

SÉBASTIEN BÉDARD

**MODÉLISATION ET SIMULATION DYNAMIQUE
D'UN BIPÈDE PLAN À 9 DDL**
**À titre de recherche préliminaire pour le développement d'un
robot bipède anthropomorphe**

Mémoire présenté
à la Faculté des études supérieures de l'Université Laval
dans le cadre du programme de maîtrise en génie mécanique
pour l'obtention du grade de maître ès sciences (M.Sc.)

DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE
FACULTÉ DE SCIENCE ET DE GÉNIE
UNIVERSITÉ LAVAL
QUÉBEC

2006

Résumé

Ce travail constitue la première étape d'un projet ayant pour but d'élaborer un robot bipède au Laboratoire d'Automatisation Complexe et de Mécatronique de l'Université Laval. Pour débiter, une approche théorique visant à modéliser dynamiquement un bipède plan est choisie. L'objectif spécifique de ce travail est de développer un programme de simulation calculant les efforts impliqués dans la marche d'un bipède effectuant une trajectoire donnée. L'architecture choisie pour représenter le bipède comporte neuf degrés de liberté avec six articulations et sept liens. Ce mémoire présente le développement des équations cinématiques et dynamiques du bipède selon la formulation de Newton-Euler. Ces équations ont été implantées dans un programme Matlab qui a ensuite été validé par des simulations comparatives avec le logiciel Adams. Les résultats de deux simulations montrent que des améliorations sont nécessaires au niveau de la génération des trajectoires de marche et de l'algorithme de calcul en phase de double support.

Avant-propos

À cette étape finale de mon travail, j'aimerais prendre quelques lignes pour exprimer mes remerciements aux personnes qui ont contribué de près ou de loin au succès de ce mémoire de maîtrise.

Tout d'abord, j'aimerais remercier mon directeur de recherche, M. Stanislaw Tarasiewicz, professeur au département de génie mécanique de l'Université Laval, pour son encadrement et pour avoir accepté de m'accueillir au sein de son laboratoire.

Je tiens aussi à remercier vivement mon codirecteur, M. Clément Gosselin, également professeur au département de génie mécanique de l'Université Laval, pour son assistance et ses conseils toujours très éclairants et pertinents.

Je remercie également mes collègues qui m'ont permis de passer ces deux années dans une ambiance de travail agréable. Tout particulièrement, j'aimerais remercier M. Karim Belatra et M. ONEKANDA Shutsha pour leur bonne humeur et leur soutien.

Je tiens aussi à remercier mes parents pour leur aide sur tous les plans, leur soutien financier et leur encouragement.

Enfin, je ne terminerai pas sans remercier ma conjointe, Annie, pour sa patience, sa compréhension, son soutien moral et son aide de tous les instants dans l'accomplissement de ce travail.

Table des matières

Résumé	ii
Avant-propos	iii
Table des matières.....	iv
Liste des figures	vii
Liste des tableaux.....	x
Chapitre 1 Introduction	1
1.1 Composition du mémoire.....	3
Chapitre 2 Notions sur la marche bipède	4
2.1 Définition de système biomécatronique	4
2.1.1 Exemple de système biomécatronique : la prothèse active.....	5
2.2 Définition de la marche.....	5
2.3 Concepts généraux sur la marche.....	7
2.3.1 Polygone de sustentation.....	7
2.3.2 « Zero-Moment Point » (ZMP)	7
2.3.3 Types de marche bipède.....	9
2.3.4 Plans de mouvement	10
2.3.5 Degrés de liberté nécessaires à la marche	11
2.4 Anthropométrie	11
Chapitre 3 Revue de littérature	14
3.1 Présentation des robots bipèdes actifs existants.....	14
3.1.1 WABIAN de Waseda.....	14
3.1.2 ASIMO de Honda	16
3.1.3 Spring Flamingo du MIT	18
3.1.4 MELTRAN du MEL.....	21
3.1.5 HRP de l'AIST	22
3.1.6 Johnnie de l'Université technique de Munich.....	23
3.1.7 BIP de l'INRIA.....	24
3.1.8 Rabbit du CNRS	25
3.1.9 SD de Clemson/Ohio State University	26
3.2 Les robots bipèdes passifs.....	27
3.3 Conclusion	30
3.3.1 Conception mécanique.....	30
3.3.2 Algorithme de marche.....	30
Chapitre 4 Problématique et méthodologie	32
4.1 Problématique	32

4.2 Objectifs et Méthodologie.....	33
Chapitre 5 Modélisation géométrique, cinématique et dynamique	35
5.1 Modélisation géométrique	35
5.2 Modélisation cinématique.....	37
5.2.1 Positionnement dans l'espace.....	37
5.2.2 Mouvement du bipède.....	38
5.2.3 Problème géométrique inverse (PGI)	39
5.2.4 Détermination des vitesses et accélérations articulaires	43
5.2.5 Convention de description de chaînes cinématiques	47
5.2.6 Application de la convention aux calculs cinématiques	50
5.3 Détermination des forces et des couples sur chaque membre.....	53
5.3.1 Résolution en simple support	58
5.3.2 Résolution en double support.....	58
Chapitre 6 Programmation et validation des calculs.....	60
6.1 Programmation	60
6.1.1 Fonctionnement du programme de calculs dynamiques	60
6.2 Validation.....	63
6.2.1 Validation avec Matlab	63
6.2.2 Validation avec Adams	63
6.2.2.1 Validation de la dynamique en simple support.....	63
6.2.2.2 Validation de la dynamique en double support	65
6.3 Conclusion	68
Chapitre 7 Génération de trajectoires pour les simulations dynamiques	69
7.1 Génération de trajectoires	69
7.1.1 Relevés biométriques	69
7.1.2 Trajectoires théoriques.....	70
7.2 Trajectoires de la simulation préliminaire	71
7.3 Trajectoires de validation.....	78
7.3.1 Validation en simple support.....	78
7.3.2 Validation en double support	78
7.4 Simulation préliminaire	80
Chapitre 8 Simulation et validation générale.....	82
8.1 Trajectoire de référence	82
8.1.1 Adaptation de la trajectoire de référence	82
8.1.2 Implantation de la trajectoire de référence.....	82
8.1.3 Phases de la trajectoire de référence	82
8.2 Simulation	82
8.2.1 Modification de l'algorithme de calcul en double support	82
8.3 Résultats de simulation	82
8.4 Discussion sur les résultats de simulation.....	82
8.5 Possibilités d'applications du programme de simulations.....	82
Chapitre 9 Conclusion.....	82

Bibliographie	82
ANNEXE A Anthropométrie	82
A-1 Images anatomiques	82
ANNEXE B Modélisation dynamique	82
ANNEXE C Précision au sujet des calculs cinématiques et dynamiques	82
ANNEXE D Résultats comparatifs de validation	82
D-1 Validation en simple support	82
D-1-1 Comparaison des trajectoires cartésiennes	82
D-1-2 Comparaison des efforts	82
D-2 Validation en double support	82
D-2-1 Comparaison des trajectoires cartésiennes	82
D-2-2 Comparaison des efforts	82
D-2-2-1 Validation double #1	82
D-2-2-2 Validation double #2	82
D-2-2-3 Validation double #3	82
D-2-2-4 Validation double #4	82
D-2-2-5 Validation double #5	82
D-2-2-6 Validation double #6	82
D-2-2-7 Validation double #7	82
ANNEXE E Interpolation par spline cubique	82
E-1 Création des trajectoires par splines cubiques	82
E-1-2 Développement théorique	82
E-1-2 Application au programme de simulation	82
ANNEXE F Exemple d'interface de comparaison entre les forces et la posture	82

Liste des figures

Figure 2.1 : Prothèse active de Victhom	5
Figure 2.2 : Les phases de la marche	6
Figure 2.3 : Polygone de sustentation	7
Figures 2.4 : Forces agissantes sur un pied a) cas en 3D b) cas plan.....	8
Figures 2.5 : a) Marche statique b) Marche dynamiquement équilibrée.....	10
Figure 2.6 : Plans de mouvement.....	10
Figure 2.7 : Longueurs des segments du corps exprimées en fraction de la hauteur H d'une personne.....	12
Figures 3.1 : a) Architecture de WABIAN-2 b) WABIAN-2	15
Figure 3.2 : Le robot ASIMO de HONDA.....	17
Figure 3.3 : Le robot Spring Flamingo du MIT.....	19
Figure 3.4 : Le robot MELTRAN-2 du MEL.....	21
Figure 3.5 : Le robot HRP-2 du AIST.....	22
Figure 3.6 : Le robot Johnny de l'université technique de Munich.....	23
Figure 3.7 : Le robot BIP de l'INRIA	24
Figure 3.8 : Le robot Rabbit du CNRS.....	25
Figure 3.9: Démarche du robot SD-2.....	26
Figures 3.10 : a) Roue idéale b) Roue déjantée	27
Figures 3.11 : a) Bipède passif b) Bipède passif avec genou	28
Figure 3.12 : Marcheur passif de l'Université Cornell.....	29
Figure 3.13 : Robots passifs des universités a) Cornell b) Delft c) MIT	29
Figure 5.1 : Modèle géométrique du bipède.....	36
Figure 5.2 : Architecture du robot selon la convention définie	48
Figure 6.1 : Algorithme du programme de calculs	62
Figures 6.2 : Trajectoire de validation simple support a) Programme b) Adams.....	64
Figures 6.3 : Trajectoire de validation double support a) Programme b) Adams.....	66
Figure 7.1 : Images tirées de la vidéo pour créer la trajectoire.....	72
Figure 7.2 : Répartition des phases de la marche par rapport aux images de la vidéo	72
Figures 7.3 : Graphiques des données brutes provenant des images	74
Figure 7.4 : Trajectoire cartésienne des deux pieds et du CdM du bipède.....	77
Figure 7.5 : Exemple de simulation de marche du bipède sur deux cycles.....	77
Figures 7.6 : Orientation des pieds en fonction du temps pour la validation en double support	79
Figure 7.7 : Définition de la réaction du sol sur les deux pieds.....	80
Figure 7.8 : Réaction sur le pied 1 en fonction du temps.....	81
Figure 7.9 : Réaction sur le pied 2 en fonction du temps.....	81
Figure 7.10 : Mesures expérimentales des efforts sur un pied lors de la marche	82
Figure 7.11 : Couple exercé par le sol sur le pied 2 en fonction du temps	82

Figure 8.1 : Trajectoires dans le plan X-Y de six points de la jambe droite	82
Figure 8.2 : Trajectoire de la position en Y du bout du pied droit provenant du livre (pied 1) en fonction du temps	82
Figure 8.3 : Comparaison entre la courbe de la position en Y du pied originale (bleu) et celle modifiée (vert) en fonction du temps	82
Figures 8.4 : Comparaison des trajectoires du pied 1 (bleu) et du pied 2 (vert) en fonction du temps.....	82
Figure 8.5 : Trajectoire en X du CdM provenant du livre en fonction du temps	82
Figure 8.6 : Trajectoire dans le plan X-Y de la position en Y du CdM provenant du livre.	82
Figure 8.7 : Comparaison dans le plan des trajectoires du CdM obtenues du livre (bleu) et de la sinusoïde créée (vert)	82
Figure 8.8 : Angle correspondant à l'orientation des pieds.....	82
Figure 8.9 : Calcul de l'orientation ϕ_{p1} du pied 1 provenant du livre en fonction du temps	82
Figure 8.11 : Calcul de l'orientation du tronc ϕ_{cm} provenant du livre en fonction du temps	82
Figure 8.12 : Comparaison entre l'orientation calculée du tronc (ϕ_{cm}) provenant du livre (bleu) et celle estimée par une sinusoïde (vert)	82
Figure 8.13 : Paramètres du bipède de simulation.....	82
Figure 8.14 : Phase de la marche	82
Figure 8.15 : Comparaison des forces en Y à la hanche droite	82
Figure 8.16 : Comparaison des forces en Y au genou droit	82
Figure 8.17 : Comparaison des forces en Y à la cheville droite.....	82
Figure 8.18 : Comparaison des forces en Y du sol sur le pied droit	82
Figure 8.19 : Comparaison des forces en X à la hanche droite	82
Figure 8.20 : Comparaison des forces en X au genou droit	82
Figure 8.21 : Comparaison des forces en X à la cheville droite.....	82
Figure 8.22 : Comparaison des forces en X du sol sur le pied droit	82
Figures 8.23 : Graphiques illustrant la cause probable de la discontinuité	82
Figure 8.24 : Comparaison des couples à la hanche droite	82
Figure 8.25 : Comparaison des couples au genou droit	82
Figure 8.26 : Comparaison des couples à la cheville droite.....	82
Figure 8.27 : Comparaison dans le temps sur un demi-cycle de la position en X du ZMP simulé en noir, du centre de pression mesuré en magenta, du CdM en bleu, des pieds (pied 1 en vert et pied 2 en cyan) et la courbe en rouge représentant les phases.....	82
Figure A-1 : Omoplate droite	82
Figure A-2 : Haut du corps.....	82
Figure A-3 : Fémur droit par rapport à l'os iliaque, à la rotule, au tibia et au péroné	82
Figure A-4 : Tibia et péroné droits, par rapport au fémur, à la rotule et au talus	82
Figure A-5 : Pied droit.....	82
Figure B-1 : DCL du pied 1 (Corps 0)	82
Figure B-2 : DCL de la jambe 1 (Corps 1).....	82
Figure B-3 : DCL de la cuisse 1 (Corps 2).....	82
Figure B-4 : DCL du Tronc (Corps 3).....	82
Figure B-5 : DCL de la cuisse 2 (Corps 4).....	82

Figure B-6 : DCL de la jambe 2 (Corps 5).....	82
Figure B-7 : DCL du pied 2 (Corps 6).....	82
Figure D-1 : Comparaison entre la trajectoire cartésienne des pieds générée et celle faite par Adams en simple support	82
Figure D-2 : Comparaison entre la trajectoire cartésienne du tronc générée et celle faite par Adams en simple support	82
Figure D-3 : Déplacement du couple n_0 du CdM du pied au bout du pied	82
Figure D-4 : Comparaison des couples, validation simple support	82
Figure D-5 : Comparaison des forces en X, validation simple support	82
Figure D-6 : Comparaison des forces en Y, validation simple support	82
Figure D-7 : Emplacement des articulations pour la validation en double support.....	82
Figure D-8 : Comparaison entre les trajectoires cartésiennes générées et celles faites par Adams pour la validation en double support	82
Figure D-9 : Singularité dans la trajectoire de validation en double support.....	82
Figure D-10 : Comparaison des couples, validation double support #1	82
Figure D-11 : Comparaison des forces en X, validation double support #1	82
Figure D-12 : Comparaison des forces en Y, validation double support #1	82
Figure D-13 : Comparaison des couples, validation double support #2	82
Figure D-14 : Comparaison des forces en X, validation double support #2	82
Figure D-15 : Comparaison des forces en Y, validation double support #2	82
Figure D-16 : Comparaison des couples, validation double support #3	82
Figure D-17 : Comparaison des forces en X, validation double support #3	82
Figure D-18 : Comparaison des forces en Y, validation double support #3	82
Figure D-19 : Comparaison des couples, validation double support #4	82
Figure D-20 : Comparaison des forces en X, validation double support #4	82
Figure D-21 : Comparaison des forces en Y, validation double support #4	82
Figure D-22 : Comparaison des couples, validation double support #5	82
Figure D-23 : Comparaison des forces en X, validation double support #5	82
Figure D-24 : Comparaison des forces en Y, validation double support #5	82
Figure D-25 : Comparaison des couples, validation double support #7	82
Figure D-26 : Comparaison des forces en X, validation double support #7	82
Figure D-27 : Comparaison des forces en Y, validation double support #7	82
Figure E-1 : Exemple de problème à résoudre par la méthode des splines cubiques	82
Figure E-2 : Les dérivées secondes des points à lier par les splines sont liées par des droites correspondantes aux dérivées secondes des splines recherchées.....	82
Figures F-1 : Possibilités de posture pour une force en Y de 33N mesurée sur le pied.....	82
Figures F-2 : Possibilités de posture pour une force en Y de 349.5N mesurée sur le pied..	82
Figures F-3 : Possibilités de posture pour une force en Y de 522N mesurée sur le pied.....	82
Figures F-4 : Possibilités de posture pour une force en Y de 639N mesurée sur le pied.....	82
Figure F-5 : Posture pour une force en Y de 680N mesurée sur le pied	82
Figure F-6 : Force en Y sous le pied calculée par le programme en fonction du temps.....	82

Liste des tableaux

Tableau 2.1: Données anthropométriques	13
Tableau 7.1: Données brutes provenant des images	73
Tableaux A-1: Tableaux originaux des données anthropométriques.....	82
Tableau F-1: Interface de comparaison entre la force en Y appliquée au pied et la posture	82

Chapitre 1

Introduction

L'objectif de ce travail est d'étudier la locomotion bipède dans le but de développer un robot marcheur anthropomorphe. Avant d'entrer dans le vif du sujet, tentons de répondre aux deux questions suivantes : pourquoi étudier la locomotion bipède? et pourquoi choisir un robot marcheur anthropomorphe?

D'abord, à quoi sert l'étude de la locomotion bipède? Une réponse simple à cette question serait pour mieux comprendre la marche humaine. Mais encore? Nous y reviendrons plus tard.

Ensuite, pourquoi choisir un robot marcheur anthropomorphe? Pour y répondre, demandons-nous d'abord à quoi sert un robot. Un robot permet d'effectuer des tâches domestiques ou industrielles, qui sont soit impossibles à réaliser, difficiles, dangereuses, trop rapides ou répétitives pour l'homme. En laissant de côté le débat philosophique sur la place de l'homme et du robot dans la société, nous pouvons dire que le robot est un outil ou un partenaire de l'homme. Ensuite, pourquoi rechercher un robot mobile? Simplement pour lui permettre d'effectuer des tâches plus diversifiées ou d'être un meilleur outil. Cependant, le robot anthropomorphe désiré est non seulement mobile, mais c'est aussi un robot marcheur, c'est-à-dire qu'il se déplace à l'aide de pattes. Jusqu'à maintenant, la plupart des robots mobiles construits se déplacent avec des roues ou des chenilles. Alors, pourquoi vouloir construire un robot marcheur? La réponse devient évidente en regardant l'environnement qui nous entoure. Un robot marcheur est plus adapté à un environnement bondé d'obstacles. Par exemple, à l'extérieur, il peut passer par-dessus une roche ou un trou. Aussi, un robot destiné à aider l'homme dans des tâches domestiques variées devrait être adapté à un environnement humain afin de pouvoir monter un escalier ou éviter facilement des obstacles. Ainsi, un robot marcheur est beaucoup plus adaptable, donc plus mobile qu'un robot sur roue ou sur chenille. Enfin, pourquoi vouloir un robot marcheur bipède ressemblant à l'homme? Un robot sur quatre pattes pourrait effectuer les mêmes

tâches, si ce n'est pas plus de tâches qu'un robot bipède en raison d'une meilleure stabilité. La raison principale pour étudier un robot bipède, outre les raisons esthétiques ou psychologiques, est l'application biomédicale : afin de mieux comprendre la marche!

Nous en revenons donc à notre première question : pourquoi mieux comprendre la marche? En premier lieu, la marche est le moyen de locomotion le plus répandu chez l'homme et elle n'est pas encore totalement comprise. Une meilleure compréhension de la marche pourrait améliorer les techniques de réadaptation des accidentés ou la confection de prothèses pour les amputés. Aussi, mieux comprendre la marche signifie mieux comprendre l'équilibre ce qui permettrait la création de dispositifs capables d'éviter des chutes ou d'amoinrir leurs conséquences. Enfin, certaines techniques sportives pourraient être améliorées pour diminuer les possibilités de blessure ou simplement améliorer leurs rendements. Bref, plusieurs raisons motivent l'étude de la marche et l'élaboration de robots marcheurs bipèdes. Mieux comprendre l'un, c'est mieux comprendre l'autre et c'est pourquoi ce mémoire aborde le sujet de la marche bipède.

Comme il a été mentionné au début de ce chapitre, l'objectif de ce travail est d'étudier la locomotion bipède dans le but de développer un robot marcheur anthropomorphe. Ce travail a aussi pour but de jeter les bases de l'étude des robots marcheurs bipèdes au Laboratoire d'Automatisation Complexe et de Mécatronique (LACM) de l'Université Laval. L'élaboration d'un robot marcheur est une tâche longue et très complexe et ce travail n'a pas la prétention d'y arriver. Les objectifs spécifiques de ce travail seront présentés au chapitre quatre après avoir exposé certaines généralités sur la marche bipède et avoir présenté les principaux projets de robots marcheurs existants dans le monde.

1.1 Composition du mémoire

Voici comment est divisé le travail présenté dans ce mémoire :

- Le chapitre 2 présente une analyse de la marche bipède ainsi que la définition de certains concepts importants dans l'étude de la marche.
- Le chapitre 3 présente la revue de littérature dans le domaine des robots marcheurs bipèdes en décrivant les divers projets de robots bipèdes développés dans le monde.
- Le chapitre 4 présente les objectifs spécifiques de cette maîtrise ainsi que la façon dont ils sont accomplis.
- Le chapitre 5 présente le bipède étudié ainsi que la modélisation mathématique de sa cinématique et de sa dynamique.
- Le chapitre 6 présente le fonctionnement et la validation du programme de simulation.
- Le chapitre 7 présente la génération des trajectoires de marche et les résultats d'une première simulation.
- Le chapitre 8 présente une simulation faite avec une trajectoire de référence adaptée provenant du livre de D.A. Winter [27], une discussion sur les résultats obtenus ainsi que les applications possibles du programme de simulation.
- Le chapitre 9 présente la conclusion du mémoire.
- L'annexe A présente des informations complémentaires relatives aux données anthropométriques exposées au chapitre 2.
- L'annexe B présente en détail la modélisation dynamique du bipède.
- L'annexe C présente des informations supplémentaires en rapport au fonctionnement du programme de simulation.
- L'annexe D présente les résultats des simulations comparatives de validation de l'algorithme de calculs dynamiques.
- L'annexe E présente en détail la méthode d'interpolation par splines cubiques utilisée lors de la génération des trajectoires de marche.
- L'annexe F présente un exemple d'interface de comparaison entre les forces calculées par le programme et la posture du bipède.

Chapitre 2

Notions sur la marche bipède

Il est important de comprendre le fonctionnement de la marche humaine avant de pouvoir l'appliquer à un robot bipède. Ce chapitre a pour but de définir le type de système étudié et les concepts permettant de décrire et de caractériser la marche bipède. Ainsi, la notion de système biomécatronique sera d'abord présentée suivie d'une brève définition de la marche. Ensuite, les concepts de polygone de sustentation et de « Zero-Moment Point » seront exposés suivis d'une description des types de marche, des plans de mouvement et des degrés de liberté impliqués dans la marche. Enfin, quelques données anthropométriques seront présentées.

2.1 Définition de système biomécatronique

Le système étudié est un robot bipède anthropomorphe. Ce robot est avant tout un système mécanique actif constitué de liens rigides et d'articulations agencés dans une structure humanoïde. Comme le robot est destiné à générer son propre mouvement, une source d'énergie doit y être intégrée. Généralement, l'énergie électrique est utilisée. Ainsi, le robot contient des systèmes électriques et électroniques. Mais le robot ne constitue pas seulement un agencement de pièces mécaniques et électroniques, il contient aussi des interfaces de communication, des capteurs et une forme d'intelligence artificielle. Le système peut donc être qualifié de système mécatronique. En plus, le robot vise à représenter un système biologique (l'homme) et à imiter ses mouvements. C'est pourquoi le système de robot bipède anthropomorphe peut être qualifié de système biomécatronique.

2.1.1 Exemple de système biomécatronique : la prothèse active ([46])

La prothèse active réalisée par la compagnie Victhom (figure 2.1) est un bon exemple de système biomécatronique. Destinée aux personnes ayant une jambe amputée au-dessus du genou, cette prothèse active, motorisée au genou, vise à redonner la fonctionnalité du membre perdu à l'amputé. Pour ce faire, des données (entre autres des forces, des pressions et des positions provenant de la jambe saine et de la prothèse) sont recueillies et analysées par un microcontrôleur qui adapte les mouvements de la prothèse. Ainsi, outre les systèmes mécaniques et électroniques complexes impliqués dans la prothèse, le système biomécatronique est complété par la présence d'une intelligence artificielle qui doit traiter les informations provenant des capteurs biométriques. Aussi, afin d'améliorer le contrôle de la prothèse, des capteurs neurologiques identifiant directement les signaux provenant du cerveau sont en cours de développement.



Figure 2.1 : Prothèse active de Victhom

2.2 Définition de la marche

D'abord, tentons de définir correctement le concept de la marche. Le petit Robert 2006 [21] définit le verbe « marcher » comme l'action de *se déplacer par mouvements et appuis successifs des jambes et des pieds sans quitter le sol*. Cette définition ne précise pas le nombre de membres nécessaires à la marche. Celle-ci peut donc être bipède, quadrupède, hexapode, octopode... L'objectif de ce mémoire étant d'étudier la marche humaine, le terme « marche » fera référence à la marche bipède.

Bien que la définition contienne beaucoup d'informations, elle se doit d'être précisée et complétée. D'abord, la marche a pour but un déplacement. Elle est donc un moyen de

locomotion et est habituellement attribuée aux êtres vivants. Comme elle est très efficace en terrain accidenté et face à des obstacles, la marche a avantage à être étudiée pour pouvoir être appliquée à la locomotion d'objets. Ainsi, une machine marchante serait très avantageée pour se mouvoir dans un environnement adapté à l'homme, comme l'escalier par exemple, comparativement à une machine qui utiliserait le roulement ou les chenilles.

Ensuite, la marche se définit par des mouvements et des appuis successifs des jambes et des pieds au sol, ce qui réfère à la notion de cycles et de phases de la marche. La marche est donc un phénomène cyclique où chaque pied se balance à tour de rôle dans les airs et sert ensuite d'appui, seul ou avec l'autre pied. Un découpage du cycle de marche permet de visualiser deux phases distinctes soit le simple support et le double support ([17], [22], [26]). La phase de simple support est celle où une seule jambe est en contact avec le sol, l'autre jambe se balançant vers l'avant. Dans cette phase, le mouvement d'une jambe peut être subdivisé en deux états, soit le balancement et le support. Ainsi, lors de la phase de simple support, chaque jambe est dans un état différent, une se balance et l'autre supporte la totalité du poids. La phase de double support débute lorsque la jambe en balancement entre en contact avec le sol. Dans cette phase, les deux jambes sont dans le même état et le poids est supporté par les deux jambes. Cette phase dure jusqu'à ce que la jambe arrière quitte le sol. La phase de simple support recommence alors. En régime stationnaire, c'est-à-dire lorsqu'une personne marche à vitesse constante sans perturbation, les cycles devraient être symétriques. Les différentes phases de la marche sont représentées à la figure 2.2.

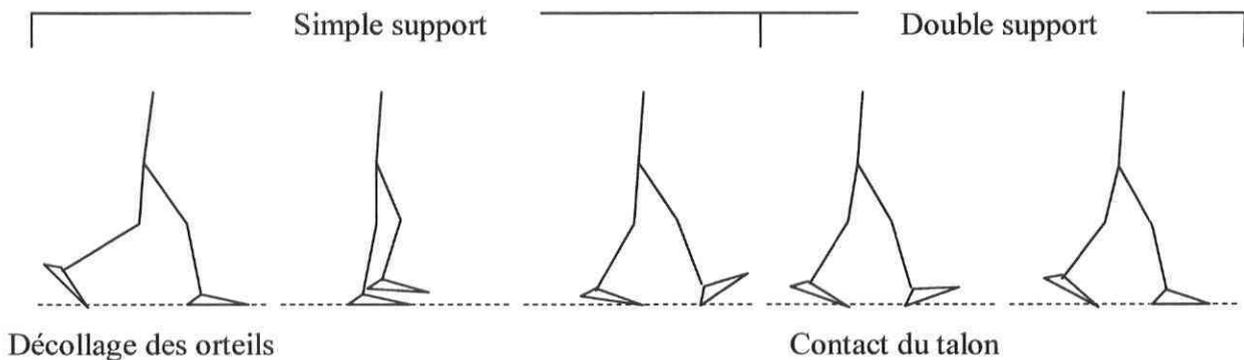


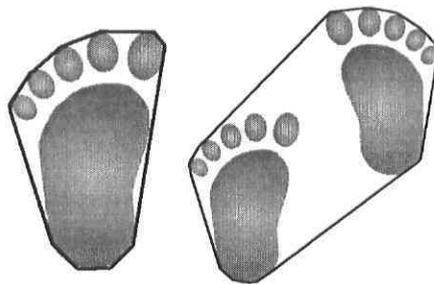
Figure 2.2 : Les phases de la marche

Enfin, la marche s'effectue sans quitter le sol, c'est-à-dire qu'en tout temps au moins un pied est en contact avec le sol. Ainsi, la marche se différencie de la course constituée d'une série de contacts et de sauts pendant lesquels il y a perte de contact avec le sol.

2.3 Concepts généraux sur la marche

2.3.1 Polygone de sustentation ([17], [22])

Le polygone de sustentation est le contour extérieur des points d'appui au sol. La figure 2.3 présente un exemple de polygone de sustentation pour les phases de simple et double support. Le polygone de sustentation est un concept qui permet de caractériser la marche au niveau de la stabilité.



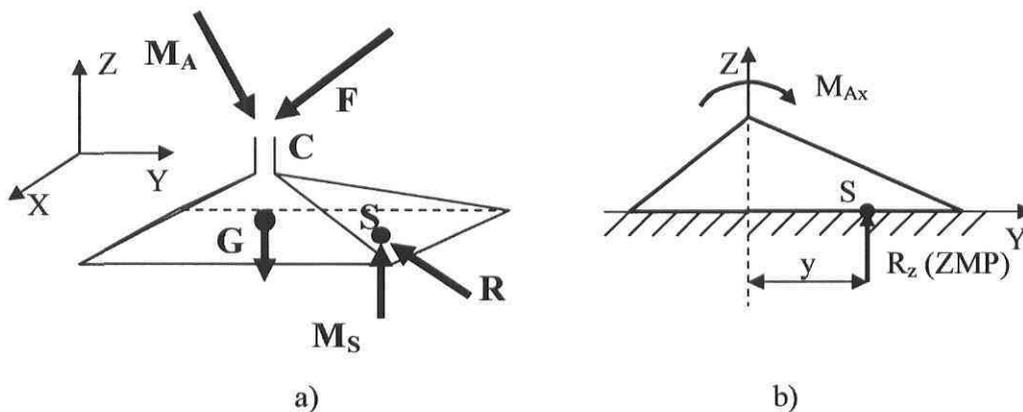
Simple support Double support

Figure 2.3 : Polygone de sustentation

2.3.2 « Zero-Moment Point » (ZMP) ([17], [25])

Il est important de définir le concept du ZMP car il est largement employé dans l'étude de la dynamique de la locomotion bipède. D'abord, le ZMP est défini comme le point au sol où toutes les forces et les moments agissants sur le système peuvent être remplacés par une seule force. Afin d'illustrer le concept, considérons le pied d'un marcheur dans la phase du simple support. Il est possible de remplacer l'effet des parties supérieures au pied support par une force \mathbf{F} (F_x, F_y, F_z) et un moment \mathbf{M}_A (M_{Ax}, M_{Ay}, M_{Az}) à la cheville. Le poids du pied est appliqué à son centre de masse et les réactions au sol \mathbf{R} (R_x, R_y, R_z) et \mathbf{M}_S (M_{Sx}, M_{Sy}, M_{Sz}) viennent équilibrer la dynamique du système au point S. La figure 2.4 a) illustre le cas général en trois dimensions. Comme le sol ne peut agir sur le pied que par friction et

par une force normale, les moments horizontaux M_{Sx} et M_{Sy} seront nuls (d'où l'appellation « Zero-Moment Point »). Le moment M_{Az} est donc repris par le moment M_{Sz} dû à la friction et les moments M_{Ax} et M_{Ay} seront repris uniquement par les forces de friction R_x et R_y et la force normale R_z . Ainsi, le ZMP est l'endroit sous le pied où se retrouve la force \mathbf{R} équilibrant les moments horizontaux (M_{Ax} et M_{Ay}) appliqués à la cheville. La figure 2.4 b) illustre le concept pour un système plan où le moment M_{Ax} est équilibré en déplaçant le point d'action de la force R_z . La distance y représente la distance entre la cheville et le ZMP. Il est important de noter que pour conserver l'équilibre dynamique du système, le ZMP doit demeurer dans le polygone de sustentation (l'aire couverte par le pied dans le cas précédent). Ainsi, si la zone couverte par le polygone de sustentation n'est pas suffisamment grande pour compenser les composantes horizontales du moment appliqué à la cheville, il y aura perte de l'équilibre dynamique du pied et la force résultante réelle se situera au bord du polygone de sustentation. Par contre, le ZMP ne sera pas défini. Dans un tel cas, il est cependant possible de déterminer par calcul un ZMP fictif ou virtuel à partir des conditions $M_{Sx}=M_{Sy}=0$.

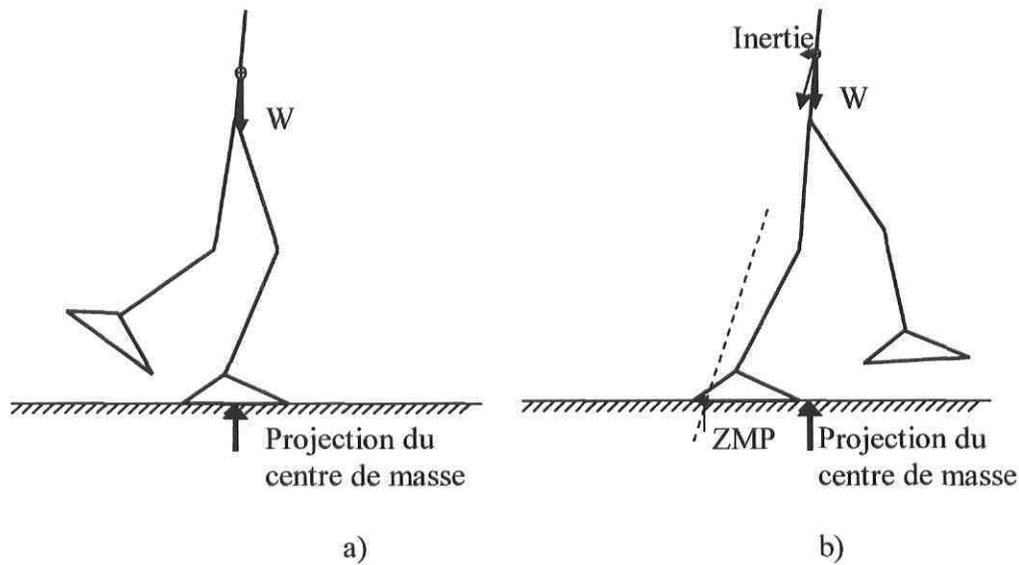


Figures 2.4 : Forces agissantes sur un pied a) cas en 3D b) cas plan

2.3.3 Types de marche bipède ([7], [17], [22])

Il existe deux types de marche : la marche statique et la marche dynamique. Lors de la marche statique, la posture du marcheur est stable en tout temps, c'est-à-dire que son poids est en tout temps supporté directement par au moins un pied. Ainsi, ce marcheur peut arrêter son mouvement à n'importe quel moment et demeurer en équilibre. Plus formellement, lors de la marche statique, la projection du centre de masse (CdM) du bipède sur le sol demeure en tout temps dans le polygone de sustentation. Cette condition assure l'équilibre à chaque instant. Cette démarche est employée par l'homme dans des situations difficiles telles que les montées ou descentes d'escalier ou les terrains instables ou glissants.

La marche dynamique est une succession de postures stables et instables. Une instabilité est délibérément créée vers l'avant lorsque la projection du CdM sur le sol sort du polygone de sustentation. Le déséquilibre survient et est rattrapé par le prochain pas du marcheur. La marche dynamique est la marche naturelle humaine. Le marcheur projette son corps vers l'avant sachant que le pied en balancement viendra le supporter dans quelques instants. Par contre, pendant ce déséquilibre, toute perturbation peut entraîner une chute du marcheur. Par exemple, si un obstacle bloque le pied qui aurait dû supporter le corps, ce dernier, toujours projeté vers l'avant, continuera dans la même direction entraînant la chute. Il est à noter qu'il n'est toujours pas question de course. La marche comporte aussi des périodes d'instabilité, bien qu'elles soient plus courtes que lors de la course. L'avantage d'une marche dynamique est qu'elle permet d'aller plus rapidement et qu'elle demande moins d'énergie. En laissant tomber son corps vers l'avant, le marcheur utilise la gravité pour entraîner son mouvement à la manière d'un pendule inversé. Le balancement de la jambe est donc effectué avec un minimum d'effort. Un robot marchant dynamiquement aura une démarche plus naturelle en plus d'être plus rapide et plus efficace, mais sera plus complexe à produire. Aussi, la marche sera dynamiquement équilibrée si le ZMP demeure en tout temps dans le polygone de sustentation. Les figures 2.5 a) et b) présentent une représentation de la marche statique et de la marche dynamiquement équilibrée.



Figures 2.5 : a) Marche statique b) Marche dynamiquement équilibrée

2.3.4 Plans de mouvement ([17], [22], [26])

Les plans de mouvement permettent de décrire les mouvements associés à la marche. La figure 2.6 montre trois plans de mouvement. Le plan sagittal correspond à une vue de côté du marcheur, le plan horizontal à une vue de haut et le plan frontal à une vue de face. Le marcheur se déplace principalement dans le plan sagittal, mais des mouvements comme le déhanchement, le déplacement latéral et la rotation du bassin se produisent dans les deux autres plans augmentant la fluidité de la marche.

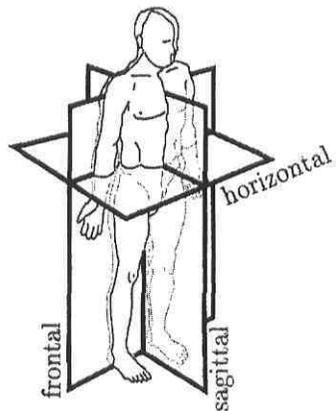


Figure 2.6 : Plans de mouvement [26]

2.3.5 Degrés de liberté nécessaires à la marche ([4], [5], [23])

Une notion importante dans l'analyse d'un système mécanique est celle du degré de liberté (DDL). Les DDL d'un système sont les paramètres indépendants qui permettent de définir complètement la position et l'orientation de chacun de ses corps dans l'espace. Ainsi, pour un système à n DDL, il faudra n coordonnées pour définir sa position. La marche humaine comporte naturellement des dizaines de DDL répartis dans les membres inférieurs et supérieurs du corps. Cependant, lors de l'étude de la marche, le nombre de DDL de la représentation schématique du bipède doit être diminué pour en simplifier l'analyse. Plus le nombre de DDL est élevé, plus le modèle sera complexe et difficile à analyser, mais plus il aura de possibilités de mouvement.

2.4 Anthropométrie [27]

Afin de faire des machines qui ressemblent ou qui s'adaptent aux humains, il est intéressant de mieux connaître certaines données anthropométriques sur l'homme. Des mesures de longueur ou de volume sont habituellement utilisées pour décrire l'anatomie humaine, mais pour l'analyse du mouvement, des mesures comme la masse, les moments d'inertie et leurs positions sont nécessaires.

D'abord, la figure 2.7 présente les dimensions moyennes du corps humain par rapport à la hauteur de la personne. Ces données peuvent être utilisées pour dimensionner un modèle correctement. Ensuite, le tableau 2.1 expose les données relatives à la masse et l'inertie de cinq segments impliqués dans la marche. Plus spécifiquement, on y retrouve le rapport de la masse du segment par rapport à la masse de la personne, la position du CdM de ce segment, le rayon de giration du segment et sa densité. Pour ce qui est de la position du CdM et du rayon de giration, la valeur donnée est la fraction correspondante à la distance décrite dans la définition. Ainsi, la définition ne décrit pas le segment mais la distance de référence pour positionner son CdM et son rayon de giration. À l'aide de ces données, il est possible de calculer les variables reliées à la cinématique et à la dynamique. L'annexe A contient le tableau original [27] comportant tous les membres du corps. Aussi, des figures

anatomiques [24] sont présentées à l'annexe A pour mieux visualiser les termes médicaux présentés dans le tableau 2.1.

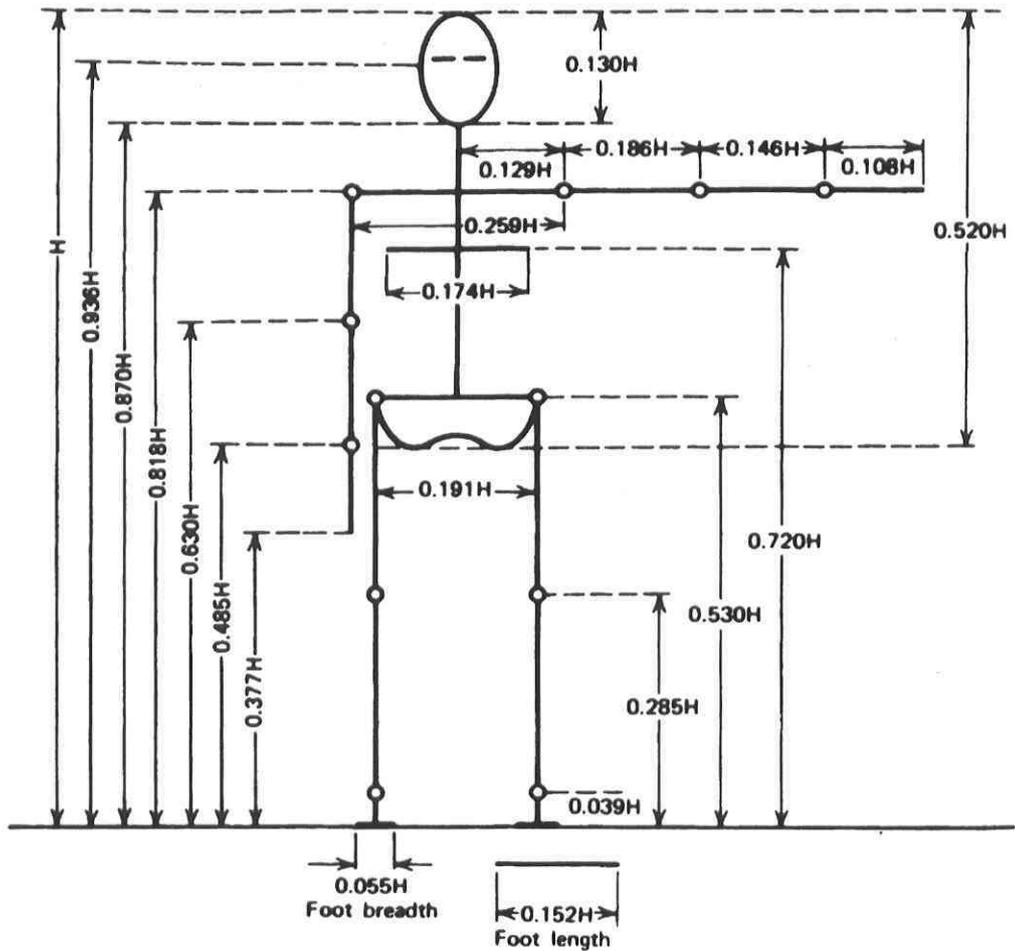


Figure 2.7 : Longueurs des segments du corps exprimées en fraction de la hauteur H d'une personne [27]

Tableau 2.1: Données anthropométriques [27]

segment	Definition ^A	masse du segment / masse total du corps	CdM / longueur du segment ^B		rayon de giration / longueur du segment			densité
			Proximal ^C	Distal ^D	C de G	Proximal	Distal	
ped	Malléole latérale (6) // tête du 2e métatarse (7)	0,0145	0,5	0,5	0,475	0,69	0,69	1,1
jambe	condyle fémoral (4) // Malléole médiale (5)	0,0465	0,433	0,567	0,302	0,528	0,643	1,09
cuisse	Grand trochanter (3) // condyle fémoral (4)	0,1	0,433	0,567	0,323	0,54	0,653	1,05
jambe totale	Grand trochanter (3) // malléole médiale (5)	0,161	0,447	0,553	0,326	0,56	0,65	1,06
tête bras et tronc	Grand trochanter (3) // articulation gleno-humérale ^E (1 et 2)	0,678	0,626	0,374	0,496	0,798	0,621	---

A- Les chiffres entre parenthèses dans le tableau sont retrouvés dans l'annexe A pour indiquer l'élément anatomique correspondant.

B- Ces deux colonnes donnent la position du CdM du segment exprimé par la fraction de la distance entre les éléments anatomiques de la définition.

C- La fraction de la distance est calculée à partir de la partie proximale (plus près du centre du corps) de l'élément anatomique de la définition.

D- La fraction de la distance est calculée à partir de la partie distale (plus près de l'extrémité) de l'élément anatomique de la définition.

E- L'articulation gleno-humérale est l'articulation formée par la tête de l'humérus dans la cavité glénoïde (épaule).

Chapitre 3

Revue de littérature

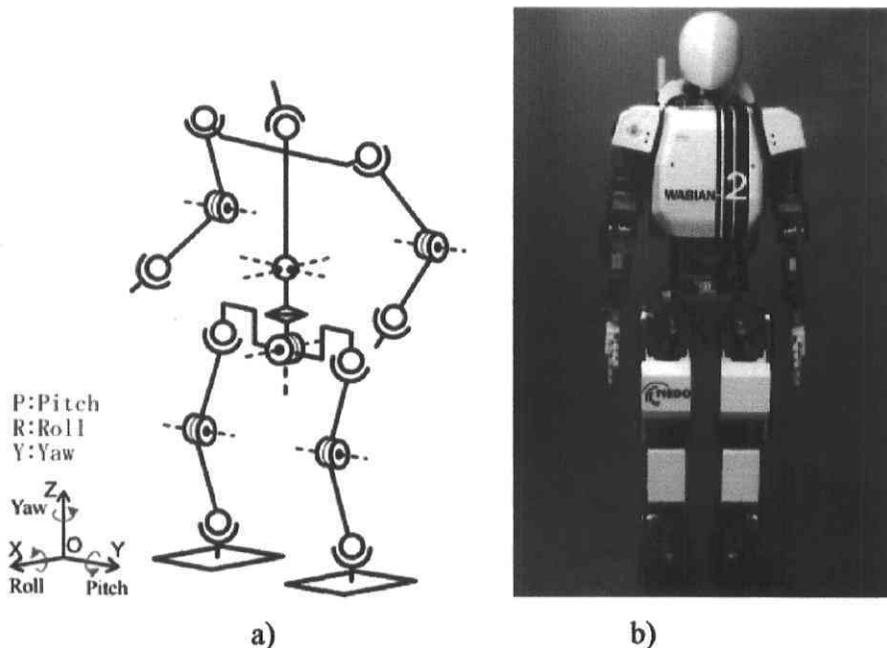
Ce chapitre présente un survol des principaux projets de robots marcheurs existants dans le monde. Ces projets sont divisés en deux catégories soit les robots actifs (dont le mouvement est généré par des moteurs) et les robots passifs (dont le mouvement n'est pas généré par des moteurs). Pour chaque projet, un bref historique, la méthode de modélisation et la méthode de contrôle seront exposés, de même que les objectifs futurs. Enfin, on conclura sur les approches choisies par les différentes équipes de recherche.

3.1 Présentation des robots bipèdes actifs existants

3.1.1 WABIAN de Waseda ([16], [19], [28], [29], [32], [33])

L'université Waseda au Japon est probablement celle ayant la plus longue histoire dans le développement de robots bipèdes. Dès 1967, une jambe artificielle, WL-1 (Waseda Leg), a été construite pour analyser et étudier la locomotion humaine. L'objectif des chercheurs de l'université de Waseda n'était pas seulement d'arriver à faire marcher un robot, il était de construire un robot bipède humanoïde complet pouvant interagir avec un environnement humain. Ainsi, en 1973, ils construisirent le robot WABOT, le premier robot anthropomorphe à l'échelle humaine. WABOT peut communiquer en japonais, et avec ses yeux et ses oreilles artificiels, peut mesurer la position des objets. En ce qui a trait à la marche, il utilise l'approche du robot WL-5 consistant en une marche statique avec des pieds disproportionnés assurant la stabilité. Ensuite, la série de robots bipèdes WL n'a pas cessé de s'améliorer et une marche quasi dynamique a été atteinte avec WL-9DR. Ce dernier, conçu dans les années 79 – 80, comportait 10 DDL motorisés et pouvait marcher à une période de 10 s/pas. Une marche dynamique complète a été réalisée en 1984 avec WL-10DR, un robot à 12 DDL qui avançait à 1,3 s/pas, pouvait monter et descendre un escalier ou une pente à 2,5 s/pas et pouvait même se déplacer latéralement. Par la suite, un tronc a été ajouté pour rendre la marche plus humaine et les séries WL-12, WL-13 et

WL-14 ont été utilisées pour améliorer les algorithmes de marche. Toujours dans l'optique d'un robot humanoïde complet, le robot WABIAN (Waseda bipedal humanoid) a fait son apparition en 1996. Le tronc des WL précédents a été remplacé par une partie supérieure de forme plus humaine avec des bras, un cou et des yeux. L'objectif était d'obtenir un robot avec des spécifications très précises afin de collaborer avec les humains dans leur environnement. Le WABIAN devait être de la taille d'une femme japonaise moyenne, marcher à une vitesse humaine normale et avoir trois DDL au tronc et six par bras (l'homme en a sept par bras). Au cours des années, le laboratoire a produit des robots WABIAN passants de 35 à 43 DDL. Aujourd'hui, l'université de Waseda développe le WABIAN-2. Ce robot est construit pour améliorer la marche de WABIAN. Pour ce faire, de nouveaux DDL ont été ajoutés, notamment à la cheville et à la hanche. Ainsi, WABIAN-2 comporte 16 DDL dans les membres inférieurs distribués comme suit : trois par cheville, un par genoux, trois par hanche et deux pour la taille tels que présentés à la figure 3.1 a). L'objectif de ce nouveau projet est, en plus de produire un robot pouvant effectuer des tâches et entrer en relation avec l'homme, de mieux comprendre la marche humaine. Pour ce faire, l'idée est d'utiliser le robot comme un simulateur d'humain ayant des caractéristiques plus facilement mesurables.



Figures 3.1 : a) Architecture de WABIAN-2 b) WABIAN-2 [32]

L'ensemble des robots conçus par l'équipe de Waseda fonctionne selon la même idée de base : les articulations bougent selon des trajectoires prédéterminées. Par exemple, pour le robot WL-10RD, une trajectoire du ZMP, faisant en sorte qu'il demeure en tout temps dans le polygone de sustentation, a d'abord été créée par simulation pour assurer la stabilité du robot. Ensuite, à partir de cette trajectoire, la trajectoire de chaque articulation a été calculée. Ainsi, durant la phase de simple support, les articulations sont asservies en position et elles exécutent la trajectoire prescrite. Ensuite, pour le double support, la position des articulations est fixée et les chevilles sont contrôlées en force pour s'assurer que le poids passe d'une jambe à l'autre. Par la suite, l'évolution des robots a ajouté un tronc et d'autres DDL. L'algorithme de marche s'est ainsi complexifié en utilisant toujours la stratégie des trajectoires prédéterminées. Lorsqu'un obstacle ou un escalier est détecté, une nouvelle trajectoire est recalculée pour le ZMP et les articulations s'adaptent à l'obstacle. Pour les robots plus récents, l'asservissement en position est modifié pour laisser plus de place à la dynamique naturelle du robot, cependant, la trajectoire préenregistrée demeure au cœur de l'algorithme de marche.

Les travaux futurs de l'équipe de Waseda seront de comparer les efforts et l'énergie nécessaires pour réaliser plusieurs types de marche et finalement en arriver à un simulateur de locomotion humaine. Ce simulateur pourra ensuite être utilisé en tant qu'outil d'évaluation médicale, de réadaptation, ou simplement pour étudier la locomotion.

3.1.2 ASIMO de Honda ([6], [7], [34])

En 1986, les chercheurs de la compagnie Honda ont démarré un projet ayant pour but de développer un nouveau type de robot. Ce dernier devait être en mesure d'accomplir des tâches générales répondant aux besoins des consommateurs. Cet objectif est résumé en deux mots : intelligence et mobilité. La première idée des chercheurs a été de concevoir un robot monté sur roues ayant deux bras et une caméra. Cependant, ce type de robot ne répondait pas à l'objectif original de mobilité. Les chercheurs conclurent que seul un robot marcheur bipède pouvait respecter le critère de mobilité dans une maison remplie d'objets et d'escaliers. Les chercheurs de Honda travaillèrent donc en secret sur des robots

humanoïdes de 1986 à 1996, construisant plusieurs robots expérimentaux et prototypes, pour finalement dévoiler le robot P2 (Prototype-2). Celui-ci comportait 12 DDL dans les membres inférieurs (trois par hanche, un par genou et deux par cheville), sept par bras et deux par main; il pouvait marcher à une vitesse maximale de 2 km/h et monter ou descendre des escaliers. Il fut rapidement remplacé en 1997 par P3, un robot ayant relativement les mêmes caractéristiques, mais étant plus petit, plus léger et plus indépendant. Enfin, depuis 2000, le projet ASIMO (Advanced Step in Inovative Mobility) (figure 3.2) a fait suite aux prototypes précédents. Il est encore plus petit et plus léger et son algorithme de marche est encore plus évolué lui donnant une marche d'allure plus humaine. Mais, l'évolution la plus importante dans le robot ASIMO est l'intelligence artificielle et les possibilités de manipulation avec ses membres supérieurs. Ce dernier peut reconnaître des gestes, des visages, des sons et des objets dans son environnement ce qui en fait le robot le plus achevé présentement.

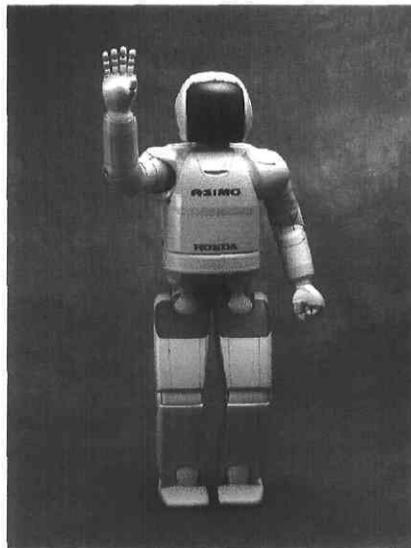


Figure 3.2 : Le robot ASIMO de HONDA [34]

La stratégie de marche des robots produits par Honda est semblable à celle des robots de l'université de Waseda, c'est-à-dire que l'algorithme de marche est basé sur des trajectoires prédéterminées. Cependant, les chercheurs de Honda ont entièrement basé leur conception du robot et l'élaboration de leurs trajectoires de marche à partir de l'étude de sujets réels ce qui confère aux robots de Honda une démarche plus naturelle comparativement à ceux de

Waseda. Aussi, pour assurer la stabilité du robot lorsqu'il est soumis à une perturbation ou à un terrain accidenté, les trajectoires sont modifiées par trois différents systèmes. D'abord, dans des conditions idéales, la résultante des forces au sol devrait être au même point que le ZMP théorique (calculé à partir de la trajectoire prescrite). La résultante réelle est mesurée par un capteur six axes de force et de couple. Si sa position est différente de celle calculée dans des conditions idéales (par exemple, sur un terrain accidenté), le ZMP désiré est modifié pour éviter le déséquilibre du robot. Ensuite, un contrôleur modifie les trajectoires articulaires en fonction du nouveau ZMP visé. Enfin, comme la position spatiale du robot aura changé par rapport à la position idéale prévue, un troisième système modifie la position finale du pied en balancement pour graduellement revenir à la démarche idéale. En ayant ces systèmes de contrôle, le robot peut stabiliser sa posture pratiquement comme un humain.

Les chercheurs de Honda sont présentement en train d'améliorer le robot ASIMO. Il pourra bientôt agir comme réceptionniste et transporter des objets en poussant un chariot. Aussi, les chercheurs visent à améliorer l'algorithme de course pour lui permettre de courir à 6km/h.

3.1.3 Spring Flamingo du MIT ([20], [35])

Le leg laboratory du Massachusetts Institute of Technology (MIT) a plus de 25 années d'histoire dans la fabrication de robots locomoteurs. Dès 1980, un robot plan capable de se déplacer et de garder son équilibre en sautillant sur une jambe a été développé. Ensuite, une série de robots courant et sautant, allant du monopode au quadripode en passant par un robot sauteur de type kangourou, a été développée avec plus ou moins d'articulations et de DDL. Il faut cependant attendre 1994 avant qu'un robot bipède imitant la marche humaine soit développé. Spring Turkey, un robot bipède plan, sans pied et à quatre DDL (un pour chaque hanche et un pour chaque genou) a été construit pour tester plusieurs algorithmes de marche et de contrôle. Cependant, des difficultés de tout ordre ont conduit à son remplacement en 1996 par Spring Flamingo qui, en plus de corriger des problèmes de fiabilité mécanique, a été muni d'un pied et d'une cheville active. Spring Flamingo

(figure 3.3) est un robot bipède plan visant à tester des algorithmes de marche et de contrôle comportant six DDL motorisés soit, un par cheville, un par genou et un par hanche. Il se déplace uniquement dans le plan sagittal et doit être soutenu sur le côté. Les objectifs du projet ont tous été satisfaits et même dépassés. En effet, le robot devait marcher à une vitesse de 0,75 m/s (1,2 m/s ont été atteints), dépenser moins de quinze Watts, être fiable, stable et robuste à de petites perturbations, tout en ayant une démarche gracieuse et semblable à l'homme.

