}_i$ comme étant égal à $\mathbf{v}_i - \mathbf{u}_i$. Le problème géométrique inverse se résume donc à écrire pour chacune des pattes une équation identique à l'équation (4.21), ce qui conduira cette fois à 8 solutions. Un raisonnement semblable à celui décrit par l'équation (4.24), qui s'applique cette fois-ci à chacune des 3 pattes, nous permet d'obtenir les matrices jacobiniennes suivantes:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} (\mathbf{v}_1 \times (\mathbf{v}_1 - \mathbf{u}_1))^T \\ (\mathbf{v}_2 \times (\mathbf{v}_2 - \mathbf{u}_2))^T \\ (\mathbf{v}_3 \times (\mathbf{v}_3 - \mathbf{u}_3))^T \end{bmatrix} \quad (\text{B.7})$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} l_1 l_2 \sin \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & l_1 l_2 \sin \theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & l_1 l_2 \sin \theta_3 \end{bmatrix} \quad (\text{B.8})$$

qui forme le système matriciel $\mathbf{A}\mathbf{R}\mathbf{t} = \mathbf{B}\mathbf{s}$.

B.3 Architecture ETR456

Tel que trouvé par la table des possibilités cinématiques au début du chapitre 4, il est également possible de construire un mécanisme à 3 degrés de liberté qui possède une patte à 4 degrés de liberté, une à 5 degrés de liberté et une dernière ayant 6 degrés de liberté. Cependant, ce mécanisme, en raison de sa dissymétrie inhérente, n'inspire à la base aucune simplification et il existe une multitude de façons de le réaliser physiquement.

Nous avons donc dû, afin de simplifier son analyse, poser délibérément certaines hypothèses qui peuvent sembler arbitraires mais qui permettent d'utiliser presque intégralement le développement des équations de l'architecture ETR366 (à la section 4.2.5). Les caractéristiques qui décrivent ce mécanisme sont donc les suivantes:

Il a été choisi de placer les pattes 1 et 2, respectivement de type RS et RRS dans le plan longitudinal XZ du repère mobile. La position de leur base est alors donnée par les vecteurs \mathbf{w}_1 et \mathbf{w}_2 alors que la longueur des membres est définie par les scalaires l_1 ,

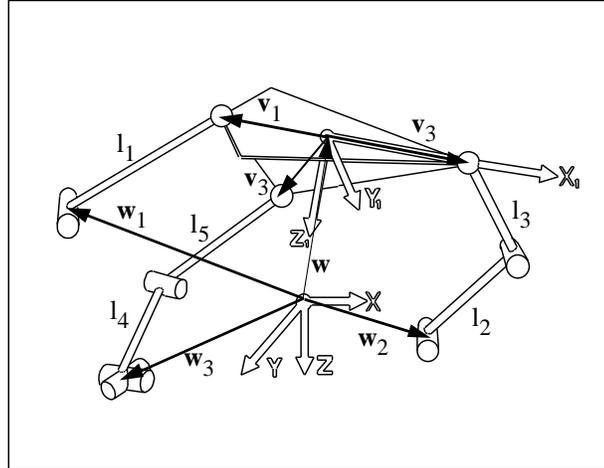


Figure B.3: Architecture ETR456.

l_2 et l_3 , tel que montré par la figure (B.3). Nous considérons cependant la patte no. 3, de type HRS, comme pouvant être positionnée de façon quelconque par le vecteur \mathbf{w}_3 . Cette patte possède des membrures de longueur l_4 et l_5 .

Au niveau de la plate-forme mobile, on indique la position d'attache des pattes 1 et 2 au moyen des vecteurs \mathbf{v}_1 et \mathbf{v}_2 . Cependant, il a été choisi de limiter ces vecteurs dans le plan XZ du repère inertiel en imposant à l'axe des articulations rotoïdes à la base de chacune des pattes d'être orienté selon l'axe Y du repère inertiel. De cette façon la composante y du vecteur \mathbf{w} , exprimé dans le repère inertiel et dont on contrôle la composante z, sera toujours nulle, de même que l'angle ψ dont la matrice \mathbf{Q} dépend. Enfin, le vecteur \mathbf{v}_3 est quelconque et positionne l'extrémité de la patte no. 3.

