



# **Développement de systèmes pour la collaboration humain-robot**

**Conception d'un robot sériel à 7 ddls partiellement  
équilibré statiquement**

**Thèse**

**Marc-Antoine Lacasse**

**Doctorat en génie mécanique**  
Philosophiæ doctor (Ph.D.)

Québec, Canada

© Marc-Antoine Lacasse, 2014





# Résumé

Cette thèse s'attarde sur plusieurs aspects de la collaboration humain-robot, dont le développement d'interfaces de contrôle, la conception de robots plus sécuritaires ainsi que le développement d'algorithmes de contrôle. Le tout est réparti sur 7 chapitres.

Le premier chapitre présente une brève introduction ainsi que la méthodologie employée au cours de la thèse. Le deuxième chapitre présente une méthode d'équilibrage statique par contrepoids. Une transmission hydraulique permet de déporter facilement le contrepoids à l'extérieur de l'espace de travail du système équilibré. L'utilisation de cylindres à membrane permet une transmission fluide avec un minimum de friction. Dans le troisième chapitre, nous exploitons ce principe d'équilibrage pour développer un bras de robot sériel à 7 ddl. Deux mécanismes d'équilibrage sont proposés et testés d'abord sur des bancs d'essai puis sur le prototype final. Un banc d'équilibrage à deux plateaux permet d'ajuster la pression des cylindres avec une seule charge mobile pour s'adapter à la masse soulevée par le bras.

Dans le quatrième chapitre, nous développons un algorithme de commande exploitant la redondance du bras développé précédemment. Puisque les critères courants d'exploitation de la redondance dépendent de la situation, nous laissons le soin à l'opérateur de gérer lui-même cette redondance. Notre algorithme implémente une commande standard en admittance qui combat les perturbations indésirables à l'effecteur. Cependant, elle permet aux perturbations qui n'affectent pas la position de l'effecteur de modifier la configuration du robot.

Le cinquième chapitre présente le développement d'un capteur tactile à base de silicone et noir de carbone. Les propriétés du mélange de silicone et noir de carbone sont étudiées afin d'optimiser la sensibilité du matériau. Nous proposons ensuite un modèle mathématique de la piézorésistivité du matériau afin d'estimer la pression appliquée et nous présentons des méthodes de fabrication du capteur et d'acquisition des signaux.

Dans le sixième chapitre, nous développons un système de freinage passif adapté aux systèmes de ponts roulants. Le système permet d'appliquer à la charge transportée une force de freinage proportionnelle à sa vitesse. Une interface de contrôle intuitive permet à l'opérateur d'activer le système au besoin. Le septième chapitre présente une brève conclusion de la thèse.



# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>iii</b>
<b>Table des matières</b>	<b>v</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>vii</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>ix</b>
<b>Liste des extensions multimédias</b>	<b>xix</b>
<b>Remerciements</b>	<b>xxi</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 Objectifs et méthodologie de la thèse . . . . .	5
<b>2 Équilibrage par vérin à membrane</b>	<b>7</b>
2.1 Introduction . . . . .	7
2.2 Concept proposé . . . . .	14
2.3 Preuve de concept . . . . .	25
2.4 Conclusion . . . . .	26
<b>3 Conception d'un bras partiellement équilibré statiquement</b>	<b>27</b>
3.1 Mise en situation . . . . .	27
3.2 Robots de collaboration existants . . . . .	31
3.3 Solution retenue . . . . .	34
3.4 Équilibrage du bras . . . . .	41
3.5 Équilibrage de l'avant-bras . . . . .	58
3.6 Banc d'équilibrage combiné . . . . .	77
3.7 Résultats . . . . .	83
3.8 Conclusion . . . . .	87
<b>4 Commande par admittance et gestion de la redondance</b>	<b>89</b>
4.1 Introduction . . . . .	89
4.2 Commande par impédance et admittance . . . . .	90
4.3 Gestion de la redondance . . . . .	92
4.4 Commande par admittance avec gestion active de la redondance . . . . .	95
4.5 Saturation des vitesses cartésiennes cibles . . . . .	107
4.6 Compensation des forces inertielles et du poids de la main. . . . .	110
4.7 Passage des singularités . . . . .	116

4.8	Conclusion	117
<b>5</b>	<b>Conception d'un capteur tactile</b>	<b>119</b>
5.1	Introduction	119
5.2	Modèle du comportement piézorésistif	122
5.3	Composite silicone - noir de carbone	123
5.4	Modèle et identification de la réponse	125
5.5	Estimation de la force appliquée par les fonctions de transfert.	130
5.6	Estimation de la force appliquée par les fonctions d'état.	132
5.7	Procédé de fabrication d'une matrice de capteurs.	139
5.8	Système d'acquisition	139
5.9	Conclusion	142
<b>6</b>	<b>Développement d'un système de freinage passif</b>	<b>145</b>
6.1	Mise en situation	145
6.2	Développement des équations	147
6.3	Banc de test	152
6.4	Développement des poignées de freinage.	154
6.5	Expérimentations	158
6.6	Conclusion	161
<b>7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>163</b>
7.1	Contributions et travaux futurs	163
	<b>Bibliographie</b>	<b>167</b>
<b>A</b>	<b>Sélection des moteurs</b>	<b>181</b>
A.1	Moteurs 6 et 7	181
A.2	Moteur 5	183
A.3	Moteur 4	184
A.4	Moteur 3	186
A.5	Moteur 2	189
A.6	Moteur 1	191
<b>B</b>	<b>Calculs et résultats d'analyse par éléments finis</b>	<b>195</b>
B.1	Épaule	195
B.2	Bras	201
B.3	Coude	212
B.4	Avant-bras	212
B.5	Poignet	216
<b>C</b>	<b>Rapport de tolérancement</b>	<b>223</b>
<b>D</b>	<b>Analyses par éléments finis</b>	<b>225</b>
<b>E</b>	<b>Données techniques du manipulateur.</b>	<b>233</b>
E.1	Spécifications techniques	233
E.2	Paramètres HD	233

# Liste des tableaux

2.1	Forces de friction moyennes, absolues et relatives, calculées pour chacun des quatre essais de pression. . . . .	24
3.1	Contraintes admissibles en tension pour les matériaux utilisés lors de la conception. $S_y$ est la limite élastique du matériau et $S_u$ est la limite ultime du matériau. . . . .	30
3.2	Relation entre contrainte admissible en tension et contrainte admissible en cisaillement pour les familles de matériaux utilisées lors de la conception. $U_{SS}$ est la contrainte ultime en cisaillement, $U_{TS}$ est la contrainte ultime en tension, $S_{YS}$ est la contrainte élastique en cisaillement et $T_{YS}$ est la contrainte élastique en tension. . . . .	30
3.3	Tableau des forces en tension admissibles pour diverses vis métriques ainsi que des couples de serrage nécessaires. . . . .	30
3.4	Listes des paramètres d'optimisation et de leur contrainte. . . . .	82
3.5	Liste des paramètres de conception fixes. . . . .	82
3.6	Listes des paramètres optimisés. . . . .	83
6.1	Données expérimentales. . . . .	160
6.2	Comparaisons des données de freinages expérimentales et théoriques. . . . .	160
B.1	Liste des calculs présentés pour l'épaule. . . . .	195
B.2	Tableau des résultats d'analyse par éléments finis effectuées sur l'épaule. . . . .	201
B.3	Liste des calculs présentés pour le bras . . . . .	201
B.5	Résultats des analyses par éléments finis effectué pour le bras. . . . .	211
B.6	Résultats des calculs présentés pour l'avant-bras. . . . .	212
B.7	Chargement maximal calculé pour chaque roulement de l'avant-bras. . . . .	216
B.8	Résultats des analyses par éléments finis effectué pour l'avant-bras. . . . .	216
B.9	Chagement maximal calculé pour les roulements du poignet. . . . .	222
E.1	Spécifications techniques du manipulateur. . . . .	233
E.2	Paramètres HD en mm et degrés. ( $\theta_2$ peut être fixé à 0 pour obtenir un bras 6 ddls). . . . .	234



# Liste des figures

1.1	Exemple de bras sériel conçu selon le schéma <i>moteur-membrure-moteur-etc...</i> : (a) bras 6 ddls <i>Jaco</i> (image tirée du site internet de la compagnie Kinova consulté en 2011). (b) bras 4 ddls de collaboration humain-robot du laboratoire de robotique. . . . .	1
1.2	Exemple de robots avec compensation de gravité. (a) Robot sériel à 3 ddls équilibré avec un mécanisme à 4 barres (image tirée de (Kazerooni et Kim 1988)). (b) Routage de l'axe vertical d'un mécanisme d'assistance 4 ddls équilibré par contrepoids ajustable (image tirée de (Laliberté et al. 2010)). . . . .	3
1.3	Exemple de mécanisme de compensation de gravité appliqué aux patients atteints de dystrophie musculaire (images tirées de (Herder et al. 2006; Freek et Herder 2001)). (a) Orthèse reprenant le poids de l'avant-bras. (b) Mécanisme fixé à un fauteuil roulant supportant le poids du bras. . . . .	4
1.4	Mécanisme d'équilibrage auto adaptatif pour armoire de cuisine (images tirées de (Barents et al. 2009)). (a) Schéma de principe du système d'équilibrage. (b) Prototype d'armoire de cuisine à équilibrage auto adaptatif. . . . .	4
2.1	Différents types de mécanismes équilibrés par contrepoids. Images tirées de (a) (Agrawal et Fattah 2004), (b) (Wang et Gosselin 1999), (c) (Laliberte et al. 1999), (d) (Flatau 1985). . . . .	8
2.2	Exemples de robots sériels partiellement équilibrés statiquement en déplaçant des actionneurs. Images tirées de (a) (Kazerooni et Kim 1988), (b) (FANUC 2014) . . .	9
2.3	Systèmes équilibrés statiquement par contrepoids appliqués par un mécanisme auxiliaire. Images tirées de (a) (Russo et al. 2005), (b) (Baradat et al. 2008), (c) (Wang 2000). . . . .	9
2.4	Mécanismes équilibrés par des contrepoids déportés. Images tirées de (a) (Lauzier et al. 2009a), (b) (Laliberté et al. 2010), (c) (Agrawal et al. 2001). . . . .	10
2.5	Pendule équilibré statiquement par un ressort. . . . .	11
2.6	Exemples de mécanismes équilibrés statiquement avec des ressorts attachés directement à leur membrure. Images tirées de (a) (George 1940), (b) (Rahman et al. 1995) , (c) (Lin et al. 2010), (d) (Wang et Gosselin 1999), (e) (Tuda et al. 1986), (f) (Herder et al. 2006). . . . .	12
2.7	Exemples de mécanismes équilibrés statiquement avec des ressorts en utilisant des câbles et des poulies. Images tirées de (a) (Kim et Song 2013), (b) (Laliberte et al. 1999), (c) (Ulrich et Kumar 1991). . . . .	12
2.8	Exemples de mécanismes équilibrés statiquement avec des ressorts. (a) (Brown et al. 1994). (b) (van Dorsser et al. 2007). (c) (Barents et al. 2009). (d) (van Dorsser et al. 2008). . . . .	13

2.9	Exemples de mécanismes équilibrés statiquement avec des ressorts et des cames. Images tirées de (a) (Koser 2009), (b) (Herve 1986), (c) (Simionescu et Ciupitu 2000).	13
2.10	Exemples de mécanismes équilibrés statiquement avec des ressorts en torsion. Images tirées de (a) (Rogers 1991), (b) (Gopalswamy et al. 1992), (c) (Trease et Dede 2004).	13
2.11	Dispositifs d'équilibrage divers. Images tirées de (a) (Wildenberg 2002), (b) (kuka robotics 2014), (c) <a href="http://www.europeenedhydraulic.com">http://www.europeenedhydraulic.com</a> et (d) (Suzuki et al. 2008)	14
2.12	a) Principe d'équilibrage par transmission hydraulique. b) Vue de section d'un cylindre hydraulique.	15
2.13	Schéma d'un vérin à soufflet.	17
2.14	Schéma d'un vérin à soufflet métallique.	17
2.15	Schéma d'un vérin à membrane.	18
2.16	Schéma des forces appliquées sur la membrane.	19
2.17	Montage expérimental pour l'étalonnage d'un vérin à membrane.	21
2.18	Données expérimentales d'étalonnage du vérin à membrane <i>US-6-L</i> . (a) Forces mesurées en fonction du déplacement. (b) Pressions mesurées en fonction du déplacement.	21
2.19	Comparaison des aires de surfaces efficaces calculées à partir des acquisitions de force et pression avec celles calculées par l'équation (2.10) et celle mentionnée par les données techniques du vérin.	22
2.20	Forces mesurées normalisées à des pressions constantes.	23
2.21	Forces mesurées normalisées à 550 kPa.	23
2.22	Montage expérimental pour la comparaison des transmissions hydraulique et à câble pour l'équilibrage statique.	25
2.23	Efficacité des systèmes d'équilibrage hydrauliques et à câble.	26
3.1	Main sous-actionnée à trois doigts (Robotiq 2014).	29
3.2	Robot industriel léger <i>LBR iiwa</i> (kuka labs 2014).	32
3.3	Robot industriel flexible <i>UR10</i> (Universal Robots 2014b).	32
3.4	Manipulateur compliant de la compagnie <i>Redwood Robotics</i> (image tirée de <a href="http://www.venturebeat.com">www.venturebeat.com</a> ).	33
3.5	Bras de recherche et de réadaptation <i>Jaco</i> (Kinova 2014).	33
3.6	Bras rétrocommandable à entraînement direct <i>WAM</i> (Barrett Technology inc. 2014b).	34
3.7	Robot de collaboration et de recherche <i>Baxter</i> (Rethink Robotics inc. 2014).	34
3.8	Outils de compensation de gravité <i>zeroG<sup>4</sup></i> (equipois inc. 2014).	35
3.9	Solution finale.	36
3.10	Vue de section de l'épaule.	37
3.11	Vue isométrique du bras.	37
3.12	Encodeur magnétique déporté.	38
3.13	Vue de section du joint roulant.	38
3.14	Vue de l'avant-bras modélisé.	39
3.15	Vue isométrique de la solution retenue pour le poignet.	40
3.16	Vue de coupe du poignet.	40
3.17	Schéma du mécanisme d'équilibrage de base du bras.	41



3.18	Comparaison des couples générés par le cylindre et la masse pour différents ratios de $\frac{a}{b}$ . . . . .	42
3.19	Schéma du mécanisme d'équilibrage du bras déphasé d'un angle $\delta$ . . . . .	44
3.20	Comparaison des couples d'équilibrage du mécanisme déphasé de manière à annuler l'erreur en $\frac{\pi}{2}$ pour différentes valeurs de $a/b$ . . . . .	45
3.21	Comparaison des erreurs relatives d'équilibrage du mécanisme déphasé de manière à annuler l'erreur en $\frac{\pi}{2}$ pour différentes valeurs de $a/b$ . . . . .	45
3.22	Somme des erreurs carrées en $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{2\pi}{3}$ en fonction de $\delta$ pour différentes valeurs de $\frac{a}{b}$ . . . . .	47
3.23	Comparaison des moments générés par le vérin pour différentes valeurs de $\frac{a}{b}$ avec $\delta$ choisi pour annuler l'erreur en $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{2\pi}{3}$ . . . . .	48
3.24	Comparaison des erreurs relatives d'équilibrage pour différentes valeurs de $\frac{a}{b}$ avec $\delta$ choisi pour annuler l'erreur en $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{2\pi}{3}$ . . . . .	49
3.25	Intégrale du carré de l'erreur de $\frac{\pi}{6}$ à $\frac{5\pi}{6}$ en fonction de $\delta$ . . . . .	49
3.26	Schéma d'un mécanisme de banc d'équilibrage partiel. . . . .	50
3.27	Force sur le vérin du mécanisme d'équilibrage de la figure 3.26 en fonction de la longueur du côté $C$ . . . . .	51
3.28	Comparaison de la force générée par le banc d'équilibrage et de la force générée par la charge sur le vérin du bras, le tout en fonction de la position du vérin du banc d'équilibrage. . . . .	53
3.29	Schéma d'équilibrage du bras avec mécanisme en tension. . . . .	53
3.30	Banc d'essai pour la validation du concept d'équilibrage par vérin à membrane. . . . .	56
3.31	Marques laissées sur la tige par le roulement à billes linéaire du vérin lors du premier essai. . . . .	57
3.32	Forces de réaction sur le roulement linéaire de la tige dues à la transmission d'un couple au vérin. . . . .	57
3.33	Schéma du vérin double course conçu spécifiquement pour le bras. . . . .	58
3.34	Schéma du mécanisme d'équilibrage de base de l'avant-bras. . . . .	59
3.35	Comparaison des couples générés par le cylindre pour différentes valeurs de $\frac{a}{b}$ . . . . .	61
3.36	Comparaison des erreurs d'équilibrage pour différentes valeurs de $\frac{a}{b}$ . . . . .	61
3.37	Schéma du mécanisme d'équilibrage de l'avant-bras déphasé d'un angle $\delta$ . . . . .	62
3.38	Comparaison entre le couple généré par la charge et celui généré par le cylindre une fois le mécanisme déphasé pour faire correspondre la position des sommets. . . . .	64
3.39	Erreurs d'équilibrage de l'avant-bras pour un déphasage calculé de manière à obtenir le couple maximal en $\theta = \frac{\pi}{2}$ . . . . .	64
3.40	Comparaison entre le couple généré par la charge et celui généré par le cylindre avec une force de vérin et un déphasage calculé de manière à annuler l'erreur en $\theta = \frac{\pi}{2}$ . . . . .	65
3.41	Erreurs d'équilibrage de l'avant-bras pour une force et un déphasage calculé de manière à annuler l'erreur en $\theta = \frac{\pi}{2}$ . . . . .	66
3.42	Schéma du mécanisme d'équilibrage de l'avant-bras modifié par l'ajout d'un ressort dans le cylindre. . . . .	66
3.43	Force idéale d'équilibrage en fonction de la longueur du vérin pour différentes valeurs de $\frac{a}{b}$ et $b = 0.4$ . . . . .	67
3.44	Comparaison des couples générés par le vérin de l'avant-bras, lorsque modifié par l'ajout d'un ressort de raideur $k = \frac{mgl}{a} \left( \frac{b}{b^2 - a^2} \right)$ . . . . .	69
3.45	Erreur d'équilibrage du vérin de l'avant-bras, lorsque modifié par l'ajout d'un ressort de raideur $k = \frac{mgl}{a} \left( \frac{b}{b^2 - a^2} \right)$ . . . . .	70

3.46	Comparaison des profils de forces idéale, constante et linéaire du vérin. . . . .	71
3.47	Comparaison des couples générés par le vérin de l'avant-bras, lorsque modifié par l'ajout d'un ressort de raideur $k = \frac{mgl}{2a} \left( \frac{b}{b^2-a^2} \right)$ . . . . .	72
3.48	Erreur d'équilibrage du vérin de l'avant-bras, lorsque modifié par l'ajout d'un ressort de raideur $k = \frac{mgl}{2a} \left( \frac{b}{b^2-a^2} \right)$ . . . . .	72
3.49	. . . . .	73
3.50	Comparaison de la force sur le vérin de l'avant-bras et de la force générée par le vérin du banc d'équilibrage de la figure 3.49 pour un ratio $\frac{a}{b} = 0,25$ . . . . .	73
3.51	Schéma du mécanisme de l'avant-bras et de son mécanisme réciproque. . . . .	74
3.52	a) Schéma du prototype de mécanisme d'équilibrage avec vérin externe. b) Images du prototype une fois assemblé. . . . .	76
3.53	Modélisation de la deuxième version du prototype de mécanisme d'équilibrage de l'avant-bras. . . . .	77
3.54	Schéma du principe d'équilibrage du bras par un banc d'équilibrage double. . . . .	78
3.55	Carte de l'énergie potentielle du robot dans l'espace articulaire du bras et de l'avant-bras. . . . .	83
3.56	Bras manipulateur et son banc d'équilibrage. . . . .	84
3.57	Mesure au dynamomètre de la force de déplacement du bras. . . . .	85
3.58	Carte de l'énergie potentielle du bras sur l'espace articulaire du bras et de l'avant-bras. . . . .	86
4.1	. . . . .	95
4.2	Projection dans le noyau de la matrice jacobienne. . . . .	96
4.3	Schéma du contrôleur utilisé pour l'asservissement de la commande pour le prototype de bras sériel 7 ddls. Les termes $\mathbf{M}$ , $\mathbf{h}$ , $\mathbf{V}$ et $\mathbf{g}$ représentent respectivement la matrice d'inertie généralisée, le vecteur des forces de Coriolis, le vecteur des forces centrifuges et le vecteur des forces dues à la gravité. . . . .	98
4.4	Démonstration du comportement de la commande avec un robot plan 3P. . . . .	98
4.5	Schéma d'un robot plan 2PR. . . . .	100
4.6	Simulation cinématique de la commande de l'équation 4.18 appliquée à un robot plan 2PR. (a) Schéma d'un ensemble de solution du robot plan 2PR. (b) Graphique des vitesses de la base de la membrure $l$ du robot plan 2PR pour une vitesse initiale de $-5m/s$ en $y$ et une configuration initiale $\theta_3 = 0$ . . . . .	100
4.7	Vue isométrique du robot 7 ddls. . . . .	101
4.8	Graphiques des résultats de simulations de la commande sur le prototype à 7 ddls. a) Norme des vitesses articulaires. b) Vitesse absolue du coude. . . . .	101
4.9	a) Projection de l'espace des solutions admissibles dans le plan $yz$ . b) Vitesse absolue du coude en fonction du paramètre $\psi$ . . . . .	102
4.10	Graphique de la vitesse du coude en fonction du temps. . . . .	104
4.11	Schéma de contrôle en vitesse. . . . .	105
4.12	Suivi de la trajectoire du coude et de l'effecteur suite à un déplacement du coude par l'opérateur avec contrôle en vitesse cartésienne. . . . .	105
4.13	Schéma de contrôle en position articulaire. . . . .	106
4.14	Schéma de contrôle en position cartésienne. . . . .	106
4.15	Suivi de la trajectoire du coude et de l'effecteur suite à un déplacement du coude par l'opérateur avec un contrôle en position cartésienne. . . . .	107
4.16	Saturation de la commande en vitesse en $x$ . . . . .	109

4.17	Saturation de la commande en vitesse en $z$ . . . . .	110
4.18	Graphique illustrant la variation de la commande en position selon l'axe $x$ due aux forces d'inerties ressenties par le capteur. . . . .	111
4.19	Diagramme des forces et moments appliqués sur le capteur d'efforts de l'organe terminal. . . . .	112
4.20	Schéma simulink pour la compensation des effets inertiels de la main sur le capteur d'efforts. . . . .	112
4.21	Comparaison des forces mesurées et des forces estimées. . . . .	113
4.22	Comparaison des forces mesurées et des forces compensées dynamiquement. . . . .	114
4.23	Comparaison du travail de la force de réaction et du travail de la force une fois compensée dynamiquement. . . . .	115
5.1	Exemples de capteurs tactiles. (a) Prototype utilisant des paires de capteurs infrarouges (image tirée de (Lumelsky et al. 2001)). (b) Prototype à base de transistors organiques (images tirées de (Someya et al. 2004)). . . . .	120
5.2	Matrice $4 \times 4$ de capteurs tactiles à base de silicone et noir de carbone. . . . .	121
5.3	Comparaison de deux modèles pour expliquer la variation de résistance du composé de silicone et noir de carbone sous l'effet de la pression. (a) Modèle de la matrice compressible dans lequel la fraction volumique du noir de carbone augmente en engendrant la création de nouveaux chemins de conduction. (b) Modèle incompressible où de petits déplacements engendrent la destruction réversible de chemin de conduction. . . . .	122
5.4	Changement de résistance du noir de carbone selon la nature du contact des électrodes suite à l'application d'une pression en échelon. . . . .	123
5.5	Échantillon utilisé pour la recherche d'une sensibilité maximale et pour la caractérisation du comportement résistif. . . . .	124
5.6	Résistivité et sensibilité du silicone <i>Smooth-Sil 940</i> en fonction du ratio massique de noir de carbone. . . . .	125
5.7	Comparaison des signaux de force appliquée sur l'échantillon de peau et de la résistance électrique de celle-ci. . . . .	126
5.8	Variation typique de la résistance suite à une application de force en échelon. . . . .	127
5.9	Modèle de Burger et modèle de Burger augmenté à cinq éléments. . . . .	127
5.10	Graphique des résultats d'identification. (a) Graphiques des résultats d'identification des coefficients de la fonction de transfert $G_{up}$ (en haut) et estimation de la force à partir de l'inverse de $G_{up}$ et du signal de résistance (en bas). (b) Graphiques des résultats d'identification des coefficients de la fonction de transfert $G_{down}$ (en haut) et estimation de la force à partir de l'inverse de $G_{down}$ et du signal de résistance (en bas). . . . .	130
5.11	Graphique de la dérivée temporelle de la résistance électrique d'un échantillon du capteur. . . . .	131
5.12	Évaluation continue par fonction de transfert de la force à partir du signal de la peau. . . . .	132
5.13	Représentation des équations d'état par schéma bloc. . . . .	133
5.14	Compensation du signal d'entrée pour l'application au modèle $G_{up}$ . . . . .	135
5.15	Comparaison des forces mesurée et estimée pour une entrée de force échelons de 60N. . . . .	137
5.16	Comparaison des forces mesurée et estimée pour une entrée en force triangulaire de 100N. . . . .	138

5.17	Comparaison des forces mesurée et estimée pour une entrée de force en rampe de 100N. . . . .	138
5.18	Capteur obtenu après démoulage. . . . .	139
5.19	Diviseur de tension pouvant être utilisé pour estimer la valeur de la résistance d'un échantillon de capteur tactile. . . . .	140
5.20	Grille de résistances équivalentes de la peau de robot et courant parasite possible. . . . .	140
5.21	Circuit d'amplificateur inverseur utilisé comme diviseur de tension pour estimer la résistance $R_{ij}$ . . . . .	141
5.22	Circuit d'acquisition pour un prototype de peau de robot de $4 \times 4$ éléments. . . . .	141
5.23	Montage électrique. a) Connexions aux lignes et colonnes de la peau. b) Circuit d'acquisition avec module <i>USB-6088</i> de <i>National Instruments</i> . . . . .	142
5.24	Visualisation de la pression exercée sur la peau. . . . .	142
5.25	Capteur tactile nouvellement développé. (a) Capteur tactile à base de nanotube de carbone conçu à l'université Standford (image tirée de (Lipomi et al. 2011)). (b) Premier capteur tactile interactif, conçu à l'université Berkely (image tirée de (Wang et al. 2013)). . . . .	143
6.1	Systèmes de manutention partiellement manuels. (a) Rail simple monté sur roulettes avec axe vertical motorisé (image tirée de <a href="http://www.low-cost-cranes.com">www.low-cost-cranes.com</a> ). (b) Pont roulant avec axe vertical motorisé (image tirée de <a href="http://www.uscraneandhoist.com">www.uscraneandhoist.com</a> ). . . . .	146
6.2	Schéma d'un chariot équipé d'un module de freinage rhéostatique. . . . .	147
6.3	Inertie, temps et distance de freinage, en fonction du ratio de réduction. . . . .	152
6.4	Banc de test du système de freinage passif. . . . .	153
6.5	Vitesse mesurée et résultats de simulation du banc de test. . . . .	154
6.6	Principe de fonctionnement de la poignée de freinage à interrupteur et diodes. (a) Déplacement vers la droite avec accélération. (b) Déplacement vers la droite avec décélération. (c) Déplacement vers la gauche avec accélération. (d) Déplacement vers la gauche avec décélération. . . . .	154
6.7	Énergie dissipée dans le moteur et dans la résistance variable. . . . .	156
6.8	Hacheur de courant commandé par le signal d'un capteur de force. . . . .	157
6.9	Signal du capteur de force. . . . .	158
6.10	Modèle 3D du module de freinage. . . . .	158
6.11	Chariot équipé d'un module de freinage rhéostatique installé sur un rail industriel. . . . .	159
6.12	Vue rapprochée de la poignée. . . . .	160
6.13	Mesure de la vitesse et du courant critique. . . . .	161
6.14	Mesures de la vitesse, du déplacement et de la force appliquée durant le test de freinage. . . . .	161
A.1	Schéma de principe d'un poignet différentiel. . . . .	181
A.2	Position des centres de masse affectant les moteurs du différentiel. . . . .	181
A.3	Position des centres de masse affectant le premier moteur du poignet. . . . .	183
A.4	Position des centres de masse affectant le moteur de l'avant-bras. . . . .	184
A.5	Schéma d'équilibrage de l'avant-bras. . . . .	185
A.6	Position des centres de masse affectant le moteur du coude. . . . .	187
A.7	Schéma simplifié des positions des centres de masse affectant le moteur du coude. . . . .	188
A.8	Position des centres de masse affectant le moteur du bras. . . . .	189
A.9	Schéma d'équilibrage du bras. . . . .	190
A.10	Position des centres de masse affectant le moteur de l'épaule. . . . .	192

B.1	Chaîne de cote pour le calcul du jeu dans l'assemblage de l'épaule. . . . .	196
B.2	Schéma des forces appliquées sur les roulements de l'épaule. . . . .	196
B.3	Schéma des efforts pour la contrainte dans les vis de l'attache du bras à l'épaule. . .	198
B.4	Schéma des efforts pour la contrainte dans les vis de la base de l'épaule. . . . .	199
B.5	Effort dans les vis de la plaque de base de l'épaule. . . . .	200
B.6	Schéma représentant la position des repères du bras. . . . .	202
B.7	Schéma des forces et moments s'appliquant sur la plaque de fixation du coude. . .	203
B.8	Schéma des efforts en tension de la membrure horizontale. . . . .	208
B.9	Schéma des forces sur les vis d'épaulement servant de pivot aux membrures du bras.	208
B.10	Paramètres pour estimer la raideur des poutres en $C$ . . . . .	209
B.11	Schéma des forces s'appliquant sur les vis de fixation du vérin. . . . .	210
B.12	Schéma du système d'équilibrage de l'avant-bras . . . . .	212
B.13	Schéma de la force en tension de la tige d'équilibrage de l'avant-bras. . . . .	214
B.14	schéma de chargement de l'avant-bras . . . . .	215
B.15	Schéma des forces sur l'arbre du pignon du poignet. . . . .	218
B.16	Schéma des forces appliquées sur le boîtier du différentiel . . . . .	220
B.17	Schéma des forces appliquées sur le roulement de sortie du différentiel . . . . .	221
D.1	Contraintes et déplacements de la base de l'épaule dus au chargement du robot. Chargement de 664N axial et 3100N radial. . . . .	226
D.2	Contraintes et déformations au point de pivot des membrures du bras. Chargement de 4250N. . . . .	227
D.3	Contraintes et déformations des membrures du bras au niveau du roulement. Char- gement de type roulement de 8500N en tension. . . . .	228
D.4	Déformations du bras dues aux efforts de torsion. Chargement de 260Nm de torsion et 480N de force due à la gravité. . . . .	229
D.5	Contraintes et déformations du chariot de l'avant-bras. Chargement de 3000N à chaque extrémité. . . . .	230
D.6	Contraintes et déformations dans les tiges d'équilibrage de l'avant-bras. Charge- ment de 1500N en tension. . . . .	231
E.1	Schéma des longueurs des membrures . . . . .	234
E.2	Schéma des repères du manipulateur. . . . .	234



# Liste des extensions multimédias

- La vidéo *equilibrage\_verin.avi* présente la preuve de concept de l'équilibrage par vérin à membrane.
- La vidéo *bras7ddl.mp4* présente un aperçu des performances d'équilibrage et de friction obtenues pour notre prototype de manipulateur.
- La vidéo *programmation\_par\_demonstration.avi* présente un exemple de programmation par démonstration en mode passif et démontre la capacité d'adaptation du système d'équilibrage à la variation de la charge.
- La vidéo *admittance\_position.mp4* présente la commande par admittance asservie en position avec gestion active de la redondance.
- La vidéo *admittance\_vitesse.mp4* présente la commande par admittance asservie en vitesse avec gestion active de la redondance.
- La vidéo *asservissement\_position.mp4* démontre l'asservissement en position durant un déplacement dans l'espace des solutions admissibles.
- La vidéo *asservissement\_vitesse.mp4* présente la dérive en position de la commande en vitesse.
- La vidéo *peau.mp4* présente la lecture de la pression sur un prototype de capteur tactile.
- La vidéo *freinage.mp4* présente un prototype de système de freinage passif.

*Cette thèse est dédiée à mes  
parents, à ma conjointe, et à  
notre fille Adèle.*



# Remerciements

L'obtention d'un doctorat est rarement un parcours linéaire. Nombreuses sont les occasions de se décourager ou de perdre le sens de ce qu'on fait. Le chemin est cependant bien plus facile lorsqu'on se sent accompagné, comme ce fut le cas pour moi.

Je remercie mon directeur de recherche, Clément Gosselin, pour la confiance inébranlable qu'il m'a témoignée. À travers chacun de mes projets, il m'a épaulé sans jamais remettre en doute mes compétences, bien que j'en aie moi-même douté. Il s'est toujours montré ouvert et intéressé à mes idées parfois loufoques. Enfin, il m'a confié le plus merveilleux des projets que j'aurais pu souhaiter, et les moyens de le réaliser. Clément, parce que je ne crois pas qu'un meilleur directeur soit possible, merci.

Je remercie les professionnels de recherche du laboratoire, Simon Foucault, Thierry Laliberté et Boris Mayer-St-Onge. Les étudiants passent, mais les professionnels de recherche demeurent. Ils transmettent aux recrues de leur expérience et assurent une continuité dans la recherche. Ils sont, dans bien des cas, la première ressource à consulter.

Merci aux membres du jury : Philippe Cardou, Alain Curodeau et Carl A. Nelson. Merci d'avoir pris le temps, à travers vos recherches, de donner votre appréciation de mon travail. Merci à Philippe de m'avoir réconcilié (un peu) avec *maple*.

Merci aux membres du laboratoire que j'ai eu la chance de côtoyer durant toutes ces années. L'ambiance du laboratoire est parfois intimidante pour les visiteurs tant les seuls sons perçus sont parfois ceux des claviers. À l'inverse, l'atmosphère s'anime à l'approche d'un examen de *mécanique des manipulateurs*. Dans tous les cas, il a fait bon d'y travailler. Je remercie chaleureusement Nicolas Lauzier, Louis-Alexis Allen Demers et Vincent Duchaine qui m'ont motivé à me présenter au laboratoire et sans qui je ne crois pas que j'aurais connu Clément. Merci particulièrement à Vincent, pour m'avoir fourni mon premier projet de recherche au lab, et également à Nicolas, sans qui j'aurais mangé beaucoup moins de riz frits chez thaï express. Merci à mes parents, Nicole et Pierre-Paul, qui ont su bâtir un environnement familial où il faisait bon mener des expériences douteuses. De l'explosion ratée d'un zucchini à l'envolée fracassante d'un avion de styromousse, vous avez su accompagner vos enfants là où d'autres les auraient sermonnés. Merci à mes frères et sœurs, Maryan, Alexandre, Patrick et Évelyn de

leur soutien moral et ne pas m'avoir trop maltraité quand j'étais petit. Merci particulièrement à Alexandre et Patrick de m'avoir initié si tôt à la programmation.

Je remercie également mes beaux parents, Denis et Aline, pour leurs encouragements et toute la confiance qu'ils m'ont témoignée. Merci, Denis, de m'avoir ouvert ton garage et merci, Aline, d'avoir si bien nourri ton gendre. Pour l'appui indéfectible et la foi inébranlable qu'elle m'a accordés, je remercie ma conjointe Geneviève. Merci, Geneviève, de l'équilibre que tu as apporté à ma vie et de toute l'énergie que tu m'as transmise. Enfin, merci, Adèle, de toute la joie de vivre que tu me procures.

# Chapitre 1

## Introduction

De nos jours, concevoir un bras sériel robotisé pouvant accomplir des tâches simples et répétables est plutôt aisé. Les transmissions harmoniques fournissent aux moteurs des couples élevés tout en demeurant raisonnablement compactes et légères. Des matériaux tels que l'aluminium et la fibre de carbone permettent de concevoir des membrures rigides et étonnamment légères. Les progrès de l'informatique et de l'électronique simplifient l'assemblage de contrôleurs rapides, reprogrammables et abordables. Tant et si bien que la conception d'un bras articulé peut parfois se résumer à la succession de moteurs et membrures, comme dans le cas du bras *Jaco* de la compagnie *Kinova* (Kinova 2014), montré à la figure 1.1a. Un autre exemple est le bras à 4 degrés de libertés (ddls) conçu comme banc d'essai pour la collaboration humain-robot au laboratoire de robotique de l'Université Laval. Ce bras, montré à la figure 1.1b, a été conçu par un étudiant au baccalauréat durant son emploi d'été et apparaît entre autres dans (Lauzier et Gosselin 2011).

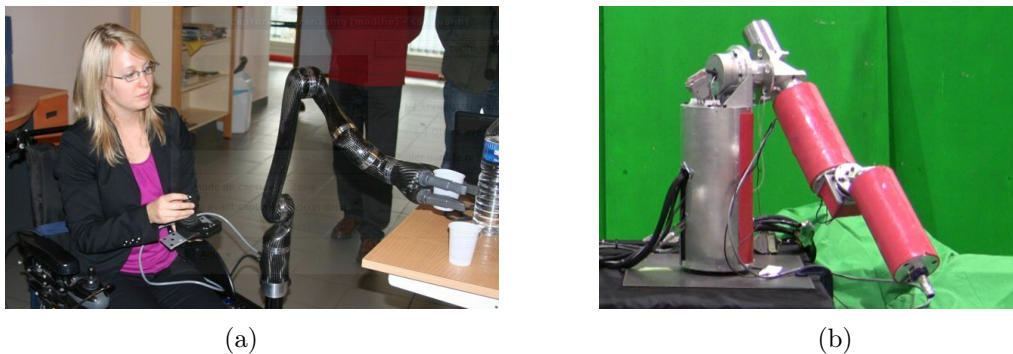


FIGURE 1.1 – Exemple de bras sériel conçu selon le schéma *moteur-membrure-moteur-etc...* : (a) bras 6 ddls *Jaco* (image tirée du site internet de la compagnie Kinova consulté en 2011). (b) bras 4 ddls de collaboration humain-robot du laboratoire de robotique.

Cependant, ce schéma de conception nous éloigne de certaines caractéristiques souhaitables d'un robot de coopération. Par exemple, le fort ratio de réduction des moteurs engendre de

grandes rigidités des articulations du robot. Cela implique d'abord que lors d'un impact, la cible ressentira l'inertie de l'ensemble du robot puisque les membrures sont rigidement liées (Zinn et al. 2004; Park et al. 2009). L'utilisation de membrures compliantes peut aider à minimiser l'effet de l'inertie lors d'un impact. Cela mène par contre à des pertes de précision ainsi qu'à la possibilité de dépasser la vitesse d'asservissement de l'effecteur (Wolf et Hirzinger 2008). L'utilisation d'embrayages aux articulations peut également diminuer la force d'une collision (Park et al. 2008, 2009; Lauzier et al. 2009b; Choi et al. 2008), celle-ci devrait cependant s'ajuster à la configuration du manipulateur et aucune version commerciale d'un tel mécanisme n'est actuellement disponible.

L'autre inconvénient de la raideur des articulations est de rendre difficile la rétrocommande du manipulateur par l'utilisateur. En effet, les forces que l'utilisateur applique à l'effecteur sont difficiles à percevoir par les moteurs en raison du fort ratio de réduction ce qui rend les intentions de l'utilisateur difficile à interpréter (Nef et Lum 2009; van der Linde, R. Q. and Lammertse, P. 2003). L'ajout de capteurs de forces peut compenser ce problème, mais le contrôle demeure difficile en raison, entre autres, de la rigidité variable de l'utilisateur (Tsumugiwa et al. 2004; Duchaine et Gosselin 2008).

La raideur des articulations est donc problématique dans cette méthode de conception, mais la puissance embarquée du système l'est également. Dans (Vermeulen et Wisse 2010), Vermeulen et Wisse ont montré qu'un simple pendule avec une masse de 2 kg muni d'un actionneur tout juste capable de soutenir la masse à l'horizontale ne respectait pas certains facteurs de sécurité tels que la force statique de contact. Dans le cas d'un bras à plusieurs degrés de liberté, le couple nécessaire à l'accélération du robot dépend grandement de sa configuration (Featherstone et Orin 2008). Un bras allongé demande nettement plus de couple aux actionneurs qui reprennent la force gravitationnelle que lorsque le bras est replié. Lorsque le bras se retrouve dans une configuration qui lui est favorable en terme de force, sa puissance excédentaire devient dangereuse (Haddadin et al. 2009). La conception traditionnelle des bras sériels ne peut donc pas être sécuritaire sur l'ensemble de l'espace de travail en raison d'une puissance embarquée minimale trop importante. Cette puissance excédentaire n'est pas souhaitable et nous tenterons donc de la minimiser.

Outre la sécurité du robot, l'efficacité énergétique est également une préoccupation (Ulrich et Kumar 1991; van der Linde, R. Q. 1999). L'énergie dépensée à soutenir le poids du robot est de l'énergie perdue puisqu'elle n'est pas nécessaire à la réalisation du travail demandé. On peut bien-sûr diminuer l'effet de la gravité en modifiant par exemple l'architecture du robot. (Kazerooni et Kim 1988) ont proposé une architecture de bras sériel à 3 ddls équilibré statiquement à l'aide d'un mécanisme à 4 barres. Cette architecture, schématisée à la figure 1.2a a l'avantage de n'utiliser ni contrepoids ni ressort afin de compenser la gravité. Par contre, elle ne permet pas d'ajuster l'équilibrage à la masse de la charge. Sans modifier l'architecture du robot, il est également possible de lui ajouter des mécanismes de compensation de gravité afin

de soustraire aux moteurs le poids des membrures ou de la charge (Koser 2009; Gopalswamy et al. 1992; Wang et Gosselin 1999; Fujikoshi 1976; Herder 2001, 2002; Lauzier et al. 2009a; Baradat et al. 2008). Dans (Laliberté et al. 2010), les auteurs ont conçu un manipulateur à 4 ddls découplés dont l'axe vertical est équilibré par un contrepoids ajustable fixé à l'extérieur de l'espace de travail. Ce routage complexe a permis à ce manipulateur de  $3,30\text{ m} \times 2,15\text{ m}$  pouvant déplacer des masses d'une centaine de kilos de consommer si peu de courant qu'il pourrait s'alimenter dans une prise électrique domestique.

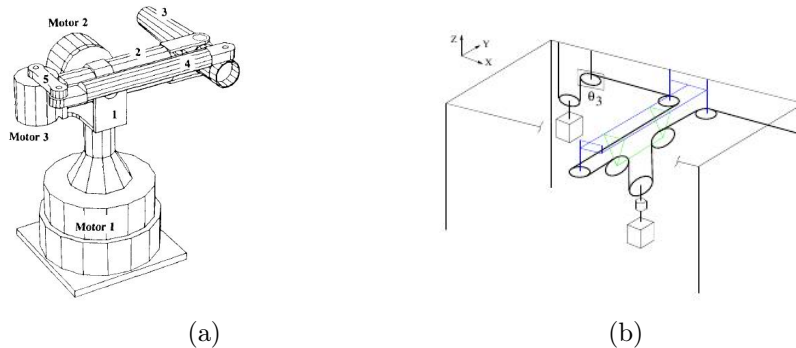


FIGURE 1.2 – Exemple de robots avec compensation de gravité. (a) Robot sériel à 3 ddls équilibré avec un mécanisme à 4 barres (image tirée de (Kazerooni et Kim 1988)). (b) Routage de l'axe vertical d'un mécanisme d'assistance 4 ddls équilibré par contrepoids ajustable (image tirée de (Laliberté et al. 2010)).

La compensation de gravité appliquée à la robotique sérielle pourrait donc éviter certains problèmes. La diminution du couple moteur nécessaire permettrait d'utiliser des ratios de réduction moindre, et donc une moins grande rigidité des articulations augmentant ainsi la sécurité. La rétrocommande serait du même coup grandement facilitée. La diminution de la masse et de la puissance des moteurs nécessaires permettrait la conception de robots intrinsèquement sécuritaires et économes en énergie. Mais la compensation de la gravité ne s'applique pas uniquement aux mécanismes motorisés. La figure 1.3 montre deux exemples de mécanismes d'assistance aux patients atteints de dystrophie musculaire présentés dans (Herder et al. 2006; Freck et Herder 2001). Ces mécanismes redonnent à leurs usagers une partie de leur autonomie en soutenant le poids de leurs bras et ont l'avantage de n'utiliser aucun apport d'énergie. Un autre mécanisme ingénieux (Barents et al. 2009) présenté aux figures 1.4 et 1.4 a permis la conception d'une armoire de cuisine mobile qui s'adapte à la charge qu'elle contient, et ce encore une fois sans apport d'énergie.