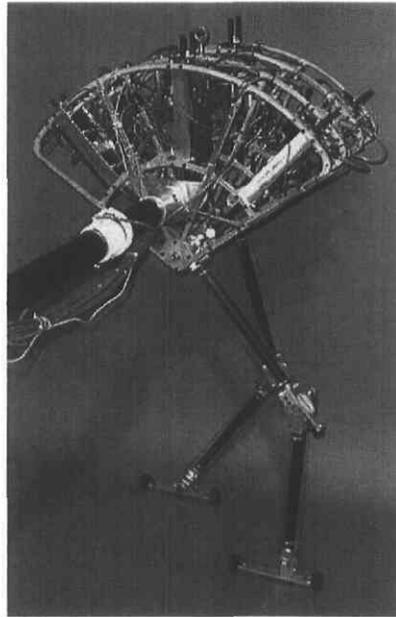


Figure 3.3 : Le robot Spring Flamingo du MIT [35]

Pour développer un algorithme de marche, aucun modèle dynamique explicite du robot n'a été fait. Le modèle simple d'un pendule inversé a été utilisé afin de comprendre et d'analyser la dynamique de la marche. De l'analyse de ce modèle découle un algorithme de contrôle reposant davantage sur l'intuition que sur la modélisation mathématique. L'idée principale était d'utiliser la flexibilité et la dynamique naturelle de la marche en contrôlant cinq éléments essentiels : stabiliser la hauteur et l'orientation du bassin, la vitesse du robot, le déplacement de la jambe libre et s'assurer que la transition du support d'une jambe à l'autre se fasse au bon moment. Ainsi, le robot n'est pas contraint à suivre une trajectoire prédéterminée de ses articulations ou de ses membres. Pour réussir à stabiliser les trois premiers paramètres, la méthode utilisée est celle du « virtual model control », qui permet

de simuler une force externe appliquée au CdM du robot en utilisant ses propres actionneurs. La hauteur est stabilisée par l'application d'une force verticale virtuelle vers le haut, supérieure au poids du robot. Ainsi, en appliquant cette force virtuelle, la jambe qui supporte le corps est constamment en pleine extension. De même, un couple virtuel appliqué aux hanches stabilise l'orientation du robot. Comme sa dynamique est représentée par un pendule inversé, la vitesse de déplacement est contrôlée en variant la position du pivot virtuel de ce pendule. Les couples aux actionneurs doivent donc être exprimés en fonction des deux forces virtuelles désirées et de la distance désirée du pivot à la cheville. Deux méthodes sont exploitées pour contrôler la jambe libre. La première consiste à exploiter sa dynamique naturelle en la laissant passive. La seconde méthode permet d'augmenter la vitesse de déplacement du robot en motorisant la jambe libre à la hanche. Enfin, le moment de transition d'une jambe de support à l'autre est défini par des critères de distance entre le corps et le point de pivot. Bien que l'algorithme développé par le MIT soit simple, des variantes ont permis au robot de marcher à une vitesse supérieure à 1 m/s et de se déplacer sur des pentes montantes et descendantes en utilisant à l'occasion la dynamique naturelle du robot. Cependant, cet algorithme ne s'applique qu'à la marche et dépend considérablement de la géométrie du robot.

L'étape suivante dans la réalisation d'un robot marcheur au MIT est de se libérer de la contrainte plane du mouvement. C'est pourquoi, en 1998, un projet de robot 3D à 12 DDL (deux par cheville, un par genou et trois par hanche) nommé M2 a été entrepris. Avec ces nouveaux DDL, celui-ci sera stable dans le plan frontal et pourra se déplacer dans le plan horizontal. La stratégie pour contrôler le robot 3D est de découpler la dynamique du plan sagittal et frontal. Ainsi, l'algorithme utilisé pour « Spring Flamingo » est conservé dans le plan sagittal et l'équilibre dans le plan frontal est assuré par un couple aux chevilles et par le placement des pieds.

3.1.4 MELTRAN du MEL ([8], [9], [10], [36])

Au début des années 90, les chercheurs du Mechanical Engineering Laboratory (MEL) au Japon ont développé le MELTRAN (figure 3.4), un robot plan à trois DDL par jambe. La dynamique étudiée se limite au plan sagittal dans la phase du simple support et a été modélisée en supposant des jambes sans masse. Afin de simplifier les équations dynamiques du mouvement, deux contraintes ont été imposées au CdM soit, une trajectoire en ligne droite et une orientation constante. Ces contraintes font en sorte que les équations de mouvement de la jambe supportant le corps soient réduites à un seul DDL. Ainsi, le mouvement dépend uniquement de la hauteur désirée du CdM et ne dépend pas de la structure de la jambe. Afin de contrôler la démarche, les chercheurs ont défini une quantité, nommée « orbital energy », qui demeure constante pendant un pas et qui est fonction de la vitesse, de la hauteur et de la position. Cette quantité détermine le positionnement du prochain échange de support d'une jambe à l'autre et doit être spécifiée pour chaque pas. Ensuite, la trajectoire des articulations est déterminée. Le robot peut aussi parcourir un terrain accidenté. Il suffit de détecter la modification du terrain, de déterminer d'abord le placement du prochain pas, de redéfinir une trajectoire pour le CdM et de recalculer la nouvelle valeur de « l'orbital energy ». Pour ce qui est du couple appliqué par la cheville, les chercheurs l'ont volontairement contraint à zéro dans le modèle afin de l'utiliser uniquement pour corriger les erreurs de modélisation. Cette approche est justifiée par le fait qu'afin d'éviter le glissement, le couple à la cheville est limité par la longueur du pied.

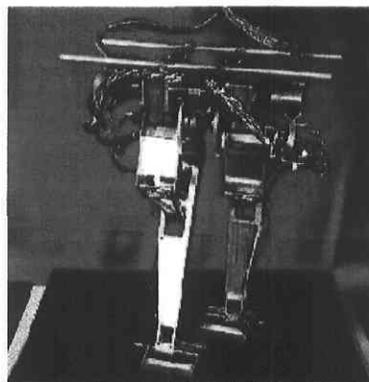


Figure 3.4 : Le robot MELTRAN-2 du MEL [36]

3.1.5 HRP de l'AIST ([11], [12], [13], [14], [15], [37])

En avril 2001, plusieurs centres de recherche japonais, dont le MEL, ont fusionné pour former le National Institute of Advanced Industrial Science and Technology (AIST). La philosophie de cet institut se résume à faire de la recherche globale, c'est-à-dire de joindre la recherche fondamentale et appliquée. Dans cette optique, le robot humanoïde HRP-2 (Humanoid Robotic Project) (figure 3.5) a été développé en partenariat avec la compagnie Kawada Industries, inc. Le but ultime de ce projet est de créer un robot humanoïde utile et amical (d'où son apparence tirée de bandes dessinées japonaises) capable d'exécuter des tâches variées comme travailler en coopération avec un humain. HRP-2 comporte au total 30 DDL : deux pour la tête, deux pour la taille, deux bras à six DDL, deux mains à un DDL et deux jambes à six DDL. L'algorithme de marche consiste à définir une trajectoire de façon à s'assurer que le ZMP demeure à l'intérieur du polygone de sustentation. Pour ce faire, à l'occasion d'une perte d'équilibre, le polygone de sustentation est modifié afin que le ZMP demeure dans celui-ci en changeant la position où le pied en balancement atterrit. De façon à augmenter le nombre de points d'atterrissage possibles, l'architecture des hanches est en porte à faux ce qui permet aux jambes de se croiser. Présentement, le robot HRP-2 est capable de marcher aux deux tiers de la vitesse humaine (2.5 km/h), de marcher sur une surface inégale ou étroite et il est le premier robot de taille humaine à pouvoir se coucher par terre et se relever en position debout. Les futurs travaux des chercheurs de ce laboratoire auront pour but d'améliorer la stabilité de la marche et d'intégrer un système de vision et une intelligence artificielle.

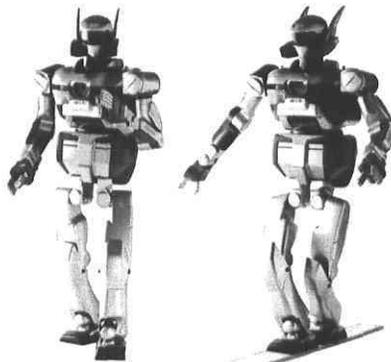


Figure 3.5 : Le robot HRP-2 du AIST [37]

3.1.6 Johnnie de l'Université technique de Munich ([38])

Les chercheurs de l'institut de mécanique appliquée de l'Université technique de Munich ont réalisé Johnnie (figure 3.6), un robot anthropomorphe ayant une démarche humaine dynamiquement stable. Le robot comporte au total 17 DDL dont six par jambe (trois par hanche, un par genou et deux par cheville), un pour la rotation du tronc autour de l'axe vertical, et deux par bras afin de balancer le mouvement autour de l'axe vertical. Pour assurer la stabilité du robot, ce dernier comporte un générateur de trajectoires qui optimise la trajectoire à partir de paramètres calculés antérieurement lors de simulations exécutées sur un modèle du robot hors ligne. Aussi, le robot comporte un système de détection visuelle lui permettant d'adapter ses trajectoires de marche aux obstacles. Le robot peut marcher à une vitesse de 2,2 km/h, mais l'équipe de recherche projette de le faire marcher plus rapidement et de lui implanter un algorithme de jogging.



Figure 3.6 : Le robot Johnny de l'université technique de Munich [38]

3.1.7 BIP de l'INRIA ([17], [26], [39], [40])

Une équipe du laboratoire de Mécanique des Solides de Poitiers (LMS) et de l'Institut National de Recherche en Automatique et Informatique de Grenoble (INRIA), en France, ont lancé le projet BIP en 1995 dans le but de réaliser un robot marcheur bipède s'apparentant à l'humain (figure 3.7). Le robot comporte au total 15 DDL, dont six par jambe (deux par cheville, un par genou et trois par hanche) et trois pour le tronc. Pour marcher, les articulations du robot suivent des trajectoires générées automatiquement en optimisant une fonction quadratique des couples sous contraintes. De cette façon, la stabilité est assurée et l'énergie consommée est minimisée. Le robot peut marcher sur une surface horizontale ou légèrement inclinée, monter et descendre un escalier, et tourner.

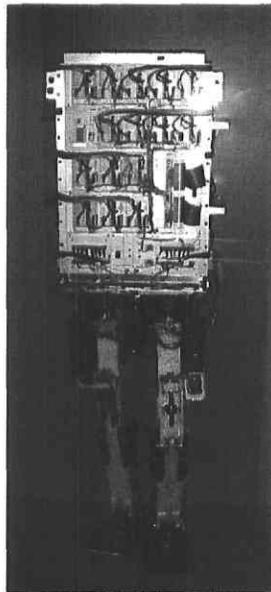


Figure 3.7 : Le robot BIP de l'INRIA [39]

3.1.8 Rabbit du CNRS ([22], [41])

Le projet Rabbit du Centre National de la recherche scientifique (CNRS) (figure 3.8) a été réalisé de 1997 à 2004 par un groupe de huit laboratoires français (IRRCCyN, LAG, LGIPM, LIRMM, LMS, LRP, LVR, INRIA) dans le but de développer et valider expérimentalement des méthodes et des outils théoriques pour faire marcher et courir un robot bipède. La plateforme développée a été simplifiée au maximum : le robot n'a pas de pied et se déplace uniquement dans le plan sagittal ce qui lui donne uniquement cinq DDL (un par genou, un par hanche et un pour le tronc) dont seulement quatre sont actionnés dans la phase de simple support (le tronc est laissé libre). Cette structure simple (absence de pied, mouvement plan et sous actionnement) permet d'étudier la commutation des phases du robot, l'effet de la gravité et des impacts avec le sol en évitant les difficultés liées à la complexité d'analyse d'un modèle plus développé. Le robot peut marcher et courir en cercle en suivant des trajectoires de référence pour ses articulations motorisées.

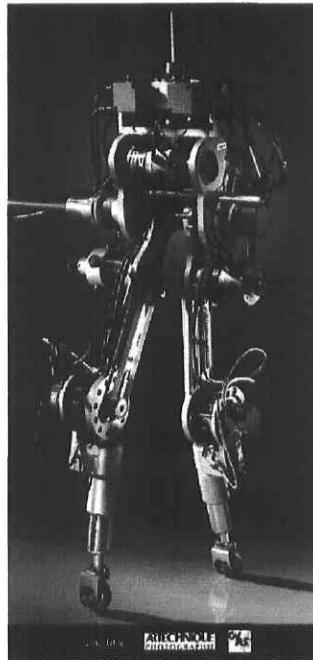


Figure 3.8 : Le robot Rabbit du CNRS [41]

3.1.9 SD de Clemson/Ohio State University ([3], [23], [30], [31])

Y.F. Zheng et ses collègues ont développé le robot SD-2 d'abord à Clemson University puis à Ohio State University. Le robot comporte quatre DDL par jambe : il a deux articulations par cheville et deux par hanche ce qui permet au robot de se déplacer dans les plans frontal et sagittal. Comme le robot n'a pas de genou, il doit lever la hanche dans le plan frontal pour ne pas toucher le sol. La stratégie utilisée pour obtenir la marche est d'exécuter une marche statique avec une trajectoire prédéterminée pour chaque articulation. Un algorithme permet de modifier les trajectoires lorsqu'une pente est détectée. La figure 3.9 présente la démarche utilisée dans les plans frontal et sagittal. Il est à noter que la projection du CdM, représenté sur la dernière ligne de la figure par un point, demeure toujours à l'intérieur du polygone de sustentation.

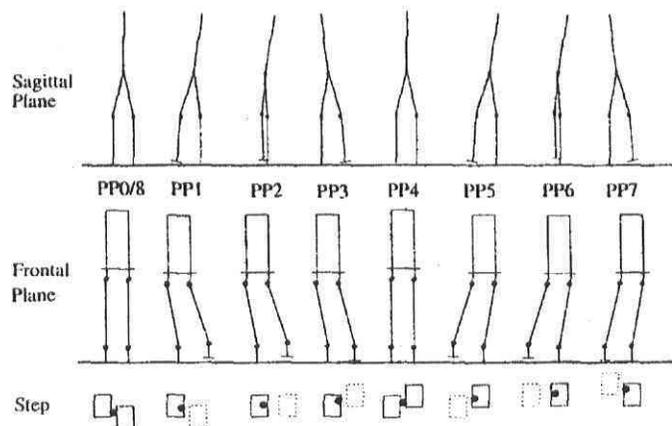
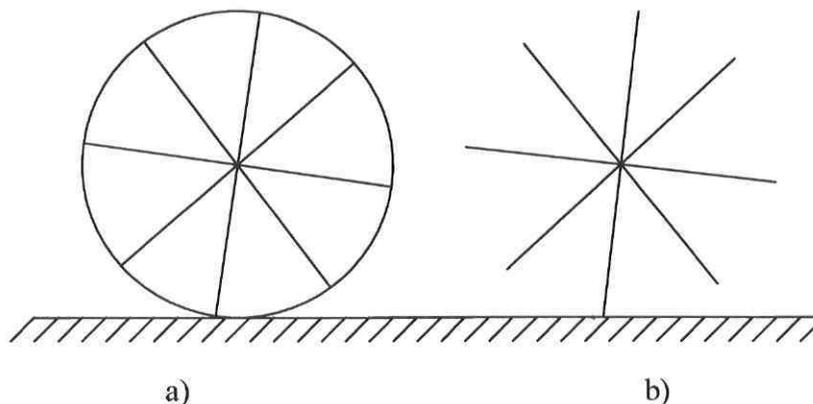


Figure 3.9: Démarche du robot SD-2 [30]

3.2 Les robots bipèdes passifs ([1], [18], [42], [43], [44], [45])

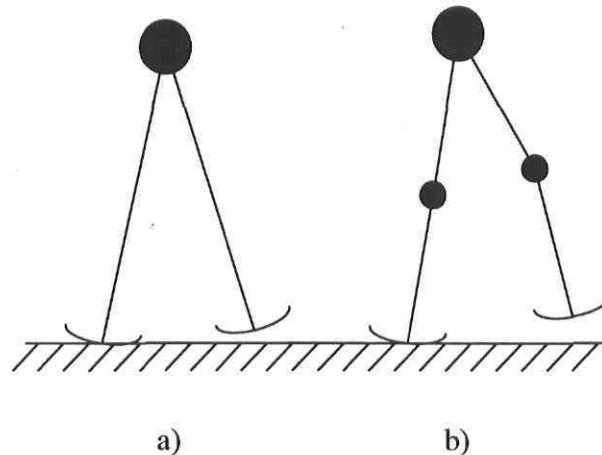
Il existe une catégorie de robot bipède, appelée marcheur passif, pour laquelle la marche est naturelle. Tad McGeer, du Simon Fraser University, fut le premier à étudier ce type de robot au début des années 1990. Il a démontré qu'un simple mécanisme à quatre liens en deux dimensions ressemblant à des jambes humaines était capable de marcher avec une démarche comparable à l'humain sur un plan incliné, et ce, sans motorisation, sans système de contrôle et sans entrée d'énergie. Seules une impulsion initiale et la gravité font avancer le marcheur passif. L'étude d'un tel mécanisme permet de comprendre l'importance de la configuration et de la structure du robot dans la marche. Pour reprendre l'analogie de McGeer, il est primordial d'étudier comment vole un planeur pour ensuite, en lui ajoutant des moteurs, le faire voler comme un avion. En ajoutant des moteurs sur un marcheur passif capable de marcher sur une pente, il sera possible de la faire marcher sur un terrain plat avec un minimum d'énergie.

Pour mieux comprendre le principe de la marche passive, il est nécessaire de faire un lien entre la roue et la marche bipède. Sur une surface plane, une roue idéale (figure 3.10 a)), sans dissipation d'énergie, lancée à une certaine vitesse, roulera sans s'arrêter à cette même vitesse. Si la roue est déjantée (figure 3.10 b)), elle ralentira et devra s'arrêter après un certain moment en raison des pertes d'énergies engendrées à chaque impact avec le sol. Cependant, si cette même roue déjantée roule sur un plan incliné, les pertes d'énergies pourront être regagnées par la gravité. Cette roue pourra ainsi avancer à vitesse constante sans s'arrêter.



Figures 3.10 : a) Roue idéale b) Roue déjantée

Le principe de la marche passive est le même que celui de la roue déjantée. En considérant seulement deux branches consécutives de la roue déjantée (liées sans friction), il est possible de considérer le système comme un bipède si la branche en balancement revient se placer au bon endroit pour le prochain contact (figure 3.11 a)). McGeer a démontré que, pour un angle de départ entre les deux branches, une pente et une vitesse de départ donnée, la branche en balancement vient reprendre le contact avec le sol au bon moment. Le système est ainsi semblable à deux pendules : le premier est un pendule inversé supportant la masse et le deuxième est le pendule balançant la jambe libre. Évidemment, si aucune modification n'est faite au modèle, la jambe en balancement entrera en contact avec le sol au milieu de son balancement. Pour résoudre ce problème, des genoux peuvent être ajoutés (figure 3.11 b)). Bien que plus complexe, le principe général de la marche passive reste le même et un mécanisme conçu correctement réussit à marcher avec une allure humaine. Les genoux doivent cependant être bloqués en hyperextension afin de conserver le pendule inversé supportant la masse.



Figures 3.11 : a) Bipède passif b) Bipède passif avec genou

Les chercheurs de quelques laboratoires ont poursuivi et amélioré les travaux de McGeer et ont construit d'autres robots passifs capables de marcher sur un plan incliné de façon stable. La figure 3.12 présente celui fait au laboratoire de Andy Ruina à l'Université Cornell. Le robot est double pour assurer sa stabilité.

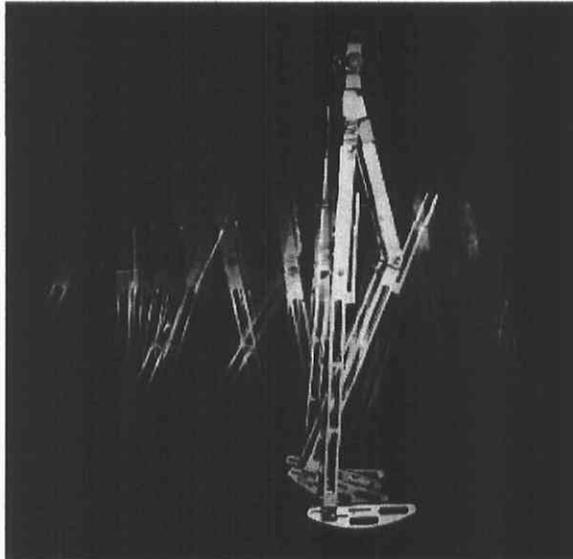


Figure 3.12 : Marcheur passif de l'Université Cornell [44]

Plus récemment, certains robots ont été améliorés de façon à fournir, à l'aide de petits moteurs aux chevilles ou aux hanches, l'énergie nécessaire pour marcher sur une surface plane (figure 3.13). Ces robots sont basés sur des marcheurs passifs et sont capables de marcher sur un sol plat. Bien qu'ils soient extrêmement efficaces au niveau de la consommation d'énergie, ils nécessitent une poussée de départ et avancent encore très lentement. Ces robots démontrent tout de même qu'il sera possible pour de futurs robots d'exploiter la dynamique naturelle de la marche afin d'optimiser leur consommation d'énergie.

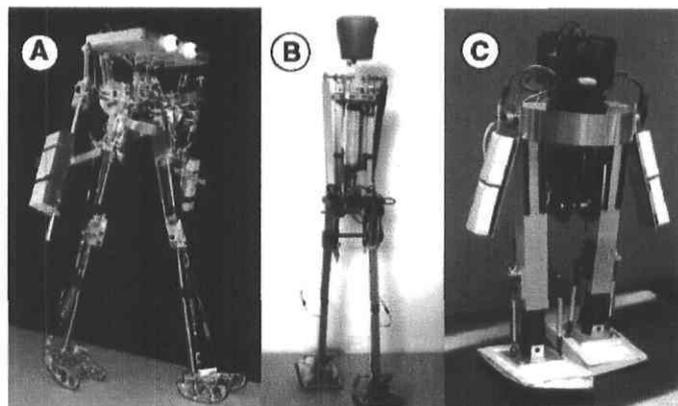


Figure 3.13 : Robots passifs des universités a) Cornell b) Delft c) MIT. [1]

3.3 Conclusion

Plusieurs différences existent dans la façon de définir le problème d'un robot marcheur bipède. La méthode choisie influence grandement l'efficacité et les capacités des robots. Les principales différences se retrouvent au niveau de la conception mécanique et dans la conception de l'algorithme de marche.

3.3.1 Conception mécanique

D'abord, plusieurs architectures différentes de robot ont été choisies. Le nombre de liens, de DDL et de plans de mouvement varie en fonction des capacités recherchées, des objectifs de construction du robot bipède et de l'avancement du projet. Plus les objectifs de mouvement sont grands, plus le robot aura besoin de liens et de DDL supplémentaires. Aussi, certains chercheurs ayant dès le départ l'objectif de construire un robot humanoïde ont, dès le départ, développé une version tridimensionnelle de leur robot. Cette façon de faire est plus complexe, car la stabilité doit être recherchée dans le plan sagittal et frontal simultanément. D'un autre côté, les chercheurs ayant comme premier objectif d'étudier la locomotion humaine ont d'abord construit des robots plans ce qui permet d'étudier la locomotion en simplifiant considérablement l'analyse du système. En négligeant le plan frontal, il est encore possible d'étudier les trajectoires et la dynamique dans le plan sagittal, soit le plan dans lequel se déroule la partie la plus importante de la marche. Cependant, une fois construits, ces robots ont le désavantage de nécessiter un support latéral.

3.3.2 Algorithme de marche

Il y a trois façons de faire marcher un robot bipède. La plus populaire, utilisée par presque tous les chercheurs, consiste à faire exécuter des trajectoires définies aux articulations. Le robot, en phase de simple support, est considéré comme un manipulateur sériel et ses actionneurs sont asservis en position afin d'obtenir le mouvement stable souhaité. Cette façon de faire peut sembler plus simple, mais elle se bute à certaines difficultés majeures. D'abord, la détermination d'une trajectoire idéale et stable n'est pas simple et dépend

grandement de la complexité de la géométrie utilisée. Aussi, cette stratégie permet difficilement l'adaptation aux perturbations extérieures. Comme la trajectoire doit être modifiée pour assurer la stabilité lors d'une perturbation, un autre système doit adapter la trajectoire de référence selon les besoins. Malgré les difficultés pouvant être rencontrées par l'utilisation de cette stratégie, la plupart des chercheurs l'ayant utilisée ont réussi à développer un algorithme permettant de modifier les trajectoires de référence et ont ainsi permis à leur robot de s'adapter à certaines perturbations. Différentes méthodes ont été utilisées par les laboratoires pour créer et altérer les trajectoires. De façon générale, on s'assure que la trajectoire du ZMP demeure dans le polygone de sustentation pour garantir la stabilité. Certains chercheurs tentent aussi d'optimiser les trajectoires à partir de simulateurs ou de critères d'efficacité.

La seconde façon de faire marcher un robot bipède, utilisée par le laboratoire du MIT, est d'obtenir un algorithme de contrôle en spécifiant certains critères de performance. Ainsi, au lieu de contrôler la position de chaque articulation, certaines distances et forces impliquées sont contrôlées. La définition de ces critères est plutôt empirique et intuitive. Cependant, une telle méthode s'adapte beaucoup plus facilement aux perturbations que la méthode de la trajectoire de référence.

Enfin, la dernière méthode consiste à concevoir un robot de manière à ce que sa dynamique naturelle engendre une démarche stable. Bien que cette méthode soit très prometteuse du point de vue de l'efficacité énergétique, elle devra être combinée avec une méthode active afin d'augmenter les capacités de mouvement des robots.

Chapitre 4

Problématique et méthodologie

L'objectif ultime de ce projet est de développer, au Laboratoire d'Automatisation Complexe et de Mécatronique (LACM) de l'Université Laval, un robot marcheur bipède actif en étudiant la locomotion humaine. Évidemment, ce projet est trop vaste pour faire l'objet d'un seul mémoire de maîtrise. Ce chapitre vise donc à définir précisément les objectifs de ce mémoire.

4.1 Problématique

Pour initier la recherche sur la locomotion bipède, une approche théorique a été choisie (par opposition à une approche expérimentale). Dans cette optique, l'objectif principal de ce travail est de créer un programme simple de simulation de la dynamique de la marche d'un bipède. On entend par programme de simulation un programme permettant de donner une bonne approximation des couples nécessaires aux articulations ainsi que des forces engendrées lors de la marche bipède. On s'attarde donc uniquement à la partie biomécanique du système biomécatronique présenté précédemment.

Pour faire marcher le robot bipède, la méthode des trajectoires est retenue, car, à l'heure actuelle, les mécanismes de la locomotion bipède et de la stabilité utilisés par l'homme ne sont pas encore assez bien définis pour penser utiliser une approche plus générale. Aussi, pour des projets futurs, le contrôle en position ou en force est relativement simple et facile à simuler. Enfin, les laboratoires japonais ont prouvé que l'approche était viable par le succès de leurs robots.

Ensuite, afin de simplifier l'analyse, seuls les mouvements dans le plan sagittal seront considérés. Comme la plus grande partie de la locomotion bipède s'effectue dans ce plan, l'approximation est considérée suffisante pour l'instant.

Ainsi, l'objectif principal de ce travail de maîtrise peut être reformulé de cette façon : le programme de simulation recherché doit calculer les forces et les couples requis pour faire suivre des trajectoires données à un robot bipède plan.

4.2 Objectifs et Méthodologie

Voici la démarche utilisée afin d'accomplir l'objectif principal de ce travail :

1. Définir géométriquement le bipède.

La première étape du travail consistera à définir la structure géométrique représentant le bipède. Cette structure sera déterminée par une analyse de l'agilité et de la simplicité du bipède désiré.

2. Modéliser mathématiquement la cinématique et la dynamique du bipède.

Lorsque la structure géométrique sera choisie, il sera nécessaire de déterminer la cinématique du bipède dans l'espace cartésien et articulaire. Ensuite, à l'aide d'une convention de description des chaînes cinématiques du robot, il sera possible d'appliquer systématiquement les équations classiques de la cinématique et de la dynamique au CdM de chaque membre du bipède.

3. Écrire le programme informatique de simulation.

À l'aide du logiciel Matlab, le modèle mathématique développé sera implanté dans un programme informatique afin de calculer les efforts désirés sur une trajectoire de marche donnée.

4. Valider les calculs du programme de simulation.

Le programme informatique créé devra être validé afin d'assurer la fiabilité de ses résultats. Pour ce faire, des trajectoires de marche propres à la validation seront générées. Ensuite, le logiciel Adams sera utilisé. Ainsi, la validation sera effectuée par la comparaison des résultats des simulations faites avec Adams et des simulations faites avec le programme informatique créé.

5. Déterminer des trajectoires.

Parallèlement à la validation du programme informatique, des trajectoires de marche complètes et représentatives de la marche humaine devront être générées. Ces trajectoires devront ensuite être adaptées à la structure géométrique choisie du bipède et au programme informatique créé.

6. Effectuer des simulations et analyser les résultats.

Une fois l'assurance que le programme informatique donne des résultats fiables et que les trajectoires représentent le plus fidèlement possible la marche humaine, des simulations calculant les efforts impliqués dans la marche du bipède pourront être effectuées. Les résultats de ces simulations pourront ensuite être analysés.

Chapitre 5

Modélisation géométrique, cinématique et dynamique

Ce chapitre a pour but d'exposer la modélisation géométrique (nombre de segments et de DDL) représentant le robot bipède ainsi que la modélisation mathématique de sa cinématique et de sa dynamique.

5.1 Modélisation géométrique

En premier lieu, il faut déterminer le nombre de DDL que le bipède doit posséder. Afin de réduire la difficulté d'analyse du modèle, il est nécessaire de diminuer au maximum le nombre de DDL du bipède. Cependant, le robot doit conserver une agilité minimale lui permettant de garder son équilibre et d'effectuer les tâches auxquelles il est destiné. Sias et al. [23] décrivent très bien cette problématique pour un bipède général en trois dimensions. D'abord, deux DDL par jambe (à la cheville et à la hanche) sont nécessaires au mouvement dans le plan sagittal. Sans ces deux articulations, les mouvements de pendule seraient impossibles, c'est-à-dire qu'il serait impossible de faire pivoter le corps autour du pied support ou de faire pivoter la jambe libre autour du corps, donc qu'il serait impossible d'avancer. Ensuite, deux autres DDL par jambe (toujours à la cheville et à la hanche) sont nécessaires dans le plan frontal afin de déplacer latéralement le CdM du bipède et d'assurer sa stabilité si le terrain n'est pas plat latéralement. Pour avancer, il est donc nécessaire d'avoir un minimum de quatre DDL par jambe soit deux à la cheville et deux aux hanches afin de permettre un mouvement vers l'avant stable latéralement. Un cinquième DDL par jambe est nécessaire dans le cas où un obstacle ou un escalier doit être franchi. Ce dernier DDL peut être soit une longueur de jambe variable ou un genou et sert à éviter le contact entre le sol et le pied libre lors de son balancement. Un modèle à cinq DDL par jambe peut avancer et éviter des obstacles, mais ne peut pas encore tourner. Ainsi, il est nécessaire d'ajouter un autre DDL à chaque hanche afin qu'elles puissent tourner autour de la verticale. Enfin, les auteurs [23] suggèrent d'ajouter deux autres DDL par jambe pour

augmenter l'agilité du bipède soit une rotation autour du troisième axe de la cheville et une articulation sur le pied pour simuler les orteils.

Comme un modèle plan est utilisé dans le cadre de ce travail, trois DDL par jambe sont nécessaires soit un par articulation (la cheville, le genou et la hanche). Il n'est pas possible de simplifier davantage le modèle plan car la marche n'aura plus l'allure humaine. Trois articulations par jambe donnent un total de six articulations, donc sept segments (un tronc, deux cuisses, deux tibias et deux pieds). Bien que les hanches soient superposées sur un modèle plan, un segment correspondant au tronc est nécessaire pour représenter le CdM du bipède au-dessus des jambes. La figure 5.1 montre le schéma du bipède.

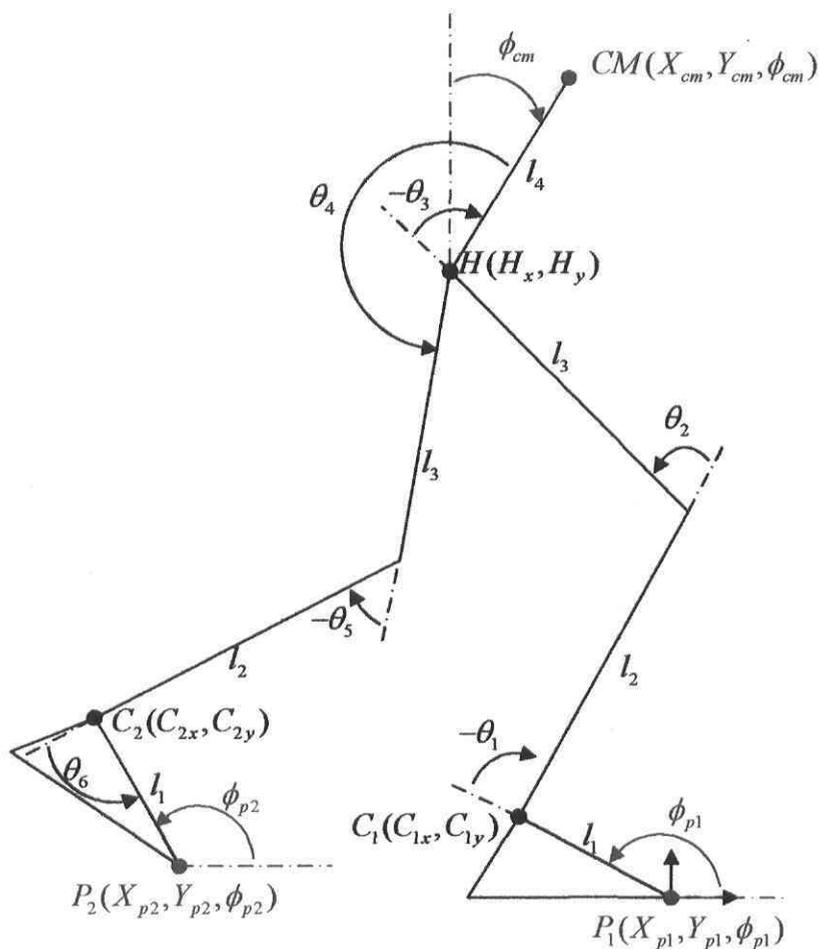


Figure 5.1 : Modèle géométrique du bipède

Cette configuration géométrique sera utilisée tout au long de ce mémoire. Les appellations « marcheur bipède » ou « robot » feront référence à ce modèle. Aussi, le programme de simulation déterminera les efforts aux articulations et aux extrémités de ce modèle de bipède.

5.2 Modélisation cinématique

5.2.1 Positionnement dans l'espace

Il est important de définir les points utilisés pour positionner le bipède dans le plan. D'abord, il y a deux façons de définir la position du robot : selon les coordonnées cartésiennes (le plan X-Y) ou selon les coordonnées articulaires (les angles des articulations). Pour définir le robot dans l'espace cartésien, trois points (en rouge sur la figure 5.1) sont utilisés soit le bout des deux pieds et le CdM du bipède:

- $P_1(X_{p1}, Y_{p1}, \phi_{p1})$: position du pied 1 et orientation du pied 1 par rapport à l'horizontale,
- $P_2(X_{p2}, Y_{p2}, \phi_{p2})$: position du pied 2 et orientation du pied 2 par rapport à l'horizontale,
- $CM(X_{cm}, Y_{cm}, \phi_{cm})$: position du CdM et orientation du tronc par rapport à la verticale.

Ces neuf coordonnées permettent de définir entièrement la position du robot dans le plan. Aussi, ce sont les trajectoires de ces trois points qui seront imposées au robot pour le faire avancer. Il a été mentionné précédemment que le robot possède trois DDL par jambe donc six DDL. Ces DDL sont associés aux articulations et font référence à l'espace articulaire. Ainsi, il est aussi possible de définir la position du robot en fonction de ses coordonnées articulaires représentées par le vecteur suivant :

$$\vec{\theta} = \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \end{pmatrix}$$

Cependant, ces coordonnées ne servent qu'à fixer la configuration du robot et ne donnent pas d'information sur son positionnement absolu dans le plan. Pour servir de référence aux coordonnées articulaires, le point $P_1(X_{p1}, Y_{p1}, \phi_{p1})$ ou $P_2(X_{p2}, Y_{p2}, \phi_{p2})$ sera utilisé comme donnée supplémentaire. Ainsi, si les six coordonnées articulaires et le point P_1 ou P_2 sont connus, la position du robot est entièrement définie dans le plan et le temps. Il est à noter que toutes les variables de position cartésiennes et articulaires sont fonction du temps ($P_1(t), P_2(t), CM(t), \vec{\theta}(t)$) et que la notation (t) est omise afin d'alléger l'écriture.

5.2.2 Mouvement du bipède

Pour définir les mouvements du bipède, des trajectoires exprimées en coordonnées cartésiennes sont imposées au robot, car ces coordonnées sont directement liées à l'environnement et l'espace extérieur. Il est important de noter qu'imposer une trajectoire à un point signifie lui imposer sa position, sa vitesse et son accélération. Donc, pour la présente modélisation, les coordonnées cartésiennes du robot ainsi que leurs dérivées par rapport au temps sont connues en tout temps car elles sont imposées.

L'objectif principal de ce travail est de déterminer les efforts aux articulations. Pour les calculer, il est nécessaire de décrire les mouvements du robot en fonction de ses coordonnées articulaires, car la cinématique et la dynamique de chaque membre doivent être étudiées. À partir des trajectoires cartésiennes imposées (P_1, P_2, CM), il faudra d'abord déterminer les coordonnées articulaires pour ensuite calculer les paramètres cinématiques et dynamiques de chaque membre. La méthodologie utilisée pour obtenir les forces et les couples se résume en cinq étapes :

1. Avoir une trajectoire cartésienne (cette partie sera développée au chapitre 7).
2. Effectuer le problème géométrique inverse, c'est-à-dire déterminer les coordonnées articulaires à partir des coordonnées cartésiennes imposées pour chaque posture du bipède,
3. Déterminer les vitesses et accélérations articulaires,
4. Déterminer les vitesses et accélérations, et les vitesses et accélérations angulaires du CdM de chaque membre du bipède,
5. Déterminer les forces et les couples agissant sur chaque membre à l'aide de la formulation de Newton-Euler.

Ces étapes constituent l'algorithme simplifié du programme de simulation.

5.2.3 Problème géométrique inverse (PGI)

Le PGI vise à déterminer les six coordonnées articulaires à partir des neuf coordonnées cartésiennes imposées. En connaissant la position et l'orientation des pieds et du CdM du bipède (P_1, P_2 et CM), le vecteur $\vec{\theta}$ peut être déterminé. Pour ce faire, il est nécessaire de déterminer les positions des chevilles et des hanches (symbolisées par les points C_1, C_2 et H référant à la figure 5.1 plus haut) à partir de la position et de l'orientation des pieds et du CdM du bipède données par les trajectoires cartésiennes :

$$C_{1x} = X_{p1} + l_1 \cos \phi_{p1} \quad (5.1)$$

$$C_{1y} = Y_{p1} + l_1 \sin \phi_{p1} \quad (5.2)$$

$$C_{2x} = X_{p2} + l_1 \cos \phi_{p2} \quad (5.3)$$

$$C_{2y} = Y_{p2} + l_1 \sin \phi_{p2} \quad (5.4)$$

$$H_x = X_{cm} - l_4 \sin \phi_{cm} \quad (5.5)$$

$$H_y = Y_{cm} - l_4 \cos \phi_{cm} \quad (5.6)$$

Si l'origine du système est définie par le bout du pied 1, les positions des hanches et de la cheville 2 peuvent être exprimées en coordonnées articulaires par les équations 5.7, 5.8, 5.10 et 5.11. Aussi, les orientations du tronc et du pied 2 peuvent être exprimées en coordonnées articulaires par les équations 5.9 et 5.12. Le système de six équations indépendantes non linéaires à six inconnues suivant est obtenu (rappelons que l'on cherche à déterminer les éléments du vecteur $\vec{\theta}$) :

$$H_x = C_{1x} + l_2 \cos(\phi_{p1} + \theta_1) + l_3 \cos(\phi_{p1} + \theta_1 + \theta_2) \quad (5.7)$$

$$H_y = C_{1y} + l_2 \sin(\phi_{p1} + \theta_1) + l_3 \sin(\phi_{p1} + \theta_1 + \theta_2) \quad (5.8)$$

$$\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} = \phi_{p1} + \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 \quad (5.9)$$

$$C_{2x} = H_x + l_3 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4\right) + l_2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4 + \theta_5\right) \quad (5.10)$$

$$C_{2y} = H_y + l_3 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4\right) + l_2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4 + \theta_5\right) \quad (5.11)$$

$$\phi_{p2} + \pi = \frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4 + \theta_5 + \theta_6 \quad (5.12)$$

Il s'agit maintenant de résoudre ce système. D'abord, les deux premières équations comportent seulement les deux mêmes inconnues soient θ_1 et θ_2 . Ce système de deux équations à deux inconnues peut être résolu en premier.

En posant les équations suivantes pour simplifier l'écriture :

$$\psi_1 = \phi_{p1} + \theta_1 \quad (5.13)$$

$$\psi_2 = \phi_{p1} + \theta_1 + \theta_2 \quad (5.14)$$

$$D_{x1} = H_x - C_{1x} \quad (5.15)$$

$$D_{y1} = H_y - C_{1y} \quad (5.16)$$

Le système d'équations suivant est obtenu à partir des équations 5.7 et 5.8 :

$$D_{x1} = l_2 \cos \psi_1 + l_3 \cos \psi_2 \quad (5.17)$$

$$D_{y1} = l_2 \sin \psi_1 + l_3 \sin \psi_2 \quad (5.18)$$

En isolant les termes en ψ_2 et en élevant au carré les deux membres des équations :

$$(D_{x1} - l_2 \cos \psi_1)^2 = (l_3 \cos \psi_2)^2 \quad (5.19)$$

$$(D_{y1} - l_2 \sin \psi_1)^2 = (l_3 \sin \psi_2)^2 \quad (5.20)$$

En additionnant les deux équations membre à membre, le terme en ψ_2 est éliminé et une équation du second degré en ψ_1 est obtenue :

$$D_{x1}^2 + D_{y1}^2 - 2D_{x1}l_2 \cos \psi_1 - 2D_{y1}l_2 \sin \psi_1 + l_2^2 - l_3^2 = 0 \quad (5.21)$$

La résolution de cette équation passe d'abord par la substitution trigonométrique suivante :

$$T_1 = \tan\left(\frac{\psi_1}{2}\right) \quad (5.22)$$

$$\cos(\psi_1) = \frac{1 - T_1^2}{1 + T_1^2} \quad (5.23)$$

$$\sin(\psi_1) = \frac{2T_1}{1 + T_1^2} \quad (5.24)$$

En posant les équations suivantes représentant les valeurs connues :

$$U_1 = -2D_{x1}l_2 \quad (5.25)$$

$$V_1 = -2D_{y1}l_2 \quad (5.26)$$

$$W_1 = D_{x1}^2 + D_{y1}^2 + l_2^2 - l_3^2 \quad (5.27)$$

L'équation du second degré suivante est obtenue où T_1 est l'unique inconnu :

$$(W_1 - U_1)T_1^2 + 2V_1T_1 + U_1 + W_1 = 0 \quad (5.28)$$

Deux solutions de T_1 existent, ce qui donne deux solutions de ψ_1 , donc deux solutions de θ_1 . Pour chacune de ces solutions il y a une solution de θ_2 correspondante. La paire de solutions où θ_2 est positif est choisie afin de respecter les caractéristiques articulaires du genou.

Une fois θ_1 et θ_2 déterminés, θ_3 est trouvé par la relation suivante tirée du système de six équations (5.9) :

$$\theta_3 = \frac{\pi}{2} - \phi_{cm} - \phi_{p1} - \theta_1 - \theta_2 \quad (5.29)$$

Pour déterminer θ_4 et θ_5 , une méthode similaire à celle utilisée pour déterminer θ_1 et θ_2 est utilisée. En posant :

$$\psi_4 = \frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4 \quad (5.30)$$

$$\psi_5 = \frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4 + \theta_5 \quad (5.31)$$

$$D_{x2} = C_{2x} - H_x \quad (5.32)$$

$$D_{y2} = C_{2y} - H_y \quad (5.33)$$

Le système d'équations simplifié suivant est obtenu à partir de 5.10 et 5.11 :

$$D_{x2} = l_3 \cos \psi_4 + l_2 \cos \psi_5 \quad (5.34)$$

$$D_{y2} = l_3 \sin \psi_4 + l_2 \sin \psi_5 \quad (5.35)$$

En isolant les termes en ψ_5 et en élevant au carré les deux membres des équations :

$$(D_{x2} - l_3 \cos \psi_4)^2 = (l_2 \cos \psi_5)^2 \quad (5.36)$$

$$(D_{y2} - l_3 \sin \psi_4)^2 = (l_2 \sin \psi_5)^2 \quad (5.37)$$

En additionnant les deux équations membre à membre, le terme en ψ_5 est éliminé et une équation du second degré en ψ_4 est obtenue :

$$D_{x2}^2 + D_{y2}^2 - 2D_{x2}l_3 \cos \psi_4 - 2D_{y2}l_3 \sin \psi_4 + l_3^2 - l_2^2 = 0 \quad (5.38)$$

Avec la substitution trigonométrique suivante :

$$T_2 = \tan\left(\frac{\psi_4}{2}\right) \quad (5.39)$$

$$\cos(\psi_4) = \frac{1 - T_2^2}{1 + T_2^2} \quad (5.40)$$

$$\sin(\psi_4) = \frac{2T_2}{1 + T_2^2} \quad (5.41)$$

et en posant :

$$U_2 = -2D_{x2}I_3 \quad (5.42)$$

$$V_2 = -2D_{y2}I_3 \quad (5.43)$$

$$W_2 = D_{x2}^2 + D_{y2}^2 + I_3^2 - I_2^2 \quad (5.44)$$

L'équation du second degré en T_2 suivante est obtenue :

$$(W_2 - U_2)T_2^2 + 2V_2T_2 + U_2 + W_2 = 0 \quad (5.45)$$

Deux solutions de T_2 existent ce qui donne deux solutions de ψ_4 , donc deux solutions de θ_4 . Pour chacune de ces solutions, la solution de θ_5 correspondante est trouvée. La paire de solutions où θ_5 est négatif est choisie dans ce cas.

Une fois θ_4 et θ_5 déterminés, θ_6 est trouvé par la relation suivante tirée du système de six équations (5.12) :

$$\theta_6 = \frac{\pi}{2} + \phi_{p2} + \phi_{cm} - \theta_4 - \theta_5 \quad (5.46)$$

Le PGI est maintenant résolu, c'est-à-dire que les coordonnées articulaires du robot sont connues pour chaque posture décrite par les coordonnées cartésiennes. Pour chaque point des trajectoires cartésiennes du bipède, les coordonnées articulaires équivalentes sont connues. Ces coordonnées articulaires permettront de déterminer une expression analytique des vitesses et accélérations articulaires.

5.2.4 Détermination des vitesses et accélérations articulaires

Dans cette section, les vitesses et accélérations articulaires sont déterminées analytiquement. Il s'agit en premier lieu de calculer les six vitesses cartésiennes des trois points C_1 , C_2 et H en dérivant par rapport au temps les expressions de leurs positions respectives (5.1 à 5.6). Sachant que les dérivées des trajectoires cartésiennes et les orientations des pieds et du tronc sont connues, les équations suivantes sont obtenues :

$$\dot{C}_{1x} = \dot{X}_{p1} - \dot{\phi}_{p1}(l_1 \sin \phi_{p1}) \quad (5.47)$$

$$\dot{C}_{1y} = \dot{Y}_{p1} + \dot{\phi}_{p1}(l_1 \cos \phi_{p1}) \quad (5.48)$$

$$\dot{C}_{2x} = \dot{X}_{p2} - \dot{\phi}_{p2}(l_1 \sin \phi_{p2}) \quad (5.49)$$

$$\dot{C}_{2y} = \dot{Y}_{p2} + \dot{\phi}_{p2}(l_1 \cos \phi_{p2}) \quad (5.50)$$

$$\dot{H}_x = \dot{X}_{cm} - \dot{\phi}_{cm}(l_4 \cos \phi_{cm}) \quad (5.51)$$

$$\dot{H}_y = \dot{Y}_{cm} + \dot{\phi}_{cm}(l_4 \sin \phi_{cm}) \quad (5.52)$$

En dérivant par rapport au temps les six équations de positionnement des trois points C_1 , C_2 et H exprimées en fonction des coordonnées articulaires (5.7 à 5.12), les expressions liant les vitesses articulaires aux vitesses cartésiennes sont obtenues. Ces expressions sont les suivantes :

$$\dot{H}_x - \dot{C}_{1x} = -(\dot{\phi}_{p1} + \dot{\theta}_1)l_2 \sin(\phi_{p1} + \theta_1) - (\dot{\phi}_{p1} + \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)l_3 \sin(\phi_{p1} + \theta_1 + \theta_2) \quad (5.53)$$

$$\dot{H}_y - \dot{C}_{1y} = (\dot{\phi}_{p1} + \dot{\theta}_1)l_2 \cos(\phi_{p1} + \theta_1) + (\dot{\phi}_{p1} + \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)l_3 \cos(\phi_{p1} + \theta_1 + \theta_2) \quad (5.54)$$

$$-\dot{\phi}_{cm} - \dot{\phi}_{p1} = \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \quad (5.55)$$

$$\dot{C}_{2x} - \dot{H}_x = -(-\dot{\phi}_{cm} + \dot{\theta}_4)l_3 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4\right) - (-\dot{\phi}_{cm} + \dot{\theta}_4 + \dot{\theta}_5)l_2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4 + \theta_5\right) \quad (5.56)$$

$$\dot{C}_{2y} - \dot{H}_y = (-\dot{\phi}_{cm} + \dot{\theta}_4)l_3 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4\right) + (-\dot{\phi}_{cm} + \dot{\theta}_4 + \dot{\theta}_5)l_2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4 + \theta_5\right) \quad (5.57)$$

$$\dot{\phi}_{p2} + \dot{\phi}_{cm} = \dot{\theta}_4 + \dot{\theta}_5 + \dot{\theta}_6 \quad (5.58)$$

Aussi, comme le PGI est résolu, seuls les éléments du vecteur $\ddot{\theta}$ sont inconnus dans les six équations précédentes. Pour résoudre ce système d'équations, une expression de la forme suivante est recherchée :

$$K\dot{\vec{i}} = J\dot{\vec{\theta}} \quad (5.59)$$

où

$$\begin{aligned} \dot{\vec{i}} &= [\dot{X}_{p1}, \dot{Y}_{p1}, \dot{\phi}_{p1}, \dot{X}_{p2}, \dot{Y}_{p2}, \dot{\phi}_{p2}, \dot{X}_{cm}, \dot{Y}_{cm}, \dot{\phi}_{cm}]^T \\ \dot{\vec{\theta}} &= [\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \dot{\theta}_4, \dot{\theta}_5, \dot{\theta}_6]^T \end{aligned}$$

Le vecteur $\dot{\vec{i}}$ représente le vecteur des vitesses cartésiennes connues imposées par la trajectoire et le vecteur $\dot{\vec{\theta}}$ représente les vitesses articulaires recherchées. Les matrices K et J font le lien entre les vitesses cartésiennes $\dot{\vec{i}}$ et articulaires $\dot{\vec{\theta}}$. De cette forme, il est possible d'obtenir le vecteur $\dot{\vec{\theta}}$ par la relation :

$$\dot{\vec{\theta}} = J^{-1}K\dot{\vec{i}} \quad (5.60)$$

Il est important de préciser que cette relation, ainsi que la relation 5.64, sont valides seulement si la matrice J n'est pas singulière. En réorganisant les équations 5.47 à 5.58, les matrices K et J, composées uniquement de valeurs connues, sont obtenues:

$$K = \begin{pmatrix} -1 & 0 & K_{13} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & K_{19} \\ 0 & -1 & K_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & K_{29} \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & K_{46} & -1 & 0 & K_{49} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & K_{56} & 0 & -1 & K_{59} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.61)$$

Avec :

$$\begin{aligned} K_{13} &= l_1 \sin(\phi_{p1}) + l_2 \sin(\phi_{p1} + \theta_1) + l_3 \sin(\phi_{p1} + \theta_1 + \theta_2) \\ K_{19} &= -l_4 \cos(\phi_{cm}) \\ K_{23} &= -l_1 \cos(\phi_{p1}) - l_2 \cos(\phi_{p1} + \theta_1) - l_3 \cos(\phi_{p1} + \theta_1 + \theta_2) \\ K_{29} &= l_4 \sin(\phi_{cm}) \\ K_{46} &= -l_1 \sin(\phi_{p2}) \\ K_{49} &= l_4 \cos(\phi_{cm}) - l_3 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4\right) - l_2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4 + \theta_5\right) \\ K_{56} &= l_1 \cos(\phi_{p2}) \\ K_{59} &= -l_4 \sin(\phi_{cm}) + l_3 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4\right) + l_2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4 + \theta_5\right) \end{aligned}$$

Et

$$J = \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ J_{21} & J_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{44} & J_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{54} & J_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.62)$$

Avec :

$$J_{11} = -l_2 \sin(\phi_{p1} + \theta_1) - l_3 \sin(\phi_{p1} + \theta_1 + \theta_2)$$

$$J_{12} = -l_3 \sin(\phi_{p1} + \theta_1 + \theta_2)$$

$$J_{21} = l_2 \cos(\phi_{p1} + \theta_1) + l_3 \cos(\phi_{p1} + \theta_1 + \theta_2)$$

$$J_{22} = l_3 \cos(\phi_{p1} + \theta_1 + \theta_2)$$

$$J_{44} = -l_3 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4\right) - l_2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4 + \theta_5\right)$$

$$J_{45} = -l_2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4 + \theta_5\right)$$

$$J_{54} = l_3 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4\right) + l_2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4 + \theta_5\right)$$

$$J_{55} = l_2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4 + \theta_5\right)$$

En résolvant l'équation 5.60, le vecteur des vitesses articulaires $\dot{\theta}$ est obtenu.

Les accélérations articulaires $\ddot{\theta}$ sont obtenues en dérivant l'équation 5.59 représentant les équations de vitesses.

$$\dot{K}\dot{t} + K\ddot{t} = J\dot{\theta} + J\ddot{\theta} \quad (5.63)$$

$$\ddot{\theta} = J^{-1}(\dot{K}\dot{t} + K\ddot{t} - J\dot{\theta}) \quad (5.64)$$

Où :

$$\dot{K} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dot{K}_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dot{K}_{19} \\ 0 & 0 & \dot{K}_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dot{K}_{29} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dot{K}_{46} & 0 & 0 & \dot{K}_{49} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dot{K}_{56} & 0 & 0 & \dot{K}_{59} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.65)$$

Avec :

$$\begin{aligned}
\dot{K}_{13} &= l_1 \dot{\phi}_{p1} \cos(\phi_{p1}) + l_2 (\dot{\phi}_{p1} + \dot{\theta}_1) \cos(\phi_{p1} + \theta_1) + l_3 (\dot{\phi}_{p1} + \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\phi_{p1} + \theta_1 + \theta_2) \\
\dot{K}_{23} &= l_1 \dot{\phi}_{p1} \sin(\phi_{p1}) + l_2 (\dot{\phi}_{p1} + \dot{\theta}_1) \sin(\phi_{p1} + \theta_1) + l_3 (\dot{\phi}_{p1} + \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\phi_{p1} + \theta_1 + \theta_2) \\
\dot{K}_{19} &= l_4 \dot{\phi}_{cm} \sin(\phi_{cm}) \\
\dot{K}_{29} &= l_4 \dot{\phi}_{cm} \cos(\phi_{cm}) \\
\dot{K}_{46} &= -l_1 \dot{\phi}_{p2} \cos(\phi_{p2}) \\
\dot{K}_{56} &= -l_1 \dot{\phi}_{p2} \sin(\phi_{p2}) \\
\dot{K}_{49} &= -l_4 \dot{\phi}_{cm} \sin(\phi_{cm}) - l_3 (-\dot{\phi}_{cm} + \dot{\theta}_4) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4\right) - l_2 (-\dot{\phi}_{cm} + \dot{\theta}_4 + \dot{\theta}_5) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4 + \theta_5\right) \\
\dot{K}_{59} &= -l_4 \dot{\phi}_{cm} \cos(\phi_{cm}) - l_3 (-\dot{\phi}_{cm} + \dot{\theta}_4) \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4\right) - l_2 (-\dot{\phi}_{cm} + \dot{\theta}_4 + \dot{\theta}_5) \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4 + \theta_5\right)
\end{aligned}$$

et où

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ J_{21} & J_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{44} & J_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{54} & J_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.66)$$

Avec :

$$\begin{aligned}
J_{11} &= -l_2 (\dot{\phi}_{p1} + \dot{\theta}_1) \cos(\phi_{p1} + \theta_1) - l_3 (\dot{\phi}_{p1} + \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\phi_{p1} + \theta_1 + \theta_2) \\
J_{12} &= -l_3 (\dot{\phi}_{p1} + \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\phi_{p1} + \theta_1 + \theta_2) \\
J_{21} &= -l_2 (\dot{\phi}_{p1} + \dot{\theta}_1) \sin(\phi_{p1} + \theta_1) - l_3 (\dot{\phi}_{p1} + \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\phi_{p1} + \theta_1 + \theta_2) \\
J_{22} &= -l_3 (\dot{\phi}_{p1} + \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\phi_{p1} + \theta_1 + \theta_2) \\
J_{44} &= -l_3 (-\dot{\phi}_{cm} + \dot{\theta}_4) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4\right) - l_2 (-\dot{\phi}_{cm} + \dot{\theta}_4 + \dot{\theta}_5) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4 + \theta_5\right) \\
J_{54} &= -l_3 (-\dot{\phi}_{cm} + \dot{\theta}_4) \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4\right) - l_2 (-\dot{\phi}_{cm} + \dot{\theta}_4 + \dot{\theta}_5) \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4 + \theta_5\right) \\
J_{45} &= -l_2 (-\dot{\phi}_{cm} + \dot{\theta}_4 + \dot{\theta}_5) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4 + \theta_5\right) \\
J_{55} &= -l_2 (-\dot{\phi}_{cm} + \dot{\theta}_4 + \dot{\theta}_5) \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{cm} + \theta_4 + \theta_5\right)
\end{aligned}$$

Ainsi, pour une trajectoire cartésienne donnée $(P_1, P_2, CM, \dot{P}_1, \dot{P}_2, \dot{CM}, \ddot{P}_1, \ddot{P}_2, \ddot{CM})$, la trajectoire articulaire correspondante $\bar{\theta}, \dot{\bar{\theta}}, \ddot{\bar{\theta}}$ est entièrement connue. Ces données permettront de déterminer la cinématique et la dynamique de chaque membre du bipède.