Les coordonnées articulaires de ces deux architectures sont donc les valeurs angulaires θ_1 , θ_2 et θ_3 .

Nous ne présentons pas le cheminement complet conduisant aux équations du PGI et des matrices jacobienne. Il s'agit simplement de faire l'analogie entre la patte à 4 degrés de liberté de ce mécanisme et celle à 3 degrés de liberté de l'architecture ETR366, ainsi qu'entre sa patte à 5 degrés de liberté et une de celles possédant 6 degrés de liberté du ETR366. Il suffira alors de faire les transpositions nécessaires entre les longueurs des pattes et, en suivant exactement le cheminement décrit par les équations (4.59) à (4.74), on obtiendra celles du comportement d'une toute nouvelle architecture.

B.4 Module d'actionnement à cinq barres

Ce module est d'une plus grande complexité que le module à 4 barres présenté à la section 4.4 car il possède en fait 2 degrés de liberté dont un sera contraint par l'architecture elle-même. On cherche donc à contrôler l'angle θ qui soustend la longueur ρ , en actionnant l'angle du moteur θ_M . L'angle ϕ , tel que montré à la figure (B.3), constitue le second degré de liberté. Les autres longueurs seront définies au moyen des paramètres l_1, l_2, l_3 et on ajoute l'angle α comme variables.

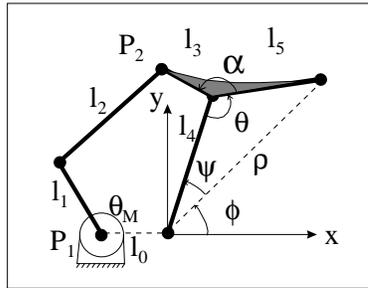


Figure B.4: Module d'actionnement à 5 barres.

La première étape dans la détermination du problème géométrique inverse est de lier la position du point \mathbf{P}_2 aux variables correspondant aux degrés de liberté θ et ϕ .

Selon la loi des *cosinus* on peut écrire:

$$\rho^2 = l_4^2 + l_5^2 - 2l_4l_5 \cos \theta \quad (\text{B.9})$$

et selon la loi des *sinus*:

$$\rho \sin \psi = l_5 \sin \theta \quad (\text{B.10})$$

d'où on peut isoler la valeur de ψ . On écrit ensuite la relation géométrique assez simple (dans le plan):

$$\mathbf{p}_2 = l_4 \begin{bmatrix} \cos(\phi + \psi) \\ \sin(\phi + \psi) \end{bmatrix} - l_3 \begin{bmatrix} \cos(\phi + \psi + \theta + \alpha) \\ \sin(\phi + \psi + \theta + \alpha) \end{bmatrix} \quad (\text{B.11})$$

où \mathbf{p}_2 est le vecteur position du point \mathbf{P}_2 . Une fois la position de ce point déterminée on peut appliquer le problème géométrique inverse démontré à la section 4.4 pour un mécanisme à quatre barres selon la contrainte:

$$\left\| \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1 - l_1 \begin{Bmatrix} \cos \theta_M \\ \sin \theta_M \end{Bmatrix} \right\|^2 = l_2^2 \quad (\text{B.12})$$

On cherche maintenant à déterminer la relation des vitesses qui correspond à:

$$\dot{\theta}_M = A\dot{\theta} + B\dot{\phi} \quad (\text{B.13})$$

Pour ce faire, on commence par dériver l'équation (B.12).