Dans certains cas cependant la puissance embarquée et la consommation d'énergie ne sont pas un problème. C'est le cas avec les systèmes passifs, tels que les ponts-roulants (gorbel, obrieninstall), qui sont utilisés dans certaines entreprises. Ces systèmes n'ayant pas de moteur, c'est directement la force qu'applique l'utilisateur sur la charge qui cause son accélération. Dans de tels systèmes, le problème est que généralement, l'accélération est plus facile que

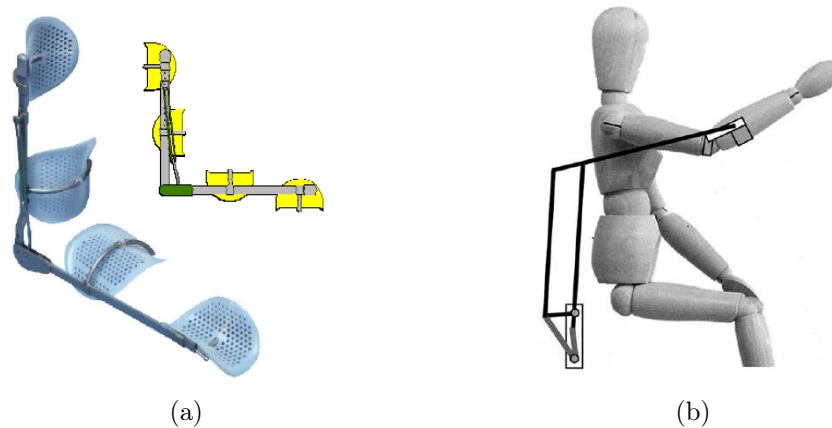


FIGURE 1.3 – Exemple de mécanisme de compensation de gravité appliqué aux patients atteints de dystrophie musculaire (images tirées de (Herder et al. 2006; Freek et Herder 2001)). (a) Orthèse reprenant le poids de l'avant-bras. (b) Mécanisme fixé à un fauteuil roulant supportant le poids du bras.

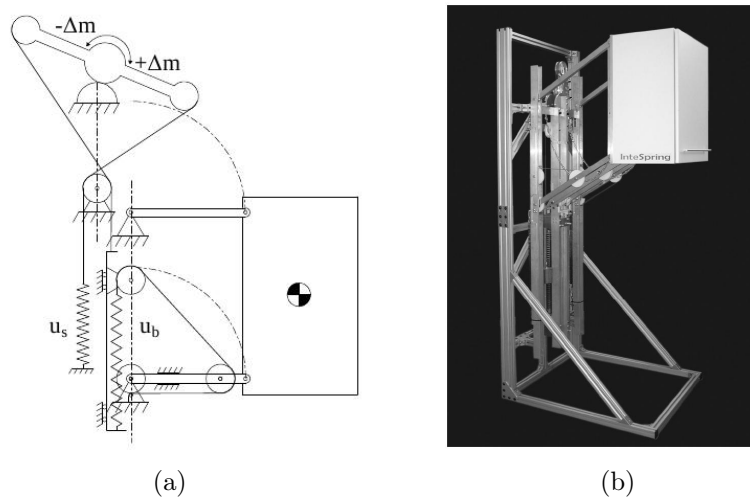


FIGURE 1.4 – Mécanisme d'équilibrage auto adaptatif pour armoire de cuisine (images tirées de (Barents et al. 2009)). (a) Schéma de principe du système d'équilibrage. (b) Prototype d'armoire de cuisine à équilibrage auto adaptatif.

la décélération et qu'il faut anticiper le moment du freinage pour éviter les collisions. De plus, si un obstacle croise la trajectoire de la charge, l'utilisateur n'aura probablement pas la force nécessaire pour freiner la charge à temps. Il faudrait donc à ces systèmes un mécanisme permettant de freiner rapidement la charge tout en conservant le côté passif du système. De plus, le mécanisme devrait être aussi ergonomique et intuitif que possible.

Enfin, bien qu'il soit nécessaire de concevoir des mécanismes aussi sécuritaires que possible, cela n'est pas suffisant pour permettre la collaboration humain-robot. Même chez les humains,

les collisions sont inévitables lorsqu'on collabore sur une même tâche, il est donc nécessaire de savoir réagir à ces collisions. Plusieurs moyens peuvent être utilisés afin de détecter ces collisions chez les robots (Suita et al. 1995; Lumelsky et Cheung 1993; Yamada et al. 1985; Novak et Feddema 1992; Duchaine et al. 2009a; Lacasse et al. 2010). L'utilisation de capteurs de couple aux articulations permet en théorie de détecter les collisions si l'on connaît bien le modèle dynamique du système (De Luca et al. 2006). Une approche semblable consiste à estimer le couple aux articulations en se servant du courant envoyé aux actionneurs (Yamada et al. 1997; Takakura et al. 1989; Morinaga et Kosuge 2003). Ces deux approches étant très dépendantes du modèle dynamique, cela exclut pratiquement la manipulation d'objets dont la répartition de la masse est inconnue par exemple. De plus, cela ne nous informe que très peu sur l'emplacement de la collision. Pour ce faire, le robot devrait être recouvert d'une sorte de peau lui permettant de sentir les forces qui lui sont appliquées ainsi que leurs localisations exactes (Hoshi et Shinoda 2006; Yamada et al. 2005; Pan et al. 2003; Ulmen et Cutkosky 2010). De plus, ce capteur tactile permettrait à un humain d'informer le robot de la direction à prendre pour éviter un obstacle par exemple.

La littérature relative aux sujets abordés brièvement ci-haut sera exploré plus en détail dans chacun des chapitres de la thèse.

## **1.1 Objectifs et méthodologie de la thèse**

L'objectif principal de la thèse est la conception d'un bras sériel robotisé à 7 ddls adapté à la collaboration humain-robot. D'autres sujets liés à la collaboration humain-robot seront tout de même étudiés. Voici une brève description des cinq thèmes qui seront abordés.

### **1.1.1 Équilibrage par vérin**

Nous souhaitons valider le concept d'équilibrage statique par contrepoids avec transmission hydraulique utilisant des vérins à membrane. Nous concevrons un premier banc d'essai permettant une appréciation qualitative de l'équilibrage obtenu. Ensuite, le montage sera adapté afin de permettre la comparaison quantitative de ce système d'équilibrage à celui d'un système d'équilibrage plus conventionnel, soit un système à câble.

### **1.1.2 Conception d'un prototype à 7 ddls partiellement équilibré statiquement**

Un nouveau prototype de bras sériel adapté à la collaboration humain-robot sera conçu. Ce bras devra être partiellement équilibré statiquement afin de réduire sa puissance totale. L'équilibrage par vérin à membrane proposé au point précédent sera utilisé dans la conception du robot.

### **1.1.3 Exploitation de la redondance**

En plus d'être redondant et partiellement équilibré statiquement, le bras de robot conçu précédemment sera rétrocommandable et possédera un capteur de force à la base du préhenseur. Ces particularités seront exploitées pour le développement d'un nouvel algorithme de commande permettant d'exploiter la redondance du robot de manière intuitive pour l'opérateur.

### **1.1.4 Conception d'un capteur tactile**

Un capteur tactile permettant la détection de collisions a déjà été développé au laboratoire de robotique par (Duchaine et al. 2009a). Ce capteur ne permet cependant pas d'estimer la force de contact. Nous allons donc continuer le développement de ce capteur en recherchant un matériel sensible à la pression. Une fois ce matériau trouvé, nous développerons un schéma d'acquisition permettant la lecture séquentielle de la pression sur chaque cellule et nous assemblerons les matériaux avec des techniques de fabrication par dépôts successifs afin de réduire les coûts de fabrication.

### **1.1.5 Conception d'un système de freinage passif**

Nous souhaitons étudier la possibilité d'utiliser la force contre-électromotrice pour aider à freiner une masse dans un système d'assistance passif. Pour ce faire, nous développerons les équations reliant la force de freinage disponible à la vitesse de déplacement de la charge et au rapport de réduction du système. Nous validerons ces équations à l'aide d'un banc d'essai muni d'une roue d'inertie simulant la masse à freiner. Nous concevrons alors un module de freinage pour aider à freiner un chariot se déplaçant sur un pont roulant. La conception d'une poignée de freinage ergonomique devra également être faite afin d'activer le système.



## Chapitre 2

# Équilibrage par vérin à membrane

### Résumé

Ce chapitre présente une nouvelle technique d'équilibrage par contrepoids. La méthode proposée utilise des vérins à membrane pour établir une transmission hydraulique entre une charge et son contrepoids. Une équation de l'aire efficace des vérins à membrane est proposée et validée par des mesures expérimentales. Une preuve de concept a également été réalisée pour valider le principe. Nous avons mesuré les efforts de déplacement pour comparer le système de transmission hydraulique proposé à celui de transmission par câble. Il en résulte que l'efficacité de la transmission hydraulique par vérin à membrane se rapproche de celle des câbles au fur et à mesure que la charge augmente.

### Extension multimédia

- La vidéo *equilibrage\_verin.avi* présente la preuve de concept de l'équilibrage par vérin à membrane.

## 2.1 Introduction

Afin d'équilibrer statiquement un mécanisme, deux grandes catégories de solutions s'offrent à nous. La première consiste à concevoir ce mécanisme de sorte que la position de son centre de masse par rapport à la direction de la gravité demeure constante, quelle que soit sa configuration. Bien que cette solution soit simple a priori, elle nécessite l'ajout de masses au mécanisme, et si le couple moteur nécessaire à déplacer ce mécanisme est réduit pour de faibles accélérations, il en est tout autrement lorsque ces accélérations augmentent (Kolarski et al. 1994). La seconde stratégie est d'utiliser des mécanismes de stockage d'énergie potentielle autres que la force gravitationnelle. Les ressorts, par exemple, forment à eux seuls une famille complète de mécanismes d'équilibrage, mais il y a d'autres moyens. En fait, chaque force conservatrice a le

potentiel d'être exploitée à des fins d'équilibrage statique. La présente section présentera les principales techniques d'équilibrage connues.

### Équilibrage par contrepoids

L'équilibrage par contrepoids consiste généralement à ajouter des masses aux membrures de sorte que leur centre de masse coïncide avec leur pivot. L'équilibre est maintenu en échangeant de l'énergie potentielle gravitationnelle entre la membrure et son contrepoids. Plus la distance du contrepoids est grande par rapport au pivot, moins la masse nécessaire est importante, mais plus son encombrement est grand. L'équilibrage par contrepoids est insensible à l'orientation du mécanisme par rapport à la gravité. De plus, les forces de réaction transmises à la base lorsque le mécanisme accélère sont nulles, d'où une absence de vibrations. L'équilibrage par contrepoids augmente cependant la masse totale du système ainsi que son inertie. En pratique, l'équilibrage par contrepoids peut s'effectuer de différentes façons.

La première consiste à allonger les membrures au-delà de leur point de pivot de manière à pouvoir y fixer un contrepoids (Agrawal et Fattah 2004; Wang et Gosselin 1999; Laliberte et al. 1999), comme montré aux figures 2.1a, 2.1b et 2.1c. Dans (Flatau 1985), les auteurs proposent d'utiliser un mécanisme à barre pour déplacer le contrepoids ailleurs qu'à l'extrémité de la membrure balancée, comme montré à la figure 2.1d. De nombreux robots industriels utilisent ce concept, comme le *M-900iB/700* de FANUC (2014) montré à la figure 2.2b.

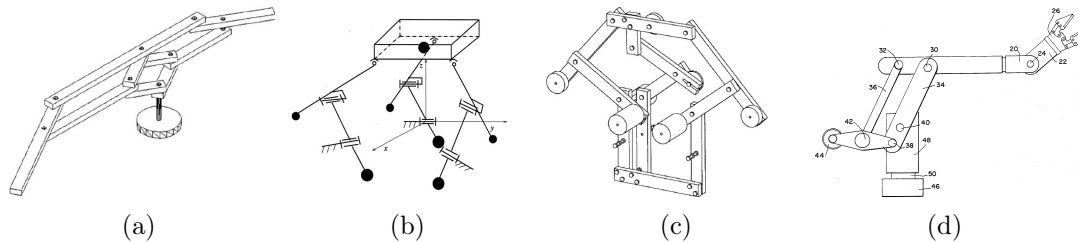


FIGURE 2.1 – Différents types de mécanismes équilibrés par contrepoids. Images tirées de (a) (Agrawal et Fattah 2004), (b) (Wang et Gosselin 1999), (c) (Laliberte et al. 1999), (d) (Flatau 1985).

Plutôt que d'ajouter des contrepoids, on peut également déplacer des masses à l'intérieur du robot. Dans (Kazerooni et Kim 1988; Kazerooni 1988) par exemple, l'actionneur de la troisième articulation sert de contrepoids à la troisième membrure, comme montré à la figure 2.2a. Plusieurs robots industriels utilisent également cette solution. Dans (Nakashima et al. 1986), les auteurs présentent une méthode d'actionnement d'un poignet à trois ddls qui permet de regrouper les trois actionneurs derrière le pivot de la troisième membrure. Le robot *M-900iB/700* de FANUC (2014), présenté à la figure 2.2b, est un exemple de robot industriel parmi tant d'autres exploitant ce concept.

On peut également appliquer les contrepoids par un mécanisme auxiliaire. Cette technique

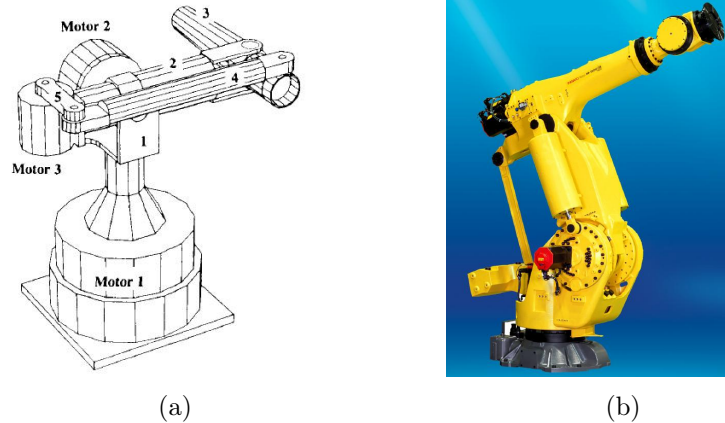


FIGURE 2.2 – Exemples de robots sériels partiellement équilibrés statiquement en déplaçant des actionneurs. Images tirées de (a) (Kazerooni et Kim 1988), (b) (FANUC 2014)

consiste à utiliser un mécanisme additionnel, généralement fixé directement à l'effecteur, afin de soustraire aux actionneurs une partie du poids du mécanisme. Russo et al. (2005) proposent d'utiliser un pantographe, présenté à la figure 2.3a, pour équilibrer le poids de l'effecteur d'une plateforme de *Gough-Stewart* (Stewart 1965). Dans (Baradat et al. 2008), les auteurs réutilisent l'idée du pantographe pour soutenir le poids d'un robot *Delta* (Clavel 1990; Clavel et Burckhardt), comme montré à la figure 2.3b. La force d'équilibrage peut provenir d'un actionneur ou d'un vérin pneumatique ou hydraulique, mais les auteurs suggèrent également l'utilisation d'un contrepoids. Dans (Wang 2000), la plateforme mobile d'un mécanisme parallèle à quatre ddls est équilibrée statiquement par une cinquième patte munie d'un contrepoids, comme montré à la figure 2.3c.

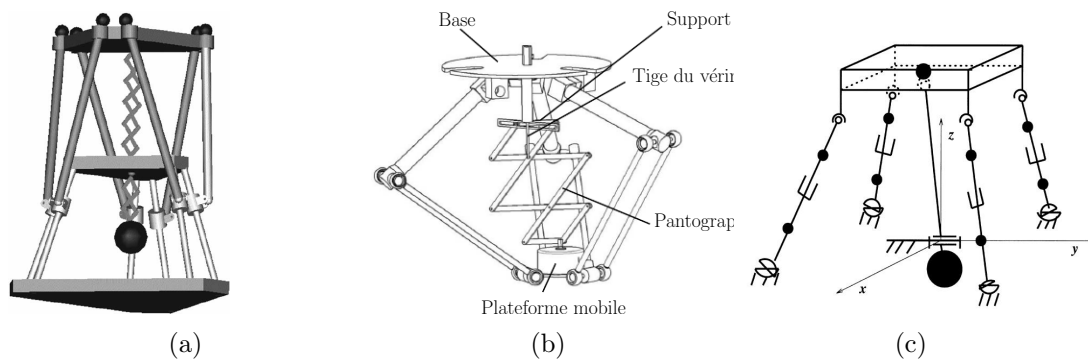


FIGURE 2.3 – Systèmes équilibrés statiquement par contrepoids appliqués par un mécanisme auxiliaire. Images tirées de (a) (Russo et al. 2005), (b) (Baradat et al. 2008), (c) (Wang 2000).

Dans certains cas, l'objectif est de déplacer les contrepoids à l'extérieur de l'espace de travail des robots. Dans (Lauzier et al. 2009a), les auteurs proposent d'utiliser des actionneurs pneumatiques ou hydrauliques pour réaliser une transmission mécanique entre le contrepoids

et l'effecteur, comme montré à la figure 2.4a. Laliberté et al. (2010) proposent un routage de câbles permettant un actionnement découplé d'un manipulateur *SCARA* cartésien. Un contre-poids peut alors être relié à l'actionneur de l'axe vertical pour équilibrer le poids de l'effecteur, comme montré à la figure 2.4b. Dans (Agrawal et al. 2001), les auteurs conçoivent d'abord un mécanisme qui permet de localiser physiquement le centre de masse d'un manipulateur plan. Un câble peut alors relier le centre de masse à un contre-poids, comme montré à la figure 2.4c.

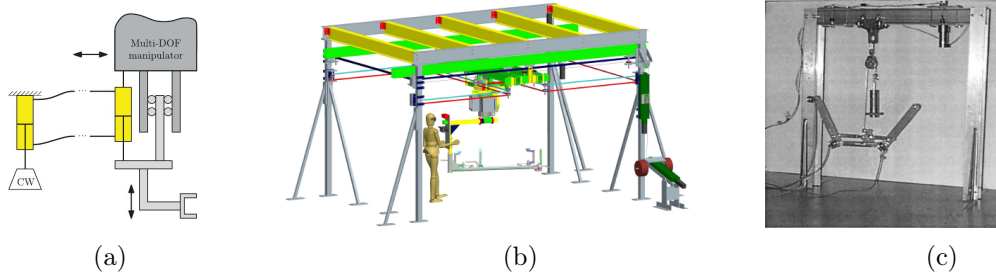


FIGURE 2.4 – Mécanismes équilibrés par des contrepoids déportés. Images tirées de (a) (Lauzier et al. 2009a), (b) (Laliberté et al. 2010), (c) (Agrawal et al. 2001).

### Équilibrage par ressorts

Les éléments élastiques permettent de conserver l'énergie potentielle du système tout comme les contrepoids. Le défi de l'utilisation des ressorts pour l'équilibrage est en fait de trouver des mécanismes ou des configurations permettant de faire correspondre l'élongation des ressorts à la perte d'énergie potentielle gravitationnelle, ou l'inverse. Malheureusement, les éléments élastiques ne permettent généralement pas de conserver le centre de masse du mécanisme et l'équilibre est atteint pour une orientation donnée par rapport à la direction de la gravité. Ils ont cependant l'avantage de limiter l'augmentation de la masse du mécanisme.

Il existe une multitude de façons d'équilibrer une membrure ou un mécanisme à partir de ressorts. La plus simple est sans doute de relier directement la membrure à sa base par un ressort. La figure 2.5 montre l'utilisation d'un ressort pour l'équilibrage d'un pendule simple. À partir de l'énoncé mathématique de l'énergie potentielle, on arrive à démontrer (Gosselin et Wang 1998) que ce pendule sera équilibré statiquement en toutes positions si la raideur du ressort,  $k$ , satisfait l'équation

$$k = \frac{mgl}{ab} \quad (2.1)$$

où  $a$  et  $b$  sont les distances des points d'attache du ressort au pivot du pendule,  $m$  est la masse du pendule,  $l$  est la distance de la masse ponctuelle au pivot du pendule et  $g$  est la constante gravitationnelle. Cette relation n'est vraie que si le ressort est à longueur initiale nulle.

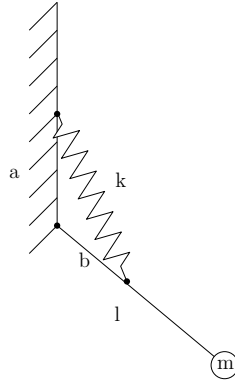


FIGURE 2.5 – Pendule équilibré statiquement par un ressort.

La figure 2.6a montre une des utilisations les plus connues de l'équilibrage par ressort, c'est-à-dire la lampe de bureau (George 1940). Dans (Rahman et al. 1995), les auteurs assemblent un mécanisme articulé à partir de parallélogrammes en série, chacun équilibré par un ressort, comme montré à la figure 2.6b. Lin et al. (2010) étendent le principe aux parallélogrammes spatiaux, ce qui permettrait d'équilibrer le robot sériel six ddls montré à la figure 2.6c. Dans (Wang et Gosselin 1999), les auteurs équilibrent la plateforme mobile d'un robot parallèle à trois ddls en ajoutant deux ressorts à chaque patte. La figure 2.6e montre un exemple d'utilisation des ressorts pour l'équilibrage partiel des robots industriels (Tuda et al. 1986). Dans (Herder et al. 2006), les auteurs utilisent les ressorts pour concevoir un dispositif, montré à la figure 2.6f, permettant d'équilibrer le poids du bras d'un individu atteint de dysfonction musculaire.

Une autre manière de relier les ressorts aux membrures est en utilisant des câbles et des poulies. Bien que généralement plus complexe, cette approche permet cependant plus de souplesse. Elle permet entre autres de réaliser des ressorts à longueur initiale nulle. Dans (Kim et Song 2013), les auteurs ont conçu un bras sériel à cinq ddls. La force de compression des ressorts insérés dans les membrures est ramenée à la base par des câbles et des poulies, comme montré à la figure 2.7a. Dans (Laliberte et al. 1999), les ressorts sont fixés à la base et permettent l'équilibrage du mécanisme parallèle plan à trois ddls montré à la figure 2.7b. Ulrich et Kumar (1991) utilisent plutôt une poulie non circulaire pour faire varier le bras de levier de la force du ressort transmise par le câble, comme montré à la figure 2.7c.

Ces exemples sont intéressants, mais ils ne permettent pas de s'ajuster à la charge. Cela peut être fait de plusieurs façons. D'abord, on peut modifier les points d'attache des ressorts. Dans (Brown et al. 1994) par exemple, les auteurs utilisent une vis pour modifier le point d'attache du câble qui transmet la force d'équilibrage, comme montré à la figure 2.8a. van Dorsser et al. (2007) ont conçu un mécanisme qui permet de modifier le point d'attache du ressort d'équilibrage sans apport d'énergie, à condition que le bras soit à l'horizontale. Barents et al. (2009) font de même, mais cette fois, un second ressort est utilisé pour compenser la

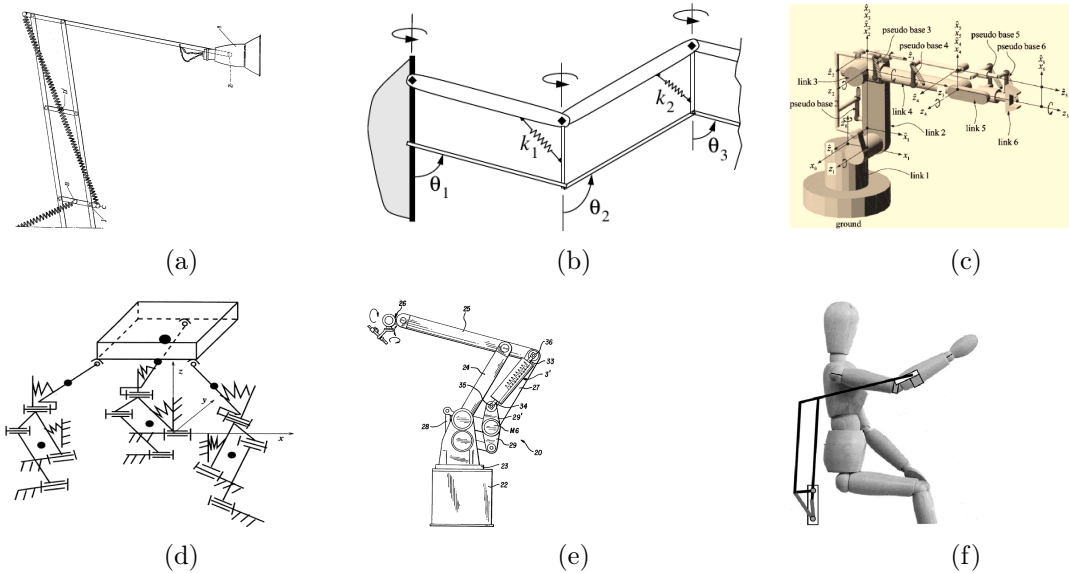


FIGURE 2.6 – Exemples de mécanismes équilibrés statiquement avec des ressorts attachés directement à leur membrure. Images tirées de (a) (George 1940), (b) (Rahman et al. 1995), (c) (Lin et al. 2010), (d) (Wang et Gosselin 1999), (e) (Tuda et al. 1986), (f) (Herder et al. 2006).

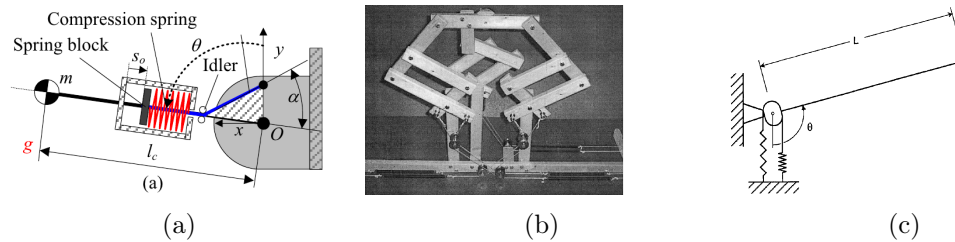


FIGURE 2.7 – Exemples de mécanismes équilibrés statiquement avec des ressorts en utilisant des câbles et des poulies. Images tirées de (a) (Kim et Song 2013), (b) (Laliberte et al. 1999), (c) (Ulrich et Kumar 1991).

variation d'énergie du ressort d'équilibrage lorsque son point d'attache à la base est déplacé, comme montré à la figure 2.8c. Ce mécanisme ingénieux permet également un ajustement automatique de l'élongation des ressorts lorsque la charge diminue soudainement. Une autre manière d'ajuster l'équilibrage à la charge est de modifier la raideur du ressort. Dans (van Dorsser et al. 2008), les auteurs proposent un mécanisme, montré à la figure 2.8d, qui permet de modifier la raideur du ressort d'équilibrage, encore une fois sans effort, à condition que le bras soit en position verticale.

Parfois, la force des ressorts est exercée sur une came qui génère ensuite le couple d'équilibrage. La figure 2.9 montre des exemples de tels mécanismes tirés des auteurs (Koser 2009; Herve 1986; Simionescu et Ciupitu 2000).

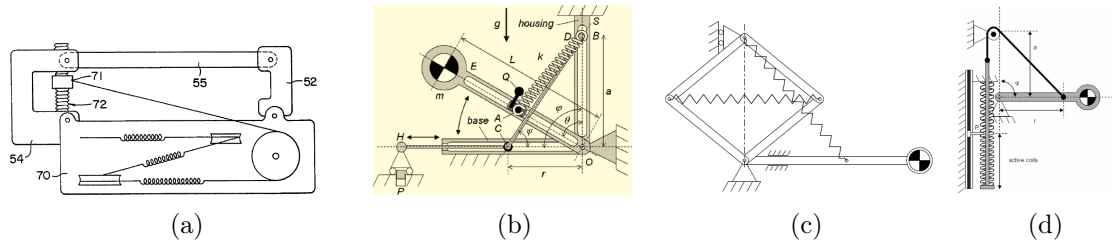


FIGURE 2.8 – Exemples de mécanismes équilibrés statiquement avec des ressorts. (a) (Brown et al. 1994). (b) (van Dorsser et al. 2007). (c) (Barents et al. 2009). (d) (van Dorsser et al. 2008).

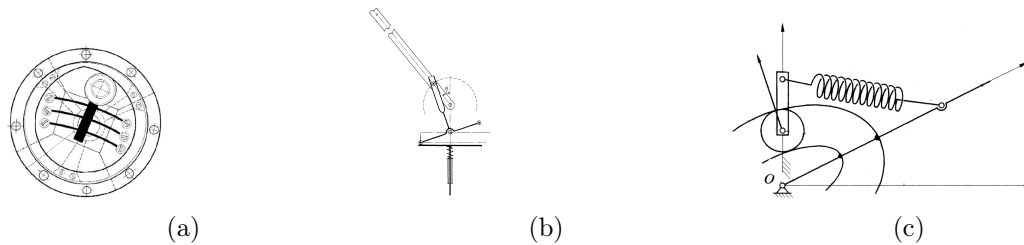


FIGURE 2.9 – Exemples de mécanismes équilibrés statiquement avec des ressorts et des cames. Images tirées de (a) (Koser 2009), (b) (Herve 1986), (c) (Simionescu et Ciupitu 2000).

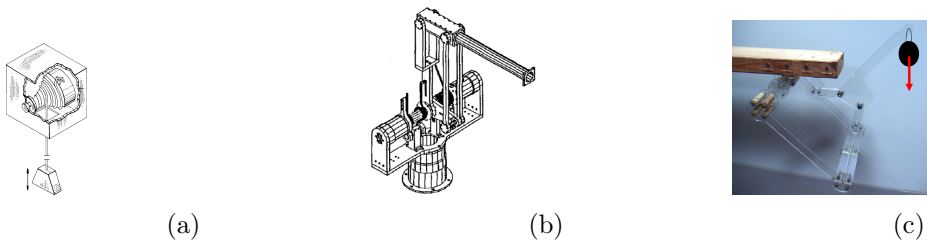


FIGURE 2.10 – Exemples de mécanismes équilibrés statiquement avec des ressorts en torsion. Images tirées de (a) (Rogers 1991), (b) (Gopalswamy et al. 1992), (c) (Trease et Dede 2004).

Outre les ressorts en tension et compression, les ressorts en torsion sont parfois utilisés. Dans (Rogers 1991), un ressort en torsion installé à un enrouleur permet de générer une force constante. Le mécanisme sert à soutenir le poids d'une charge suspendue à un câble. Gopalswamy et al. (1992) utilisent les ressorts en torsion en combinaison avec un parallélogramme articulé pour équilibrer deux ddls d'un robot sériel, comme montré à la figure 2.10b. Dans (Trease et Dede 2004), les auteurs exploitent l'élasticité d'éléments compliants en torsion, comme montré à la figure 2.10c.

### Autres sources d'énergie conservatives

Toutes formes d'énergie conservative peuvent éventuellement servir à l'équilibrage statique. En négligeant les pertes thermiques, on peut, par exemple, exploiter l'élasticité d'un gaz. Dans



(Wildenberg 2002), les auteurs proposent d'utiliser un vérin pneumatique ou hydraulique pour équilibrer le poids d'une plateforme de *Gough-Stewart*, comme montré à la figure 2.11a. Ils ne spécifient pas la source de pression, mais supposent qu'elle soit constante. Une telle source peut être obtenue avec un réservoir d'air pressurisé suffisamment grand, puisque la variation de volume due au déplacement du cylindre sera alors négligeable. Dans (Bayer et Merk 2011), les auteurs proposent l'utilisation d'un cylindre hydraulique et d'accumulateurs pour générer une force d'équilibrage. Un accumulateur hydraulique à vessie, montré à la figure 2.11c, est constitué d'un réservoir avec, à l'intérieur, une vessie remplie de gaz, généralement de l'azote. Lorsque le vérin se rétracte, le fluide comprime la vessie et la pression n'augmente que légèrement. Le robot *KR300-2 PA* de *kuka robotics* (2014), présenté à la figure 2.11b, exploite ce concept. Les champs magnétiques peuvent également servir à échanger de l'énergie potentielle. Dans (Hirose et al. 1986; Suzuki et al. 2008), par exemple, la force de désactivation d'un module d'ancrage magnétique pour robot grimpeur, montré à la figure 2.11d, est partiellement balancé par des ressorts non linéaires.

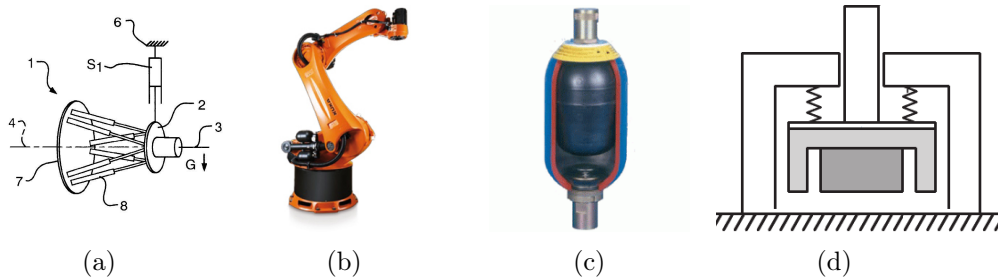


FIGURE 2.11 – Dispositifs d'équilibrage divers. Images tirées de (a) (Wildenberg 2002), (b) (kuka robotics 2014), (c) <http://www.europeenedhydraulic.com> et (d) (Suzuki et al. 2008)

## 2.2 Concept proposé

La méthode de compensation de gravité qui est proposée ici est une amélioration de la technique présentée dans (Lauzier et al. 2009a). Les auteurs y utilisent une transmission hydraulique pour équilibrer une charge à l'aide de contrepoids, tel que montré à la figure 2.12a. En théorie, cette méthode permet de déplacer les contrepoids loin de l'espace de travail, ce qui est un avantage important pour le travail en usine par exemple. Comme le système de contrepoids ne se déplace pas dans le plan horizontal avec le système équilibré, l'augmentation de l'inertie est réduite. De plus, l'équilibrage est adaptatif. Il suffit d'augmenter la charge appliquée sur le vérin du contrepoids pour compenser l'augmentation de la charge utile. Les auteurs de l'article ont également démontré l'avantage sur l'inertie ressentie d'augmenter la masse du contrepoids. La masse ressentie par un opérateur manipulant la charge est



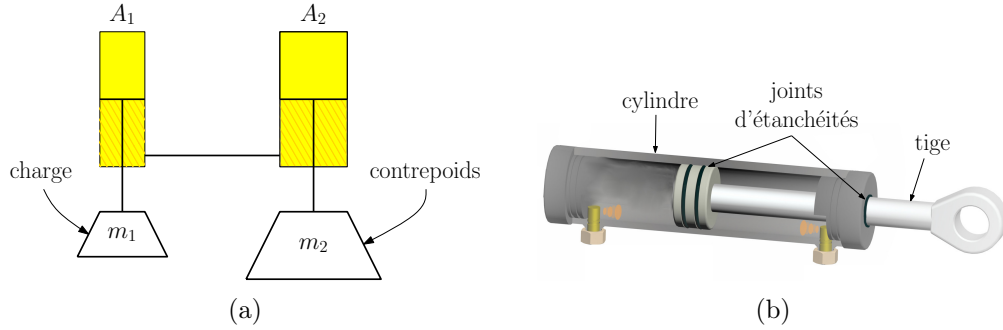


FIGURE 2.12 – a) Principe d'équilibrage par transmission hydraulique. b) Vue de section d'un cylindre hydraulique.

$$m_e = m_1 \left( 1 + \frac{A_1}{A_2} \right) \quad (2.2)$$

où  $m_e$  est la masse équivalente ressentie par l'opérateur,  $m_1$  est la masse de la charge,  $A_1$  est l'aire du cylindre de la charge et  $A_2$  est l'aire du cylindre du contrepois. On a donc avantage à augmenter la surface du cylindre d'équilibrage et puisque la pression doit demeurer la même dans les deux cylindres, la masse du contrepois doit également augmenter. Ce résultat semble contre-intuitif, mais il s'explique facilement. La masse ressentie par l'opérateur qui déplace la charge est proportionnelle à l'énergie qu'il doit transmettre au système pour le déplacer. En absence de force dissipative, cette énergie correspond à l'énergie cinétique du système, soit

$$2T = m_1 V_1^2 + m_2 V_2^2 \quad (2.3)$$

où  $T$  est l'énergie cinétique du système,  $V_1$  est la vitesse de la charge  $m_1$  et  $V_2$  est la vitesse du contrepois  $m_2$ . La vitesse du contrepois influence de façon quadratique l'énergie cinétique tandis que sa masse l'influence linéairement. On a donc avantage à diminuer la vitesse du contrepois, ce qui implique d'augmenter sa masse. Durant notre étude, nous avons obtenu un résultat analogue avec le diamètre des tuyaux hydrauliques utilisés pour relier les vérins. L'augmentation du diamètre des conduites hydrauliques peut servir à diminuer les pertes de charge d'une extrémité à l'autre, mais cela entraîne également l'augmentation du volume de liquide déplacé. Pour connaître l'impact de la masse de liquide hydraulique sur l'inertie ressentie par l'opérateur, nous avons fait la même analyse avec l'énergie cinétique. Si nous comparons, pour un débit donné, l'énergie cinétique d'un fluide circulant à vitesse moyenne  $V$  dans un tuyau d'aire de section  $A_1$  à celle d'un fluide circulant dans un tuyau d'aire de section  $A_2 = RA_1$ , nous obtenons

$$T_2 = \frac{1}{R} T_1 \quad (2.4)$$

où  $T_1$  est l'énergie cinétique du fluide dans le tuyau d'aire de section  $A_1$  et  $T_2$  est l'énergie cinétique du fluide dans le tuyau d'aire de section  $A_2$ . Il y a donc un net avantage au niveau de l'inertie ressentie à augmenter le diamètre des conduites hydrauliques. Par rapport aux pertes de charge, l'avantage est également considérable. L'équation de Darcy-Weisbach, (voir Paraschivoiu et al. 2003, p. 324) nous permet d'estimer les pertes par frottement pour un écoulement permanent d'un fluide visqueux dans une conduite circulaire, soit

$$h_L = f \frac{L V^2}{D 2g} \quad (2.5)$$

où  $h_L$  est la perte de charge exprimée en hauteur équivalente de liquide,  $f$  est le coefficient de friction,  $L$  est la longueur de la conduite,  $D$  est le diamètre de la conduite,  $V$  est la vitesse moyenne du fluide et  $g$  est l'accélération gravitationnelle. À partir de l'équation (2.5), on en déduit que les pertes de charge sont inversement proportionnelles au diamètre à la puissance cinq. Augmenter le diamètre de la conduite d'un facteur 2 diminuerait donc les pertes de pression par friction d'un facteur 32. D'un point de vue de la friction et de l'inertie, on a donc tout avantage à augmenter le diamètre des conduites.

### 2.2.1 Solution de rechange aux vérins standards

Les vérins hydrauliques généralement utilisés en mécanique sont du type de celui montré à la figure 2.12b. Ces vérins sont constitués d'un cylindre, d'une tige et d'un piston muni d'un joint d'étanchéité. Les joints d'étanchéité sont nécessaires afin de maintenir une pression sur le piston et d'éviter les pertes de fluide. Ils sont cependant responsables de la friction qui afflige ces vérins. Heureusement, plusieurs options existent. Les vérins à soufflet, par exemple, sont fréquemment utilisés pour les systèmes d'amortissement des véhicules lourds. La figure 2.13 montre le schéma d'un tel vérin. Un soufflet en caoutchouc renforcé relie hermétiquement une base et un piston. Comme la membrane du soufflet roule sur la paroi du piston, la friction est négligeable. Par contre, le soufflet possède radialement une certaine élasticité, ce qui n'est pas très souhaitable dans le cas d'une transmission hydraulique. De plus, l'aire efficace de ces vérins varie beaucoup en fonction de la position du piston et de la pression du fluide. Enfin, la pression d'opération maximale est d'environ 800 kPa, ce qui est relativement faible.

Une autre option est le vérin à soufflet métallique. Les soufflets métalliques sont utilisés de multiples manières dans l'industrie. Déformables, ils servent par exemple de joint de dilatation pour relier des conduites. Ils servent également dans la fabrication d'accumulateurs dans les systèmes hydrauliques. Le principe des accumulateurs n'est pas très différent de celui des vérins hydrauliques. Ils servent à compenser l'augmentation de pression du fluide hydraulique à la suite d'une augmentation de température par exemple. En ajoutant une tige à la partie mobile d'un accumulateur, on obtient un vérin tel que montré à la figure 2.14. Ces vérins sont vendus comme ayant très peu de friction. Dans de bonnes conditions, ils peuvent servir

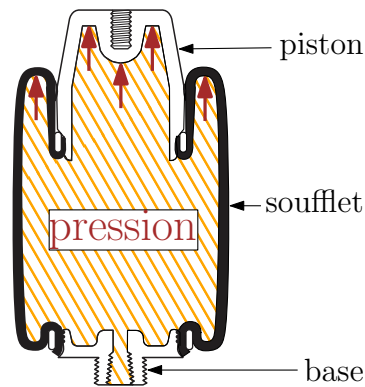


FIGURE 2.13 – Schéma d'un vérin à soufflet.

plusieurs millions de cycles et leur aire efficace demeure constante. Par contre, les soufflets métalliques ont une constante de raideur non négligeable. Pour une pression donnée, la force transmise par ces vérins diminue donc durant l'élongation.

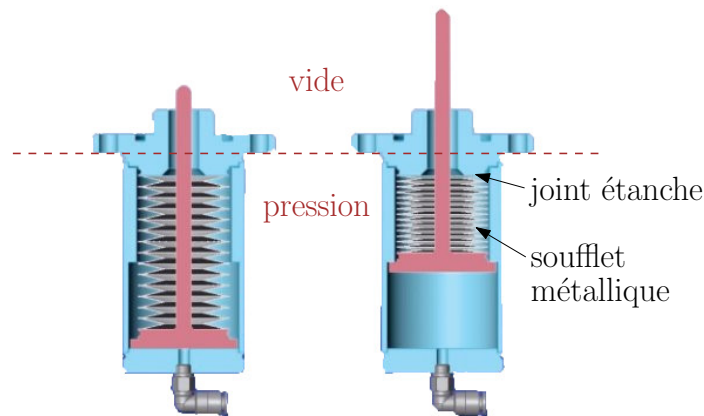


FIGURE 2.14 – Schéma d'un vérin à soufflet métallique.

La dernière option proposée est le vérin à membrane. Ce type de vérin, montré à la figure 2.15, utilise un diaphragme plutôt qu'un joint d'étanchéité autour du piston. La membrane roule entre le cylindre et le piston, ne produisant ainsi aucun frottement. Pour enlever encore plus de frottement, le joint d'étanchéité entre la tige et le cylindre a été remplacé par un roulement à billes linéaire. Ceci restreint cependant le vérin à être à action simple. Pour effectuer la force de rappel, un ressort est parfois introduit à l'intérieur du cylindre, autour de la tige. Par rapport aux vérins standards, les vérins à membrane ont cependant certains désavantages. D'abord, la membrane ne peut pas garantir le centrage du piston par rapport au cylindre. Le roulement linéaire guide seul la tige. Il faut donc faire scrupuleusement attention à ne transmettre aucun couple de flexion à la tige. Les vérins à membrane sont également très limités dans la longueur de leur course. Ceci est dû à la forme conique de leur membrane, qui

sert à minimiser les déformations diamétrales. Un autre inconvénient des vérins à membrane est leur faible pression d'opération. La surface de la membrane entre le piston et le cylindre fournit un appui à la force de pression du fluide. Cette force engendre des tensions dans le textile de la membrane qui limitent la pression à environ 1 MPa. Malgré ses inconvénients, le vérin à membrane constitue à notre avis le meilleur choix pour une transmission hydraulique. Le textile de la membrane est tissé de façon à obtenir une grande rigidité dans le sens de l'axe et, comparativement aux soufflets métalliques, elle n'introduit pas de raideur. À partir d'ici, nous ne considérerons que les vérins à membrane.

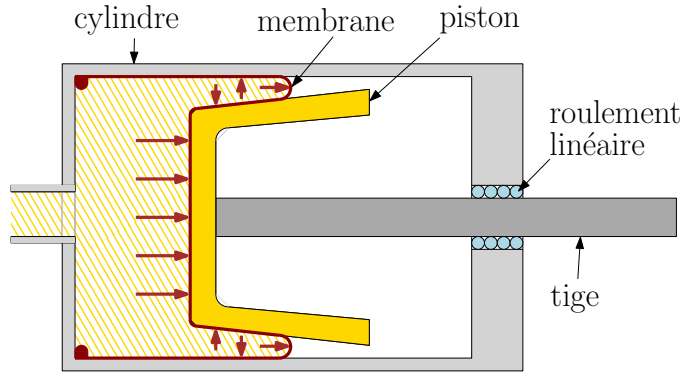


FIGURE 2.15 – Schéma d'un vérin à membrane.