5.2.5 Convention de description de chaînes cinématiques

Avant de déterminer les vitesses et accélérations de chaque membre du bipède, nous allons définir une convention pour la description de ses chaînes cinématiques. La convention définie est une adaptation de la notation de Hartenberg-Denavit ([4] [5]) et permettra de décrire de façon systématique la position et l'orientation relative des membres et des articulations du bipède en fonction des coordonnées articulaires. Pour définir cette convention, on choisira le bipède en phase de simple support avec le pied 1 comme support. Cependant, la convention définie sera applicable pour toutes les phases du cycle de marche du bipède. Aussi, bien que le modèle de bipède présenté dans ce travail soit plan, la convention sera définie en trois dimensions pour faciliter l'écriture des équations cinématiques et dynamiques. Voici la convention utilisée qui est illustrée à la figure 5.2 :

En premier lieu, les sept membres du bipède sont numérotés. La numérotation est faite de 0 à 6 à partir du pied 1 (corps 0), en passant par le tronc (corps 3), jusqu'au pied 2 (corps 6). Ensuite, un repère de référence est défini fixe par rapport aux mouvements du bipède. Ce repère est appelé repère 0 (X_0, Y_0, Z_0) et est positionné au bout du pied support (pied 1). Pour décrire les mouvements relatifs des corps entre eux, le mouvement de chaque corps doit être exprimé relativement au mouvement du corps le précédant. Pour ce faire, des repères cartésiens (X_i, Y_i, Z_i) sont attribués à chacun des membres du bipède : le repère i est placé sur l'articulation liant le corps i au corps le précédant ($i-1$) et est fixé sur le corps $i-1$. De cette façon, le mouvement du corps i relatif au corps $i-1$ peut être exprimé dans le repère i car ce repère, étant fixé au corps $i-1$, demeure fixe par rapport au corps i en mouvement. Pour ce qui est de l'orientation des repères, les axes perpendiculaires au plan du bipède (Z_i) sont choisis sortants de la feuille pour tous les repères. Ensuite, les axes X_i sont définis dans la direction liant l'origine du repère $i-1$ au repère i . De cette façon, les angles entre X_i et X_{i+1} correspondent aux coordonnées articulaires θ_i . Enfin, la direction des axes Y_i est déterminée de manière implicite. La figure 5.2 présente la position et l'orientation de ces repères en rouge.

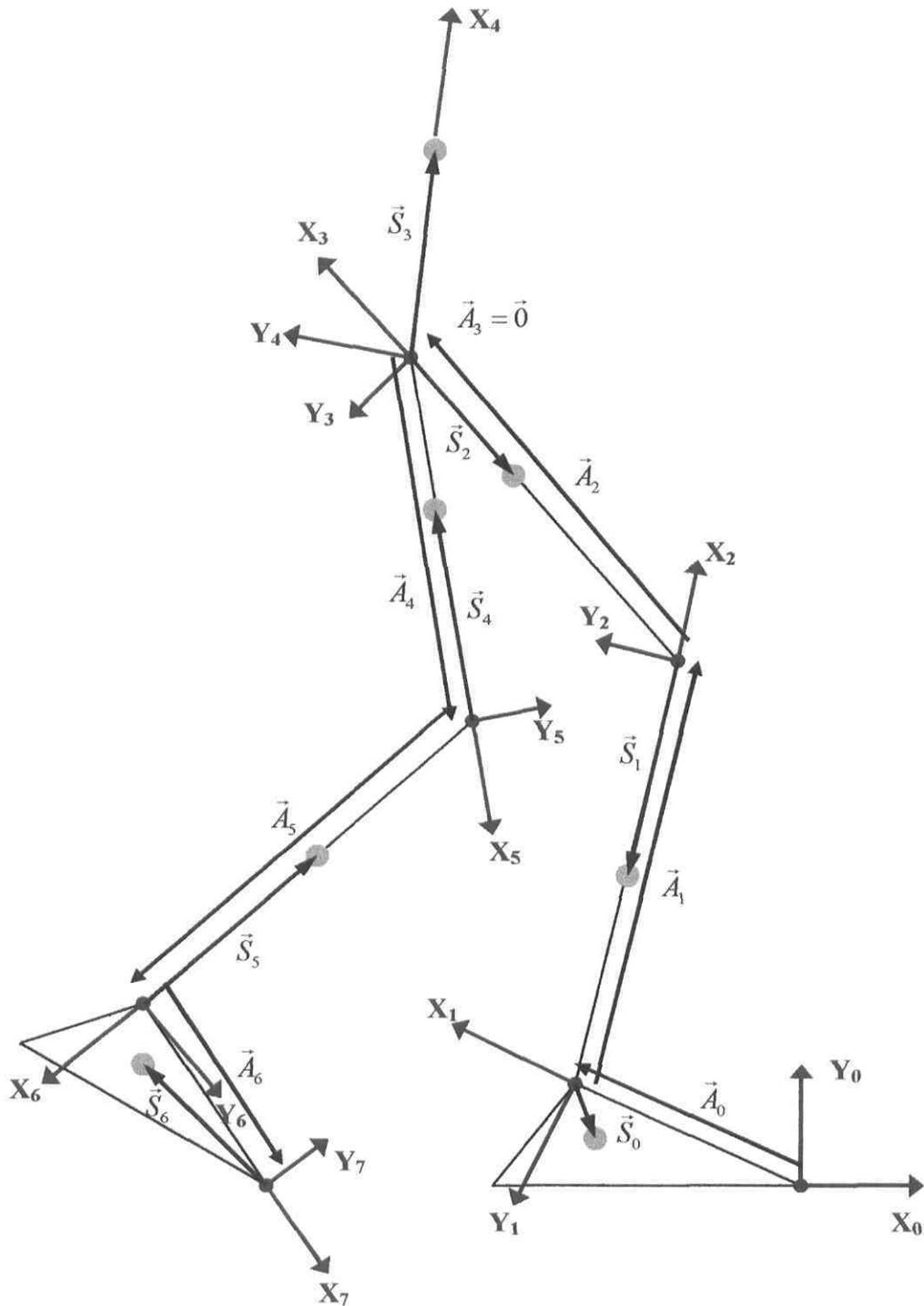


Figure 5.2 : Architecture du robot selon la convention définie : en rouge, les repères correspondant à chacun des membres; en bleu foncé, les vecteurs \vec{A}_i liant l'origine des repères consécutifs (décalés sur la figure pour améliorer la visibilité); en vert, les centres de masses de chacun des membres et en bleu, les vecteurs \vec{S}_i positionnant les CdM.

Grâce aux repères précédemment définis, il est possible de décrire systématiquement les mouvements relatifs de chaque membre du bipède en fonction des coordonnées articulaires. Pour ce faire, sept matrices de rotation Q_i exprimées dans le repère i et allant du repère i au repère $i+1$ sont définis en fonction des coordonnées articulaires :

$$Q_i = \begin{pmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.67)$$

Aussi, sept vecteurs \vec{A}_i exprimés dans le repère i (en bleu foncé sur la figure 5.2) sont définis reliant l'origine du repère i à celle du repère $i+1$ en fonction des coordonnées articulaires :

$$\vec{A}_i = \begin{pmatrix} a_i \cos\theta_i \\ a_i \sin\theta_i \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.68)$$

Le paramètre a_i de l'équation 5.68 correspond à la distance entre l'origine des deux repères. Aussi, le vecteur \vec{A}_3 est nul en raison de l'origine commune des repères 3 et 4. L'utilisation des vecteurs \vec{A}_i et des matrices Q_i permet d'exprimer la position de chaque repère dans n'importe quel repère.

Comme l'objectif est de déterminer la cinématique de chaque membre à son CdM en fonction des coordonnées articulaires, la position de chaque CdM doit être exprimée de façon cohérente à la convention ci-dessus. Pour ce faire, des vecteurs \vec{S}_i sont définis (en bleu sur la figure 5.2) allant de l'origine des repères $i+1$ aux CdM des corps i . Ainsi, la position du CdM du corps i relativement à l'origine du repère i correspond la somme des vecteurs $\vec{A}_i + \vec{S}_i$ où \vec{A}_i représente le vecteur reliant l'origine du repère i à celle du repère $i+1$ et \vec{S}_i le vecteur reliant l'origine du repère $i+1$ au CdM du corps i . Pour additionner ces deux vecteurs, ils doivent être exprimés dans le même repère. Comme il a été mentionné

précédemment, le vecteur \vec{A}_i est défini dans le repère i . Pour le vecteur \vec{S}_i , il est plus facile de le définir dans le repère $i+1$ car il positionne un point fixe sur le membre i . De cette manière, le vecteur sera constant et indépendant de la configuration du robot. La notation \vec{s}_i avec une minuscule est donc utilisée pour désigner la position du CdM dans le repère $i+1$ et \vec{S}_i avec une majuscule pour désigner la position du CdM dans le repère i . Ainsi, il est nécessaire d'exprimer le vecteur constant \vec{s}_i dans le repère i pour l'additionner au vecteur \vec{A}_i . Pour ce faire, on utilise les matrices de rotation Q_i :

$$[\vec{S}_i]_i = Q_i[\vec{s}_i]_{i+1} \quad (5.69)$$

Cette convention permet de facilement exprimer la position du CdM d'un membre dans n'importe quel repère en fonction des coordonnées articulaires du robot. Par exemple, pour exprimer la position du CdM du quatrième membre dans le repère de référence, il suffit d'additionner, à partir de la référence, les vecteurs A_i de chaque membre précédant le quatrième ainsi que le vecteur \vec{S}_4 en s'assurant de les exprimer respectivement dans le repère de référence avec les matrices de rotations Q_i . Ainsi, la position du CdM du corps 4 exprimée dans le repère 0 serait :

$$[\vec{c}_4]_0 = \vec{A}_0 + Q_0\vec{A}_1 + Q_0Q_1\vec{A}_2 + Q_0Q_1Q_2\vec{A}_3 + Q_0Q_1Q_2Q_3(\vec{A}_4 + \vec{S}_4)$$

5.2.6 Application de la convention aux calculs cinématiques

En ce qui concerne la cinématique, le fait de connaître l'emplacement exact du CdM d'un membre en fonction des coordonnées articulaires nous permet de déterminer les vitesses et les accélérations mises en jeu dans la marche du robot par les équations classiques de la cinématique.

Les vitesses, les accélérations, les vitesses angulaires ainsi que les accélérations angulaires des CdM des membres se calculent respectivement par les relations suivantes appliquées à chacun des segments :

$$\vec{\omega}_i = \vec{\omega}_{i-1} + \dot{\theta}_i \vec{e}_i \quad (5.70)$$

$$\dot{\vec{c}}_i = \dot{\vec{c}}_{i-1} + \vec{\omega}_i \times (\vec{A}_i + \vec{S}_i) - \vec{\omega}_{i-1} \times \vec{S}_{i-1} \quad (5.71)$$

$$\dot{\vec{\omega}}_i = \dot{\vec{\omega}}_{i-1} + \ddot{\theta}_i \vec{e}_i + \dot{\theta}_i \vec{\omega}_{i-1} \times \vec{e}_i \quad (5.72)$$

$$\ddot{\vec{c}}_i = \ddot{\vec{c}}_{i-1} + \dot{\vec{\omega}}_i \times (\vec{A}_i + \vec{S}_i) + \vec{\omega}_i \times [\vec{\omega}_i \times (\vec{A}_i + \vec{S}_i)] - \dot{\vec{\omega}}_{i-1} \times \vec{S}_{i-1} - \vec{\omega}_{i-1} \times (\vec{\omega}_{i-1} \times \vec{S}_{i-1}) \quad (5.73)$$

Où :

$\vec{\omega}_i$ est la vitesse angulaire du membre i

$\dot{\vec{c}}_i$ est la vitesse du CdM du membre i

$\dot{\vec{\omega}}_i$ est l'accélération angulaire du membre i

$\ddot{\vec{c}}_i$ est l'accélération du CdM du membre i

$\vec{e}_i = [0 \ 0 \ 1]^T$ peu importe le repère (car le bipède est plan)

Évidemment, chacune des relations décrites ci-dessus doit être utilisée dans un repère de travail donné et les matrices de rotation Q_i doivent être utilisées pour effectuer les changements de repère appropriés. Comme le repère $i+1$ est fixe par rapport au corps i , les calculs sont effectués dans le repère $i+1$. Ainsi, les vitesses et accélérations $\vec{\omega}_i, \dot{\vec{c}}_i, \dot{\vec{\omega}}_i, \ddot{\vec{c}}_i$ seront exprimées dans le repère $i+1$ comme suit :

$$\vec{\omega}_i = Q_i^T \vec{\omega}_{i-1} + \dot{\theta}_i \vec{e}_i \quad (5.74)$$

$$\dot{\vec{c}}_i = Q_i^T \dot{\vec{c}}_{i-1} + \vec{\omega}_i \times Q_i^T (\vec{A}_i + \vec{S}_i) - Q_i^T (\vec{\omega}_{i-1} \times Q_{i-1}^T \vec{S}_{i-1}) \quad (5.75)$$

$$\dot{\vec{\omega}}_i = Q_i^T \dot{\vec{\omega}}_{i-1} + \ddot{\theta}_i \vec{e}_i + \dot{\theta}_i (Q_i^T \vec{\omega}_{i-1}) \times \vec{e}_i \quad (5.76)$$

$$\ddot{\vec{c}}_i = Q_i^T \ddot{\vec{c}}_{i-1} + \dot{\vec{\omega}}_i \times Q_i^T (\vec{A}_i + \vec{S}_i) + \vec{\omega}_i \times [\vec{\omega}_i \times Q_i^T (\vec{A}_i + \vec{S}_i)] - Q_i^T (\dot{\vec{\omega}}_{i-1} \times Q_{i-1}^T \vec{S}_{i-1}) - Q_i^T (\vec{\omega}_{i-1} \times (\vec{\omega}_{i-1} \times Q_{i-1}^T \vec{S}_{i-1})) \quad (5.77)$$

Pour effectuer ces calculs sur le membre 0 (le premier pied), il est à noter les valeurs représentées par les symboles $\theta_0, \dot{\theta}_0, \ddot{\theta}_0$ correspondent en fait à $\phi_{p1}, \dot{\phi}_{p1}, \ddot{\phi}_{p1}$. Aussi, il est nécessaire de définir les vitesses et les accélérations du membre précédant le corps 0 dans

le repère 0. Évidemment, ce membre n'existe pas et son mouvement correspond aux vitesses et accélérations absolues du repère 0. Ainsi, en rotation, le repère 0 est complètement fixe et les axes X et Y pointent toujours dans la même direction. Cependant, en translation, les vitesses et accélérations de ce repère correspondent aux vitesses et accélérations du bout du pied, définies par la trajectoire cartésiennes. Ainsi, le mouvement du repère de référence correspondant aux valeurs de $\vec{\omega}_{i-1}$, \vec{c}_{i-1} , $\vec{\omega}_{i-1}$ et \vec{c}_{i-1} lorsque $i=0$ est décrit comme suit :

$$\vec{\omega}_{ref} = [0 \ 0 \ 0]$$

$$\dot{\vec{\omega}}_{ref} = [0 \ 0 \ 0]$$

$$\dot{\vec{c}}_{ref} = [\dot{X}_{P1} \ \dot{Y}_{P1} \ 0]$$

$$\ddot{\vec{c}}_{ref} = [\ddot{X}_{P1} \ \ddot{Y}_{P1} - g \ 0]$$

Dans ces dernières équations, une accélération de $-g$ représentant l'accélération gravitationnelle est appliquée au repère de référence du robot. Cette accélération sert à inclure les effets du poids des différents membres sans les faire apparaître directement dans chacune des équations dynamiques. La complexité des calculs est ainsi réduite et l'effet dynamique est le même.

5.3 Détermination des forces et des couples sur chaque membre

Comme les vitesses et accélérations des CdM des membres $\dot{\vec{c}}, \ddot{\vec{c}}, \vec{\omega}, \dot{\vec{\omega}}$ sont connues, les calculs dynamiques proprement dits peuvent être faits en utilisant la formulation de Newton-Euler. La figure 5.4 de la page suivante présente le bipède avec les efforts recherchés en rouge. Afin de les déterminer, il faut appliquer les équations d'équilibre dynamique des forces et des moments sur chacun des membres du robot :

$$\sum \vec{F}_i = m_i \ddot{\vec{c}}_i \quad (5.78)$$

$$\sum \vec{M}_i = I_i \dot{\vec{\omega}}_i + \vec{\omega}_i \times I_i \vec{\omega}_i \quad (5.79)$$

Ce système vectoriel tridimensionnel engendre 6 équations scalaires. Cependant, comme le bipède étudié est plan, seules 3 équations scalaires pourront être extraites du système d'équations soit celles correspondantes aux forces en X, aux forces en Y et aux moments en Z. Comme le robot comporte sept membres numérotés de $i=0 \dots 6$, un système de vingt et une équations devra donc être résolu. Aussi, dans sa forme actuelle, le système comporte 24 inconnues scalaires (f_{ix}, f_{iy}, n_{iz}) soit trois inconnues pour les efforts internes des six articulations et trois inconnues supplémentaires par pied pour les réactions externes. Un tel système est dit sous-déterminé car il y a plus d'inconnue que d'équation. Afin de résoudre le système, nous l'écrivons sous la forme matricielle suivante :

$$L\vec{F} = \vec{R} \quad (5.80)$$

Où la matrice $L_{21 \times 24}$ représente les coefficients des 21 équations scalaires des sommations de forces et de moments, le vecteur $\vec{F}_{24 \times 1}$ représente les 24 forces et moments inconnus et le vecteur $\vec{R}_{21 \times 1}$ représente les termes inertiels connus. Le développement explicite menant aux 21 équations scalaires par la formulation de Newton-Euler est présenté à l'annexe B.

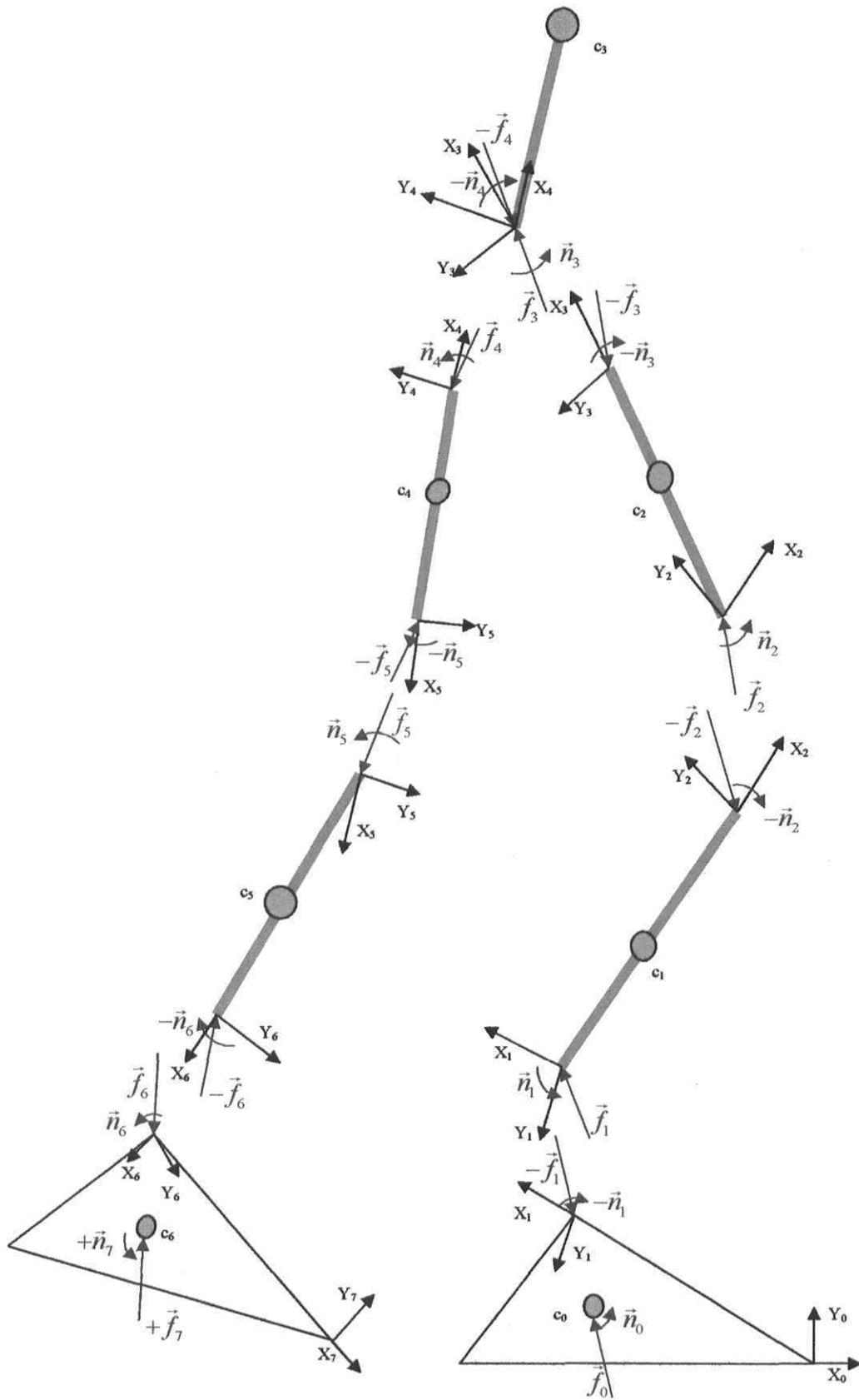


Figure 5.4 : Représentation des efforts sur le bipède

En se rappelant que :

$$S_i = \begin{bmatrix} S_{ix} \\ S_{iy} \\ 0 \end{bmatrix}, A_i = \begin{bmatrix} A_{ix} \\ A_{iy} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_i \cos(\theta_i) \\ a_i \sin(\theta_i) \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$Q_i = \begin{bmatrix} q_{i1} & q_{i2} & 0 \\ q_{i21} & q_{i22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

On exprime le système matriciel représentant la dynamique du bipède par :

$$L\vec{F} = \vec{R}$$

Où :

$$L_{21 \times 24} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{22} & L_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{33} & L_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{44} & L_{45} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_{55} & L_{56} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{66} & L_{67} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{77} & L_{78} \end{bmatrix} \quad (5.81)$$

Avec 0 représentant une matrice nulle de dimension 3x3 et avec :

$$L_{11} = \begin{bmatrix} q_{011} & q_{021} & 0 \\ q_{012} & q_{022} & 0 \\ B_0 & C_0 & 1 \end{bmatrix}, L_{12} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ D_0 & E_0 & -1 \end{bmatrix}, L_{22} = \begin{bmatrix} q_{111} & q_{121} & 0 \\ q_{112} & q_{122} & 0 \\ B_1 & C_1 & 1 \end{bmatrix}, L_{23} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ D_1 & E_1 & -1 \end{bmatrix},$$

$$L_{33} = \begin{bmatrix} q_{211} & q_{221} & 0 \\ q_{212} & q_{222} & 0 \\ B_2 & C_2 & 1 \end{bmatrix}, L_{34} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ D_2 & E_2 & -1 \end{bmatrix}, L_{44} = \begin{bmatrix} q_{311} & q_{321} & 0 \\ q_{312} & q_{322} & 0 \\ B_3 & C_3 & 1 \end{bmatrix}, L_{45} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ D_3 & E_3 & -1 \end{bmatrix},$$

$$L_{55} = \begin{bmatrix} q_{411} & q_{421} & 0 \\ q_{412} & q_{422} & 0 \\ B_4 & C_4 & 1 \end{bmatrix}, L_{56} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ D_4 & E_4 & -1 \end{bmatrix}, L_{66} = \begin{bmatrix} q_{511} & q_{521} & 0 \\ q_{512} & q_{522} & 0 \\ B_5 & C_5 & 1 \end{bmatrix}, L_{67} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ D_5 & E_5 & -1 \end{bmatrix},$$

$$L_{77} = \begin{bmatrix} q_{611} & q_{621} & 0 \\ q_{612} & q_{622} & 0 \\ B_6 & C_6 & 1 \end{bmatrix}, L_{78} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ D_6 & E_6 & 1 \end{bmatrix}$$

Et où :

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} f_{0x} \\ f_{0y} \\ n_0 \\ f_{1x} \\ f_{1y} \\ n_1 \\ f_{2x} \\ f_{2y} \\ n_2 \\ f_{3x} \\ f_{3y} \\ n_3 \\ f_{4x} \\ f_{4y} \\ n_4 \\ f_{5x} \\ f_{5y} \\ n_5 \\ f_{6x} \\ f_{6y} \\ n_6 \\ f_{7x} \\ f_{7y} \\ n_7 \end{bmatrix}, \quad \vec{R} = \begin{bmatrix} m_0 \ddot{c}_{0x} \\ m_0 \ddot{c}_{0y} \\ I_{0zz} \dot{\omega}_{0z} \\ m_1 \ddot{c}_{1x} \\ m_1 \ddot{c}_{1y} \\ I_{1zz} \dot{\omega}_{1z} \\ m_2 \ddot{c}_{2x} \\ m_2 \ddot{c}_{2y} \\ I_{2zz} \dot{\omega}_{2z} \\ m_3 \ddot{c}_{3x} \\ m_3 \ddot{c}_{3y} \\ I_{3zz} \dot{\omega}_{3z} \\ m_4 \ddot{c}_{4x} \\ m_4 \ddot{c}_{4y} \\ I_{4zz} \dot{\omega}_{4z} \\ m_5 \ddot{c}_{5x} \\ m_5 \ddot{c}_{5y} \\ I_{5zz} \dot{\omega}_{5z} \\ m_6 \ddot{c}_{6x} \\ m_6 \ddot{c}_{6y} \\ I_{6zz} \dot{\omega}_{6z} \end{bmatrix}$$

Les valeurs représentées par les symboles B_i, C_i, D_i, E_i dans la matrice L sont :

$$B_0 = 0,$$

$$C_0 = 0,$$

$$D_0 = -[q_{0,21} S_{0x} + q_{0,22} S_{0y}],$$

$$E_0 = [q_{0,11} S_{0x} + q_{0,21} S_{0y}],$$

$$B_1 = -\left[q_{1_{12}}(q_{1_{11}}(A_{1x} + S_{1x}) + (q_{1_{21}}(A_{1y} + S_{1y}))) - q_{1_{11}}(q_{1_{12}}(A_{1x} + S_{1x}) + (q_{1_{22}}(A_{1y} + S_{1y}))) \right],$$

$$C_1 = -\left[q_{1_{22}}(q_{1_{11}}(A_{1x} + S_{1x}) + (q_{1_{21}}(A_{1y} + S_{1y}))) - q_{1_{21}}(q_{1_{12}}(A_{1x} + S_{1x}) + (q_{1_{22}}(A_{1y} + S_{1y}))) \right],$$

$$D_1 = -\left[q_{1_{21}}S_{1x} + q_{1_{22}}S_{1y} \right],$$

$$E_1 = \left[q_{1_{11}}S_{1x} + q_{1_{21}}S_{1y} \right],$$

$$B_2 = -\left[q_{2_{12}}(q_{2_{11}}(A_{2x} + S_{2x}) + (q_{2_{21}}(A_{2y} + S_{2y}))) - q_{2_{11}}(q_{2_{12}}(A_{2x} + S_{2x}) + (q_{2_{22}}(A_{2y} + S_{2y}))) \right],$$

$$C_2 = -\left[q_{2_{22}}(q_{2_{11}}(A_{2x} + S_{2x}) + (q_{2_{21}}(A_{2y} + S_{2y}))) - q_{2_{21}}(q_{2_{12}}(A_{2x} + S_{2x}) + (q_{2_{22}}(A_{2y} + S_{2y}))) \right],$$

$$D_2 = -\left[q_{2_{21}}S_{2x} + q_{2_{22}}S_{2y} \right],$$

$$E_2 = \left[q_{2_{11}}S_{2x} + q_{2_{21}}S_{2y} \right],$$

$$B_3 = -\left[q_{3_{12}}(q_{3_{11}}S_{3x} + q_{3_{21}}S_{3y}) - q_{3_{11}}(q_{3_{12}}S_{3x} + q_{3_{22}}S_{3y}) \right],$$

$$C_3 = -\left[q_{3_{22}}(q_{3_{11}}S_{3x} + q_{3_{21}}S_{3y}) - q_{3_{21}}(q_{3_{12}}S_{3x} + q_{3_{22}}S_{3y}) \right],$$

$$D_3 = -\left[q_{3_{21}}S_{3x} + q_{3_{22}}S_{3y} \right],$$

$$E_3 = \left[q_{3_{11}}S_{3x} + q_{3_{21}}S_{3y} \right],$$

$$B_4 = -\left[q_{4_{12}}(q_{4_{11}}(A_{4x} + S_{4x}) + (q_{4_{21}}(A_{4y} + S_{4y}))) - q_{4_{11}}(q_{4_{12}}(A_{4x} + S_{4x}) + (q_{4_{22}}(A_{4y} + S_{4y}))) \right],$$

$$C_4 = -\left[q_{4_{22}}(q_{4_{11}}(A_{4x} + S_{4x}) + (q_{4_{21}}(A_{4y} + S_{4y}))) - q_{4_{21}}(q_{4_{12}}(A_{4x} + S_{4x}) + (q_{4_{22}}(A_{4y} + S_{4y}))) \right],$$

$$D_4 = -\left[q_{4_{21}}S_{4x} + q_{4_{22}}S_{4y} \right],$$

$$E_4 = \left[q_{4_{11}}S_{4x} + q_{4_{21}}S_{4y} \right],$$

$$B_5 = -\left[q_{5_{12}}(q_{5_{11}}(A_{5x} + S_{5x}) + (q_{5_{21}}(A_{5y} + S_{5y}))) - q_{5_{11}}(q_{5_{12}}(A_{5x} + S_{5x}) + (q_{5_{22}}(A_{5y} + S_{5y}))) \right],$$

$$C_5 = -\left[q_{5_{22}}(q_{5_{11}}(A_{5x} + S_{5x}) + (q_{5_{21}}(A_{5y} + S_{5y}))) - q_{5_{21}}(q_{5_{12}}(A_{5x} + S_{5x}) + (q_{5_{22}}(A_{5y} + S_{5y}))) \right],$$

$$D_5 = -\left[q_{5_{21}}S_{5x} + q_{5_{22}}S_{5y} \right],$$

$$E_5 = \left[q_{5_{11}}S_{5x} + q_{5_{21}}S_{5y} \right],$$

$$B_6 = -\left[q_{6_{12}}(q_{6_{11}}(A_{6x} + S_{6x}) + (q_{6_{21}}(A_{6y} + S_{6y}))) - q_{6_{11}}(q_{6_{12}}(A_{6x} + S_{6x}) + (q_{6_{22}}(A_{6y} + S_{6y}))) \right],$$

$$C_6 = -\left[q_{6_{22}}(q_{6_{11}}(A_{6x} + S_{6x}) + (q_{6_{21}}(A_{6y} + S_{6y}))) - q_{6_{21}}(q_{6_{12}}(A_{6x} + S_{6x}) + (q_{6_{22}}(A_{6y} + S_{6y}))) \right],$$

$$D_6 = 0, E_6 = 0$$

La solution de ce système sous-déterminé différera selon la phase du cycle de marche car les forces exercées sur le pied libre sont différentes en simple et en double support.

5.3.1 Résolution en simple support

En simple support, le pied 2 est dans les airs et aucune force extérieure ne lui est appliquée. Ainsi, les forces $f_{\gamma_x}, f_{\gamma_z}$ et le couple n_γ représentant les efforts externes appliqués au pied sont nuls. Cette situation permet de diminuer le vecteur \vec{F} à 21 composantes et la matrice L à une matrice carrée 21 x 21 (les trois dernières colonnes sont supprimées car elles sont multipliées par 0 dans le vecteur \vec{F}). Le système à résoudre est donc considérablement simplifié et sa résolution se résume à effectuer l'opération suivante :

$$\vec{F} = L^{-1} \vec{R} \quad (5.82)$$

Où L est maintenant une matrice carrée de dimension 21 x 21 qui ne doit pas être singulière pour que la relation soit valide.

5.3.2 Résolution en double support

Pour la résolution en double support, il est impossible de simplifier le système d'équations car les 24 inconnus sont présents. Ainsi, la matrice L demeure rectangulaire et l'équation suivante est à résoudre :

$$\vec{F} = L^I \vec{R} \quad (5.83)$$

Le système étant sous-déterminé, une infinité de solutions existent. Cette propriété permet en quelque sorte de choisir la solution du système à l'aide de critères. Une des solutions existantes, appelée solution à norme minimale, consiste à minimiser la norme du vecteur solution \vec{F} . Pour l'obtenir, la matrice L^I suivante est utilisée pour résoudre le système [5]:

$$L^I = L^T (LL^T)^{-1} \quad (5.84)$$

La solution obtenue sera celle où la norme du vecteur \vec{F} est minimale. Cependant, comme le vecteur \vec{F} contient des forces et des couples, minimiser la norme de ce vecteur n'a pas vraiment de sens physique et cette solution n'est pas nécessairement la solution désirée. Pour en obtenir d'autres, il est possible de déterminer une solution générale pour un système sous-déterminé. En ajoutant au vecteur solution un vecteur quelconque contenu dans le noyau de la matrice L , un nouveau vecteur solution qui satisfera le système est créé. Le vecteur ajouté étant quelconque, il est possible de représenter l'ensemble des solutions du système sous la forme suivante [5]:

$$\vec{F} = L^I \vec{R} + (1 - L^I L) \vec{z} \quad (5.85)$$

Où L^I est défini par la solution à norme minimale (équation 5.84) et \vec{z} est un vecteur réel quelconque. Cette solution générale permet de générer une infinité de solutions en variant les valeurs du vecteur \vec{z} .

Pour la validation du programme de simulation au chapitre six et pour la simulation préliminaire au chapitre sept, la solution à norme minimale est conservée, c'est-à-dire que \vec{z} est nul. L'ajustement à l'aide du vecteur \vec{z} sera fait sur la simulation finale au chapitre huit.

Chapitre 6

Programmation et validation des calculs

Ce chapitre a pour but de présenter le fonctionnement du programme de calculs dynamiques ainsi que la validation des calculs faits par ce programme.

6.1 Programmation

6.1.1 Fonctionnement du programme de calculs dynamiques

Le programme vise à calculer les forces résultantes et les couples nécessaires aux articulations d'un bipède plan afin de lui faire suivre une trajectoire de marche prédéterminée. Il est important de mentionner que le programme n'a pas pour but d'être utilisable en temps réel. L'objectif est d'obtenir, après une simulation de marche complète, une vue d'ensemble des efforts engendrés sur la totalité d'une trajectoire de marche. Ainsi, une simulation est faite pour un robot donné effectuant une trajectoire donnée pour une distance ou un temps donné et il n'est pas possible de varier ces paramètres pendant une simulation. Pour fonctionner, les paramètres du robot doivent d'abord être établis, une trajectoire de marche doit être générée et les calculs cinématiques et dynamiques présentés au chapitre cinq doivent être effectués sur l'ensemble de la trajectoire. La figure 6.1 présente l'algorithme du programme de calculs.

D'abord, l'utilisateur doit fournir les informations sur le robot, soit ses paramètres géométriques (longueurs des membres et géométrie du pied) et ses paramètres inertiels (masses, matrices d'inerties et position des centres de masse). Aussi, les informations temporelles sur la simulation comme la vitesse de marche et le nombre de pas à effectuer doivent être fournies par l'utilisateur. Une fois ces paramètres établis, la trajectoire de marche totale est générée à partir de la vitesse de marche et du nombre de pas à faire (la façon dont sont générées les trajectoires est exposée au chapitre sept). Les données précédentes ainsi que les trajectoires générées sont fixes pour l'ensemble de la simulation. Les trajectoires générées sont discrètes et enregistrées dans des vecteurs. La génération

d'une trajectoire de marche définit aussi le nombre de points utilisés pour la simulation. Il est important de noter que les trajectoires sont fonction du temps et qu'un point de la trajectoire signifie un instant donné pendant la trajectoire. Plusieurs coordonnées sont nécessaires pour définir la situation du robot en un point de la trajectoire. Aussi, la discrétisation est faite avec un intervalle de temps constant défini lors de la génération de la trajectoire. Une fois la trajectoire de marche générée, les neuf positions et orientations des trois éléments de référence (les deux pieds et le CdM du bipède) ainsi que leurs vitesses et accélérations sont connues en coordonnée cartésienne pour l'ensemble de la simulation. Ensuite, pour calculer les efforts permettant d'effectuer cette trajectoire, les calculs présentés au chapitre cinq doivent être effectués en boucle sur chaque point de la trajectoire. Voici le fonctionnement détaillé de la boucle de calculs sur un point quelconque de la trajectoire :

- D'abord, la phase du cycle de marche où se trouve le point est déterminée à partir des données ayant servi à la génération de la trajectoire (voir chapitre sept). Connaître la phase du cycle de marche est nécessaire lors des calculs dynamiques, car il existe deux algorithmes différents selon la phase.
- Ensuite, le PGI est calculé à partir des données de position de la trajectoire cartésienne. La posture du robot est ainsi définie en coordonnée articulaire pour ce point de la trajectoire.
- Les vitesses et accélérations articulaires sont ensuite calculées pour ce point de la trajectoire.
- Par la suite, la posture du robot est représentée avec la convention définie au chapitre cinq et les vitesses et accélérations des CdM de chaque membre peuvent être systématiquement calculées.
- Enfin, une fois que les vitesses et accélérations des CdM sont connues, il est possible d'appliquer la formulation de Newton-Euler pour déterminer les forces et les couples agissants sur chaque membre.

Tous ces calculs sont effectués sur chaque point de la trajectoire en boucle. Une fois que cette boucle de calculs est effectuée sur l'ensemble de la trajectoire, les résultats peuvent

être affichés et la simulation est terminée. Des précisions supplémentaires sont présentées à l'annexe C quant à l'application de l'algorithme de calcul défini au chapitre 5. Aussi, il est à noter que le programme de simulation utilise une trajectoire déterminée à partir d'une marche en régime permanent. En conséquence, les forces et couples ne sont pas nécessairement valides pour le premier et le dernier pas simulé.

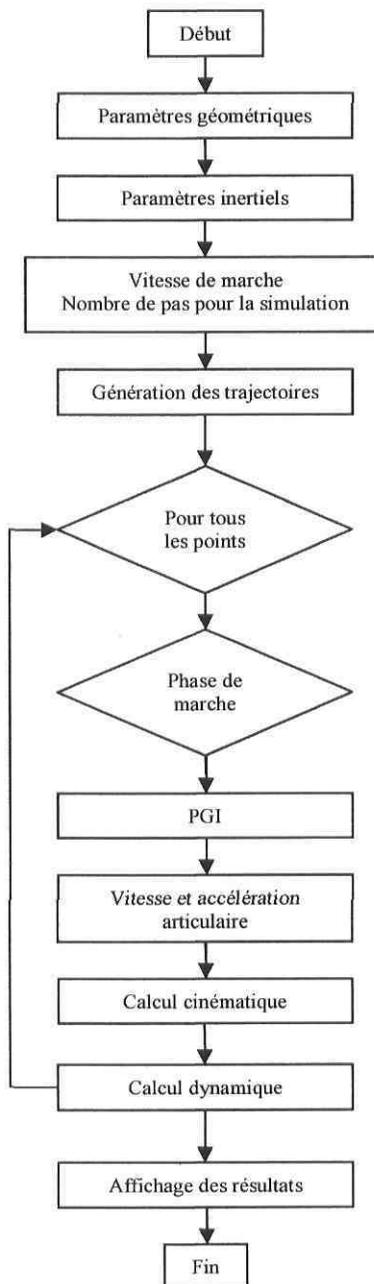


Figure 6.1 : Algorithme du programme de calculs

6.2 Validation

Cette section a pour but d'exposer le processus de validation des calculs effectués par le programme. Notons qu'il n'est pas encore question de valider la démarche utilisée pour représenter le bipède ou les approximations faites lors de la modélisation. On cherche ici à s'assurer que les résultats obtenus avec le programme de calculs correspondent à ce qui est attendu.

6.2.1 Validation avec Matlab

D'abord, il est possible de valider facilement certaines fonctions du programme à l'aide de Matlab. Pour valider la fonction calculant le PGI, une fonction PGD (problème géométrique direct) a été écrite et exécutée. Cette fonction calcule l'inverse du PGI et compare le résultat avec les données d'entrées du PGI. Comme les résultats provenant du PGD correspondent à la trajectoire cartésienne prescrite, le PGI est valide. Ensuite, les vecteurs contenant les positions articulaires sur l'ensemble de la trajectoire ont été dérivés numériquement pour valider les calculs analytiques des vitesses et accélérations articulaires des membres. Enfin, en affichant les trajectoires sur des graphiques, il est possible de valider visuellement les calculs géométriques du programme. Toutes ces fonctions ont été trouvées valides.

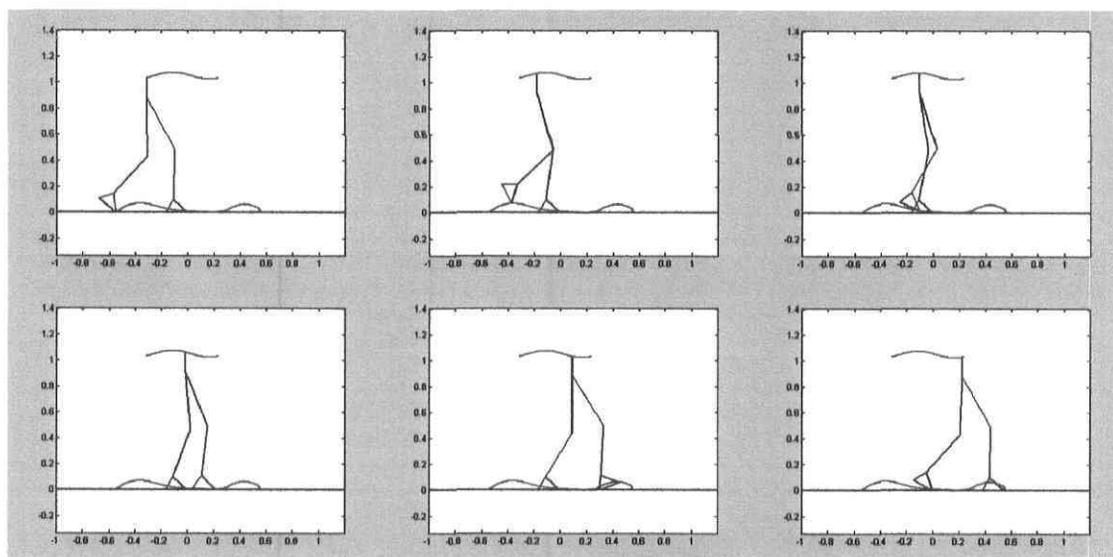
6.2.2 Validation avec Adams

Adams est un logiciel de simulation dynamique utilisé afin de valider les calculs cinématiques et dynamiques du programme. La validation de l'algorithme en simple support est faite séparément de celle de l'algorithme en double support afin de simplifier l'utilisation du logiciel Adams.

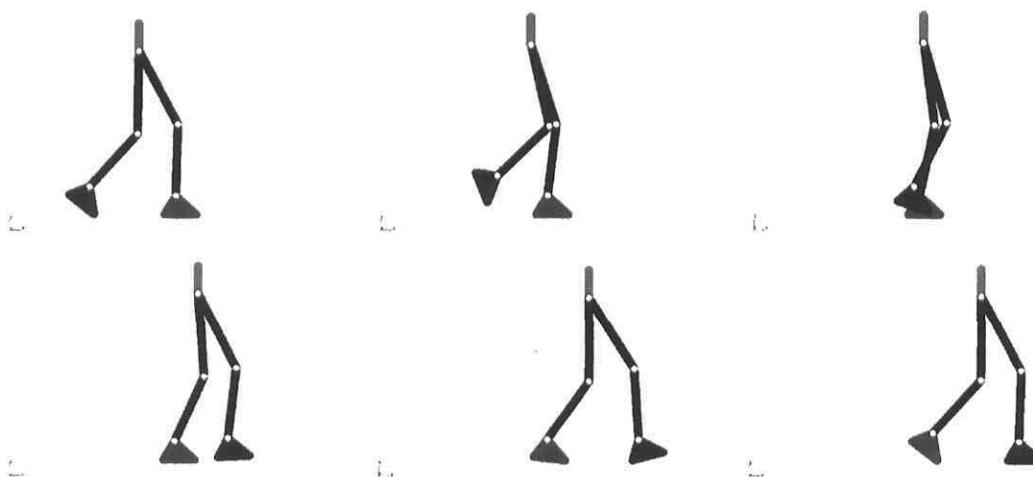
6.2.2.1 Validation de la dynamique en simple support

D'abord, une simulation est faite sur un demi-cycle de marche avec le programme. Ainsi, le bout du pied 1 demeure au sol pour l'ensemble de la simulation de validation en simple support. Les figures 6.2 a) et b) montrent des images représentant la trajectoire utilisée. La façon dont cette trajectoire est générée est présentée à la section 7.3.1 du chapitre sept.

Ensuite, un modèle Adams identique au bipède utilisé pendant cette simulation est créé. Bien que cette trajectoire présente une phase de double support vers la fin, les forces et couples sont calculés en phase de simple support sur l'ensemble de la trajectoire pour cette validation. Le but est seulement de comparer les calculs dynamiques faits par le programme en phase de simple support avec ceux faits par Adams.



a) Programme (Matlab)



b) Adams

Figures 6.2 : Trajectoire de validation simple support a) Programme b) Adams

Dans Adams, le mouvement du robot est imposé à ses articulations par les trajectoires articulaires calculées par le programme lors du PGI. En faisant bouger le modèle Adams avec ces trajectoires articulaires, il reproduit parfaitement la trajectoire cartésienne initialement générée par le programme (la comparaison des courbes est montrée à l'annexe D-1-1), ce qui valide une deuxième fois les calculs reliés aux positions, vitesses et accélérations articulaires.

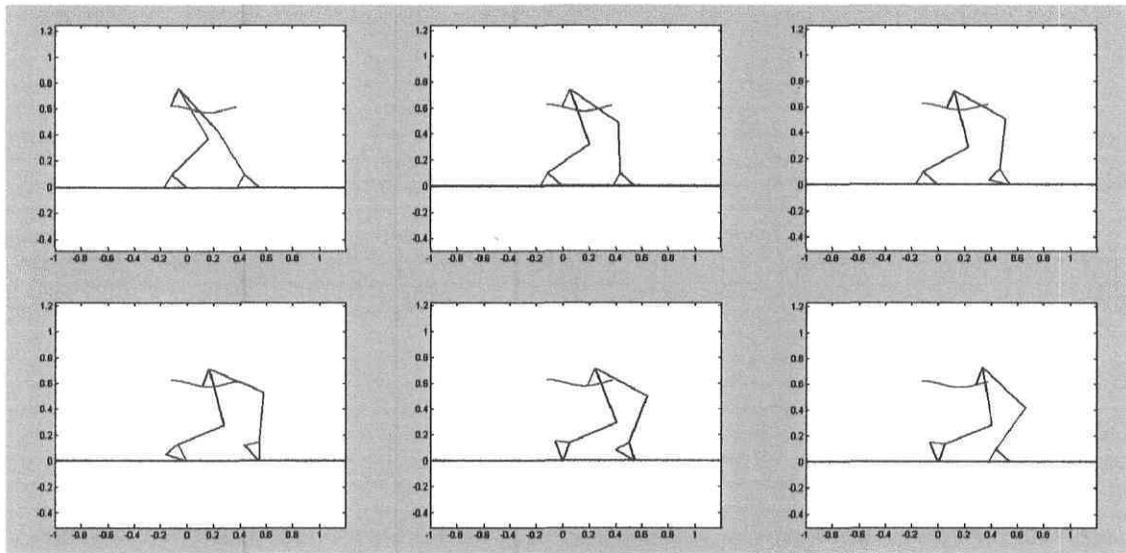
Aussi, en exécutant les trajectoires articulaires, Adams calcule la cinématique de chaque membre, les couples nécessaires pour effectuer les trajectoires ainsi que toutes les forces résultantes sur les membres. Il est donc possible de comparer les résultats des calculs cinématiques et dynamiques inverses effectués par le programme avec ceux effectués par Adams. Les graphiques présentés à l'annexe D-1-2 montrent que les résultats des calculs dynamiques inverses en simple support d'Adams sont identiques à ceux du programme.

La validation des calculs dynamiques en simple support devait aussi se faire à l'aide de calculs dynamiques directs dans Adams, c'est-à-dire que les forces et couples calculés par le programme devaient être appliqués au modèle Adams pour reproduire la trajectoire cartésienne originale. Cependant, il s'est avéré impossible d'obtenir la trajectoire voulue à partir des forces et des couples du programme (même avec ceux calculés par Adams en dynamique inverse). En raison de la configuration instable du système (semblable à plusieurs pendules inversés) et de la présence de singularités dans la trajectoire à effectuer, le modèle Adams est trop sensible et diverge très rapidement de la trajectoire désirée. Il serait cependant possible de valider les calculs de dynamique inverse par des calculs de dynamique directe avec un autre programme de simulation ou un modèle physique réel comportant un système d'asservissement pouvant contenir le système. Ainsi, même si la validation des calculs de dynamique inverse par des calculs de dynamique directe n'a pu être réalisée, les calculs dynamiques sont tout de même considérés comme valides en simple support par la comparaison avec le calcul dynamique inverse fait par Adams.

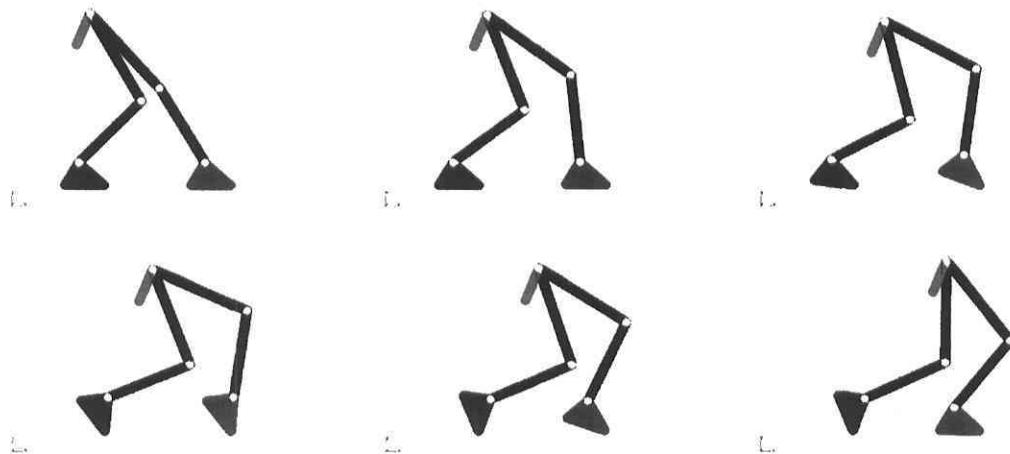
6.2.2.2 Validation de la dynamique en double support

D'abord, notons que c'est surtout afin de valider la dynamique en double support que la validation par dynamique directe a été tentée. La résolution de la dynamique inverse du système en double support comportant une infinité de solutions, il est impossible

d'effectuer une comparaison entre les résultats d'Adams et ceux du programme. Il a cependant été possible de valider en partie les calculs en double support avec Adams. Une trajectoire spéciale ayant pour caractéristique de garder le bout des deux pieds fixe au sol ($X_{p1}=Y_{p1}=X_{p2}=Y_{p2}=0$) a été utilisée dans le programme pour cette validation. Cette trajectoire, présentée aux figures 6.3 a) et b), est développée à la section 7.3.2.



a) Programme (Matlab)



b) Adams

Figures 6.3 : Trajectoire de validation double support a) Programme b) Adams

Bien que cette trajectoire ne soit pas représentative de la marche humaine, elle respecte la contrainte des pieds au sol et permet la validation en double support. Le tronc pointe vers le bas afin d'augmenter la stabilité du système. Il n'y a cependant aucun avantage à augmenter la stabilité pour des calculs dynamiques inverses. Une meilleure stabilité aurait pu être avantageuse lors des nombreux essais effectués pour valider le calcul par dynamique directe. Aussi, la trajectoire de l'orientation des pieds est quelconque, l'important étant que les pieds bougent en gardant leur bout en contact avec le sol. Un modèle Adams du bipède a été fait en fixant aussi le bout des deux pieds au sol aux mêmes points que dans la trajectoire de simulation. La comparaison entre la trajectoire cartésienne demandée et celle effectuée par Adams à partir de la trajectoire articulaire est montrée à l'annexe D-2-1.

Bien que le système soit toujours sous-déterminé, il est possible, dans cette configuration (les deux pieds fixés au sol), de diminuer le nombre d'actionneurs pour rendre le système forces-couples déterminé. Par analogie, un système à quatre barres voit son mouvement complètement déterminé par un seul actionneur sur une des quatre articulations et n'a pas besoin de quatre actionneurs. Ainsi, pour le bipède, au lieu de devoir déterminer le mouvement aux huit articulations dans Adams (deux pieds-sol, deux aux chevilles, deux aux genoux et deux aux hanches), il est possible de contraindre totalement le mouvement du bipède en déterminant le mouvement pour seulement cinq actionneurs. De cette façon, le système d'équations devient déterminé dans le programme (21 inconnus et 21 équations), car les couples aux trois articulations pour lesquelles le mouvement n'est pas prescrit dans Adams sont considérés comme nuls et sont ainsi retirés du système à résoudre. La validation du système en double support est donc faite de la manière suivante :

D'abord, cinq articulations sont choisies pour être actionnées. Ensuite, dans Adams, les trajectoires articulaires sont imposées à ces cinq articulations seulement. Il est à noter qu'Adams calcule seulement des couples articulaires aux endroits où le mouvement est imposé, mais calcule toutes les forces de réaction aux articulations même si aucun mouvement n'y est imposé. Dans le programme, l'algorithme de calcul dynamique du double support est utilisé en contraignant les trois articulations non actionnées à un couple

nul. Pour ce faire, il suffit de retirer la colonne correspondante à ces couples dans la matrice L . Cette dernière devient donc carrée (21x21) et le système devient déterminé en enlevant les couples nuls du vecteur des inconnus. Il est ensuite possible de résoudre ce système et de comparer les résultats avec les calculs dynamiques inverses effectués par Adams. En variant les combinaisons des cinq articulations motorisées, il est possible d'effectuer la validation du calcul dynamique en double support. Pour la présente validation, sept combinaisons ont été utilisées. Les graphiques comparatifs et des explications plus détaillées sont exposés à l'annexe D-2-2. Comme l'utilisation d'Adams a pour but de valider les matrices de calcul des forces et des couples, cette démarche est considérée comme valide. Aussi, comme différentes combinaisons d'articulations actionnées ont été utilisées, les calculs des couples sont jugés valides pour les huit articulations.