$$\begin{aligned} 2(P_{2X} + l_0 - l_1 \cos \theta_M)(\dot{P}_{2X} + l_1 \sin \theta_M \dot{\theta}_M) + \\ 2(P_{2Y} - l_1 \sin \theta_M)(\dot{P}_{2Y} - l_1 \dot{\theta}_M \cos \theta_M) = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

soit

$$m(\dot{P}_{2X} + l_1 \dot{\theta}_M \sin \theta_M) + n(\dot{P}_{2Y} - l_1 \dot{\theta}_M \cos \theta_M) = 0 \quad (\text{B.15})$$

où on a posé

$$m = (P_{2X} + l_0 - l_1 \cos \theta_M) \quad (\text{B.16})$$

$$n = (P_{2Y} - l_1 \sin \theta_M) \quad (\text{B.17})$$

Le reste de la démonstration n'est qu'une suite de substitutions qui permettent de relier les dérivées partielles une à l'autre. Par-exemple, en dérivant l'équation (B.11), on trouve:

$$\dot{P}_{2X} = -l_4 \sin(\phi + \psi)(\dot{\phi} + \dot{\psi}) + l_3 \sin(\phi + \psi + \theta + \alpha)(\dot{\phi} + \dot{\psi} + \dot{\theta}) \quad (\text{B.18})$$

$$\dot{P}_{2Y} = l_4 \cos(\phi + \psi)(\dot{\phi} + \dot{\psi}) - l_3 \cos(\phi + \psi + \theta + \alpha)(\dot{\phi} + \dot{\psi} + \dot{\theta})$$

Afin de déterminer la valeur de $\dot{\psi}$ on dérive d'abord (B.9):

$$2\rho\dot{\rho} = 2l_4l_5 \sin \theta \dot{\theta} \quad (\text{B.19})$$

$$\dot{\rho} = \left(\frac{l_4l_5 \sin \theta}{\rho} \right) \dot{\theta}$$

$$\dot{\rho} = (g)\dot{\theta}$$

qui nous sera utile pour écrire la dérivée de l'équation (B.10):

$$\dot{\rho} \sin \psi + \rho \cos \psi \dot{\psi} = l_5 \cos \theta \dot{\theta} \quad (\text{B.20})$$

$$(g)\dot{\theta} \sin \psi + \rho \cos \psi \dot{\psi} = l_5 \cos \theta \dot{\theta}$$

$$\rho \cos \psi \dot{\psi} = (l_5 \cos \theta - (g) \sin \psi) \dot{\theta}$$

$$\dot{\psi} = \left(\frac{l_5 \cos \theta - (g) \sin \psi}{\rho \cos \psi} \right) \dot{\theta}$$

$$\dot{\psi} = (h)\dot{\theta}$$

Il ne nous reste plus qu'à substituer cette valeur de $\dot{\psi}$ dans l'expression de \dot{P}_{2X} et \dot{P}_{2Y} (équations (B.18)).

$$\begin{aligned}\dot{P}_{2X} &= -l_4 \sin(\phi + \psi)(\dot{\phi} + h\dot{\theta}) + l_3 \sin(\phi + \psi + \theta + \alpha)(\dot{\phi} + (1 + h)\dot{\theta}) \quad (\text{B.21}) \\ &= (i)\dot{\phi} + (j)\dot{\theta}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{P}_{2Y} &= l_4 \cos(\phi + \psi)(\dot{\phi} + h\dot{\theta}) - l_3 \cos(\phi + \psi + \theta + \alpha)(\dot{\phi} + (1 + h)\dot{\theta}) \quad (\text{B.22}) \\ &= (k)\dot{\phi} + (l)\dot{\theta}\end{aligned}$$

où

$$i = (-l_4 \sin(\phi + \psi) + l_3 \sin(\phi + \psi + \theta + \alpha)) \quad (\text{B.23})$$

$$j = (-l_4 h \sin(\phi + \psi) + l_3 (1 + h) \sin(\phi + \psi + \theta + \alpha)) \quad (\text{B.24})$$

$$k = l_4 (\cos(\phi + \psi) - l_3 \cos(\phi + \psi + \theta + \alpha)) \quad (\text{B.25})$$

$$l = l_4 (h) \cos(\phi + \psi) - l_3 (1 + h) \cos(\phi + \psi + \theta + \alpha) \quad (\text{B.26})$$