### 2.2.2 Variation de l'aire efficace.

Dans les vérins à membrane, la majeure partie de la force transmise à la tige est due à la pression du fluide qui s'exerce directement sous le piston. Afin de permettre à la membrane de se déformer sans friction, un espace doit subsister entre le piston et le cylindre. La largeur de cet espace est égale au diamètre de circonvolution de la membrane, noté  $c$  sur la figure 2.16. La pression du fluide sous la surface de circonvolution exerce une force  $F$  sur la membrane. Seulement la moitié environ, de cette force est transmise au piston. L'autre moitié est récupérée par la paroi cylindrique. Puisque la base du piston est plus étroite que le haut, la surface de circonvolution augmente à mesure que le vérin s'allonge et la force transmise à la tige diminue. L'aire efficace du vérin est la somme de l'aire sous le piston avec la moitié de l'aire de circonvolution, c'est-à-dire

$$S_e = \frac{\pi D_p^2}{4} + \frac{\pi (D_c^2 - D_p^2)}{8} \quad (2.6)$$

$$= \frac{\pi (D_c^2 + D_p^2)}{8} \quad (2.7)$$

où  $S_e$  est l'aire de surface efficace,  $D_p$  est le diamètre efficace du piston mesuré au niveau du contact avec la membrane et  $D_c$  est le diamètre du cylindre. Le diamètre efficace du piston diminue linéairement avec l'élongation du vérin. On peut l'exprimer par

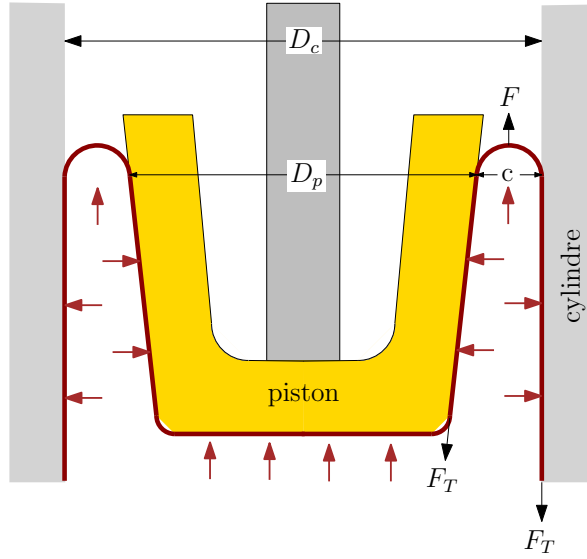


FIGURE 2.16 – Schéma des forces appliquées sur la membrane.

$$D_p = \alpha x + D_{p_{max}} \quad (2.8)$$

avec

$$\alpha = \frac{D_{p_{min}} - D_{p_{max}}}{\delta} \quad (2.9)$$

où  $D_{p_{min}}$  et  $D_{p_{max}}$  correspondent respectivement aux diamètres minimal et maximal du piston,  $\delta$  correspond à la course du vérin et  $x$  correspond à l'élongation du vérin. En substituant  $D_p$  (équation (2.8)) dans l'équation (2.7), nous obtenons l'équation de l'aire efficace du vérin en fonction de son élongation, soit

$$S_e = \frac{\pi\alpha^2}{8}x^2 + \frac{\pi\alpha D_{p_{max}}}{4}x + \frac{\pi(D_c^2 + D_{p_{max}}^2)}{8}. \quad (2.10)$$

Pour la majorité des applications, la variation de l'aire efficace est probablement négligeable. Les fournisseurs n'en font d'ailleurs pas mention dans leur documentation. Pour avoir une idée de l'ordre de grandeur de cette variation, nous avons comparé les aires efficaces d'un vérin *US-6-L* de la compagnie *ControlAir* en position rétractée et en pleine extension. Le diamètre mesuré du cylindre est de 77,9 mm. Le diamètre du piston lorsque le vérin est contracté est de 72,6 mm. À partir de l'équation (2.7), on trouve une aire de surface efficace de

$$\begin{aligned}
S_e(0) &= \frac{\pi(77,9^2 + 72,6^2)}{8} \\
&= 4453 \text{ mm}^2
\end{aligned}
\tag{2.11}$$

où  $S_e(0)$  est l'aire de surface efficace calculée pour une extension nulle. Lorsque le vérin est en pleine extension, c'est-à-dire 61 mm, le diamètre mesuré du piston est de 67,5 mm. Dans ce cas, on calcule une aire de surface efficace de

$$\begin{aligned}
S_e(61) &= \frac{\pi(77,9^2 + 67,5^2)}{8} \\
&= 4172 \text{ mm}^2
\end{aligned}
\tag{2.12}$$

où  $S_e(61)$  est l'aire de surface efficace calculée pour le vérin à 61 mm d'extension. La diminution de l'aire efficace entre les positions rétractée et allongée est donc de 6,3 %, ce qui n'est pas négligeable. D'autre part, les valeurs de surfaces efficaces obtenues sont assez loin de la valeur mentionnée par le fournisseur dans les données techniques du vérin. L'aire déclarée du vérin est de 3871 mm<sup>2</sup>, soit environ 7 % inférieurs à l'aire calculée lorsque le vérin est en pleine extension et environ 14 % inférieurs à la surface calculée lorsque le vérin est rétracté. Afin de valider nos résultats, nous avons entrepris d'étalonner un vérin à l'aide d'une presse instrumentée.

### Comparaison avec mesures expérimentales

Afin de vérifier nos équations, nous avons étalonné un vérin à membrane *US-6-L* à l'aide d'une presse *MTS Insight 100 SL*. Cet instrument, équipé d'une cellule de charge de 10 kN, nous a permis de tracer la courbe de la force appliquée par le vérin en fonction de son déplacement. La pression de l'air qui alimente le vérin est mesurée par une jauge de pression *PX219-100A10V* de la compagnie *Omega*. Le montage expérimental est montré à la figure 2.17.

Le vérin est supporté à chaque extrémité par une liaison sphérique afin de minimiser les efforts sur le palier lisse qui guide la tige du vérin. Un régulateur de pression permet d'ajuster la pression pour chacun des essais. La machine a été programmée pour exécuter deux cycles d'aller et retour de 58 mm de déplacement à partir de la position de pleine extension. Quatre essais ont été réalisés, soit à environ 140 kPa(20 psi), 280 kPa(40 psi), 410 kPa(60 psi) et 550 kPa(80 psi). Le graphique de la figure 2.18a montre les forces mesurées pour chacun des quatre essais tandis que le graphique de la figure 2.18b montre les pressions mesurées.

En combinant les acquisitions de forces et de pressions, nous avons pu calculer l'aire efficace en fonction du déplacement, soit  $S_e = F_m/P_m$  où  $F_m$  et  $P_m$  sont respectivement la force et la pression mesurées. Le graphique de la figure 2.19 montre les résultats obtenus pour chacun

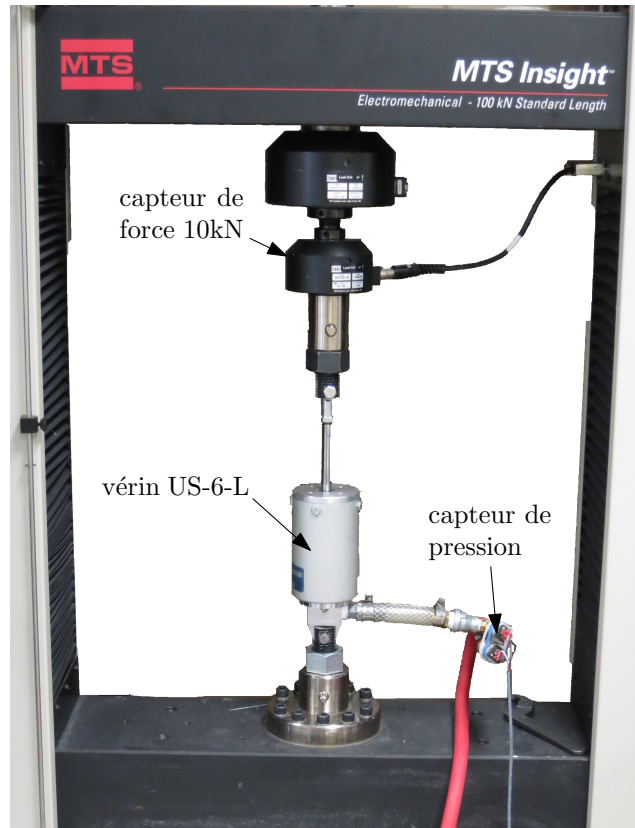


FIGURE 2.17 – Montage expérimental pour l'étalonnage d'un vérin à membrane.

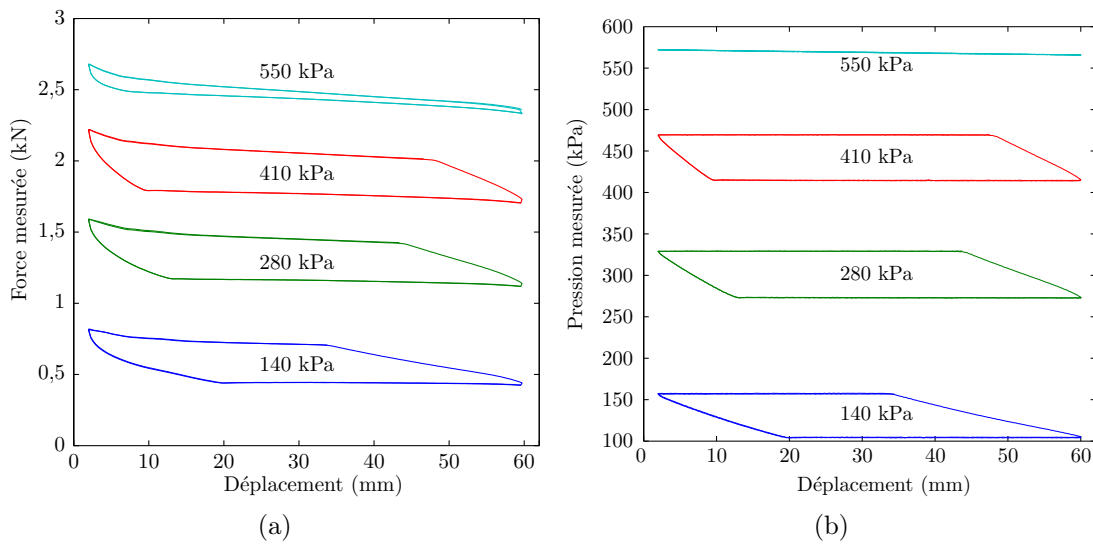


FIGURE 2.18 – Données expérimentales d'étalonnage du vérin à membrane *US-6-L*. (a) Forces mesurées en fonction du déplacement. (b) Pressions mesurées en fonction du déplacement.

des quatre essais. Sur le même graphique, nous avons ajouté la courbe de l'aire efficace telle que calculée par l'équation (2.10). Nous avons également ajouté au même graphique la droite

qui représente la valeur de l'aire efficace mentionnée par les données techniques du vérin. Nous constatons que l'équation (2.10) permet de très bien estimer l'aire de surface efficace du vérin. Il semblerait également que les données techniques du vérin soient plutôt conservatrices.

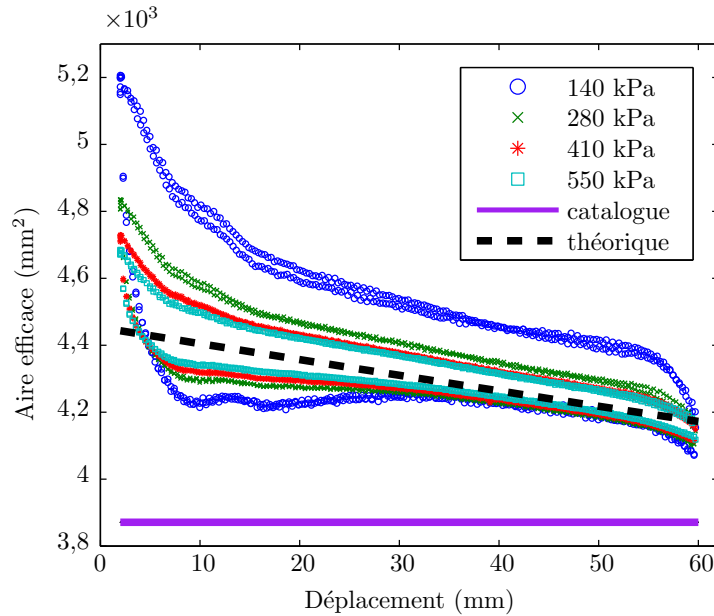


FIGURE 2.19 – Comparaison des aires de surfaces efficaces calculées à partir des acquisitions de force et pression avec celles calculées par l'équation (2.10) et celle mentionnée par les données techniques du vérin.

À partir des valeurs d'aires efficaces obtenues à partir des acquisitions de forces et de pressions, nous avons estimé les forces que le vérin aurait transmis si la pression interne avait été parfaitement constante. Nous avons ensuite comparé les forces ainsi obtenues aux forces calculées pour les mêmes pressions à partir de l'aire efficace théorique ainsi que pour l'aire des données techniques. Les résultats sont présentés au graphique de la figure 2.20. On voit bien que les forces calculées à partir de l'équation (2.10) correspondent bien aux forces calculées à partir des acquisitions.

Les données recueillies nous permettent également d'estimer la force de friction du vérin. Le graphique de la figure 2.21, qui représente les forces mesurées normalisées à une pression de 550 kPa, nous aide à comprendre comment. Lorsque le vérin est en contraction, la force mesurée correspond à la force transmise par le vérin augmentée de la force de friction. Lorsque le vérin est en extension, la force mesurée correspond à la force transmise par le vérin diminuée de la force de friction. La différence entre les forces mesurées en contraction et en extension correspond donc à deux fois la valeur de la force de friction. À partir de nos données, nous avons calculé les forces de friction moyennes pour chacun des essais. Le tableau 2.1 montre les résultats obtenus de manière absolue et relative. Nous constatons que la force de friction varie peu d'un essai à l'autre et qu'elle correspond à environ 2% de la force du vérin.



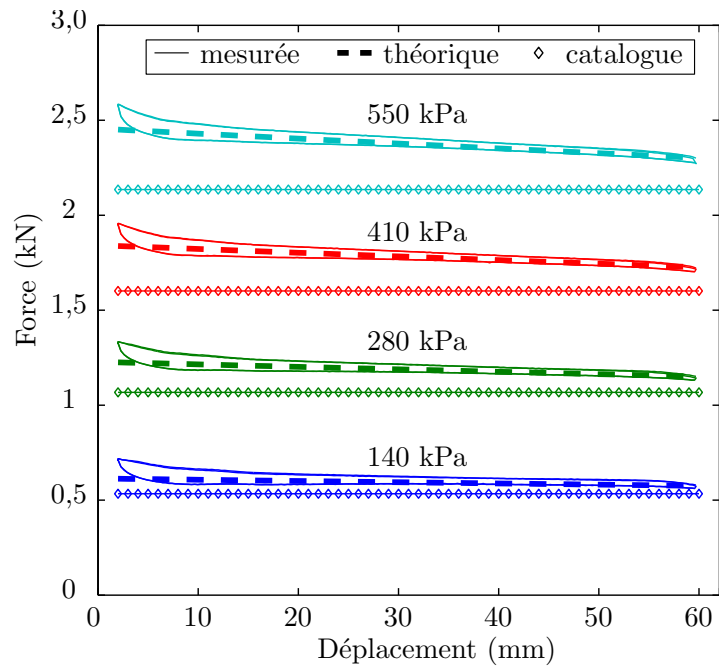


FIGURE 2.20 – Forces mesurées normalisées à des pressions constantes.

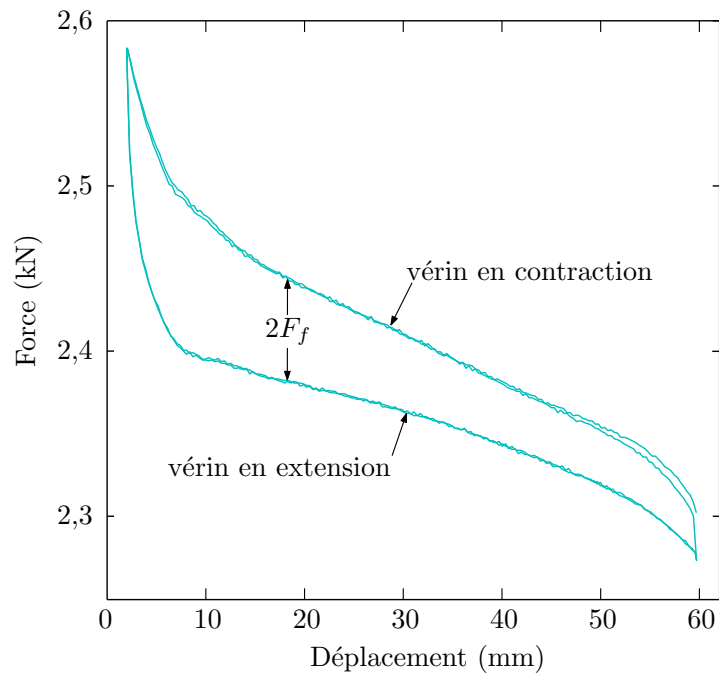


FIGURE 2.21 – Forces mesurées normalisées à 550 kPa.

pression (kPa)	friction (N)	$F_f/F_v$ (%)
140	22,7	3,8
280	23,4	2,0
410	26,6	1,5
550	30,0	1,3

TABLE 2.1 – Forces de friction moyennes, absolues et relatives, calculées pour chacun des quatre essais de pression.

## 2.3 Preuve de concept

Afin de valider le concept d'équilibrage statique par vérin à membrane, nous avons fabriqué le banc de test montré à la figure 2.22. La vidéo *equilibrage\_verin.avi* montre un aperçu du montage. Le système permet de comparer les efforts de déplacement d'un système de transmission hydraulique et d'un autre à câble. Deux cylindres *US-6-L* de la compagnie *ControlAir inc.* sont reliés chacun à un bras monté sur un pivot. Lorsqu'un bras descend, il comprime son vérin. Le liquide circule alors vers l'autre cylindre, ce qui fait monter l'autre bras. Un câble d'acier d'environ 4,76 mm (3/16po) de diamètre permet de relier les deux bras de la même façon. Le câble circule sur deux poulies de 76,2 mm (3po) de diamètre équipées de roulement à aiguilles. Le levier qu'applique la charge sur les vérins est de 4 :1, c'est-à-dire qu'une charge de 100 kg à l'extrémité d'un bras exerce 400 kg sur le vérin ou sur le câble.

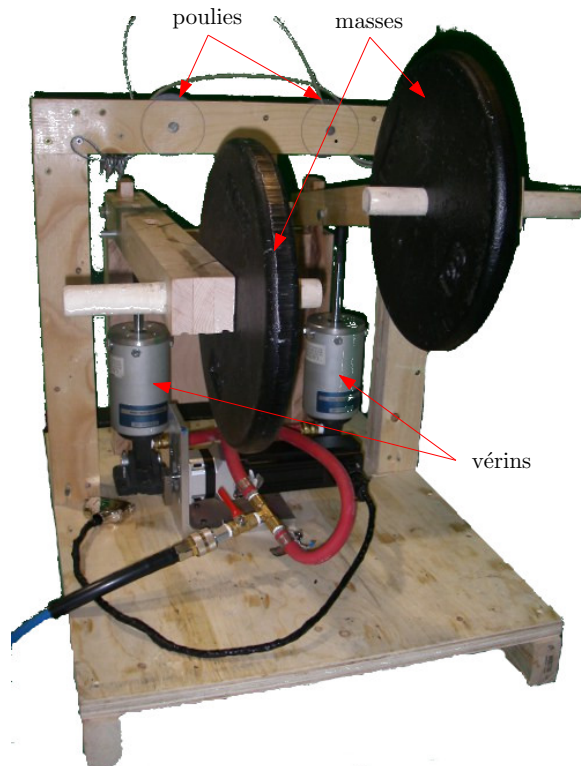


FIGURE 2.22 – Montage expérimental pour la comparaison des transmissions hydraulique et à câble pour l'équilibrage statique.

La force de friction statique a été mesurée à l'aide d'un dynamomètre pour chacun des modes de transmission mécanique. La force de friction statique est définie comme la plus petite force requise pour amorcer un déplacement de la charge. Les efficacités de chaque mode d'équilibrage sont comparées à la figure 2.23, où l'efficacité est définie par

$$\eta = \frac{mg - F_s}{mg} \quad (2.13)$$

et où  $m$  est la masse de la charge,  $g$  est l'accélération gravitationnelle et  $F_s$  est la force de friction statique mesurée. Nous observons que l'efficacité du système hydraulique rejoint celle du système à câble à mesure que la charge augmente. À 45 kg, soit environ la moitié de la charge maximale du vérin, l'efficacité du système hydraulique est de 92 %.

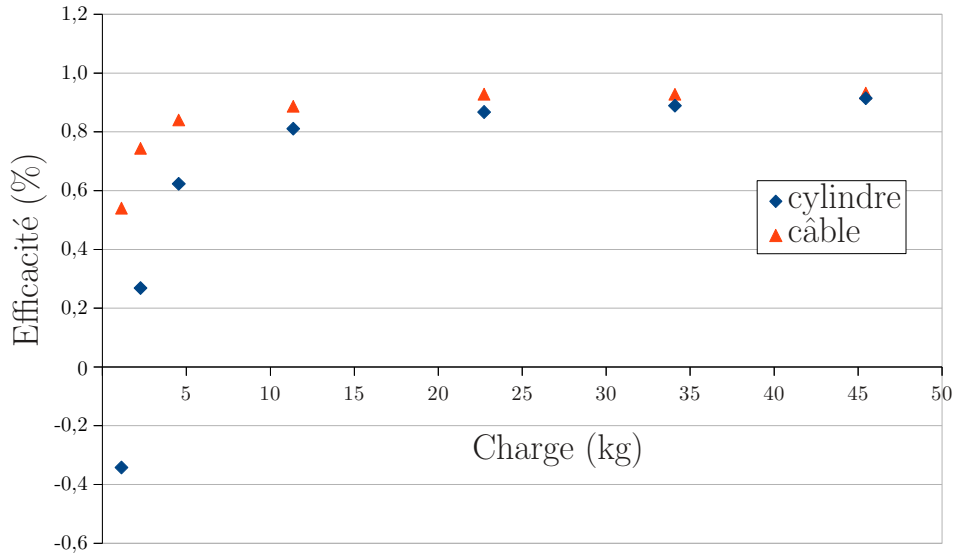


FIGURE 2.23 – Efficacité des systèmes d'équilibrage hydrauliques et à câble.

## 2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons fait la démonstration que l'équilibrage statique par transmission hydraulique était envisageable en utilisant la bonne technologie de vérin. Les vérins à membrane nous sont apparus comme les plus appropriés. Entre autres, ils possèdent une très faible friction statique et une bonne rigidité axiale. Contrairement aux vérins à soufflet métallique, ils ne possèdent pas de raideur interne. Dans le prochain chapitre, nous utiliserons ce concept pour l'équilibrage d'un bras de robot sériel.

## Chapitre 3

# Conception d'un bras partiellement équilibré statiquement

### Résumé

Ce chapitre présente la conception d'un bras de collaboration humain-robot partiellement équilibré statiquement. Une mise en situation explique le contexte du projet ainsi que certains critères de conception. Une revue de littérature présente les principaux modèles de robots assistants actuellement disponibles sur le marché. Nous présentons ensuite la solution retenue, puis nous développons les équations des mécanismes d'équilibrage retenus ainsi que certaines variantes possibles. Enfin, nous détaillons l'architecture du banc d'équilibrage choisi.

### Extension multimédia

- La vidéo *bras7ddl.mp4* présente un aperçu des performances d'équilibrage et de friction obtenues pour notre manipulateur.
- La vidéo *programmation\_par\_demonstration.avi* présente un exemple de programmation par démonstration en mode passif et démontre la capacité d'adaptation du système d'équilibrage à la variation de la charge.

### 3.1 Mise en situation

Un assistant robotisé à 4 quatre ddls a été développé au laboratoire de robotique de l'Université Laval dans le cadre d'un projet avec *General Motor* (Gosselin et al. 2013). Cet assistant, que nous appellerons aussi *robot portail*, permet de déplacer de lourdes charges de manière intuitive par une poignée installée sur un capteur de force qui capte les intentions de l'utilisateur. Un algorithme de contrôle commande le courant aux moteurs afin de réduire l'inertie ressentie par l'utilisateur. Cette recherche s'inscrit dans le cadre de la collaboration humain-robot. Dans une prochaine phase du projet, nous concevons un robot tronc qui pourrait être installé

sur l'effecteur du robot portail. Le robot tronc profiterait ainsi du large espace de travail du robot portail et ses bras lui permettraient d'assister un humain dans des tâches d'assemblage ou de manipulation d'objets divers.

Les objectifs suivants ont été identifiés :

1. Le robot devrait être équilibré statiquement
2. Le robot devrait être contrôlé en impédance ou en admittance
3. Le robot devrait pouvoir utiliser la main robotisée à trois doigts de la compagnie Robotiq (2014).

L'équilibrage statique du robot permettra de diminuer la puissance nécessaire aux mouvements du robot, particulièrement lorsque les performances dynamiques exigées sont basses. Cependant, l'ajout d'un système d'équilibrage entraîne une augmentation de l'inertie du robot ainsi que l'augmentation de la friction aux articulations équilibrées. De plus, il s'avère extrêmement complexe d'équilibrer parfaitement et complètement un robot à 6 ou 7 ddls. Un équilibrage partiel des 3 ou 4 premiers degrés de liberté est suffisant pour diminuer de beaucoup la puissance des moteurs. L'architecture du robot sera nécessairement liée au choix du système d'équilibrage.

Une collaboration intuitive du robot sera assurée par une option de commande en admittance ou en impédance. La commande par admittance consiste à générer un mouvement relatif à une force lue. La commande par admittance nécessite donc l'ajout de capteurs de force ou de couple. La commande par impédance est l'inverse de la commande en admittance. Un déplacement perçu sert à calculer une force qui est ensuite appliquée. Généralement plus difficile à mettre en œuvre, la commande par impédance nécessite que le mécanisme soit rétrocommandable afin de pouvoir amorcer le mouvement.

Finalement, la sécurité des utilisateurs sera augmentée par l'ajout de limiteurs de couple ou de limiteurs de force. La nécessité de concevoir des robots intrinsèquement sécuritaires vient entre autres du fait que pour la majorité des robots, la stratégie consistant à détecter la collision et à réagir en conséquence est irréalisable. L'inertie du robot est telle que le temps de réaction est insuffisant pour freiner la masse et les dommages causés ne sont donc pas diminués. Une stratégie efficace consiste à séparer l'inertie des membrures proximales de celle des membrures distales par des limiteurs de couple par exemple. Lors d'un impact, le limiteur de couple glisse, diminuant grandement la force de l'impact. Le bras robotisé devra donc idéalement contenir au minimum un limiteur de couple, ou un limiteur de force, afin d'augmenter la sécurité de l'utilisateur.

### 3.1.1 Chargement et performances dynamiques

Le bras sera muni d'une main, montré sur la figure 3.1, qui permet la préhension d'objets de formes variées. Cette main a un chargement recommandé de 10 kg en prise cylindrique.



FIGURE 3.1 – Main sous-actionnée à trois doigts (Robotiq 2014).

Le standard BSR/T15.1 (*Draft standard for Intelligent Assist Devices* (Robotic Industries Association 2002)) a fixé les vitesses et accélérations maximales à :

- collaboration avec contact continu : 2 m/s et 1 g
- mode autonome : 0,25 m/s sauf si élément de sécurité en place.

Par contre, des expérimentations menées sur un système *Cobotics* ont montré que les vitesses et accélérations usuelles en mode interactif s'approchaient plutôt de 1 m/s et 0,1 g. Nous utiliserons donc plutôt ces données.

- Vitesse cartésienne maximale à l'effecteur : 1 m/s
- Accélération cartésienne maximale à l'effecteur : 0,1 g

### 3.1.2 Facteurs de sécurité et contraintes admissibles

Afin d'être le plus possible conformes aux standards de GM, nous appliquerons les mêmes facteurs de sécurité qui s'appliquent chez eux. Ces facteurs sont de 3 sur la limite élastique et 5 sur la limite ultime. Les deux critères s'appliquent simultanément. Les données sur les propriétés mécaniques des matériaux utilisés proviennent du site [MatWeb \(2014\)](#) et sont résumées dans le tableau 3.1. Les relations entre contrainte de cisaillement et contrainte en tension sont données dans le tableau 3.2. Enfin, le tableau 3.3 donne les forces en tension admissibles pour différentes vis selon leur grade.

Materiaux	$S_y$ (MPa)	$S_u$ (MPa)	Contrainte admissible en tension considérant les 2 critères de sécurité(MPa)	Contrainte admissible en cisaillement considérant les 2 critères de sécurité(MPa)
Alu 6061-T6	276	310	62	40
Alu 2024-T36	360	475	95	62
Alu 7075-T6	462	524	105	68
Acier 1030	345	525	105	67
Acier 4340	786	1220	244	152

TABLE 3.1 – Contraintes admissibles en tension pour les matériaux utilisés lors de la conception.  $S_y$  est la limite élastique du matériau et  $S_u$  est la limite ultime du matériau.

Materiaux	Relation contrainte ultime	Relation contrainte élastique
Acier	$U_{SS} \approx 0,75U_{TS}$	$S_{YS} \approx 0,58T_{YS}$
Acier ductile	$U_{SS} \approx 0,9U_{TS}$	$S_{YS} \approx 0,75T_{YS}$
Acier malléable	$U_{SS} \approx 1,0U_{TS}$	
Acier dur	$U_{SS} \approx 0,83U_{TS}$	
Acier coulé	$U_{SS} \approx 1,3U_{TS}$	
Aluminium	$U_{SS} \approx 0,65U_{TS}$	$S_{YS} \approx 0,55T_{YS}$

TABLE 3.2 – Relation entre contrainte admissible en tension et contrainte admissible en cisaillement pour les familles de matériaux utilisées lors de la conception.  $U_{SS}$  est la contrainte ultime en cisaillement,  $U_{TS}$  est la contrainte ultime en tension,  $S_{YS}$  est la contrainte élastique en cisaillement et  $T_{YS}$  est la contrainte élastique en tension.

	Classe 8.8 (550 MPa)		Classe 10.9 (750 MPa)		Classe 10.9 (830 MPa)	
	$F_i$ (N)	$T$ (Nm)	$F_i$ (N)	$T$ (Nm)	$F_i$ (N)	$T$ (Nm)
M3X0,5	2490	1,5	3531	2,1	3757	2,3
M4X0,7	4346	3,5	6164	4,9	6559	5,2
M5X0,8	7029	7,0	9968	10,0	10607	10,6
M6X1,0	9950	12	14110	17	15015	18
M8X1,25	18117	29	25693		27340	44
M10X1,5	28710	57	40716		43326	87
M12X1,75	41729	100	59179		62972	151
M14X2,0	56925	159	80730		85905	241
M8X1,0	19404	31	27518		29282	47
M10X1,25	30294	61	42962		45716	91
M12X1,25	45590	109	64654		68799	165
M14X1,5	61875	173	87750		93375	261

TABLE 3.3 – Tableau des forces en tension admissibles pour diverses vis métriques ainsi que des couples de serrage nécessaires.



### 3.1.3 Remarques sur la sélection des moteurs

Il est d'usage courant lors de la sélection d'un moteur de faire correspondre son inertie à celle du système actionné. Cette règle provient probablement du résultat d'une optimisation faite sur le ratio de réduction du moteur qui maximise l'accélération de la charge. Certains exemples démontrent par contre qu'il est parfois nécessaire de déroger de cette règle, lorsque les performances dynamiques exigées sont faibles par exemple. Dans (Armstrong 1998), un document préparé par *Kollmorgen*, il est entre autres expliqué comment la rigidité du système peut influencer la sélection du meilleur rapport d'inertie. Pour la conception d'un bras équilibré ayant pour but la collaboration humain-robot, la sélection d'un moteur sur la base du rapport des inerties mènerait à des choix d'une puissance démesurée. Le robot portail, un système robotisé bâti au laboratoire de robotique de l'Université Laval destiné à la collaboration humain-robot, démontre bien que pour de faibles performances dynamiques, le rapport d'inertie peut être très grand. En fait, pour le robot portail, le rapport d'inertie est de l'ordre de 100 : 1. Ceci explique donc que lors de notre conception, nous avons sélectionné les moteurs sur les bases du couple maximal, de la puissance ainsi que de la vitesse, sans réellement tenir compte du rapport d'inertie.

## 3.2 Robots de collaboration existants

Avant d'entreprendre la conception d'un nouveau bras de collaboration humain-robot, nous avons fait la revue des principaux modèles commercialement disponibles. Depuis, quelques modèles se sont ajoutés et sont également présentés dans cette section.

### 3.2.1 Kuka LBR iiwa

Des travaux effectués au centre de robotique et mécatronique du *DLR* (Hirzinger et al. 2001, 2002) ont mené à une nouvelle génération de robot chez *kuka labs* (2014). Le modèle *LBR iiwa* à 7 ddls, montré à la figure 3.2, possède une charge utile de 7 kg pour une masse totale de 22,3 kg et une portée d'environ 1,2 m. En plus de son incroyable ratio masse sur charge utile, ce robot possède à chaque articulation un capteur de couple. La sensibilité du robot ainsi que son faible poids en font un excellent candidat pour la collaboration humain-robot.

### 3.2.2 Universal Robots

Le modèle *UR10* à 6 ddls de *Universal Robots* (2014a), montré à la figure 3.3, est un sérieux concurrent au modèle *LBR iiwa* de *Kuka*. Ce modèle a une portée de 1,3 m avec 10 kg de charge utile et 29 kg de masse totale. Une mesure précise du courant circulant dans les moteurs permet une bonne estimation du couple à peu de frais, ce qui permet le contrôle en force du robot. Une des forces de ce robot est son interface de contrôle simplifiée qui permet par exemple d'enseigner une trajectoire par démonstration.



FIGURE 3.2 – Robot industriel léger *LBR iiwa* (kuka labs 2014).

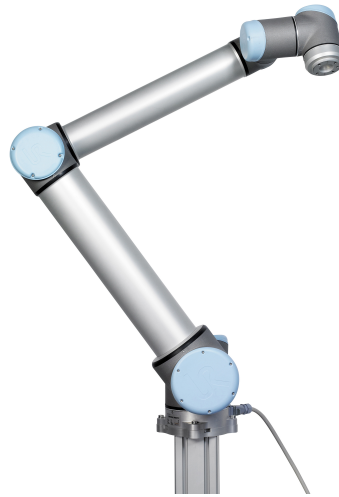


FIGURE 3.3 – Robot industriel flexible *UR10* (Universal Robots 2014b).

### 3.2.3 Meka

Le bras *Meka A2* de la compagnie *Redwood Robotics* (anciennement *Meka*), montré à la figure 3.4, s’inspire du bras humain et possède donc 7 ddls (Meka 2012). Chacun des ses actionneurs est muni d’un élément élastique en série dans le but de rendre le comportement du bras naturel et sécuritaire pour l’humain. Une mesure de couple à chaque articulation permet également un contrôle en force. Son espace de travail est comparable à celui d’un petit adulte, mais sa charge utile n’est que de 2 kg.

### 3.2.4 Jaco

Le bras *Jaco* de la compagnie *Kinova* (2014), montré à la figure 3.5, a été développé pour venir en aide aux personnes handicapées. Il se fixe habituellement sur un fauteuil roulant, mais il est également adapté pour la recherche avec, entre autres, une interface USB2.0 et une API C++. Il possède une portée de 90 cm, 5,7 kg de masse et 1 kg de charge utile en pleine extension. Le bras possède 6 ddls ainsi qu’un préhenseur à trois doigts.

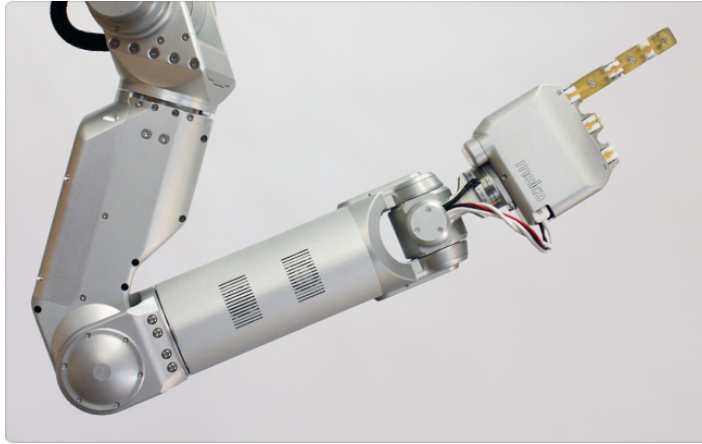


FIGURE 3.4 – Manipulateur compliant de la compagnie *Redwood Robotics* (image tirée de [www.venturebeat.com](http://www.venturebeat.com)).



FIGURE 3.5 – Bras de recherche et de réadaptation *Jaco* (Kinova 2014).

### 3.2.5 WAM

Le bras *WAM* de Barrett Technology inc. (2014a), montré à la figure 3.6, est assez particulier puisque les quatre premiers ddls sont entraînés par câbles par des moteurs situés dans la base (Rooks 2006). La technologie utilisée permet une excellente rétrocommandabilité puisque la friction et l'hystérésis des articulations sont minimales. La version à 7 ddls possède une portée d'environ 1 mètre, une masse de 27 kg ainsi qu'une charge utile de 3 kg.

### 3.2.6 Baxter

Le robot *Baxter* de Rethink Robotics inc. (2014), montré à la figure 3.7, a été conçu avec comme objectif un prix de vente de 22 k\$. Le défi était de taille puisque *Baxter* possède deux bras de 7 ddls chacun et une multitude de capteurs. En plus de capteur de couple à chaque articulation, il possède cinq caméras, dont une dans chaque poignet, des capteurs à



FIGURE 3.6 – Bras rétrocommandable à entraînement direct *WAM* (Barrett Technology inc. 2014b).

ultra-son sur 360 degrés ainsi qu'un capteur de proximité à infrarouge dans chaque poignet. Une de ses particularités est de s'alimenter dans une prise de courant domestique, soit à 120 volts alternatifs et 6 ampères maximum. Il est donc prêt à utiliser sitôt qu'il est reçu. Ses performances sont cependant nettement moins intéressantes que celles des robots industriels standards. Sa charge utile est de 2,3kg, soit environ le poids d'une main *Robotiq* modèle S. La portée de chaque bras est de 1 mètre environ.

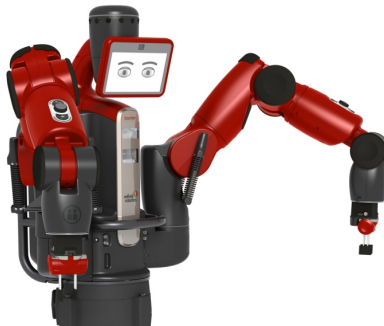


FIGURE 3.7 – Robot de collaboration et de recherche *Baxter* (Rethink Robotics inc. 2014).

### 3.3 Solution retenue

Le concept retenu est fortement inspiré du système de compensation de gravité *zeroG*<sup>4</sup> de la compagnie *equipois inc.* (2014) montré à la figure 3.8. Le principe de base n'est pas nouveau. En utilisant une structure en parallélogramme, il est possible d'équilibrer statiquement un ddl en conservant le repère vertical pour l'articulation suivante. En juxtaposant des articulations verticales avec des parallélogrammes équilibrés statiquement, on obtient un bras sériel entiè-

rement équilibré statiquement. Dans cette architecture, il n’y a pas vraiment d’intérêt à avoir plus que deux parallélogramme puisque ce nombre est suffisant pour obtenir un positionneur cartésien avec une redondance en  $z$  et que d’autres parallélogrammes ajouteraient simplement plus de redondance. En ayant une articulation double entre les deux parallélogrammes, cela permet une rotation de 360 degrés. Il suffit que la longueur de l’articulation double permette de dégager l’épaisseur des parallélogrammes. Afin de n’utiliser qu’un seul moteur pour actionner l’articulation double, nous utiliserons plutôt un joint roulant.

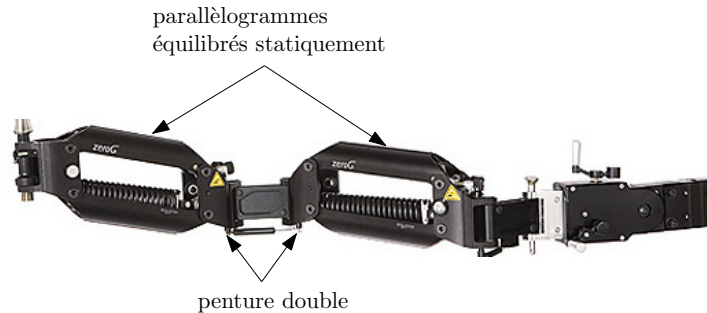


FIGURE 3.8 – Outils de compensation de gravité *zeroG*<sup>4</sup> (equipois inc. 2014).

La figure 3.9 montre le concept de bras retenu. Il comporte 7 ddls dont les quatre premiers sont équilibrés statiquement. L’épaule est compacte et contient un limiteur de couple permettant de diminuer la force d’un impact avec le coude ou le bras du robot. Le bras ainsi que l’avant-bras sont des structures en parallélogramme équilibré par des cylindres à membrane reliés à un système de contrepoids. Le coude est un joint roulant qui permet au robot de se replier entièrement sur lui-même pour plus de souplesse. Le coude intègre également un limiteur de couple pour plus de sécurité. Le poignet comporte 3 ddls pour atteindre toutes les orientations. Les deux derniers ddls sont couplés par un système de différentiel permettant une meilleure exploitation du couple des moteurs. Un capteur de force six axes précède le préhenseur permettant ainsi un contrôle par admittance du robot. La main ainsi que le capteur d’efforts sont reliés par un connecteur rotatif ce qui permet des rotations infinies du dernier axe.

Les sous-sections suivantes présenteront plus en détail chaque composant de la solution retenue. Des calculs détaillés sur les efforts des principaux composant ainsi que les résultats des analyses par éléments finis sont donnés à l’annexe B. Les calculs relatifs au choix des moteurs se trouvent à l’annexe A.

### 3.3.1 Épaule

Le moment ainsi que le poids du robot sont repris par deux roulements à billes standards, tel que montré à la figure 3.10. L’utilisation d’un moteur à arbre creux permet la traversée d’un arbre d’un roulement à l’autre, ce qui facilite l’assemblage. Le moteur, muni d’un réducteur harmonique de 100 : 1, est fixé à la base de l’épaule. Il est lié en rotation à un limiteur de couple

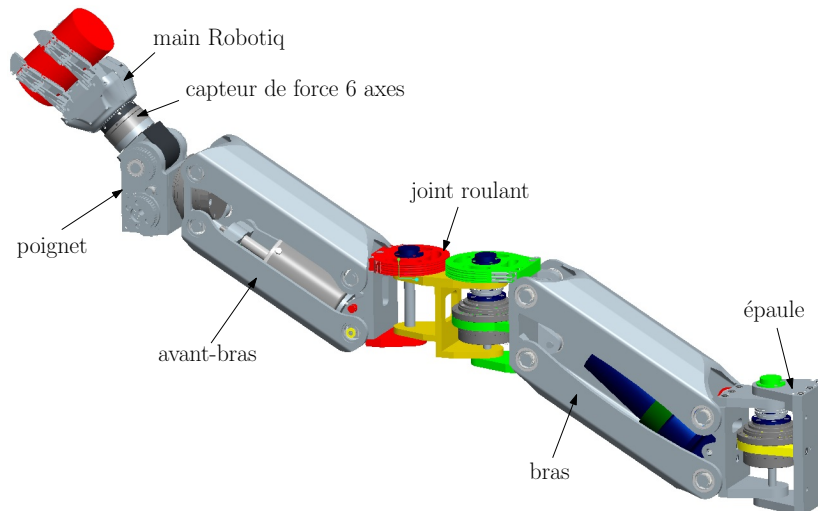


FIGURE 3.9 – Solution finale.

à billes par un manchon de transmission et une clavette, permettant ainsi un déplacement axial entre le limiteur de couple et le moteur. L'extrémité du limiteur de couple est fixée à la partie mobile de l'épaule. Un encodeur optique contenu dans le moteur permet le contrôle du robot. Un encodeur magnétique secondaire est utilisé afin de connaître la position réelle du robot à la suite d'un déclenchement du limiteur de couple. L'aimant de l'encodeur est inséré à une extrémité de l'arbre et la puce est positionnée à l'aide d'un couvercle vissé. Deux paires d'amortisseurs en caoutchouc absorbent l'énergie de collision de l'épaule avec elle-même en cas de perte de contrôle de l'épaule.

### 3.3.2 Bras

Le bras, montré à la figure 3.11, est une structure en parallélogramme actionnée et équilibrée par un vérin construit sur mesure à partir du manuel de conception du fournisseur [Bellofram Corporation](#) (1998). Ce vérin à membrane exploite la totalité de la longueur de la membrane contrairement aux vérins de marque [ControlAir inc.](#) (2014). Ce vérin a en fait le double de la course du vérin de même diamètre de *ControlAir*. La course étant plus longue, un plus grand bras de levier peut être utilisé, diminuant ainsi les efforts à transmettre par le vérin. Le vérin est assemblé à chaque extrémité par des rotules limitant grandement l'effort de flexion enduré par la tige du vérin et son roulement linéaire. Les membrures supérieure et inférieure sont usinées dans un bloc d'aluminium haute performance. Un encodeur magnétique, montré sur la figure 3.12, permettra la lecture de l'angle de la membrure supérieure par rapport à la plaque de fixation du bras. Cet encodeur a été choisi en raison de l'absence d'arbre tournant nécessaire aux encodeurs traditionnels.