6.3 Conclusion

Les démarches effectuées pour valider les calculs dynamiques du programme ont montré qu'ils étaient valides et qu'il calculait bien les forces et les couples souhaités. Ainsi, il est possible de conclure que les matrices de calcul sont correctes. Par contre, en rapport à la validation de l'algorithme en double support, la résolution du système sous-déterminé n'a pas été validée. Comme il existe une infinité de solutions, le seul moyen de valider ces calculs serait d'utiliser les résultats pour faire marcher un bipède en dynamique directe, ce qui a été tenté avec Adams, mais non réussi pour les raisons expliquées précédemment. Néanmoins, les calculs des efforts sur les simulations exposés aux chapitres sept et huit montrent des résultats cohérents entre l'algorithme en simple et en double support. Ainsi, l'algorithme de calcul des forces et des couples du programme est considéré comme valide pour les deux phases.

Chapitre 7

Génération de trajectoires pour les simulations dynamiques

Ce chapitre a pour but de présenter les méthodes de génération de trajectoires, d'expliquer comment la trajectoire de la première simulation et les trajectoires de validation ont été générées et de présenter la première simulation faite avec le programme.

7.1 Génération de trajectoires

Pour un robot marchant en suivant des trajectoires prédéfinies, la génération des trajectoires est l'élément le plus important. C'est la trajectoire qui détermine l'allure de la démarche, la vitesse du robot et sa stabilité. Pour obtenir une trajectoire de marche, deux méthodes existent : prendre des relevés biométriques et concevoir des trajectoires théoriques.

7.1.1 Relevés biométriques

Cette méthode de génération de trajectoires est la plus intuitive et consiste à imiter les trajectoires effectuées par une personne réelle lors de la marche. Pour utiliser cette technique, des données doivent être recueillies sur les trajectoires effectuées par une personne. Il existe deux façons de recueillir ces données : la mesure directe et l'imagerie. La mesure directe consiste à installer des capteurs directement sur la personne pour reconstituer les trajectoires. Des capteurs d'angle sont placés sur les articulations et des accéléromètres sont placés à des endroits stratégiques pour mesurer les mouvements. Bien que cette façon de recueillir les données soit simple et donne des résultats directement utilisables, elle comporte de nombreux désavantages. L'ajustement de départ des capteurs peut être très fastidieux selon les individus et ils peuvent se désajuster facilement. Aussi, l'utilisation de plusieurs capteurs peut encombrer le mouvement et altérer les trajectoires recherchées. Pour sa part, la technique de l'imagerie consiste à enregistrer des images du

marcheur à intervalle de temps connu et à reconstituer les trajectoires en analysant les images. Des marqueurs sont généralement installés sur le marcheur afin de facilement repérer les points de repère important. Ensuite, les images sont traitées pour reconstruire les trajectoires. Il existe plusieurs types de systèmes pouvant utiliser une ou plusieurs caméras et ayant des marqueurs réfléchissants, lumineux ou infrarouges. Aussi, des systèmes optiques complexes de grandes précisions peuvent être utilisés pour recueillir les données. La méthode de l'imagerie a l'avantage de permettre un repérage des points dans un repère absolu et de diminuer au minimum l'encombrement du marcheur. Cependant, les systèmes les plus complexes utilisant plusieurs caméras peuvent être extrêmement coûteux. Les trajectoires reconstituées par la mesure directe ou par imagerie peuvent être cartésiennes ou articulaires. Ces trajectoires peuvent être modifiées par des translations, des réflexions et des homothéties afin de les adapter à plusieurs vitesses ou formes de robots et elles ont l'avantage de donner une démarche d'allure plus humaine aux robots. Par contre, il est important de mentionner qu'une démarche d'allure humaine n'est pas nécessairement la meilleure démarche pour un robot.

7.1.2 Trajectoires théoriques

Cette méthode consiste à générer théoriquement des trajectoires de marche par calcul ou par simulation. Plusieurs façons peuvent être utilisées pour générer théoriquement des trajectoires. D'abord, par simulation, il est possible de générer des trajectoires articulaires à partir d'une trajectoire théorique du ZMP demeurant en tout temps dans le polygone de sustentation. Une marche dynamiquement stable est alors assurée. Aussi, il est possible de définir arbitrairement la trajectoire cartésienne de certains points du robot pour ensuite obtenir les trajectoires articulaires correspondantes. Enfin, les trajectoires peuvent être générées par optimisation de critères. En général, il suffit d'optimiser une fonction reflétant le critère à optimiser en fonction des paramètres du modèle mathématique du système. Une telle fonction est cependant très difficile à déterminer en raison de la complexité du système et du grand nombre de variables. Plusieurs autres méthodes d'optimisations peuvent être employées comme le gradient ou les algorithmes génétiques, mais aucune ne peut assurer l'optimalité de la trajectoire. Normalement, c'est la minimisation de la consommation

d'énergie qui est recherchée. Bien qu'elle ne donne pas toujours des résultats valides, la méthode de génération de trajectoire par minimisation d'énergie est très prometteuse par rapport au problème d'autonomie des robots et a pour avantage de tenir compte de la dynamique du robot.

7.2 Trajectoires de la simulation préliminaire

Le programme de simulation utilise une trajectoire cartésienne des deux pieds et du CdM du bipède comme trajectoire de référence. Pour un premier essai, un marcheur a été filmé avec une simple caméra numérique afin de générer la trajectoire nécessaire. De la vidéo, il a été possible de dégager 11 images différentes représentant un demi-cycle de marche. La figure 7.1 présente ces images et la figure 7.2 présente la répartition des phases du cycle de marche correspondante à ces images. Il a été décidé d'amorcer un cycle de marche à l'instant où débute la phase de simple support ayant le pied 1 comme référence. Ainsi, le cycle de marche commence immédiatement après l'image 11 qui correspond à la transition de double à simple support et non après la première image. Sur la figure 7.2, l'image 0 correspond donc à l'image 11 déphasée d'un demi-cycle de marche.

Les points correspondants au bout des deux pieds (sans les orteils) ont été déterminés en étudiant les images pour créer la trajectoire. Cependant, en raison de la tridimensionnalité de la marche et de la bidimensionnalité de la caméra, les points ont été estimés et modifiés pour donner une allure plus naturelle à la démarche. La trajectoire obtenue à partir de ces points n'a pas la prétention de représenter exactement la marche d'un bipède dans le plan sagittal mais plutôt d'en représenter une première estimation valable. Pour la trajectoire du CdM, une sinusoïde a été imposée aux coordonnées x et y ayant des paramètres déterminés à l'aide de ces 11 images. Cette forme de fonction (sinusoïde) est choisie car elle est continue et elle représente bien le mouvement de haut en bas effectué par le CdM d'un bipède. Aussi, l'orientation du tronc a été fixée à 0 degré (vertical) pour simplifier la génération de cette première trajectoire.

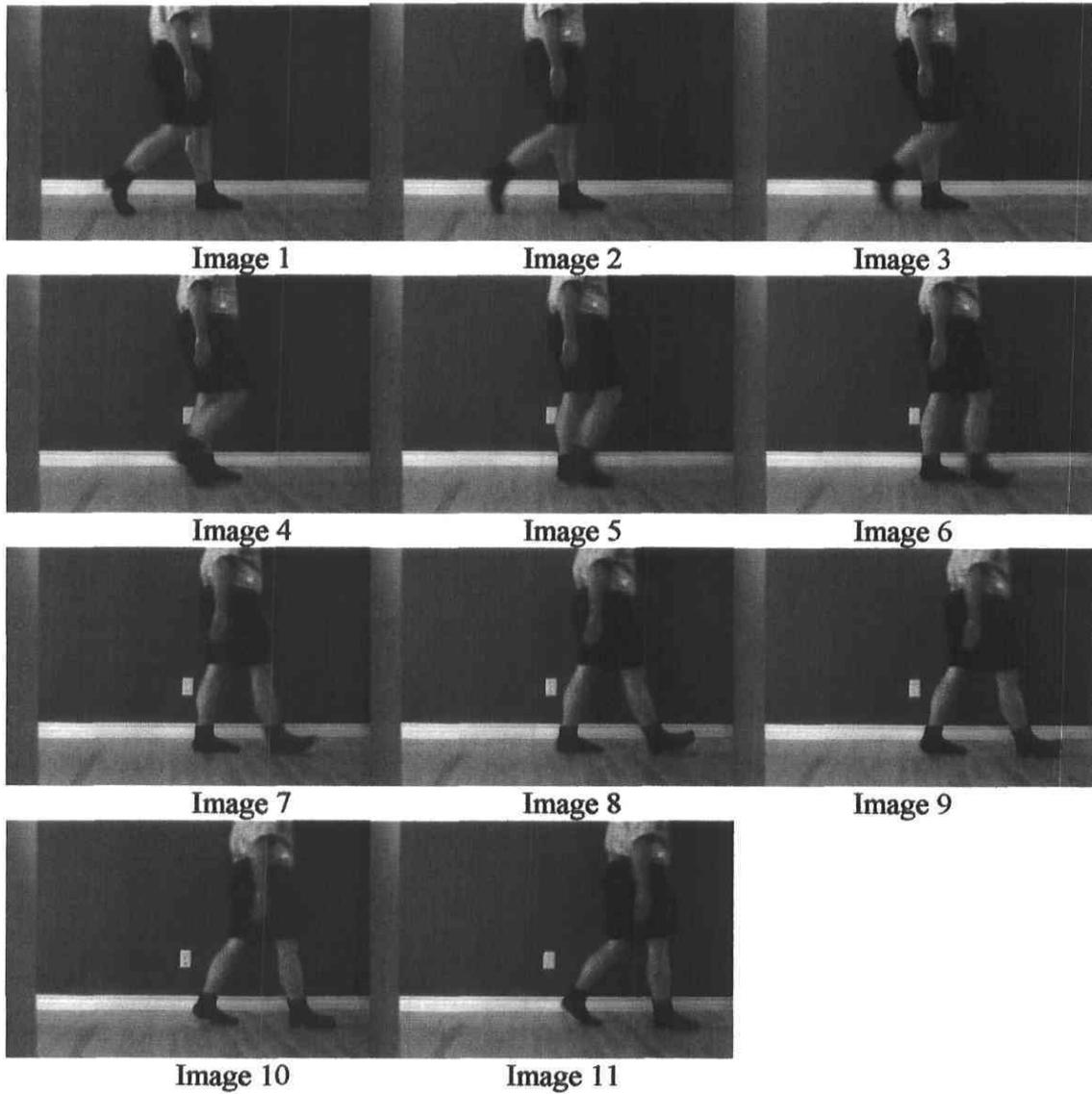


Figure 7.1 : Images tirées de la vidéo pour créer la trajectoire

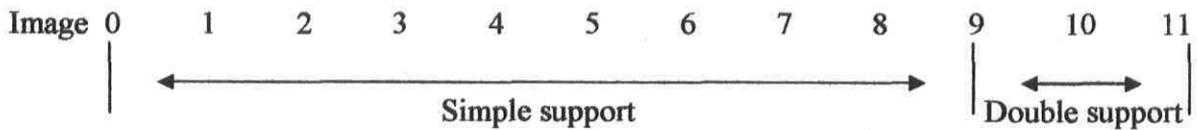
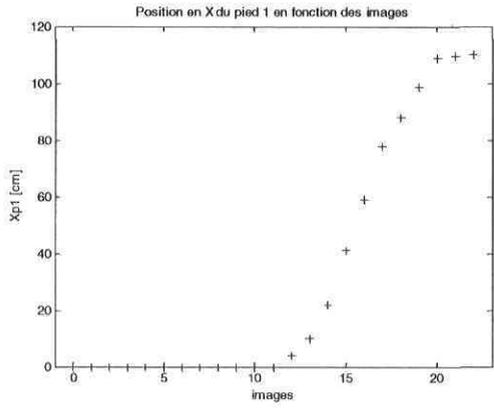


Figure 7.2 : Répartition des phases de la marche par rapport aux images de la vidéo

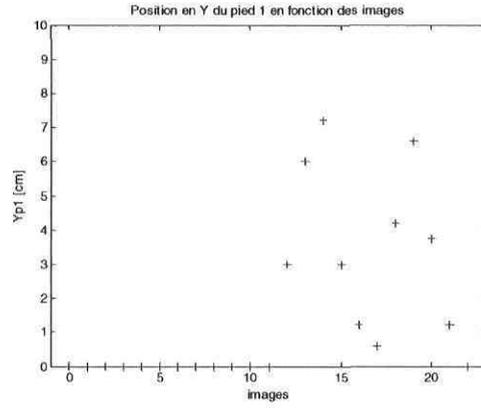
Le tableau 7.1 et les figures 7.3 présentent les données correspondantes à la trajectoire pour un cycle de marche complet. La distance parcourue pendant le cycle a été estimée à 110 cm (le CdM parcourt cette distance en un cycle complet et chaque pied la parcourt en un demi-cycle à tour de rôle). Dans le tableau, l'image 0 a été obtenue en déphasant en X l'image 11 d'un demi-cycle soit 55 cm. Les coordonnées sont données dans le repère absolu fixe situé au bout du pied 1 au départ de la trajectoire, ce qui explique que la position du pied 1 est (0,0) pour la première moitié du cycle. Pour la deuxième moitié du cycle, les coordonnées montrées correspondent à celles qui auraient été prises sur des images réelles. Des images virtuelles ont été obtenues en inversant symétriquement la trajectoire effectuée par les deux pieds. Ainsi, pour la deuxième moitié du cycle, le pied 1 effectue la trajectoire effectuée par le pied 2 lors de la première moitié du cycle avec un déphasage de la position en X de 55 cm.

Tableau 7.1: Données brutes provenant des images

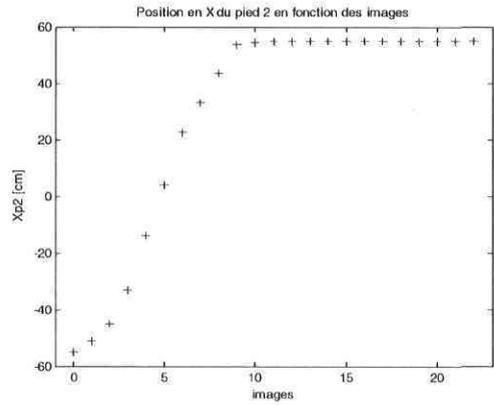
Première moitié du cycle (X et Y [cm], ϕ [rad])													
Image		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Pied 1	X_{p1}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Y_{p1}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	ϕ_{p1}	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,26	2,18	1,74
Pied 2	X_{p2}	-55	-51	-45	-33	-13,8	4,2	22,8	33	43,8	54	54,5	55
	Y_{p2}	0	3	6	7,2	3	1,2	0,6	4,2	6,6	3,75	1,2	0
	ϕ_{p2}	1,74	1,48	1,22	1,4	1,92	2,27	2,35	2,58	2,8	2,63	2,48	2,4
Deuxième moitié du cycle (X et Y [cm], ϕ [rad])													
Image		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Pied 1	X_{p1}	0	4	10	22	41,2	59,2	77,8	88	98,8	109	109,5	110
	Y_{p1}	0	3	6	7,2	3	1,2	0,6	4,2	6,6	3,75	1,2	0
	ϕ_{p1}	1,74	1,48	1,22	1,4	1,92	2,27	2,35	2,58	2,8	2,63	2,48	2,4
Pied 2	X_{p2}	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55
	Y_{p2}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	ϕ_{p2}	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,26	2,18	1,74



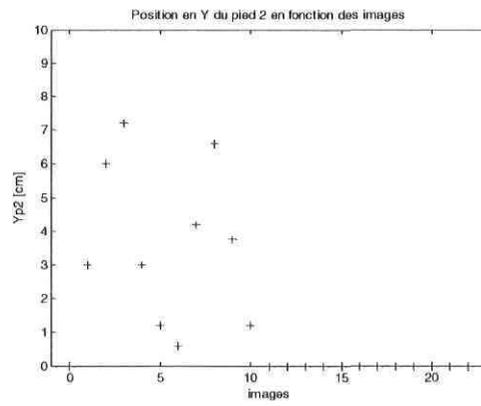
Xp1



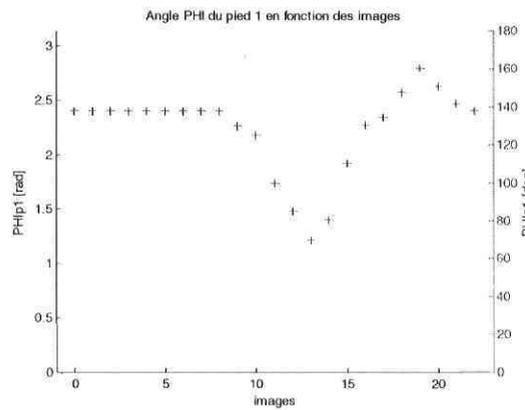
Yp1



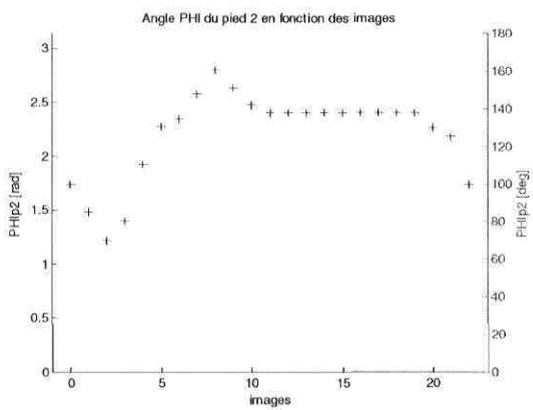
Xp2



Yp2



ϕ_{p1}



ϕ_{p2}

Figures 7.3 : Graphiques des données brutes provenant des images

Pour ce qui est de la trajectoire du CdM du bipède, il a été impossible d'utiliser directement chaque image car l'incertitude sur les points en Y est pratiquement équivalente à la variation de déplacement en Y. Ainsi, il a été décidé d'imposer au CdM une trajectoire sinusoïdale à vitesse constante en X. Comme la distance totale parcourue en X par le CdM dans un cycle de marche est de 110 cm et qu'elle est parcourue à vitesse constante en 22 intervalles égaux, le CdM parcourt 5 cm par intervalle. Ainsi, la position initiale en X étant estimée à -31.15 cm (toujours relativement au bout du pied 1), il est possible de déterminer la position du CdM en X pour chaque point en augmentant sa valeur de 5 cm à chaque intervalle. Ensuite, pour déterminer la position du CdM en Y, la formulation suivante d'une sinusoïde est employée :

$$Y_{cm} = A \sin(kX_{cm} + \phi) + h$$

Où A représente l'amplitude de la sinusoïde, k représente le nombre d'onde de la sinusoïde, ϕ représente le déphasage de la sinusoïde et h représente la hauteur autour de laquelle oscille la sinusoïde. Pour déterminer ces paramètres, il est nécessaire d'utiliser les données prises sur les images. D'abord, l'amplitude d'oscillation est estimée à 2,5 cm autour de 85 cm de hauteur ($A=2,5\text{cm}$; $h=85\text{cm}$). Ensuite, comme il y a deux longueurs d'onde par cycle (une montée et une descente par pas), la longueur d'onde de la sinusoïde est déterminée à 55 cm. De cette longueur d'onde, le nombre d'onde est déterminé à partir de $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, donc $k = 0,114 \text{ rad/cm}$. Enfin, pour déterminer le déphasage, un point de la trajectoire doit être utilisé. Le point utilisé est le point estimé au plus haut de la trajectoire (image 4) soit $Y_{cm} = 87,5 \text{ cm}$ et $X_{cm} = 11,15 \text{ cm}$. Avec ces deux points, on trouve $\phi = 2,8419 \text{ rad}$. Donc, il est possible d'écrire la position en Y du CdM par la relation :

$$Y_{cm} = A \sin(kX_{cm} + \phi) + h$$

Où $A = 2,5 \text{ cm}$, $k = 0,114 \text{ rad/cm}$, $\phi = 2,8419 \text{ rad}$ et $h = 85 \text{ cm}$.

Cependant, lors d'essais, il a été déterminé que la marche n'était pas naturelle avec cette trajectoire du CdM car la jambe en support n'était jamais en pleine extension. Ainsi, le

paramètre h a été augmenté à une valeur de 105 cm, qui est proche de sa limite physique maximale, ce qui assure une pleine extension de la jambe en support et donne une démarche beaucoup plus représentative de la marche humaine.

Dans le programme, ces données brutes sur les trajectoires sont inscrites dans des vecteurs. Chacune des 9 coordonnées cartésiennes a un vecteur contenant 22 données brutes de base pour définir sa trajectoire. Ensuite, selon le nombre de pas à effectuer pour l'ensemble de la simulation, un nouveau vecteur comportant les données pour l'ensemble de la simulation est créé pour chaque coordonnée cartésienne par symétrie du cycle de marche. Comme le nombre de points demeure assez petit pour un calcul dynamique représentatif, une interpolation par spline cubique est faite sur l'ensemble de la trajectoire. La méthode utilisée est présentée à l'annexe E. Lors de cette interpolation, chacun des intervalles a été divisé en dix intervalles de temps égaux. L'utilisation des splines cubiques a comme avantage de créer une fonction de la trajectoire en fonction du temps. Ainsi, les premières et deuxièmes dérivées représentant les vitesses et accélérations des points de référence sont facilement obtenues. La figure 7.4 présente les trajectoires cartésiennes des deux pieds et du CdM du bipède pour 1 cycle de marche obtenu après interpolation et la figure 7.5 présente un exemple de simulation de marche du bipède sur 2 cycles afin de montrer l'évolution des trajectoires dans le temps.

Il est à noter que trois méthodes sont possibles pour varier la vitesse du robot dans le programme. La première est de modifier le temps pris pour effectuer une distance prédéfinie, la deuxième est de modifier la distance parcourue dans un temps fixé et la troisième est de modifier ces deux paramètres en même temps, soit la distance parcourue et le temps pour la parcourir. Pour le programme de simulation, comme il est relativement complexe d'élaborer une trajectoire de marche valide, il est décidé de modifier seulement le temps requis pour effectuer la trajectoire. Pour varier la vitesse de déplacement, la trajectoire élaborée n'est jamais modifiée, c'est-à-dire que les vecteurs de base contenant les points à être lié par des splines ne sont jamais modifiés. Seul le temps pour parcourir un cycle est modifié. Ainsi, spécifier la vitesse de marche affecte uniquement le vecteur correspondant au temps.

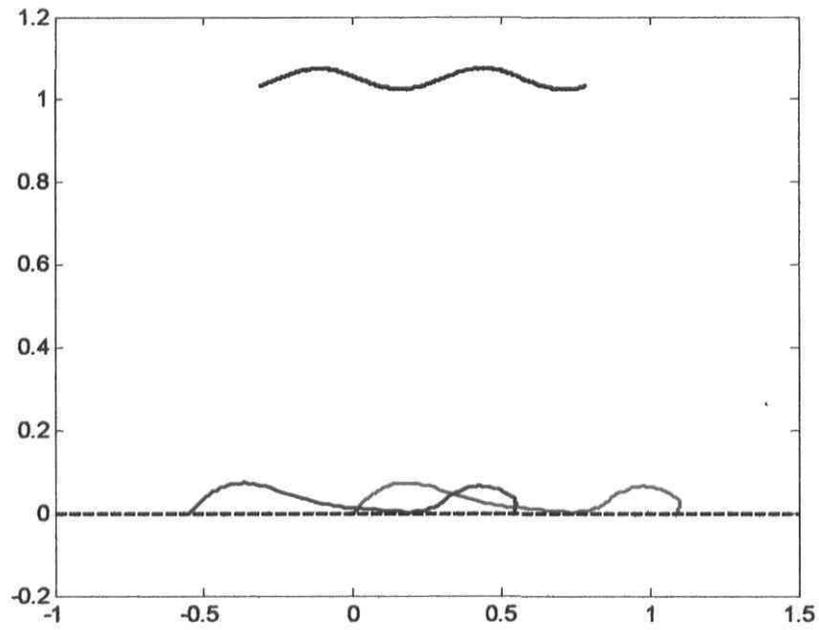


Figure 7.4 : Trajectoire cartésienne des deux pieds et du CdM du bipède

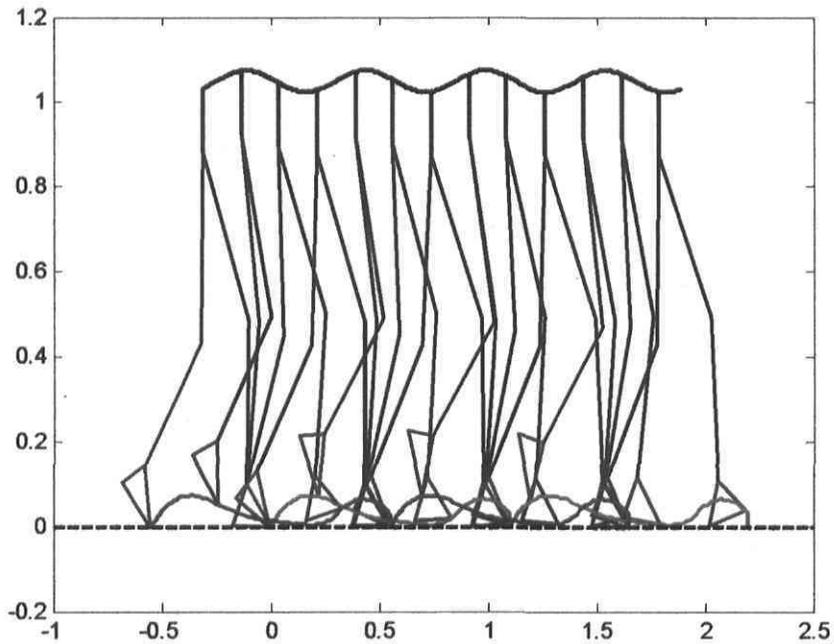


Figure 7.5 : Exemple de simulation de marche du bipède sur deux cycles

7.3 Trajectoires de validation

7.3.1 Validation en simple support

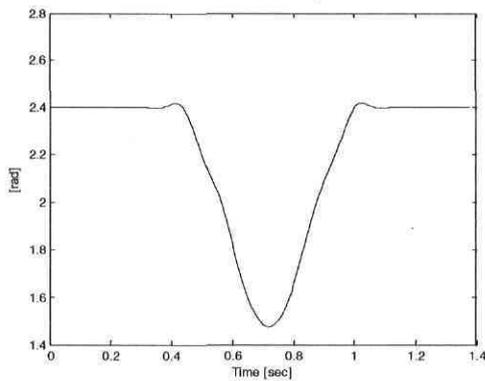
Avant de traiter de la première simulation effectuée avec la trajectoire précédente, revenons sur les trajectoires de validations se rapportant au chapitre six. Pour effectuer la validation en simple support, la trajectoire appliquée a consisté en une fraction de la trajectoire présentée au début de ce chapitre (section 7.2), c'est-à-dire que la trajectoire utilisée pour la première simulation a été appliquée au bipède sur un demi-cycle de marche. Dans le programme, cette situation implique d'effectuer seulement un demi-pas avec le bipède et de contraindre la phase du cycle de marche à la phase de simple support.

7.3.2 Validation en double support

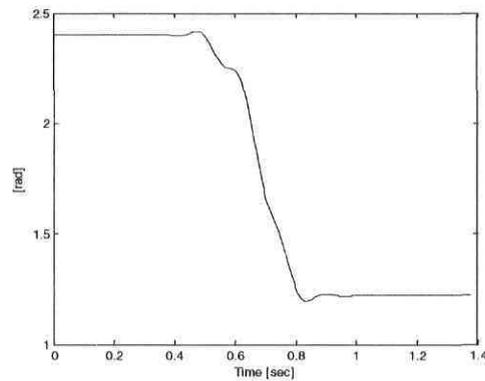
D'abord, rappelons que l'objectif de la validation en double support était de valider l'algorithme de calcul dynamique. Il n'était donc pas nécessaire de créer une trajectoire représentative de la marche humaine, car il suffisait seulement de faire bouger les membres et les articulations du bipède en phase de double support. La méthode de la génération de trajectoire précédente est conservée, c'est-à-dire que la trajectoire est définie dans un vecteur de base pour un cycle de marche complet, et qu'une fonction est créée en interpolant par spline cubique. Pour créer cette trajectoire de validation, il était nécessaire de respecter la contrainte de deux points fixes au sol (bout des pieds). Ainsi, quatre points de référence ont leurs trajectoires prescrites sur l'ensemble du cycle : $X_{p1}=Y_{p1}=X_{p2}=Y_{p2}=0$. Ensuite, pour les trajectoires d'orientation des pieds, une trajectoire quelconque a été choisie ayant les vecteurs de base suivants (en radian) :

$$\begin{aligned} \phi_{p1} : & [2.4 \quad 2.4 \quad 2.26 \quad 2.18 \\ & 1.74 \quad 1.48 \quad 1.22 \quad 1.22] \\ \phi_{p2} : & [2.4 \quad 2.4 \quad 2.2 \quad 2 \quad 1.7 \\ & 1.5 \quad 1.5 \quad 1.7 \quad 2 \quad 2.2 \quad 2.4 \quad 2.4 \quad 2.4 \quad 2.4 \quad 2.4 \quad 2.4] \end{aligned}$$

Les graphiques des figures 7.6 a) et b) montrent l'évolution de l'orientation des pieds après interpolation par spline cubique en fonction du temps.



a) Pied 2



b) Pied 1

Figures 7.6 : Orientation des pieds en fonction du temps pour la validation en double support

Pour la trajectoire du CdM, elle est créée d'une façon très similaire à celle utilisée lors de la première simulation. D'abord, son déplacement en X est effectué à vitesse constante. Cependant, comme les pieds sont fixes, la distance pouvant être parcourue par le CdM est réduite. Ainsi, le vecteur de base est créé à partir des limitations physiques du bipède dans cette situation : le CdM parcourt la distance de -12 cm à 37.5 cm, à vitesse constante, sur 22 intervalles de 2.25 cm. Ensuite, la position en Y du CdM est déterminée avec la fonction sinusoïdale précédente, avec une diminution de la hauteur s'adaptant à la contrainte des deux pieds fixes :

$$Y_{cm} = A \sin(kX_{cm} + \phi) + h$$

Où $A = 2,5$ cm, $k = 0,114$ rad/cm, $\phi = 2,8419$ rad et $h = 60$ cm.

Pour ce qui est de la trajectoire d'orientation du tronc, elle n'est pas fixée à la verticale mais à l'angle $\phi_{cm} = \frac{9\pi}{8}$ pointant vers le bas pour les raisons de stabilité en dynamique directe exposées au chapitre 6. Bien que la trajectoire créée pour la validation en double support soit très arbitraire, elle est tout de même correcte pour valider les matrices de calcul dynamique.

7.4 Simulation préliminaire

Jusqu'à maintenant, les équations dynamiques du bipède ont été développées (chapitre 5) et ces équations ont été implantées dans un programme de calculs qui a été validé (chapitre 6). Ensuite, une première trajectoire de marche a été générée (au début de ce chapitre). Cette section présente les résultats d'une simulation effectués avec cette première trajectoire. Pour cette simulation, 3 cycles de marche sont effectués permettant d'analyser le cycle central correspondant à une marche en régime permanent. Le but de cette première simulation est de valider la viabilité des calculs et la démarche utilisée pour modéliser le bipède en utilisant une première trajectoire valable. Cependant, il est impossible de vérifier la validité des résultats en comparant avec des mesures car aucune mesure n'a été prise sur le marcheur ayant servi à créer cette trajectoire. Il est toutefois possible de comparer les réactions simulées sur un pied avec les réactions qui devraient théoriquement être attendues. Les réactions aux pieds étant représentatives des efforts internes aux autres articulations du bipède, ils peuvent être utilisés comme point de comparaisons. La figure 7.7 rappelle la définition des réactions du sol sur les deux pieds.

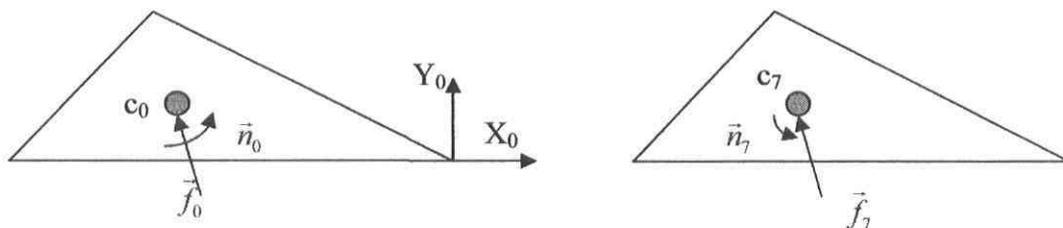


Figure 7.7 : Définition de la réaction du sol sur les deux pieds

Ensuite, les figures 7.8 et 7.9 présentent respectivement les réactions f_0 et f_7 calculées par le programme sur les deux pieds pour un cycle complet de marche. La réaction en X est présentée en bleu et la réaction en Y est présentée en vert. Les figures présentent aussi une ligne en magenta représentant le poids total du bipède et une ligne en rouge représentant les phases de la marche. Les phases sont divisées comme suit : 1100 représente la phase 1 (simple support par le pied 1), 1300 représente la phase 3 (double support avec le pied 1 comme référence), 1200 représente la phase 2 (simple support par le pied 2) et 1400

représente la phase 4 (double support avec le pied 2 comme référence). Ainsi, chaque cycle comprend dans le temps la phase 1, la phase 3, la phase 2 et se termine par la phase 4.

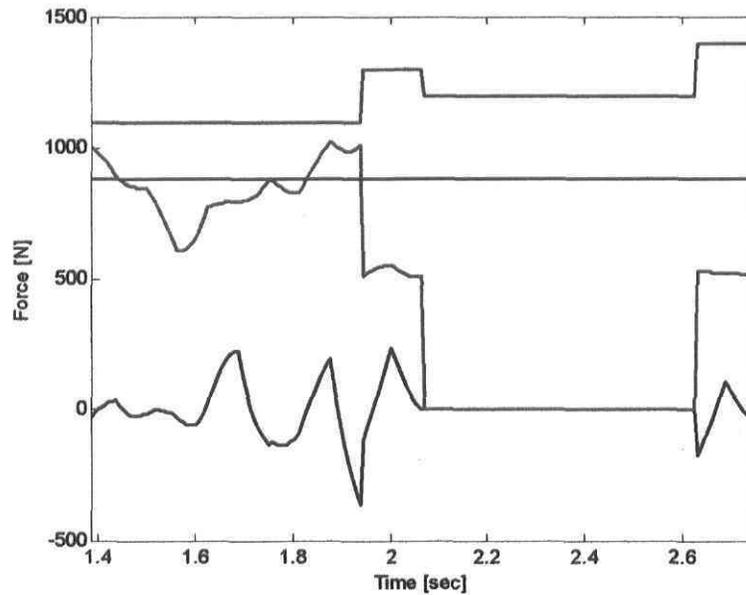


Figure 7.8 : Réaction sur le pied 1 en fonction du temps ; force selon X en bleu, force selon Y en vert, poids du bipède en magenta et phase de la marche en rouge

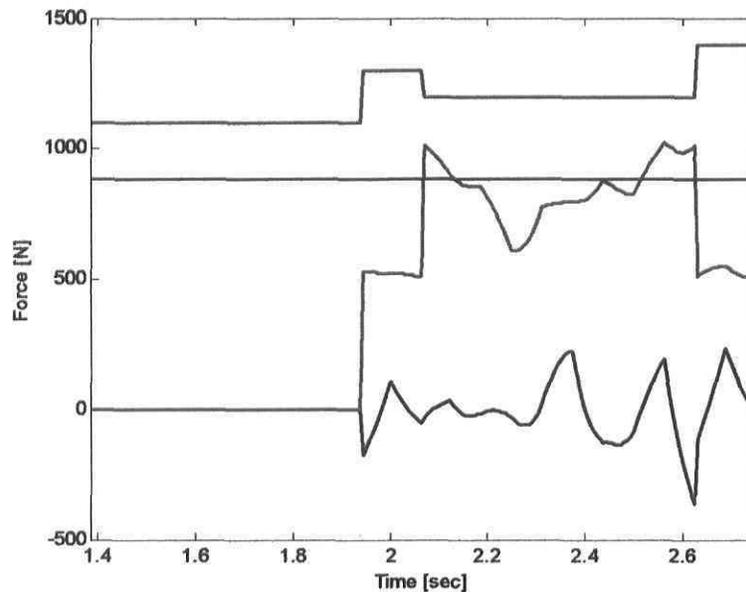


Figure 7.9 : Réaction sur le pied 2 en fonction du temps; force selon X en bleu, force selon Y en vert, poids du bipède en magenta et phase de la marche en rouge

Pour analyser les résultats, il est possible de les comparer avec la figure 7.10 présentant des mesures expérimentales faites sur une plaque de force pour une marche représentative [27]. Il est important de mentionner que les calculs du programme en double support utilisent la solution à norme minimale pour calculer les efforts. Ainsi, il est normal que les forces ne correspondent pas aux mesures pendant ces phases car la répartition des forces dans un bipède n'est pas selon la norme minimale. Ce calcul sera modifié pour la simulation au chapitre huit. En comparant les forces en Y, on constate que la forme des courbes calculées par le programme (courbes vertes sur les figures 7.8 et 7.9) est similaire aux mesures expérimentales (figure 7.10). En imaginant une montée et une descente régulière des forces en Y calculées pendant les phases de double support (ce qui est possible en utilisant une autre solution que la solution à norme minimale pour les calculs dynamiques en double support), on constate que ces courbes conserveraient les proportions par rapport au poids total du bipède et conserveraient environ la même forme que la courbe expérimentale avec cependant quelques fluctuations. Ces fluctuations sont jugées normales car la trajectoire n'est pas optimisée. Aussi, il est normal que la courbe calculée ait la bonne allure car les forces en Y sont davantage affectées par le poids du bipède que par les forces d'inertie. Ainsi, une trajectoire ressemblante à la démarche humaine devrait donner de bons résultats en Y ce qui est le cas ici. Pour ce qui est des efforts en X, mis à part l'ordre de grandeur qui est respecté, on constate que les courbes sont totalement différentes. Cependant, cette différence peut être entièrement attribuée à la trajectoire car les forces en X dépendent totalement des forces d'inertie engendrées par la trajectoire. Le fait que l'ordre de grandeur soit respecté est tout de même encourageant.

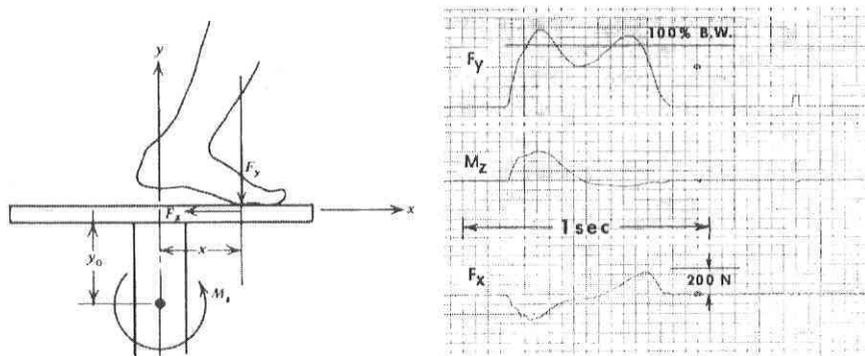


Figure 7.10 : Mesures expérimentales des efforts sur un pied lors de la marche, tirées de [27], la ligne 100% B.W représente le poids total du bipède.

La courbe suivante (figure 7.11) représente le couple n_7 (couple exercé par le sol sur le pied 2) calculé par le programme.

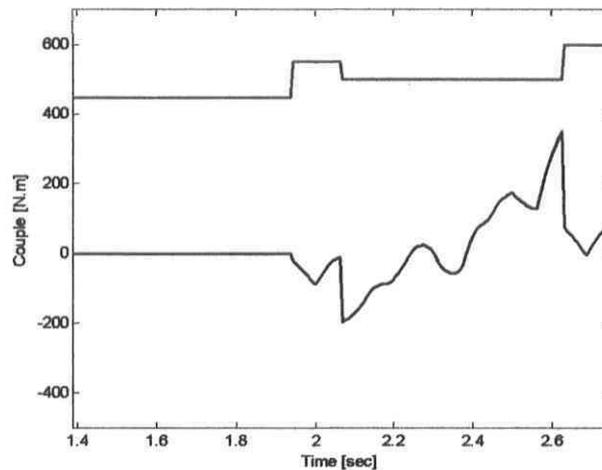


Figure 7.11 : Couple exercé par le sol sur le pied 2 en fonction du temps (en bleu), phase de la marche en rouge

Encore une fois, on constate que la courbe du couple n'a pas l'allure de la courbe des mesures expérimentales. Cependant, une comparaison directe n'est pas valide. Comme pour les forces en X, le couple est très dépendant de la trajectoire. Aussi, le couple calculé par le programme est appliqué au CdM du pied. Pour comparer les courbes, il faudrait déplacer le couple calculé au même endroit que le couple mesuré. En déplaçant ce couple, les forces en X entrent en jeu ce qui rend la comparaison encore plus dépendante de la trajectoire.

Le but de cette première simulation était d'effectuer une validation préliminaire des calculs faits par le programme. On constate que les calculs respectent l'ordre de grandeur attendu, bien qu'ils diffèrent des mesures expérimentales pour les couples et les forces en X. On constate aussi que les efforts sont grandement influencés par la trajectoire effectuée. C'est pourquoi le chapitre 8 présente une autre simulation, faite cette fois avec une trajectoire plus fiable.

Chapitre 8

Simulation et validation générale

Ce chapitre a pour but de présenter la validation de l'approche utilisée dans la modélisation du bipède. Pour ce faire, le programme de simulation et la trajectoire utilisée doivent être valides. Bien que la trajectoire de marche présentée au chapitre précédent soit assez représentative de la marche humaine, elle ne peut être considérée valide en raison des nombreuses approximations faites pour l'obtenir. Ce chapitre présente donc les résultats d'une simulation faite avec une trajectoire de marche plus précise et plus fiable obtenue à partir de données expérimentales tirées d'un ouvrage de référence. D'abord, l'adaptation de cette trajectoire au programme de calcul est présentée. Ensuite, les résultats d'une simulation faite avec cette trajectoire sont présentés, suivis d'une discussion sur ces résultats. Enfin, les diverses applications possibles au programme de simulation sont présentées.

8.1 Trajectoire de référence

La trajectoire de référence décrite dans les pages suivantes provient du livre *Biomechanics and motor control of human movement* de l'auteur D.A. Winter [27]. La figure 8.1 montre cette trajectoire dans le plan pour six points de la jambe droite.

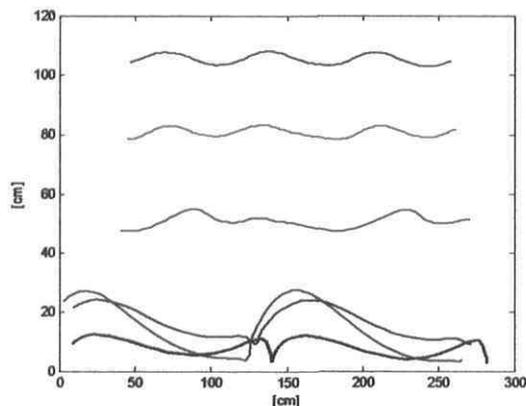


Figure 8.1 : Trajectoires dans le plan X-Y de six points de la jambe droite: la base de la cage thoracique en magenta, la hanche en vert, le genou en cyan, la cheville en bleu, le talon en rouge et le bout du deuxième métatarse du pied (avant les orteils) en noir.

Toutes les données de cette trajectoire sont exprimées en coordonnées cartésiennes dans le plan X-Y et ont été prises à intervalle de temps régulier, soit 69.9 images par seconde. À partir de ces données, l'objectif est de reconstituer une trajectoire de marche valide pour effectuer une simulation. Les données correspondantes à la trajectoire du bout du pied et à la trajectoire de la cage thoracique sont conservées, en plus des trajectoires de la cheville et de la hanche qui sont nécessaires pour déterminer les angles d'orientation des pieds et du tronc. La trajectoire de marche à reconstituer doit être générée de la même façon que la trajectoire utilisée lors de la première simulation, c'est-à-dire que neuf vecteurs doivent être créés contenant chacun les données pour une coordonnée cartésienne sur un cycle de marche complet. Une fois ces vecteurs créés, le programme générera les trajectoires de marche en interpolant par splines cubiques. Cependant, pour créer les neuf vecteurs, il est nécessaire d'adapter les données tirées du livre car ils ne correspondent pas à un cycle de marche complet. Aussi, comme les seules trajectoires disponibles dans le livre correspondent à la jambe droite, les vecteurs contenant les données pour la jambe gauche doivent être créés par symétrie. Les pages suivantes exposent en détail l'adaptation de la trajectoire du livre pour créer les vecteurs de base.

8.1.1 Adaptation de la trajectoire de référence

D'abord, la trajectoire représentant un cycle de marche complet doit être reproductible de façon cyclique. Comme les données provenant du livre s'étalent sur plus d'un cycle de marche, il est possible de choisir le moment de départ du cycle. De façon similaire à la trajectoire présentée au chapitre précédent, il est souhaité de commencer le cycle au moment où la phase 1 débute, soit le moment où le bout du pied 1 se pose au sol à $Y = 0$. Pour cette raison, la période du cycle sera déterminée à partir de la trajectoire en Y du pied 1, montrée à la figure 8.2 de la page suivante. Sur cette figure, le cycle n'est pas périodique. Cependant, en définissant un intervalle représentant le cycle complet et en le reproduisant, il est possible d'obtenir une trajectoire périodique valable. La période du cycle correspond aux nombres d'images entre les deux points où la position en Y du bout du pied est minimale. À partir des données numériques de cette trajectoire, on constate que la position $Y=3.37$ cm, correspondante à la 34^e image, peut se comparer avec la position de

la 102^e image où $Y=3.5$ cm. Ainsi, un cycle complet sera composé de 68 images, où la 69^e image correspondra à la configuration exacte de la première image mais un cycle plus loin et plus tard. Aussi, selon les données de la 34^e et de la 102^e image, un cycle de marche complet correspond à une distance totale parcourue en X de 141.9 cm en 68 intervalles de temps régulier de 0.0143 seconde pour un temps total de 0.9724 seconde par cycle. Donc, pour chacun des points (pieds, chevilles, hanches et CdM), la première image du cycle correspondra à l'image 34 des données provenant du livre.

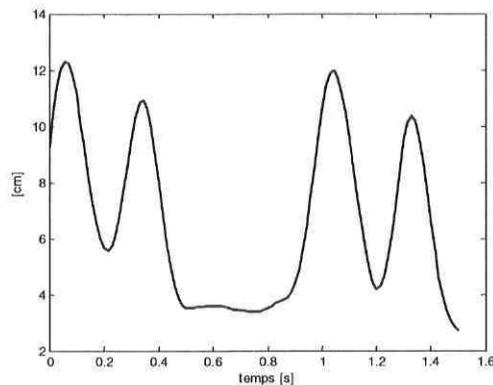


Figure 8.2 : Trajectoire de la position en Y du bout du pied droit provenant du livre (pied 1) en fonction du temps

Une fois que le cycle complet est choisi et identifié dans les données et que la période de ce cycle est déterminée, il est possible de reconstituer entièrement la trajectoire cartésienne du bipède pour un cycle complet de marche. Cependant, ces trajectoires doivent être modifiées afin d'être plus régulières et plus représentatives. D'abord, en analysant la trajectoire du bout du pied droit (figure 8.2), on remarque qu'elle ne touche pas au sol en Y (le sol est défini à $Y=0$ dans le programme). Ainsi, les données en Y des trajectoires de tous les points doivent être décalées de 3.5 cm vers le bas. De même, les données doivent toutes être décalées en X de 139,65 cm vers la gauche afin d'ajuster la position initiale du bout du pied 1 à $X=0$. Aussi, lorsque le pied est posé au sol, il devrait être fixe et ne pas bouger en X ou en Y. En plus, il est nécessaire de s'assurer que la trajectoire du pied est régulière et qu'elle n'engendre pas de grandes accélérations inutiles. Ainsi, les trajectoires en position du pied ont été modifiées manuellement pour satisfaire ces critères. En X et en Y, les modifications visent à éliminer les oscillations du pied lorsqu'il est censé être fixe. Aussi, d'autres changements servent à amoindrir l'accélération brusque causée par l'élimination

des oscillations lorsque le pied décolle pour se balancer. La comparaison des trajectoires en Y originales et modifiées du pied est montrée à la figure 8.3. Il aurait été logique d'imposer une valeur nulle sur la moitié du cycle de marche en X et en Y pour que le pied décolle au moment où le bout de l'autre pied se pose. Cependant, ceci aurait entraîné des accélérations trop importantes au décollage et à l'atterrissage du pied.

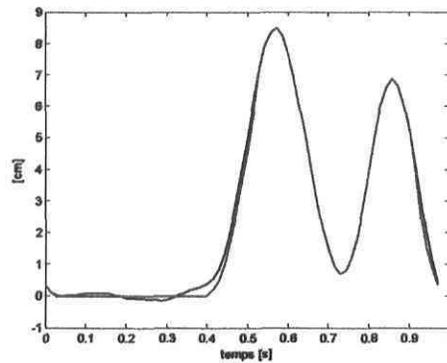
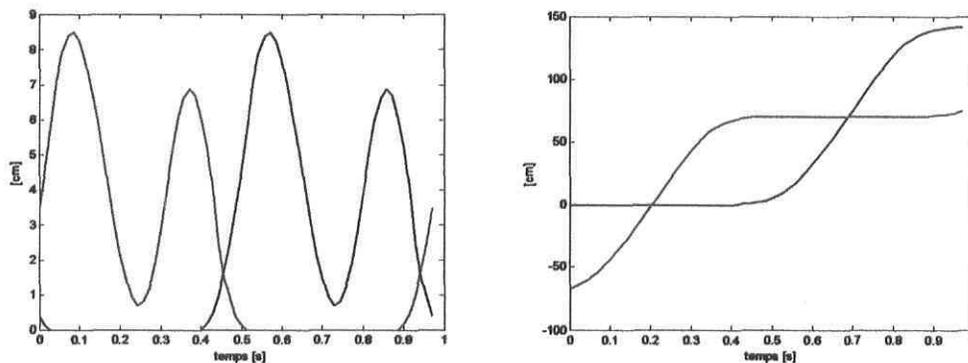


Figure 8.3 : Comparaison entre la courbe de la position en Y du pied originale (bleu) et celle modifiée (vert) en fonction du temps

La trajectoire des deux pieds doit aussi être symétrique dans le temps à l'intérieur du cycle de marche. Ainsi, en Y, la trajectoire du pied 2 sera identique à la trajectoire du pied 1, mais décalée d'une demi-période dans le temps (34 images). En X, en plus d'être décalé dans le temps, les trajectoires seront décalées d'une demi-fois la longueur du cycle (70,95 cm). Les figures 8.4 montrent la comparaison entre ces trajectoires en Y et en X.



Figures 8.4 : Comparaison des trajectoires du pied 1 (bleu) et du pied 2 (vert) en fonction du temps. À gauche, la coordonnée Y de la trajectoire et à droite, la coordonnée en X

Pour la trajectoire du CdM du bipède, elle doit évidemment subir le décalage en Y de -3.5 cm et en X de 139.65 cm. D'abord, en X, on constate sur la figure 8.5 que la trajectoire originale du CdM du bipède se déplace pratiquement à vitesse constante.

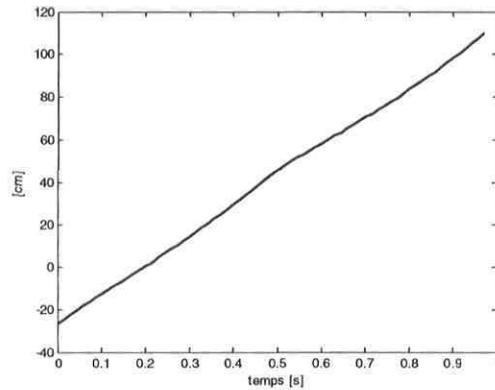


Figure 8.5 : Trajectoire en X du CdM provenant du livre en fonction du temps

Ainsi, le déplacement en X du CdM sera estimé par une trajectoire linéaire dans le temps sur les 68 intervalles de points. Cette approximation de X, allant linéairement de -26.82 cm à 115.04 cm, permet de rendre la trajectoire en X du CdM complète afin qu'elle parcoure la même distance que celle parcourue en X par un pied sur un cycle de marche. Pour ce qui est de la position en Y du CdM, sa trajectoire, tirée du livre, est présentée à la figure 8.6 pour le cycle de marche retenu.

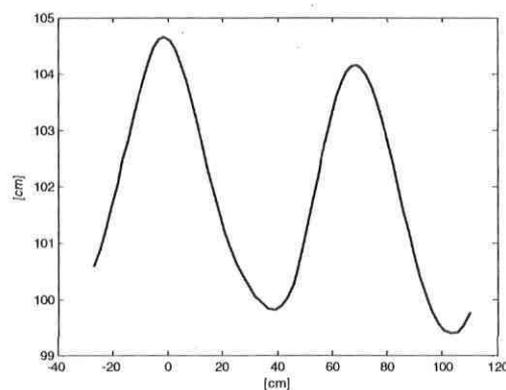


Figure 8.6 : Trajectoire dans le plan X-Y de la position en Y du CdM provenant du livre

Cette trajectoire originale ressemble énormément à une sinusoïde mais n'est pas tout à fait périodique et n'est pas complète. Pour obtenir une marche symétrique, la trajectoire en Y

du CdM sera estimée par une sinusoïde en fonction de sa position en X (qui varie de façon constante dans le temps). Pour ce faire, la forme standard d'une sinusoïde est utilisée (équation 8.1). L'amplitude A et la hauteur moyenne d'oscillation h sont déterminées par les valeurs moyennes des extremums des données en Y. Ensuite, le nombre d'onde k est déterminé par la longueur d'onde du cycle en X et le déphasage ϕ est déterminé avec le premier point de la trajectoire originale. L'expression suivante est trouvée :

$$Y_{cm} = A \sin(kX_{cm} + \phi) + h \quad (8.1)$$

Où $A = 2.4$ cm, $h = 100$ cm, $k = 0.08856$ rad/cm et $\phi = 1.7455$ rad.

La hauteur moyenne d'oscillation devrait être de 102 cm, mais cette valeur dépasse les limites physiques du bipède en certains points de la trajectoire modifiée (les membres ne sont pas assez longs pour effectuer la trajectoire complète à cette hauteur en raison des modifications apportées pour adapter la trajectoire des pieds au programme). La figure 8.7 compare les trajectoires du CdM dans le plan obtenu directement du livre et celle obtenue de la sinusoïde générée. Bien que la trajectoire générée ne semble pas parfaitement adaptée, l'erreur maximale faite est moins de 0.5 % ce qui correspond à une bonne approximation.

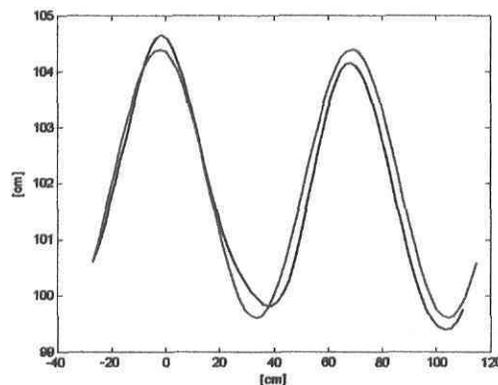


Figure 8.7 : Comparaison dans le plan des trajectoires du CdM obtenues du livre (bleu) et de la sinusoïde créée (vert)

Pour déterminer la trajectoire des orientations des pieds (figure 8.8), il est nécessaire d'utiliser les données correspondantes à la cheville et au bout du pied. Le graphique de la

figure 8.9 montre l'évolution en fonction du temps du calcul de l'angle entre l'horizontale, le bout du pied droit et la cheville droite à partir des données originales.

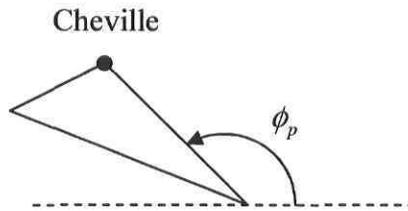


Figure 8.8 : Angle correspondant à l'orientation des pieds

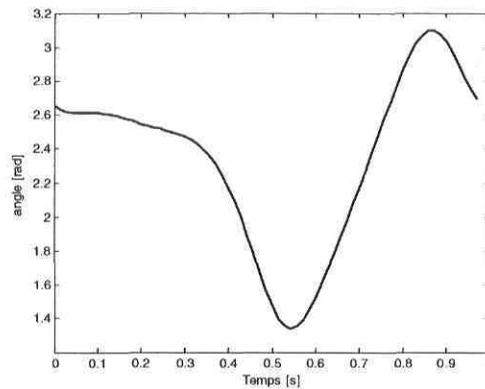


Figure 8.9 : Calcul de l'orientation ϕ_{p1} du pied 1 provenant du livre en fonction du temps

La trajectoire de cet angle, correspondante à la coordonnée cartésienne ϕ_{p1} , est conservée intégralement. La trajectoire ϕ_{p2} de l'angle du pied gauche (pied 2) est identique et déphasée d'une demi-période dans le temps. Pour ce qui est de l'orientation du tronc, elle est définie par rapport à la verticale (figure 8.10) :

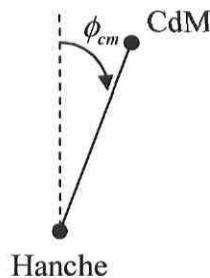


Figure 8.10 : Angle correspondant à l'orientation du tronc

À l'aide des données sur la position de la hanche et du CdM, il est possible de déterminer la trajectoire de cet angle par calcul (figure 8.11) :

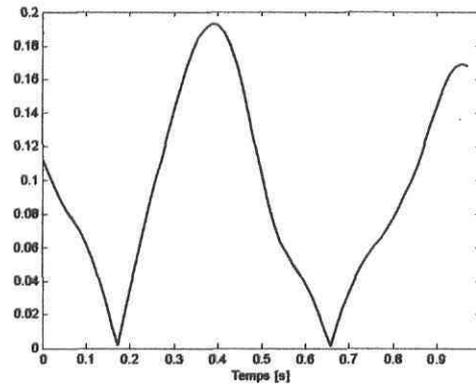


Figure 8.11 : Calcul de l'orientation du tronc ϕ_{cm} provenant du livre en fonction du temps

Bien que la trajectoire de l'angle n'ait pas tout à fait l'allure d'une sinusoïde, elle sera estimée par une trajectoire sinusoïdale afin de la rendre périodique et d'enlever les pointes au bas de la trajectoire. Ces pointes créent des accélérations trop importantes ce qui n'est pas souhaité pour les calculs dynamiques. Ainsi, le graphique de la figure 8.12 présente la comparaison entre la courbe originale et la courbe sinusoïdale créée de la même façon que celle créée pour Y_{cm} , mais en fonction du temps (équation 8.2) :

$$\phi_{cm} = A \sin(\omega t + \phi) + h \quad (8.2)$$

Où $A = 0.095655$ rad, $h = 0.1$ rad, $\omega = 12.923$ rad/s et $\phi = 2.494$ rad.