On exprime finalement la dérivée de l'équation de contrainte (B.15):

$$m((i\dot{\phi} + j\dot{\theta}) + l_1 \sin \theta_M \dot{\theta}_M) + n((k\dot{\phi} + l\dot{\theta}) - l_1 \cos \theta_M \dot{\theta}_M) = 0 \quad (\text{B.27})$$

$$m(i\dot{\phi} + j\dot{\theta}) + ml_1 \sin \theta_M \dot{\theta}_M + n(k\dot{\phi} + l\dot{\theta}) - nl_1 \cos \theta_M \dot{\theta}_M = 0$$

$$(mi + nk)\dot{\phi} + (mj + nl)\dot{\theta} + (ml_1 \sin \theta_M - nl_1 \cos \theta_M)\dot{\theta}_M = 0$$

donc, selon l'expression des vitesses de la forme désirée (B.13):

$$A = \frac{(mj + nl)}{(-ml_1 \sin \theta_M + nl_1 \cos \theta_M)} \quad (\text{B.28})$$

$$B = \frac{(mi + nk)}{(-ml_1 \sin \theta_M + nl_1 \cos \theta_M)} \quad (\text{B.29})$$

Annexe C

Figures illustrant certains simulateurs utilisés comme comparaison

On présente dans cette annexe des figures illustrant quelques simulateurs qui ont fait l'objet, au chapitre 5, d'une comparaison de leur espace atteignable et de leurs performances dynamiques.



Figure C.1: Simulateur à 6 degrés de liberté de l'UTIAS.

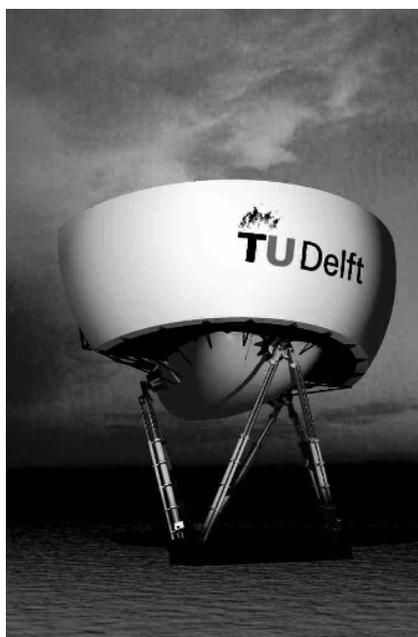


Figure C.2: Simulateur à 6 degrés de liberté du groupe SIMONA.

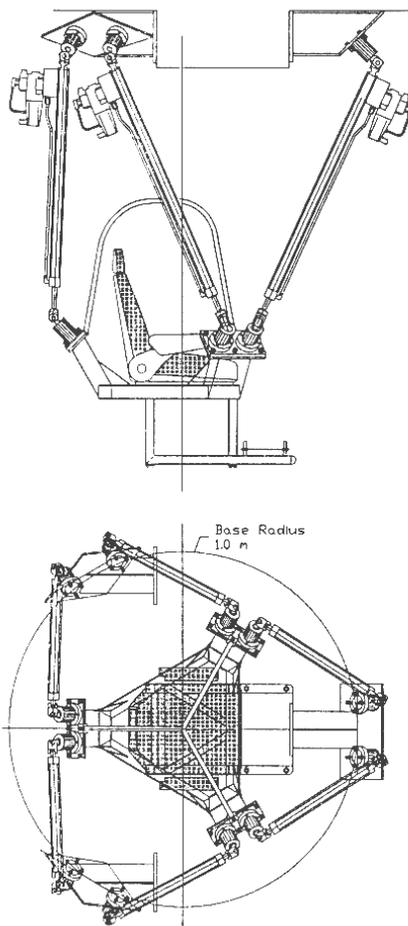


Figure C.3: Simulateur à 6 degrés de liberté de l'équipe Salcudean.