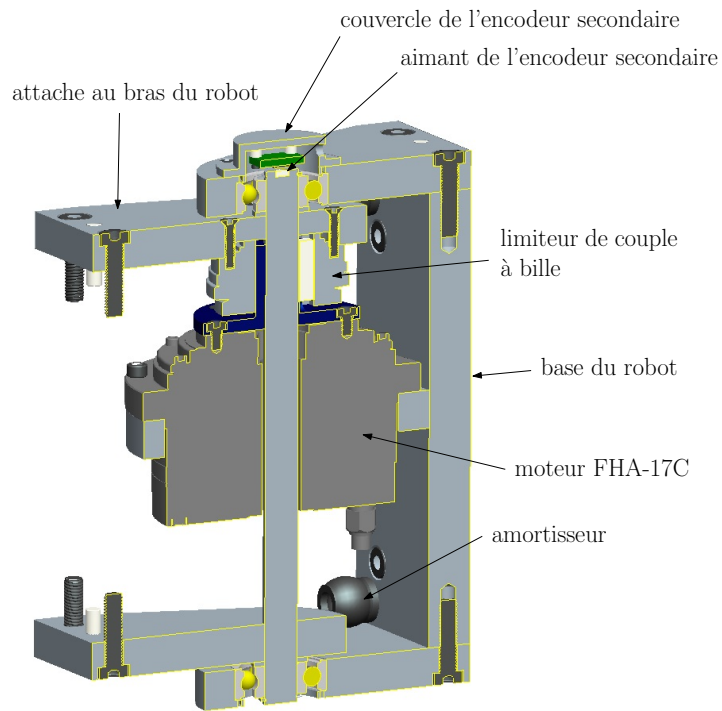


FIGURE 3.10 – Vue de section de l'épaule.

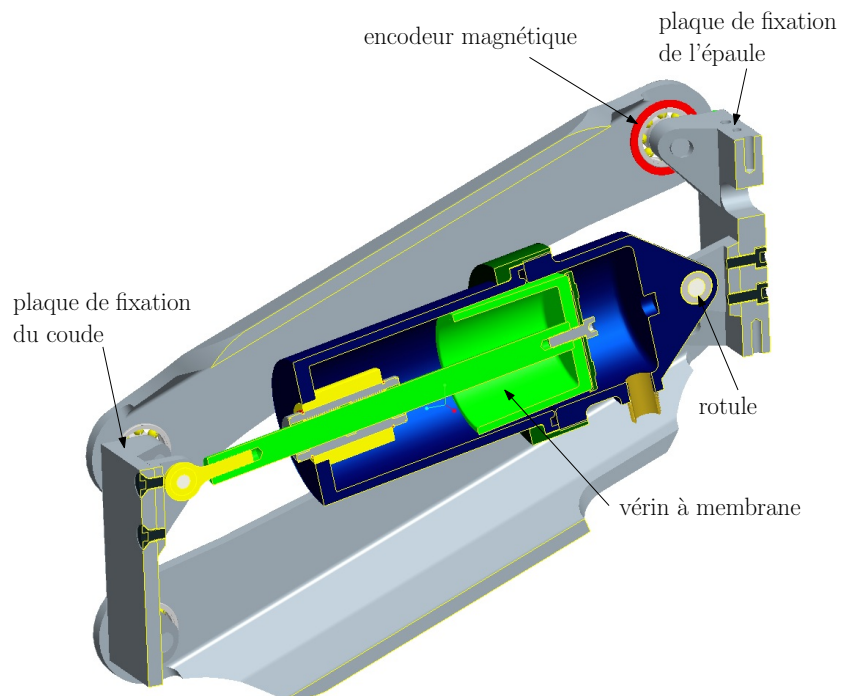


FIGURE 3.11 – Vue isométrique du bras.

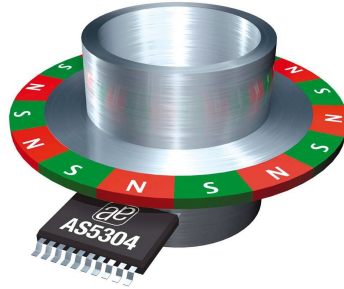


FIGURE 3.12 – Encodeur magnétique déporté.

### 3.3.3 Coude

Deux poulies reliées par des câbles assurent le mouvement de type joint roulant. Ces deux poulies sont maintenues à distance constante par un boîtier montré à la figure 3.13. La structure particulière de ce boîtier permet de faire la transition entre les hauteurs du bras et de l'avant-bras. Le boîtier est entraîné relativement à la poulie proximale par un moteur sans brosse à réducteur harmonique connecté en série avec un limiteur de couple à billes. Sur la poulie proximale, deux tendeurs permettent de générer une tension suffisante dans les câbles. Un encodeur magnétique est placé sur chaque articulation afin de connaître la position précise du robot, même après un déclenchement du limiteur de couple.

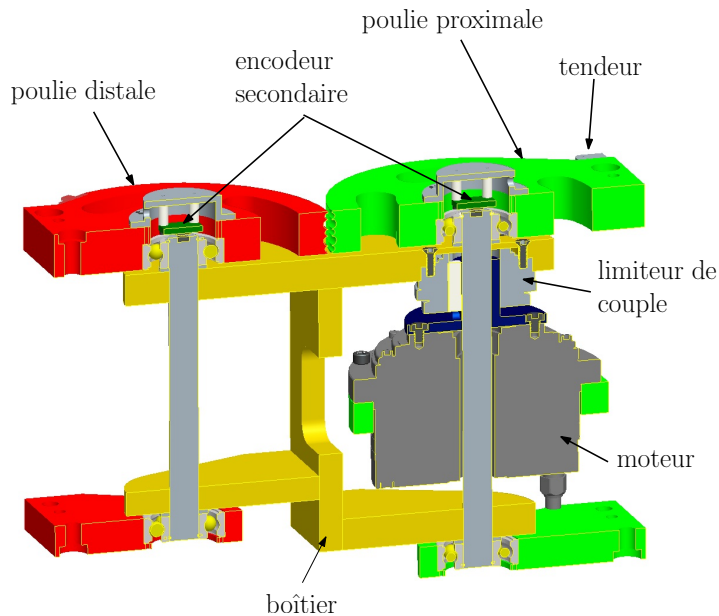


FIGURE 3.13 – Vue de section du joint roulant.

### 3.3.4 Avant-bras

L'avant-bras, montré à la figure 3.14, part de la même structure en parallélogramme que celle du bras. Par contre, l'insertion d'un moteur pour le poignet empêche d'insérer le cylindre de



la même manière que pour le bras en raison des interférences causées. Deux tiges de part et autre du cylindre, montées sur des roulements à aiguilles, transmettent la force du cylindre vers la plaque de base. Ces tiges sont connectées au cylindre par un bloc roulant sur un rail. Les roulements linéaires de ce bloc ont pour fonction de reprendre les efforts perpendiculaires au rail, engendrés par les tiges, afin d'éviter de transmettre un moment à la tige du cylindre. De plus, une rotule relie la tige et le bloc pour minimiser les efforts transmis à la tige en cas de désalignement. Le pivot du cylindre est quant à lui installé sur un roulement à aiguilles monté sur rotule de manière à contrer la friction et la transmission des moments au cylindre par sa base.

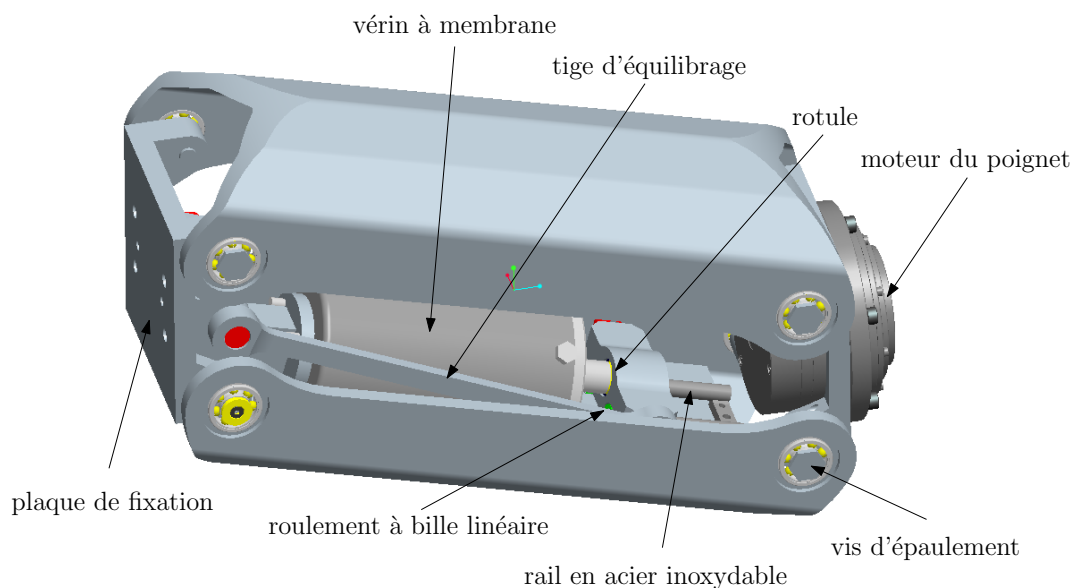


FIGURE 3.14 – Vue de l'avant-bras modélisé.

### 3.3.5 Poignet

Le poignet, montré à la figure 3.15, est en quelque sorte construit autour de deux moteurs actionnant un système de différentiel couramment utilisé en robotique. Le différentiel permet une redistribution de la puissance des moteurs ainsi que l'intersection de 2 axes de rotation de manière très compacte. La rotation du boîtier du différentiel par rapport au châssis du poignet est assurée par deux roulements montrés sur la figure 3.16. Les arbres des pignons menants sont chacun supportés par deux autres roulements, l'un entre l'arbre du pignon et le châssis du poignet, l'autre entre le pignon et le boîtier du différentiel. Ce dernier roulement est installé directement sur l'engrenage afin de rendre l'assemblage plus compact. La roue de sortie du différentiel est supportée par un roulement à rouleaux croisés lui permettant de supporter d'importantes forces et d'importants moments. La puissance est transmise des moteurs aux pignons par des courroies crantées prétendues par des tendeurs. Les poulies crantées menantes sont vissées directement sur la plaque de sortie des moteurs, ceux-ci étant supportés par un

roulement à rouleaux croisés pouvant reprendre d'importants efforts. Enfin, un capteur de force 6 axes, modèle *ATI Mini85* (ATI Industrial Automation 2014), est installé entre la main robotique et la sortie du différentiel afin de permettre un contrôle intuitif du robot.

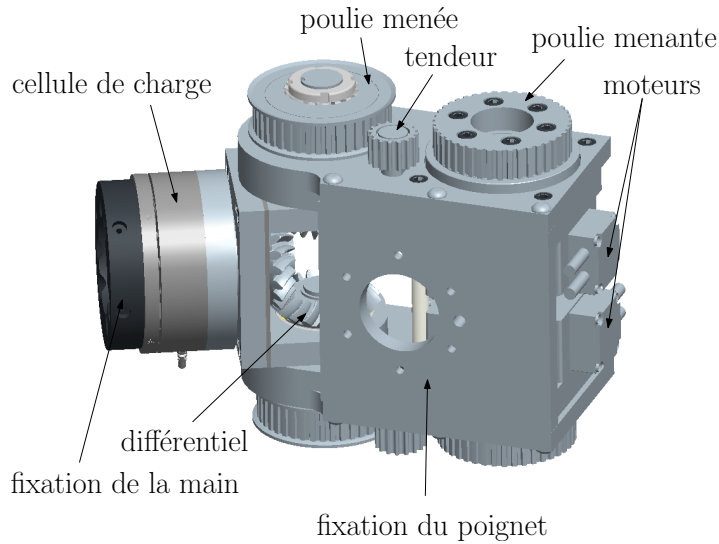


FIGURE 3.15 – Vue isométrique de la solution retenue pour le poignet.

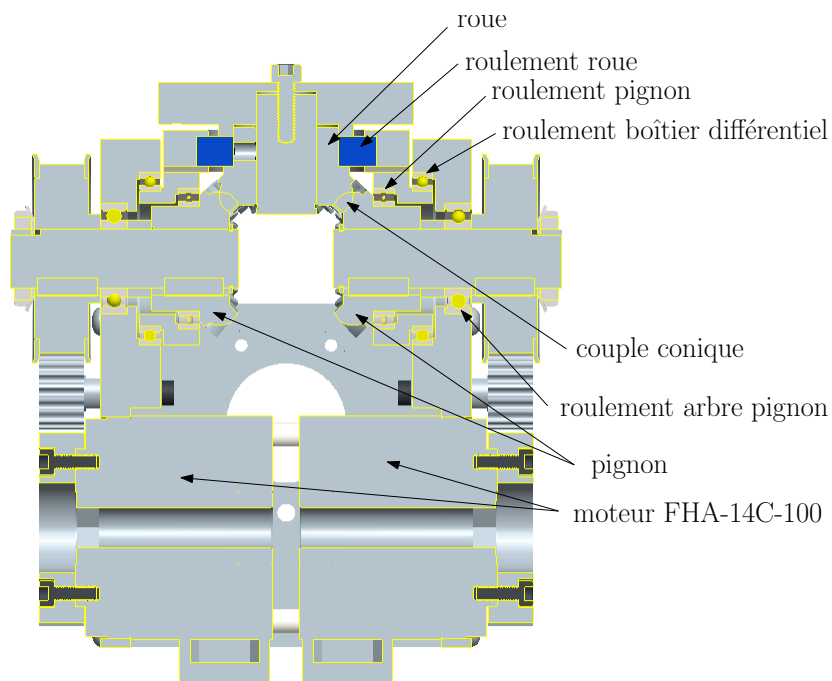


FIGURE 3.16 – Vue de coupe du poignet.

Dans les prochaines sections, nous allons analyser en détail les mécanismes d'équilibrage du bras et de l'avant-bras.

### 3.4 Équilibrage du bras

Le schéma d'équilibrage de base du bras est montré à la figure 3.17. Un vérin, supporté par des liaisons sphériques à chaque extrémité, relie la base du parallélogramme à la membrure du haut. Les paramètres à prendre en compte sont la position des points d'attache du vérin,  $a$  et  $b$ , la longueur du vérin,  $c$ , la longueur du parallélogramme,  $l$ , la charge,  $m$ , et le contrepooids,  $M$ .

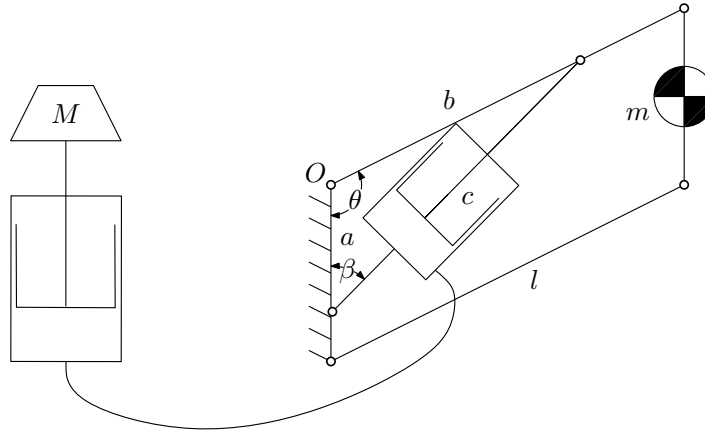


FIGURE 3.17 – Schéma du mécanisme d'équilibrage de base du bras.

Sur une plage angulaire de 0 à 180 degrés ( $0 \leq \theta \leq 180$ ), la variation d'énergie potentielle  $\Delta V$  du bras sera égale à

$$\Delta V = 2mgl. \quad (3.1)$$

Ce déplacement angulaire correspond à une course,  $s$ , du vérin égale à  $2a$ . Si l'on considère que le vérin possède une surface efficace constante, la force transmise par celui-ci sera également constante. La force du vérin, et donc la masse du contrepooids, sera choisie de manière à compenser la variation d'énergie potentielle du bras, c'est-à-dire

$$F = \frac{\Delta V}{2a} = \frac{mgl}{a}. \quad (3.2)$$

L'équation du bras de levier du vérin par rapport au pivot  $O$  est

$$d = a \sin \beta = \frac{ab \sin \theta}{c} \quad (3.3)$$

où  $d$  est le bras de levier et la longueur  $c$  s'obtient avec

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta}. \quad (3.4)$$

Le couple  $\tau_v$  généré sur le pivot  $O$  par le vérin est obtenu en multipliant la force et le bras de levier donnés par les équations (3.2) et (3.3), c'est-à-dire

$$\begin{aligned}\tau_v &= \frac{mglb \sin \theta}{c} \\ &= \frac{mglb \sin \theta}{\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta}}.\end{aligned}\quad (3.5)$$

Le couple  $\tau_g$  généré par la masse  $m$  par rapport au pivot  $O$  est quant à lui

$$\tau_g = -mgl \sin \theta. \quad (3.6)$$

La force du vérin qui équilibre le mécanisme, noté  $F_c$ , s'obtient par

$$\begin{aligned}F_c &= \frac{\tau_g}{d} \\ &= \frac{mglc}{ab}.\end{aligned}\quad (3.7)$$

On constate donc que la force du vérin qui permet d'équilibrer le mécanisme est directement proportionnelle à la longueur du vérin. La figure 3.18 montre la comparaison des couples  $\tau_g$  et  $\tau_v$  pour différents ratios des longueurs  $a$  et  $b$ .

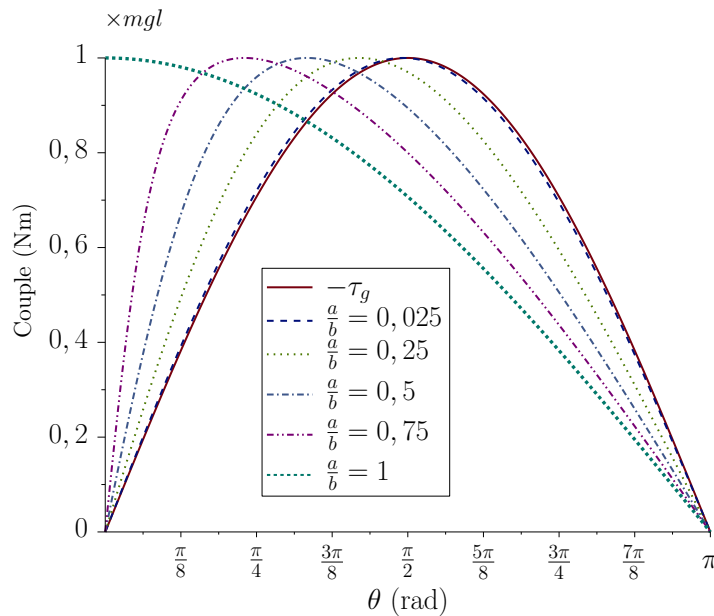


FIGURE 3.18 – Comparaison des couples générés par le cylindre et la masse pour différents ratios de  $\frac{a}{b}$ .

On constate que la concordance de  $\tau_v$  et  $\tau_g$  s'améliore lorsque le ratio des longueurs  $a$  sur  $b$  tend vers zéro. L'équilibre statique est obtenu lorsque le moment généré par le vérin annule celui généré par le poids de la masse  $m$ , c'est-à-dire lorsque

$$\frac{mglb \sin \theta}{c} + mgl \sin \theta = 0. \quad (3.8)$$

On s'aperçoit rapidement qu'outre les solutions triviales  $\theta = 0$  et  $\theta = \pi$ , cette équation est vraie lorsque  $c = b$ . Si l'on pose  $a \ll b$  dans l'équation (3.4), on obtient  $c \approx b$ , donc un équilibrage presque parfait. D'un point de vue de l'équilibrage, on a donc avantage à choisir un vérin de course faible, sachant que l'on devra augmenter la force en contrepartie. En pratique, la longueur  $a$  ne sera jamais nulle. Il existe cependant une solution non triviale à l'équation (3.8),  $\theta^*$ , que l'on trouve en posant  $c = b$  dans l'équation (3.4) et en résolvant par rapport à  $\theta$ , soit

$$\theta^* = \arccos\left(\frac{a}{2b}\right). \quad (3.9)$$

Il existe donc une seule position d'équilibre dans l'intervalle  $\theta \in ]0, \pi[$  pour le mécanisme de la figure 3.17.

### 3.4.1 Réduction des erreurs d'équilibrage par déphasage du mécanisme

Dans la pratique, des interférences mécaniques limitent la plage angulaire de déplacement du mécanisme. On constate à partir de la figure 3.18 que si la courbe du couple généré par le vérin était légèrement déplacée vers la droite, l'erreur serait grandement diminuée dans la plage centrale du déplacement du mécanisme. La figure 3.19 montre une modification apportée au mécanisme qui permet le déphasage du mécanisme d'un angle  $\delta$ . Nous verrons dans les sections suivantes trois critères de sélection pour la valeur du déphasage  $\delta$ .

#### Minimisation de l'erreur en $\theta = \frac{\pi}{2}$

Une première possibilité pour le choix de  $\delta$  est la valeur qui minimisera l'erreur d'équilibrage en  $\theta = \frac{\pi}{2}$ . Il existe en fait une solution à  $\delta$  qui annulera parfaitement l'erreur d'équilibrage en  $\theta = \frac{\pi}{2}$ . En effet, puisque le bras de levier maximal,  $d_{max}$ , du vérin par rapport au pivot  $O$  est

$$d_{max} = a, \quad (3.10)$$

le couple maximal produit par le vérin est alors

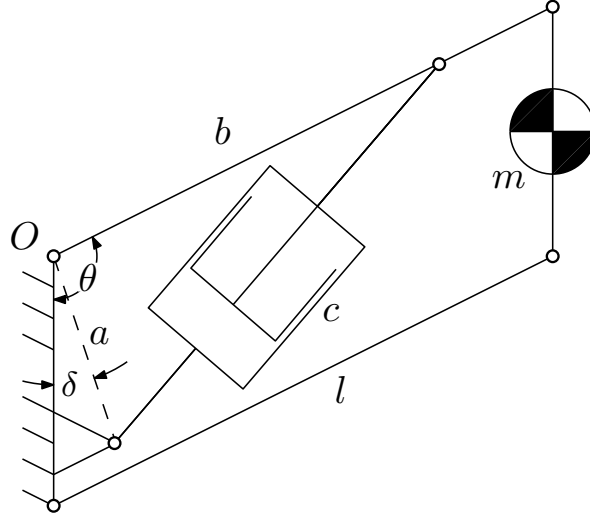


FIGURE 3.19 – Schéma du mécanisme d'équilibrage du bras déphasé d'un angle  $\delta$ .

$$\begin{aligned}\tau_{v_{max}} &= Fd_{max} = Fa \\ &= mgl.\end{aligned}\tag{3.11}$$

Ce couple correspond au couple généré par la gravité en  $\theta = \frac{\pi}{2}$ . Si l'on choisit  $\delta$  de manière à aligner le sommet des courbes à  $\theta = \frac{\pi}{2}$ , nous annulerons l'erreur d'équilibrage en cet endroit. Il suffit donc de trouver la position du couple maximal généré par le vérin pour savoir de quel angle déphaser le mécanisme. Pour trouver la position du sommet, on doit résoudre en  $\theta$  la dérivée de l'équation (3.5) posée égale à zéro. Le résultat nous donne quatre solutions dont une seule réelle positive, soit

$$\theta^1 = \arctan\left(\sqrt{-a^2 + b^2}, a\right).\tag{3.12}$$

La valeur,  $\delta^*$ , du paramètre  $\delta$  qui annule l'erreur en  $\frac{\pi}{2}$  est donc

$$\delta^* = \frac{\pi}{2} - \theta^1\tag{3.13}$$

$$= \arctan\left(a, \sqrt{-a^2 + b^2}\right).\tag{3.14}$$

Les graphes des figures 3.20 et 3.21 montrent les résultats d'un déplacement angulaire du mécanisme choisi à partir de l'équation (3.14). La première figure compare le couple généré par le vérin à celui généré par la charge pour différentes valeurs du ratio  $\frac{a}{b}$ . La seconde figure compare les erreurs relatives,  $E_r$ , définies par

$$E_r = \frac{\tau_v + \tau_g}{\tau_g}. \quad (3.15)$$

Si la norme de l'erreur relative est surunitaire, cela signifie que pour cette portion de la plage angulaire, le mécanisme d'équilibrage nuit. On constate que pour des valeurs de ratio  $\frac{a}{b} < 0,5$ , le mécanisme d'équilibrage demeure efficace pour au moins les deux tiers de sa course.

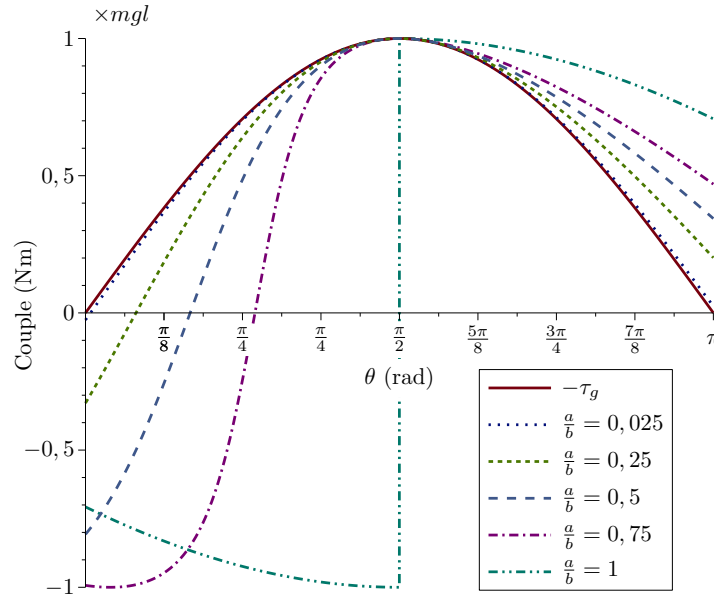


FIGURE 3.20 – Comparaison des couples d'équilibrage du mécanisme déphasé de manière à annuler l'erreur en  $\frac{\pi}{2}$  pour différentes valeurs de  $a/b$ .

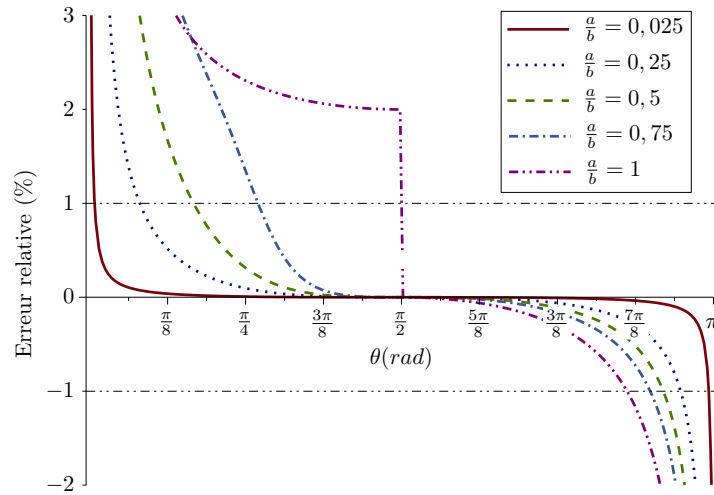


FIGURE 3.21 – Comparaison des erreurs relatives d'équilibrage du mécanisme déphasé de manière à annuler l'erreur en  $\frac{\pi}{2}$  pour différentes valeurs de  $a/b$ .

### Minimisation de l'erreur en $\theta = \frac{\pi}{3}$ et $\theta = \frac{2\pi}{3}$

Annuler l'erreur en  $\theta = \frac{\pi}{2}$  permet de réduire considérablement l'erreur d'équilibrage lorsque le mécanisme est près de l'horizontale. Par contre, l'erreur d'équilibrage s'en retrouve augmentée à chaque extrémité. Plutôt que d'annuler l'erreur en un seul point, une autre possibilité consiste à trouver la valeur du paramètre  $\delta$  qui minimise la moyenne de l'erreur en deux positions jugées représentatives. Un premier choix de position de référence est  $\frac{\pi}{3}$  et  $\frac{2\pi}{3}$ . Puisque ces positions sont au tiers et deux tiers de la plage angulaire, on considère que de minimiser l'erreur en ces positions devrait diminuer globalement l'erreur d'équilibrage. Puisque l'erreur peut être positive ou négative, nous minimiserons plutôt la somme des erreurs au carré. Le problème consiste donc à résoudre l'équation

$$\frac{d(e_1^2 + e_2^2)}{d\delta} = 0 \quad (3.16)$$

avec

$$e_1 = \tau_g \left( \frac{\pi}{3} \right) + \tau_v \left( \frac{\pi}{3} \right) \quad (3.17)$$

$$e_2 = \tau_g \left( \frac{2\pi}{3} \right) + \tau_v \left( \frac{2\pi}{3} \right). \quad (3.18)$$

La solution est difficile à trouver puisque l'expression obtenue est complexe. La figure 3.22 montre la somme des erreurs au carré d'équilibrage en  $\frac{\pi}{3}$  et  $\frac{2\pi}{3}$  en fonction du paramètre  $\delta$ , et ce pour différentes valeurs de  $\frac{a}{b}$ . On constate que pour chaque cas, il semble exister une valeur de  $\delta$  qui annule parfaitement la somme des erreurs au carré. Si tel est le cas, le problème se réduit alors à trouver la valeur de  $\delta$  qui annule l'erreur en  $\frac{\pi}{3}$ . Ce problème possède une solution réelle positive,  $\delta^{**}$ , soit

$$\delta^{**} = \arctan \left( \frac{3}{2}a + \frac{1}{2}\sqrt{-3a^2 + 4b^2}, \sqrt{3} \left( -\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}\sqrt{-3a^2 + 4b^2} \right) \right) - \frac{1}{6}\pi. \quad (3.19)$$

Les graphes des figures 3.23 et 3.24 montrent les résultats pour des valeurs de  $\delta$  telles que calculées par l'équation (3.19). Le premier graphe compare le couple généré par le vérin à celui généré par la charge pour différente valeur du ratio  $\frac{a}{b}$ . La seconde figure compare les erreurs relatives. Sans l'avoir démontré mathématiquement, il semble néanmoins possible d'éliminer parfaitement l'erreur d'équilibrage en  $\frac{\pi}{3}$  et  $\frac{2\pi}{3}$ . On constate également à l'aide des graphes que l'erreur est annulée en une troisième position, située entre  $\frac{\pi}{3}$  et  $\frac{2\pi}{3}$ .



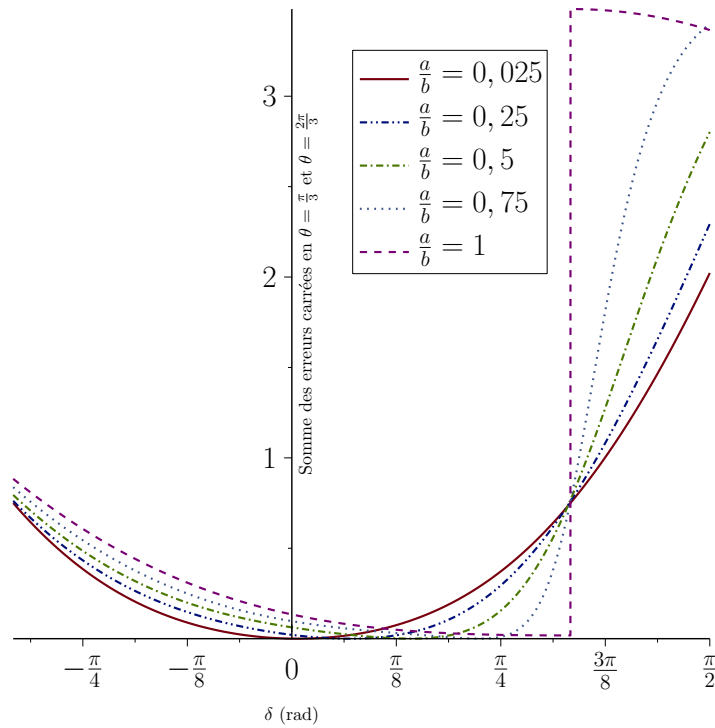


FIGURE 3.22 – Somme des erreurs carrées en  $\frac{\pi}{3}$  et  $\frac{2\pi}{3}$  en fonction de  $\delta$  pour différentes valeurs de  $\frac{a}{b}$ .

### Minimisation de l'erreur globale

Les solutions précédentes pour le déphasage du mécanisme nous ont permis d'annuler l'erreur en des positions jugées représentatives. Ces solutions sont simples, mais ne garantissent pas une diminution globale de l'erreur. Une autre approche consiste donc à chercher la valeur de  $\delta$  qui minimisera un critère d'erreur global. Le critère choisi est l'intégrale du carré de l'erreur à l'intérieur de la plage utile du mécanisme. Pour un mécanisme utilisable de  $\theta_1$  à  $\theta_2$ , le problème revient à trouver la solution à l'équation

$$\frac{d}{d\delta} \int_{\theta_1}^{\theta_2} (\tau_v + \tau_g)^2 d\theta = 0. \quad (3.20)$$

L'intégration du carré de l'erreur mène à des expressions très complexes. Nous ne sommes pas parvenus à trouver de solutions symboliques à ce problème. La figure 3.25 montre l'intégrale du carré de l'erreur de  $\frac{\pi}{6}$  à  $\frac{5\pi}{6}$  en fonction de  $\delta$  pour les valeurs  $a = 0,1$  et  $b = 0,4$ . Dans la plage observée des  $\delta$ , il n'y a qu'un seul minimum. Un tel problème se résout très bien par des méthodes numériques, la descente des gradients par exemple.

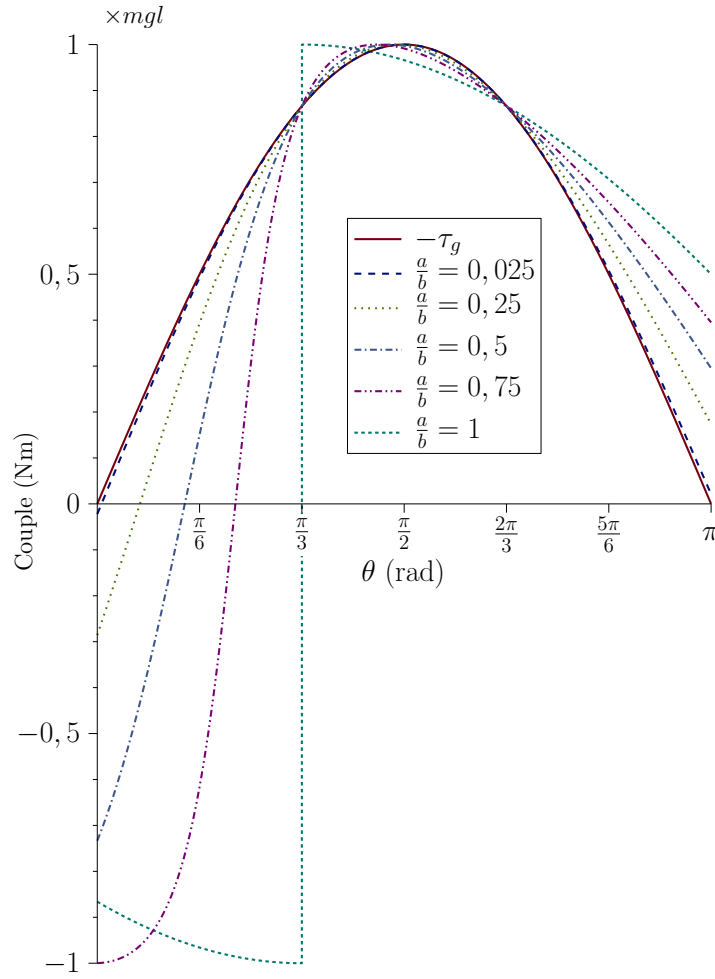


FIGURE 3.23 – Comparaison des moments générés par le vérin pour différentes valeurs de  $\frac{a}{b}$  avec  $\delta$  choisi pour annuler l'erreur en  $\frac{\pi}{3}$  et  $\frac{2\pi}{3}$ .

### 3.4.2 Correction des erreurs d'équilibrage par le banc d'équilibrage

Dans la section précédente, nous avons considéré que la force transmise par le vérin était constante et nous avons cherché à optimiser le mécanisme en conséquence. Une option consiste plutôt à faire varier la force sur le vérin du contrepoids de manière à générer le profil de force voulu. À partir de l'équation (3.7), nous savons que la force idéale d'équilibrage est linéaire en fonction de la longueur du vérin. Un premier mécanisme permettant d'obtenir un profil de force quasi linéaire est présenté à la figure 3.26.

La force de compression de la membrure  $B$  est donnée par

$$F_B = \frac{MgA \cos \theta}{D} \quad (3.21)$$

où  $D$  est le bras de levier de la force de compression de la membrure  $B$  par rapport au pivot

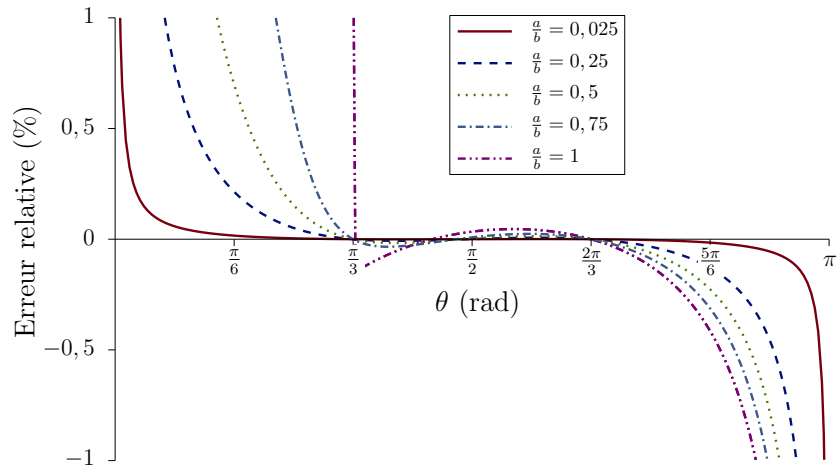


FIGURE 3.24 – Comparaison des erreurs relatives d'équilibrage pour différentes valeurs de  $\frac{a}{b}$  avec  $\delta$  choisi pour annuler l'erreur en  $\frac{\pi}{3}$  et  $\frac{2\pi}{3}$ .

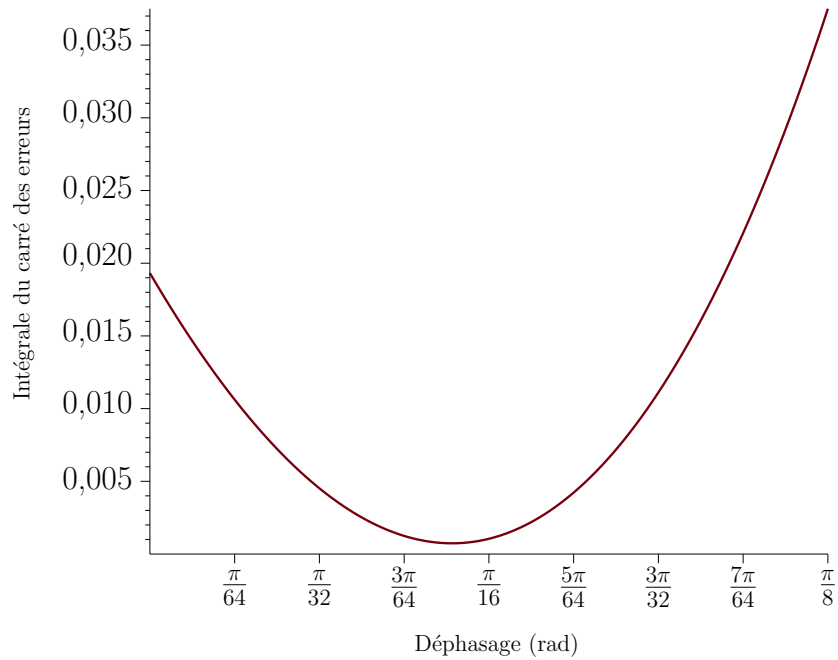


FIGURE 3.25 – Intégrale du carré de l'erreur de  $\frac{\pi}{6}$  à  $\frac{5\pi}{6}$  en fonction de  $\delta$ .

$O$  et se calcule avec

$$D = \frac{AC \sin \theta}{B} \quad (3.22)$$

La force selon  $C$  est alors

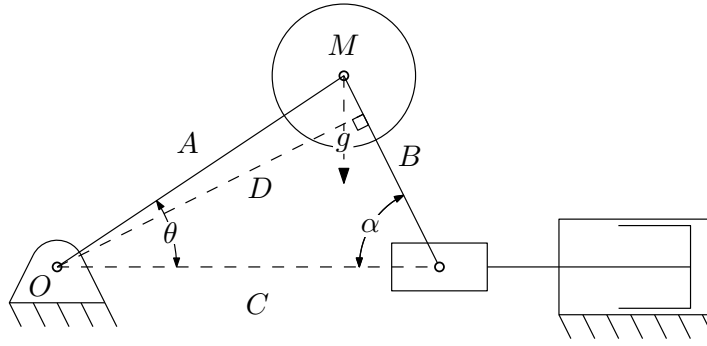


FIGURE 3.26 – Schéma d'un mécanisme de banc d'équilibrage partiel.

$$\begin{aligned}
 F_C &= F_B \cos \alpha \\
 &= \frac{MgAB \cos \theta \cos \alpha}{AC \sin \theta}.
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

Afin de simplifier le problème, nous allons fixer la longueur de la membrure  $B$  à la même longueur que la membrure  $A$ . La force selon le côté  $C$  peut alors se réécrire par

$$F_C = \frac{MgC}{2A\sqrt{4 - \frac{C^2}{A^2}}}. \tag{3.24}$$

Nous poserons finalement que la longueur du côté  $C$  est donnée par

$$C = C_0 + \Delta C \tag{3.25}$$

où  $C_0$  est la longueur  $C$  lorsque le vérin est à mi-course et  $\Delta C$  est la variation de longueur du vérin par rapport à sa position à mi-course. Le graphique de la figure 3.27 montre la variation de force sur le vérin du banc d'équilibrage en fonction de la longueur  $C$ . On constate que sur la plage  $C = [0, A]$ , la force appliquée par le contrepoids sur le vérin d'équilibrage peut être estimée par une droite. Nous avons estimé la valeur de la pente de cette droite par la valeur réelle de la pente en  $C = \frac{A}{2}$ , soit

$$\frac{dF_C}{dC} \left( \frac{A}{2} \right) = \frac{8\sqrt{60}}{225} \frac{Mg}{A}. \tag{3.26}$$

Si l'on pose un ratio  $R$  entre la surface du vérin du banc d'équilibrage et celle du vérin du bras, le problème consiste donc à trouver les valeurs de  $A$ ,  $M$  et  $C_0$  pour lesquelles la pression exercée sur le vérin du banc d'équilibrage sera le plus près possible de celle exercée sur le vérin du bras, soit

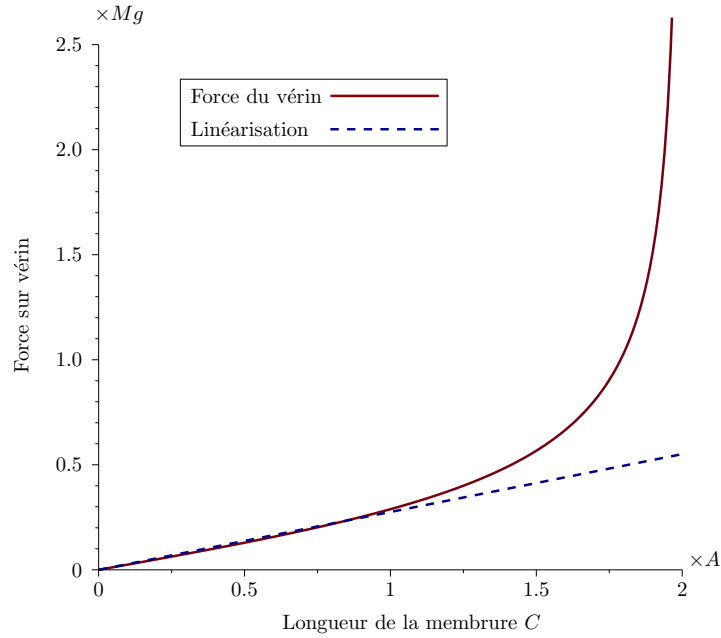


FIGURE 3.27 – Force sur le vérin du mécanisme d’équilibrage de la figure 3.26 en fonction de la longueur du côté  $C$ .

$$\frac{mgl(b + \Delta c)}{ab} = \frac{8\sqrt{60}R}{225} \frac{Mg}{A} \left( C_0 + \frac{1}{R} \Delta c \right) \quad (3.27)$$

où  $\Delta c$  est le déplacement du vérin du bras par rapport à sa position à mi-course. D’abord, si on désire demeurer au centre de la plage linéaire du mécanisme, on peut poser la contrainte

$$A = 4\Delta C \quad (3.28)$$

$$= \frac{4\Delta c}{R} \quad (3.29)$$

$$= \frac{8a}{R} \quad (3.30)$$

Nous pouvons ensuite calculer, pour  $C = \frac{A}{2}$ , le contreponds qui permet d’obtenir une variation de pression sur le vérin du banc d’équilibrage qui corresponde à la variation nécessaire au vérin du bras, soit

$$\frac{dF_C}{dC} \left( \frac{A}{2} \right) = R \frac{dF_c}{dc} \quad (3.31)$$

$$= \frac{Rmgl}{ab} \quad (3.32)$$

et nous trouvons

$$M = \frac{15\sqrt{15}Rml}{2b} \quad (3.33)$$

Il ne reste plus qu'à trouver la valeur de  $C_0$ . Pour ce faire, nous allons calculer la valeur de  $C_0$  qui permet un équilibrage parfait en  $C = C_0$ , c'est-à-dire que

$$F_C(C_0) = \frac{Rmgl}{a}. \quad (3.34)$$

On trouve

$$C_0 = \frac{4RmlA}{\sqrt{4l^2m^2R^2 + M^2a^2}}. \quad (3.35)$$

Nous avons maintenant les relations qui nous permettent de calculer chacun des paramètres du banc d'équilibrage de la figure 3.26. Pour vérifier nos équations, nous avons calculé les paramètres du banc d'équilibrage pour les données de bras suivantes :

$m$	50 kg
$a$	0,1 m
$b$	0,4 m
$l$	0,4 m
$R$	2

Nous avons obtenu les paramètres de banc d'équilibrage suivants :

$A$	0,4 m
$M$	2904 kg
$C_0$	0,212 m

La figure 3.28 compare la force générée par le banc d'équilibrage à celle générée par la charge sur le vérin du bras. On constate que la force d'équilibrage est presque parfaitement générée par le banc d'équilibrage. Cependant, la masse du contrepoids est très grande. Dans notre exemple, le contrepoids serait en fait de 2904 kg, ce qui n'est pas réaliste. Pour diminuer la masse du contrepoids, il faudrait travailler dans une plage moins linéaire de notre mécanisme.