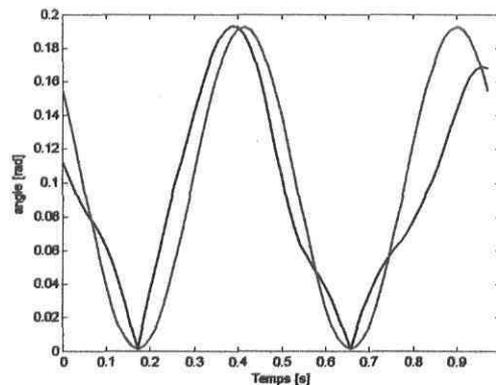


Figure 8.12 : Comparaison entre l'orientation calculée du tronc (ϕ_{cm}) provenant du livre (bleu) et celle estimée par une sinusoïde (vert)

La trajectoire provenant du livre est maintenant adaptée au programme de simulation, c'est-à-dire qu'elle est périodique et continue sur plusieurs cycles de marche, et que les pas ainsi que les mouvements des pieds sont symétriques. Il est donc possible d'exprimer la trajectoire de chacune des neuf coordonnées cartésiennes dans un vecteur pour représenter un cycle de marche complet.

8.1.2 Implantation de la trajectoire de référence

D'abord, les vecteurs de base représentant les trajectoires du livre modifiées de la façon présentée précédemment sont créés. Ces vecteurs comportent 68 données. Comme les trajectoires du CdM en Y et de l'orientation du tronc sont représentées par des fonctions sinusoïdales, il n'est pas nécessaire de créer un vecteur de base pour ces trajectoires. Ainsi, 7 vecteurs de base sont créés. Bien que les trajectoires créées avec 68 points semblent correctes visuellement, il est préférable de diminuer ce nombre pour obtenir des trajectoires encore plus régulières. Comme la méthode d'interpolation par spline cubique utilisée passe par tous les points, les trajectoires générées avec 68 points ne sont pas régulières en vitesse et en accélération ce qui engendre des fluctuations non désirées dans les calculs des efforts. Ainsi, il est choisi d'utiliser des vecteurs de base contenant la moitié moins de points, soit 34 points. Un point sur deux est ainsi enlevé du vecteur original. Il est impossible de réduire la quantité de points davantage, car le nombre de points doit demeurer pair pour conserver la symétrie entre les trajectoires des pieds. Ensuite, selon le nombre de pas à faire, des vecteurs représentant des vecteurs de base augmentés sont créés couvrant tous les points pour la totalité de la simulation. Enfin, les points sont liés en interpolant par spline cubique selon la façon présentée à l'annexe E. La trajectoire cartésienne finale est ainsi générée. Pour ce qui est de l'orientation du tronc et de la position en Y du CdM, leurs trajectoires et leurs dérivés sont générés directement par l'équation de la sinusoïde.

L'utilisation de cette trajectoire implique d'utiliser les bons paramètres de simulation. Ainsi, les paramètres géométriques et inertiels utilisés sont ceux du bipède exposé dans le livre (figure 8.13). Les longueurs des membres utilisés sont donc : $l_1=0.122$ m, $l_2=0.425$ m, $l_3=0.314$ m, $l_4=0.25$ m. La position des CdM ainsi que la valeur des masses des membres ont été déterminées à partir des données anthropométriques moyennes présentées au

chapitre 2. Ainsi, 43.3 % de la distance proximale est utilisée pour la position des CdM des jambes et des cuisses. Aussi, la répartition suivante est utilisée pour les masses : 0.82215Kg (1.45 %) pour le pied, 2.3655Kg (4.65 %) pour le mollet, 5.67Kg (10 %) pour la cuisse et 38.4426Kg (67.8 %) pour le tronc et les membres supérieurs. Pour ce qui est de la position du CdM des pieds, il a été placé au centroïde du triangle les représentants. Ensuite, pour les moments d'inertie en Z des membres, ils ont été estimés comme étant une tige ronde ($I = ml^2/12$), sauf pour le pied où l'inertie en Z d'une plaque triangulaire a été utilisée $I = m(l_1^2 + b^2 + la^2)/36$ où l_1, b et la correspondent aux longueurs des trois côtés du triangle.

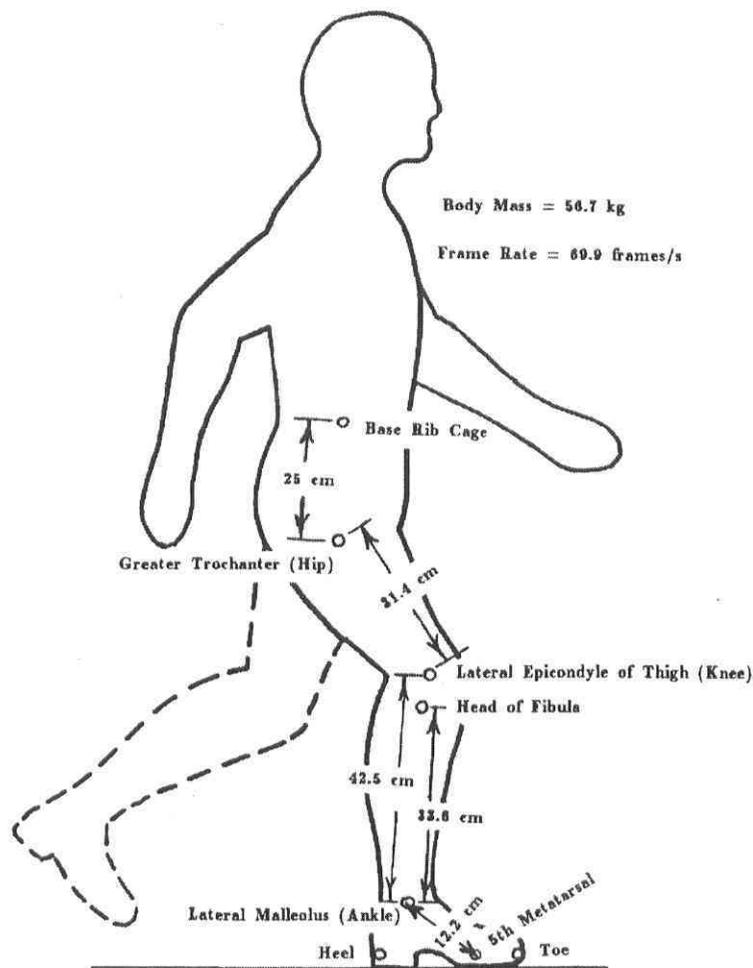


Figure 8.13 : Paramètres du bipède de simulation [27]

8.1.3 Phases de la trajectoire de référence

Les phases de la marche sont représentées à la figure 8.14. La phase 1 représente le premier simple support avec le pied 1 fixe, la phase 3 représente le premier double support, la phase 2 représente le deuxième simple support avec le pied 2 fixe et la phase 4 représente le deuxième double support.

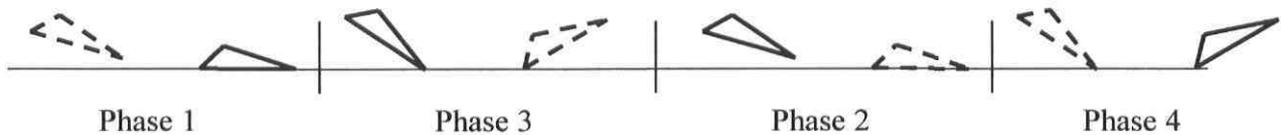


Figure 8.14 : Phase de la marche (Pied 1 en ligne pleine et Pied 2 en ligne pointillée)

Les phases de double support commencent lorsque le talon du pied libre se pose au sol. Pour déterminer ce moment, on supposera que le talon touche le sol lorsque le bout du pied est à son plus haut, juste avant de se poser. Sur la série de bases de 34 images, le début des phases de double support est identifié aux images 13 et 30, donnant une proportion légèrement supérieure à 75 % du cycle en phase de simple support.

8.2 Simulation

Cette trajectoire, bien que modifiée, est jugée assez fiable pour permettre au programme de calculer des efforts représentatifs de la marche humaine. L'avantage d'utiliser cette trajectoire est que les efforts ont été mesurés sur le marcheur lors de la prise de données. Une comparaison directe est donc possible entre les calculs du programme et les mesures fournies dans le livre. Ainsi, dans le programme, la trajectoire a été implantée, les paramètres géométriques et inertiels du bipède ont été adaptés et les phases de la marche ont été ajustées. Aussi, l'algorithme de calculs des efforts en double support a été modifié pour cette simulation. Avant de présenter les résultats de cette simulation, voici comment l'algorithme en double support a été ajusté.

8.2.1 Modification de l'algorithme de calcul en double support

Comme il a été expliqué au chapitre 5, la résolution du système dynamique en double support s'effectue de la manière suivante :

$$\vec{F} = L' \vec{R} + (1 - L' L) \vec{z} \quad (8.3)$$

Au chapitre 5, la valeur du vecteur \vec{z} avait été gardée nulle afin de conserver la solution à norme minimale. Cependant, comme il a été vu sur les résultats de la première simulation au chapitre 7, la solution à norme minimale ne correspond pas à la distribution des efforts dans les membres du bipède. Afin d'utiliser une solution différente, la valeur de \vec{z} est déterminée de manière à minimiser la variation entre deux efforts consécutifs :

$$\vec{z} = -k \frac{\partial \bar{p}}{\partial \vec{F}} \quad (8.4)$$

Où \bar{p} est la fonction à minimiser, soit le carré de la différence entre deux forces consécutives :

$$\bar{p}(i) = \begin{bmatrix} (f_{0x}(i) - f_{0x}(i-1))^2 \\ \vdots \\ (n_7(i) - n_7(i-1))^2 \end{bmatrix} \quad (8.5)$$

Ainsi, \vec{z} sera :

$$\vec{z}(i) = -2k \begin{bmatrix} f_{0x}(i) - f_{0x}(i-1) \\ \vdots \\ n_7(i) - n_7(i-1) \end{bmatrix} \quad (8.6)$$

Comme les forces (i) ne sont pas connues lorsque \vec{z} est calculé, la solution à norme minimale est utilisée pour les remplacer. Pour chaque calcul, la différence entre la solution à norme minimale et les derniers efforts calculés est donc minimisée. Ce choix de vecteur \vec{z} est fait dans le but d'éliminer les discontinuités dans les courbes d'efforts lors des changements de phase. Le paramètre k a été déterminé à 0.45 par essais et erreur. Évidemment, une meilleure solution pourrait être trouvée. L'objectif pour cette simulation est d'essayer d'obtenir des courbes d'efforts semblables aux mesures comparatives tirées du livre.

8.3 Résultats de simulation

Les résultats d'une simulation faite avec la trajectoire décrite à la section 8.1 de ce chapitre sont présentés dans les pages suivantes sur un cycle de marche complet. L'utilisation de cette trajectoire permet la comparaison entre les calculs du programme et les mesures de forces et de moments. Cependant, comme les mesures fournies dans le livre sont uniquement données pour la jambe droite, les résultats de la simulation seront uniquement présentés pour la jambe 1. Évidemment, les forces sont symétriques d'une jambe à l'autre. Aussi, la simulation a été faite sur 3 cycles de marche, mais seulement le deuxième cycle est montré car c'est le seul qui représente une marche en régime permanent. Il est à noter que pour les résultats montrés, une courbe en rouge dans le haut des graphiques présente l'évolution des phases de la marche afin de mieux visualiser l'effet des changements de phase sur le calcul des efforts. Ces phases sont présentées de la même façon qu'au chapitre 7. Cependant, comme les résultats présentés correspondent seulement à la jambe 1, voici, de façon plus précise et dans l'ordre d'apparition, l'état de cette jambe selon les phases montrées sur les graphiques : la phase 1 représente la phase de simple support où le pied 1 est en support, la phase 3 représente la phase de double support où le pied 1 pivote autour du bout du pied, la phase 2 représente la phase de simple support où le pied 1 est en balancement et la phase 4 représente la phase de double support où le pied 1 pivote autour de son talon.

En premier lieu, les comparaisons des forces en Y sont présentées aux figures 8.15 à 8.18 de la page suivante. On remarque que les courbes sont très similaires. La forme des courbes est comparable avec un léger décalage dans le temps. Ce décalage est probablement dû à une mauvaise interprétation du départ du cycle de marche (moment où le pied 1 quitte le sol) sur la trajectoire du livre. Aussi, on remarque qu'en utilisant l'algorithme de calcul dynamique en double support présenté pour cette simulation (section 8.2.1), la forme des courbes calculées par le programme correspond beaucoup mieux aux mesures de référence, comparativement à la solution à norme minimale utilisée au chapitre 7. Cependant, il y a encore beaucoup de place à amélioration et une étude plus poussée devrait être faite pour mieux calculer la répartition des efforts pour les phases de double support.

Forces en Y (en bleu, la mesure; en vert, la simulation ; en rouge, les phases) :

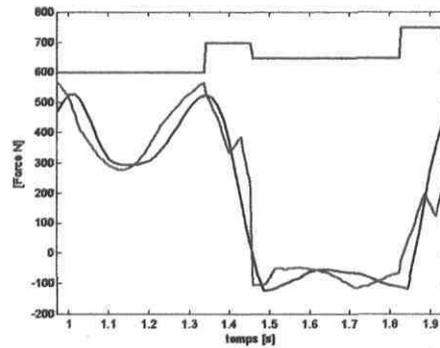


Figure 8.15 : Comparaison des forces en Y à la hanche droite

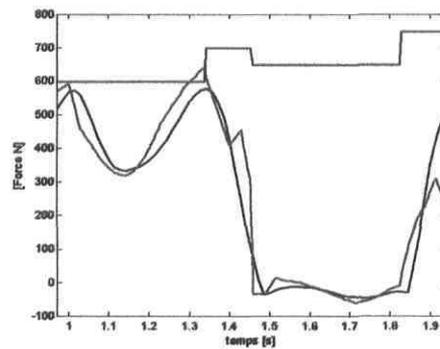


Figure 8.16 : Comparaison des forces en Y au genou droit

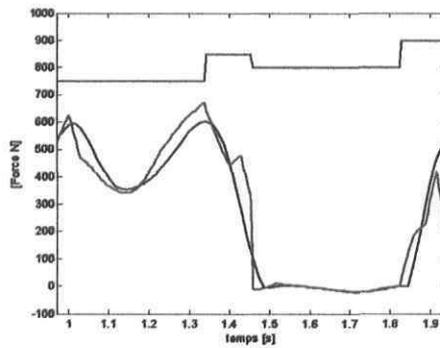


Figure 8.17 : Comparaison des forces en Y à la cheville droite

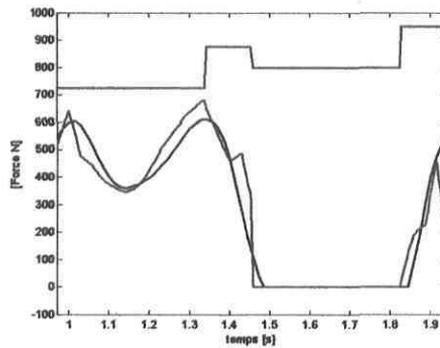


Figure 8.18 : Comparaison des forces en Y du sol sur le pied droit

Forces en X (en bleu, la mesure; en vert, la simulation ; en rouge, les phases) :

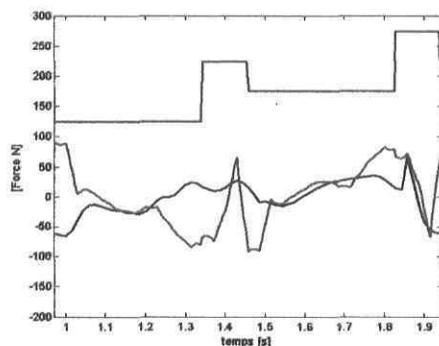


Figure 8.19 : Comparaison des forces en X à la hanche droite

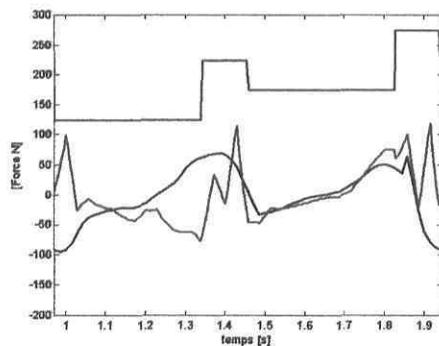


Figure 8.20 : Comparaison des forces en X au genou droit

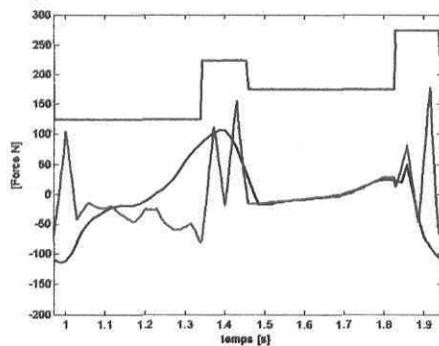


Figure 8.21 : Comparaison des forces en X à la cheville droite

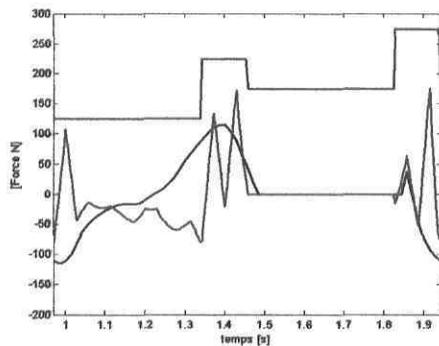
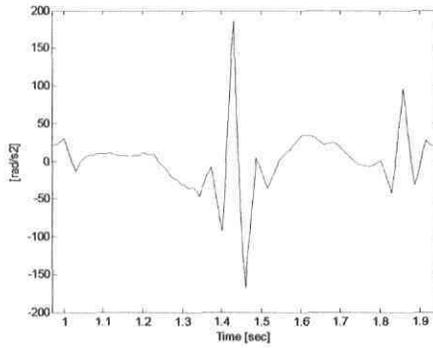


Figure 8.22 : Comparaison des forces en X du sol sur le pied droit

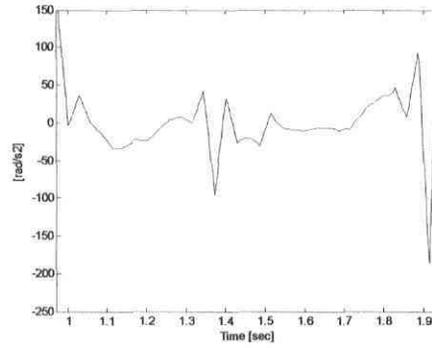
Pour les forces en X, présentées aux figures 8.19 à 8.22, on constate que les courbes calculées par le programme en phase 1 (phase où la jambe droite est en support) sont très différentes des courbes montrant les mesures. Cependant, comme les écarts sont d'abord pendant la phase de simple support et que les algorithmes de calcul cinématique et dynamique de cette phase ont été très bien validés par le logiciel Adams au chapitre 6, il est improbable que la différence entre les courbes provienne des calculs du programme. Ainsi, cette différence devrait être liée à la trajectoire, c'est-à-dire qu'un écart entre les trajectoires cartésiennes réelles et celles entrées dans le programme pourrait être la cause des variations importantes dans les résultats des calculs cinématiques et dynamiques.

Pour ce qui est des phases de double support, on constate que la solution choisie dans l'algorithme de calculs dynamique n'arrive pas à rendre la courbe des mesures en X, ce qui renforce l'idée d'améliorer cette partie du calcul dynamique. Aussi, en rapport aux calculs faits en double support, on remarque une discontinuité sur les calculs de force en X au milieu du cycle et à la limite entre la fin et le début du cycle. On remarque aussi que les courbes de forces calculées en Y sont affectées à cet endroit précis. En analysant les accélérations articulaires (figure 8.23), on constate une discontinuité pour $\ddot{\theta}_4$ au milieu du cycle et une discontinuité pour $\ddot{\theta}_3$ à la fin du cycle, ce qui pourrait expliquer les fluctuations dans le calcul des forces. La figure 8.23 montre aussi la courbe des coordonnées articulaires correspondantes. On voit que la discontinuité pourrait être causée par un changement de direction très rapide de ces angles ce qui illustre bien l'importance de la continuité dans les trajectoires.

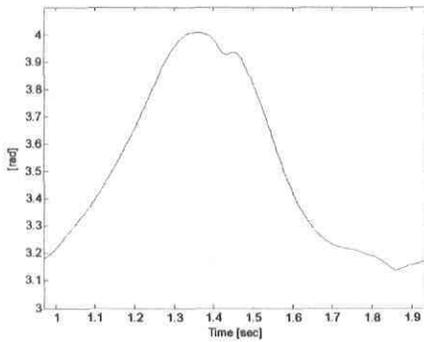
Pour ce qui est de la seconde phase en simple support, celle où la jambe droite est en balancement, on constate, sur les figures 8.19 à 8.22, que les courbes en X du programme correspondent très bien aux courbes des mesures. Ainsi, lorsque la jambe est en balancement, les calculs dynamiques sont corroborés par les mesures. Enfin, bien que les courbes de forces en X soient différentes en certaines parties, l'ordre de grandeur est semblable entre les mesures et les courbes provenant de la simulation.



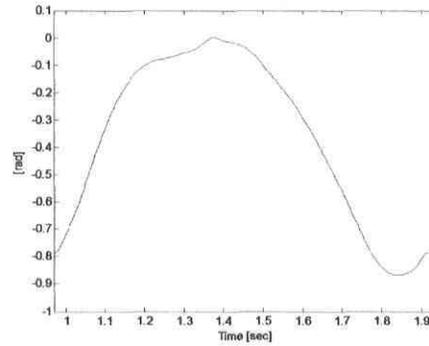
$\ddot{\theta}_4$ en fonction du temps



$\ddot{\theta}_3$ en fonction du temps



θ_4 en fonction du temps



θ_3 en fonction du temps

Figures 8.23 : Graphiques illustrant la cause probable de la discontinuité

Pour les courbes comparant les couples (présentées aux figures 8.24 à 8.26), on constate que l'allure et la direction des courbes sont semblables. Cependant, certaines différences existent, notamment par rapport à la grandeur des couples. Encore une fois, ces différences sont plus importantes lorsque la jambe en jeu supporte le bipède. Comme pour les forces en X, l'écart entre les courbes serait attribuable à la trajectoire car les différences sont présentes en phase de simple support.

Couple (en bleu, la mesure; en vert, la simulation ; en rouge, les phases) :

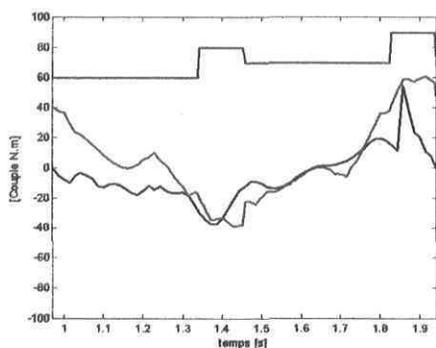


Figure 8.24 : Comparaison des couples à la hanche droite

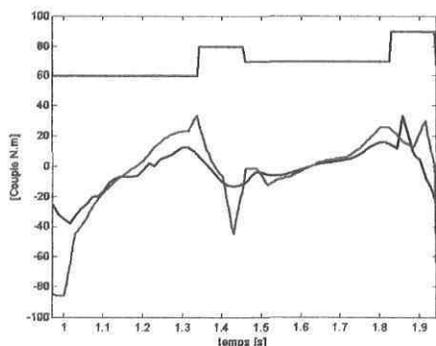


Figure 8.25 : Comparaison des couples au genou droit

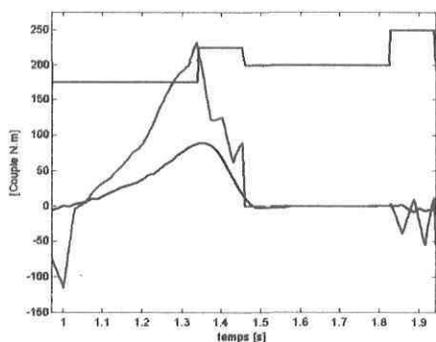
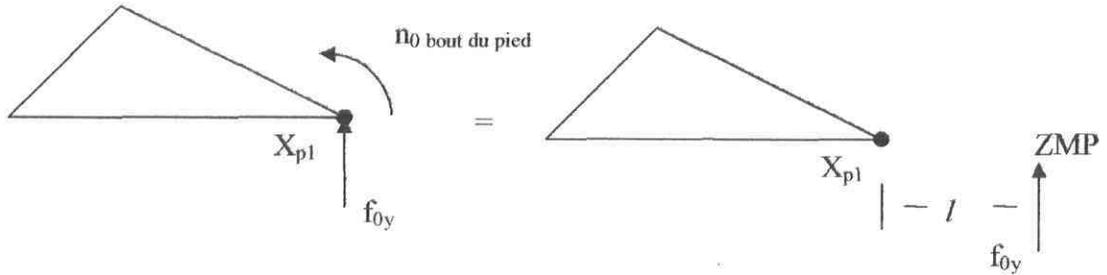


Figure 8.26 : Comparaison des couples à la cheville droite

Pour ce qui est du couple au sol équilibrant le pied, les données ne sont pas fournies dans le livre. À la place, c'est l'évolution de la position du centre de pression qui est donnée. Le centre de pression est comparable au ZMP défini au chapitre 2. Cependant, comme c'est une donnée se rapportant au pied, elle n'existe pas lorsque le pied n'est pas au sol, comparativement au ZMP qui peut être calculé par rapport au bipède entier et qui peut être défini sur l'ensemble de la trajectoire. Dans le programme, le couple appliqué au pied par le sol est calculé au CdM du pied. Ainsi, pour calculer le ZMP, il est d'abord nécessaire de

ramener ce couple au bout du pied pour ensuite calculer la position du ZMP de la manière suivante :



Où
$$l = \frac{n_0 \text{ bout du pied}}{f_{0y}} \text{ et } ZMP = X_{p1} + l$$

La figure 8.27 montre la comparaison entre l'évolution du ZMP calculée par le programme, le centre de pression donnée dans le livre et la position des différents points de référence sur un demi-cycle.

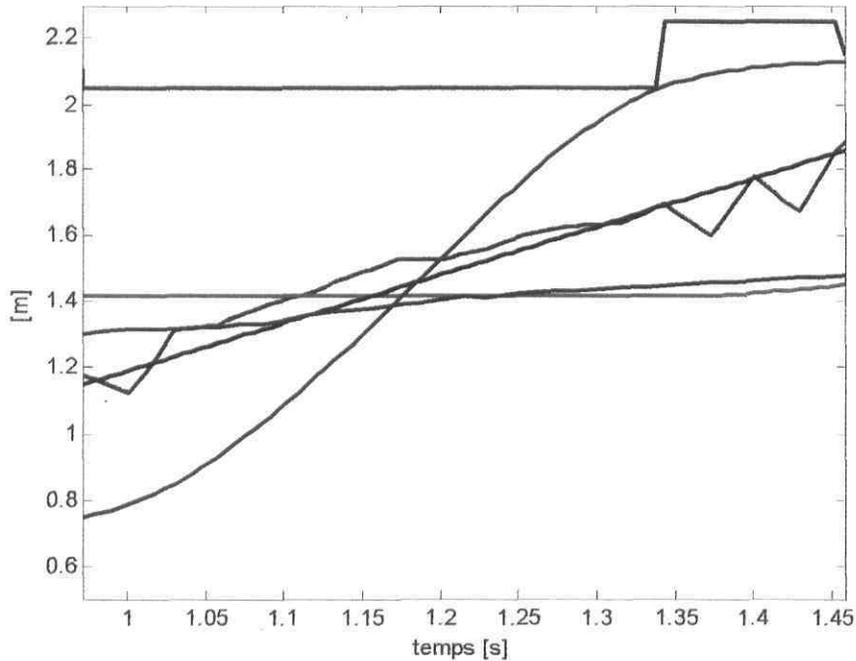


Figure 8.27 : Comparaison dans le temps sur un demi-cycle de la position en X du ZMP simulé en noir, du centre de pression mesuré en magenta, du CdM en bleu, des pieds (pied 1 en vert et pied 2 en cyan) et la courbe en rouge représentant les phases.

D'abord, en comparant la courbe du ZMP (noir) à celle du centre de pression (magenta), on voit que la position du ZMP calculé avance beaucoup plus vite que la position du centre de pression fournie. La position du ZMP semble suivre davantage la courbe de la position du CdM (bleu) que la position du centre de pression (magenta) ce qui indique que l'effet des forces d'inertie par rapport à la gravité est moins important pour la marche simulée que pour la marche mesurée. Comme les forces d'inertie dépendent uniquement des accélérations déterminées par la trajectoire du bipède, seules les modifications lors de l'adaptation de la trajectoire du livre peuvent causer cette différence. Aussi, il est intéressant de regarder la position du ZMP ou du centre de pression en rapport à la trajectoire du CdM en simple support. Lorsque le ZMP ou le centre de pression est devant le CdM, le pied en support retient le corps et le bipède est en décélération. Inversement, lorsque le ZMP ou le centre de pression est derrière le CdM, le corps est projeté vers l'avant et accélère. Sur le graphique, on constate que le ZMP est plus avancé que le CdM dans la presque totalité de la phase de simple support. Ainsi, seule la phase de double support servirait à propulser le bipède vers l'avant ce qui n'est pas réaliste. Par contre, la courbe montrant la position du centre de pression semble plus réaliste, car le bipède est en propulsion à partir du milieu de la phase de simple support. Par rapport à la notion de marche dynamiquement équilibrée définie au chapitre 2 (le ZMP doit demeurer dans le polygone de sustentation), on constate que la trajectoire utilisée pour la simulation donne une marche qui est loin d'être dynamiquement équilibrée. Pour la phase de simple support, le ZMP calculé est en avant du polygone de sustentation (limité par le bout du pied support en vert) pendant les 2 derniers tiers de cette phase, contrairement au centre de pression qui demeure beaucoup plus longtemps dans le polygone de sustentation sans jamais vraiment s'en éloigné. Ceci démontre une autre fois que les modifications apportées pour adapter la trajectoire au programme de simulation ont changé le comportement du bipède.

8.4 Discussion sur les résultats de simulation

Dans ce chapitre, une simulation faite avec une trajectoire jugée fiable a été présentée. Cette simulation avait pour but de valider l'approche utilisée et les simplifications faites dans la modélisation du bipède. Suite à l'analyse des résultats de la simulation, on constate que les calculs faits avec le programme ne concordent pas exactement avec les données expérimentales. De façon générale, l'ordre de grandeur des efforts calculés est représentatif des mesures, mais, bien que la forme des courbes du calcul des forces en Y semble cohérente, la forme des courbes du calcul des forces en X et des couples ne l'est pas entièrement. Les différences entre les calculs et les mesures pourraient être causées par l'utilisation de données de référence erronées sur les trajectoires ou sur les mesures. Dans un tel cas, il faudrait reprendre une simulation avec une nouvelle trajectoire valable. Cependant, compte tenu de la bonne crédibilité de l'ouvrage de référence, cette possibilité est exclue. Les variations entre les calculs et les mesures peuvent donc être liées à seulement trois éléments, soit les données d'entrées du programme, le programme de calcul en tant que tel et l'approche générale de modélisation.

La trajectoire de marche effectuée par le bipède est un facteur déterminant sur les efforts engendrés par la marche. Ainsi, plusieurs éléments reliés à la trajectoire utilisée dans le programme de simulation sont susceptibles d'avoir causé les différences observées entre les calculs et les mesures. D'abord, les modifications apportées afin d'adapter la trajectoire au programme de simulation, dont certaines étaient nécessaires pour rendre le cycle périodique et symétrique, ont fait en sorte que la trajectoire générée par le programme n'est pas exactement la même que celle effectuée par le marcheur ayant fourni les données, surtout en vitesse et en accélération. Aussi, les positions et les valeurs des masses et des inerties des membres du bipède ont été estimées à partir de valeurs moyennes qui ne correspondaient pas nécessairement aux valeurs réelles de la personne sur laquelle les mesures ont été prises. Ces deux éléments (la modification des données et l'estimation des paramètres inertiels) peuvent avoir un effet non négligeable sur les calculs cinématiques et dynamiques. Ensuite, deux autres éléments liés à l'utilisation des données dans le programme peuvent être identifiés comme étant les causes possibles de variations entre les

calculs et les mesures. En premier lieu, la méthode d'interpolation par spline cubique utilisée pour rendre la trajectoire discrète originale en une fonction continue n'est peut-être pas idéale. Aussi, le nombre de points utilisés dans cette trajectoire est probablement trop grand. Combinée à la méthode d'interpolation utilisée, qui passe par tous les points, l'utilisation d'un grand nombre de points engendre de grandes fluctuations en vitesse et en accélération ce qui a un effet sur les calculs cinématiques et dynamiques. Afin de régler les problèmes pouvant être causés par la trajectoire imposée, il serait envisageable d'utiliser moins de points pour représenter la marche. Cependant, diminuer le nombre de points diminue aussi la représentabilité de la trajectoire. Ainsi, utiliser une autre forme d'interpolation qui ne passe pas par exactement tous les points serait préférable. Aussi, au lieu d'interpoler sur la trajectoire cartésienne, il serait possible d'interpoler sur les trajectoires articulaires ce qui rendrait ces dernières plus régulières en vitesse et en accélération. Enfin, il serait intéressant de comparer les efforts calculés avec les trajectoires actuelles du programme à des efforts calculés avec des trajectoires de marche générées directement à partir de données sur les trajectoires articulaires. Il serait ainsi possible de visualiser de façon plus précise l'effet sur les efforts calculés de petites variations entre deux trajectoires équivalentes entrées dans le programme.

Ensuite, il est possible que l'algorithme de calcul du programme soit une des causes des différences entre les résultats des calculs et les mesures. Comme les calculs faits par le programme en phase de simple et double support ont été validés, les différences ne peuvent être attribuées aux calculs. Aussi, pour la phase de double support, il est impossible d'évaluer l'algorithme utilisé en comparant les résultats du programme aux mesures, car l'algorithme n'a pas été prévu pour retrouver exactement une répartition d'efforts donnée, mais pour générer une répartition d'efforts valides. Cependant, il est tout de même possible de se questionner sur la validité de la méthode utilisée pour la résolution du système sous-déterminé. D'abord, une matrice de pondération pourrait être utilisée lors de la résolution du système en double support. Comme le vecteur \vec{F} est composé de quantités ayant des unités différentes, la minimisation de sa norme n'a pas vraiment de sens physique et la matrice de pondération viendrait atténuer ce problème. Ensuite, en rapport à la simulation de ce chapitre, le vecteur \vec{z} a été déterminé en tentant de minimiser la variation des efforts

dans le temps. Cependant, ce choix était totalement arbitraire et avait pour but d'enlever la discontinuité dans les courbes d'efforts lors des changements de phase. Ainsi, une étude plus approfondie de la marche en double support devrait être faite afin de déterminer des critères adéquats pouvant être pondérés sur les efforts et être représentés par le vecteur \vec{z} . Par exemple, l'unilatéralité des forces de contact entre les pieds et le sol ou des limites dans l'amplitude des efforts devraient être représentées par le vecteur \vec{z} .

Enfin, plusieurs éléments liés à l'approche générale de la modélisation du bipède causent des différences entre les calculs faits par le programme et les mesures, différences qui ne peuvent être corrigées. D'abord, le programme considère le bipède en deux dimensions, tandis que la marche réelle du bipède est en trois dimensions. Ainsi, il y aura automatiquement des différences entre les calculs et la réalité, car certains mouvements sont facilités par des actions dans d'autres plans qui ne sont pas représentées dans le programme. Aussi, il est important de mentionner que les jambes ne sont pas les seuls éléments du corps impliqué dans la marche. Le balancement des bras, qui n'est pas pris en compte dans la présente modélisation, joue un rôle non négligeable dans la dynamique de la marche. Un autre élément important de la marche qui n'a pas été pris en compte dans le modèle est l'effet des orteils. Bien que les orteils aient davantage un rôle sur la stabilité de la marche que sur son mouvement, et qu'un couple entre les pieds et le sol représentant l'effet des orteils est calculé par le programme, l'action des orteils dans la marche n'est pas totalement représentée dans le modèle. Ainsi, afin de savoir à quel point ces éléments (modélisation 2D, dynamique des bras, contribution des orteils) sont responsables des différences entre les calculs et les mesures, les améliorations mentionnées précédemment au sujet de la génération de trajectoire et de l'algorithme de calcul en double support devront être faites. Une fois ces améliorations faites, il sera possible de statuer clairement sur la validité de l'approche de modélisation. Cependant, en raison des nombreuses améliorations possibles, surtout au niveau de la génération de la trajectoire et de l'algorithme de calcul en double support, les résultats actuels sont jugés suffisamment satisfaisants pour présumer que l'approche de modélisation utilisée est valable.

8.5 Possibilités d'applications du programme de simulations

Comme il a été mentionné précédemment, le programme n'a pas pour but d'être utilisable en temps réel. Ainsi, il est légitime de se questionner sur l'utilité d'un tel programme dans le cadre du développement d'un robot bipède. D'abord, le fait de connaître les efforts impliqués dans la marche avant la conception du robot permet un design optimisé. Ensuite, le programme de calcul tel que présenté pourra servir de testeur de trajectoires car il permet de les analyser sous plusieurs aspects. Ainsi, il est possible d'élaborer des critères d'efficacité (comme la puissance totale requise) ou de stabilité (comme la position du ZMP) et d'évaluer les trajectoires de marche par rapport à ces critères. Aussi, bien que le calcul des efforts ne se fasse pas en temps réel, les résultats de simulation peuvent être utilisés pour la commande du robot. Pour ce faire, une interface de comparaison entre les efforts et la posture du bipède est définie. Les résultats exposés aux sections précédentes montrent l'évolution de la trajectoire et des efforts dans le temps, c'est-à-dire que les données correspondantes à $\vec{F}(t)$ et $\vec{\theta}(t)$ sont connues sur l'ensemble de la trajectoire après une simulation. Dans cette section, une façon différente d'utiliser les résultats est recherchée. Il s'agit de constituer une base de données représentant $\vec{F}(\vec{\theta})$ ou $\vec{\theta}(\vec{F})$ qui met en relation les efforts calculés et la trajectoire articulaire simulée pour un cycle de marche complet. Une telle base de données implantée dans le contrôleur d'un robot bipède pourrait d'abord servir à titre de vérification. Par exemple, au cours de la marche du robot, la mesure en temps réel des efforts et de la posture pourrait être comparée avec les données archivées dans la base de données afin de vérifier l'état du robot. Aussi, une version simplifiée de cette base de données pourrait représenter la relation entre seulement un effort et la posture du robot. Il ne serait donc pas nécessaire de munir toutes les articulations de capteurs d'efforts. Par contre, dans un tel cas, la relation efforts-posture ne serait pas directe, c'est-à-dire qu'il y aurait plusieurs possibilités de posture pour un effort calculé. Cependant, dans un objectif de vérification, la démarche demeurerait valable car les valeurs pourraient tout de même être repérées dans la base de données. Aussi, dans un contrôleur, une telle base de données pourrait jouer le rôle du modèle dynamique du bipède liant la trajectoire aux efforts. De cette façon, les données pourraient servir d'outil de prédiction

des efforts nécessaires à l'accomplissement de la trajectoire, ce qui augmenterait l'efficacité du contrôleur. Les bénéfices de cette représentation des résultats deviennent plus évidents dans le cas où le bipède n'est plus un robot complet, mais un humain muni d'une prothèse active. Dans un tel cas, les possibilités d'obtenir de l'information sur le bipède au cours de la marche sont plus limitées, car il n'est pas souhaitable de mesurer toutes les positions et tous les efforts en temps réel sur le bipède. Ainsi, en considérant que la personne effectue une trajectoire de marche typique, la relation établie par le programme entre les efforts et la posture devient une source d'information importante pour le contrôleur de la prothèse. Par exemple, en supposant que les souliers du marcheur soient munis de capteurs de force ou de pression, il serait possible, à l'aide d'une base de données liant les forces appliquées sur les pieds aux coordonnées articulaires, de reconstituer la posture du marcheur, et ainsi connaître son état sans mesurer directement les positions. Avec cette information, le contrôleur pourrait adapter le comportement de la prothèse. L'annexe F présente un exemple de ce que pourrait être l'interface de comparaison entre les forces et la posture pour la simulation présentée dans ce chapitre.

Chapitre 9

Conclusion

L'objectif de ce mémoire était d'étudier la locomotion bipède dans le but de développer un robot marcheur anthropomorphe au laboratoire d'Automatisation Complexe et de Mécatronique (LACM) de l'Université Laval. Pour ce faire, nous avons d'abord présenté une analyse de la marche bipède et défini certains concepts importants dans l'étude de la marche. Ensuite, une revue de littérature des différents robots marcheurs bipèdes existants a été réalisée. Puis, dans le cadre d'une approche théorique pour modéliser dynamiquement un bipède plan suivant une trajectoire de marche donnée, il a été décidé de développer un programme simple de simulation de la dynamique de la marche permettant de calculer les couples nécessaires aux articulations ainsi que les forces impliquées dans la marche. Ensuite, l'architecture du bipède choisie a été présentée. Pour optimiser l'agilité du bipède tout en conservant une complexité minimale d'analyse, il a été décidé de représenter le bipède plan par un système ayant 9 DDL avec six articulations et sept liens. Les équations décrivant la cinématique du bipède dans l'espace cartésien et articulaire ont par la suite été développées. Puis, afin d'effectuer les calculs dynamiques, une convention de description des chaînes cinématiques du bipède a été utilisée pour appliquer la formulation de Newton-Euler sur chaque membre du bipède. Les équations développées ont été programmées à l'aide du logiciel Matlab. Les calculs du programme ont ensuite été validés séparément selon la phase du cycle de marche à l'aide du logiciel Adams. D'abord, une trajectoire empirique a été appliquée au bipède en phase de simple support et les calculs cinématiques et dynamiques effectués par le programme ont été corroborés par Adams. Pour la phase de double support, seules des validations partielles étaient possibles en raison du système sous-déterminé à résoudre. Ainsi, une trajectoire théorique a été appliquée au bipède dans une configuration où le bout des deux pieds reste fixé au sol. Avec cette configuration, la validation des efforts par Adams était possible à cinq des huit articulations du bipède. En alternant les articulations actionnées, les calculs dynamiques de l'algorithme en double support ont pu être complètement validés. Il est à noter qu'une validation des calculs du

programme par une simulation en dynamique directe dans Adams a été tentée, mais n'a pas pu être réalisée en raison de l'instabilité du système. Une fois le programme validé, une première trajectoire empirique complète a été appliquée au programme. L'ordre de grandeur des résultats était adéquat, mais ils n'ont pu être validés complètement par manque de données comparatives de référence. Ensuite, une nouvelle trajectoire a été développée en adaptant une trajectoire de référence expérimentale publiée dans un ouvrage de référence. Les résultats obtenus ont pu être comparés à des courbes réelles mesurées. De façon générale, les courbes des forces en Y calculées représentaient fidèlement les courbes de référence. Cependant, seul l'ordre de grandeur était respecté pour les courbes représentant les couples et les forces en X. Les différences entre les calculs et les mesures sont attribuables à l'adaptation de la trajectoire, à l'estimation des paramètres inertiels et à la méthode d'interpolation par spline cubique utilisée. Aussi, même si les calculs en double support donnent une répartition d'efforts qui est une solution valide au problème dynamique, l'algorithme de calcul n'était pas adéquat car les résultats obtenus n'étaient pas représentatifs de la marche bipède. Enfin, une partie des différences entre les calculs et les mesures est explicable par les simplifications faites lors de la modélisation. Dans le programme, le fait de modéliser le bipède en deux dimensions en omettant la contribution dynamique des bras et des orteils créera toujours une différence entre le calcul des efforts et la réalité. Ainsi, pour identifier la portion d'erreur due à la modélisation et améliorer la performance du programme de simulation, il est nécessaire de diminuer au minimum les problèmes causés par l'adaptation de la trajectoire et par l'algorithme de calcul dynamique en double support. Pour ce faire, il est essentiel d'améliorer la génération des trajectoires de marche en utilisant moins de points ou en modifiant la méthode d'interpolation. Aussi, il serait possible d'améliorer la génération des trajectoires en interpolant sur des trajectoires articulaires discrètes obtenues des trajectoires cartésiennes, ou en générant directement la trajectoire de marche à partir de données articulaires mesurées. Ensuite, il est essentiel de modifier l'algorithme de calcul en double support pour adapter les calculs à la marche bipède. Une étude approfondie de cette phase de la marche rendra possible l'identification de critères ou d'équations supplémentaires permettant de générer des solutions valides et représentatives de la marche bipède. Aussi, d'autres améliorations au programme de simulation sont possibles. D'abord, par rapport à la génération des trajectoires de marche, il

serait intéressant d'inclure le départ et l'arrêt de la marche afin de pouvoir simuler une marche complète. Ensuite, les trajectoires devraient être générées en fonction des paramètres géométriques du robot. Présentement, dans le programme, ce sont les paramètres géométriques qui doivent être modifiés pour correspondre à ceux du bipède ayant fourni les données servant à la génération de la trajectoire.

Pour le futur du projet, il est essentiel d'effectuer les modifications mentionnées précédemment au sujet des trajectoires de marche et de l'algorithme de calcul dynamique en double support. Une fois ces éléments corrigés, il sera possible de juger si l'approche de modélisation utilisée donne des résultats satisfaisants. Ensuite, dans le cadre du développement d'un robot bipède, le programme pourra être utilisé afin d'analyser l'efficacité et la stabilité de différentes trajectoires de marche par l'analyse des efforts ou par la trajectoire du ZMP. Aussi, par le développement d'une base de données constituant une interface de comparaison entre les forces calculées par le programme et la posture du bipède, les résultats de simulation pourront être utilisés comme outil de vérification ou comme outil prédictif dans la commande d'un robot bipède. Enfin, une approche expérimentale devrait être envisagée en parallèle au développement théorique du projet afin de forcer la considération des problèmes pratiques d'application dans l'élaboration théorique du projet et afin de valider efficacement l'approche utilisée pour représenter le bipède.

Bibliographie

- [1] Collins Steve & Ruina Andy & Tedrake Russ & Wisse Martijn, « Efficient Bipedal Robots Based on Passive-Dynamic Walkers », *Science*, Vol. 307, No 5712, 18 février. 2005, p.1082-1085.
- [2] Fortin André, *Analyse numérique pour ingénieurs*, Éditions de l'École Polytechnique de Montréal, 1995, 448p.
- [3] Goddard Ralph E. & Zheng yuan F. & Hemami Hooshang, «Control of the Heel-Off to Toe-Off Motion of a Dynamic Biped Gait», *IEEE Transactions on systems, man, and Cybernetics*, Vol. 22, No.1, Janvier/février 1992, p. 92-102.
- [4] Gosselin Clément, *Éléments de Robotique GMC-17693*, Notes de cours, Département de Génie Mécanique, Université Laval, 2003, 186p
- [5] Gosselin Clément, *Mécanique des Manipulateurs GMC-64388*, Notes de cours, Département de Génie Mécanique, Université Laval, 2004, 154p
- [6] Hirai Kazuo, «Current and Future Perspective of Honda Humanoid Robot», *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robot and Systems*, vol.2, 1997, p. 500-508.
- [7] Hirai Kazuo & Hirose Masato & Haikawa Yuji & Takenaka Toru, «The Development of Honda Humanoid Robot», *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, may 1998, p. 1321-1326.
- [8] Kajita Shuuji & Tani Kasuo & Kobayashi Akira, «Dynamic Walk Control of a Biped Robot along the Potential Energy Conserving Orbit», *IEEE International Workshop on Intelligent Robots and Systems*, 1990, p. 789-794.
- [9] Kajita Shuuji & Tani Kasuo, « Study of Dynamic Biped Locomotion on Rugged Terrain –Derivation and Application of the Linear Inverted Pendulum Mode», *IEEE International Conference on Robotics and Automation*,Avril 1991, p. 1405-1411.
- [10] Kajita Shuuji & Tani Kasuo, « Study of Dynamic Biped Locomotion on Rugged Terrain –Theory and Basic Experiment», *IEEE Fifth International Conference on Advanced Robotics*, 1991, p. 741-746.
- [11] Kajita Shuuji & Kanehiro Fumio & Kaneko Kenji & Yokoi Kazuhito & Hirukawa Hirohisa, « The 3D Linear Inverted Pendulum Mode: A simple modeling for a biped walking pattern generation», *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robot and Systems*, novembre 2001, p. 239-246.

- [12] Kanehira Noriyuki & Kawasaki Toshikazu & Ohta Shigehiko & Isozumi Takakatsu & Kawada Tadahiro & Kanehiro Fumio & Kajita Shuuji & Kaneko Kenji, « Design and Experiments of Advanced Leg Module (HRP-2L) for Humanoid Robot (HRP-2) Development», *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robot and Systems*, octobre 2002, p. 2455-2460.
- [13] Kanehiro Fumio & Kaneko Kenji & Fujiwara Kiyoshi & Harada Kensuke & Kajita Shuuji & Yokoi Kazuhito & Hirukawa Hirohisa & Akachi Kazuhiko & Isozumi Takakatsu, « The First Humanoid Robot that has the Same Size as a Human and that can Lie down and Get up», *IEEE international Conference on Robotic and Automation*, septembre 2003, p.1633-1639.
- [14] Kaneko Kenji & Kajita Shuuji & Kanehiro Fumio & Yokoi Kazuhito & Fujiwara Kiyoshi & Hirukawa Hirohisa & Kawasaki Toshikazu & Hirata Masaru & Isozumi Takakatsu, « Design of Advanced Leg Module for Humanoid Robotics Project of METI», *IEEE international Conference on Robotic and Automation*, May 2002, p. 38-45.
- [15] Kaneko Kenji & Kanehiro Fumio & Kajita Shuuji & Hirukawa Hirohisa & Kawasaki Toshikazu & Hirata Masaru & Akachi Kazuhiko & Isozumi Takakatsu, « Humanoid Robot HRP-2», *IEEE international Conference on Robotic and Automation*, Avril 2004, p. 1083-1090.
- [16] Lim Hun-ok & Takanishi Atsuo, «Waseda Biped Humanoid Robots Realizing Human-like Motion», *International Workshop on Advanced Motion Control, AMC*, 2000, p. 525-530.
- [17] Lydoire Fabien, *Génération de trajectoires pour la locomotion artificielle et commande à horizon fuyant avec l'arithmétique d'intervalles*, Thèse de Doctorat, Université Montpellier II, décembre 2004.
- [18] McGeer T., « Passive Dynamic Walking », *International Journal of Robotics Research*, Vol.9, No.2, avril 1990, p. 62-82.
- [19] Ogura Yu & Lim Hun-ok & Takanishi Atsuo, «Stretch Walking Pattern Generation for a Biped Humanoid Robot», *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robot and Systems*, octobre 2003, p. 352-357.
- [20] Pratt Jerry E., *Exploiting Inherent Robustness and Natural Dynamics in the Control of Bipedal Walking Robots*, Thèse de PhD, Massachusetts institute of technology, juin 2000.
- [21] Robert Paul & Rey-Debove Josette & Rey Alain, *Petit Robert de la langue française 2006*, Paris : Dictionnaires Le Robert, 2005, 2949p

- [22] Roussel Laurence, *Génération de trajectoires de marche optimales pour un robot bipède*, Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, novembre 1998.
- [23] Sias Fred R. & Zheng Yuan F. , « How many degrees-of-freedom does a biped need?», *IEEE International Workshop on Intelligent Robots and Systems*, 1990, p. 297-302.
- [24] Tortora Gerard J. & Grabowski Sandra Reynolds & Parent Jean-Claude, *Principes d'anatomie et de physiologie - nouvelle édition*, Edition CEC, Montréal, 1994, 1204p
- [25] Vukobratovic Miomir & Borovac Branislav, «Zero-Moment Point – Thirty five years of its life», *International Journal of Humanoid Robot*, vol.1, No.1, 2004, p. 157-173.
- [26] Wieber Pierre-Brice, *Modélisation et Commande d'un Robot Marcheur Anthropomorphe*, Thèse de Doctorat, École des Mines de Paris, décembre 2000.
- [27] Winter David A., *Biomechanics and Motor Control of Human Movement-3rd edition*, Edition Wiley, Hoboken, New Jersey, 2004, 344p
- [28] Yamaguchi Jin'ichi & Takanishi Atsuo, «Development of a Biped Walking Robots Having Antagonistic Driven Joints Using Nonlinear Spring Mechanism», *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, avril 1997, p. 185-192.
- [29] Yamaguchi Jin'ichi & Takanishi Atsuo, «Design of Biped Walking Robots Having Antagonistic Driven Joints Using Nonlinear Spring Mechanism», *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robot and Systems*, 1997, p. 251-259.
- [30] Yi Keon Young & Zheng Yuan F., «Biped Locomotion by reduced Ankle Power», *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, avril 1996, p. 584-589.
- [31] Zheng Yuan F & Shen Jie, «Gait Synthesis for the SD-2 Biped Robot to Climb Sloping Surface», *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 6, No. 1, Février 1990, p. 86-96.
- [32] <http://www.takanishi.mech.waseda.ac.jp/research/wabian/index.htm>
- [33] <http://www.humanoid.waseda.ac.jp/booklet/kato04.html>
- [34] <http://world.honda.com/ASIMO/>
- [35] <http://www.ai.mit.edu/projects/leglab/robots/robots.html>
- [36] <http://www.mel.go.jp/soshiki/robot/undo/kajita/biped-e.html>
- [37] http://www.kawada.co.jp/global/ams/hrp_2.html

- [38] <http://www.amm.mw.tu-muenchen.de/index.php?id=36&L=1>
- [39] <http://www-lms.univ-poitiers.fr/robot/BIP.html>
- [40] <http://www.inrialpes.fr/bipop/>
- [41] <http://robot-rabbit.lag.ensieg.inpg.fr/index.php>
- [42] http://www-personal.engin.umich.edu/~artkuo/Passive_Walk/passive_walking.html
- [43] <http://groups.csail.mit.edu/locomotion/publications/icra04.pdf>
- [44] <http://ruina.tam.cornell.edu/research/>
- [45] <http://tam.cornell.edu/students/garcia/msghomepage.html>
- [46] <http://www.victhom.com/fr/realisation-jambe-bionique-1.htm>

ANNEXE A
Anthropométrie

Tableaux A-1: Tableaux originaux des données anthropométriques [27]

TABLE 3.1 Anthropometric Data

Segment	Definition	Segment Weight/ Total Body Weight	Center of Mass/ Segment Length		Radius of Gyration/ Segment Length			Density
			Proximal	Distal	C of G	Proximal	Distal	
Hand	Wrist axis/knuckle II middle finger	0.006 M	0.506	0.494 P	0.297	0.587	0.577 M	1.16
Forearm	Elbow axis/ulnar styloid	0.016 M	0.430	0.570 P	0.303	0.526	0.647 M	1.13
Upper arm	Glenohumeral axis/elbow axis	0.028 M	0.436	0.564 P	0.322	0.542	0.645 M	1.07
Forearm and hand	Elbow axis/ulnar styloid	0.022 M	0.682	0.318 P	0.468	0.827	0.565 P	1.14
Total arm	Glenohumeral joint/ulnar styloid	0.050 M	0.530	0.470 P	0.368	0.645	0.596 P	1.11
Foot	Lateral malleolus/head metatarsal II	0.0145 M	0.50	0.50 P	0.475	0.690	0.690 P	1.10
Leg	Femoral condyles/medial malleolus	0.0465 M	0.433	0.567 P	0.302	0.528	0.643 M	1.09
Thigh	Greater trochanter/femoral condyles	0.100 M	0.433	0.567 P	0.323	0.540	0.653 M	1.05
Foot and leg	Femoral condyles/medial malleolus	0.061 M	0.606	0.394 P	0.416	0.735	0.572 P	1.09
Total leg	Greater trochanter/medial malleolus	0.161 M	0.447	0.553 P	0.326	0.560	0.650 P	1.06

TABLE 3.1 (Continued)

Segment	Definition	Segment Weight/ Total Body Weight	Center of Mass/ Segment Length		Radius of Gyration/ Segment Length			Density
			Proximal	Distal	C of G	Proximal	Distal	
Head and neck	C7-T1 and 1st rib/ear canal	0.081 M	1.000	— PC	0.495	0.116	— PC	1.11
Shoulder mass	Sternoclavicular joint/ glenohumeral axis	—	0.712	0.288	—	—	—	1.04
Thorax	C7-T1/T12-L1 and diaphragm*	0.216 PC	0.82	0.18	—	—	—	0.92
Abdomen	T12-L1/L4-L5*	0.139 LC	0.44	0.56	—	—	—	—
Pelvis	L4-L5/greater trochanter*	0.142 LC	0.105	0.895	—	—	—	—
Thorax and abdomen	C7-T1/L4-L5*	0.355 LC	0.63	0.37	—	—	—	—
Abdomen and pelvis	T12-L1/greater trochanter*	0.281 PC	0.27	0.73	—	—	—	1.01
Trunk	Greater trochanter/ glenohumeral joint*	0.497 M	0.50	0.50	—	—	—	1.03
Trunk head neck	Greater trochanter/ glenohumeral joint*	0.578 MC	0.66	0.34 P	0.503	0.830	0.607 M	—
Head, arms, and trunk (HAT)	Greater trochanter/ glenohumeral joint*	0.678 MC	0.626	0.374 PC	0.496	0.798	0.621 PC	—
HAT	Greater trochanter/mid rib	0.678	1.142	—	0.903	1.456	—	—

*NOTE: These segments are presented relative to the length between the greater trochanter and the glenohumeral joint.