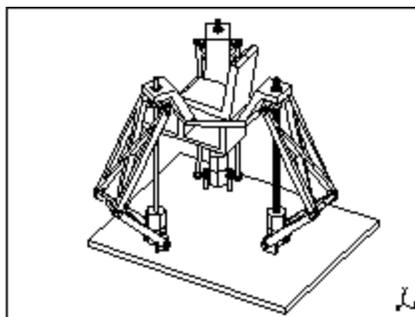


Figure C.4: Simulateur à 3 degrés de liberté de Yang, Orin et Waldron.



Figure C.5: Simulateur Hornet à 3 degrés de liberté pour le divertissement.



Figure C.6: Simulateur Kinney à 3 degrés de liberté pour le divertissement.

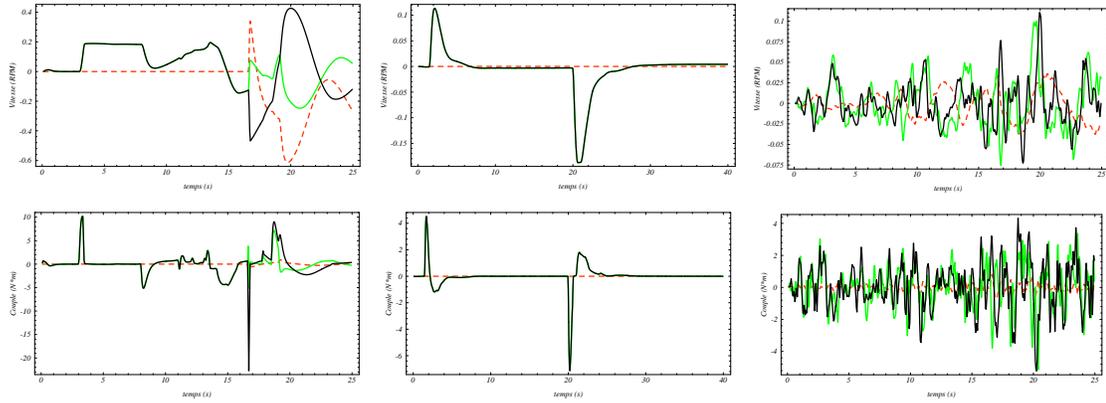
Annexe D

Efforts requis pour réaliser les manœuvres d'évaluation

La figure suivante indique les vitesses et les couples requis aux actionneurs du simulateur hypothétique défini au chapitre 6. Ces figures sont complémentaires à la figure 6.5, qui avait alors été fournie à titre d'exemple. Tout comme sur cette figure, on identifiera les valeurs indiquées par la ligne tiretée comme étant celles correspondant à la patte verticale à 3 degrés de liberté et celles qui sont indiquées par des lignes continues, noire ou grise, représentant les valeurs aux pattes latérales à 6 degrés de liberté.

Ces graphiques ne fournissent pas d'éléments de discussion supplémentaires en ce sens que les valeurs maximales observées sont du même ordre de grandeur que celles produite à la figure (6.5). Il est cependant intéressant de les comparer entre elle pour identifier lequel des actionneurs fournit le plus grand effort pendant telle ou telle phase

des manœuvres. Les valeurs trouvées sont cependant toujours bien en deçà des valeurs requises pour atteindre les performances visées. Ceci confirme donc les conclusions émises à la fin du chapitre 6.



(a) Manœuvre du décollage (MD).

(b) Manœuvre de la double poussée (MP).

(c) Manœuvre des turbulences (MT).

Figure D.1: Performance requise aux actionneurs.