Puisque le mécanisme de banc d'équilibrage précédent n'est pas réaliste en raison de la très grande masse de contrepoids qu'il nécessite, nous avons cherché une autre solution. Elle nous vient en partie de la solution retenue pour l'équilibrage de l'avant-bras. Le mécanisme utilise un chariot et des membrures en tension de chaque côté d'un vérin pour inverser son déplacement et obtenir un vérin en tension en quelque sorte. Avec un tel mécanisme, nous pouvons maintenant construire le banc d'équilibrage schématisé à la figure 3.29.

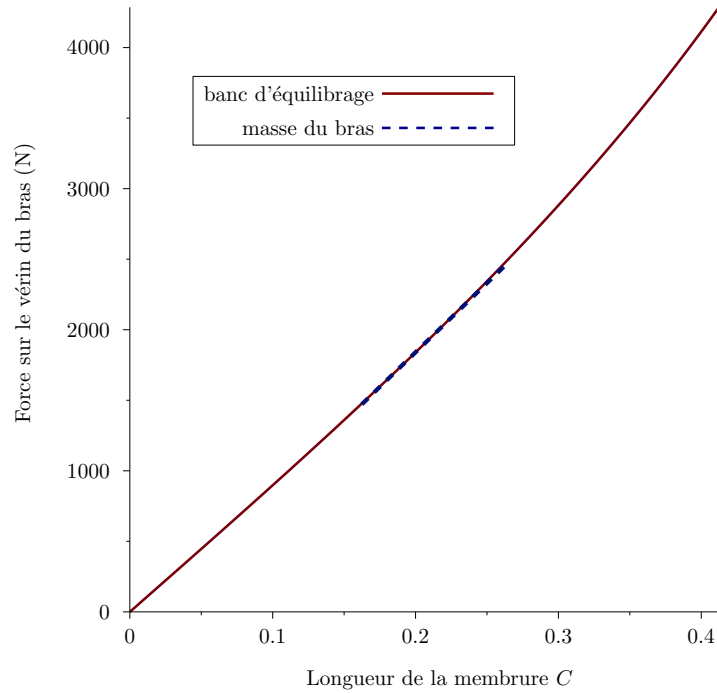


FIGURE 3.28 – Comparaison de la force générée par le banc d'équilibrage et de la force générée par la charge sur le vérin du bras, le tout en fonction de la position du vérin du banc d'équilibrage.

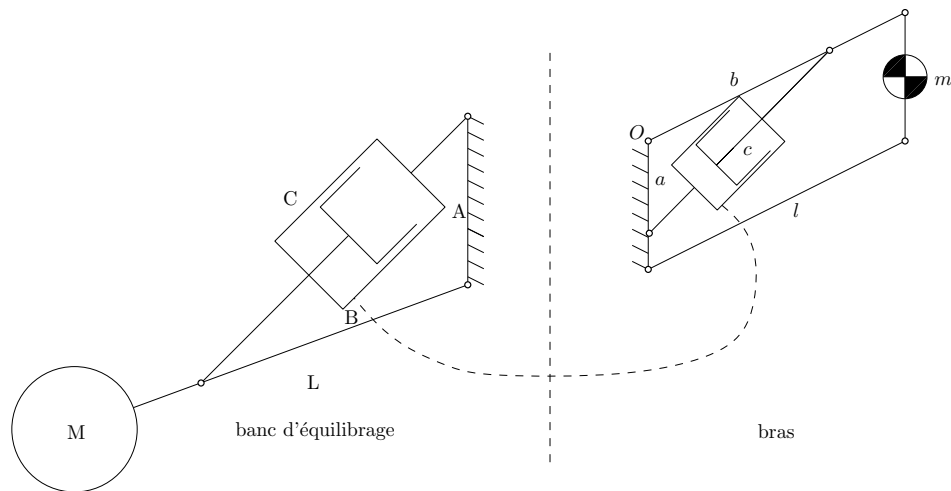


FIGURE 3.29 – Schéma d'équilibrage du bras avec mécanisme en tension.

Ce schéma d'équilibrage est analogue à celui de l'équilibrage d'un pendule avec un ressort (Gosselin et Wang 1998). On connaît donc déjà la force dans le vérin du banc d'équilibrage, soit

$$F_C = \frac{MgLC}{AB} \quad (3.36)$$

et nous rappelons que la force dans le vérin du bras est donnée par

$$F_c = \frac{mglc}{ab}. \quad (3.37)$$

Lors de la conception du banc d'équilibrage, on a un choix discret de dimension de vérin provenant des catalogues des fournisseurs. En choisissant le vérin du contrepoids, on connaît  $R$ , le ratio des surfaces efficaces entre le vérin du contrepoids et celui du bras. Un ratio  $R$  implique que

$$\Delta C = \frac{\Delta c}{R} \quad (3.38)$$

où  $\Delta c$  et  $\Delta C$  sont respectivement les déplacements des vérins du bras et du banc d'équilibrage. Afin que la pression soit la même dans les deux vérins, le ratio  $R$  implique également que

$$F_C = RF_c. \quad (3.39)$$

Pour un déplacement du vérin du bras  $\Delta c$ , la variation de force du vérin du banc d'équilibrage devra donc être  $R$  fois plus grande que celle du vérin du bras, et ce pour un déplacement  $R$  fois plus petit. On peut exprimer cela par

$$\frac{dF_C}{dC} = R^2 \frac{dF_c}{dc} \quad (3.40)$$

et on obtient l'équation

$$\frac{MgL}{AB} = \frac{R^2 mgl}{ab}. \quad (3.41)$$

L'équation (3.41) nous permet de choisir les paramètres de conception du banc d'équilibrage qui permettent de générer la bonne variation de force en fonction du déplacement des vérins. Pour que les niveaux de forces correspondent bien, il faut maintenant calculer  $C_0$ , soit la longueur initiale du vérin du banc d'équilibrage qui corresponde à  $c_0$ , la longueur initiale du vérin du bras. À partir des équations (3.36), (3.37) et (3.39), nous avons

$$\frac{MgLC_0}{AB} = \frac{Rmglc_0}{ab}. \quad (3.42)$$

En remplaçant  $\frac{MgL}{AB}$  par le terme de droite de l'équation (3.41) et en isolant  $C_0$ , nous obtenons

$$C_0 = \frac{c_0}{R}. \quad (3.43)$$



Si l'on prend la position milieu du vérin du bras comme longueur initiale pour  $c_0$ , nous avons

$$c_0 = b \quad (3.44)$$

et

$$C_0 = \frac{b}{R}. \quad (3.45)$$

Ces paramètres permettent donc, en théorie, de concevoir un mécanisme qui équilibre parfaitement le mécanisme du bras. Ce mécanisme permet également de s'ajuster à une variation de la charge sur le bras. Si la masse  $m$  augmente par exemple, la relation de l'équation (3.41) peut être maintenue en déplaçant la masse  $M$ , c'est-à-dire en faisant varier la longueur  $L$ . La relation de l'équation (3.45) n'est quant à elle pas affectée par une variation de la charge.

### 3.4.3 Équations de fermeture

Les interférences mécaniques limitent l'amplitude du mécanisme à  $\theta \in [\theta_{min}, \theta_{max}]$ . Nous devons donc choisir les points d'attache  $a$  et  $b$  du vérin afin de satisfaire ce déplacement angulaire tout en maximisant l'utilisation de la course du vérin. À partir des longueurs minimale et maximale du vérin, nous pouvons écrire deux équations qui satisfont les contraintes géométriques, soit

$$c_{min}^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta_{min} \quad (3.46)$$

$$c_{max}^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta_{max} \quad (3.47)$$

où  $c_{min}$  et  $c_{max}$  sont les longueurs minimale et maximale du vérin. En posant  $a < b$ , nous trouvons la valeur des paramètres  $a$  et  $b$  à partir des équations (3.46) et (3.47), c'est-à-dire

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{A - \Delta}, \quad b = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{A + \Delta} \quad (3.48)$$

avec

$$\Delta = \sqrt{A^2 - 4B} \quad (3.49)$$

$$A = 2K \cos \theta_{max} - c_{max}^2 \quad (3.50)$$

$$B = K^2 \quad (3.51)$$

$$K = \frac{c_{max}^2 - c_{min}^2}{2(\cos \theta_{min} - \cos \theta_{max})}. \quad (3.52)$$

Nous avons donc des équations pour calculer la position des points d'attache du vérin du bras connaissant les longueurs minimale et maximale du vérin ainsi que la plage angulaire du mécanisme.

### 3.4.4 Intégration mécanique

Les équations d'équilibrage présentées à la section précédente ne garantissent pas à elles seules une bonne conception mécanique. Avant de baser l'équilibrage du bras sur les cylindres à membrane, nous avons construit un banc d'essai afin d'étudier le comportement du mécanisme. La figure 3.30 montre le premier prototype réalisé.

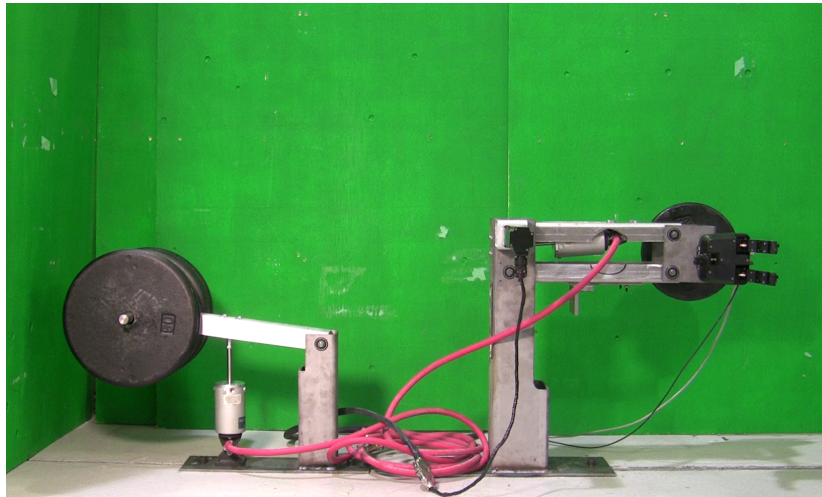


FIGURE 3.30 – Banc d'essai pour la validation du concept d'équilibrage par vérin à membrane.

Ce prototype utilise deux vérins *US – 6 – L* de la compagnie *ControlAir inc.*. La base du vérin est supportée par un pivot simple métal sur métal et l'extrémité de la tige est munie d'une rotule. Lors des essais, nous avons d'abord constaté une importante friction visqueuse provenant du déplacement de fluide. Les vérins à membranes sont généralement conçus pour des systèmes pneumatiques. Le diamètre de l'entrée du cylindre est donc trop petit pour permettre un déplacement efficace du mécanisme. Outre le problème de fluide, nous avons rapidement constaté une détérioration du roulement linéaire du vérin du parallélogramme. La figure 3.31 montre les marques laissées par les billes du roulement sur la tige du vérin.

Cette détérioration est due à la transmission d'un couple au cylindre. Ce couple peut provenir de la friction du pivot de la base du vérin ou bien de son désalignement. La figure 3.32 montre comment la transmission d'un couple de flexion au vérin affecte le roulement linéaire de la tige. Puisque la longueur du roulement linéaire est faible, la transmission d'un couple produit des forces de réaction élevées sur les billes. Une fois que la surface de roulement des billes est abîmée, les efforts sur les billes augmentent et le roulement linéaire est rapidement détruit.

Le premier banc d'essai n'étant pas concluant, nous lui avons apporté des modifications.

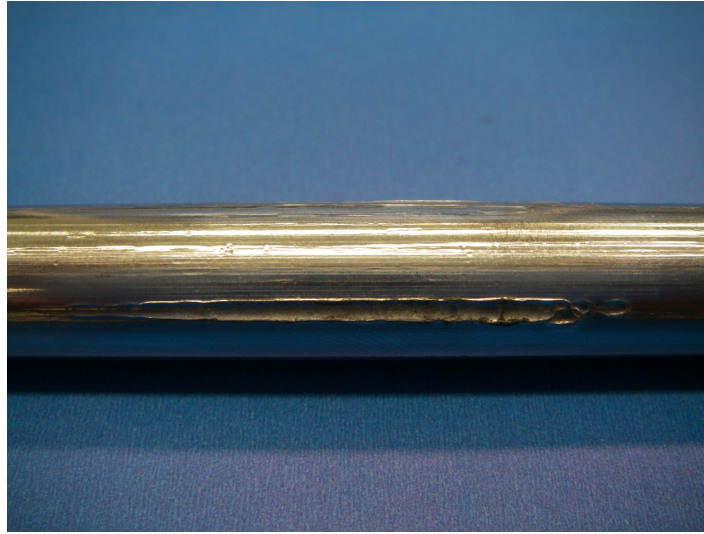


FIGURE 3.31 – Marques laissées sur la tige par le roulement à billes linéaire du vérin lors du premier essai.

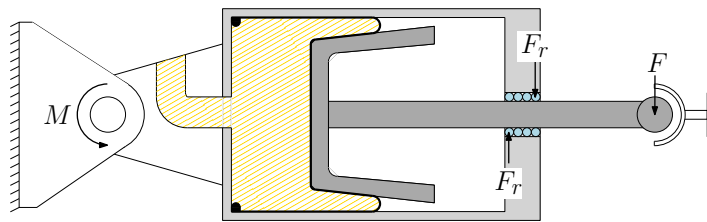


FIGURE 3.32 – Forces de réaction sur le roulement linéaire de la tige dues à la transmission d'un couple au vérin.

D'abord, le pivot à la base du cylindre a été remplacé par une rotule en plastique. Les rotules empêchent la transmission de couple de flexion dû au désalignement et la friction ne devrait pas générer de couples excessifs. D'autre part, nous avons usiné les conduites d'entrée afin de maximiser leur diamètre et ainsi réduire au minimum les pertes par friction visqueuse. À la suite de ces modifications, le banc d'essai s'est très bien comporté. Aucune détérioration de la tige n'a été constatée et le niveau de friction apparent a considérablement diminué. De plus, la friction visqueuse causée par la restriction de la tuyauterie sur le fluide a été réduite à un niveau plus qu'acceptable.

Il demeure un problème à résoudre. La masse estimée des membrures fixées au bras est de 50 kg et le déplacement vertical est de 0,7 m, ce qui correspond à environ 350 J d'énergie potentielle. Afin de conserver une marge de manœuvre pour l'actionnement du bras et la longévité de la membrane, nous viserons une pression maximale au repos d'environ 500 kPa, soit la moitié de la pression maximale d'opération. Avec 7742 mm<sup>2</sup> de surface efficace et 91,4 mm de course, le vérin *US-12-L* est le plus petit des vérins de chez *Controlair* qui puisse emmagasiner 350 J à 500 kPa. Malheureusement, les cylindres de cette dimension sont en acier plutôt qu'en aluminium ce

qui les rend très lourds. Leur diamètre extérieur pose également problème. Puisque les vérins des autres fournisseurs sont en tout point semblables à ceux de *Controlair*, nous avons opté pour la conception d'un cylindre sur mesure à partir d'une membrane commerciale.

La figure 3.33 montre une vue de section du vérin à membrane conçu pour répondre à nos besoins. La principale particularité de ce vérin est d'utiliser la partie inférieure de la course de la membrane en plus de la partie supérieure. Les vérins commerciaux n'utilisent généralement que la partie supérieure de la course afin d'augmenter la longévité de la membrane. En doublant la course, nous avons pu réduire le diamètre du vérin tout en augmentant l'énergie potentielle emmagasinable. Notre vérin possède donc une surface efficace de  $5665 \text{ mm}^2$  pour 150 mm de course, ce qui correspond à environ 420 J d'énergie potentielle. En plus d'une course doublée, ce vérin possède un roulement linéaire plus long pour mieux guider la tige, des rotules à chaque extrémité ainsi qu'une entrée d'alimentation surdimensionnée afin de réduire le plus possible les pertes de charge du fluide.

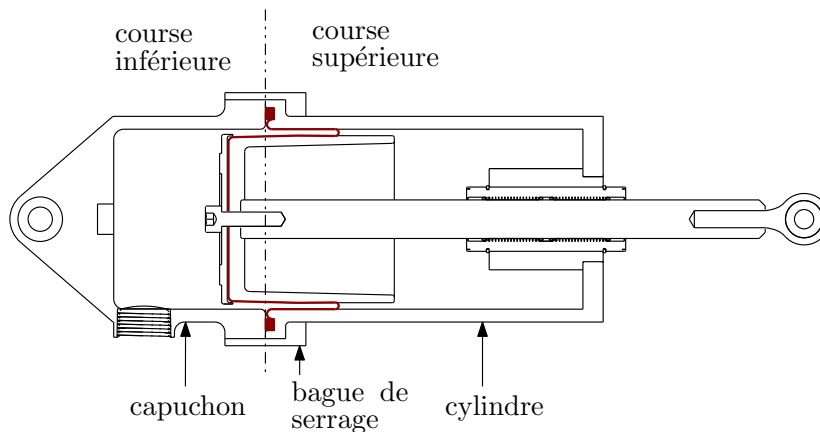


FIGURE 3.33 – Schéma du vérin double course conçu spécifiquement pour le bras.

### 3.5 Équilibrage de l'avant-bras

Bien que la configuration du bras soit simple et efficace, elle a l'inconvénient que le vérin encombre la quasi-totalité de l'espace à l'intérieur du parallélogramme. Dans le cas de l'avant-bras, les membrures doivent contenir, en plus d'un cylindre, le moteur du poignet ainsi que les contrôleurs des moteurs du coude et du poignet. Il a donc fallu trouver une autre manière d'assembler le cylindre afin qu'il occupe moins d'espace. La figure 3.34 présente la configuration utilisée pour l'avant-bras. Le vérin est aligné avec la membrure du bas. Le vérin pousse un chariot qui glisse sur un rail. Une membrure en tension relie le chariot à la base du parallélogramme.

L'équation (3.2) nous donne déjà la force  $F$  du vérin qui permet de compenser la variation d'énergie potentielle du mécanisme entre les positions minimale et maximale. Nous allons

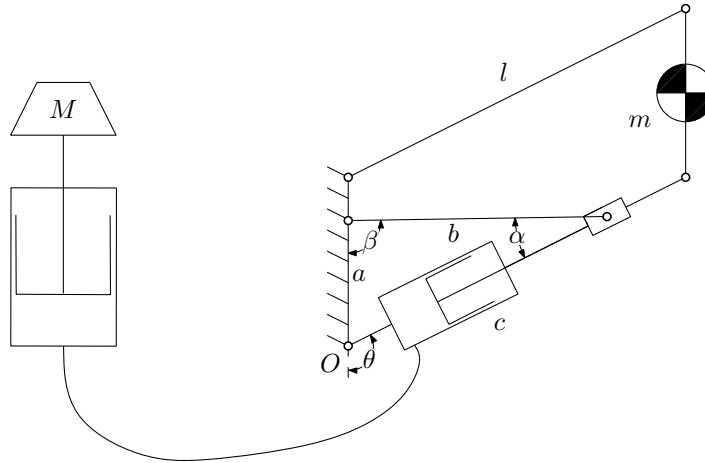


FIGURE 3.34 – Schéma du mécanisme d'équilibrage de base de l'avant-bras.

maintenant calculer le couple généré par le vérin en fonction de  $\theta$ . Pour que le mécanisme soit à l'équilibre, la composante parallèle au cylindre de la tension dans la membrure de longueur  $b$  doit être égale à la force du cylindre. On calcule  $F_b$ , la tension dans la membrure de longueur  $b$ , par

$$F_b = \frac{F}{\cos \alpha}. \quad (3.53)$$

Avec la loi des cosinus, on trouve

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}. \quad (3.54)$$

La longueur  $c$  se calcule par

$$\begin{aligned} c &= a \cos(\pi - \theta) + b \cos \alpha \\ &= \sqrt{b^2 - a^2 \sin^2 \theta} - a \cos \theta. \end{aligned} \quad (3.55)$$

La force de tension dans la membrure de longueur  $b$  exerce un couple au point  $O$  par le bras de levier  $d$ , qui est la distance minimale entre le point  $O$  et la droite formée par la membrure  $b$  et correspond à

$$d = a \sin \beta = \frac{ac \sin \theta}{b}. \quad (3.56)$$

Le couple exercé par le vérin au point  $O$  est donc

$$\tau_v = F_b d = \frac{2c^2 mgl \sin \theta}{b^2 + c^2 - a^2}. \quad (3.57)$$

En remplaçant  $c$  par le terme de droite de l'équation (3.55), on obtient l'équation du couple généré par le vérin en fonction de  $\theta$ , soit

$$\tau_v = \frac{2mgl \left( \sqrt{b^2 - a^2 \sin^2 \theta} - a \cos \theta \right)^2 \sin \theta}{\left( \sqrt{b^2 - a^2 \sin^2 \theta} - a \cos \theta \right)^2 + b^2 - a^2}. \quad (3.58)$$

À partir de l'équation (3.57), on peut déduire que le mécanisme sera à l'équilibre en  $\theta = \frac{\pi}{2}$ . En effet, dans cette configuration, le triangle d'équilibrage formé des membrures  $abc$  est rectangle et on peut remplacer  $b^2 - a^2$  par  $c^2$ . On obtient alors que

$$\tau_v \left( \frac{\pi}{2} \right) + \tau_g \left( \frac{\pi}{2} \right) = 0. \quad (3.59)$$

On peut également en déduire que le mécanisme sera bien équilibré sur toute sa plage si  $a$  est suffisamment petit. En effet, si on pose le cas extrême où  $a = 0$ , on obtient  $c = b$ . L'équation (3.57) se simplifie alors à

$$\tau_v = mgl \sin \theta, \quad (3.60)$$

ce qui correspond au couple généré par la charge. Le graphique de la figure 3.35 montre une comparaison entre le couple généré par la masse et celui généré par le cylindre pour différentes valeurs de  $\frac{a}{b}$ . Le graphique de la figure 3.36 montre quant à lui les erreurs d'équilibrage en fonction de  $\theta$  pour ces mêmes valeurs de  $\frac{a}{b}$ . On constate que pour la plus faible valeur de  $\frac{a}{b}$ , le mécanisme est pratiquement parfaitement équilibré. Les graphiques nous montrent également le point d'équilibre en  $\theta = \frac{\pi}{2}$ .

### 3.5.1 Correction des erreurs d'équilibrage

Tout comme pour le mécanisme du bras, il est possible d'améliorer considérablement la qualité de l'équilibrage en modifiant légèrement le mécanisme.

#### Déphasage du mécanisme

Pour de faibles valeurs de  $\frac{a}{b}$ , on peut améliorer l'équilibrage en déphasant le mécanisme de la même manière que pour le mécanisme du bras. La figure 3.37 montre le mécanisme modifié. Tout comme pour le mécanisme du bras, nous allons calculer la valeur du déphasage qui permettrait d'aligner le maximum du couple généré par le vérin avec le maximum du couple

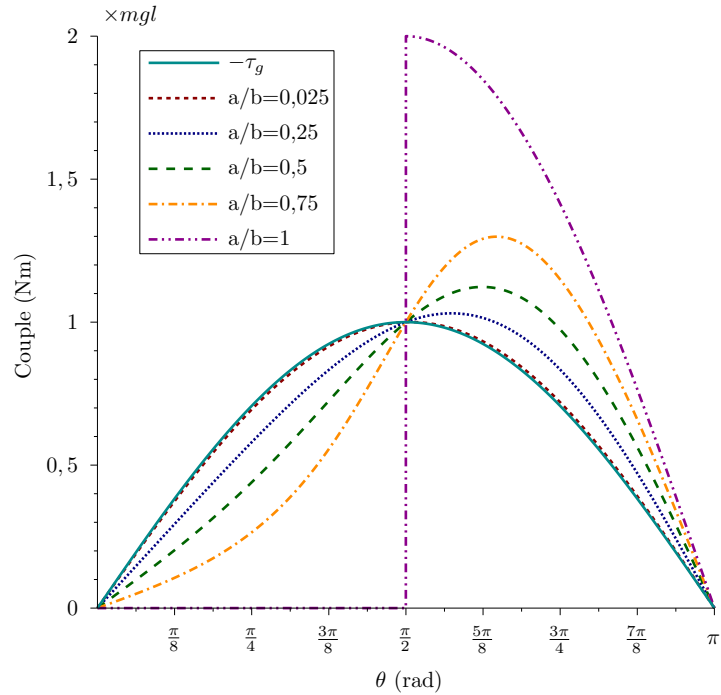


FIGURE 3.35 – Comparaison des couples générés par le cylindre pour différentes valeurs de  $\frac{a}{b}$ .

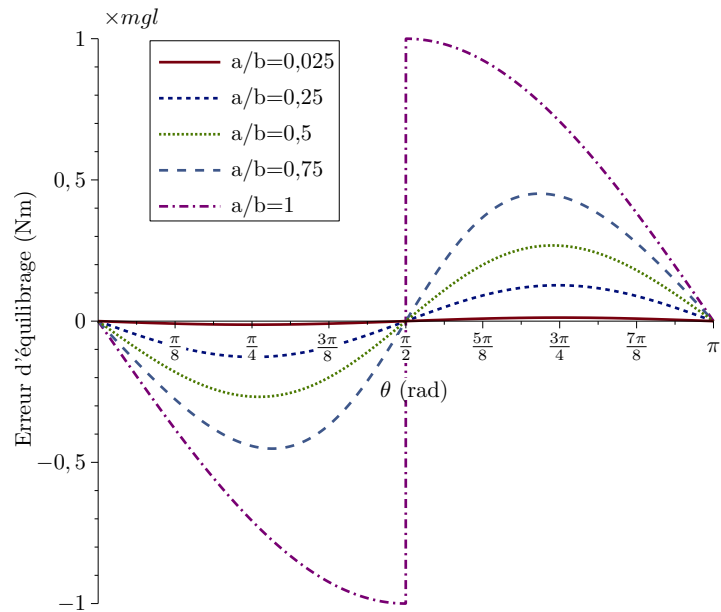


FIGURE 3.36 – Comparaison des erreurs d'équilibrage pour différentes valeurs de  $\frac{a}{b}$ .

généralisé par la charge. Nous allons d'abord résoudre notre problème par rapport à la longueur  $c$ . Nous calculerons ensuite  $\theta$  à partir de la valeur de  $c$  trouvée. Le couple généré par le vérin lorsque  $\delta = 0$  exprimé en fonction de la longueur  $c$  est donnée par

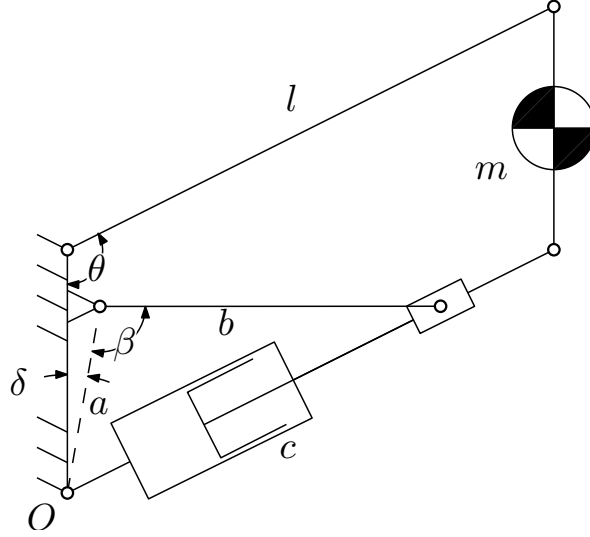


FIGURE 3.37 – Schéma du mécanisme d'équilibrage de l'avant-bras déphasé d'un angle  $\delta$ .

$$\tau_v = \frac{mglbc\sqrt{4 - \frac{(a^2 - c^2 + b^2)^2}{a^2b^2}}}{-a^2 + c^2 + b^2} \quad (3.61)$$

et on cherche à résoudre

$$\frac{d\tau_v}{dc} = 0. \quad (3.62)$$

En dérivant l'équation (3.61) par rapport à  $c$  et en ne conservant que le numérateur on obtient un polynôme de la forme

$$p = p_0 + p_1z + p_2z^2 + p_3z^3, \quad (3.63)$$

avec

$$z = c^2 \quad (3.64)$$

et

$$p_0 = a^6 - 3b^2a^4 + 3b^4a^2 - b^6 \quad (3.65)$$

$$p_1 = -3a^4 - 2a^2b^2 + 5b^4 \quad (3.66)$$

$$p_2 = -3b^2 + 3a^2 \quad (3.67)$$

$$p_3 = -1. \quad (3.68)$$



En vérifiant la valeur de chacune des racines de ce polynôme, on en trouve une seule,  $z_{\tau_{max}}$ , qui soit réelle et dans l'intervalle  $[(b-a)^2, (b+a)^2]$ , soit

$$z_{\tau_{max}} = \frac{1}{3}w + \frac{8(b^4 - a^2b^2)}{w} + a^2 - b^2 \quad (3.69)$$

avec

$$w = \sqrt[3]{-108b^6 + 216b^4a^2 - 108a^4b^2 + 12\sqrt{-15b^{12} - 36^{10}a^2 + 198b^8a^4 - 228a^6b^6 + 81a^8b^4}}. \quad (3.70)$$

On trouve finalement la longueur  $c_{\tau_{max}}$  du vérin pour laquelle le mécanisme génère son couple maximal, soit

$$c_{\tau_{max}} = \sqrt{z_{\tau_{max}}}. \quad (3.71)$$

En connaissant la valeur de  $c$  pour laquelle le couple maximal est généré, on peut calculer l'angle  $\theta_{\tau_{max}}$  correspondant avec

$$\theta_{\tau_{max}} = \arccos\left(\frac{b^2 - a^2 - c_{\tau_{max}}^2}{2ac_{\tau_{max}}}\right). \quad (3.72)$$

La valeur  $\delta^*$  du déphasage qui permet de déplacer le sommet du couple généré par le cylindre en  $\theta = \frac{\pi}{2}$  est alors

$$\delta^* = \arccos\left(\frac{b^2 - a^2 - c_{\tau_{max}}^2}{2ac_{\tau_{max}}}\right) - \frac{\pi}{2}. \quad (3.73)$$

Le graphique de la figure 3.38 présente les couples générés par le cylindre en fonction de l'angle  $\theta$  pour différentes valeurs de  $\frac{a}{b}$  et des valeurs de  $\delta$  telles que calculées par l'équation (3.73). Le graphique de la figure 3.39 présente quant à lui les erreurs d'équilibrage. Pour de faibles valeurs de  $\frac{a}{b}$ , la technique permet de réduire l'erreur d'équilibrage moyen pour une bonne plage de déplacement.

On peut ajuster la force du vérin de manière à retrouver l'équilibre en  $\theta = \frac{\pi}{2}$ . En insérant la valeur de  $c_{\tau_{max}}$  dans l'équation (3.61) du couple en fonction de  $c$ , on trouve la valeur du couple maximal, soit

$$\tau_{v_{max}} = \frac{mgl}{3} \frac{b\sqrt{9(v - b^2 + a^2)}\sqrt{4 - \frac{(2b^2 - v)^2}{a^2b^2}}}{v} \quad (3.74)$$

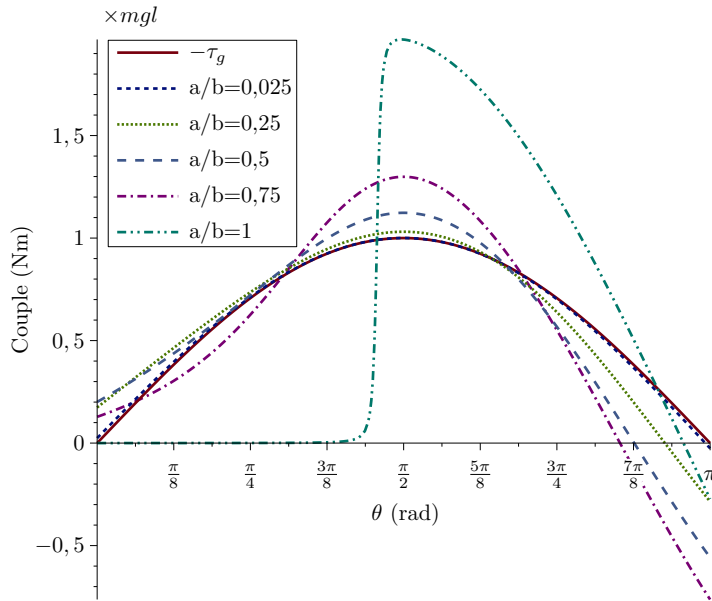


FIGURE 3.38 – Comparaison entre le couple généré par la charge et celui généré par le cylindre une fois le mécanisme déphasé pour faire correspondre la position des sommets.

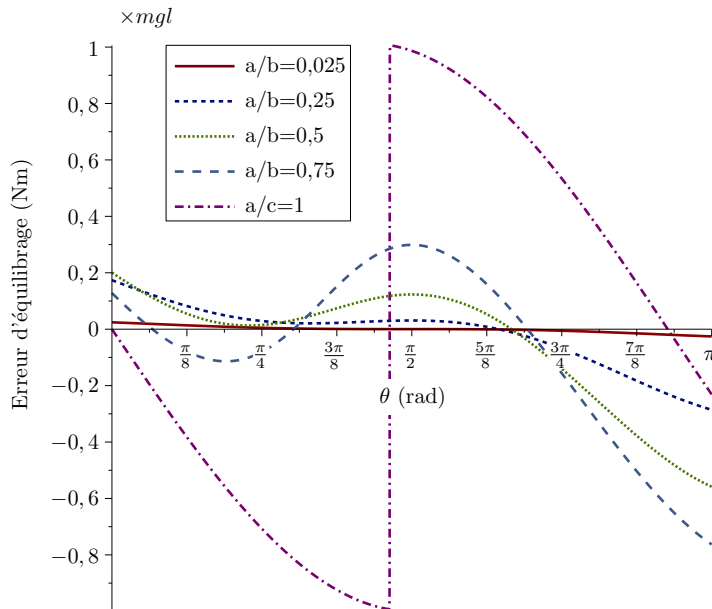


FIGURE 3.39 – Erreurs d'équilibrage de l'avant-bras pour un déphasage calculé de manière à obtenir le couple maximal en  $\theta = \frac{\pi}{2}$ .

avec

$$v = \frac{1}{3}w - \frac{8(a^2b^2 - b^4)}{w} \quad (3.75)$$

et  $w$  tel que défini à l'équation (3.70). On peut maintenant calculer la force  $F'$  du cylindre qui

annulera l'erreur d'équilibrage en  $\theta = \frac{\pi}{2}$  avec

$$F' = F \frac{mgl}{\tau_{v_{max}}} \quad (3.76)$$

Le graphique de la figure 3.40 compare les couples générés par le vérin en fonction de  $\theta$  pour différentes valeurs de  $\frac{a}{b}$ , et ce pour un déphasage et une force tels qu'obtenus par les équations (3.73) et (3.76) respectivement. Le graphique de la figure 3.41 présente les erreurs d'équilibrage correspondantes. On constate sur les graphiques que ces nouvelles valeurs de force et déphasage améliorent localement l'équilibrage sans le détériorer globalement.

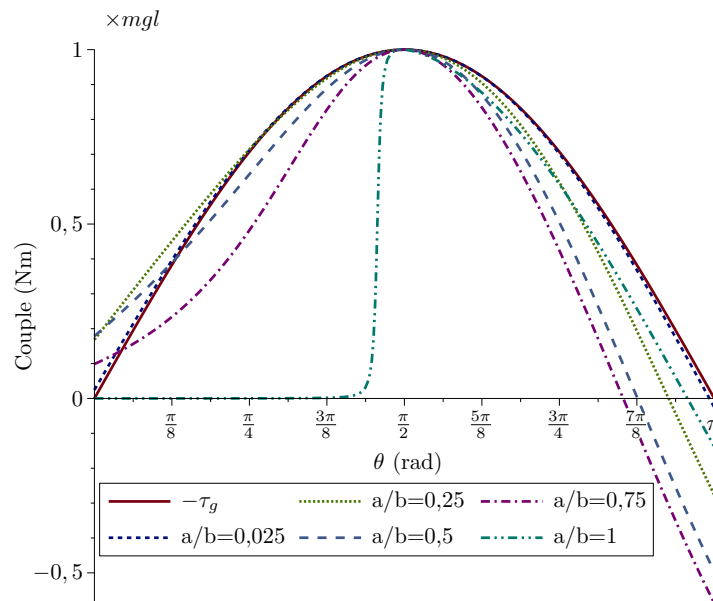


FIGURE 3.40 – Comparaison entre le couple généré par la charge et celui généré par le cylindre avec une force de vérin et un déphasage calculés de manière à annuler l'erreur en  $\theta = \frac{\pi}{2}$ .

### Insertion d'un ressort

On constate à partir de la figure 3.35 que l'équilibrage de l'avant-bras serait meilleur si la force transmise par le vérin était initialement plus grande et diminuait avec l'allongement du vérin. En augmentant le contrepoids, on peut facilement augmenter la force initiale du cylindre. Pour faire diminuer la force du cylindre avec son élongation, il suffit d'ajouter un ressort dans le cylindre de l'avant-bras par exemple. La figure 3.42 montre le mécanisme de l'avant-bras ainsi modifié.

Le graphique de la figure 3.43 montre la force idéale du vérin en fonction de sa longueur pour différentes valeurs de  $\frac{a}{b}$ . La ligne horizontale correspond à la force sans ajout de ressort. On remarque que les courbes se rapprochent d'une droite au fur et à mesure que le ratio  $\frac{a}{b}$  diminue. Pour de faibles valeurs du ratio  $\frac{a}{b}$ , le profil de force linéaire obtenue par l'ajout d'un ressort

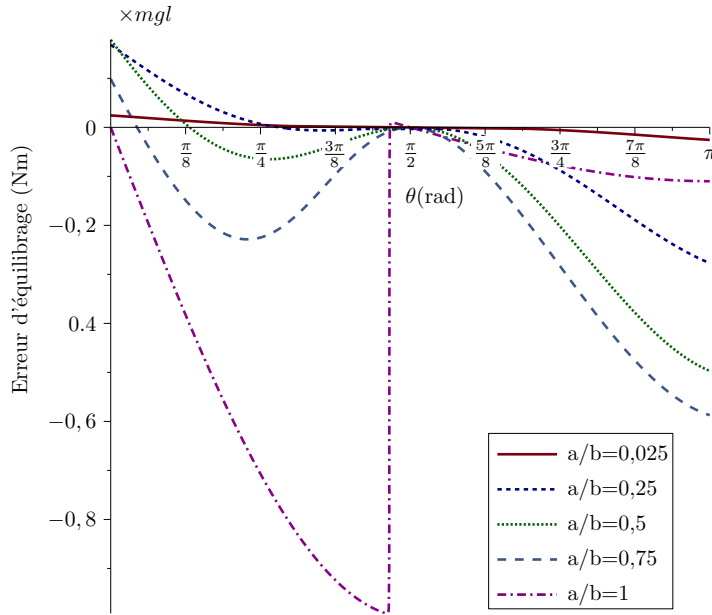


FIGURE 3.41 – Erreurs d'équilibrage de l'avant-bras pour une force et un déphasage calculé de manière à annuler l'erreur en  $\theta = \frac{\pi}{2}$ .

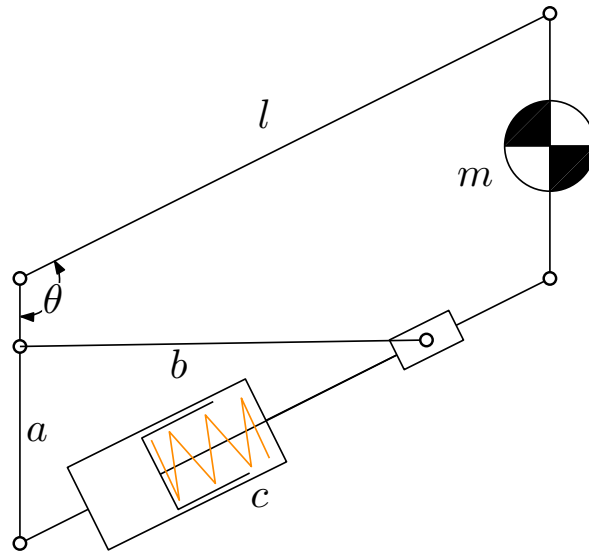


FIGURE 3.42 – Schéma du mécanisme d'équilibrage de l'avant-bras modifié par l'ajout d'un ressort dans le cylindre.

devrait donc permettre de corriger efficacement l'erreur d'équilibrage. La force  $F_k$  du vérin en fonction de sa rétraction  $\Delta c$  est donnée par

$$F_k = F_0 - k\Delta c \quad (3.77)$$

où  $F_0$  est la force du vérin lorsque le ressort est au repos et  $k$  est la constante de raideur du

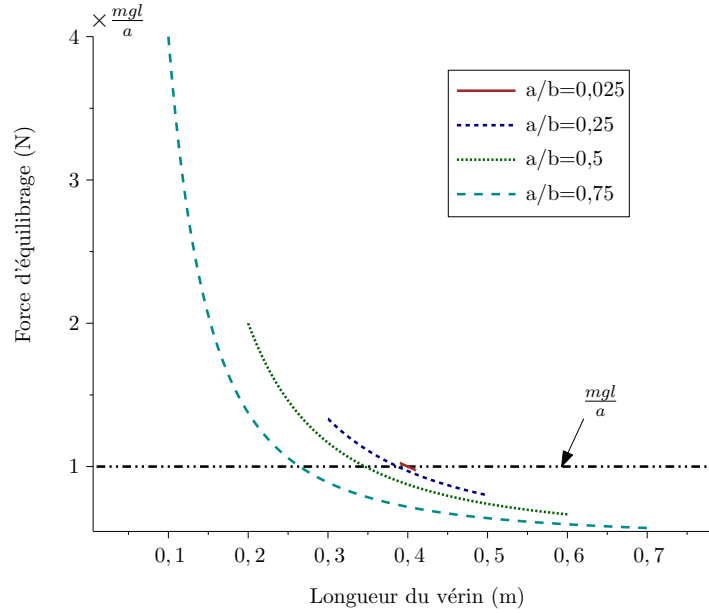


FIGURE 3.43 – Force idéale d'équilibrage en fonction de la longueur du vérin pour différentes valeurs de  $\frac{a}{b}$  et  $b = 0.4$ .

ressort. D'abord, nous calculons la raideur  $k$  qui permet de générer un profil de force reliant les deux extrémités des courbes, c'est-à-dire que

$$k = \frac{F_i - F_f}{2a} \quad (3.78)$$

où  $F_i$  et  $F_f$  sont les forces idéales que le vérin doit transmettre pour équilibrer le mécanisme lorsque la longueur du vérin est respectivement de  $b - a$  et  $b + a$ . La force dans la membrure  $b$  est donnée par

$$F_b = \frac{mglc}{ab}. \quad (3.79)$$

La force appliquée sur le vérin est donc

$$F_c = F_b \cos \alpha \quad (3.80)$$

$$= \frac{mgl}{2a} \left( 1 - \frac{a^2 - b^2}{c^2} \right). \quad (3.81)$$

Pour  $c = b - a$  et  $c = b + a$ , on trouve respectivement

$$F_i = \frac{mgl}{a} \left( \frac{b}{b - a} \right) \quad (3.82)$$

et

$$F_f = \frac{mgl}{a} \left( \frac{b}{b+a} \right) \quad (3.83)$$

En remplaçant  $F_i$  et  $F_f$  dans l'équation (3.78), on trouve

$$k = \frac{mgl}{a} \left( \frac{b}{b^2 - a^2} \right). \quad (3.84)$$

Nous allons maintenant choisir la force initiale  $F_0$  de sorte que le système sera à l'équilibre en  $\theta = \frac{\pi}{2}$ . Nous savons que la force du vérin qui permet l'équilibre en  $\frac{\pi}{2}$  est  $\frac{mgl}{a}$ . La contraction du ressort de  $\theta = 0$  à  $\theta = \frac{\pi}{2}$  est donné par

$$\begin{aligned} \Delta c^* &= c|_{\theta=\frac{\pi}{2}} - c|_{\theta=0} \\ &= \sqrt{b^2 - a^2} - b + a, \end{aligned} \quad (3.85)$$

ce qui correspond à une perte de force  $\Delta F^*$  de

$$\Delta F^* = k \Delta c^* \quad (3.86)$$

$$= \frac{mgl}{a} \frac{c \left( \sqrt{c^2 - a^2} - c + a \right)}{c^2 - a^2}. \quad (3.87)$$

La force initiale  $F_0$  permettant l'équilibrage parfait en  $\theta = \frac{\pi}{2}$  est donc

$$F_0 = F + \Delta F^* \quad (3.88)$$

$$= \frac{mgl}{a} \left( 1 + \frac{b \left( \sqrt{b^2 - a^2} - b + a \right)}{b^2 - a^2} \right) \quad (3.89)$$

Le graphique de la figure 3.44 compare les couples générés par le mécanisme pour différentes valeurs du ratio  $\frac{a}{b}$ . Le graphique de la figure 3.45 compare quant à lui les erreurs d'équilibrage. Pour des valeurs de ratio en dessous de 25%, l'erreur d'équilibrage ne dépasse pas 5% du couple maximal comparativement à 13% pour une force constante. Pour des valeurs de ratio plus élevées, les valeurs de force initiale et de raideur choisies ne contribuent plus à l'amélioration de l'équilibrage. Le graphique de la figure 3.46 permet de comprendre pourquoi. Ce graphique compare les profils de forces idéale et constante du vérin avec celui généré par les paramètres

$F_0$  et  $k$ . Les courbes sont tracées pour  $a = 0.1$  et  $b = 0.4$ . On remarque que passé le point d'équilibre, le profil de force généré à l'aide du ressort s'éloigne du profil idéal. En divisant par deux la raideur du ressort et en ajustant la force initiale de manière à conserver l'équilibre en  $\theta = \frac{\pi}{2}$ , il est possible d'obtenir un compromis. La qualité de l'équilibrage avant le point d'équilibre est réduite au bénéfice de celle passée le point d'équilibre. Le profil de force ainsi obtenu est également montré sur le graphique de la figure 3.46.