Source Codes: M, Dempster via Miller and Nelson; *Biomechanics of Sport*, Lea and Febiger, Philadelphia, 1973. P, Dempster via Plagenhoef; *Patterns of Human Motion*, Prentice-Hall, Inc, Englewood Cliffs, NJ, 1971. L, Dempster via Plagenhoef from living subjects; *Patterns of Human Motion*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1971. C, Calculated.

A-1 Images anatomiques [24]

Les chiffres entre parenthèses situent les parties anatomiques présentées au tableau 2.1 du chapitre 2.

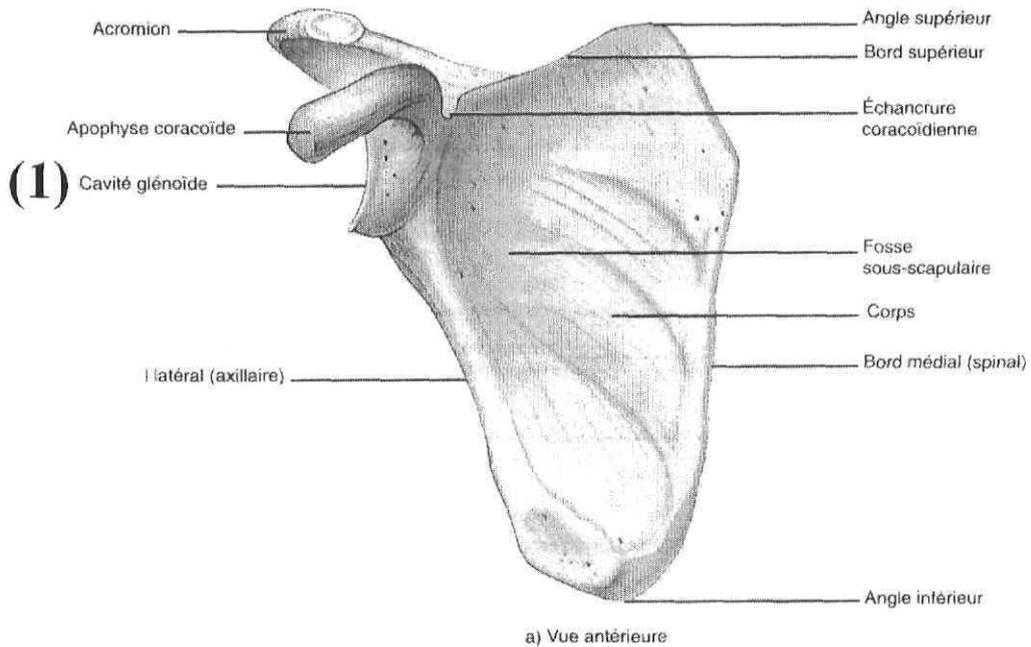


Figure A-1 : Omoplate droite

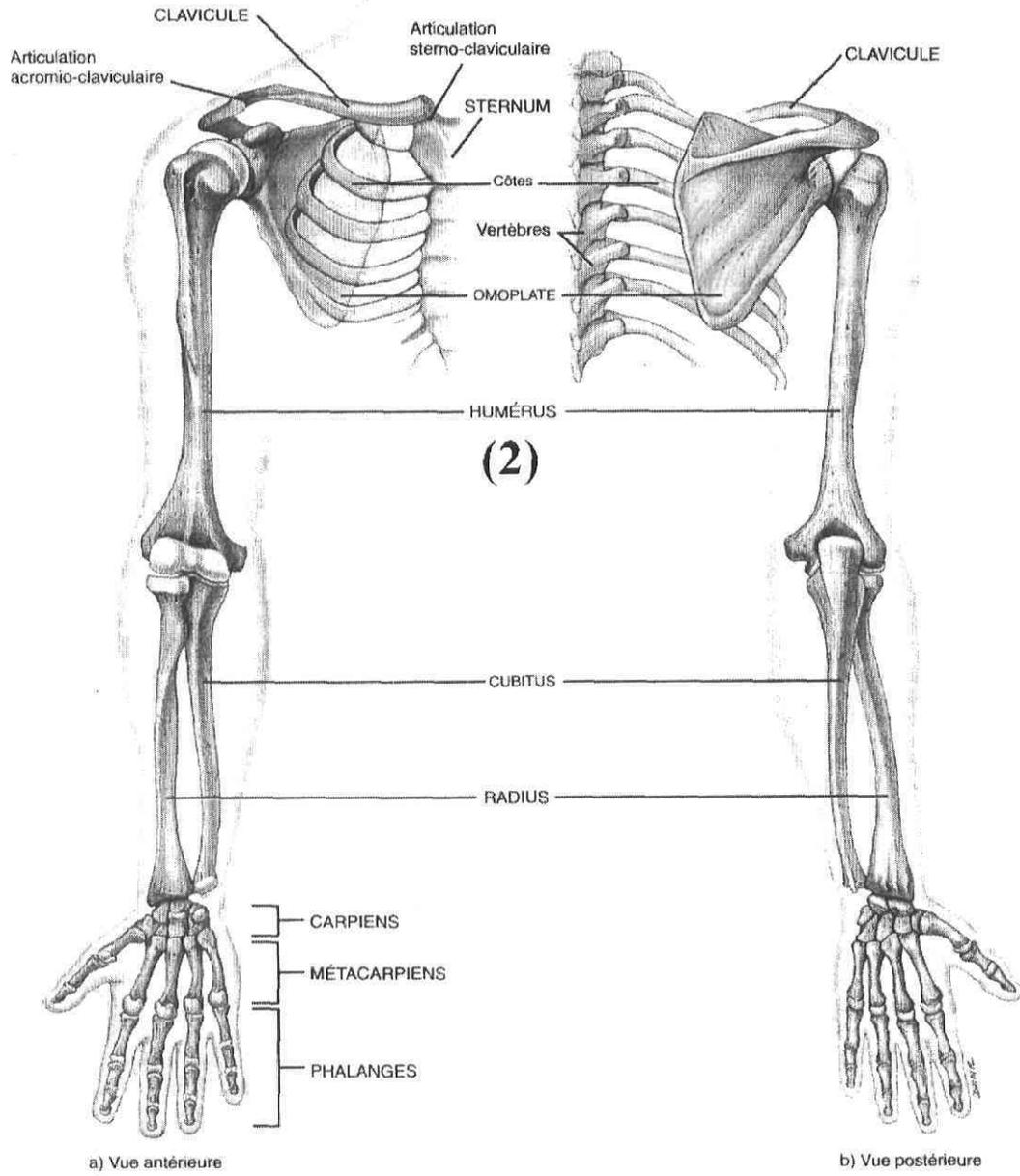


Figure A-2 : Haut du corps

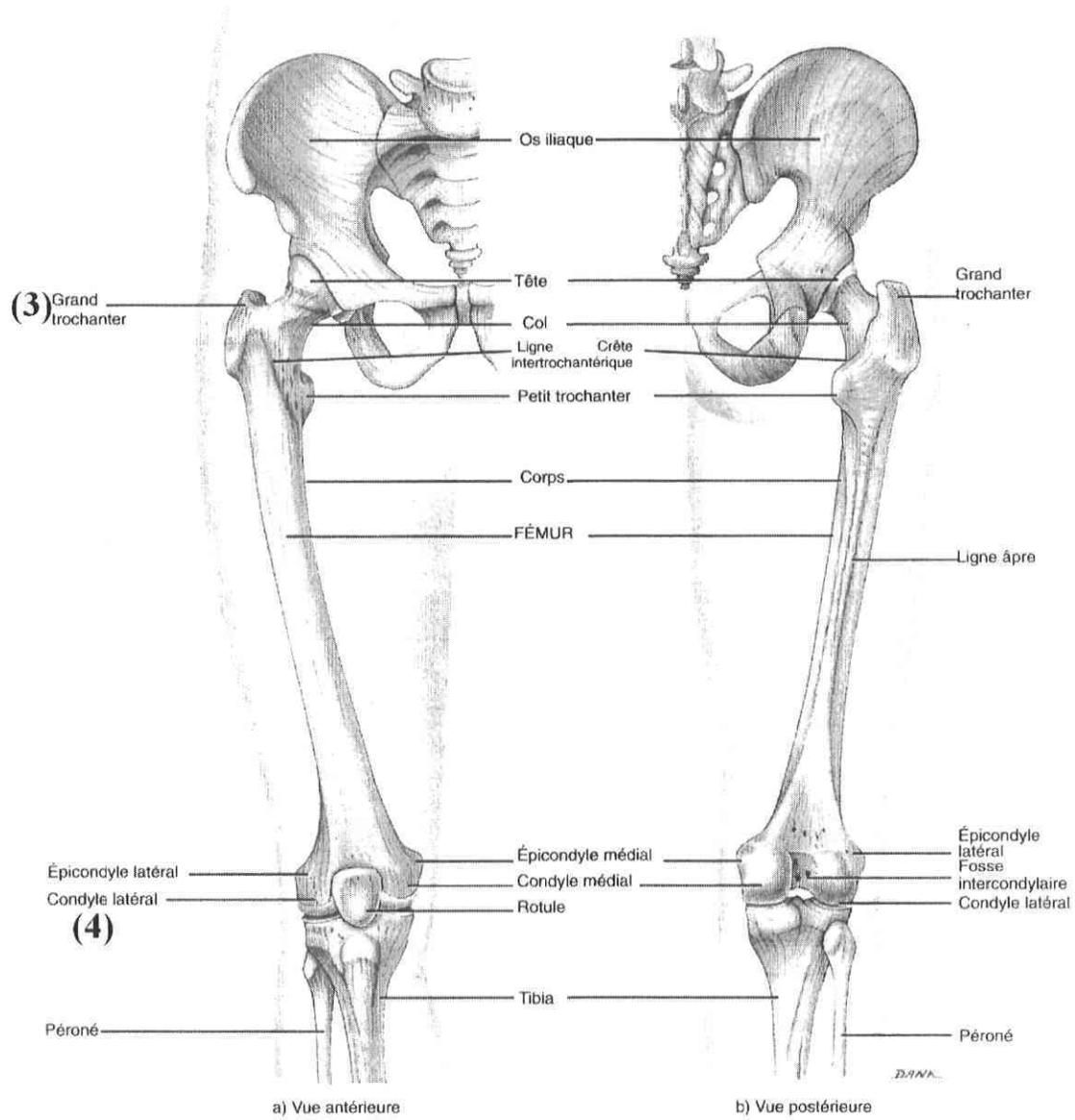


Figure A-3 : Fémur droit par rapport à l'os iliaque, à la rotule, au tibia et au péroné

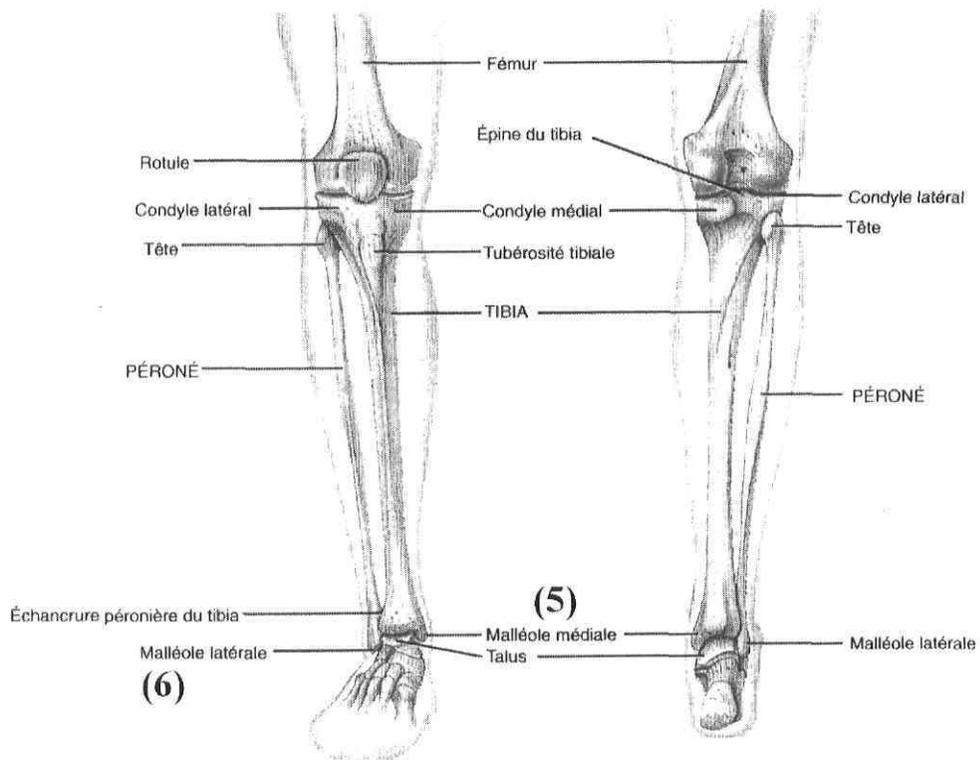


Figure A-4 : Tibia et péroné droits, par rapport au fémur, à la rotule et au talus

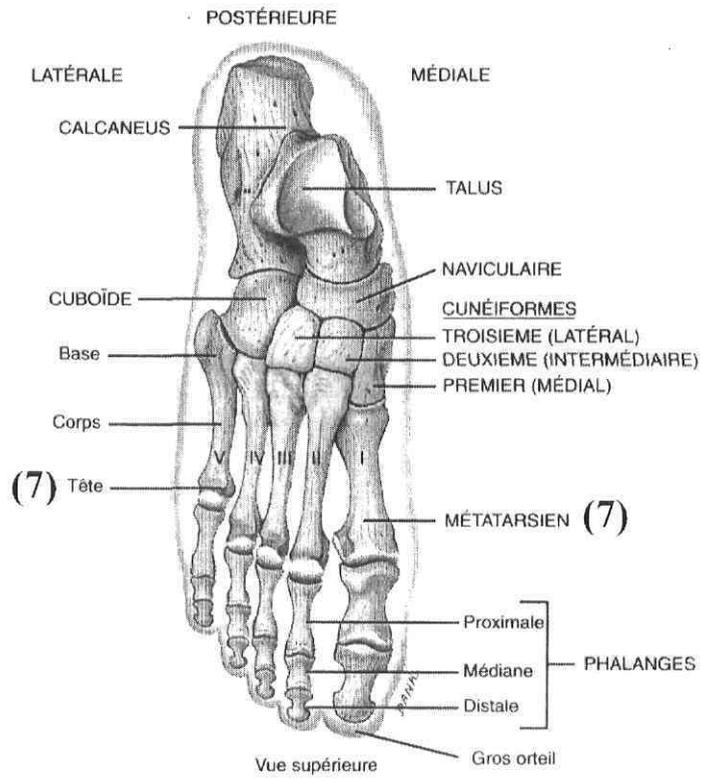


Figure A-5 : Pied droit

ANNEXE B
Modélisation dynamique

Cette annexe a pour but de présenter la résolution du problème dynamique inverse par l'application de la formulation de Newton-Euler.

D'abord, les deux équations vectorielles suivantes seront appliquées sur chacun des sept membres du bipède :

$$\sum \vec{F}_i = m_i \ddot{\vec{c}}_i$$

$$\sum \vec{M}_i = I_i \dot{\vec{\omega}}_i + \vec{\omega}_i \times I_i \vec{\omega}_i$$

De ces équations, 21 équations scalaires pourront être utilisées afin de représenter le système à résoudre sous la forme matricielle suivante :

$$L\vec{F} = \vec{R}$$

Avant de présenter l'application des équations dynamiques sur chaque membre, rappelons que :

$$S_i = \begin{bmatrix} S_{ix} \\ S_{iy} \\ 0 \end{bmatrix}, A_i = \begin{bmatrix} A_{ix} \\ A_{iy} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_i \cos(\theta_i) \\ a_i \sin(\theta_i) \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$Q_i = \begin{bmatrix} q_{i1} & q_{i2} & 0 \\ q_{i21} & q_{i22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Les forces \vec{f}_i et les vecteurs \vec{A}_i et \vec{S}_i sont exprimés dans le repère i . Les vitesses et accélérations $\dot{\vec{c}}, \ddot{\vec{c}}, \vec{\omega}, \dot{\vec{\omega}}$ ainsi que les matrices d'inertie I_i sont exprimées dans le repère $i+1$. Aussi, comme les axes Z ont tous été définis sortants de la feuille, les moments \vec{n}_i sont indépendants du repère dans lequel ils sont exprimés.

Pied 1

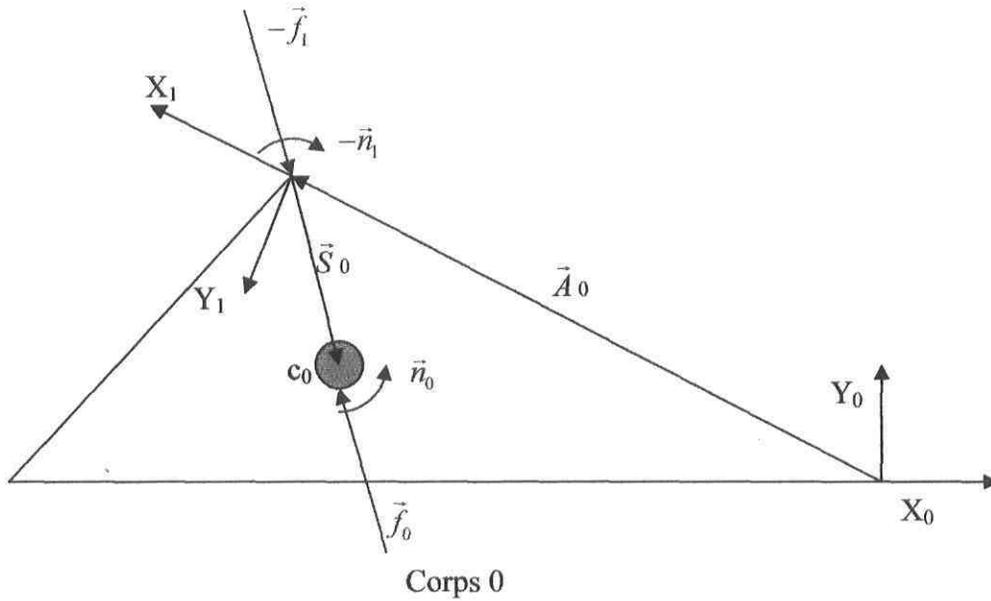


Figure B-1 : DCL du pied 1 (Corps 0)

D'abord, la sommation des forces :

$$\sum \vec{F} :$$

$$\vec{f}_0 - \vec{f}_1 = m_0 \ddot{\vec{c}}_0$$

Tous les éléments de l'équation doivent être exprimés dans le même repère. Ainsi, il est choisi de les exprimer dans le repère 1 :

$$Q_0^T \vec{f}_0 - \vec{f}_1 = m_0 \ddot{\vec{c}}_0$$

De cette équation vectorielle, seules les deux équations scalaires en X et Y sont obtenues car les composantes des forces et des accélérations en Z sont nulles :

$$q_{011} f_{0x} + q_{021} f_{0y} - f_{1x} = m_0 \ddot{c}_{0x} \quad (B-1)$$

$$q_{012} f_{0x} + q_{022} f_{0y} - f_{1y} = m_0 \ddot{c}_{0y} \quad (B-2)$$

Ensuite, la somme des moments :

$$\sum M_{e0} :$$

$$\vec{S}_0 \times \vec{f}_1 + \vec{n}_0 - \vec{n}_1 = I_0 \dot{\vec{\omega}}_0 + \vec{\omega}_0 \times I_0 \vec{\omega}_0$$

Dans le repère 1 :

$$Q_0^T \vec{S}_0 \times \vec{f}_1 + \vec{n}_0 - \vec{n}_1 = I_0 \dot{\vec{\omega}}_0 + \vec{\omega}_0 \times I_0 \vec{\omega}_0$$

Il est à noter qu'il n'est pas nécessaire de changer les moments \vec{n}_i de repère car ils ont la même valeur dans tous les repères. De cette équation vectorielle, une seule équation scalaire en Z peut être tirée car les moments et les accélérations angulaires en X et Y sont nuls :

$$B_0 f_{0x} + C_0 f_{0y} + n_0 + C_0 f_{1x} + D_0 f_{1y} + n_1 = I_{0zz} \dot{\omega}_{0z} \quad (\text{B-3})$$

Où :

$$B_0 = 0$$

$$C_0 = 0$$

$$D_0 = -[q_{021} S_{0x} + q_{022} S_{0y}]$$

$$E_0 = [q_{011} S_{0x} + q_{021} S_{0y}]$$

Jambe 1

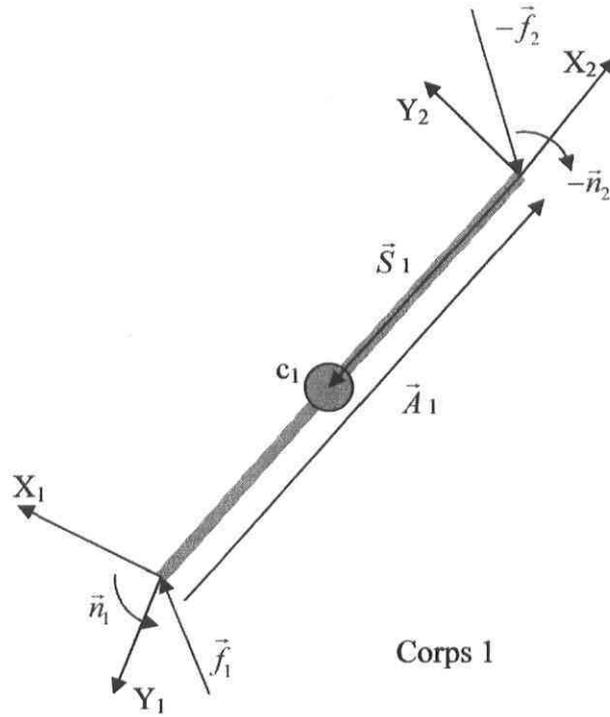


Figure B-2 : DCL de la jambe 1 (Corps 1)

$\sum \vec{F} :$

$$\vec{f}_1 - \vec{f}_2 = m_1 \ddot{\vec{c}}_1$$

Repère 2 :

$$Q_1^T \vec{f}_1 - \vec{f}_2 = m_1 \ddot{\vec{c}}_1$$

Deux équations scalaires sont obtenues :

$$q_{11} f_{1x} + q_{12} f_{1y} - f_{2x} = m_1 \ddot{c}_{1x} \quad (\text{B-4})$$

$$q_{12} f_{1x} + q_{12} f_{1y} - f_{2y} = m_1 \ddot{c}_{1y} \quad (\text{B-5})$$

$\sum M_{c1} :$

$$-(\vec{A}_1 + \vec{S}_1) \times \vec{f}_1 + \vec{S}_1 \times \vec{f}_2 + \vec{n}_1 - \vec{n}_2 = I_1 \dot{\vec{\omega}}_1 + \vec{\omega}_1 \times I_1 \vec{\omega}_1$$

Repère 2 :

$$-Q_1^T(\vec{A}_1 + \vec{S}_1) \times Q_1^T \vec{f}_1 + Q_1^T \vec{S}_1 \times \vec{f}_2 + \vec{n}_1 - \vec{n}_2 = I_1 \dot{\vec{\omega}}_1 + \vec{\omega}_1 \times I_1 \vec{\omega}_1$$

Ce qui donne l'équation scalaire :

$$B_1 f_{1x} + C_1 f_{1y} + n_1 + C_1 f_{2x} + D_1 f_{2y} + n_2 = I_{1zz} \dot{\omega}_{1z} \quad (\text{B-6})$$

Où :

$$B_1 = -[q_{112}(q_{111}(A_{1x} + S_{1x}) + (q_{121}(A_{1y} + S_{1y})) - q_{111}(q_{112}(A_{1x} + S_{1x}) + (q_{122}(A_{1y} + S_{1y})))]$$

$$C_1 = -[q_{122}(q_{111}(A_{1x} + S_{1x}) + (q_{121}(A_{1y} + S_{1y})) - q_{121}(q_{112}(A_{1x} + S_{1x}) + (q_{122}(A_{1y} + S_{1y})))]$$

$$D_1 = -[q_{121} S_{1x} + q_{122} S_{1y}]$$

$$E_1 = [q_{111} S_{1x} + q_{121} S_{1y}]$$

Cuisse 1

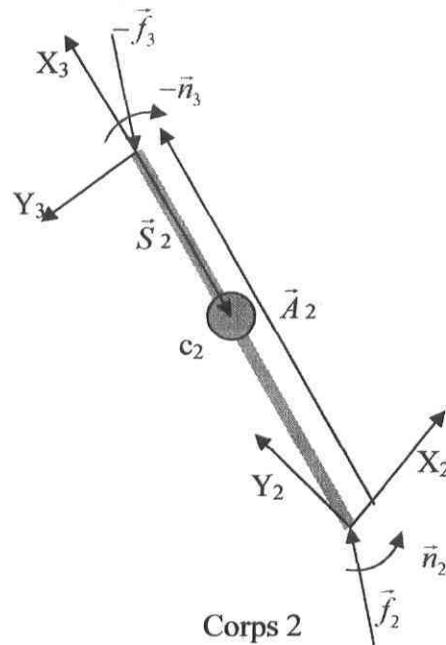


Figure B-3 : DCL de la cuisse 1 (Corps 2)

$\sum \vec{F}$:

$$\vec{f}_2 - \vec{f}_3 = m_2 \ddot{\vec{c}}_2$$

Repère 3 :

$$Q_2^T \vec{f}_2 - \vec{f}_3 = m_2 \ddot{\vec{c}}_2$$

Ce qui donne :

$$q_{211} f_{2x} + q_{221} f_{2y} - f_{3x} = m_2 \ddot{c}_{2x} \quad (\text{B-7})$$

$$q_{212} f_{2x} + q_{222} f_{2y} - f_{3y} = m_2 \ddot{c}_{2y} \quad (\text{B-8})$$

$\sum M_{c_2}$:

$$-(\vec{A}_2 + \vec{S}_2) \times \vec{f}_2 + \vec{S}_2 \times \vec{f}_3 + \vec{n}_2 - \vec{n}_3 = I_2 \dot{\vec{\omega}}_2 + \vec{\omega}_2 \times I_2 \vec{\omega}_2$$

Repère 3 :

$$-Q_2^T (\vec{A}_2 + \vec{S}_2) \times Q_2^T \vec{f}_2 + Q_2^T \vec{S}_2 \times \vec{f}_3 + \vec{n}_2 - \vec{n}_3 = I_2 \dot{\vec{\omega}}_2 + \vec{\omega}_2 \times I_2 \vec{\omega}_2$$

Ce qui donne :

$$B_2 f_{2x} + C_2 f_{2y} + n_2 + C_2 f_{3x} + D_2 f_{3y} + n_3 = I_{2zz} \dot{\omega}_{2z} \quad (\text{B-9})$$

Où :

$$B_2 = -[q_{212} (q_{211} (A_{2x} + S_{2x}) + (q_{221} (A_{2y} + S_{2y}))) - q_{211} (q_{212} (A_{2x} + S_{2x}) + (q_{222} (A_{2y} + S_{2y})))]$$

$$C_2 = -[q_{222} (q_{211} (A_{2x} + S_{2x}) + (q_{221} (A_{2y} + S_{2y}))) - q_{221} (q_{212} (A_{2x} + S_{2x}) + (q_{222} (A_{2y} + S_{2y})))]$$

$$D_2 = -[q_{221} S_{2x} + q_{222} S_{2y}]$$

$$E_2 = [q_{211} S_{2x} + q_{212} S_{2y}]$$

Tronc

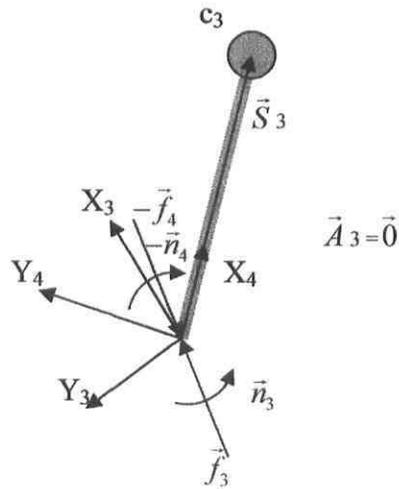


Figure B-4 : DCL du Tronc (Corps 3)

$\sum \vec{F}$:

$$\vec{f}_3 - \vec{f}_4 = m_3 \ddot{\vec{c}}_3$$

Repère 4 :

$$Q_3^T \vec{f}_3 - \vec{f}_4 = m_3 \ddot{\vec{c}}_3$$

Ce qui donne :

$$q_{3,11} f_{3x} + q_{3,21} f_{3y} - f_{4x} = m_3 \ddot{c}_{3x} \quad (\text{B-10})$$

$$q_{3,12} f_{3x} + q_{3,22} f_{3y} - f_{4y} = m_3 \ddot{c}_{3y} \quad (\text{B-11})$$

$\sum M_{c3}$:

$$-\vec{S}_3 \times \vec{f}_3 + \vec{S}_3 \times \vec{f}_4 + \vec{n}_3 - \vec{n}_4 = I_3 \dot{\vec{\omega}}_3 + \vec{\omega}_3 \times I_3 \vec{\omega}_3$$

Repère 4 :

$$-Q_3^T \vec{S}_3 \times Q_3^T \vec{f}_3 + Q_3^T \vec{S}_3 \times \vec{f}_4 + \vec{n}_3 - \vec{n}_4 = I_3 \dot{\vec{\omega}}_3 + \vec{\omega}_3 \times I_3 \vec{\omega}_3$$

Ce qui donne :

$$B_3 f_{3x} + C_3 f_{3y} + n_3 + C_3 f_{4x} + D_3 f_{4y} + n_4 = I_{3zz} \dot{\omega}_{3z} \quad (\text{B-12})$$

Où :

$$B_3 = -[q_{312}(q_{311} S_{3x} + q_{321} S_{3y}) - q_{311}(q_{312} S_{3x} + q_{322} S_{3y})]$$

$$C_3 = -[q_{322}(q_{311} S_{3x} + q_{321} S_{3y}) - q_{321}(q_{312} S_{3x} + q_{322} S_{3y})]$$

$$D_3 = -[q_{321} S_{3x} + q_{322} S_{3y}]$$

$$E_3 = [q_{311} S_{3x} + q_{321} S_{3y}]$$

Cuisse 2

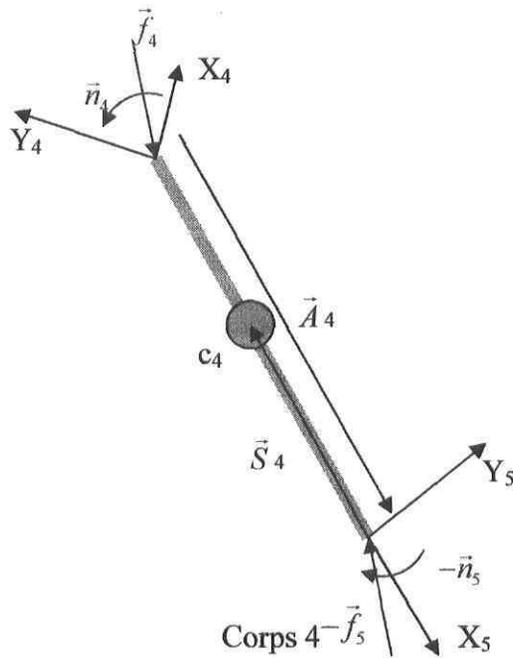


Figure B-5 : DCL de la cuisse 2 (Corps 4)

$\sum \vec{F}$:

$$\vec{f}_4 - \vec{f}_5 = m_4 \ddot{\vec{c}}_4$$

Repère 5 :

$$Q_4^T \vec{f}_4 - \vec{f}_5 = m_4 \ddot{\vec{c}}_4$$

Ce qui donne:

$$q_{411}f_{4x} + q_{421}f_{4y} - f_{5x} = m_4\ddot{c}_{4x} \quad (\text{B-13})$$

$$q_{412}f_{4x} + q_{422}f_{4y} - f_{5y} = m_4\ddot{c}_{4y} \quad (\text{B-14})$$

$\sum M_{c_4}$:

$$-(\vec{A}_4 + \vec{S}_4) \times \vec{f}_4 + \vec{S}_4 \times \vec{f}_5 + \vec{n}_4 - \vec{n}_5 = I_4 \dot{\vec{\omega}}_4 + \vec{\omega}_4 \times I_4 \vec{\omega}_4$$

Repère 5 :

$$-\mathcal{Q}_4^T (\vec{A}_4 + \vec{S}_4) \times \mathcal{Q}_4^T \vec{f}_4 + \mathcal{Q}_4^T \vec{S}_4 \times \vec{f}_5 + \vec{n}_4 - \vec{n}_5 = I_4 \dot{\vec{\omega}}_4 + \vec{\omega}_4 \times I_4 \vec{\omega}_4$$

Ce qui donne :

$$B_4 f_{4x} + C_4 f_{4y} + n_4 + C_4 f_{5x} + D_4 f_{5y} + n_5 = I_{4zz} \dot{\omega}_{4z} \quad (\text{B-15})$$

Où :

$$B_4 = -\left[q_{412} (q_{411} (A_{4x} + S_{4x}) + (q_{421} (A_{4y} + S_{4y}))) - q_{411} (q_{412} (A_{4x} + S_{4x}) + (q_{422} (A_{4y} + S_{4y}))) \right]$$

$$C_4 = -\left[q_{422} (q_{411} (A_{4x} + S_{4x}) + (q_{421} (A_{4y} + S_{4y}))) - q_{421} (q_{412} (A_{4x} + S_{4x}) + (q_{422} (A_{4y} + S_{4y}))) \right]$$

$$D_4 = -\left[q_{421} S_{4x} + q_{422} S_{4y} \right]$$

$$E_4 = \left[q_{411} S_{4x} + q_{421} S_{4y} \right]$$

Jambe 2

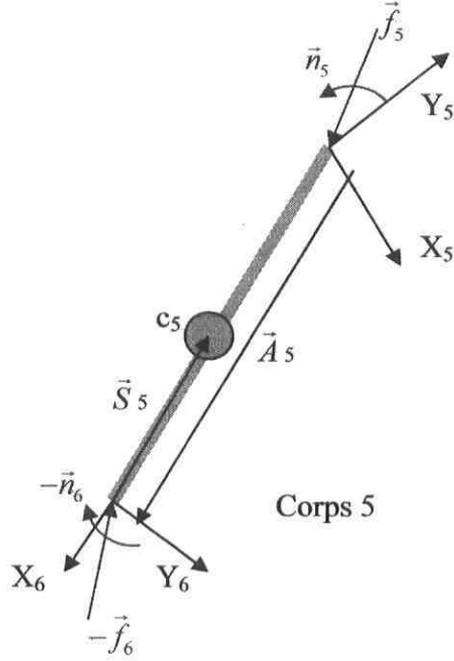


Figure B-6 : DCL de la jambe 2 (Corps 5)

$\sum \vec{F}$:

$$\vec{f}_5 - \vec{f}_6 = m_5 \ddot{\vec{c}}_5$$

Repère 6 :

$$Q_5^T \vec{f}_5 - \vec{f}_6 = m_5 \ddot{\vec{c}}_5$$

Ce qui donne :

$$q_{5,11} f_{5x} + q_{5,21} f_{5y} - f_{6x} = m_5 \ddot{c}_{5x} \quad (\text{B-16})$$

$$q_{5,12} f_{5x} + q_{5,22} f_{5y} - f_{6y} = m_5 \ddot{c}_{5y} \quad (\text{B-17})$$

$\sum M_{c5} :$

$$-(\vec{A}_5 + \vec{S}_5) \times \vec{f}_5 + \vec{S}_5 \times \vec{f}_6 + \vec{n}_5 - \vec{n}_6 = I_5 \dot{\vec{\omega}}_5 + \vec{\omega}_5 \times I_5 \vec{\omega}_5$$

Repère 6 :

$$-Q_5^T (\vec{A}_5 + \vec{S}_5) \times Q_5^T \vec{f}_5 + Q_5^T \vec{S}_5 \times \vec{f}_6 + \vec{n}_5 - \vec{n}_6 = I_5 \dot{\vec{\omega}}_5 + \vec{\omega}_5 \times I_5 \vec{\omega}_5$$

Ce qui donne :

$$B_5 f_{5x} + C_5 f_{5y} + n_5 + C_5 f_{6x} + D_5 f_{6y} + n_6 = I_{5zz} \dot{\omega}_{5z} \quad (\text{B-18})$$

Où :

$$B_5 = -[q_{512}(q_{511}(A_{5x} + S_{5x}) + (q_{521}(A_{5y} + S_{5y}))) - q_{511}(q_{512}(A_{5x} + S_{5x}) + (q_{522}(A_{5y} + S_{5y})))]$$

$$C_5 = -[q_{522}(q_{511}(A_{5x} + S_{5x}) + (q_{521}(A_{5y} + S_{5y}))) - q_{521}(q_{512}(A_{5x} + S_{5x}) + (q_{522}(A_{5y} + S_{5y})))]$$

$$D_5 = -[q_{521} S_{5x} + q_{522} S_{5y}]$$

$$E_5 = [q_{511} S_{5x} + q_{521} S_{5y}]$$

Pied 2

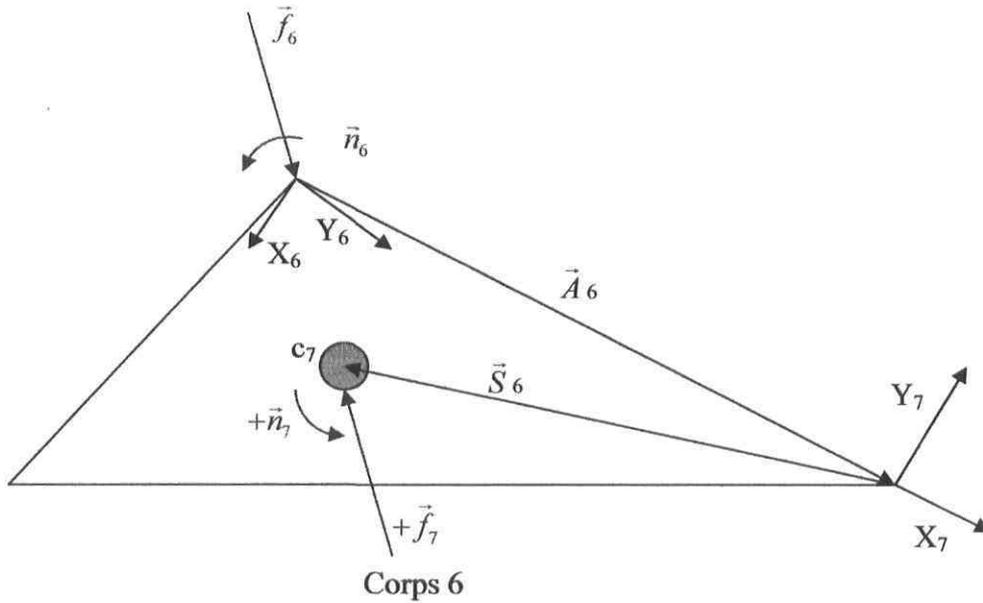


Figure B-7 : DCL du pied 2 (Corps 6)

$\sum \vec{F}$:

$$\vec{f}_6 + \vec{f}_7 = m_6 \ddot{\vec{c}}_6$$

Repère 7 :

$$Q_6^T \vec{f}_6 + \vec{f}_7 = m_6 \ddot{\vec{c}}_6$$

Ce qui donne :

$$q_{611} f_{6x} + q_{621} f_{6y} + f_{7x} = m_6 \ddot{c}_{6x} \quad (\text{B-19})$$

$$q_{612} f_{6x} + q_{622} f_{6y} + f_{7y} = m_6 \ddot{c}_{6y} \quad (\text{B-20})$$

$\sum M_{c_6}$:

$$-(\vec{A}_6 + \vec{S}_6) \times \vec{f}_6 + \vec{n}_6 + \vec{n}_7 = I_6 \dot{\vec{\omega}}_6 + \vec{\omega}_6 \times I_6 \vec{\omega}_6$$

Repère 7 :

$$-Q_6^T (\vec{A}_6 + \vec{S}_6) \times Q_6^T \vec{f}_6 + \vec{n}_6 + \vec{n}_7 = I_6 \dot{\vec{\omega}}_6 + \vec{\omega}_6 \times I_6 \vec{\omega}_6$$

Ce qui donne :

$$B_6 f_{6x} + C_6 f_{6y} + n_6 + C_6 f_{7x} + D_6 f_{7y} + n_7 = I_{6zz} \dot{\omega}_{6z} \quad (\text{B-21})$$

Où :

$$B_6 = -\left[q_{612} (q_{611} (A_{6x} + S_{6x}) + (q_{621} (A_{6y} + S_{6y}))) - q_{611} (q_{612} (A_{6x} + S_{6x}) + (q_{622} (A_{6y} + S_{6y}))) \right]$$

$$C_6 = -\left[q_{622} (q_{611} (A_{6x} + S_{6x}) + (q_{621} (A_{6y} + S_{6y}))) - q_{621} (q_{612} (A_{6x} + S_{6x}) + (q_{622} (A_{6y} + S_{6y}))) \right]$$

$$D_6 = 0$$

$$E_6 = 0$$

Avec les équations B-1 à B-21, on obtient le système matriciel suivant :

$$L\vec{F} = \vec{R}$$

Où :

$$L_{21 \times 24} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{22} & L_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{33} & L_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{44} & L_{45} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_{55} & L_{56} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{66} & L_{67} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{77} & L_{78} \end{bmatrix}$$

Avec 0 représentant une matrice nulle de dimension 3x3 et :

$$L_{11} = \begin{bmatrix} q_{0_{11}} & q_{0_{21}} & 0 \\ q_{0_{12}} & q_{0_{22}} & 0 \\ B_0 & C_0 & 1 \end{bmatrix}, L_{12} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ D_0 & E_0 & -1 \end{bmatrix}, L_{22} = \begin{bmatrix} q_{1_{11}} & q_{1_{21}} & 0 \\ q_{1_{12}} & q_{1_{22}} & 0 \\ B_1 & C_1 & 1 \end{bmatrix}, L_{23} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ D_1 & E_1 & -1 \end{bmatrix},$$

$$L_{33} = \begin{bmatrix} q_{2_{11}} & q_{2_{21}} & 0 \\ q_{2_{12}} & q_{2_{22}} & 0 \\ B_2 & C_2 & 1 \end{bmatrix}, L_{34} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ D_2 & E_2 & -1 \end{bmatrix}, L_{44} = \begin{bmatrix} q_{3_{11}} & q_{3_{21}} & 0 \\ q_{3_{12}} & q_{3_{22}} & 0 \\ B_3 & C_3 & 1 \end{bmatrix}, L_{45} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ D_3 & E_3 & -1 \end{bmatrix},$$

$$L_{55} = \begin{bmatrix} q_{4_{11}} & q_{4_{21}} & 0 \\ q_{4_{12}} & q_{4_{22}} & 0 \\ B_4 & C_4 & 1 \end{bmatrix}, L_{56} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ D_4 & E_4 & -1 \end{bmatrix}, L_{66} = \begin{bmatrix} q_{5_{11}} & q_{5_{21}} & 0 \\ q_{5_{12}} & q_{5_{22}} & 0 \\ B_5 & C_5 & 1 \end{bmatrix}, L_{67} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ D_5 & E_5 & -1 \end{bmatrix},$$

$$L_{77} = \begin{bmatrix} q_{6_{11}} & q_{6_{21}} & 0 \\ q_{6_{12}} & q_{6_{22}} & 0 \\ B_6 & C_6 & 1 \end{bmatrix}, L_{78} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ D_6 & E_6 & 1 \end{bmatrix}$$

Et où :

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} f_{0x} \\ f_{0y} \\ n_0 \\ f_{1x} \\ f_{1y} \\ n_1 \\ f_{2x} \\ f_{2y} \\ n_2 \\ f_{3x} \\ f_{3y} \\ n_3 \\ f_{4x} \\ f_{4y} \\ n_4 \\ f_{5x} \\ f_{5y} \\ n_5 \\ f_{6x} \\ f_{6y} \\ n_6 \\ f_{7x} \\ f_{7y} \\ n_7 \end{bmatrix} \quad \vec{R} = \begin{bmatrix} m_0 \ddot{c}_{0x} \\ m_0 \ddot{c}_{0y} \\ I_{0zz} \dot{\omega}_{0z} \\ m_1 \ddot{c}_{1x} \\ m_1 \ddot{c}_{1y} \\ I_{1zz} \dot{\omega}_{1z} \\ m_2 \ddot{c}_{2x} \\ m_2 \ddot{c}_{2y} \\ I_{2zz} \dot{\omega}_{2z} \\ m_3 \ddot{c}_{3x} \\ m_3 \ddot{c}_{3y} \\ I_{3zz} \dot{\omega}_{3z} \\ m_4 \ddot{c}_{4x} \\ m_4 \ddot{c}_{4y} \\ I_{4zz} \dot{\omega}_{4z} \\ m_5 \ddot{c}_{5x} \\ m_5 \ddot{c}_{5y} \\ I_{5zz} \dot{\omega}_{5z} \\ m_6 \ddot{c}_{6x} \\ m_6 \ddot{c}_{6y} \\ I_{6zz} \dot{\omega}_{6z} \end{bmatrix}$$

ANNEXE C

Précision au sujet des calculs cinématiques et dynamiques

La structure de calculs cinématiques et dynamiques définies au chapitre cinq utilise une convention de repères et de paramètres ayant pour référence le bout du pied 1. Bien que cette convention soit valide sur l'ensemble du cycle de marche, elle n'a pas été exactement implantée de cette façon dans le programme de simulation. La convention réellement implantée dans le programme est présentée dans cette annexe. Cette convention n'est pas présentée dans le corps du mémoire, car bien qu'elle soit valide, elle est plus complexe, moins efficace et n'apporte aucun avantage face à la convention présentée au chapitre cinq où le bout du pied 1 sert de référence en tout temps. Ainsi, voici le fonctionnement de la convention de repères réellement programmés :

L'idée de base pour effectuer les calculs cinématiques et dynamiques est d'utiliser une convention ayant un repère de référence complètement indépendant des mouvements du bipède. Le repère de référence doit ainsi demeurer fixe en tout temps par rapport au sol et il doit être placé au bout du pied support. Comme le pied support change à chaque pas, le repère choisi pour référence doit aussi changer de pied à chaque pas. Deux repères de références doivent donc exister pour que la référence soit toujours le bout du pied fixe. Ces deux repères créent deux ensembles de paramètres cinématiques utilisant le bout d'un pied différent comme repère de référence. Pendant une simulation, ces deux ensembles sont définis sur tous les points de la trajectoire, quel que soit le pied servant de support. Lors du calcul dynamique, il est donc nécessaire d'utiliser l'ensemble de paramètres cinématiques correspondant au bon pied de référence. En plus, il est nécessaire d'utiliser l'algorithme de calcul dynamique correspondant à la bonne phase (double ou simple support). Cette situation fait en sorte que le cycle de marche doit être divisé en quatre phases au lieu de deux, soit deux phases de simple et double support ayant le pied 1 comme référence et deux phases de simple et double support ayant le pied 2 comme référence. Ainsi, pour les calculs dynamiques, il y a deux fonctions calculant les efforts différemment selon la phase de simple ou double support et ces deux fonctions n'utilisent pas les mêmes données cinématiques selon le pied servant de référence.

Pour résumer, deux ensembles de paramètres sont définis pour tous les points de la trajectoire. Chacun de ces ensembles a pour référence le bout d'un des deux pieds. Lors des calculs cinématiques et dynamiques, l'ensemble correspondant au pied devant servir de

repère de référence est utilisé. Un problème est cependant soulevé par cette façon de faire. Il s'agit de la définition des variables (par exemple, l'angle appelé θ_1 doit toujours représenter le même angle quel que soit le pied de référence). Afin de résoudre ce problème, des fonctions sont utilisées pour faire le lien entre les paramètres articulaires définis selon les deux références. Les paramètres ont originalement été définis avec le pied 1 comme référence. La valeur des coordonnées articulaires doit donc être modifiée lorsque le pied 2 sert de référence. Cette conversion se fait immédiatement après la résolution du PGI. Ainsi, après la résolution du PGI, deux ensembles sont créés soit l'ensemble 1 et 2. L'ensemble 1 est constitué des données sans modifications. L'ensemble 2 correspond aux données qui seront utilisées lorsque le pied 2 servira de référence. Ainsi, pour assurer la continuité, les vecteurs de position, vitesse et accélération articulaire doivent être modifiés comme suit :

$$\begin{aligned}
 \theta_{1_2} &= -\theta_6 & \dot{\theta}_{1_2} &= -\dot{\theta}_6 & \ddot{\theta}_{1_2} &= -\ddot{\theta}_6 \\
 \theta_{2_2} &= -\theta_5 & \dot{\theta}_{2_2} &= -\dot{\theta}_5 & \ddot{\theta}_{2_2} &= -\ddot{\theta}_5 \\
 \theta_{3_2} &= -\theta_4 + \pi & \dot{\theta}_{3_2} &= -\dot{\theta}_4 & \ddot{\theta}_{3_2} &= -\ddot{\theta}_4 \\
 \theta_{4_2} &= -\theta_3 + \pi & \dot{\theta}_{4_2} &= -\dot{\theta}_3 & \ddot{\theta}_{4_2} &= -\ddot{\theta}_3 \\
 \theta_{5_2} &= -\theta_2 & \dot{\theta}_{5_2} &= -\dot{\theta}_2 & \ddot{\theta}_{5_2} &= -\ddot{\theta}_2 \\
 \theta_{6_2} &= -\theta_1 & \dot{\theta}_{6_2} &= -\dot{\theta}_1 & \ddot{\theta}_{6_2} &= -\ddot{\theta}_1
 \end{aligned}$$

Deux ensembles de paramètres sont ainsi créés et les calculs cinématiques et dynamiques sont faits en utilisant la convention correspondante à la situation. Enfin, les efforts calculés avec la convention modifiée doivent être reconvertis vers la convention originale :

$$\begin{aligned}
 \vec{f}_0 &= \vec{f}_{7_2} & \vec{f}_4 &= -\vec{f}_{3_2} & \vec{n}_0 &= \vec{n}_{7_2} & \vec{n}_4 &= \vec{n}_{3_2} \\
 \vec{f}_1 &= -\vec{f}_{7_2} & \vec{f}_5 &= -\vec{f}_{2_2} & \vec{n}_1 &= \vec{n}_{6_2} & \vec{n}_5 &= \vec{n}_{2_2} \\
 \vec{f}_2 &= -\vec{f}_{5_2} & \vec{f}_6 &= -\vec{f}_{1_2} & \vec{n}_2 &= \vec{n}_{5_2} & \vec{n}_6 &= \vec{n}_{1_2} \\
 \vec{f}_3 &= -\vec{f}_{4_2} & \vec{f}_7 &= \vec{f}_{0_2} & \vec{n}_3 &= \vec{n}_{4_2} & \vec{n}_7 &= \vec{n}_{0_2}
 \end{aligned}$$

L'algorithme de calcul réellement implanté dans le programme de calcul utilise cette convention à deux références.

ANNEXE D

Résultats comparatifs de validation

L'annexe D présente les résultats comparatifs de la validation du programme de simulation. Il est important de préciser que les résultats des calculs sont à titre indicatif seulement et que les graphiques présentés visent à montrer la validité des calculs par la superposition des courbes plutôt que de montrer les résultats des calculs obtenus. Les trajectoires utilisées pour la validation n'étant pas nécessairement représentatives de la marche, les résultats des calculs n'ont pas vraiment de signification et c'est pourquoi l'accent de la présentation est mis sur la comparaison des courbes plutôt que sur la présentation des résultats.

D-1 Validation en simple support

D-1-1 Comparaison des trajectoires cartésiennes

Les figures suivantes présentent la comparaison dans le temps entre la trajectoire cartésienne générée par le programme de simulation et la trajectoire cartésienne effectuée par Adams en lui imposant une trajectoire articulaire. Les positions en X et en Y du pied 1 ne sont pas comparées, car ils ne bougent pas.

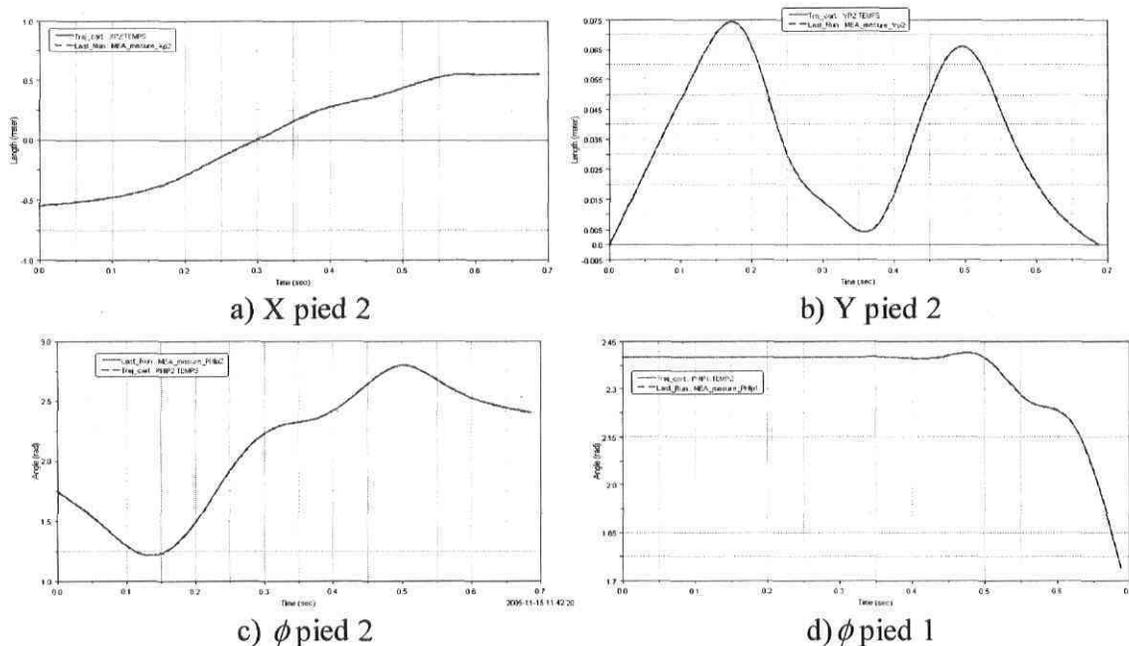


Figure D-1 : Comparaison entre la trajectoire cartésienne des pieds générée et celle faite par Adams en simple support

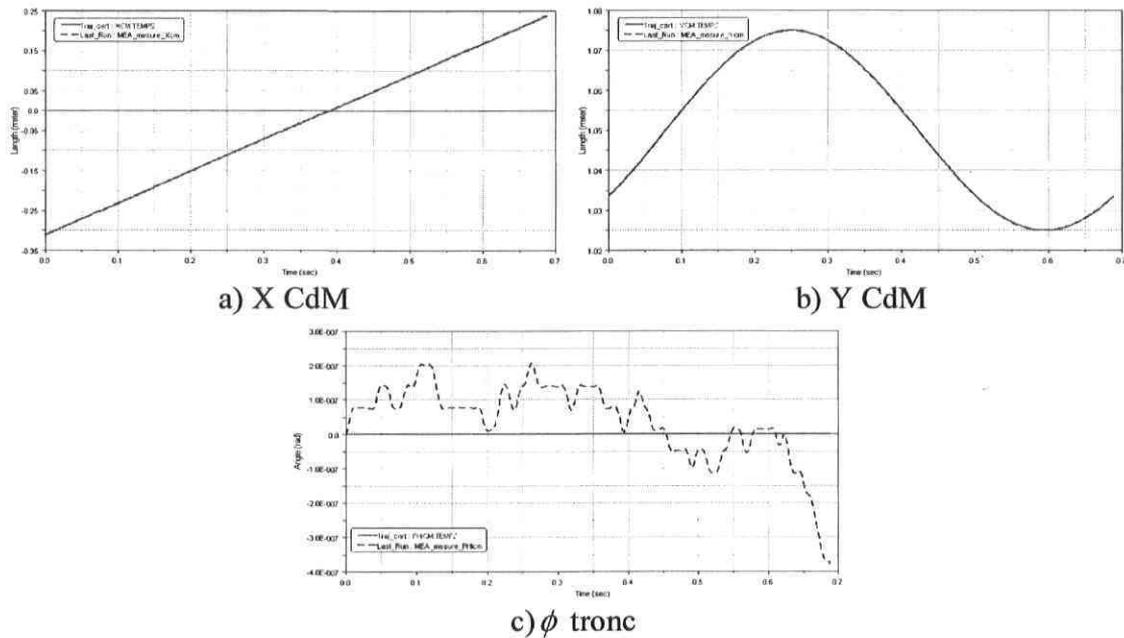


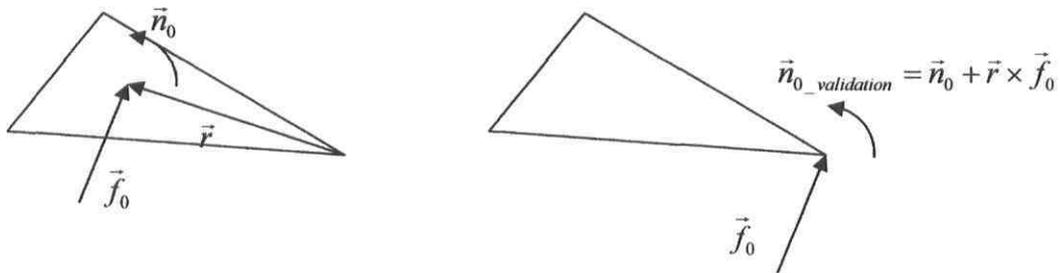
Figure D-2 : Comparaison entre la trajectoire cartésienne du tronc générée et celle faite par Adams en simple support

Bien que les courbes de l'angle ϕ du tronc ne semblent pas correspondre, l'oscillation, de l'ordre de 10^{-7} radian, est considérée négligeable. Les autres courbes sont parfaitement superposées.