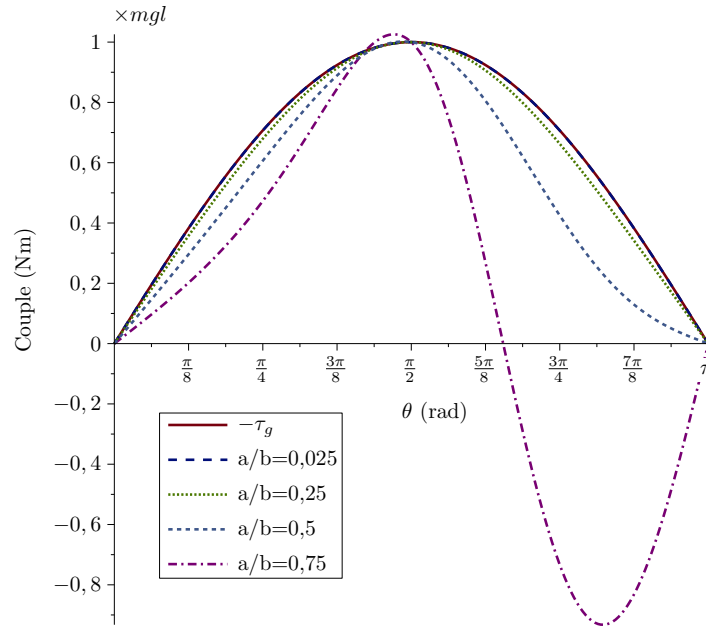


FIGURE 3.44 – Comparaison des couples générés par le vérin de l'avant-bras, lorsque modifié par l'ajout d'un ressort de raideur  $k = \frac{mgl}{a} \left( \frac{b}{b^2 - a^2} \right)$ .

Les résultats de la correction de la raideur et de la force initiale sont montrés sur les graphiques des figures 3.47 et 3.48. La première figure permet de comparer les couples ainsi générés en fonction de  $\theta$  et ce pour différentes valeurs du ratio  $\frac{a}{b}$ . La seconde figure permet quant à elle de comparer les erreurs d'équilibrage. L'erreur d'équilibrage est légèrement augmentée pour les ratios inférieurs à 25% comparativement à la raideur précédente. Passé ce ratio par contre, l'erreur d'équilibrage est sensiblement améliorée.

### Banc d'équilibrage

Une autre option pour obtenir une variation linéaire de la force du vérin est d'utiliser l'architecture du bras comme banc d'équilibrage. On sait déjà que la force d'équilibrage dans le vérin du bras est directement proportionnelle à sa longueur. Si l'on relie le mécanisme du bras au mécanisme de l'avant-bras, nous obtiendrons une pression hydraulique qui diminuera linéairement avec l'élongation du vérin de l'avant-bras. On peut donc, à partir du mécanisme du bras, concevoir un banc d'équilibrage dont le profil généré de force sera le même que celui

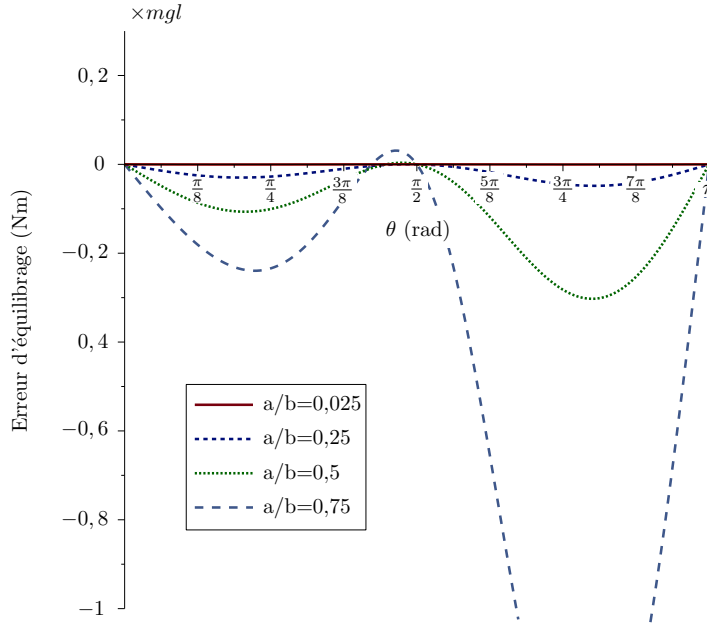


FIGURE 3.45 – Erreur d’équilibrage du vérin de l’avant-bras, lorsque modifié par l’ajout d’un ressort de raideur  $k = \frac{mgl}{a} \left( \frac{b}{b^2 - a^2} \right)$ .

généralisé à la sous-section 3.5.1 à l’aide d’un ressort. La variation de force sur le vérin du banc d’équilibrage doit correspondre à la raideur définie à l’équation (3.84), c’est-à-dire

$$\frac{dF_C}{dC} = R^2 \frac{dF_c}{dc} \quad (3.90)$$

$$\frac{MgL}{AB} = \frac{R^2 mgl}{a} \left( \frac{c}{c^2 - a^2} \right) \quad (3.91)$$

On peut, à partir de l’équation (3.91), calculer la masse de contreponds nécessaire, soit

$$M = \frac{R^2 ml AB b}{a(b^2 - a^2)L}. \quad (3.92)$$

Il reste maintenant à calculer la longueur initiale  $C_0$  du vérin du banc d’équilibrage qui correspond à la longueur initiale  $c_0$  du vérin de l’avant-bras. Nous choisirons  $C_0$  de manière à ce que le mécanisme soit à l’équilibre dans cette configuration. On a donc

$$F_C(C_0) = RF_c(c_0) \quad (3.93)$$

$$\frac{MgLC_0}{AB} = \frac{Rmgl}{a} \quad (3.94)$$

et on obtient



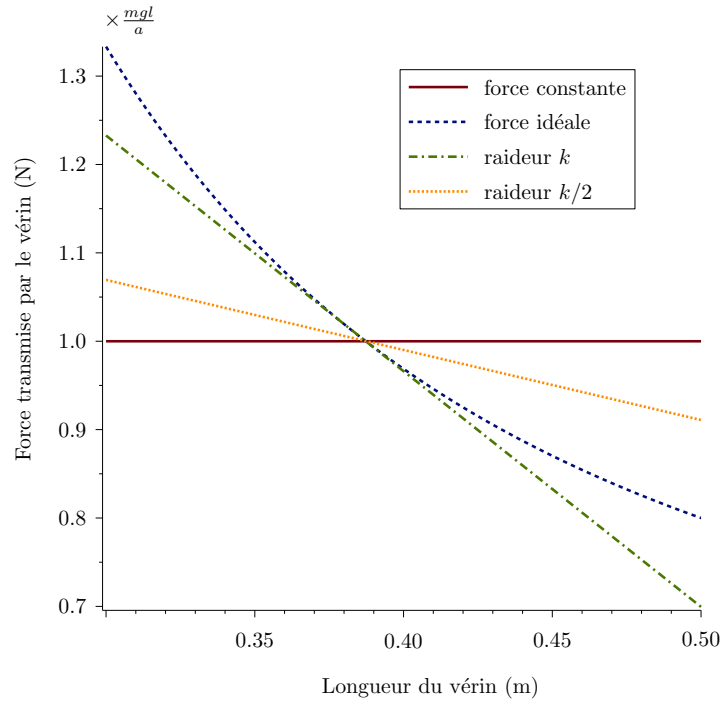


FIGURE 3.46 – Comparaison des profils de forces idéale, constante et linéaire du vérin.

$$C_0 = \frac{a^2 - b^2}{Rb}. \quad (3.95)$$

Les deux conditions à respecter pour obtenir un bon équilibre avec ce schéma sont données par les équations (3.92) et (3.95). On constate qu'il est possible d'adapter le banc d'équilibre à une variation de la charge de l'avant-bras. Pour une augmentation de la charge  $m$ , la relation de l'équation (3.92) est maintenue en déplaçant le contrepoids, c'est-à-dire en augmentant la longueur  $L$ . La variation de la charge de l'avant-bras n'influence pas l'équation (3.95). Le fait que  $C_0$  soit inversement proportionnel à  $R$  pose cependant problème. Si l'on choisit un cylindre d'équilibre plus gros que celui de l'avant-bras, la longueur  $C_0$  calculée sera probablement plus petite que la longueur minimale du cylindre. Il faudra donc utiliser une astuce afin de diminuer virtuellement la longueur du cylindre. La figure 3.50 compare la force exercée sur le vérin de l'avant-bras par la masse  $m$  et la force générée par le vérin du banc d'équilibre. Les paramètres de l'avant-bras sont  $a = 0,1$  m,  $b = 0,4$  m,  $l = 0,4$  m,  $m = 50$  kg. Les paramètres du banc d'équilibre obtenus sont  $A = 0,1$  m,  $B = 0,16$  m,  $L = 0,4$  m,  $M = 85,33$  kg,  $C_0 = 0,1875$  m où  $A$  et  $B$  ont été choisis afin de centrer le banc d'équilibre avec l'horizontale. On voit que la force d'équilibre est bien estimée par le banc d'équilibre. Tout comme dans le cas du ressort de la sous-section 3.5.1, la qualité de l'équilibre sera meilleure au fur et à mesure que le ratio  $\frac{a}{b}$  sera diminué.

Le schéma de banc d'équilibre précédent utilise un mécanisme semblable à celui du bras

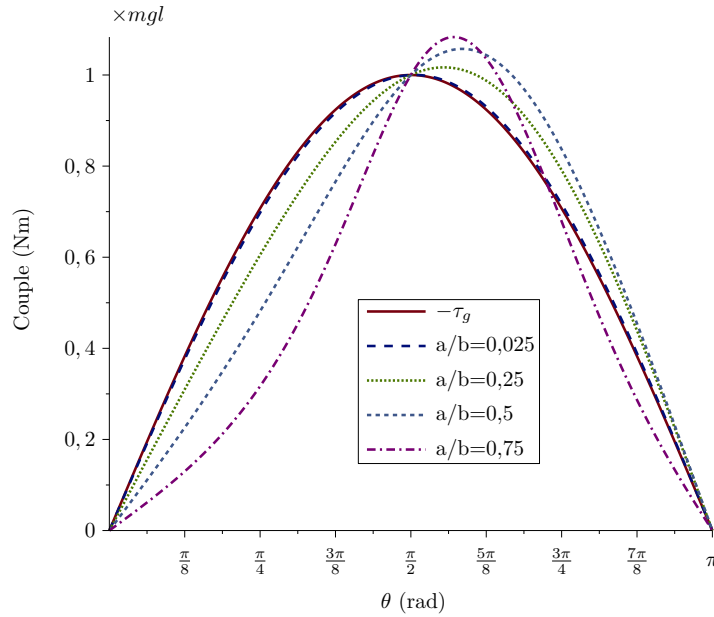


FIGURE 3.47 – Comparaison des couples générés par le vérin de l’avant-bras, lorsque modifié par l’ajout d’un ressort de raideur  $k = \frac{mgl}{2a} \left( \frac{b}{b^2 - a^2} \right)$ .

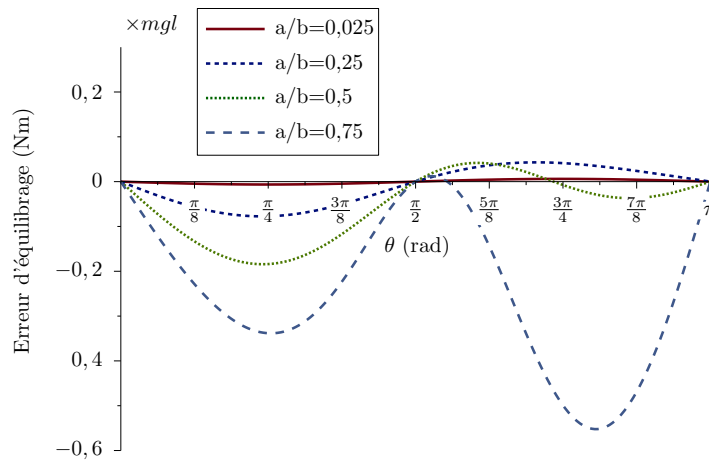


FIGURE 3.48 – Erreur d’équilibrage du vérin de l’avant-bras, lorsque modifié par l’ajout d’un ressort de raideur  $k = \frac{mgl}{2a} \left( \frac{b}{b^2 - a^2} \right)$ .

afin de générer un profil de force qui améliore l’équilibrage par rapport à une force constante. Est-il possible de construire, comme dans le cas du bras, un mécanisme de banc d’équilibrage qui serait la réciproque de l’avant-bras et qui permettrait ainsi de générer un profil de force parfait ? La figure 3.51 montre un mécanisme qui permet une telle chose. Le vérin d’équilibrage est aligné avec la membrure  $L$  et pousse sur un chariot. Le chariot est relié à la base par la membrure  $B$ . Lorsque le vérin de l’avant-bras allonge et que la charge  $m$  s’élève, le vérin d’équilibrage se rétracte et le contrepoids  $M$  baisse.

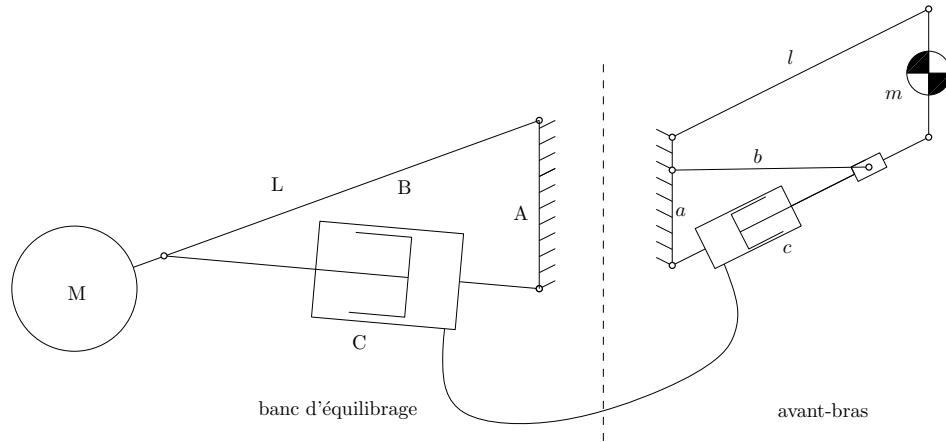


FIGURE 3.49

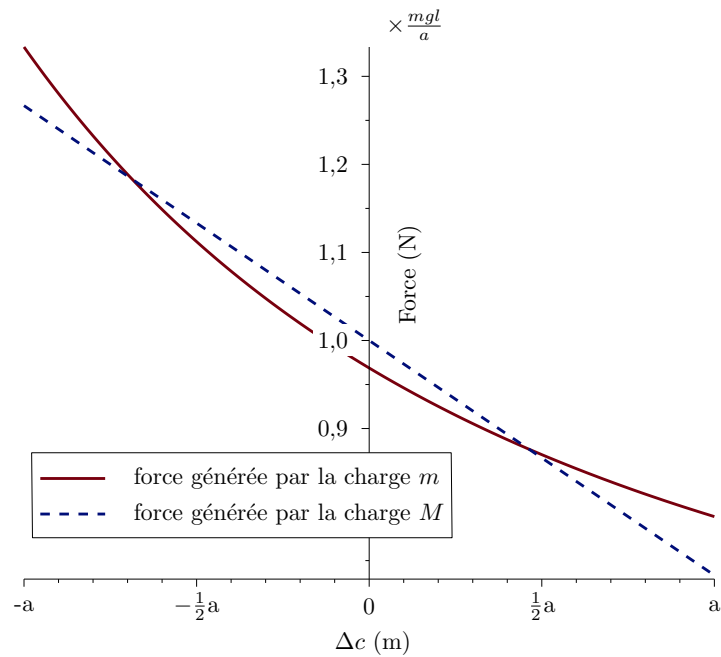


FIGURE 3.50 – Comparaison de la force sur le vérin de l'avant-bras et de la force générée par le vérin du banc d'équilibrage de la figure 3.49 pour un ratio  $\frac{a}{b} = 0,25$ .

L'équation de la force du vérin du mécanisme d'équilibrage est analogue à celle du vérin de l'avant-bras, soit

$$F_C = \frac{MgL}{2A} \left( 1 - \frac{A^2 - B^2}{C^2} \right). \quad (3.96)$$

Pour que l'équilibrage soit parfait, on doit respecter la relation

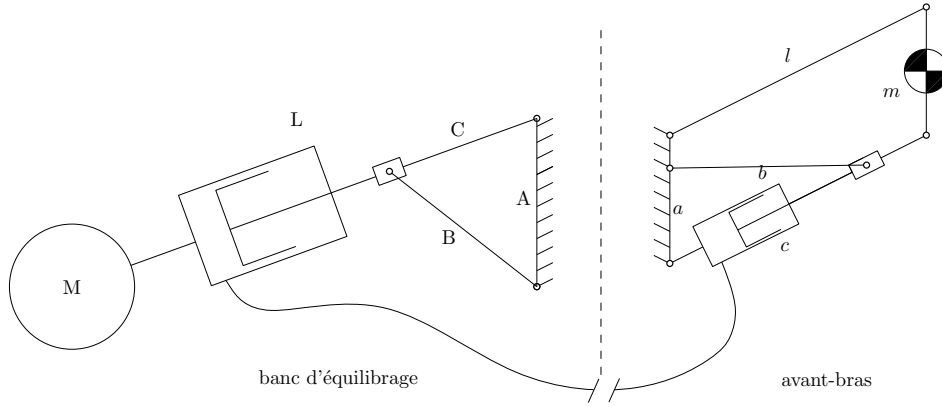


FIGURE 3.51 – Schéma du mécanisme de l'avant-bras et de son mécanisme réciproque.

$$F_C = R F_c, \quad (3.97)$$

c'est-à-dire que

$$\frac{MgL}{2A} \left( 1 - \frac{A^2 - B^2}{C^2} \right) = \frac{Rmgl}{2a} \left( 1 - \frac{a^2 - b^2}{c^2} \right). \quad (3.98)$$

Puisque  $c$  et  $C$  sont quadratiques, cela implique que

$$C = c \quad (3.99)$$

ce qui revient à

$$C_0 + \frac{\Delta c}{R} = c_0 + \Delta c, \quad (3.100)$$

où  $C_0$  est la longueur  $C$  lorsque  $c = c_0$  et  $\Delta c$  est définie comme

$$\Delta c = c - c_0. \quad (3.101)$$

De l'équation (3.100), on déduit que

$$R = 1 \quad (3.102)$$

et que

$$C_0 = c_0. \quad (3.103)$$

L'équation (3.102) nous indique que les cylindres de l'avant-bras et de son banc d'équilibrage doivent nécessairement être de mêmes diamètres. Cela ne signifie pas cependant que les proportions des triangles d'équilibrage de l'avant-bras et de son banc d'équilibrage doivent être identiques. Si l'on développe l'équation (3.98) et que l'on compare les termes linéaire et quadratique, on obtient

$$\frac{MgL}{2A} = \frac{Rmgl}{2a} \quad (3.104)$$

et

$$\frac{MgL}{2A} \frac{A^2 - B^2}{C^2} = \frac{Rmgl}{2a} \frac{a^2 - b^2}{c^2}. \quad (3.105)$$

On obtient  $A$  à partir de l'équation (3.104), soit

$$A = \frac{aML}{ml}. \quad (3.106)$$

On obtient ensuite  $B$  à partir de l'équation (3.105), soit

$$B = \sqrt{b^2 - a^2 + A^2}. \quad (3.107)$$

Il est donc possible, par exemple, d'augmenter le contrepoids en modifiant les paramètres  $A$  et  $B$ , ce qui permet de diminuer l'inertie du banc d'équilibrage. L'équation (3.106) permet également de constater qu'une variation de la charge de l'avant-bras peut être compensée par une augmentation de la distance du contrepoids. Nous avons donc démontré qu'il était possible d'équilibrer parfaitement le mécanisme de l'avant-bras à partir d'un mécanisme réciproque.

### 3.5.2 Équations de fermeture

Les paramètres  $a$  et  $b$  peuvent être calculés à partir des longueurs minimale et maximale du vérin ainsi que des angles minimum et maximum d'inclinaison du mécanisme. Sachant, par exemple, que le mécanisme sera confiné à des angles de 30 à 150 degrés, on peut calculer les valeurs des paramètres  $a$  et  $c$  qui permettent d'exploiter entièrement la course du vérin. On pose d'abord les équations de fermeture du triangle  $abc$  pour les positions minimale et maximale, soit

$$b^2 = a^2 + c_{min}^2 - 2ac_{min} \cos \theta_{max} \quad (3.108)$$

$$b^2 = a^2 + c_{max}^2 - 2ac_{max} \cos \theta_{min} \quad (3.109)$$

En soustrayant (3.109) de (3.108) nous trouvons  $a$ , soit

$$a = \frac{c_{max}^2 - c_{min}^2}{2(c_{max} \cos \theta_{min} - c_{min} \cos \theta_{max})} \quad (3.110)$$

Nous trouvons ensuite  $b$  en injectant la valeur de  $a$  dans l'équation (3.108) ou (3.109). Il existe donc une seule valeur de  $a$  et  $b$  qui permette d'exploiter la pleine course du vérin pour un débattement angulaire donnée.

### 3.5.3 Intégration mécanique

Tout comme pour le mécanisme du bras, nous avons conçu des prototypes du mécanisme afin de nous assurer de la faisabilité technique du concept. Nous avons d'abord envisagé l'assemblage du vérin à l'extérieur des membrures tel que vu au schéma de la figure 3.52a. Dans cette configuration, le vérin est rigidement lié à la membrure inférieure et sa tige est reliée au chariot par une petite membrure. La figure 3.52b montre le prototype une fois assemblé.

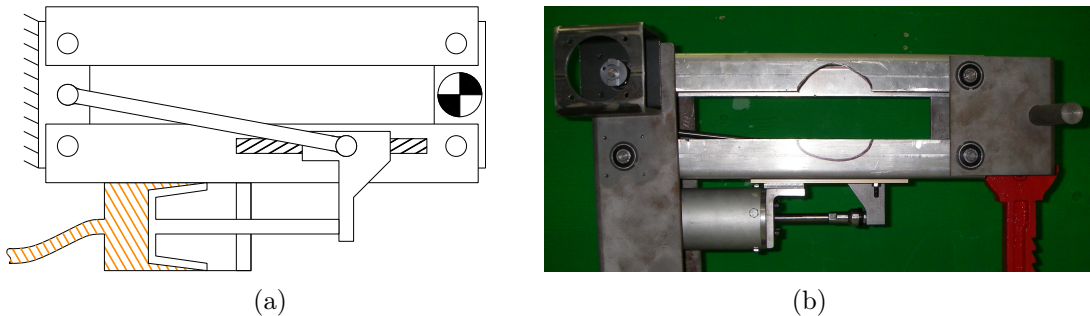


FIGURE 3.52 – a) Schéma du prototype de mécanisme d'équilibrage avec vérin externe. b) Images du prototype une fois assemblé.

Cette configuration possède malheureusement un problème majeur. Puisque la tige du vérin n'est pas en ligne avec l'attache de la membrure  $c$ , un couple important est transmis au chariot. Ce couple se traduit en force de friction entre le chariot et le rail. La friction ainsi générée dépend de la longueur du chariot et de la distance entre le vérin et l'attache de la membrure  $c$ . Dans notre cas, la friction atteignait jusqu'à 15% de la force du vérin. Il semble donc primordial que la tige du vérin soit dans l'axe du pivot de la membrure  $c$  afin d'éviter la formation d'un couple sur le chariot. Nous avons modifié le prototype de sorte que le vérin

se trouve inclus dans la membrure inférieure du parallélogramme. Les extrémités du vérin ont également été installées sur des rotules afin d'éviter la transmission de couples de flexion au vérin. La figure 3.53 montre une vue de la modélisation du nouveau prototype. Bien que ce mécanisme soit plus complexe que celui du bras, les niveaux de friction atteints avec ce prototype sont comparables.

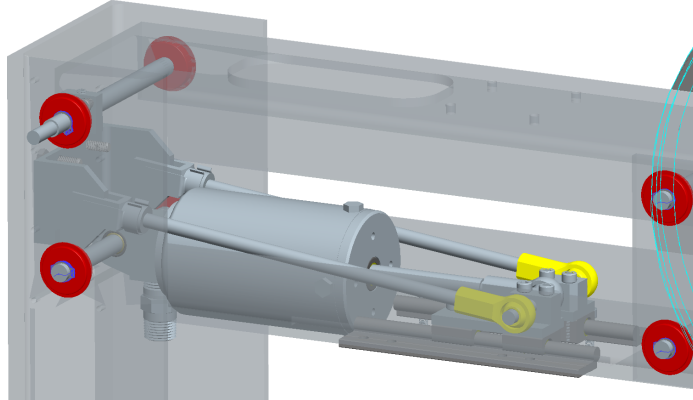


FIGURE 3.53 – Modélisation de la deuxième version du prototype de mécanisme d'équilibrage de l'avant-bras.

### 3.6 Banc d'équilibrage combiné

Il est possible d'équilibrer efficacement l'avant-bras et le bras de manière individuelle. Cela nécessiterait deux masses mobiles afin de s'adapter à la charge. En raison de l'utilisation en série de mécanismes en parallélogramme, nous savons cependant que la variation de masse ressentie par le bras et l'avant-bras est la même. Nous avons donc pensé utiliser une seule masse mobile afin de varier la force d'équilibrage des deux mécanismes. La figure 3.54 montre un schéma du principe de fonctionnement du banc d'équilibrage double. La masse  $M_2$  appuie sur le vérin d'équilibrage de l'avant-bras. La force de ce vérin s'ajoute à celle de la masse  $M_1$  et contribue donc à la force d'équilibrage du bras. En déplaçant la masse  $M_2$ , on fait donc varier la force d'équilibrage de l'avant-bras et du bras en même temps. Ce concept ne permet pas un équilibrage parfait du bras et de l'avant-bras. Nous avons donc plutôt travaillé à optimiser les paramètres géométriques du banc d'équilibrage de manière à améliorer globalement l'équilibrage. Le système robot-contrepois sera à l'équilibre statique si l'énergie potentielle demeure constante. Améliorer l'équilibrage statique peut donc s'interpréter comme minimiser la variation de l'énergie potentielle du système à l'intérieur de son espace articulaire. Si l'on ne considère que les articulations du bras et de l'avant-bras, l'énergie potentielle totale du système,  $E_t$ , s'écrit

$$E_t = (m_1 h_1 + m_2 h_2 + M_1 H_1 + M_2 H_2) g \quad (3.111)$$

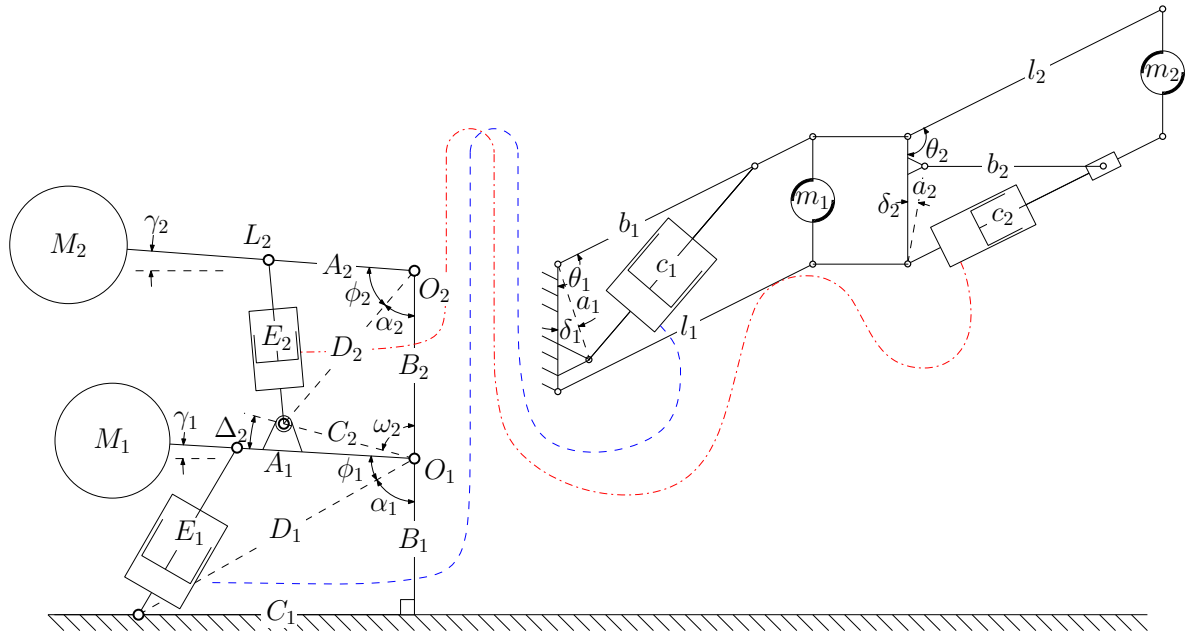


FIGURE 3.54 – Schéma du principe d'équilibrage du bras par un banc d'équilibrage double.

où  $m_1$  est la masse soutenue par le bras,  $m_2$  est la masse soutenue par l'avant-bras,  $M_1$  est le contrepois du bras,  $M_2$  est le contrepois de l'avant-bras,  $h_1$  est la hauteur de  $m_1$ ,  $h_2$  est la hauteur de  $m_2$ ,  $H_1$  est la hauteur de  $M_1$  et  $H_2$  est la hauteur de  $M_2$ . Le référentiel de hauteur n'est pas important puisque nous nous intéresserons seulement à la variation d'énergie potentielle. La hauteur de la masse  $m_1$  est donnée par

$$h_1 = -l_1 \cos \theta_1 \quad (3.112)$$

où  $l_1$  est la longueur du parallélogramme du bras et  $\theta_1$  est l'angle du bras par rapport à la direction verticale. La hauteur de la masse  $m_2$  est donnée par

$$h_2 = -l_2 \cos \theta_2 \quad (3.113)$$

où  $l_2$  est la longueur du parallélogramme de l'avant-bras et  $\theta_2$  est l'angle de l'avant-bras par rapport la direction verticale. La hauteur de la masse  $M_1$  est donnée par

$$H_1 = L_1 \sin \gamma_1 \quad (3.114)$$

où  $L_1$  est la distance de la masse  $M_1$  au pivot  $O_1$  et  $\gamma_1$  est l'angle que forme le plateau de la masse  $M_1$  avec la direction horizontale. L'angle  $\gamma_1$  est donné par



$$\gamma_1 = \alpha_1 + \phi_1 - \frac{\pi}{2} \quad (3.115)$$

où  $\alpha_1$  et  $\phi_1$  sont les angles montrés sur le schéma de la figure 3.54. L'angle  $\alpha_1$  est donné par

$$\alpha_1 = \arctan\left(\frac{C_1}{B_1}\right) \quad (3.116)$$

et l'angle  $\phi_1$  par

$$\phi_1 = \arccos\left(\frac{E_1^2 - A_2^2 - D_1^2}{-2A_1D_1}\right). \quad (3.117)$$

On calcule  $D_1$  avec

$$D_1 = \sqrt{B_1^2 + C_1^2} \quad (3.118)$$

et la longueur  $E_1$  du vérin de contrepoids du bras avec

$$E_1 = \overline{E_1} - \frac{\Delta c_1}{R_1} \quad (3.119)$$

où  $\overline{E_1}$  est la longueur du vérin du contrepoids du bras lorsqu'il est à mi-course,  $\Delta c_1$  est la variation de longueur du vérin du bras par rapport à sa longueur à mi-course et  $R_1$  est un ratio d'aire des vérins. On définit ce ratio par

$$R_1 = \frac{S_1}{s_1} \quad (3.120)$$

où  $S_1$  est l'aire du vérin d'équilibrage du bras et  $s_1$  est l'aire du vérin du bras. Nous avons posé comme condition que lorsque les vérins du bras et de l'avant-bras sont à mi-course, les vérins des contrepoids doivent également être à mi-course. Ceci nous assure de ne pas atteindre les limites en déplacement des vérins. Le déplacement  $\Delta c_1$  se calcule avec

$$\Delta c_1 = c_1 - \overline{c_1}. \quad (3.121)$$

où  $c_1$  est la longueur du vérin du bras et  $\overline{c_1}$  est la longueur à mi-course du vérin du bras. La longueur à mi-course s'obtient à partir de  $c_{1_{min}}$  et  $c_{1_{max}}$ , les longueurs minimales et maximales du vérin du bras que l'on suppose connus. La longueur  $\overline{c_1}$  est donc

$$\overline{c_1} = \frac{c_{1_{min}} + c_{1_{max}}}{2}. \quad (3.122)$$

La longueur du vérin du bras se calcule par

$$c_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2 - 2a_1b_1 \cos(\theta_1 - \delta_1)}. \quad (3.123)$$

Pour simplifier la conception mécanique, nous avons fixé la longueur  $b_1$ . Connaissant les longueurs minimales et maximales du vérin du bras, nous pouvons utiliser l'équation (3.48) pour calculer la longueur  $a_1$  qui satisfait les contraintes de déplacement du bras. Il ne reste plus que la hauteur  $H_2$  de la masse  $M_2$  à calculer avec

$$H_2 = L_2 \sin \gamma_2 \quad (3.124)$$

où  $L_2$  est la distance de la masse  $M_2$  au pivot  $O_2$  et  $\gamma_2$  est l'angle que forme le plateau de la masse  $M_2$  avec la direction horizontale. On calcule l'angle  $\gamma_2$  avec

$$\gamma_2 = \alpha_2 + \phi_2 - \frac{\pi}{2} \quad (3.125)$$

où les angles  $\alpha_2$  et  $\phi_2$  sont définis sur le schéma de la figure 3.54. L'angle  $\alpha_2$  se calcule par

$$\alpha_2 = \arccos\left(\frac{C_2^2 - B_2^2 - D_2^2}{-2B_2D_2}\right) \quad (3.126)$$

où  $D_2$  est calculé avec

$$D_2 = \sqrt{B_2^2 + C_2^2 - 2B_2C_2 \cos \omega_2}. \quad (3.127)$$

L'angle  $\omega_2$ , défini également sur le schéma de la figure 3.54, est calculé par

$$\omega_2 = \frac{\pi}{2} - \Delta_2 - \gamma_1. \quad (3.128)$$

L'angle  $\phi_2$  nécessaire au calcul de  $\gamma_2$  se calcule avec

$$\phi_2 = \arccos\left(\frac{E_2^2 - A_2^2 - D_2^2}{-2A_2D_2}\right) \quad (3.129)$$

où  $E_2$  est la longueur du vérin qui soutient la masse  $M_2$ . La longueur  $E_2$  est reliée à celle du vérin de l'avant-bras par l'équation

$$E_2 = \overline{E_2} - \frac{\Delta c_2}{R_2} \quad (3.130)$$

où  $\overline{E}_2$  est la longueur du vérin d'équilibrage de l'avant-bras lorsqu'il est à mi-course,  $\Delta c_2$  est la variation de longueur du vérin de l'avant-bras par rapport à sa longueur à mi-course et  $R_2$  est le ratio

$$R_2 = \frac{S_2}{s_2} \quad (3.131)$$

où  $S_2$  est l'aire du vérin d'équilibrage de l'avant-bras et  $s_2$  est l'aire du vérin de l'avant-bras. La distance  $\Delta c_2$  se calcule donc par

$$\Delta c_2 = c_2 - \overline{c}_2 \quad (3.132)$$

où  $c_2$  est la longueur du vérin de l'avant-bras et  $\overline{c}_2$  est la longueur du vérin de l'avant-bras à mi-course. La longueur à mi-course s'obtient à partir de  $c_{2min}$  et  $c_{2max}$ , les longueurs minimales et maximales du vérin de l'avant-bras que l'on suppose connues. La longueur  $\overline{c}_2$  est donc

$$\overline{c}_2 = \frac{c_{2min} + c_{2max}}{2}. \quad (3.133)$$

La longueur  $c_2$  du cylindre de l'avant-bras se calcule par

$$c_2 = \sqrt{b_2^2 - a_2^2 \sin^2(\theta_2 + \delta_2)} - a_2 \cos(\theta_2 + \delta_2). \quad (3.134)$$

Les longueurs  $a_2$  et  $b_2$  dépendent des longueurs minimales et maximales du cylindre de l'avant-bras ainsi que du paramètre  $\delta_2$ . L'équation (3.110) permet de calculer  $a_2$ . On trouve alors  $b_2$  en injectant la valeur trouvée de  $a_2$  dans l'équation (3.108) et en isolant  $b_2$ . Nous avons maintenant les équations permettant d'estimer l'énergie potentielle en fonction des angles d'inclinaison du bras et de l'avant-bras. Cette équation est de la forme

$$E_t = f(\delta_1, \delta_2, A_1, B_1, C_1, M_1, A_2, B_2, C_2, \Delta_2, M_2, \theta_1, \theta_2). \quad (3.135)$$

Afin de mesurer la qualité de l'équilibrage, nous allons d'abord discrétiser l'espace articulaire du bras et de l'avant-bras par un espace de dimension  $m \times n$ . En parcourant ce nouvel espace et en calculant l'énergie potentielle pour chaque position, on peut construire une matrice  $\mathbf{E}_t \in \mathfrak{R}^{m \times n}$  de l'énergie potentielle en fonction des positions articulaires du bras et de l'avant-bras. En mesurant la somme quadratique des erreurs à la moyenne, on obtient une mesure  $P$  qui permet d'estimer la qualité globale de l'équilibrage du système, c'est-à-dire

$$P = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n (\mathbf{E}_{t_{ij}} - \overline{\mathbf{E}}_t)^2. \quad (3.136)$$

où  $\overline{\mathbf{E}}_t$  est la moyenne des termes de la matrice  $\mathbf{E}_t$ . Nous avons ensuite utilisé la fonction *lsqnonlin* de *matlab* pour minimiser le critère  $P$ . Afin de restreindre les solutions trouvées dans un domaine de faisabilité, nous avons posé des contraintes aux différents paramètres de l'équation (3.135). Les contraintes utilisées pour chacun des paramètres libres sont données au tableau 3.4 et les valeurs connues sont données au tableau 3.5.

paramètre	min	max
$\delta_1$	0°	10°
$\delta_2$	0°	10°
$A_1$	0,3 m	0,7 m
$B_1$	0,3 m	0,6 m
$C_1$	0,3 m	0,7 m
$M_1$	50 kg	600 kg
$A_2$	0,3 m	0,7 m
$B_2$	0,3 m	0,5 m
$C_2$	0,3 m	0,7 m
$M_2$	50 kg	400 kg
$\Delta_2$	0°	90°

TABLE 3.4 – Listes des paramètres d'optimisation et de leur contrainte.

paramètre	valeur
$\overline{E}_1$	0,455 m
$\overline{E}_2$	0,401 m
$R_1$	1,82
$R_2$	1,33
$b_1$	0,4 m
$\overline{c}_1$	0,400 m
$\overline{c}_2$	0,273 m
$m_1$	40,9 kg
$m_2$	16,2 kg

TABLE 3.5 – Liste des paramètres de conception fixes.

Après avoir répété l'optimisation à partir de plusieurs solutions initiales, nous avons obtenu les valeurs présentées dans le tableau 3.6. La figure 3.55 représente graphiquement la matrice d'énergie potentielle associée à cette solution pour une charge nulle à l'effecteur. Les flèches sur le graphe représentent l'inverse du gradient de l'énergie potentielle et pointent donc vers les zones de moindre énergie. On remarque sur le graphe un point de selle situé approximativement à  $\theta_1 = \theta_2 = 80^\circ$ . En théorie, il devrait donc s'agir d'un point d'instabilité. À partir de cette position, une légère perturbation devrait mener l'avant-bras vers l'une ou l'autre de ses limites

articulaires.

paramètre	valeur
$\delta_1$	4,22°
$\delta_2$	5,41°
$A_1$	0,515 m
$B_1$	0,429 m
$C_1$	0,7 m
$M_1$	227 kg
$A_2$	0,383 m
$B_2$	0,5 m
$C_2$	0,386 m
$M_2$	78 kg
$\Delta_2$	18,1°

TABLE 3.6 – Listes des paramètres optimisés.

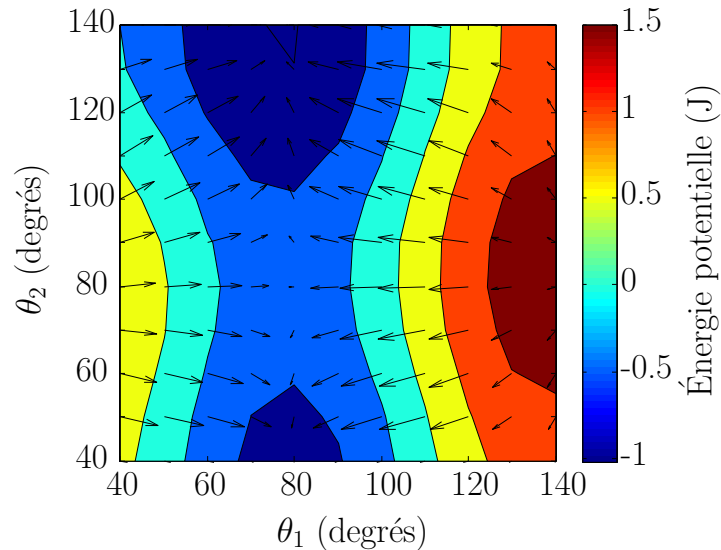


FIGURE 3.55 – Carte de l'énergie potentielle du robot dans l'espace articulaire du bras et de l'avant-bras.

### 3.7 Résultats

Une fois la conception et les optimisations de paramètres réalisées, nous avons fabriqué et assemblé le bras manipulateur ainsi que son banc d'équilibrage. La figure 3.56 montre le système complet. La vidéo *bras7ddl.mp4* donne un aperçu des performances d'équilibrage réalisées ainsi que du niveau de friction obtenue lorsque les actionneurs du bras et de l'avant-bras sont retirés. On y remarque également que l'inertie ressentie à l'effecteur ne semble pas trop affectée par les masses du banc d'équilibrage. La vidéo *programmation\_par\_demonstration.avi* montre un exemple de programmation par démonstration réalisé avec ce nouveau bras. Cette vidéo, dans

laquelle les actionneurs du bras et de l'avant-bras sont en place, permet de démontrer à la fois la rétrocommandabilité du bras ainsi que l'adaptation des mécanismes d'équilibrage à une charge de 10 kg.