D-1-2 Comparaison des efforts

Les figures des pages suivantes présentent les efforts (couples, forces en X et forces en Y) calculés par le programme de simulation en comparaison avec ceux calculés par Adams pour effectuer la trajectoire de validation en simple support. Les courbes montrent que les efforts calculés par Adams et ceux calculés par le programme sont très semblables. Par rapport aux courbes présentant les efforts appliqués à la hanche 1 par le membre 2 sur le membre 3 (n_3, f_{3x} et f_{3y}), les mesures faites par Adams sont incohérentes pour une raison inconnue. Cependant, les efforts opposés, soit les efforts appliqués par le membre 3 sur le membre 2, ont été mesurés correctement par Adams. Ainsi, ce sont ces efforts qui ont été utilisés aux fins de comparaison. Les graphiques montrant les couples et les forces

appliqués au membre 3 présentent donc 3 courbes, soit la courbe correspondante à l'effort calculé par le programme, la mesure faite par Adams de l'effort inverse à celui désiré et l'inverse de la mesure faite par Adams qui représente l'effort désiré. Les courbes montrent que ces mesures inversées correspondent parfaitement aux calculs faits par le programme de simulation. Aussi, il est à noter qu'Adams calcule tous les éléments de force et de couple dans le repère global tandis que le programme les calcule d'abord dans des repères locaux. Ainsi, dans le programme de simulation, les forces ont été transférées dans le repère global aux fins de comparaison. Enfin, dans le programme, les efforts \vec{f}_0 et \vec{n}_0 ont été originellement définies comme étant appliqué au centre de masse des pieds. Cependant, il est plus facile de comparer les efforts agissants sur le pied s'ils sont placés au bout du pied. Ainsi, la transformation suivante a été effectuée au couple \vec{n}_0 provenant du programme pour la validation :



$$n_{0_validation} = n_0 + f_{0y}(A_{0x} + S_{0x}) - f_{0x}(A_{0y} + S_{0y})$$

Figure D-3 : Déplacement du couple n_0 du CdM du pied au bout du pied

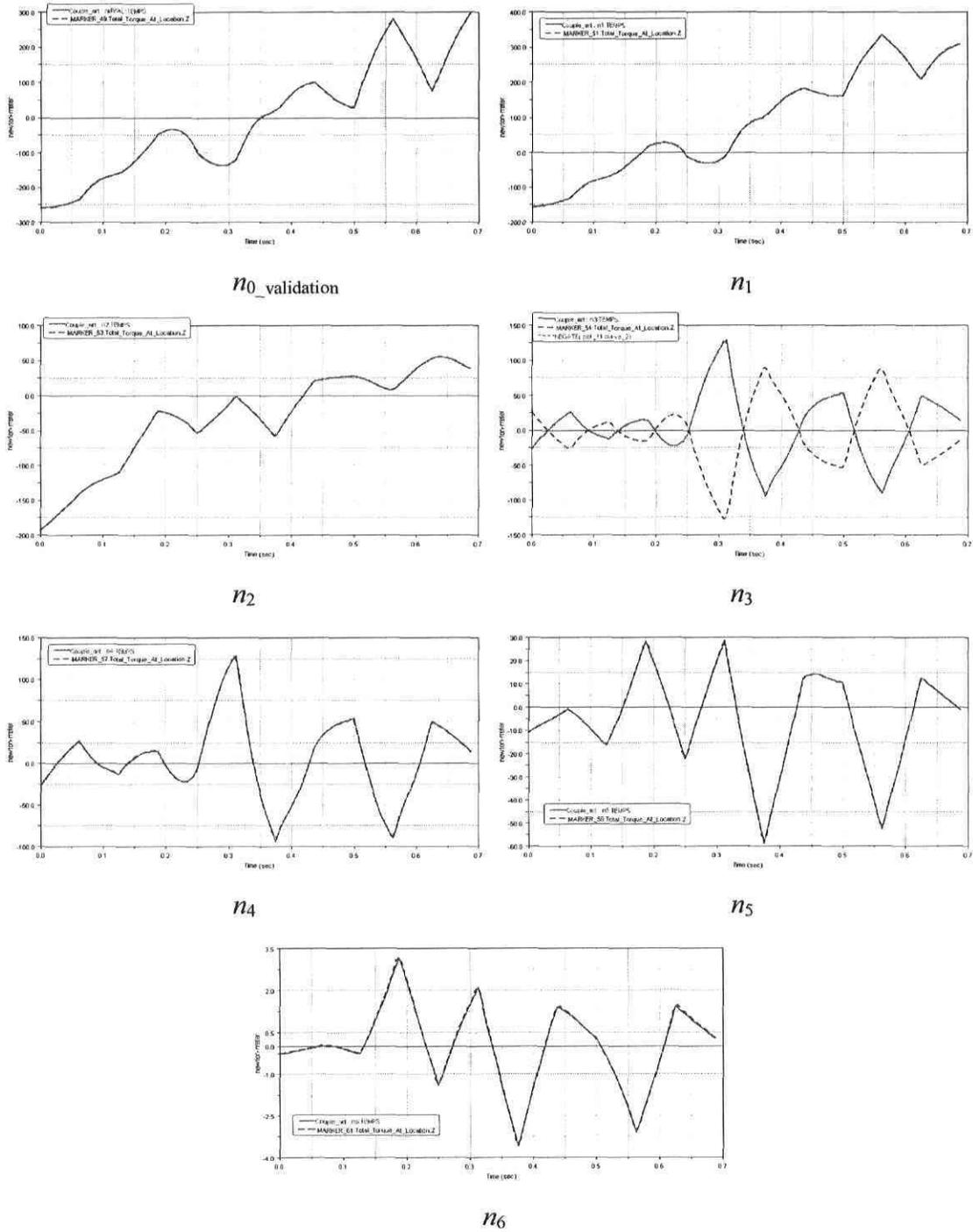


Figure D-4 : Comparaison des couples, validation simple support

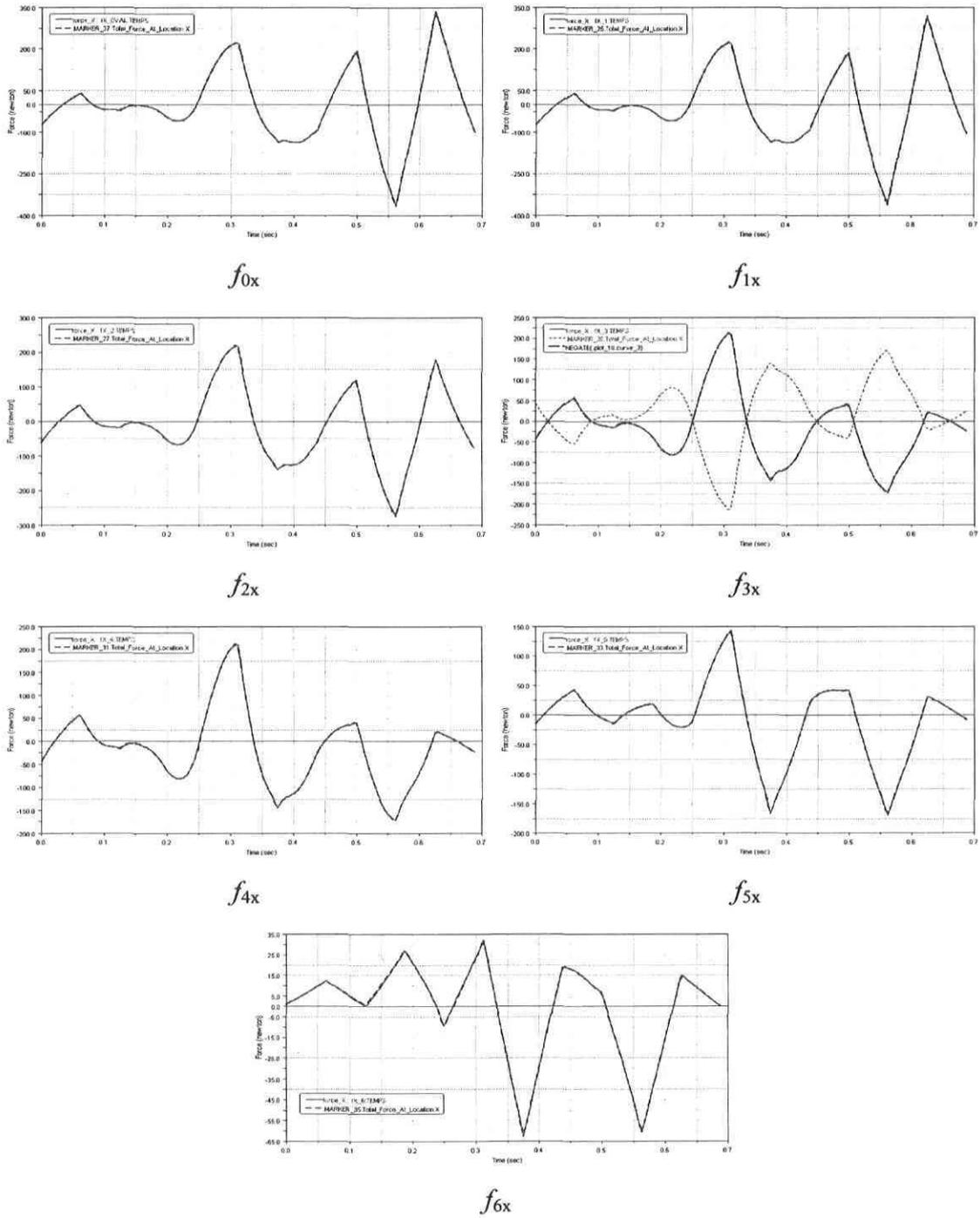


Figure D-5 : Comparaison des forces en X, validation simple support

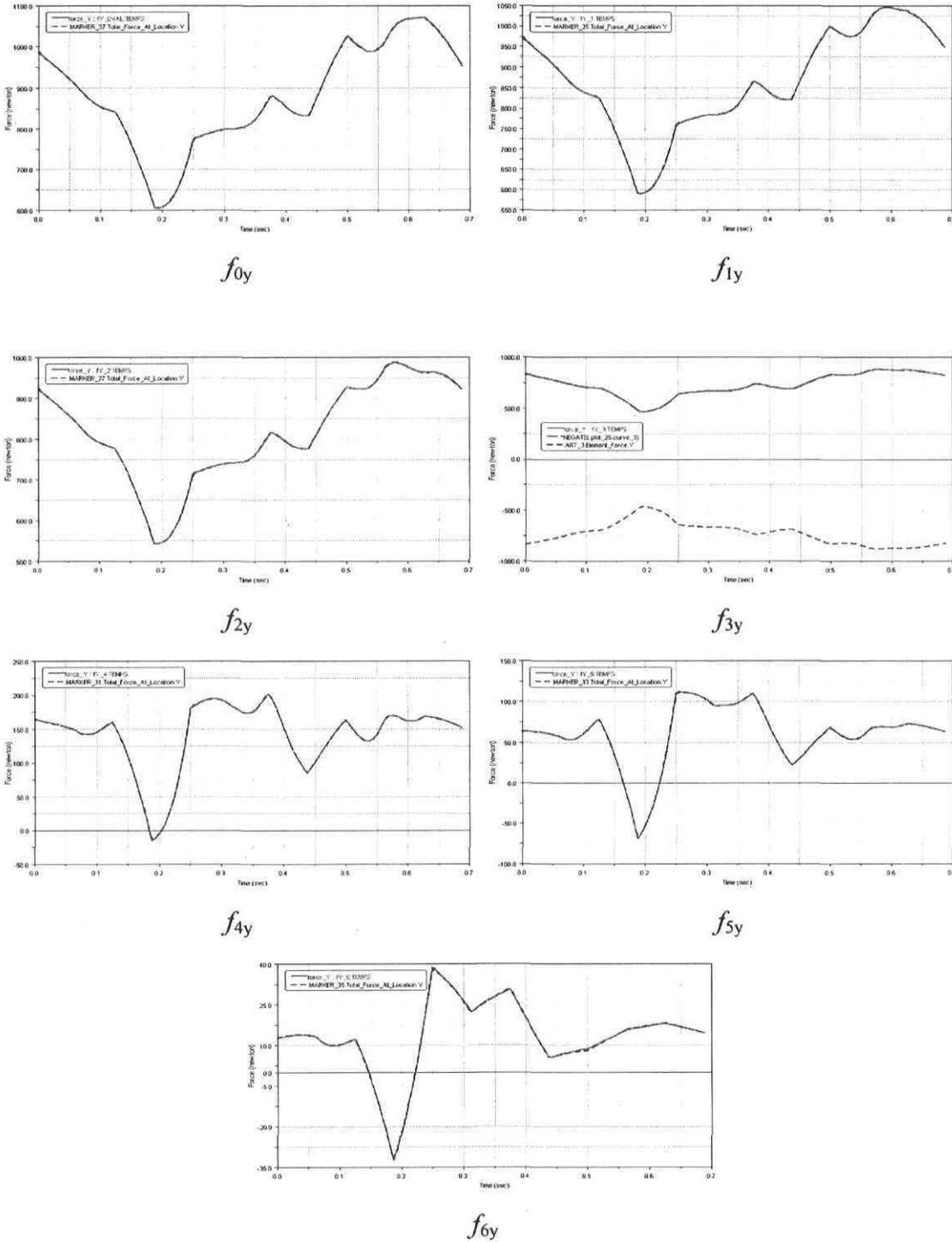


Figure D-6 : Comparaison des forces en Y, validation simple support

D-2 Validation en double support

La figure suivante présente l'emplacement des articulations pour le bipède servant à la validation en double support.

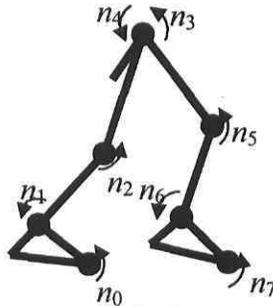


Figure D-7 : Emplacement des articulations pour la validation en double support

D-2-1 Comparaison des trajectoires cartésiennes

Les quatre figures suivantes présentent la comparaison dans le temps entre les trajectoires cartésiennes générées par le programme de simulation et celles effectuées par Adams à partir de trajectoires articulaires. Les positions en X et en Y des pieds 1 et 2 ne sont pas comparées car ils ne bougent pas. On constate que les courbes sont parfaitement superposées.

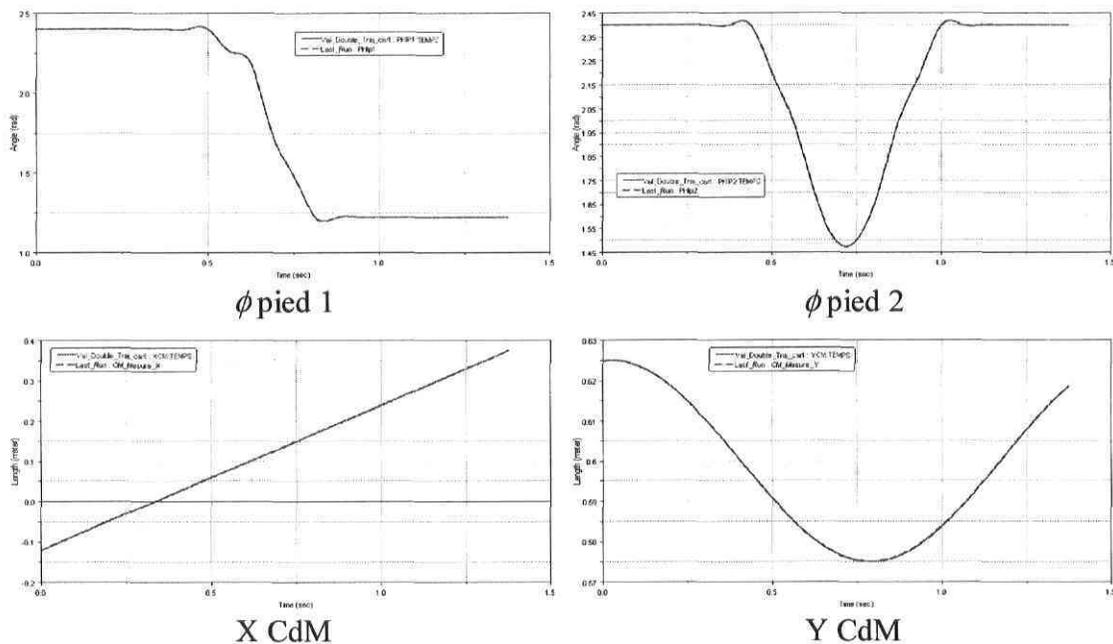


Figure D-8 : Comparaison entre les trajectoires cartésiennes générées et celles faites par Adams pour la validation en double support

D-2-2 Comparaison des efforts

Cette section présente de façon détaillée la validation de l'algorithme de calcul dynamique en phase de double support. Sept combinaisons de cinq couples actionnés ont été utilisées dont six sont valides. La sixième combinaison où les mouvements sont imposés aux articulations 0,1,2,6 et 7 n'est pas valide car le mouvement du membre 3 (tronc) n'est pas contraint. Notons qu'encore une fois, les efforts calculés par le programme de simulation sont ramenés dans le repère global et que $\vec{f}_0, \vec{n}_0, \vec{f}_7$ et \vec{n}_7 sont en plus ramenés au bout de leur pied respectif. Aussi, lorsque l'on souhaite imposer un couple nul à n_0 ou n_7 , il doit être imposé au bout du pied et non à son centre de masse, car dans Adams, le mouvement est imposé par le bout du pied. Ainsi, dans la situation où l'on désire laisser le mouvement libre à un pied (imposer un couple nul), le couple imposé dans le programme sera $\vec{n}_0 = -(\vec{A}_0 + \vec{S}_0) \times \vec{f}_0$ et $\vec{n}_7 = -Q_6^T \vec{S}_6 \times \vec{f}_7$.

Il est aussi à noter que la trajectoire comporte une singularité à la cheville 2 où l'angle θ_6 est pratiquement nul. Cette singularité, présentée à la figure suivante, affecte les couples différemment selon les articulations actionnées.

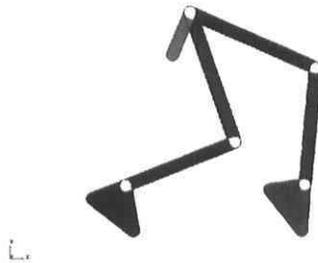


Figure D-9 : Singularité dans la trajectoire de validation en double support

Aussi, comme pour la validation en simple support, la mesure faite par Adams des efforts appliqués au membre 3 par le membre 2 est incohérente. Ainsi, c'est l'inverse de la mesure de l'effort opposé qui a été comparé avec les calculs du programme de simulation. Les pages suivantes montrent les graphiques comparatifs des différentes combinaisons utilisées. Pour tous les essais, les calculs effectués par le programme sont comparables à ceux effectués par Adams.

D-2-2-1 Validation double #1

Imposer le mouvement aux articulations 0-1-3-4-7

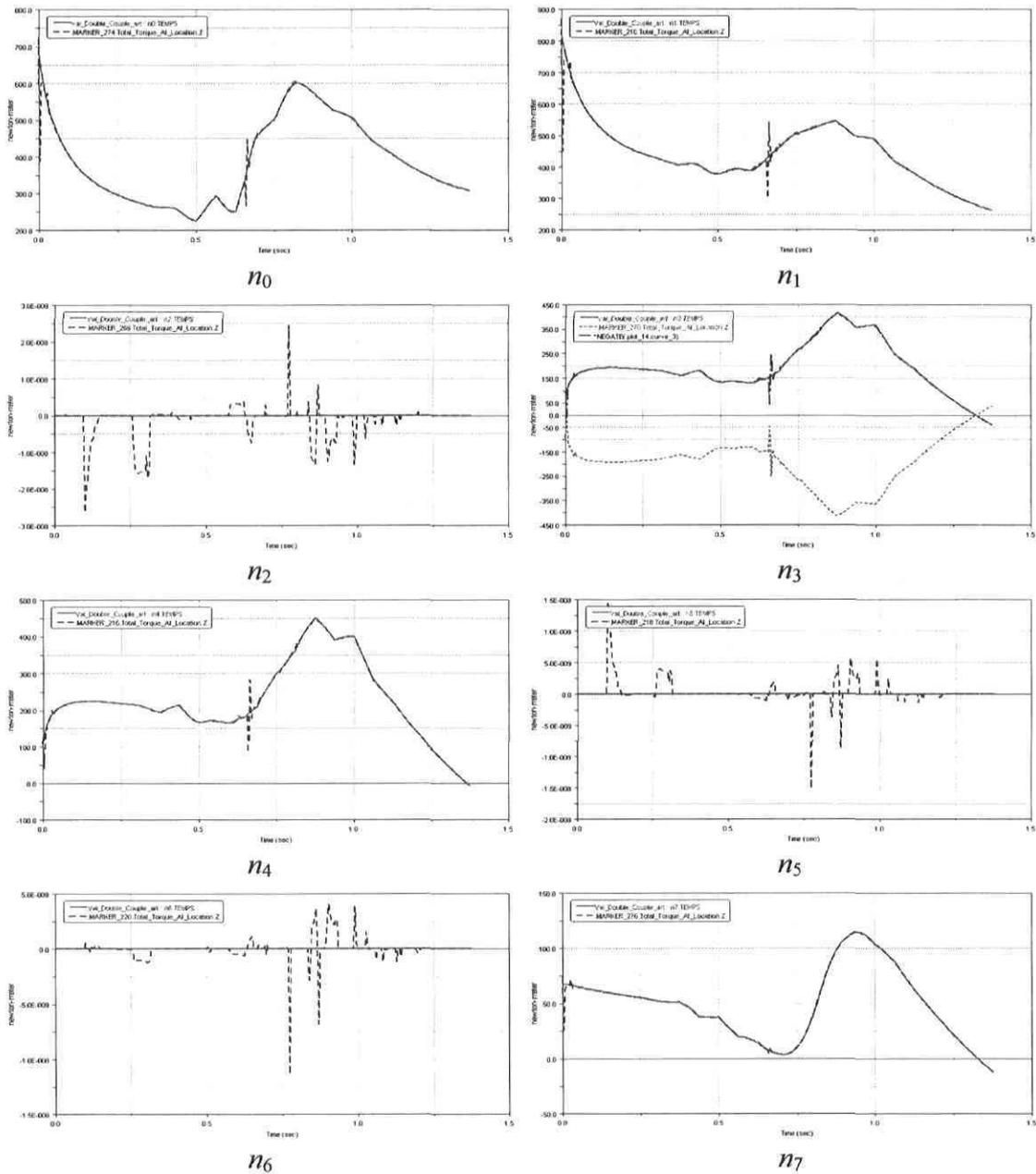


Figure D-10 : Comparaison des couples, validation double support #1

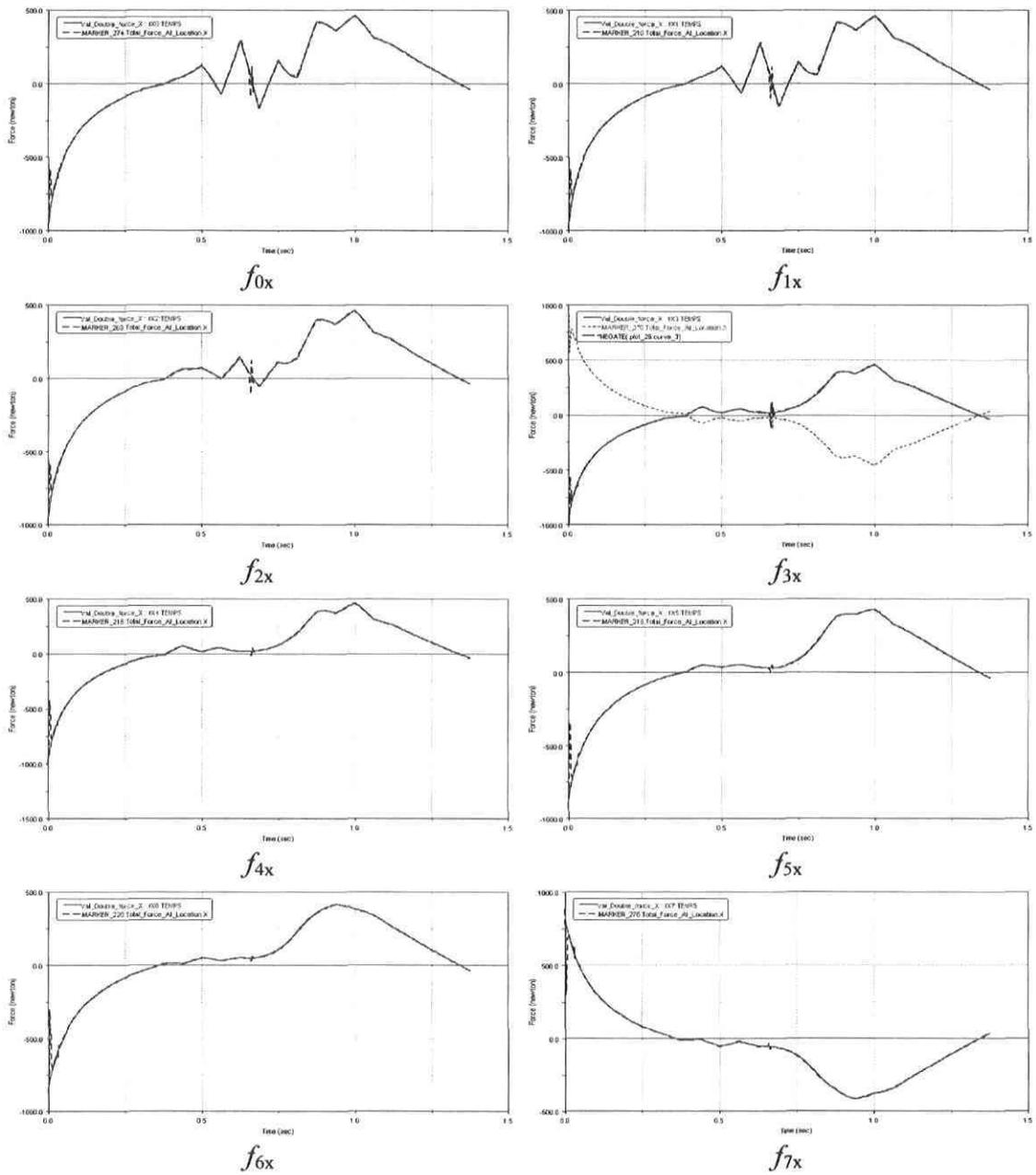


Figure D-11 : Comparaison des forces en X, validation double support #1

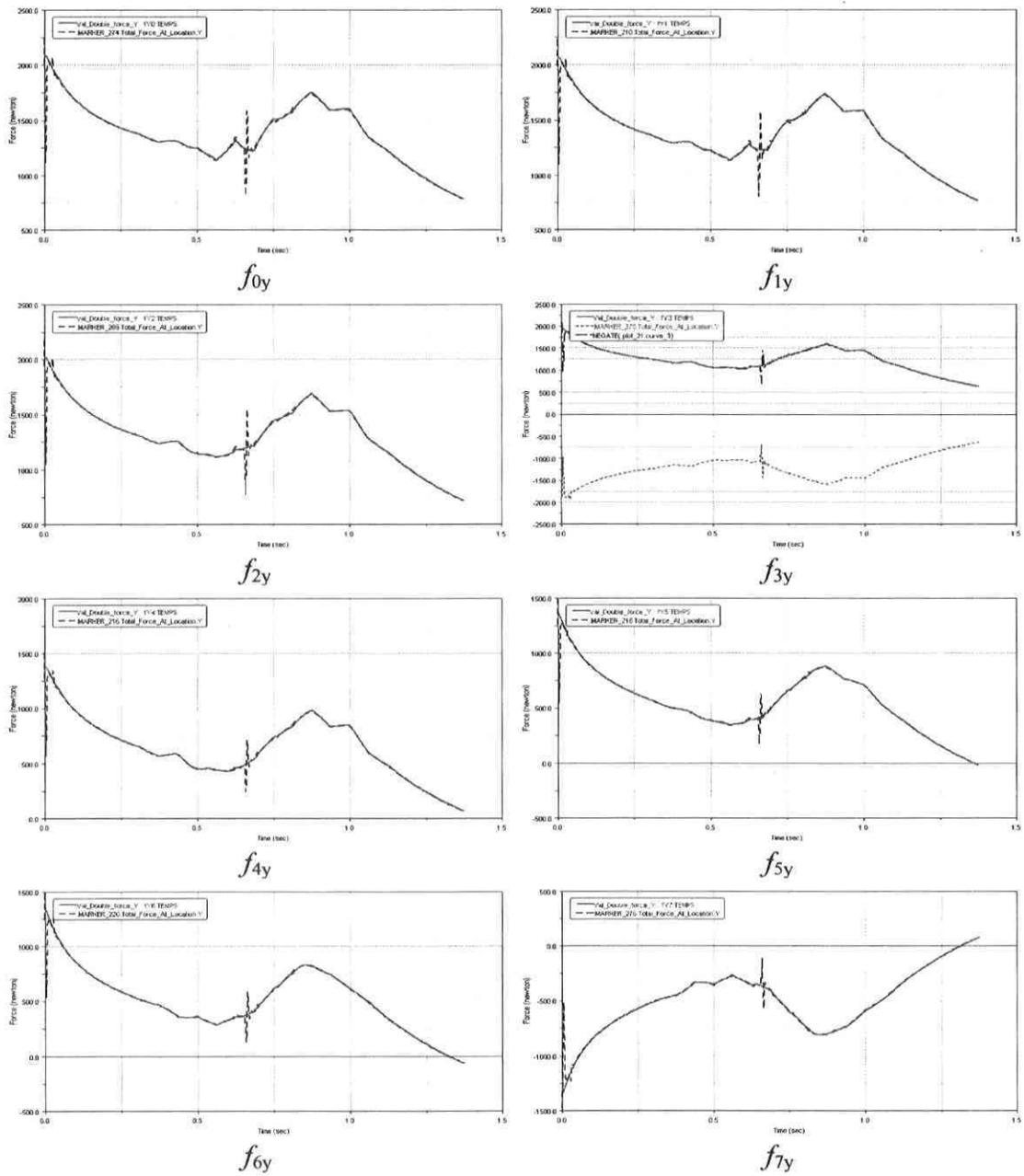


Figure D-12 : Comparaison des forces en Y, validation double support #1

D-2-2-2 Validation double #2

Imposer le mouvement aux articulations 0-1-3-4-6

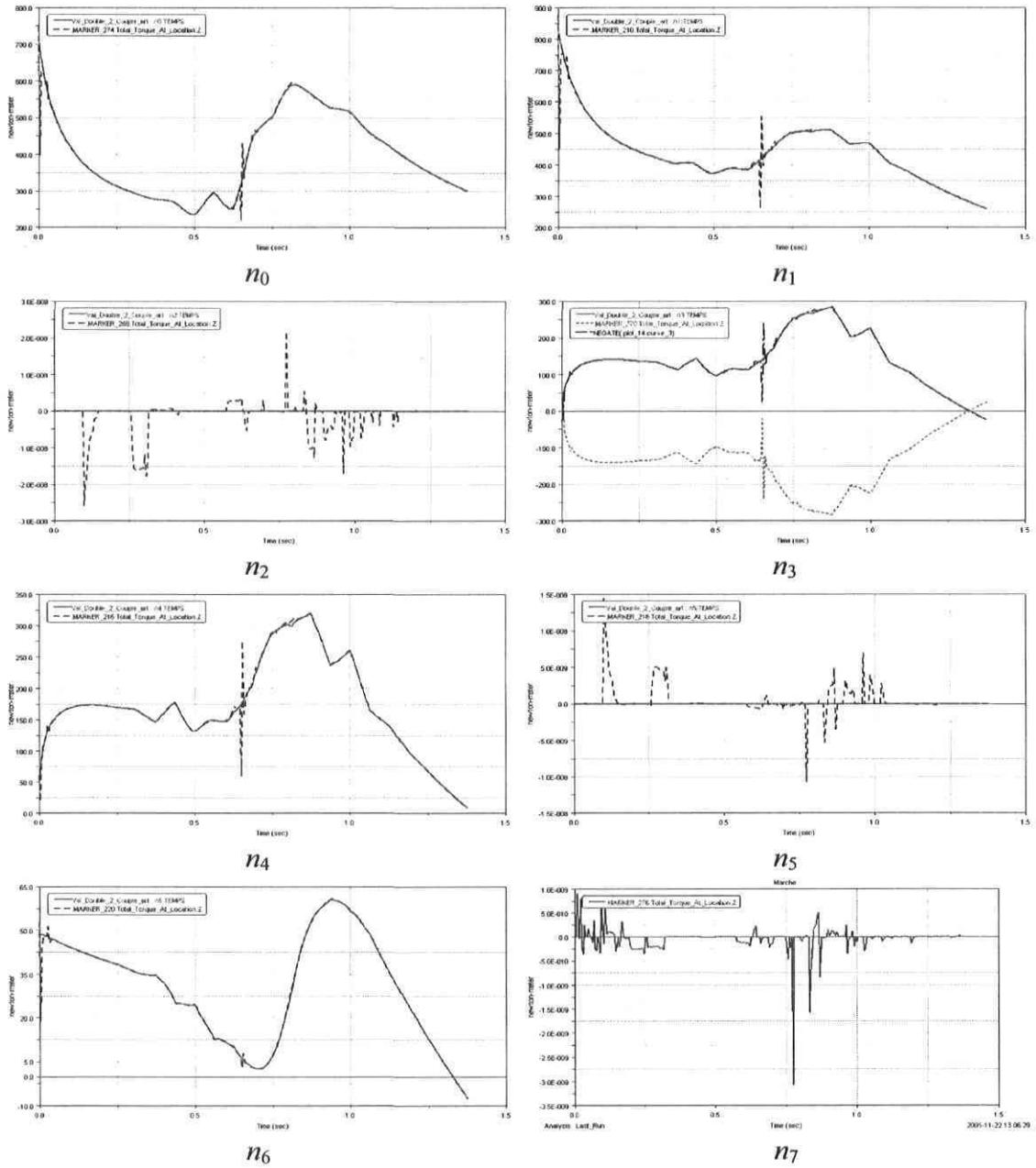


Figure D-13 : Comparaison des couples, validation double support #2

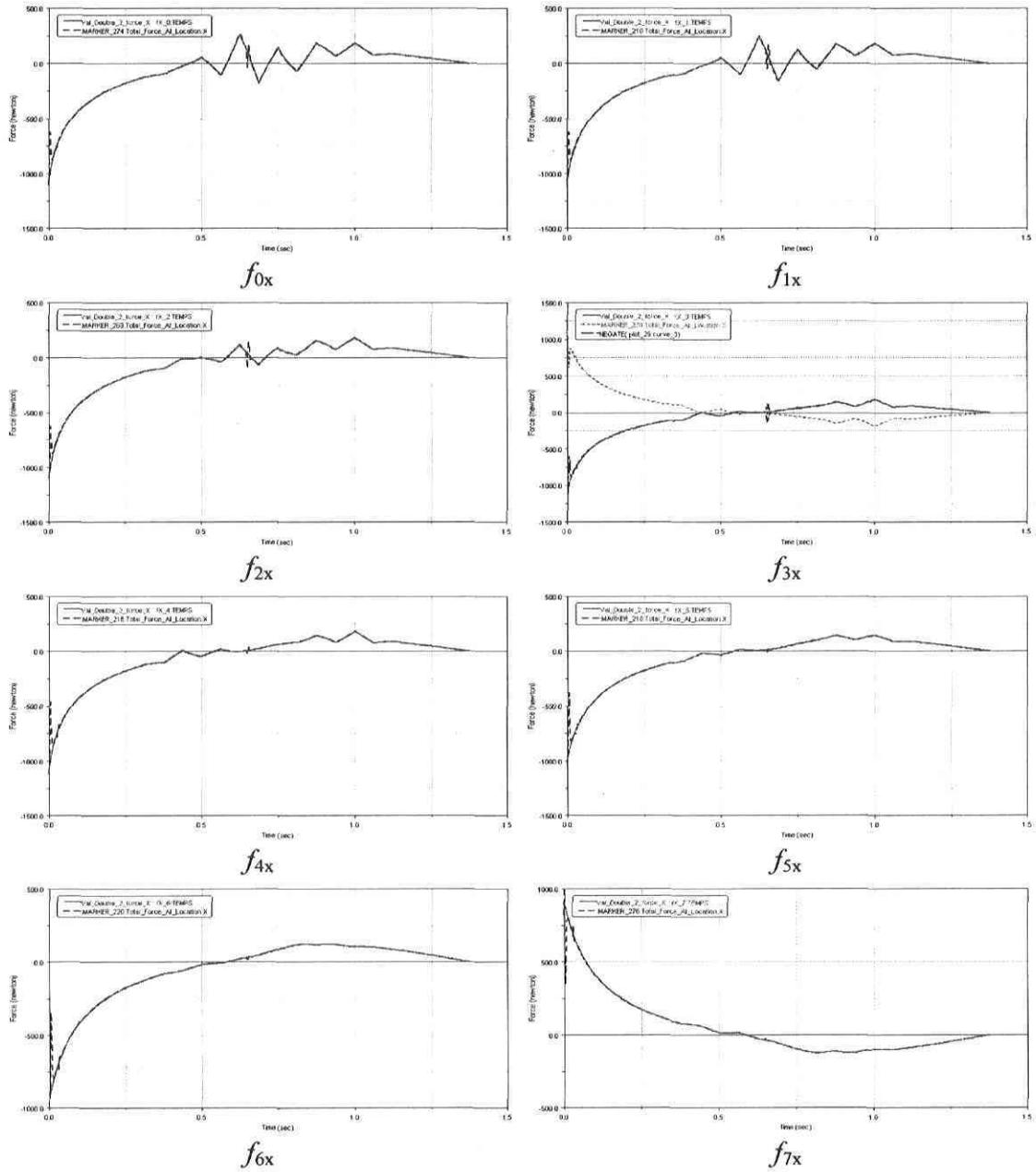


Figure D-14 : Comparaison des forces en X, validation double support #2

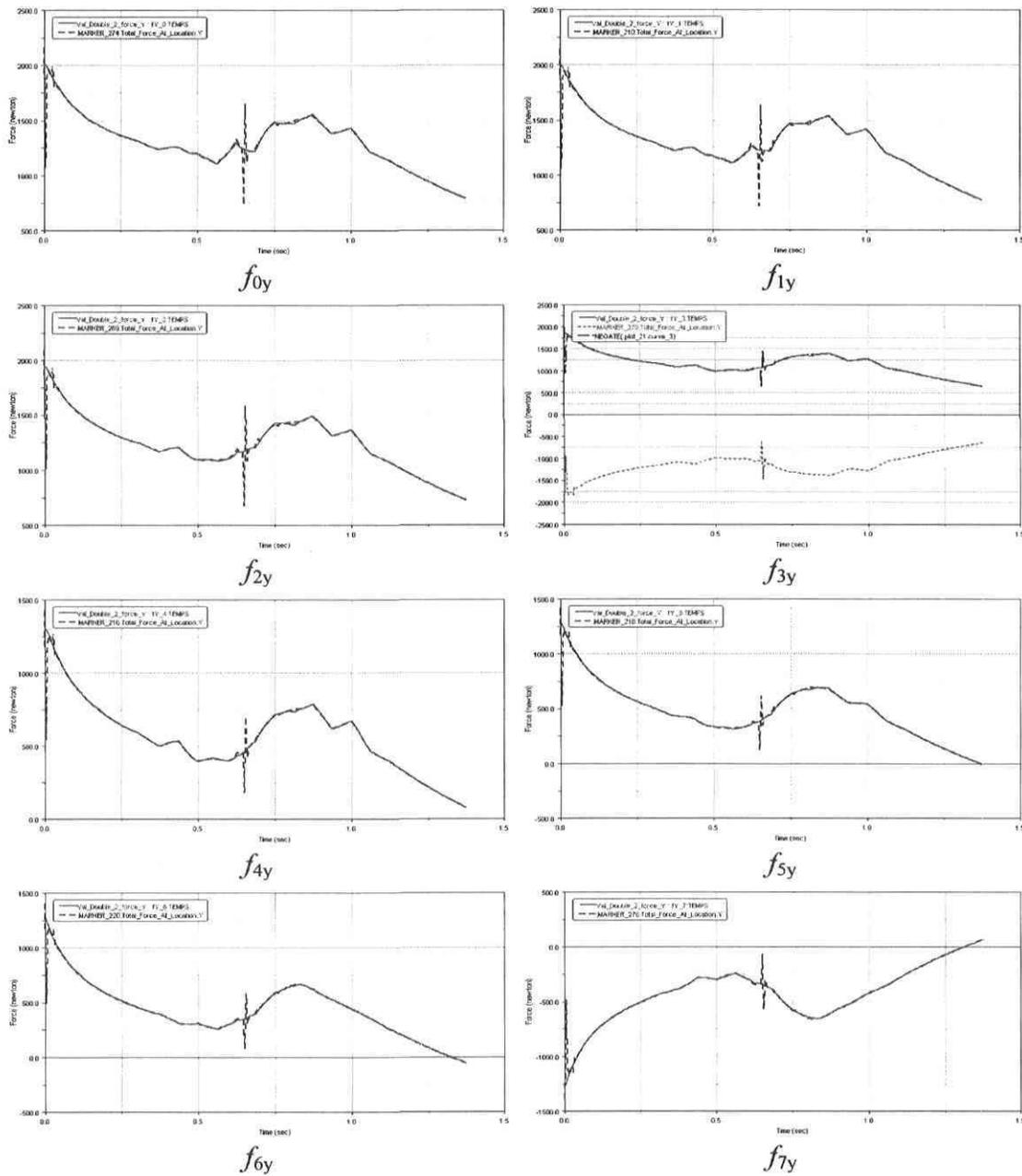


Figure D-15 : Comparaison des forces en Y, validation double support #2

D-2-2-3 Validation double #3

Imposer le mouvement aux articulations 0-1-2-3-4

La combinaison #3 permet de très bien visualiser l'effet de la singularité car le mouvement, laissé libre aux articulations 5,6 et 7, ne permet pas d'affecter directement le mouvement des membres autour de l'articulation 6 où se trouve la singularité.

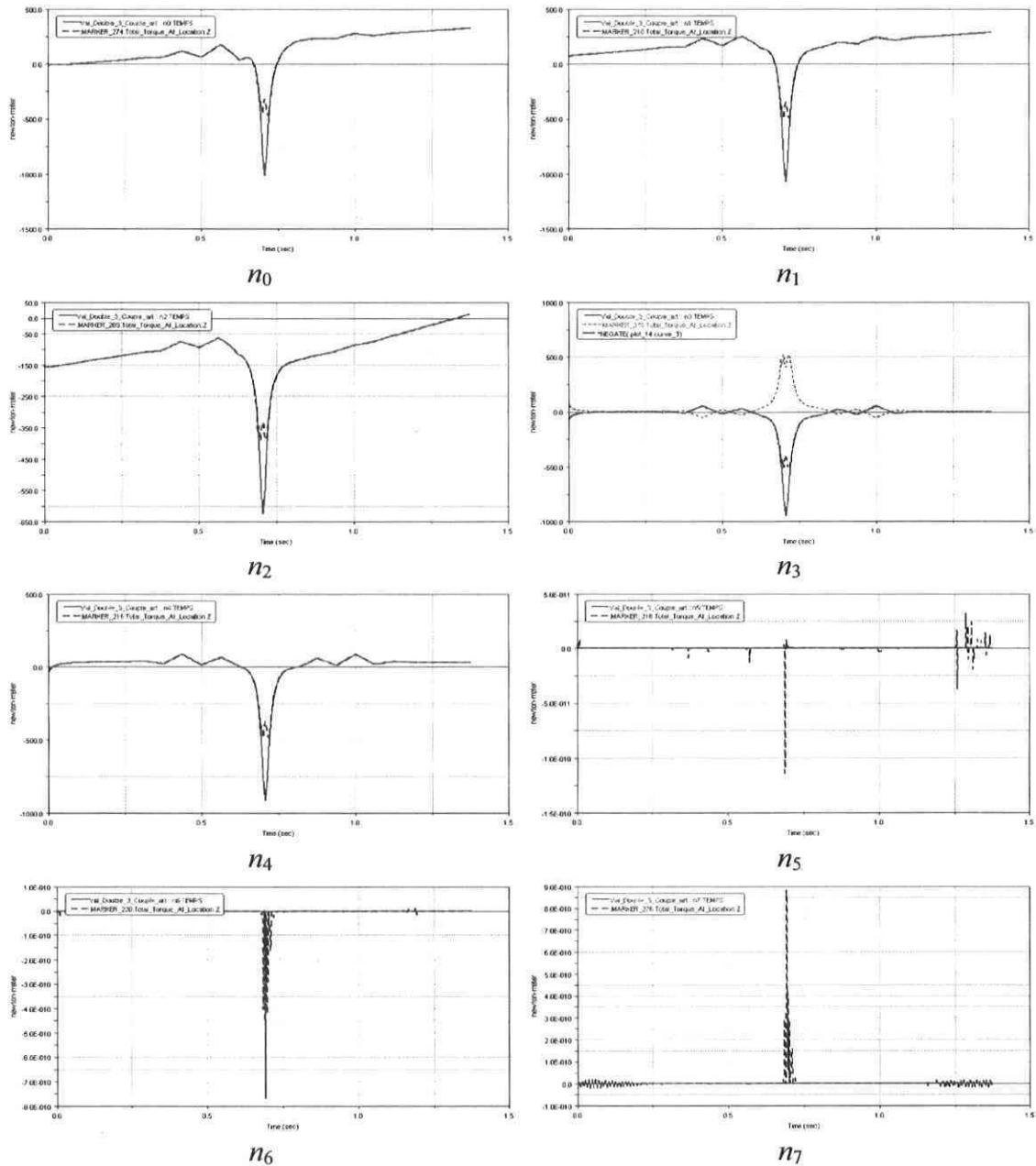


Figure D-16 : Comparaison des couples, validation double support #3

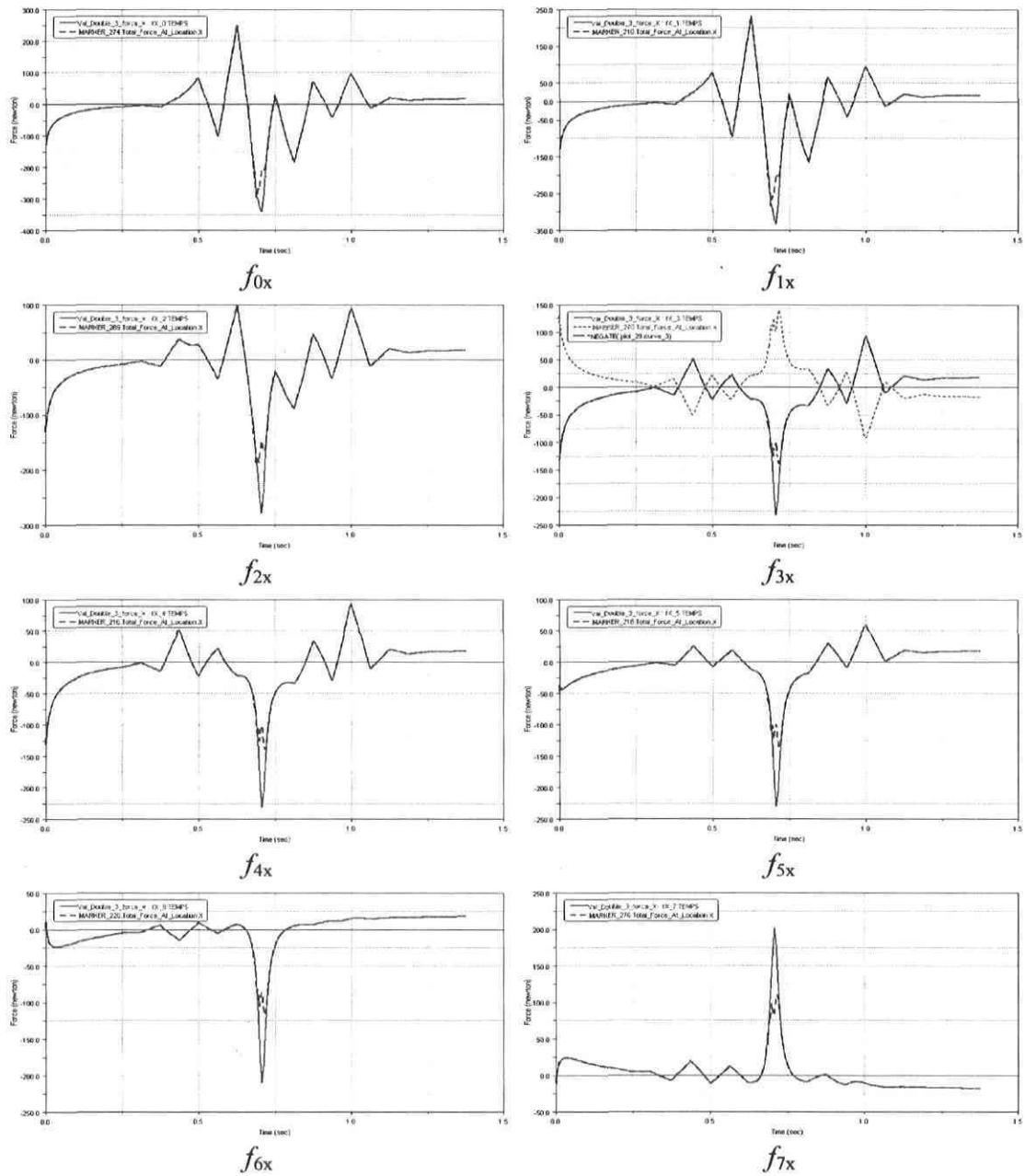


Figure D-17 : Comparaison des forces en X, validation double support #3

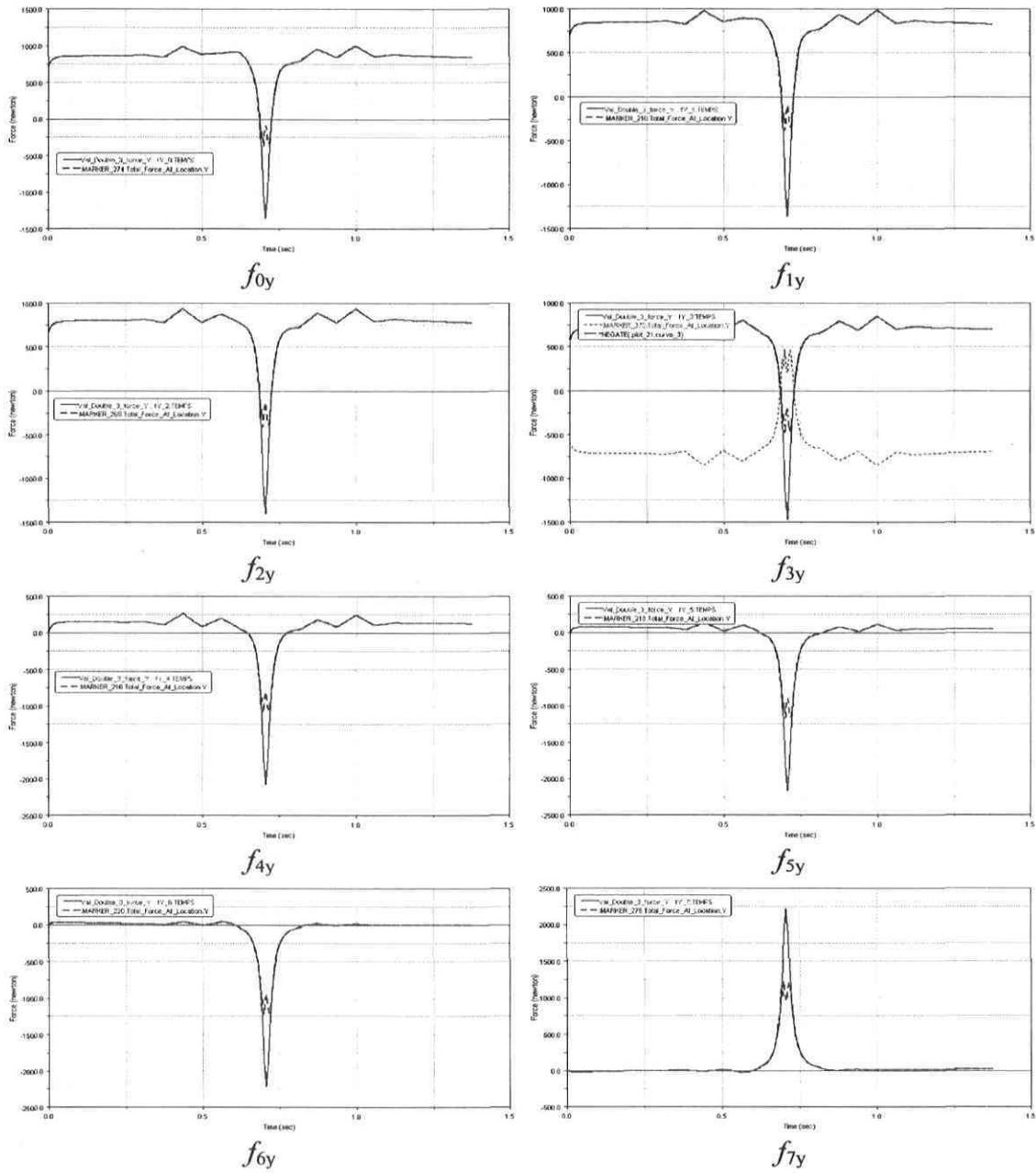


Figure D-18 : Comparaison des forces en Y, validation double support #3

D-2-2-4 Validation double #4

Impose le mouvement aux articulations 3-4-5-6-7

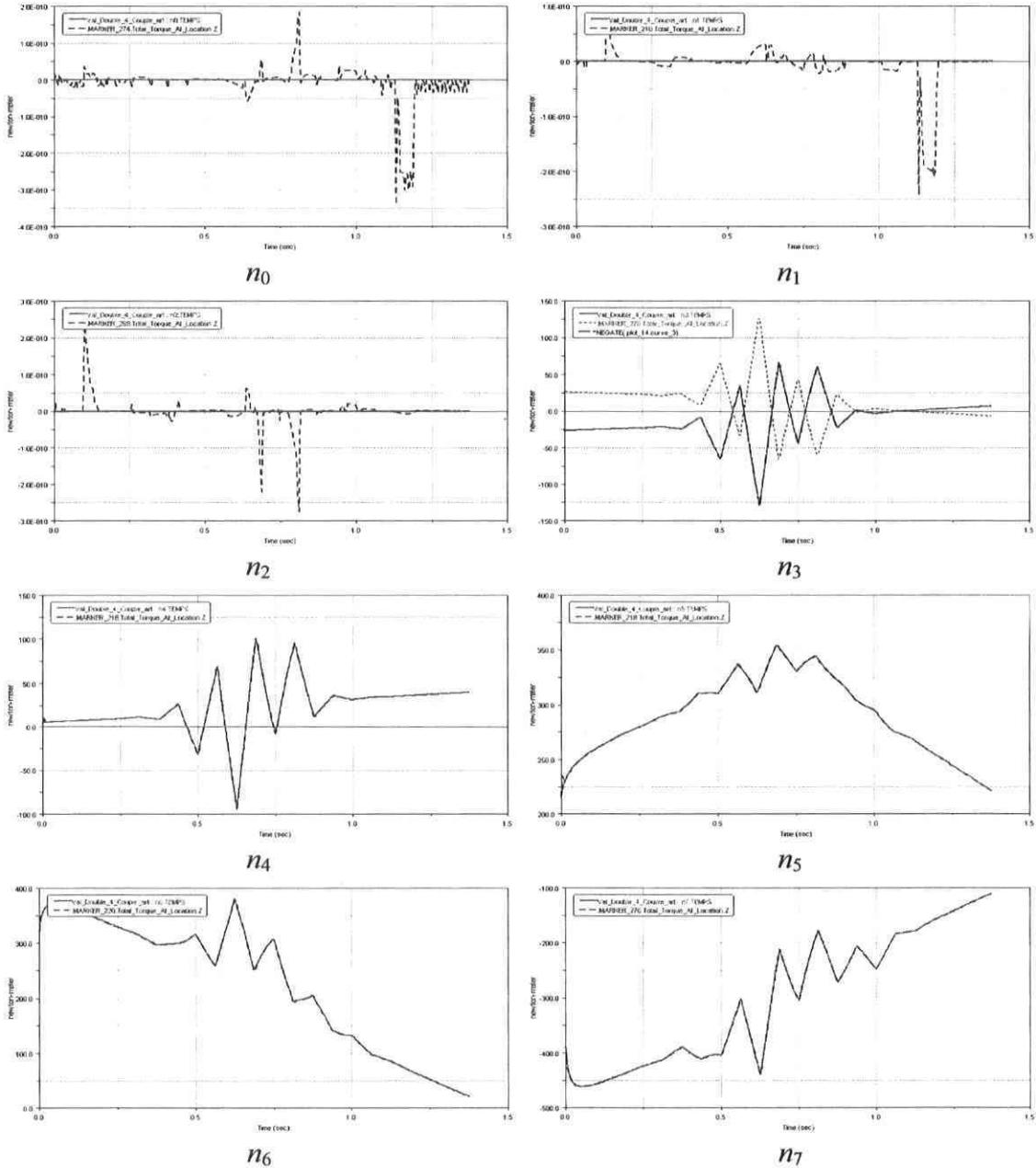


Figure D-19 : Comparaison des couples, validation double support #4

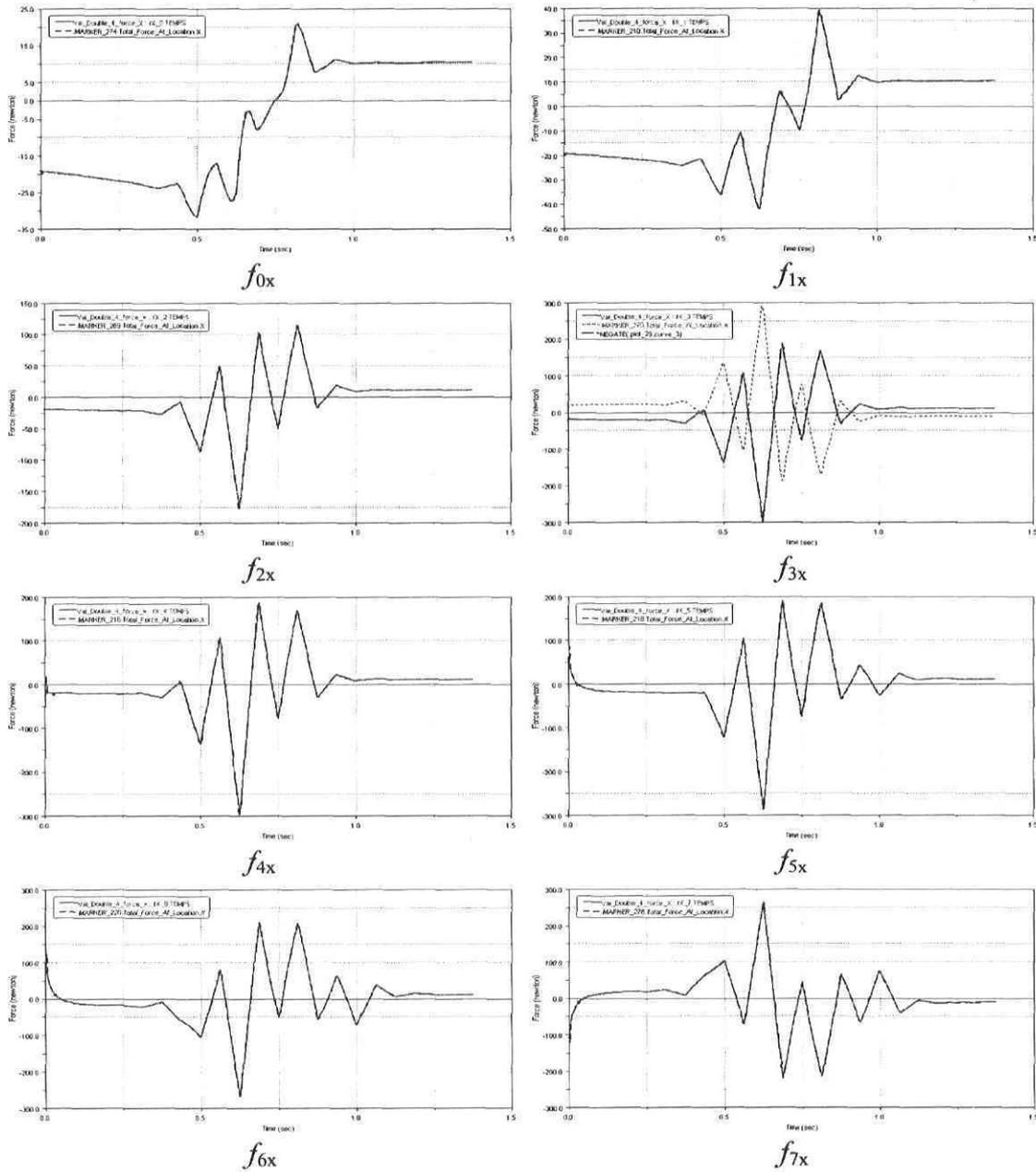


Figure D-20 : Comparaison des forces en X, validation double support #4

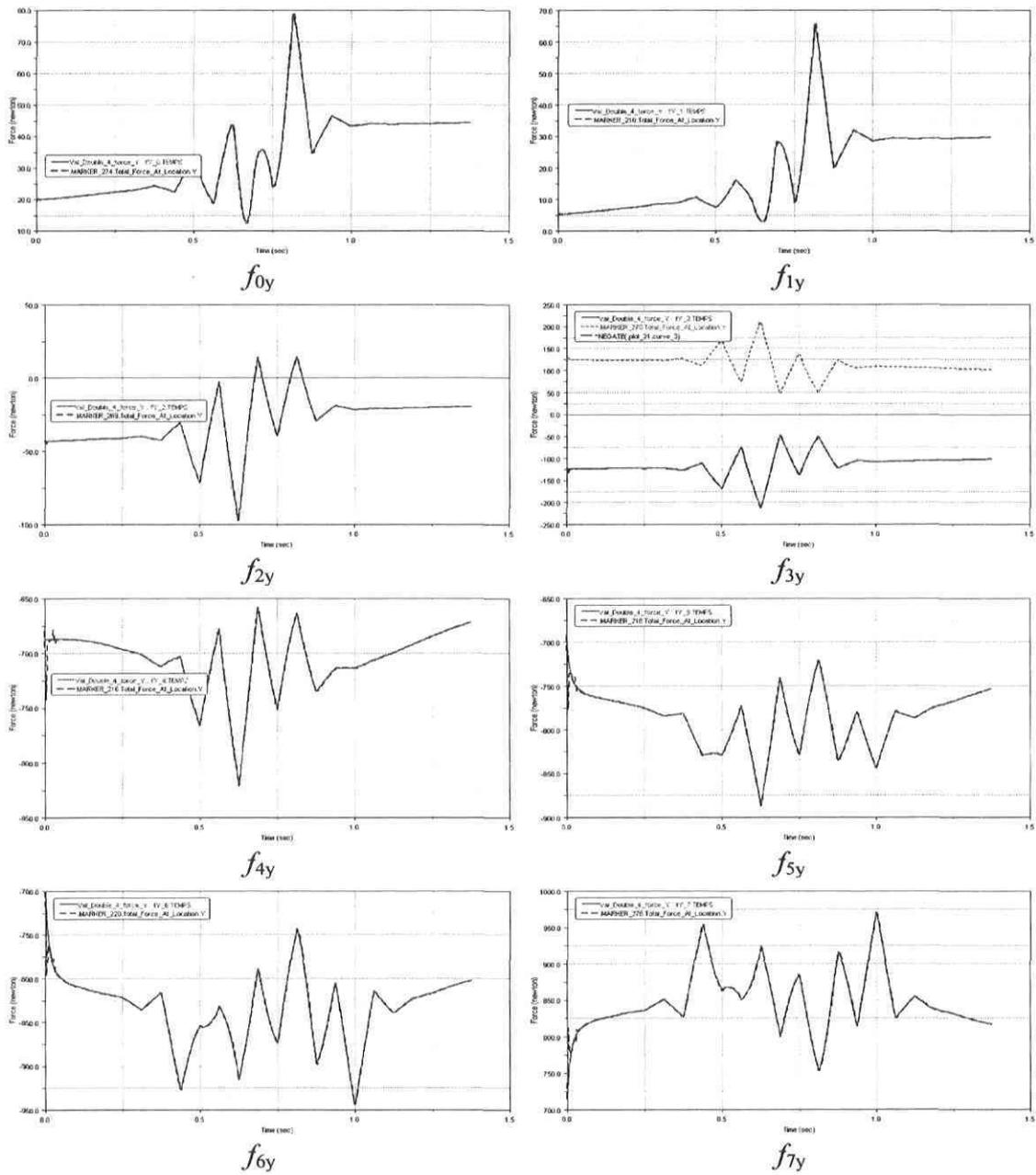


Figure D-21 : Comparaison des forces en Y, validation double support #4

D-2-2-5 Validation double #5

Imposer le mouvement aux articulations 0-2-4-6-7

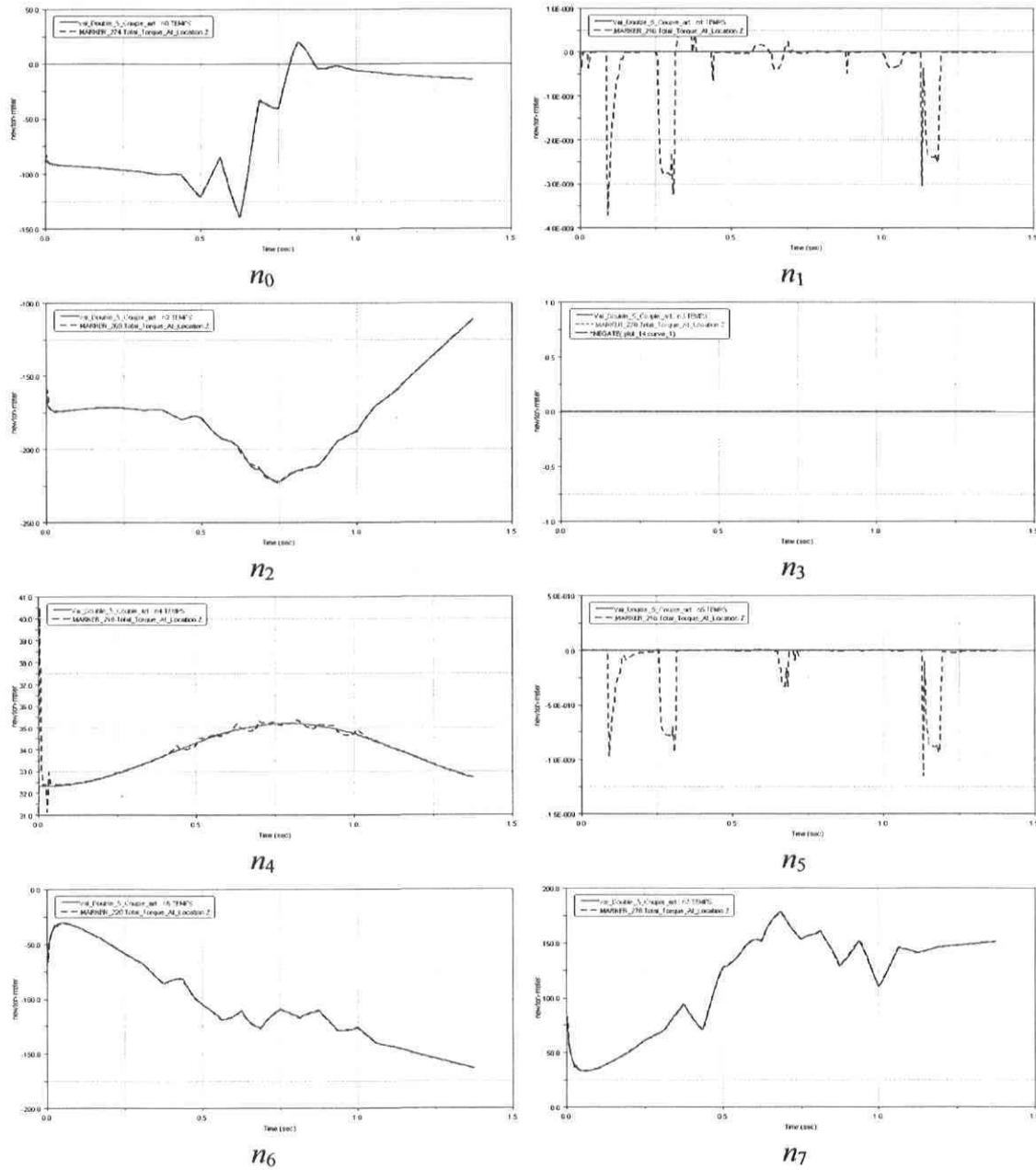


Figure D-22 : Comparaison des couples, validation double support #5

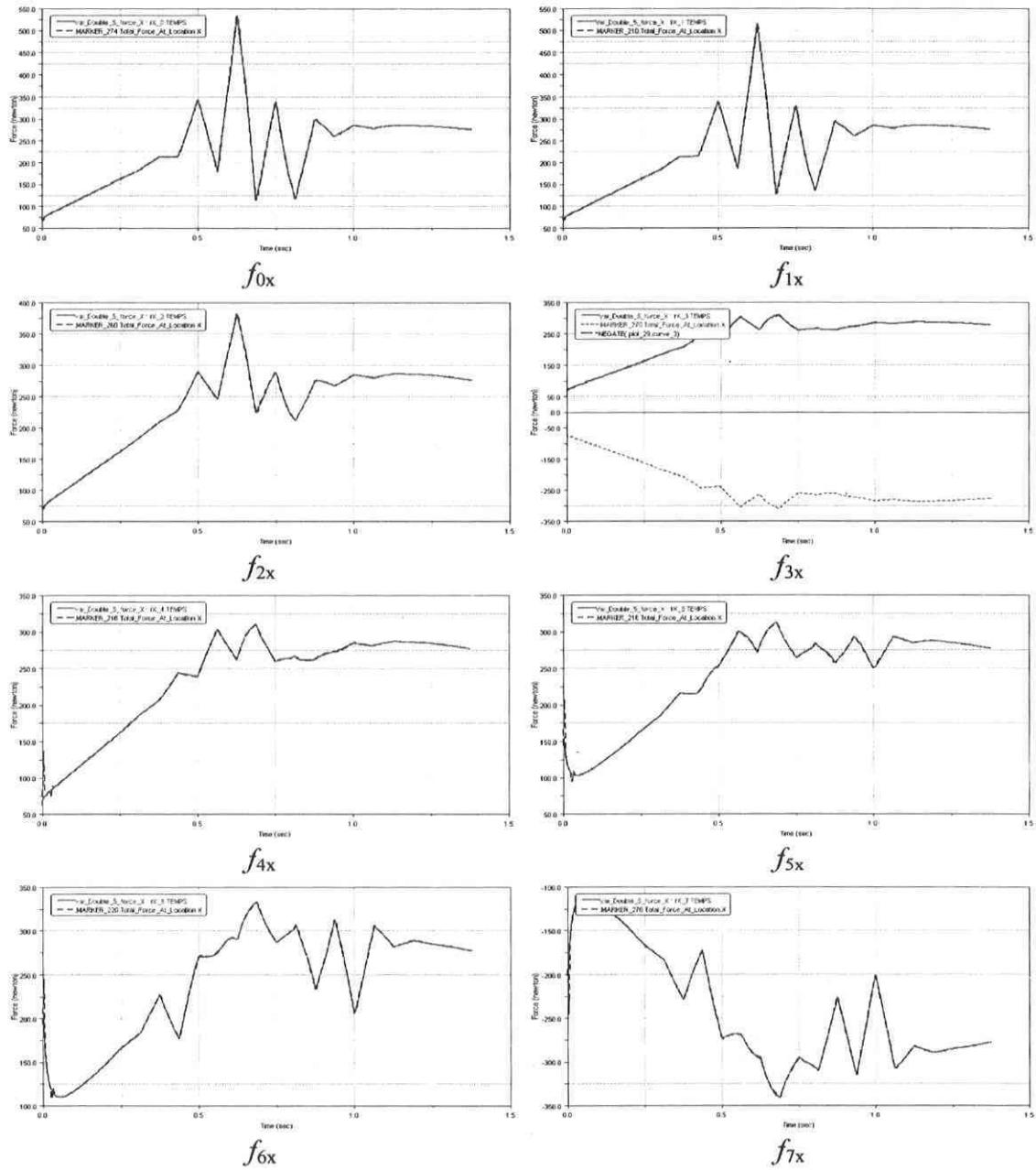


Figure D-23 : Comparaison des forces en X, validation double support #5

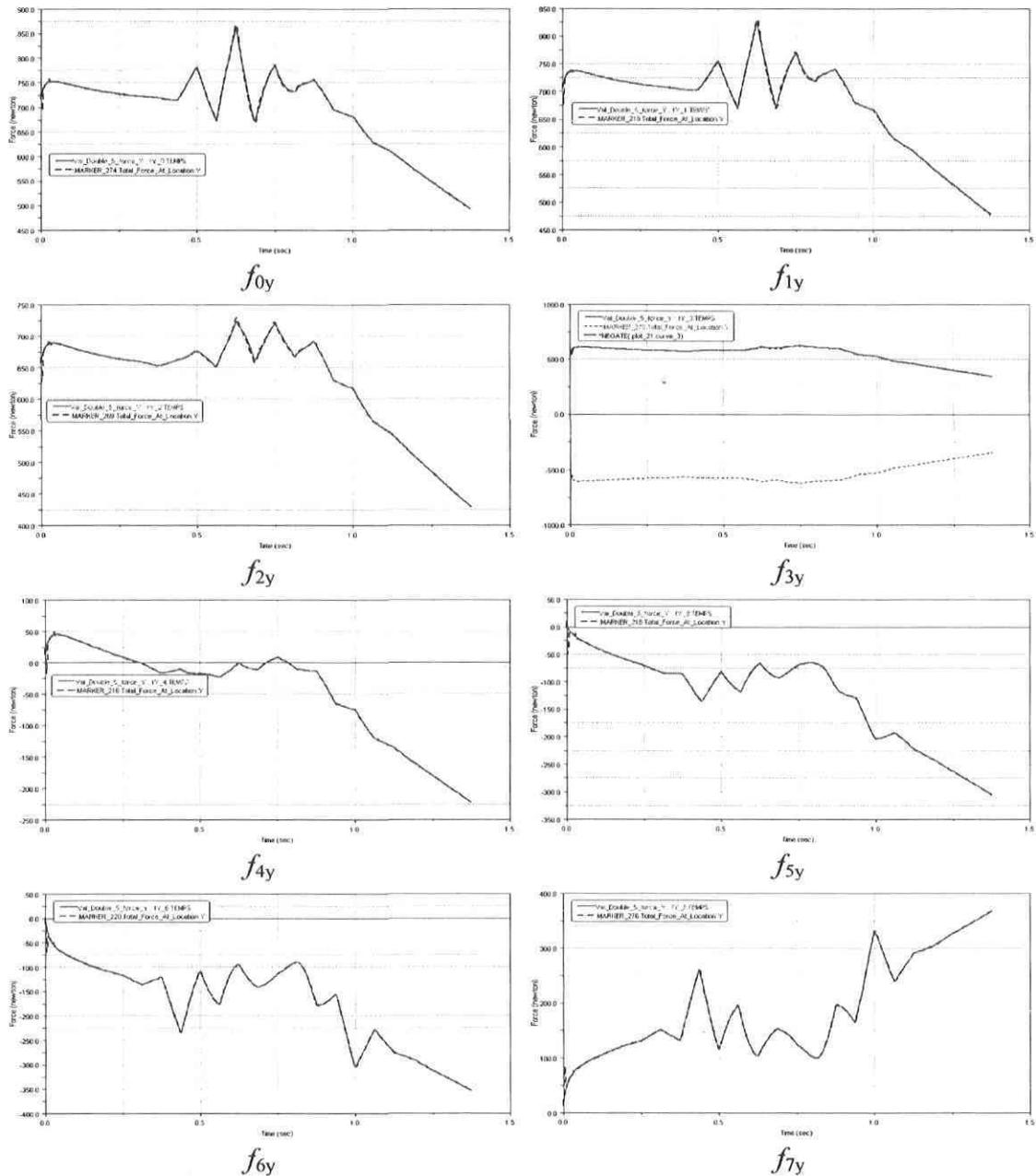


Figure D-24 : Comparaison des forces en Y, validation double support #5

D-2-2-6 Validation double #6

Impose le mouvement aux articulations 0-1-2-6-7

Pour cette combinaison, il est impossible d'obtenir la trajectoire demandée car le tronc, dont le mouvement peut uniquement être contrôlé par les articulations 3 ou 4, n'est pas contrôlé. Ainsi, il se déplace à la manière d'un pendule libre ce qui ne correspond pas à la trajectoire à exécuter.

D-2-2-7 Validation double #7

Impose le mouvement aux articulations 1-2-3-5-6

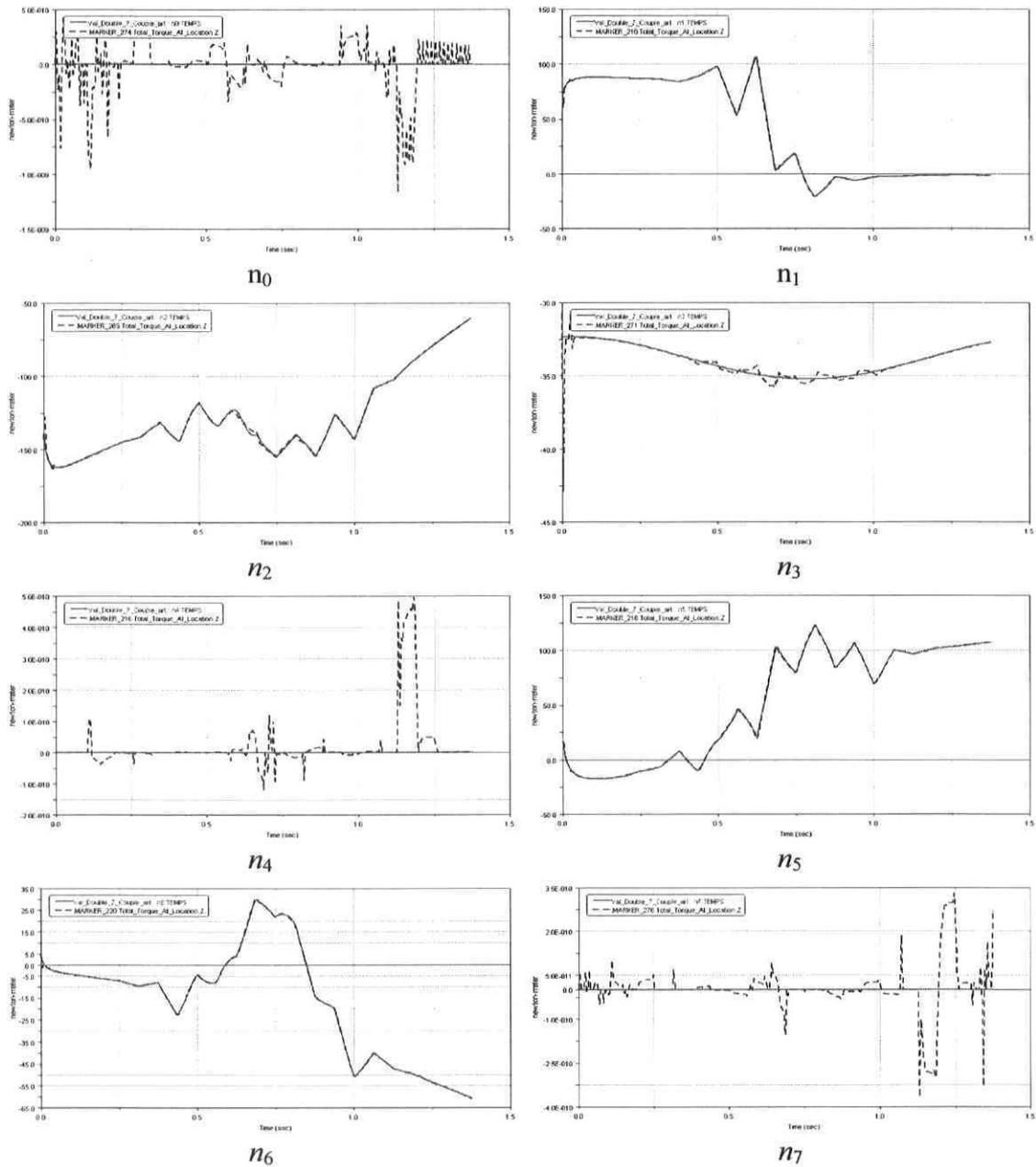


Figure D-25 : Comparaison des couples, validation double support #7

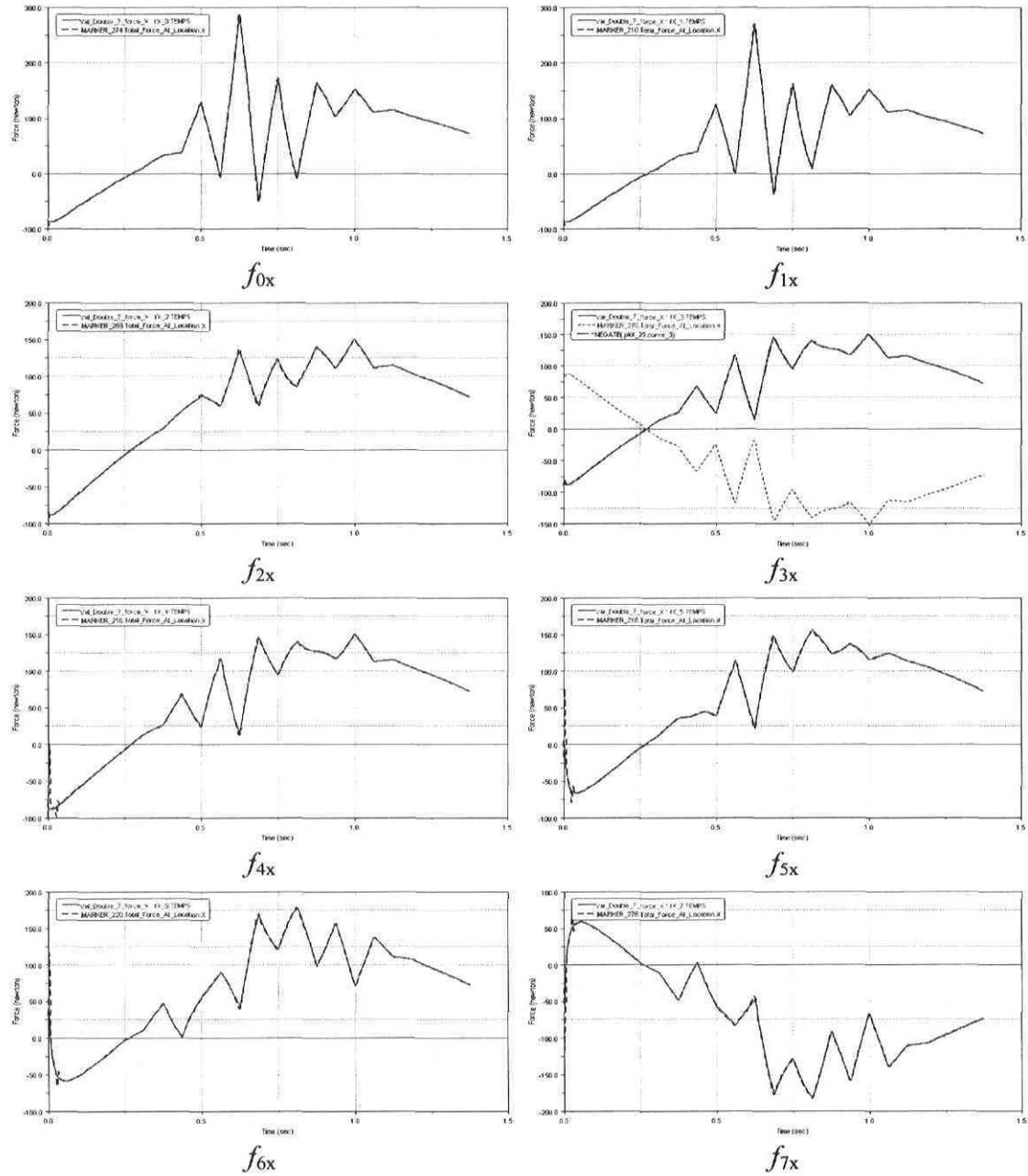


Figure D-26 : Comparaison des forces en X, validation double support #7

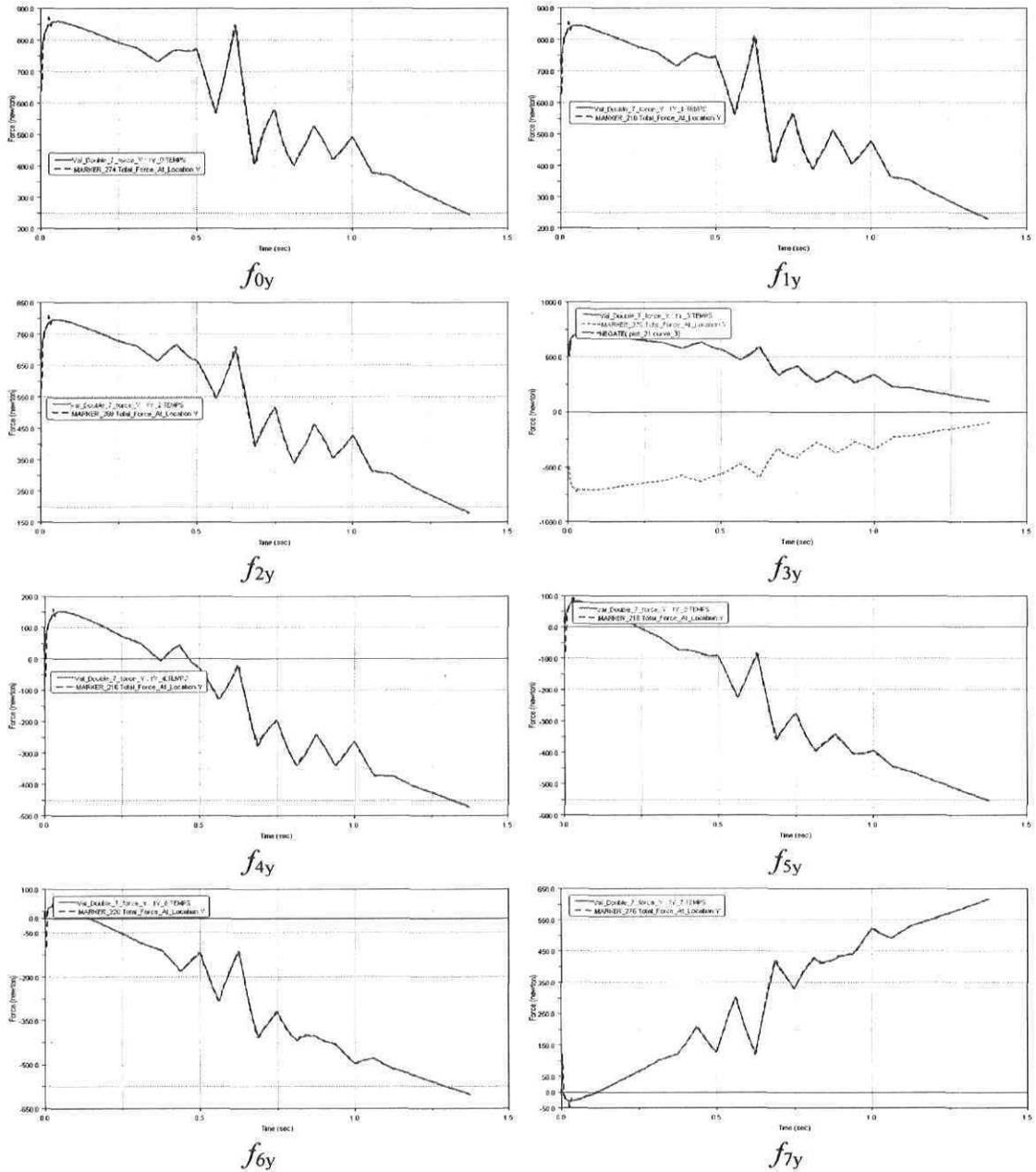


Figure D-27 : Comparaison des forces en Y, validation double support #7

ANNEXE E

Interpolation par spline cubique

E-1 Création des trajectoires par splines cubiques [2]

Dans le programme de simulation, les trajectoires sont générées à partir de vecteurs contenant des points de référence provenant d'images. En raison de la quantité insuffisante de points disponibles, il est nécessaire d'interpoler pour trouver une fonction représentant les trajectoires. Pour ce faire, plusieurs méthodes existent. La méthode d'interpolation par splines cubiques a été choisie parce qu'elle est relativement facile d'application et qu'elle produit des fonctions 3 fois différentiables donc continues en position, en vitesse et en accélération. Le développement théorique de la méthode utilisée sera d'abord présenté suivi de son application au programme de simulation.

E-1-2 Développement théorique

Le problème d'interpolation est le suivant : à partir d'une série de $(n+1)$ points d'interpolation connus $((x_i, f(x_i))$ pour $i = 0, 1, \dots, n$), soit n intervalles, on cherche une fonction continue $f(x)$ passant par chacun des points. La méthode des splines cubiques est une méthode d'interpolation qui consiste à utiliser un polynôme de degré 3 dans chaque intervalle et à relier ces polynômes de façon à ce que la courbe résultante soit 3 fois différentiable. La figure E-1 montre un exemple du problème à résoudre pour 5 points où l'on cherche 4 polynômes de degré 3 liant les 5 points $(x_i, f(x_i))$ de façon continue.

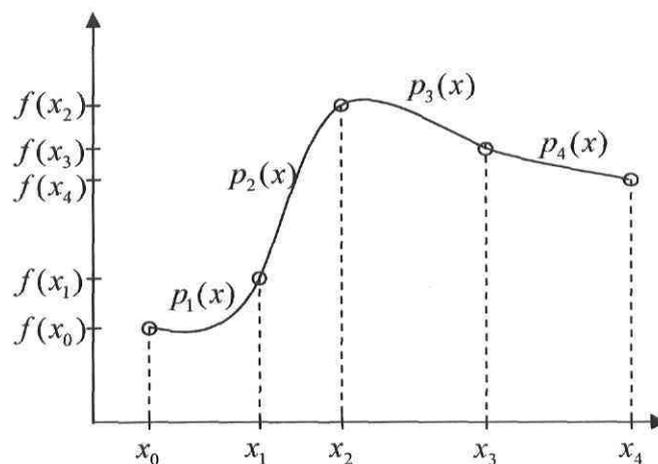


Figure E-1 : Exemple de problème à résoudre par la méthode des splines cubiques

Les polynômes recherchés sont de la forme :

$$p_i(x) = a_i x^3 + b_i x^2 + c_i x + d_i \text{ pour } i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{E-1})$$

Comme chaque polynôme comporte 4 coefficients à déterminer, il y a au total $4n$ coefficients à déterminer. Pour ce faire, il est nécessaire d'établir des conditions assurant la régularité souhaitée à la courbe :

- Le polynôme $p_1(x)$ passe par la première extrémité $(x_0, f(x_0))$ et le point $p_n(x)$ passe par la dernière extrémité $(x_n, f(x_n))$:

$$p_1(x_0) = f(x_0) \quad (\text{E-2})$$

$$p_n(x_n) = f(x_n) \quad (\text{E-3})$$

- Deux polynômes passent par chaque point intérieur, soit $p_i(x)$ défini dans l'intervalle $[x_{i-1}, x_i]$ et $p_{i+1}(x)$ défini dans $[x_i, x_{i+1}]$ doivent passer par le point $(x_i, f(x_i))$:

$$p_i(x_i) = f(x_i) \text{ pour } i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (\text{E-4})$$

$$p_{i+1}(x_i) = f(x_i) \text{ pour } i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (\text{E-5})$$

- Les dérivées premières et secondes de ces deux polynômes doivent être continues aux points intérieurs pour assurer la régularité de la courbe :

$$p'_i(x_i) = p'_{i+1}(x_i) \text{ pour } i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (\text{E-6})$$

$$p''_i(x_i) = p''_{i+1}(x_i) = f''_i \text{ pour } i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (\text{E-7})$$

La notation f''_i désigne la valeur de la dérivée seconde de la spline au point intérieur x_i . De même, les dérivées secondes aux extrémités sont notées f''_0 et f''_n . La dernière condition stipule que la valeur de la dérivée seconde de deux polynômes consécutifs est égale en leur point de jonction. Les polynômes recherchés étant de degré 3, leur deuxième dérivé correspond à des droites. Ainsi, les points correspondants aux dérivées secondes des points d'interpolations (x_i, f''_i) (qui ne sont pas nécessairement connus) doivent être liés par des

droites pour assurer la régularité. La figure E-2 présente cette situation pour l'exemple précédent où les droites $p_i''(x)$ correspondent aux deuxièmes dérivées des polynômes $p_i(x)$.

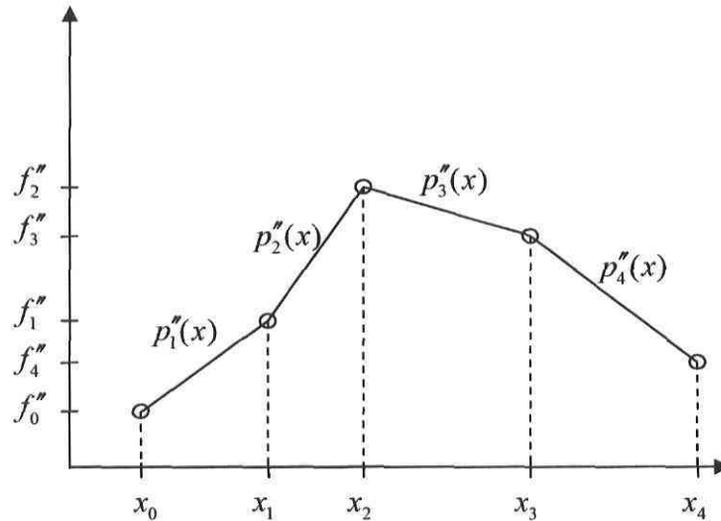


Figure E-2 : Les dérivées secondes des points à lier par les splines sont liées par des droites correspondantes aux dérivées secondes des splines recherchées

Ainsi, l'idée pour déterminer les polynômes de degré 3 reliant les points $(x_i, f(x_i))$ de façon continue est de déterminer les polynômes de degré 1 reliant les points (x_i, f_i'') et de les intégrer deux fois. Ensuite, les constantes d'intégration et les paramètres inconnus sont déterminés à l'aide des conditions de continuité écrites précédemment.

Pour interpolier les points (x_i, f_i'') à l'aide de droite, la méthode d'interpolation de Lagrange est utilisée. Ainsi, la deuxième dérivée du polynôme de degré 3 recherché peut s'écrire :

$$p_i''(x) = f_{i-1}'' \frac{(x - x_i)}{(x_{i-1} - x_i)} + f_i'' \frac{(x - x_{i-1})}{(x_i - x_{i-1})} \quad (\text{E-8})$$

En intégrant deux fois cette équation, on obtient :

$$p_i(x) = f_{i-1}'' \frac{(x - x_i)^3}{6(x_{i-1} - x_i)} + f_i'' \frac{(x - x_{i-1})^3}{6(x_i - x_{i-1})} + \alpha_i(x - x_i) + \beta_i \quad (\text{E-9})$$

Où α_i et β_i sont les constantes d'intégration.

Pour déterminer les constantes d'intégration, les 4 premières conditions de continuité définies précédemment sont utilisées (le polynôme $p_i(x)$ doit passer par les points $(x_{i-1}, f(x_{i-1}))$ et $(x_i, f(x_i))$ soit les points limites de l'intervalle i). Ainsi, on trouve :

$$\beta_i = f(x_i) - f_i \frac{(x_i - x_{i-1})^2}{6} \quad (\text{E-10})$$

$$\alpha_i = \frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{(x_i - x_{i-1})} - \frac{(f_i'' - f_{i-1}'')(x_i - x_{i-1})}{6} \quad (\text{E-11})$$

En simplifiant l'expression de $p_i(x)$, l'équation de la spline dans l'intervalle $[x_{i-1}, x_i]$ devient :

$$p_i(x) = -f_{i-1}'' \frac{(x - x_i)^3}{6h_i} + f_i'' \frac{(x - x_{i-1})^3}{6h_i} - \left(\frac{f(x_{i-1})}{h_i} - \frac{h_i f_{i-1}''}{6} \right) (x - x_i) + \left(\frac{f(x_i)}{h_i} - \frac{h_i f_i''}{6} \right) (x - x_{i-1}) \quad (\text{E-12})$$

Où h_i est la grandeur de l'intervalle i .

Cette dernière expression permet de déterminer un polynôme de degré 3 pour tous les intervalles. Cependant, dans le cas où les termes f_i'' ne sont pas connus, il reste à les déterminer. Pour ce faire, la seule condition qui n'a toujours pas été employée, soit la continuité sur la première dérivée, est utilisée. La comparaison de la valeur de la première dérivée de deux polynômes consécutifs aux points de jonction permet d'établir la relation suivante :

$$\frac{h_i}{(h_i + h_{i+1})} f_{i-1}'' + 2f_i'' + \frac{h_{i+1}}{(h_i + h_{i+1})} f_{i+1}'' = 6f[x_{i-1}, x_i, x_{i+1}] \quad (\text{E-13})$$

Le terme $f[x_{i-1}, x_i, x_{i+1}]$ correspond à la deuxième différence divisée définie comme suit :

$$f[x_j, x_{j+1}, x_{j+2}] = \frac{f[x_{j+1}, x_{j+2}] - f[x_j, x_{j+1}]}{(x_{j+2} - x_j)} \quad (\text{E-14})$$

Où il est fait référence à la première différence divisée qui est définie comme suit :

$$f[x_j, x_{j+1}] = \frac{f(x_{j+1}) - f(x_j)}{x_{j+1} - x_j} \quad (\text{E-15})$$

Pour résoudre le système représenté par l'équation E-13, il est nécessaire de définir de façon arbitraire deux inconnus ou de connaître deux valeurs de f_i'' car le système est sous-déterminé.

Ainsi, pour déterminer les splines cubiques reliant les points de la trajectoire, il est nécessaire de :

- déterminer de façon arbitraire une valeur pour deux f_i''
- déterminer toutes valeurs de f_i'' en résolvant le système de l'équation E-13
- déterminer les polynômes de degré 3 avec l'équation E-12

E-1-2 Application au programme de simulation

La méthodologie employée pour générer les splines dans le programme est celle présentée précédemment avec de légères modifications. D'abord, les termes f_i'' déterminés arbitrairement sont ceux correspondant aux extrémités et sont contraints à 0 pour des raisons de simplicité :

$$f_0'' = f_n'' = 0 \quad (\text{E-16})$$

Ensuite, pour des raisons de programmation, les indices de l'équation représentant les polynômes ont été modifiés. Dans la théorie présentée, les points x_i sont définis de 0 à n . Cependant, comme les points x_i doivent être définie dans un vecteur, il est nécessaire de débiter l'indice à la valeur 1 pour faire facilement référence à la valeur correspondante à l'indice. Donc, dans le programme de simulation, les points x_i sont définis de 1 à $n+1$. Par contre, cette modification n'est pas appliquée aux termes f_i'' , car bien que la valeur de f_0'' ne puisse pas être incluse dans un vecteur, il n'est pas nécessaire de l'inclure car elle est nulle. Aussi, pour la présente génération de trajectoire, la donnée en abscisse correspond au temps. Ainsi, la variable indépendante sera t et la variable h_i sera Δt , qui est constante.

Les fonctions représentant les splines cubiques s'écrivent comme suit :

Intervalles intérieurs :

$$p_i(t) = -f_{i-1}'' \frac{(t-t_{i+1})^3}{6\Delta t} + f_i'' \frac{(t-t_i)^3}{6\Delta t} - \left(\frac{f(t_i)}{\Delta t} - \frac{\Delta t f_{i-1}''}{6} \right) (t-t_{i+1}) + \left(\frac{f(t_{i+1})}{\Delta t} - \frac{\Delta t f_i''}{6} \right) (t-t_i) \quad (\text{E-17})$$

$$p_i'(t) = -f_{i-1}'' \frac{(t-t_{i+1})^2}{2\Delta t} + f_i'' \frac{(t-t_i)^2}{2\Delta t} - \left(\frac{f(t_i)}{\Delta t} - \frac{\Delta t f_{i-1}''}{6} \right) + \left(\frac{f(t_{i+1})}{\Delta t} - \frac{\Delta t f_i''}{6} \right) \quad (\text{E-18})$$

$$p_i''(t) = -f_{i-1}'' \frac{(t-t_{i+1})}{\Delta t} + f_i'' \frac{(t-t_i)}{\Delta t} \quad (\text{E-19})$$

Premier intervalle :

$$p_1(t) = f_i'' \frac{(t-t_1)^3}{6\Delta t} - \frac{f(t_1)}{\Delta t} (t-t_2) + \left(\frac{f(t_2)}{\Delta t} - \frac{\Delta t f_1''}{6} \right) (t-t_1) \quad (\text{E-20})$$

$$p_1'(t) = f_i'' \frac{(t-t_1)^2}{2\Delta t} - \frac{f(t_1)}{\Delta t} + \left(\frac{f(t_2)}{\Delta t} - \frac{\Delta t f_1''}{6} \right) \quad (\text{E-21})$$

$$p_1''(t) = f_i'' \frac{(t-t_1)}{\Delta t} \quad (\text{E-22})$$

Dernier intervalle :

$$p_n(t) = -f_{n-1}'' \frac{(t-t_{n+1})^3}{6\Delta t} - \left(\frac{f(t_n)}{\Delta t} - \frac{\Delta t f_{n-1}''}{6} \right) (t-t_{n+1}) + \frac{f(t_{n+1})}{\Delta t} (t-t_n) \quad (\text{E-23})$$

$$p_n'(t) = -f_{n-1}'' \frac{(t-t_{n+1})^2}{2\Delta t} - \left(\frac{f(t_n)}{\Delta t} - \frac{\Delta t f_{n-1}''}{6} \right) + \frac{f(t_{n+1})}{\Delta t} \quad (\text{E-24})$$

$$p_n''(t) = -f_{n-1}'' \frac{(t-t_{n+1})}{\Delta t} \quad (\text{E-25})$$

ANNEXE F

Exemple d'interface de comparaison entre les forces et la posture

Le programme de simulation dynamique calcule l'évolution dans le temps des efforts impliqués dans la marche bipède. Une façon différente d'exprimer et d'utiliser ces résultats consiste à créer une interface de comparaison entre les efforts calculés et la trajectoire articulaire représentant la posture du bipède. Cette interface consiste en une base de données associant les efforts aux postures du bipède. Pour illustrer davantage ce concept, cette annexe présente une interface simplifiée établie avec la simulation présentée au chapitre huit. Comme il a été mentionné à ce chapitre, le seul calcul considéré fiable à ce stade du développement du programme de simulation est le calcul des forces en Y. Ainsi, la relation présentée ici établira uniquement le lien entre la force en Y sous le pied support et la posture du bipède. Cependant, en utilisant uniquement la force en Y comme donnée, il est impossible d'identifier une seule posture du bipède qui corresponde à cette force, car quelques possibilités existent selon l'effort enregistré. Pour l'instant, une base de données contenant ces valeurs peut tout de même être construite, mais uniquement à des fins de vérification. Lorsque le programme de simulation donnera des résultats satisfaisants pour le calcul des forces en X, la base de données pourra établir une relation directe entre la mesure des forces sous le pied et la posture du bipède. Aussi, comme il s'agit uniquement d'illustrer le concept et non de représenter ce que serait une base de données complète, l'exemple est présenté pour cinq valeurs de force seulement. Ces valeurs ont été choisies pour représenter certains points critiques de la trajectoire. Le tableau F-1 présente cette interface de comparaison et les figures F-1 à F-5 illustrent les possibilités de posture pour chaque force mesurée. Ensuite, la figure F-6 montre l'évolution temporelle de la force en Y. La posture évoluant aussi dans le temps, les croix rouges indiquent les moments auxquels apparaissent les différentes possibilités de posture pour les cinq forces choisies. Il est à noter que pour le second point, les postures y étant liées n'ont pas toutes été exprimées dans le tableau. Comme le creux visible sur la figure F-6 est dû au fait que l'algorithme de calcul dynamique en double support ne soit pas adéquat, il n'a pas été jugé bon d'inclure ces données.

Tableau F-1: Interface de comparaison entre la force en Y appliquée au pied et la posture

Point 1 : $F_y = 33$ N								
Possibilités	Figures	ϕ_{p1}	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6
1	F-1 a)	3,0963	-1,3266	0,4897	-0,86693	3,1698	-0,52206	1,4089
2	F-1 b)	1,5683	-0,88042	0,76811	-0,03989	3,9314	-0,6041	1,0486
Point 2 : $F_y = 349.5$ N								
Possibilités	Figures	ϕ_{p1}	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6
1	F-2 a)	2,9079	-1,1765	0,4642	-0,8122	3,1567	-0,61927	1,1373
2	F-2 b)	2,575	-1,3408	0,54321	-0,20815	3,4895	-1,0765	1,0031
3	F-2 c)	1,6101	-0,91186	0,74708	-0,03469	3,9343	-0,58177	1,0534
Point 3 : $F_y = 522$ N								
Possibilités	Figures	ϕ_{p1}	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6
1	F-3 a)	2,6505	-1,0486	0,60411	-0,78986	3,1815	-0,76811	0,88042
2	F-3 b)	2,6128	-1,1621	0,66514	-0,64027	3,2583	-0,98274	0,7306
3	F-3 c)	2,4987	-1,4396	0,52327	-0,07895	3,7888	-0,77773	1,1839
4	F-3 d)	2,1408	-1,2904	0,52646	0,001837	4,0025	-0,4683	1,2859
Point 4 : $F_y = 639$ N								
Possibilités	Figures	ϕ_{p1}	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6
1	F-4 a)	2,6167	-1,1019	0,65028	-0,71743	3,2173	-0,88334	0,75844
2	F-4 b)	2,4244	-1,4657	0,52364	-0,05428	3,9625	-0,57718	1,2966
3	F-4 c)	2,284	-1,3928	0,51932	-0,0215	4,0097	-0,48191	1,3248
Point 5 : $F_y = 680$ N								
Possibilités	Figures	ϕ_{p1}	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6
1	F-5	2,3292	-1,4226	0,52359	-0,03381	4,0059	-0,49858	1,3267

Note : toutes les valeurs d'angle sont exprimées en radian

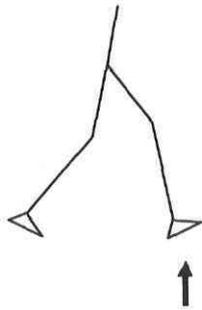


Figure F-1 a) possibilité 1

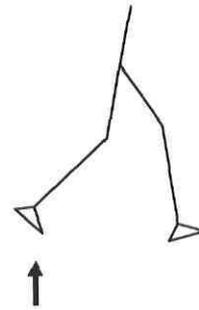


Figure F-1 b) possibilité 2

Figures F-1 : Possibilités de posture pour une force en Y de 33N mesurée sur le pied montrée par la flèche noire



Figure F-2 a) possibilité 1



Figure F-2 b) possibilité 2

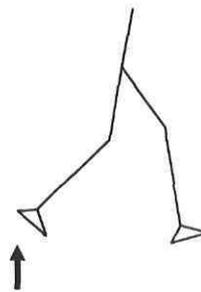


Figure F-2 c) possibilité 3

Figures F-2 : Possibilités de posture pour une force en Y de 349.5N mesurée sur le pied montré par la flèche noire

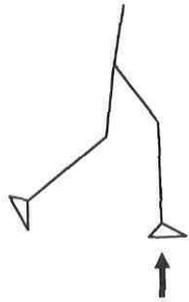


Figure F-3 a) possibilité 1

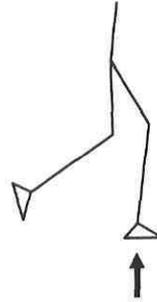


Figure F-3 b) possibilité 2

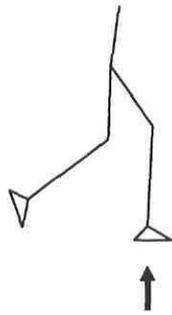


Figure F-3 c) possibilité 3



Figure F-3 d) possibilité 4

Figures F-3 : Possibilités de posture pour une force en Y de 522N mesurée sur le pied montrée par la flèche noire



F-4 a) possibilité 1

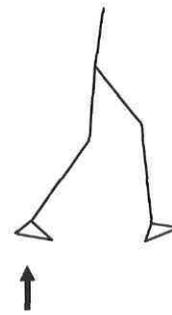


Figure F-4 b) possibilité

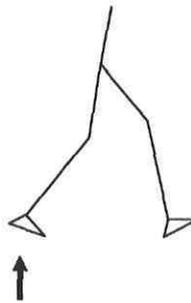


Figure F-4 c) possibilité 3

Figures F-4 : Possibilités de posture pour une force en Y de 639N mesurée sur le pied montrée par la flèche noire

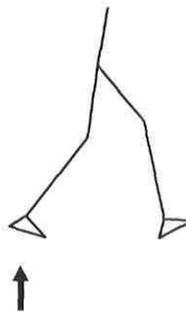


Figure F-5 : Posture pour une force en Y de 680N mesurée sur le pied montrée par la flèche noire

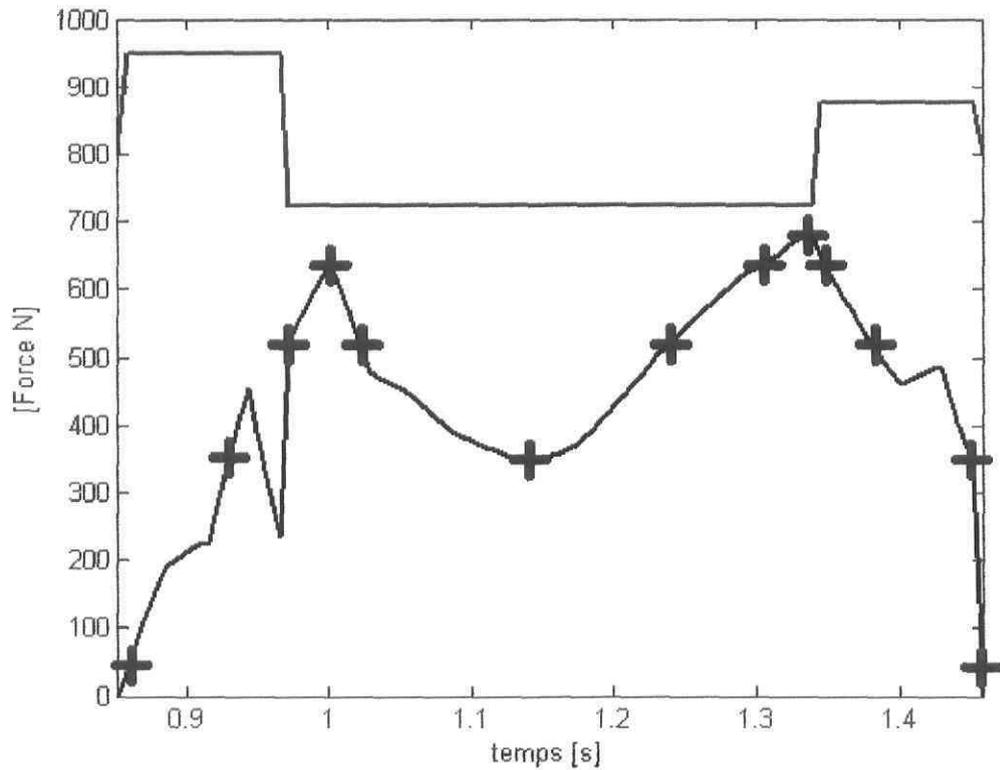


Figure F-6 : Force en Y sous le pied calculée par le programme en fonction du temps. Les croix rouges représentent les instants utilisés pour construire la base de données et la courbe en rouge représente les phases de la marche (dans l'ordre, les phases sont : double support, simple support et double support)