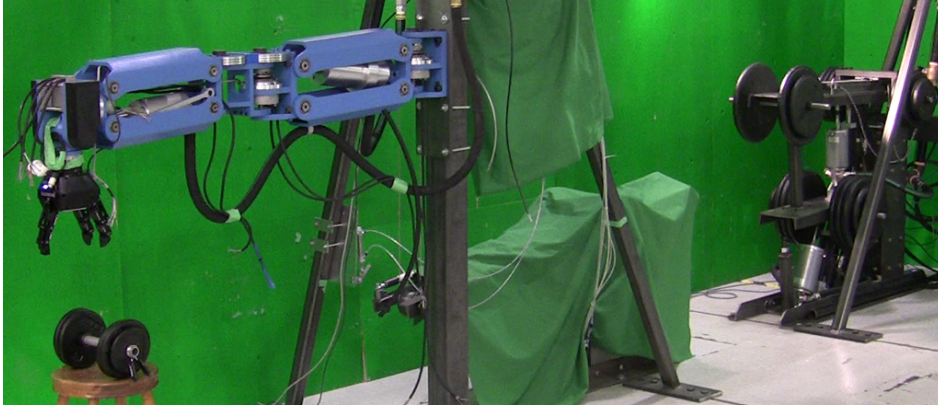


FIGURE 3.56 – Bras manipulateur et son banc d'équilibrage.

### Variation d'énergie potentielle

Afin de valider le modèle d'énergie potentielle développé à la section 3.6, nous avons estimé la variation réelle d'énergie potentielle du système dans l'espace articulaire du bras et de l'avant-bras. Nous savons que les erreurs d'équilibrage du bras et de l'avant-bras sont reliées aux dérivées partielles de l'énergie potentielle par

$$\tau_{e_1} = \frac{\partial E_t}{\partial \theta_1} \quad (3.137)$$

$$\tau_{e_2} = \frac{\partial E_t}{\partial \theta_2} \quad (3.138)$$

où  $\tau_{e_1}$  et  $\tau_{e_2}$  sont les erreurs d'équilibrage aux articulations  $\theta_1$  et  $\theta_2$  en Nm. En mesurant à différents endroits de l'espace articulaire les erreurs d'équilibrage  $\tau_{e_1}$  et  $\tau_{e_2}$ , il est possible d'estimer, par des méthodes numériques standards, la distribution d'énergie potentielle de notre système. À l'aide d'un dynamomètre, montré sur la figure 3.57, nous avons mesuré les forces qu'il faut pour déplacer le bras et l'avant-bras en discrétisant leur espace articulaire par bond de  $10^\circ$ . Pour chaque position, nous avons mesuré à trois reprises la force  $f_h$  nécessaire pour générer un déplacement vers le haut ainsi que la force  $f_b$  nécessaire pour générer un déplacement vers le bas. Si nous posons, qu'une erreur d'équilibrage positive engendre une force vers le haut, nous pouvons écrire

$$\overline{f_h} = f_f - f_e \quad (3.139)$$

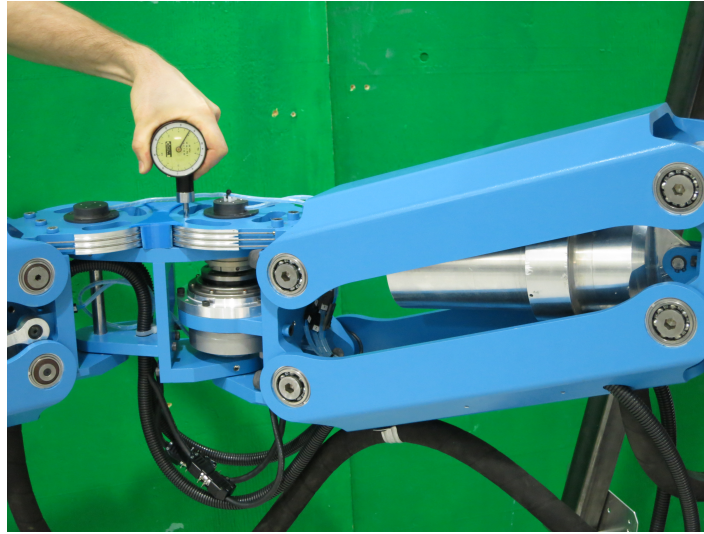


FIGURE 3.57 – Mesure au dynamomètre de la force de déplacement du bras.

et

$$\bar{f}_b = f_f + f_e \quad (3.140)$$

où  $\bar{f}_h$  est la moyenne des trois mesures de  $f_h$  et  $\bar{f}_b$  est la moyenne des trois mesures de  $f_b$ ,  $f_f$  est la force de friction et  $f_e$  est la force due à l'erreur d'équilibrage. À partir de ces deux équations nous obtenons que

$$f_f = \frac{\bar{f}_h + \bar{f}_b}{2} \quad (3.141)$$

et

$$f_e = \frac{\bar{f}_b - \bar{f}_h}{2}. \quad (3.142)$$

Ces mesures ont donc permis d'estimer à la fois les erreurs d'équilibrages et les forces de friction dans notre système. Avant d'intégrer nos erreurs d'équilibrage sur l'espace articulaire, il faut les convertir en couple, ce qui se fait avec la relation

$$\tau_e = l f_e \sin \theta \quad (3.143)$$

où  $l$  est la longueur de la membrure du bras ou de l'avant-bras et  $\theta$  est l'inclinaison du bras ou de l'avant-bras. Maintenant que nous avons les erreurs d'équilibrage en Nm, nous pouvons les intégrer numériquement sur l'espace articulaire du bras et de l'avant-bras et ainsi obtenir

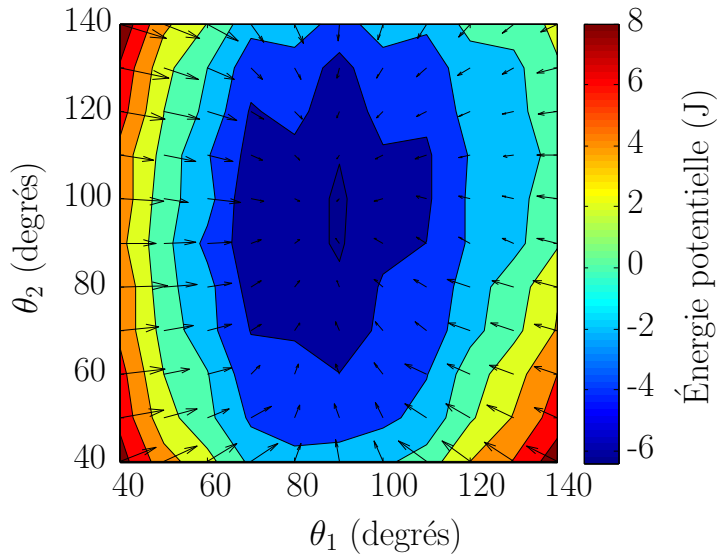


FIGURE 3.58 – Carte de l'énergie potentielle du bras sur l'espace articulaire du bras et de l'avant-bras.

une estimation de la variation d'énergie potentielle de notre système. La figure 3.58 montre le résultat que nous avons obtenu pour une charge nulle à l'effecteur.

L'estimation d'énergie potentielle obtenue représente bien les observations faites de notre système réel. Plutôt que d'obtenir un point de selle comme prédit par nos modèles théoriques, nous avons obtenu un équilibre près de l'horizontale. Cette position d'équilibre est représentée par le minimum située sur la carte de la figure 3.58. Plusieurs phénomènes peuvent expliquer cette différence entre notre modèle et les résultats obtenus.

D'abord, dans notre modèle, nous avons omis d'inclure l'énergie potentielle du liquide qui circule des vérins du banc d'équilibrage vers le robot et vice et versa. Le robot est installé à environ 1,15 m au-dessus du banc d'équilibrage. Lorsque le bras et l'avant-bras se déplacent du bas jusqu'en haut, environ un litre de liquide hydraulique circule du banc d'équilibrage vers le robot, ce qui représente approximativement 10 J d'énergie potentielle. Puisque notre modèle théorique prédisait 2,5 J de variation maximale, l'énergie potentielle du liquide n'est pas négligeable.

Ensuite, nous avons omis de prendre en compte la raideur des boyaux hydrauliques du robot. Les boyaux choisis sont renforcés par une spirale double d'acier ressort afin de prévenir les effondrements du boyau. Cette particularité leur permet un rayon du courbure deux fois plus petit que les boyaux standard. Par contre, cela augmente considérablement leur raideur. Les boyaux se comportent donc comme des ressorts en torsion et devraient être inclus dans le modèle d'énergie potentielle.

Finalement, nous avons négligé dans notre modèle de considérer la variation d'aire efficace



des cylindres. Au chapitre 2, nous avons expliqué que la forme conique du piston des vérins à membrane avait comme conséquence de faire varier leur aire efficace avec leur élongation. Cela signifie que les ratios de transmission  $R_1$  et  $R_2$  entre les déplacements des vérins du bras et ceux du banc d'équilibrage ne sont pas constants. Notre modèle aurait dû prendre cela en compte.

### Friction

La force de friction moyenne obtenue par l'équation (3.141) est de 25 N pour le bras et 3 N pour l'avant-bras. Ces mesures correspondent respectivement à 6% et 2% du poids équilibré par le bras et l'avant-bras. La différence de friction entre les deux mécanismes n'est donc pas expliquée par les charges soutenues. Nous croyons que la différence peut être expliquée en partie par la différence entre les cylindres du bras et de l'avant-bras. Le cylindre de l'avant-bras utilise seulement la demi-course supérieure du diaphragme, ce qui n'est pas le cas pour le cylindre du bras. Le cylindre du bras est conçu sur mesure et utilise la pleine course du diaphragme. Lorsque le diaphragme est dans sa demi-course inférieure, la distance entre les parois internes et externes du diaphragme est trop faible et une force de friction apparaît.

## 3.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une approche pour équilibrer statiquement un robot en utilisant des contrepoids déportés. Deux mécanismes ont été proposés pour réaliser la technique de compensation de gravité dans un robot sériel et ils ont été testés dans un prototype à 7 ddls. L'architecture du robot proposé ainsi que le principe du banc d'équilibrage double permet d'adapter la compensation de gravité à la charge à l'aide d'une seule masse mobile. En étant rétrocommandable et partiellement équilibré statiquement, le manipulateur obtenu permet la programmation complète d'applications par la démonstration en mode passif. Ce mode de programmation, présenté dans la vidéo *programmation\_par\_demonstration.avi*, est à la fois rapide et sécuritaire. D'autres travaux pourraient être faits pour améliorer le modèle d'énergie potentielle en prenant en compte les éléments mentionnés à la section 3.7. En attendant, ce projet a offert au laboratoire de robotique un nouvel outil pour le développement de la collaboration humain-robot.



## Chapitre 4

# Commande par admittance et gestion de la redondance

### Résumé

Une commande hybride pour la gestion active de la redondance est présentée dans ce chapitre. Cette commande permet à l'opérateur d'influencer la solution au problème géométrique inverse (PGI) calculée par la commande en admittance de l'effecteur en manipulant directement les membrures du robot. Le projecteur orthogonal dans le noyau de la jacobienne est utilisé afin de filtrer, parmi les perturbations induites par l'opérateur, celles qui n'influencent pas la vitesse de l'effecteur. Trois autres sujets sont également abordés, soit, la saturation de la vitesse cartésienne commandée, la compensation des effets dynamiques et statiques de la main robotique sur le capteur de force ainsi que le passage des singularités. Voici une liste des fichiers multimédias accompagnant ce chapitre.

### Extensions multimédias

- La vidéo *admittance\_position.mp4* présente la commande par admittance asservie en position avec gestion active de la redondance.
- La vidéo *admittance\_vitesse.mp4* présente la commande par admittance asservie en vitesse avec gestion active de la redondance.
- La vidéo *asservissement\_position.mp4* démontre l'asservissement en position durant un déplacement dans l'espace des solutions admissibles.
- La vidéo *asservissement\_vitesse.mp4* présente la dérive en position de la commande en vitesse.

### 4.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté la conception d'un prototype de manipulateur sériel à 7 ddls. La conception de ce prototype le rend particulièrement intéressant pour la

collaboration humain-robot. Son système de contrepois a permis de diminuer grandement sa puissance totale, deux actionneurs sont munis de limiteur de couple à billes afin de limiter les forces d'impact en cas de collision et un capteur de force est installé à la base du préhenseur pour permettre une collaboration sans effort. Ce prototype servira maintenant de banc d'essai pour le développement d'algorithmes de commande. Beaucoup de travail a été fait depuis les années 70 sur la gestion de la redondance entre autres. Dans (Whitney 1969, 1972), les auteurs ont proposé de minimiser l'énergie cinétique durant la réalisation de la tâche principale. Plus tard, dans (Nakano 1974), les auteurs ont plutôt utilisé la minimisation de l'énergie potentielle comme critère d'optimisation. Plusieurs autres critères sont possibles et (Liégeois 1977) a formulé une expression générale permettant de calculer une solution pour la réalisation d'une tâche secondaire. Cette tâche peut être l'éloignement des butées ou l'évitement d'obstacles, par exemple. Parfois, plusieurs tâches devraient être accomplies simultanément. Dans (Nakamura et al. 1987), les auteurs proposent donc un algorithme de commande assignant une priorité aux tâches selon la situation. Parfois cependant, reconnaître la bonne situation n'est pas facile.

Nous proposons donc un nouveau type de commande hybride. La tâche principale sera confiée à une commande typique en admittance (Zeng et Hemami 1997; Seraji 1994). La force de l'utilisateur sera perçue par le capteur de force à la base du préhenseur et servira d'entrée à un modèle masse-amortisseur. L'utilisateur devrait ainsi percevoir une masse virtuelle lorsqu'il déplace le robot à partir de l'effecteur. Le modèle en admittance génère une commande en vitesse ou position de 6 degrés de liberté et le prototype en possède 7, il est donc redondant vis-à-vis de cette tâche. La tâche secondaire sera de permettre à l'opérateur de manipuler le prototype afin de choisir lui-même la meilleure solution. Cette tâche s'effectuera sans capteur d'effort, elle s'assimilera donc à une commande en impédance.

Les deux sections suivantes présenteront brièvement la commande en admittance ainsi que les différentes techniques de résolution de la redondance cinématique. Nous présenterons ensuite l'algorithme proposé pour la résolution de la redondance par impédance. Les trois dernières sections seront consacrées à des aspects particuliers de la commande, soit, la compensation du poids de la main robotique sur le signal de force, la saturation des vitesses cartésiennes commandées ainsi que le passage des singularités.

## 4.2 Commande par impédance et admittance

Les commandes en impédance et admittance sont deux types de commande en force indirecte (Villani et De Schutter 2008). Plutôt que d'asservir directement les efforts à l'effecteur avec une boucle de retour, on asservit les positions, vitesses et accélérations de manière à générer l'effort souhaité. On pose d'abord le comportement souhaité de l'effecteur comme celui d'un système masse-ressort-amortisseur, c'est-à-dire

$$\mathbf{f} = \mathbf{A}(\ddot{\mathbf{x}}_d - \ddot{\mathbf{x}}) + \mathbf{B}(\dot{\mathbf{x}}_d - \dot{\mathbf{x}}) + \mathbf{C}(\mathbf{x}_d - \mathbf{x}) \quad (4.1)$$

où  $\mathbf{f}$  est le vecteur des efforts,  $\mathbf{x}_d$ ,  $\dot{\mathbf{x}}_d$  et  $\ddot{\mathbf{x}}_d$  sont les positions, vitesses et accélérations désirées à partir du modèle et  $\mathbf{x}$ ,  $\dot{\mathbf{x}}$  et  $\ddot{\mathbf{x}}$  sont les positions, vitesses et accélérations réelles de l'effecteur. Les matrices  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{C}$  sont respectivement les termes d'inertie, d'amortissement et de raideur, et sont généralement diagonales afin de découpler le comportement des degrés de liberté de l'effecteur. Dans une commande en impédance, le terme de droite de l'équation (4.1) est utilisé directement pour calculer les couples articulaires correspondant, soit

$$\boldsymbol{\tau} = (\mathbf{J}^T(\mathbf{A}\Delta\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\Delta\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\Delta\mathbf{x})) \quad (4.2)$$

avec

$$\Delta\mathbf{x} = (\mathbf{x}_d - \mathbf{x}). \quad (4.3)$$

On ajoute enfin aux termes de l'équation (4.2) les termes provenant du modèle dynamique pour de meilleures performances. Pour un mouvement libre de l'effecteur, nous posons  $\dot{\mathbf{x}}_d = \ddot{\mathbf{x}}_d = 0$  et  $\mathbf{x}_d = \mathbf{x}$ . Les termes de raideur disparaissent et nous obtenons le modèle d'impédance simplifié

$$\mathbf{f} = \mathbf{A}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{x}}. \quad (4.4)$$

On constate que l'équation (4.2) utilise la dérivée seconde de la position qui est généralement très bruitée. De plus, afin d'amorcer le mouvement il faut d'abord vaincre la friction des actionneurs en supposant qu'ils soient rétrocommandables. La force de friction ressentie dans le repère cartésien dépend de la configuration du robot, elle est donc hautement non linéaire. La commande en admittance pallie ces inconvénients en utilisant le signal d'un capteur de force pour calculer l'accélération désirée. Puisqu'un capteur de force est disponible sur notre prototype, nous utiliserons une commande en admittance.

Le calcul de l'accélération étant trop bruité, on ne peut pas l'utiliser comme retour d'une boucle d'asservissement. Le contrôleur reçoit donc des commandes en vitesse ou en position. Le choix du type de commande, vitesse ou position, dépend de la situation. Avec la commande en vitesse, l'effecteur est libre de se déplacer advenant une perturbation. Si une force constante telle que la gravité s'applique sur le robot sans être compensée, il peut survenir une dérive involontaire de la position. La compensation de la gravité peut être soit passive, soit active. Dans le cas de notre robot, les trois derniers ddls ne sont pas équilibrés statiquement. Une commande nulle en vitesse gérée par un PID mènerait donc probablement à une descente

progressive du poignet. L'ajout d'un modèle précis des efforts statiques du poignet permettra d'éviter ce problème. Le poignet restera en position tant que la résultante des forces sur le poignet ne dépassera pas la friction. Les quatre premiers ddls sont quant à eux équilibrés statiquement. L'équilibrage n'est cependant pas parfait et l'erreur d'équilibrage surpasse par endroit la friction, menant à un déplacement du robot. Un modèle des erreurs d'équilibrage permettrait probablement d'éviter la dérive d'un PID en vitesse. La commande en position quant à elle permet d'éviter les problèmes de dérive. Puisqu'une position est asservie, les déplacements dus à la gravité ou aux erreurs d'équilibrage sont continuellement corrigés. Une perturbation de la position, si elle est maintenue, peut cependant mener à une accumulation d'erreurs du contrôleur PID et devenir dangereuse si elle n'est pas bien gérée.

### 4.3 Gestion de la redondance

La matrice jacobienne d'un manipulateur sériel permet de relier les vitesses articulaires aux vitesses cartésiennes par la relation

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\theta}} = \dot{\mathbf{x}} \quad (4.5)$$

où  $\mathbf{J} \in \mathbb{R}^{m \times n}$  est la matrice jacobienne,  $n$  est le nombre d'actionneurs,  $m$  est la dimension de l'espace de travail,  $\dot{\boldsymbol{\theta}}$  est le vecteur des vitesses articulaires et  $\dot{\mathbf{x}}$  est le vecteur des vitesses cartésiennes. Un problème courant en robotique consiste à trouver les vitesses articulaires permettant de produire les vitesses désirées à l'effecteur. Cela ne pose pas de problème lorsque la matrice jacobienne est inversible. Lorsque le nombre d'actionneurs est plus grand que la dimension de l'espace de travail, une infinité de solutions peuvent cependant être possibles. Les robots ayant davantage de degrés de liberté que la tâche à accomplir sont dits redondants. Cette redondance leur permet, par exemple, d'accomplir une tâche tout en optimisant un critère secondaire. Cette section présentera un aperçu des différentes techniques utilisées pour gérer la redondance.

#### 4.3.1 Jacobienne transposée

La solution de la jacobienne transposée, (Balestrino et al. 1984; Wolovich et Elliott 1984), suppose d'abord qu'un ressort relie l'effecteur à la position cible. La force appliquée à l'effecteur sera  $k(\mathbf{x}_d - \mathbf{x})$  où  $k$  est la raideur du ressort,  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{x}_d$  sont les positions réelles et désirées. Par le principe des travaux virtuels appliqué en régime statique, on peut démontrer que la transposée de la jacobienne relie le torseur des efforts cartésiens au vecteur des couples articulaires, c'est-à-dire

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{J}^T \mathbf{f}. \quad (4.6)$$

On peut utiliser le membre de droite de l'équation (4.6) pour estimer un vecteur de vitesses articulaires, c'est-à-dire

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^T k(\mathbf{x}_d - \mathbf{x}). \quad (4.7)$$

Cette solution n'est pas exacte, c'est-à-dire qu'elle ne produit pas exactement le mouvement cartésien désiré. Cependant, elle sera robuste par rapport aux singularités puisqu'il n'y a pas d'inversion de matrice.

### 4.3.2 Solution à norme minimale

Une solution particulière à l'équation (4.5) peut être trouvée en minimisant la quantité  $\dot{\mathbf{q}}^T \dot{\mathbf{q}}$ . On cherche alors la solution à norme minimale des vitesses articulaires. Cette solution est obtenue par

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^+ \dot{\mathbf{x}} \quad (4.8)$$

où  $\mathbf{J}^+$  est la pseudo-inverse de Moore-Penrose (Whitney 1969). Pour  $\mathbf{J} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ,  $m < n$  et  $rg(\mathbf{J}) = m$ , la pseudo-inverse de  $\mathbf{J}$  peut être calculée par

$$\mathbf{J}^+ = \mathbf{J}^T (\mathbf{J}\mathbf{J}^T)^{-1}. \quad (4.9)$$

Cette solution minimise la norme du vecteur des vitesses articulaires.

### 4.3.3 Pseudo-inverse pondérée

La solution à norme minimale présentée ci-haut ne tient pas compte de la nature des articulations, c'est-à-dire qu'elle accorde une importance égale à chacune d'elles. On peut améliorer cette solution en pondérant les termes des vitesses articulaires afin de leur donner un sens physique. Un exemple consiste à pondérer par la matrice d'inertie généralisée,  $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ , pour minimiser l'énergie cinétique plutôt que la norme des vitesses articulaires. Comme montrée dans (Khatib 1990), la solution qui minimise l'énergie cinétique s'écrit

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{J}^T (\mathbf{J}\mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{J}^T)^{-1} \dot{\mathbf{x}}. \quad (4.10)$$

### 4.3.4 Augmentation de l'espace opérationnel

Une autre manière de gérer la redondance est d'utiliser la méthode d'extension de l'espace opérationnel (Oh et al. 1984; Baillieul 1986; Chang 1987). Cette méthode consiste simplement à

éliminer la redondance en ajoutant un nouvel objectif afin d'obtenir  $n-m$  nouvelles contraintes indépendantes. Avec un espace opérationnel étendu, on obtient une matrice jacobienne étendue  $\mathbf{J}_e \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ . La solution est alors donnée par

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_e^{-1}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{x}}_e. \quad (4.11)$$

#### 4.3.5 Utilisation du noyau de la matrice jacobienne

Le fait qu'un manipulateur soit redondant implique qu'il existe un ensemble de vitesses articulaires qui n'engendre aucune vitesse à l'effecteur. Ces vitesses articulaires constituent un sous-espace correspondant au noyau de la matrice jacobienne,  $N(\mathbf{J})$ . Le projecteur orthogonal vers  $N(\mathbf{J})$ , noté  $P_{N(\mathbf{J})}$ , peut être utilisé afin de conserver les composantes d'une solution d'optimisation qui appartiennent au noyau. Ce projecteur s'écrit

$$P_{N(\mathbf{J})} = (\mathbf{I} - \mathbf{J}^+\mathbf{J}) \quad (4.12)$$

où  $\mathbf{I} \in \mathfrak{R}^{m \times m}$  est la matrice identité. Ce projecteur permet de calculer

$$\dot{\mathbf{q}}_h = P_{N(\mathbf{J})}\dot{\mathbf{q}}_{op} \quad (4.13)$$

où  $\dot{\mathbf{q}}_h$  correspond à une solution au problème homogène

$$\mathbf{J}\dot{\mathbf{q}}_h = \mathbf{0}. \quad (4.14)$$

et où  $\dot{\mathbf{q}}_{op}$  est un vecteur choisi en fonction du ou des critères à optimiser. Une solution particulière au problème  $\mathbf{J}\dot{\mathbf{q}}_p = \dot{\mathbf{x}}$  est celle de l'inverse généralisé présenté ci-haut :

$$\dot{\mathbf{q}}_p = \mathbf{J}^+\dot{\mathbf{x}} \quad (4.15)$$

Finalement la somme des deux solutions nous donne la solution générale

$$\dot{\mathbf{q}}_g = \mathbf{J}^+\dot{\mathbf{x}} + \alpha(\mathbf{I} - \mathbf{J}^+\mathbf{J})\dot{\mathbf{q}}_{op} \quad (4.16)$$

Cette formulation, (voir Liégeois 1977; Maciejewski et Klein 1985; Baillieul 1985), permet d'accomplir une tâche secondaire tel que

- la maximisation de l'éloignement aux butées.
- l'amélioration du conditionnement de la jacobienne.
- l'utilisation d'attracteur ou de répulseur pour l'évitement d'obstacles par exemple.



### Exemple d'un manipulateur 3P

Le manipulateur plan à 3 ddls et 3 articulations prismatique de la figure 4.1a permet d'illustrer l'utilisation du projecteur orthogonal  $P_{N(\mathbf{J})}$ .

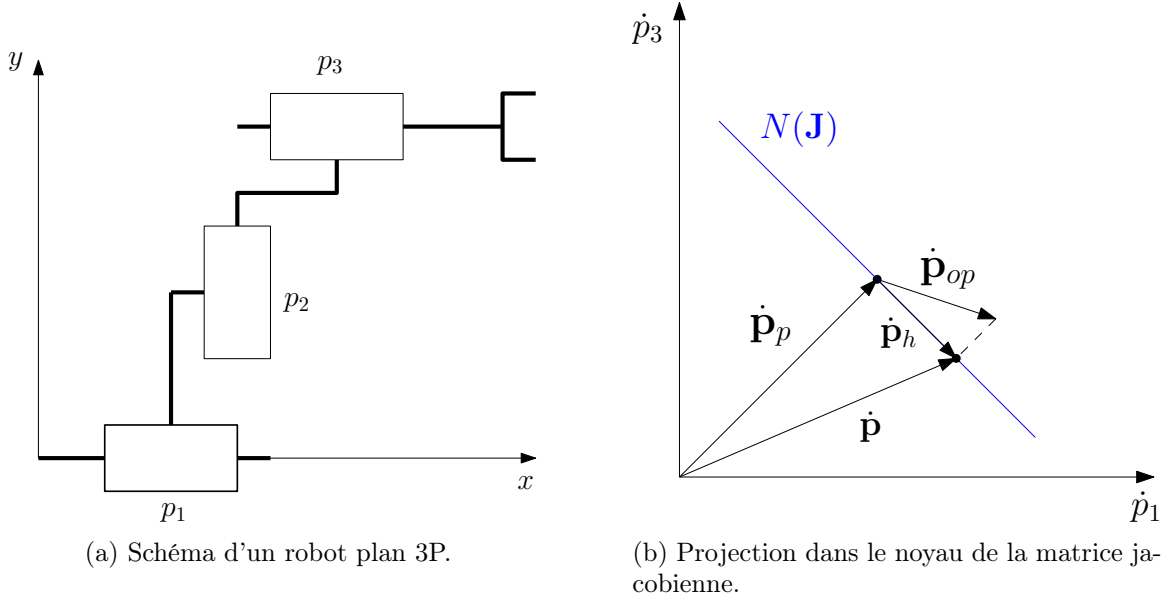


FIGURE 4.1

La jacobienne et son noyau sont donnés par

$$J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad N(\mathbf{J}) = \alpha \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad (4.17)$$

où  $\alpha \in \mathfrak{R}$ . La figure 4.1b illustre l'équation (4.16). Le vecteur  $\dot{\mathbf{p}}_p$  est la solution à norme minimale. Le vecteur  $\dot{\mathbf{p}}_{op}$  est le vecteur des vitesses articulaires pour l'accomplissement d'une tâche secondaire. Le vecteur  $\dot{\mathbf{p}}_h$  est la projection dans  $N(\mathbf{J})$  de  $\dot{\mathbf{p}}_{op}$ . Le vecteur  $\dot{\mathbf{p}}$  est la solution finale formée de l'addition de  $\dot{\mathbf{p}}_p$  et  $\dot{\mathbf{p}}_h$ .

## 4.4 Commande par admittance avec gestion active de la redondance

Toutes les solutions décrites pour la gestion de la redondance répondent à un critère précis. Lorsque la tâche est complexe, comme en collaboration humain-robot, le meilleur critère à optimiser dépend de la situation et parfois même de l'opérateur. La solution proposée consiste alors à laisser à l'opérateur la possibilité d'influencer la solution en appliquant des forces

directement sur le robot. Dans un schéma de commande en admittance standard, le signal de force du capteur sert à calculer une commande articulaire en vitesse ou en position. Si la commande est en vitesse, l'opérateur peut déplacer le robot autrement que par le capteur de force, mais les efforts nécessaires seront grands. Si la commande est en position, l'opérateur ne pourra simplement pas déplacer le robot autrement que par le capteur de force. Une manière de corriger le problème consiste à ne conserver que les perturbations qui ne modifient pas la position de l'effecteur, ce que fait le projecteur orthogonal  $P_{N(\mathbf{J})}$ . Nous obtenons donc comme solution

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^+ \mathbf{x}_d + \zeta (\mathbf{I} - \mathbf{J}^+ \mathbf{J}) \dot{\mathbf{q}}_m \quad (4.18)$$

où  $\dot{\mathbf{q}}_m$  est la vitesse articulaire mesurée et  $\zeta$  une constante d'amortissement. La figure 4.2 illustre la commande pour le robot 3P de la figure 4.1a. Nous supposons un contrôleur tel que

$$\dot{\mathbf{p}}_m^i = \dot{\mathbf{p}}^{i-1} + \dot{\mathbf{p}}_e^i \quad (4.19)$$

où  $\dot{\mathbf{p}}_m^i$  est la vitesse mesurée à la  $i^{\text{ème}}$  itération,  $\dot{\mathbf{p}}^{i-1}$  est la vitesse commandée précédemment et  $\dot{\mathbf{p}}_e^i$  est la perturbation en vitesse introduite par l'opérateur. En l'absence de perturbation, la vitesse mesurée correspond donc à la commande précédente. Advenant une première perturbation  $\dot{\mathbf{p}}_e^i$ , la vitesse articulaire commandée sera

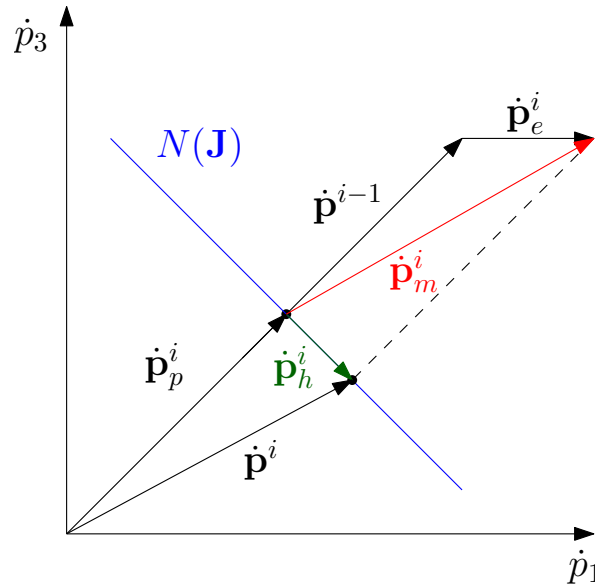


FIGURE 4.2 – Projection dans le noyau de la matrice jacobienne.

$$\dot{\mathbf{p}}^i = \mathbf{J}^+ \dot{\mathbf{x}}_d + \zeta(\mathbf{I} - \mathbf{J}^+ \mathbf{J})(\dot{\mathbf{p}}^{i-1} + \dot{\mathbf{p}}_e^i) \quad (4.20)$$

$$= \mathbf{J}^+ \dot{\mathbf{x}}_d + \zeta(\mathbf{I} - \mathbf{J}^+ \mathbf{J})\dot{\mathbf{p}}_e^i \quad (4.21)$$

$$= \dot{\mathbf{p}}_p^i + \dot{\mathbf{p}}_h^i \quad (4.22)$$

où  $\dot{\mathbf{x}}_d$  est la vitesse cartésienne désirée. Le premier terme du membre de droite de l'équation génère la vitesse désirée à l'effecteur et le second terme ajoute les composantes de la perturbation qui ne modifient pas la vitesse de l'effecteur. Puisque les composantes des vitesses articulaires qui génèrent les vitesses cartésiennes sont orthogonales au noyau de la jacobienne, ils ne seront pas réinjectés par la projection. Pour cette raison, nous disons que le projecteur filtre les vitesses articulaires et ne conserve que les composantes qui sont dans le noyau, provenant nécessairement des perturbations de l'opérateur.

#### 4.4.1 Amortissement

Une partie de la commande en vitesse proposée à l'équation (4.18) provient de la vitesse mesurée. La commande en vitesse entraînera elle-même une vitesse qui sera mesurée et entrera dans la prochaine commande. On pourrait donc penser qu'en l'absence d'amortissement, le système se déplacerait de façon incontrôlée. La constante  $\zeta$  de l'équation (4.18) servait initialement à cela. Lors des essais expérimentaux avec le prototype 7 ddls, nous avons cependant constaté qu'une valeur de 1,1 permettait d'obtenir le comportement désiré. Une valeur en deçà générant trop d'amortissement et au-dessus, un emballement du robot. La valeur surunitaire de  $\zeta$  pourrait-être expliquée par l'utilisation d'un contrôleur PID. Par exemple, si la vitesse désirée de l'effecteur est nulle, mais que la vitesse mesurée des articulations est contenue dans le noyau de la jacobienne, la commande en vitesse sera égale à la vitesse mesurée. L'erreur sera alors nulle et le contrôleur PID générera une commande en couple nulle. Le robot devrait alors s'arrêter de lui-même. Afin d'améliorer les performances du contrôleur, nous utilisons plutôt un contrôleur par linéarisation et asservissement en parallèle (voir Koivo 1989). La figure 4.3 montre un schéma du contrôleur utilisé. Le contrôleur comprend des termes de compensation pour les frictions sèche et visqueuse, ce qui élimine en bonne partie l'amortissement naturel du système. Un autre phénomène peut cependant expliquer la valeur surunitaire de  $\zeta$ , l'amortissement par variation du noyau de la jacobienne. Les trois exemples suivants permettront de comprendre ce phénomène. Chacune des simulations présentées sera purement cinématique de manière à exclure les effets du contrôleur sur l'amortissement.

#### Exemple du robot plan 3P

Le premier exemple est celui du robot 3P de la section précédente, voir la figure 4.4a. Les vitesses des actionneurs sont initialement nulles, puis une perturbation ponctuelle  $\dot{\mathbf{p}}_e^0$  provenant

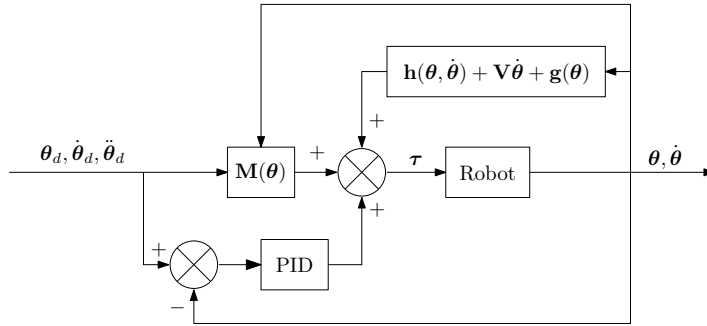


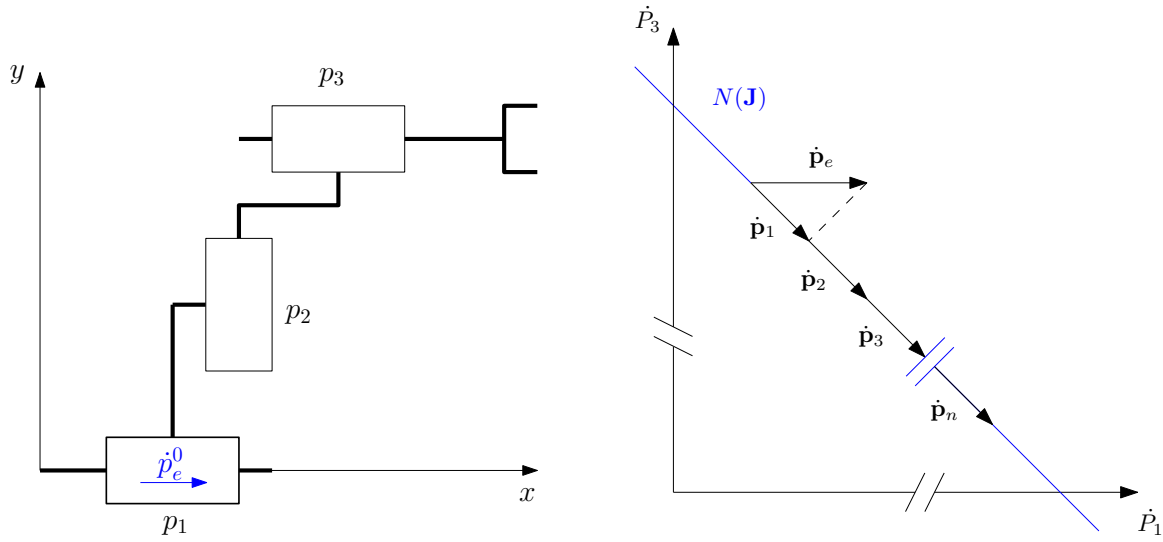
FIGURE 4.3 – Schéma du contrôleur utilisé pour l’asservissement de la commande pour le prototype de bras sériel 7 ddl. Les termes  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{h}$ ,  $\mathbf{V}$  et  $\mathbf{g}$  représentent respectivement la matrice d’inertie généralisée, le vecteur des forces de Coriolis, le vecteur des forces centrifuges et le vecteur des forces dues à la gravité.

de l’opérateur survient. Pour une vitesse désirée à l’effecteur  $\dot{\mathbf{x}}_d = 0$ , la prochaine commande en vitesse sera

$$\dot{\mathbf{p}}^1 = \mathbf{J}^+ \dot{\mathbf{x}}_d + \zeta (\mathbf{I} - \mathbf{J}^+ \mathbf{J}) \dot{\mathbf{p}}_e^0 \quad (4.23)$$

$$= \zeta \mathbf{P} \dot{\mathbf{p}}_e^0 \quad (4.24)$$

où  $\mathbf{P}$  est le projecteur orthogonal des vitesses articulaires dans le noyau de la jacobienne.



(a) Schéma d’un robot 3P avec vitesse initiale de l’actionneur  $p_1$ .

(b) Représentation graphique des projections successives d’une vitesse articulaire dans le noyau de la jacobienne du robot plan 3P pour  $\zeta = 1$ .

FIGURE 4.4 – Démonstration du comportement de la commande avec un robot plan 3P.

Puisque la jacobienne est constante,  $\mathbf{P}$  sera également constant. Lors de la prochaine itération, considérant qu'en l'absence de perturbation la vitesse mesurée correspond à la commande précédente, nous obtiendrons

$$\dot{\mathbf{p}}^2 = \zeta(\mathbf{P}\dot{\mathbf{p}}^1) \quad (4.25)$$

$$= \zeta\dot{\mathbf{p}}^1 \quad (4.26)$$

puisque  $\dot{\mathbf{p}}^1$  est entièrement dans le noyau de la jacobienne. La même chose se produira lors des prochaines itérations et nous obtiendrons que

$$\dot{\mathbf{p}}^n = \zeta(\mathbf{P}\dot{\mathbf{p}}^{n-1}) \quad (4.27)$$

$$= \zeta^n \mathbf{P}\dot{\mathbf{p}}_e^0 \quad (4.28)$$

La figure 4.4b illustre graphiquement la succession des commandes de vitesses articulaires pour une constante d'amortissement unitaire, une vitesse désirée à l'effecteur nulle et une perturbation initiales  $\dot{\mathbf{p}}_e^0$ . En absence d'amortissement, la commande demeure identique d'une itération à l'autre.

### Exemple du robot plan 2PR

L'exemple suivant est celui d'un autre robot plan. Nous remplaçons en fait l'actionneur prismatique  $P_3$  de l'exemple précédent pour un actionneur rotoïde. Le schéma de ce robot est montré à la figure 4.5. La jacobienne et son noyau sont donnés par

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -l \sin \theta_3 \\ 0 & 1 & l \cos \theta_3 \end{bmatrix}, \quad N(\mathbf{J}) = \alpha \begin{bmatrix} l \sin \theta_3 \\ -l \cos \theta_3 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (4.29)$$

où  $\alpha \in \mathfrak{R}$ . La jacobienne et son noyau ne sont pas constant contrairement à ceux de l'exemple précédent. De la même manière qu'à l'exemple précédent, nous avons simulé de façon purement cinématique la commande de l'équation 4.18 pour une perturbation initiale en vitesse données, une constante d'amortissement  $\zeta$  unitaire ainsi qu'une vitesse désirée nulle à l'effecteur. Le graphique de la figure 4.6b montre l'évolution de la vitesse de la base de la membrure  $l$ , soit  $\sqrt{(\dot{p}_1^2 + \dot{p}_2^2)}$ , pour différentes longueurs de  $l$ .

On s'aperçoit que même si le facteur d'amortissement est unitaire, la vitesse du mouvement diminue graduellement. On constate également que plus la membrure  $l$  est courte et plus la

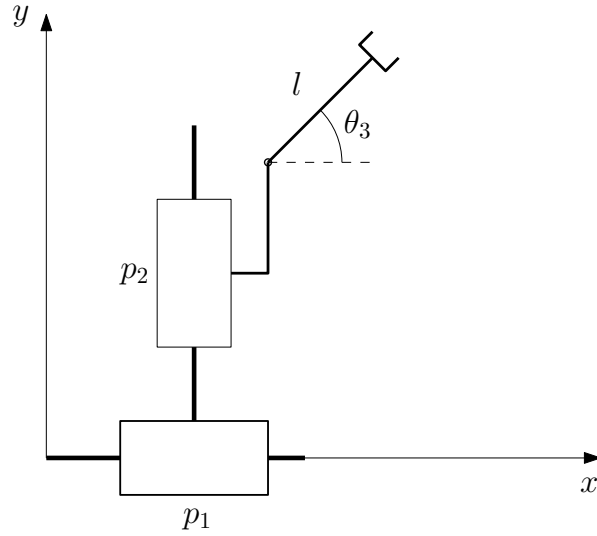


FIGURE 4.5 – Schéma d'un robot plan 2PR.

vitesse diminue rapidement. La figure 4.6a nous aide à comprendre pourquoi. La vitesse de diminution du mouvement est liée à la vitesse de variation du noyau de la jacobienne. Si le noyau change rapidement, la projection d'un vecteur du précédent noyau dans le nouveau noyau entraînera une grande diminution de la norme de ce vecteur. Dans cet exemple, le mouvement dans le noyau de la jacobienne est relié à la tangente du cercle pointillé et cette tangente varie plus rapidement, pour une vitesse tangentielle donnée, lorsque le cercle est petit.

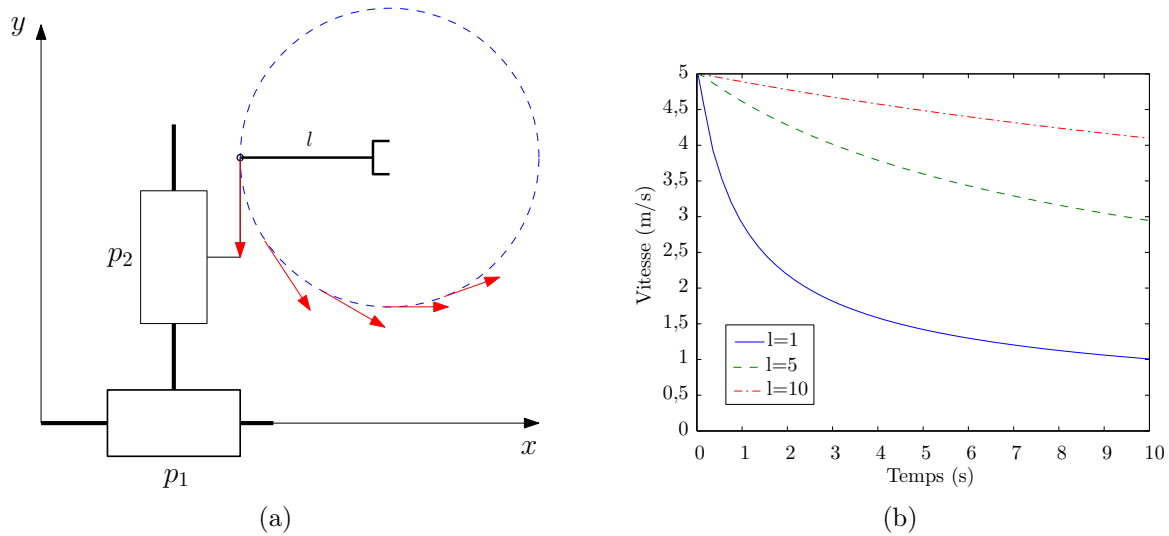


FIGURE 4.6 – Simulation cinématique de la commande de l'équation 4.18 appliquée à un robot plan 2PR. (a) Schéma d'un ensemble de solution du robot plan 2PR. (b) Graphique des vitesses de la base de la membrure  $l$  du robot plan 2PR pour une vitesse initiale de  $-5m/s$  en  $y$  et une configuration initiale  $\theta_3 = 0$ .

## Exemple du robot 7R

L'exemple suivant est simplement le prototype présenté au chapitre 3 montré sur la figure 4.7. La redondance de ce robot se situe principalement au niveau du coude. L'opérateur peut donc saisir le coude et amorcer un déplacement dans le noyau de la jacobienne. Tel qu'à l'exemple précédent, nous avons simulé la commande proposée pour une configuration et une vitesse initiale donnée du coude ainsi qu'une vitesse désirée à l'effecteur nulle. Les figures 4.8a et 4.8b montrent les résultats. Le principal point est que bien que la norme du vecteur des vitesses articulaires soit une fonction monotone décroissante, la vitesse du coude ne l'est pas.

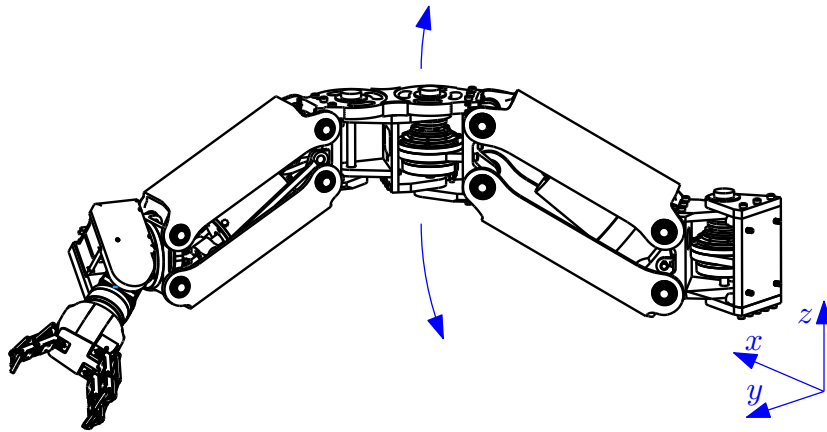


FIGURE 4.7 – Vue isométrique du robot 7 ddls.

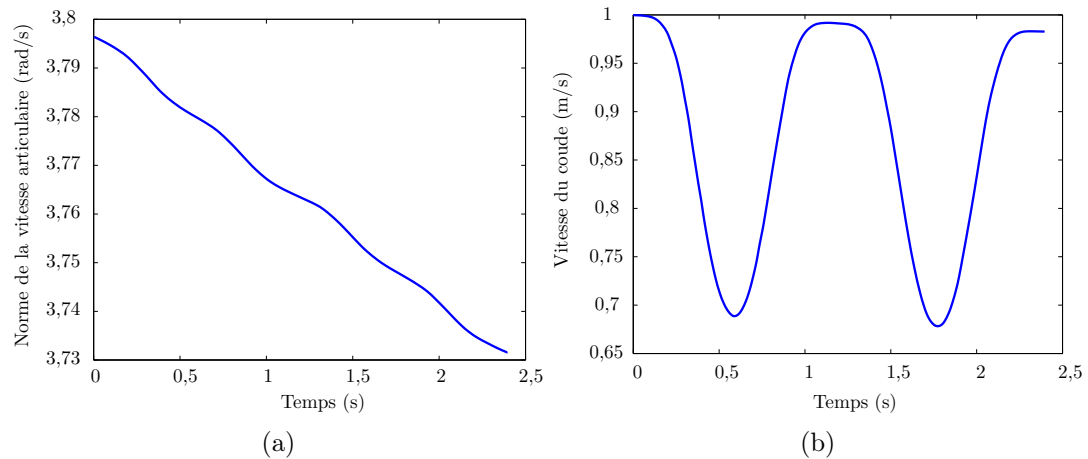


FIGURE 4.8 – Graphiques des résultats de simulations de la commande sur le prototype à 7 ddls. a) Norme des vitesses articulaires. b) Vitesse absolue du coude.

La norme des vitesses articulaire est en fait nécessairement constante ou décroissante. Tel que montré dans (Aubin 2000, p. 20-21), si l'on définit  $U$  comme un espace vectoriel de dimension finie et  $V$  un sous-espace de  $U$ , le projecteur orthogonal  $\mathbf{P}$  de  $U$  vers  $V$  satisfait la condition  $\|\mathbf{P}\mathbf{x}\| \leq \|\mathbf{x}\|$  pour tout  $\mathbf{x} \in U$ .

Par contre, seules les vitesses  $\dot{\theta}_1$  et  $\dot{\theta}_2$  ont une influence sur la vitesse du coude et cette influence dépend des positions  $\theta_1$  et  $\theta_2$ . Soit un espace des solutions pour une pose donnée correspondant à un mouvement elliptique du coude dans le plan  $yz$  de l'espace. Si on fait correspondre à la position  $yz$  du coude un angle  $\psi$  tel que montré à la figure 4.9b, nous obtenons un paramètre unique pour décrire la solution particulière au PGI. La figure 4.9b reprend les données du graphique de la figure 4.8b mais en les traçant par rapport à la position  $\psi$ . Nous constatons que la vitesse du coude est minimale lorsque le robot est dans un plan vertical, soit  $\psi = \frac{\pi}{2}$  et  $\psi = \frac{3\pi}{2}$  et qu'elle est maximale lorsque  $\psi = 0$  et  $\psi = \pi$ . Nous allons maintenant regarder pourquoi.

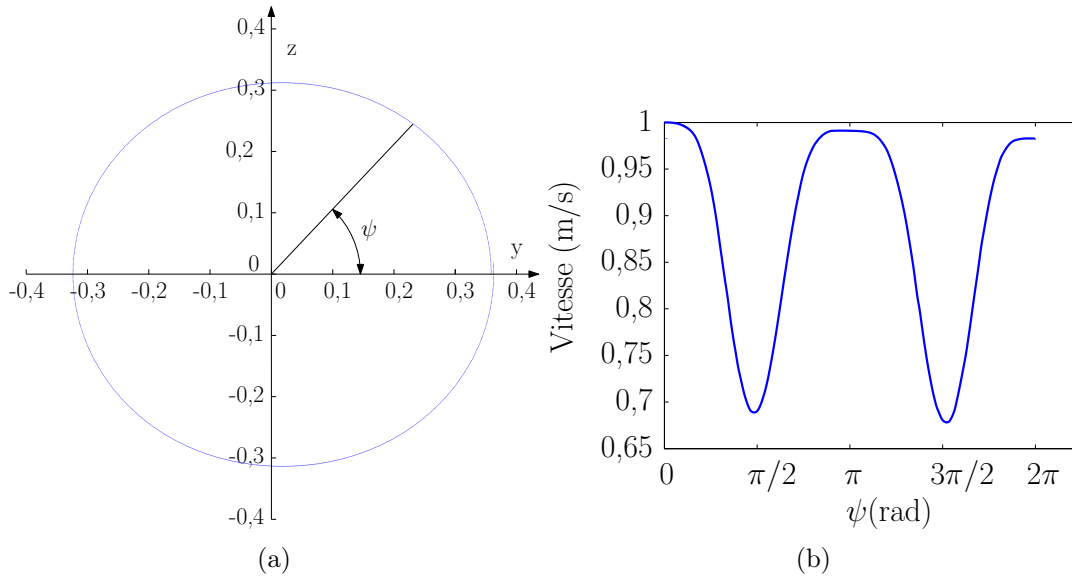


FIGURE 4.9 – a) Projection de l'espace des solutions admissibles dans le plan  $yz$ . b) Vitesse absolue du coude en fonction du paramètre  $\psi$ .

Les noyaux de la jacobienne pour les configurations horizontale et verticale du coude sont donnés par

$$N(J(\psi = 0)) = \alpha \begin{bmatrix} 0 \\ 0,6585 \\ 0 \\ -0,7526 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad N(J(\psi = \pi/2)) = \alpha \begin{bmatrix} -0,5103 \\ 0 \\ 0,5749 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0,6395 \end{bmatrix},$$

où  $\alpha \in \mathfrak{R}$ . Nous constatons que dans la configuration horizontale, la projection se fait entièrement sur les axes 2 et 4 tandis que dans la configuration verticale, la projection est distribuée



sur les axes 1, 3 et 7. La norme des vitesses articulaires varie peu entre  $\psi = 0$  et  $\psi = \pi/2$ , mais elle s'étend dans une troisième dimension,  $\theta_7$ , qui ne contribue pas à la vitesse du coude. Ceci explique la diminution de vitesse du coude entre  $\psi = 0$  et  $\psi = \frac{\pi}{2}$  et son augmentation entre  $\psi = \frac{\pi}{2}$  et  $\psi = \pi$ . Le problème que cela soulève est que si l'opérateur amorce un déplacement du coude lorsque le robot est dans la configuration verticale, le coude accélérera jusqu'à la configuration horizontale. Ce phénomène est d'ailleurs observé expérimentalement avec la commande actuelle. Le comportement désiré serait plutôt un amortissement constant de la vitesse du coude, peu importe sa configuration.

### Gestion de l'amortissement de la vitesse du coude

Chacun des trois exemples de robot que nous venons d'étudier réagit différemment à la commande proposée à l'équation (4.18). Le robot 3P ne possède pas d'amortissement intrinsèque puisque le noyau de la jacobienne demeure constant. La constante  $\zeta$  doit donc être inférieure à 1 pour ajouter de l'amortissement. Le robot 2PR possède un amortissement uniforme du mouvement dans le noyau. La constante  $\zeta$  peut être légèrement supérieure à 1 si l'on souhaite compenser l'amortissement de la commande. Enfin, la commande appliquée au robot 7R possède un amortissement qui dépend de la configuration du robot. Dans tous les cas, le comportement désiré serait plutôt un amortissement constant de la vitesse du point opéré. Dans le dernier exemple, le point opéré est la membrure du coude et nous souhaiterions donc que la vitesse du coude suive l'équation

$$V(t) = V_0 \zeta^t. \quad (4.30)$$

où  $V_0$  est la vitesse initiale du coude induite par l'opérateur. Afin d'y parvenir, nous proposons donc d'estimer l'amortissement de la vitesse du coude et de corriger la vitesse articulaire commandée. Nous calculons d'abord les composantes des vitesses articulaires mesurées projetées dans le noyau de la jacobienne. Nous estimons ensuite quelles seront ces composantes lors du prochain pas de temps.

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{P}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}_m \quad (4.31)$$

$$\dot{\mathbf{q}}^* = \mathbf{P}(\mathbf{q} + \dot{\mathbf{q}}_m \Delta t)\dot{\mathbf{q}} \quad (4.32)$$

où  $\dot{\mathbf{q}}^*$  est l'estimation des composantes de vitesse articulaire projetées dans le noyau de la jacobienne au prochain pas de temps. Avec  $\mathbf{J}_o$ , la matrice jacobienne reliant les vitesses cartésiennes du point opéré aux vitesses articulaires, nous estimons  $\alpha$ , l'amortissement en vitesse du point opéré comme suit

$$\alpha = \frac{\|\mathbf{J}_o(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}\|}{\|\mathbf{J}_o(\mathbf{q} + \Delta\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}^*\|}. \quad (4.33)$$

Avec  $\zeta$ , la constante d'amortissement de l'équation (4.30), nous calculons la constante  $\zeta^*$  correspondante au domaine discrétisé par  $\Delta t$ .

$$\zeta^* \frac{1}{\Delta t} = \zeta \quad (4.34)$$

$$\zeta^* = e^{\ln(\zeta)\Delta t} \quad (4.35)$$

À partir des équations (4.31), (4.33) et (4.35), nous pouvons estimer les termes de vitesses qui engendreront l'amortissement voulu de la vitesse du point opéré.

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{\zeta^*}{\alpha} \mathbf{P}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}_m. \quad (4.36)$$

En simulation, les résultats obtenus valident le concept. La figure 4.10 présente le graphique de la vitesse du coude en fonction du temps pour le robot 7R. Le facteur  $\zeta$  utilisé est de 0,9 pour une vitesse initiale de 1 m/s et nous avons bien obtenu une vitesse de  $1 \times 0,9^2 = 0,81$  m/s après 2 secondes.

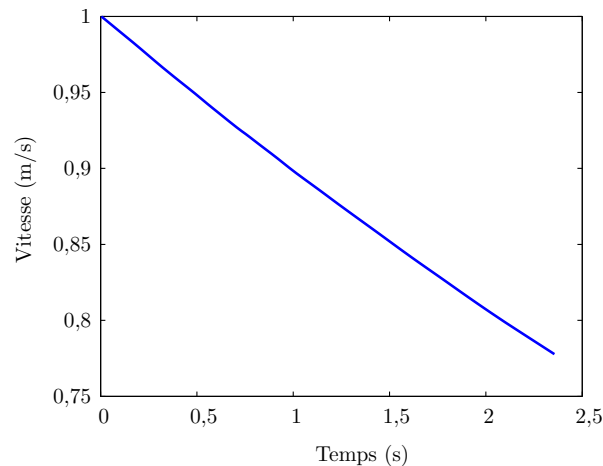


FIGURE 4.10 – Graphique de la vitesse du coude en fonction du temps.

Malheureusement en pratique, les résultats ne furent pas probants. Nous attribuons cela au fait que la vitesse mesurée ne correspond jamais réellement à la vitesse commandée l'itération d'avant. L'estimation de la variation de vitesse du point opéré est donc déficiente en pratique par cette méthode.

#### 4.4.2 Résultats

La solution proposée à l'équation (4.18) pour la résolution de la redondance a été implémentée dans deux types de commande. La première commande montrée à la figure 4.11, génère une commande en vitesse articulaire. Cette commande est plus simple que celle en position, par contre la position de l'effecteur n'est pas asservie. Lors des déplacements dans le noyau de la jacobienne, l'effecteur dérivera en position s'il n'est pas maintenu en place. Cela nécessite donc de l'opérateur qu'il opère le robot avec deux points de contact, soit l'effecteur et le coude. La vidéo *admittance\_vitesse.mp4* montre une démonstration de la commande. La vidéo *asservissement\_vitesse.mp4* montre une démonstration de la dérive en position qui se produit lorsque l'effecteur n'est pas maintenu. Enfin, la figure 4.12 montre une capture d'écran du suivi de trajectoire du coude et de l'effecteur.

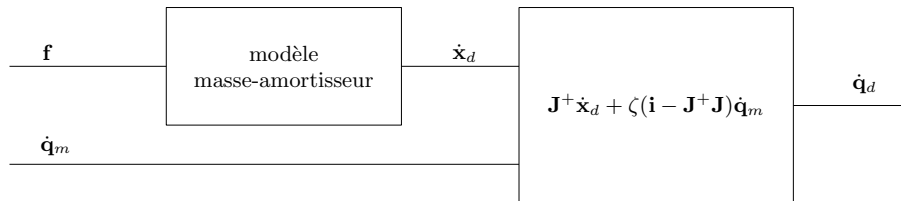


FIGURE 4.11 – Schéma de contrôle en vitesse.

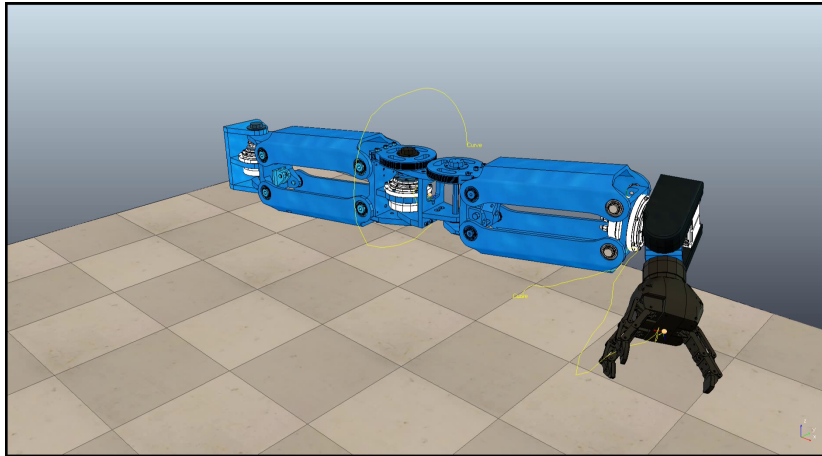


FIGURE 4.12 – Suivi de la trajectoire du coude et de l'effecteur suite à un déplacement du coude par l'opérateur avec contrôle en vitesse cartésienne.

Le second type de commande que nous avons testée est celui en position. Nous avons d'abord testé une commande en position articulaire dont le schéma se trouve à la figure 4.13. Ce schéma avait l'avantage de simplifier la saturation des commandes en position articulaire ainsi que d'être simple. Malheureusement la mise en pratique ne fut pas concluante. Nous évoquerons deux raisons au mauvais fonctionnement de cette commande. D'abord, l'intégration numérique d'une vitesse estimée par dérivation ne donne jamais tout à fait la valeur de la distance

parcourue. Donc, si l'opérateur déplace les axes 2 et 4 de 10 degrés et que ce déplacement se trouvait compatible avec le noyau de la jacobienne, l'intégration numérique de la vitesse mesurée des axes 2 et 4 sera peut-être de 9 degrés. Il faudrait donc, dans cet exemple, que l'opérateur déplace les axes de 11 degrés plutôt que 10 pour compenser. La seconde raison du mauvais fonctionnement de cette commande est que si une erreur en position articulaire génère une vitesse dans le noyau de la jacobienne, celle-ci modifiera la commande en position, qui modifiera l'erreur, qui générera un nouveau déplacement et ainsi de suite. L'opérateur peut bien arrêter le mouvement, mais celui-ci reprendra dès que l'opérateur relâchera le robot.

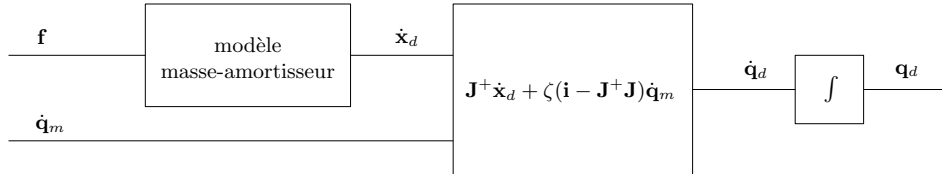


FIGURE 4.13 – Schéma de contrôle en position articulaire.

Pour contourner ces difficultés, nous avons développé une commande en position cartésienne. Un modèle masse-amortisseur convertit le signal de force en vitesse cartésienne, mais cette fois la vitesse est directement intégrée pour obtenir une position cartésienne cible. Cette position cible est comparée à la position mesurée,  $\mathbf{x}_d$ , pour obtenir l'erreur cartésienne en position. L'erreur cartésienne est alors reconvertie en vitesse cartésienne désirée qui servira au calcul de la commande en vitesse articulaire. La figure 4.14 montre le schéma du contrôleur.

Les résultats obtenus par cette méthode sont très bons. La vidéo *admittance\_position.mp4* montre une démonstration du contrôle et la vidéo *asservissement\_position.mp4* montre le maintien de la position cartésienne commandée durant les déplacements dans le noyau de la jacobienne.

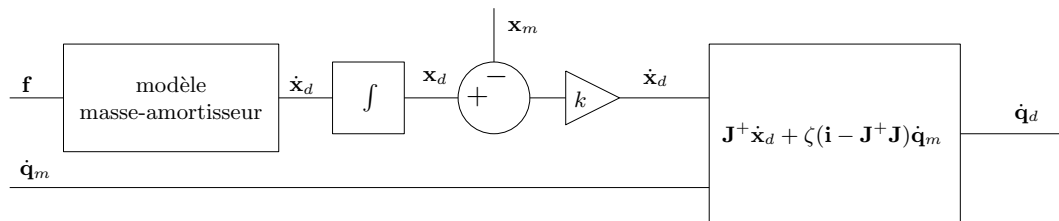


FIGURE 4.14 – Schéma de contrôle en position cartésienne.

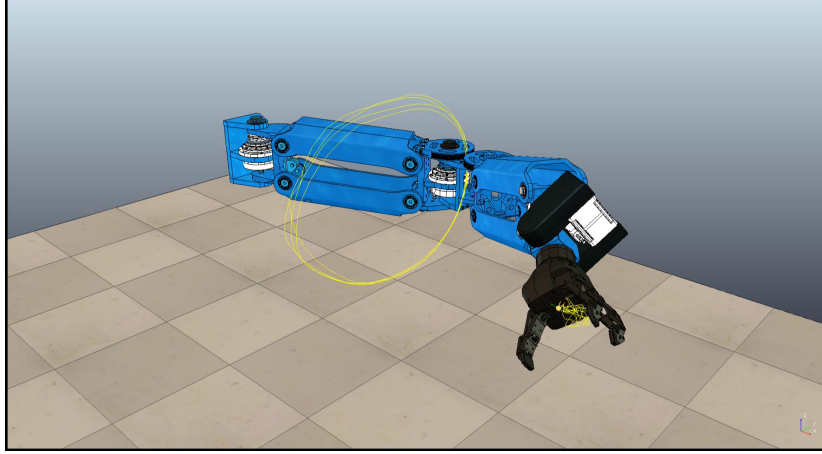


FIGURE 4.15 – Suivi de la trajectoire du coude et de l'effecteur suite à un déplacement du coude par l'opérateur avec un contrôle en position cartésienne.

## 4.5 Saturation des vitesses cartésiennes cibles

Le modèle en admittance génère des commandes de vitesse cartésienne à l'effecteur. Ces vitesses doivent être bornées afin d'éviter une accumulation des erreurs par exemple. Certains auteurs (Buss 2004) proposent donc de saturer la norme des vitesses par

$$\dot{\mathbf{x}}_d = \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_d & \text{si } \|\dot{\mathbf{x}}_d\| \leq \dot{x}_{max} \\ \dot{x}_{max} \frac{\dot{\mathbf{x}}_d}{\|\dot{\mathbf{x}}_d\|} & \text{autrement.} \end{cases} \quad (4.37)$$

où  $\dot{\mathbf{x}}_d$  est la vitesse désirée à l'effecteur et  $\dot{x}_{max}$  la vitesse cartésienne maximale désirée. Pour certaines configurations, il est tout simplement impossible de produire ces vitesses, même une fois bornées. Nous proposons donc de borner les vitesses cartésiennes cibles à la valeur maximale qu'il est possible de produire pour la configuration donnée. En position de singularité, certaines composantes de vitesse seront donc bornées à zéro. L'équation générale pour les vitesses maximales transmissibles est

$$\dot{\mathbf{x}}_{max} = |\mathbf{J}| \dot{\boldsymbol{\theta}}_{max} \quad (4.38)$$

où  $\dot{\mathbf{x}}_{max}$  est le vecteur des vitesses cartésiennes transmissibles maximales,  $|\mathbf{J}|$  est la matrice des valeurs absolues des éléments de  $\mathbf{J}$  et  $\dot{\boldsymbol{\theta}}_{max}$  est le vecteur des vitesses maximales des actionneurs. Cette équation considère que les vitesses minimales et maximales de rotation des moteurs sont les mêmes, ce qui est souvent le cas. Lorsqu'une articulation atteint une limite articulaire, ce n'est cependant plus vrai. Lorsqu'une articulation atteint une limite, elle ne peut plus contribuer à l'ajout de vitesse cartésienne selon certaines directions, selon qu'il s'agit d'une limite inférieure ou supérieure. La méthode qui suit permet de tenir compte de

l'atteinte de limites articulaires lors de la saturation de la commande en vitesse. Nous calculons d'abord les vecteurs  $\dot{\boldsymbol{\theta}}_{min}$  et  $\dot{\boldsymbol{\theta}}_{max}$  des vitesses minimales et maximales des actionneurs. Pour chaque actionneur, si une butée inférieure est atteinte, nous ajustons la vitesse minimale de l'actionneur à zéro et si une butée supérieure est atteinte, nous ajustons la vitesse maximale à zéro. Pour  $i = 1..n$  où  $n$  est le nombre d'actionneurs, on a

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_{max}(i) = 0 \quad \text{si } \boldsymbol{\theta}(i) \geq \boldsymbol{\theta}_{max}(i) \quad (4.39)$$

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_{min}(i) = 0 \quad \text{si } \boldsymbol{\theta}(i) \leq \boldsymbol{\theta}_{min}(i) \quad (4.40)$$

Ensuite, pour chacune des lignes  $i = 1..m$  de la jacobienne, nous construisons deux vecteurs de vitesse articulaire. Le vecteur  $\dot{\boldsymbol{\theta}}_-^i$  minimise la  $i^{\text{ième}}$  vitesse cartésienne et le vecteur  $\dot{\boldsymbol{\theta}}_+^i$  la maximise. On initialise d'abord les vecteurs par un vecteur nul de dimension  $n \times 1$ , soit

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_-^i = \mathbf{0}^{n \times 1} \quad (4.41)$$

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_+^i = \mathbf{0}^{n \times 1} \quad (4.42)$$

puis pour chaque actionneur, on sélectionne parmi les vitesses maximale et minimale laquelle minimise la  $m^{\text{ième}}$  composante de vitesse cartésienne et laquelle la maximise. C'est-à-dire que pour  $j = 1..n$ , si  $\mathbf{J}(i, j) > 0$ ,

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_-^i(j) = \dot{\boldsymbol{\theta}}_{min}(j) \quad (4.43)$$

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_+^i(j) = \dot{\boldsymbol{\theta}}_{max}(j), \quad (4.44)$$

sinon,

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_-^i(j) = \dot{\boldsymbol{\theta}}_{max}(j) \quad (4.45)$$

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_+^i(j) = \dot{\boldsymbol{\theta}}_{min}(j). \quad (4.46)$$

Nous pouvons maintenant calculer les vecteurs des vitesses cartésiennes transmissibles minimales et maximales, c'est-à-dire

$$\dot{\mathbf{x}}_{min} = \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\theta}}_-^i \quad (4.47)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{max} = \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\theta}}_+^i. \quad (4.48)$$

Nous connaissons maintenant les composantes de vitesses cartésiennes minimales et maximales qu'il est possible de produire pour une configuration donnée si l'on ne considère que la cinématique. Les vecteurs  $\dot{\mathbf{x}}_{min}$  et  $\dot{\mathbf{x}}_{max}$  nous permettront maintenant de saturer la commande  $\dot{\mathbf{x}}_d$  envoyée au contrôleur. Pour  $i = 1..m$ ,

$$\dot{\mathbf{x}}_d(i) = \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_{max}(i) & \text{si } \dot{\mathbf{x}}_d(i) > \dot{\mathbf{x}}_{max}(i) \\ \dot{\mathbf{x}}_{min}(i) & \text{si } \dot{\mathbf{x}}_d(i) < \dot{\mathbf{x}}_{min}(i) \\ \dot{\mathbf{x}}_d(i) & \text{autrement.} \end{cases} \quad (4.49)$$

Les figures 4.16 et 4.17 montrent les résultats des équations de saturation pour deux situations. La première figure montre la saturation de la vitesse selon l'axe des  $x$ . Nous avons amené le robot le plus près possible de la pleine extension, en quasi-singularité. Dans cette configuration, la vitesse transmissible dans la direction des  $x$  est fortement diminuée, comme le montre les courbes des vitesses transmissibles minimale et maximale de la figure 4.16. La courbe des commandes en vitesse reste bien toujours entre les vitesses minimales et maximales transmissibles en  $x$ . La seconde figure montre le cas d'atteinte de limites articulaires. Les limites articulaires des axes 2 et 4, ceux associés aux parallélogrammes, limitent la hauteur en  $z$  avant l'atteinte d'une singularité. Lorsque ces axes tombent en butée, la vitesse transmissible dans une direction de l'axe des  $z$  est fortement diminuée, comme on peut le voir par la courbe de la vitesse transmissible maximale en  $z$  de la figure 4.17. La courbe de la commande en vitesse en  $z$  demeure toujours entre les vitesses minimales et maximales transmissibles, comme quoi les équations de saturation gèrent bien les butées articulaires.

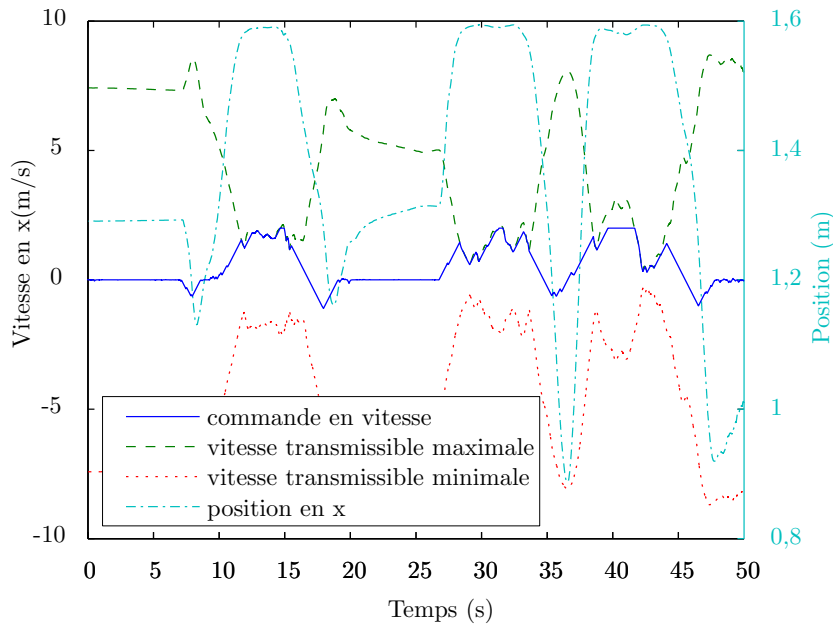


FIGURE 4.16 – Saturation de la commande en vitesse en  $x$

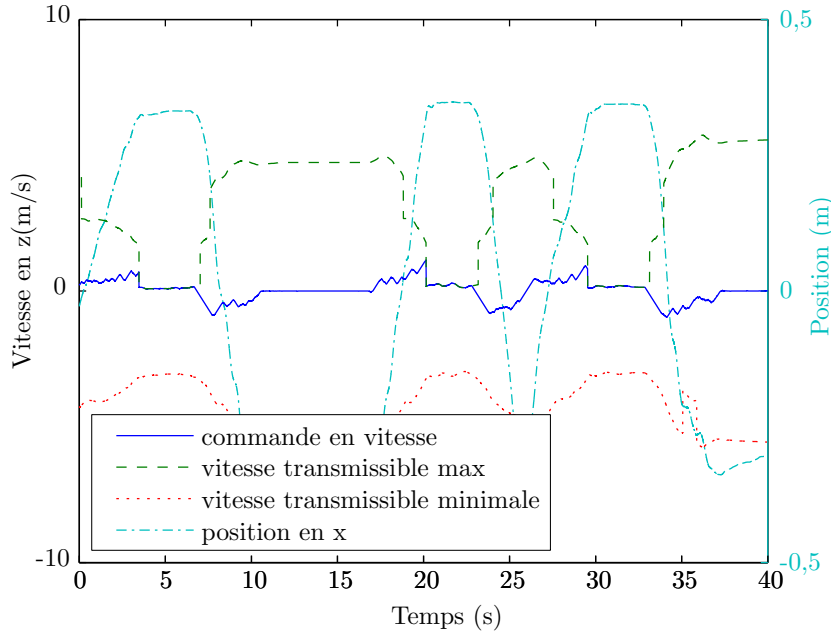


FIGURE 4.17 – Saturation de la commande en vitesse en  $z$

## 4.6 Compensation des forces inertielles et du poids de la main.

Pendant l'opération du robot, l'accélération de l'effecteur génère des forces de réaction sur le capteur d'efforts dues à l'inertie de la main. Ces forces de réaction s'opposent au mouvement désiré. La force appliquée par l'utilisateur devra donc être légèrement plus grande pour produire le mouvement souhaité. De plus, une force appliquée sur le robot ailleurs qu'à l'effecteur génèrera une accélération à l'effecteur. Cette accélération engendrera une force de réaction sur le capteur, même si l'utilisateur n'applique aucune force directement sur l'effecteur. Cette force modifiera la commande, qu'elle soit en vitesse ou en position, ce qui n'est probablement pas le comportement souhaité. La figure 4.18 présente un exemple de changement de commande en position dû à une force cyclique appliquée sur le poignet. La courbe en traits longs verts présente la position en  $z$  de l'effecteur et la courbe continue en bleu présente le changement de commande en position. Afin d'améliorer le comportement du contrôle, nous avons développé un filtre pour soustraire aux forces perçues par le capteur, celles provenant des forces de réaction de la main du robot.

La figure 4.19 montre un diagramme des forces et moments pour l'organe terminal du manipulateur. Les forces et moments de réaction sur le capteur d'efforts sont donnés par les équations

$$\mathbf{f}_n = m\ddot{\mathbf{c}} \quad (4.50)$$

$$\boldsymbol{\eta}_n = \mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{r} \times \mathbf{f}_n \quad (4.51)$$



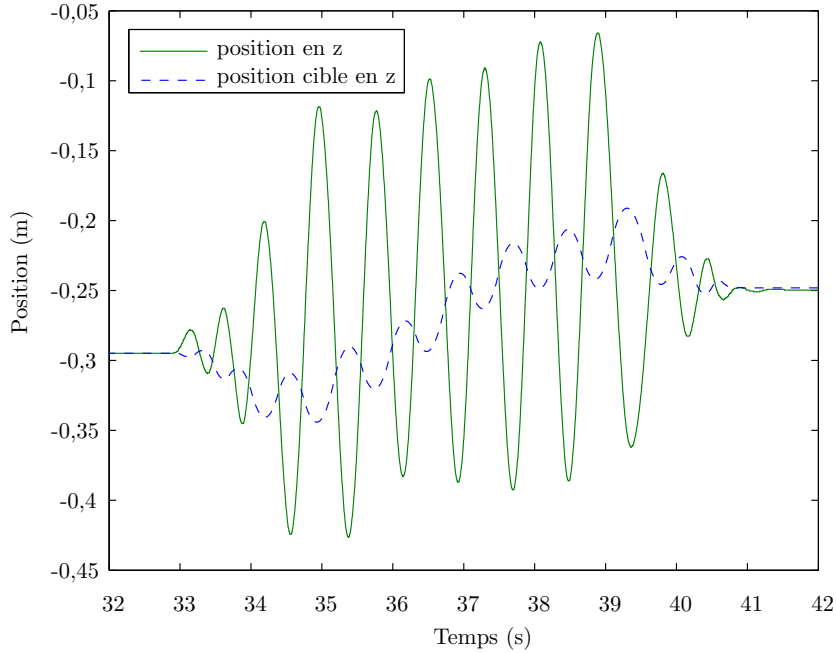


FIGURE 4.18 – Graphique illustrant la variation de la commande en position selon l’axe  $x$  due aux forces d’inerties ressenties par le capteur.

de Newton-Euler sur l’équilibre dynamique des forces et des moments où  $\mathbf{f}_n$  et  $\boldsymbol{\eta}_n$  sont les forces et moments de réactions à la base de l’organe terminal,  $m$  et  $\mathbf{I}$  sont la masse et la matrice d’inertie de l’organe terminal,  $\mathbf{c}$  et  $\boldsymbol{\omega}$  sont les position et orientation du centre de masse de l’organe terminal par rapport à la base du robot et  $\mathbf{r}$  est la position du centre de masse de l’organe terminal par rapport à l’origine de son repère. Si le repère du capteur de force est déplacé à la position du centre de masse de la main, la dernière composante de l’équation (4.51) devient nulle. De plus, l’inertie de la main ainsi que les accélérations angulaires étant faibles, les moments de réaction sont à l’intérieur de la zone morte de 0,3 Nm réglée pour le capteur. Il n’est donc pas nécessaire d’en tenir compte. Il ne reste plus que les termes de forces de l’équation (4.50).

Le terme  $\ddot{\mathbf{c}}$  définit l’accélération du centre de masse de la main. Il peut être obtenu simplement en dérivant deux fois la position du centre de masse. Nous utilisons une différence seconde d’ordre 4 proposé par (Holoborodko 2008), soit

$$\ddot{\mathbf{c}}(\theta) = \frac{(\mathbf{c}_0 + \mathbf{c}_{-10}) + 6(\mathbf{c}_{-1} + \mathbf{c}_{-9}) + 13(\mathbf{c}_{-2} + \mathbf{c}_{-8}) + 8(\mathbf{c}_{-3} + \mathbf{c}_{-7}) - 14(\mathbf{c}_{-4} + \mathbf{c}_{-6}) - 28\mathbf{c}_{-5}}{0,001} \quad (4.52)$$

où  $\mathbf{c}_i$  désigne la position du centre de masse de la main au  $i^{\text{ième}}$  pas de temps. Les coefficients ont été calculés pour un pas de temps de 2 ms et sont optimisés afin de réduire la sensibilité au bruit. L’ajout des composantes d’accélération gravitationnelle au vecteur des accélérations

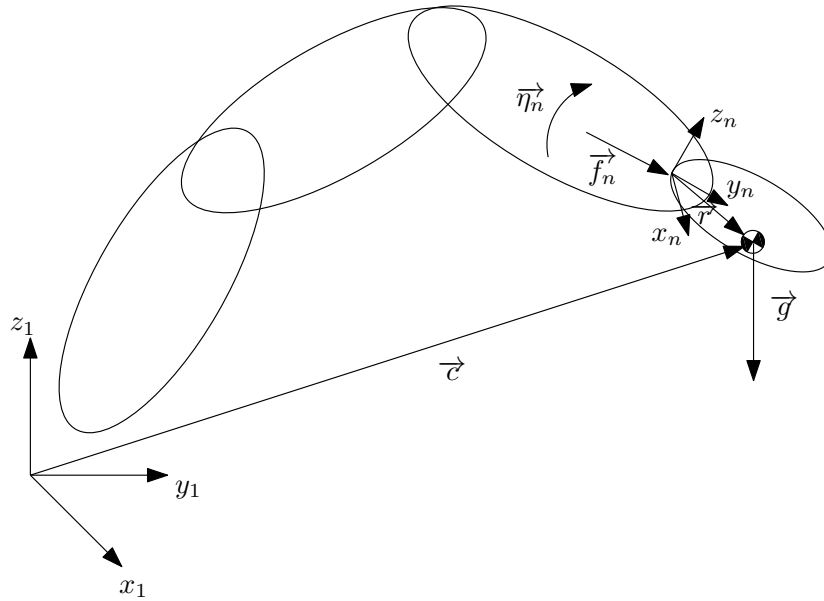


FIGURE 4.19 – Diagramme des forces et moments appliqués sur le capteur d'efforts de l'organe terminal.

calculées permet de compenser du même coup le poids statique de la main. Afin de bien comparer les forces mesurées aux forces estimées, nous devons filtrer le calcul de l'accélération ainsi que la mesure de la force. Le niveau de bruit du calcul d'accélération étant plus grand que celui du capteur de force, un filtrage plus grand doit être utilisé ce qui ajoute au retard. Nous ajoutons donc un retard additionnel au signal du capteur de force afin que les retards soient équivalents. Le schéma de compensation des effets inertiels est présenté à la figure 4.20.

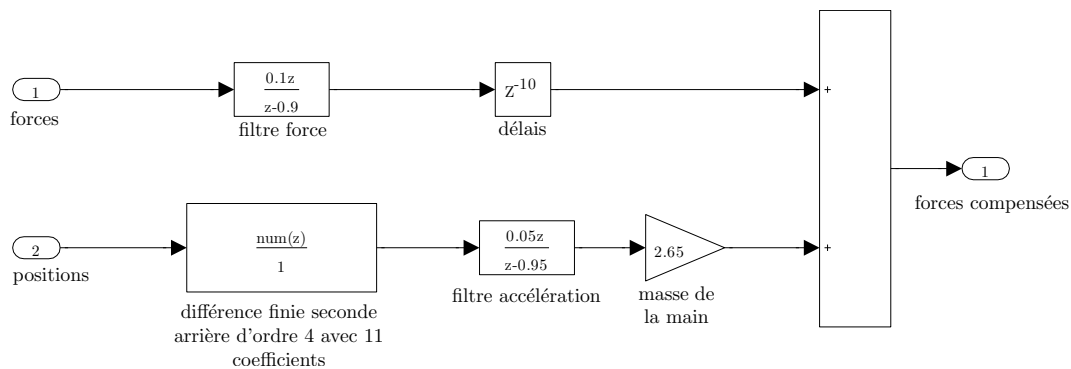


FIGURE 4.20 – Schéma simulink pour la compensation des effets inertiels de la main sur le capteur d'efforts.

#### 4.6.1 Résultats

Les figures suivantes montrent les résultats du filtre. La figure 4.21 compare les forces mesurées aux forces de réaction estimées. Le bruit pour la valeur estimée en  $z$  est plus grand qu'en  $x$

et  $y$  puisque la résolution des encodeurs du bras et de l'avant-bras est beaucoup plus faible et influence principalement la position en  $z$ . La figure 4.22 compare les forces mesurées aux forces mesurées une fois les forces de réactions estimées soustraites. La dernière figure 4.23 compare le travail de la force de réaction au travail de la force mesurée une fois compensée dynamiquement. On y voit bien que le bruit résiduel dans le calcul de la force compensée n'influence que très peu le système. La fréquence du bruit est trop élevée en comparaison à la fréquence de réponse du système contrôlé.

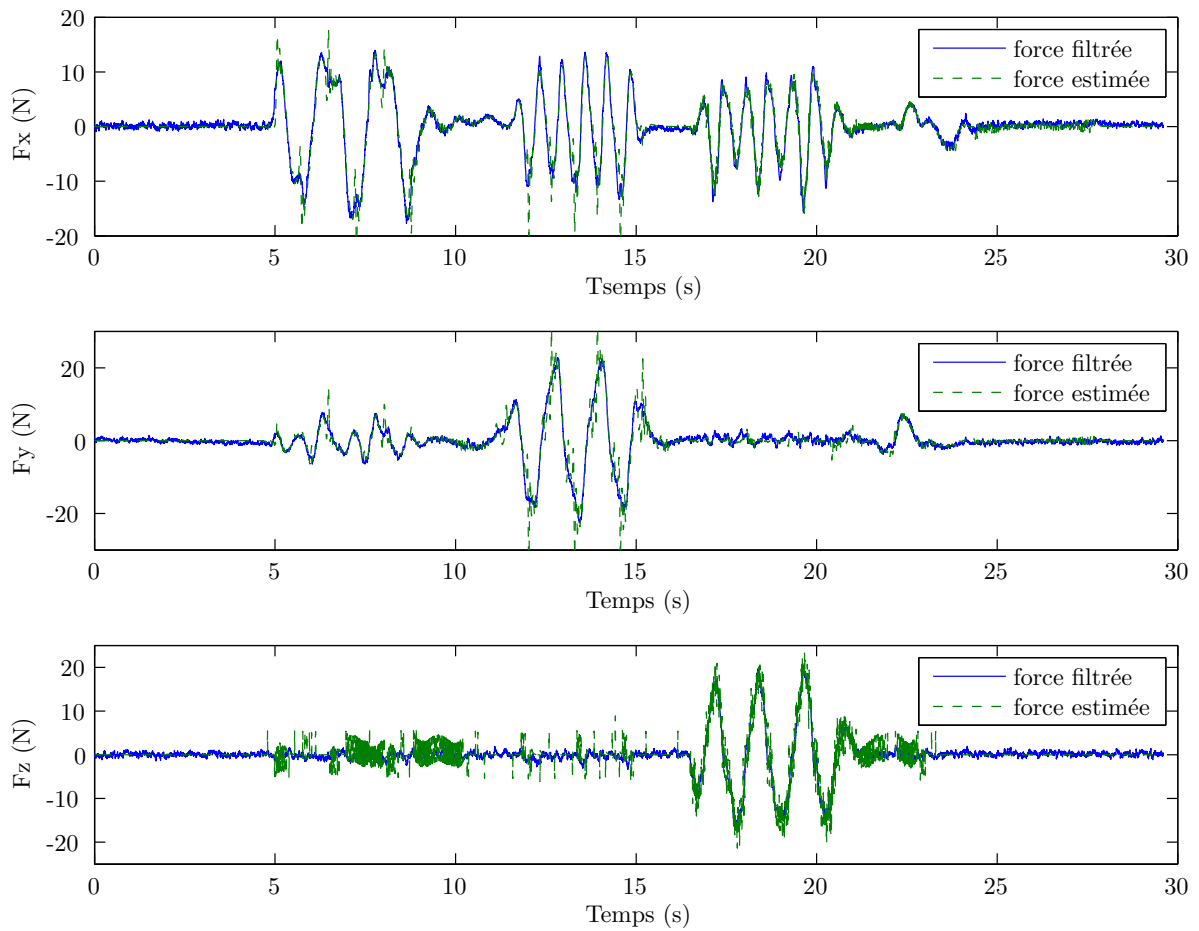


FIGURE 4.21 – Comparaison des forces mesurées et des forces estimées.

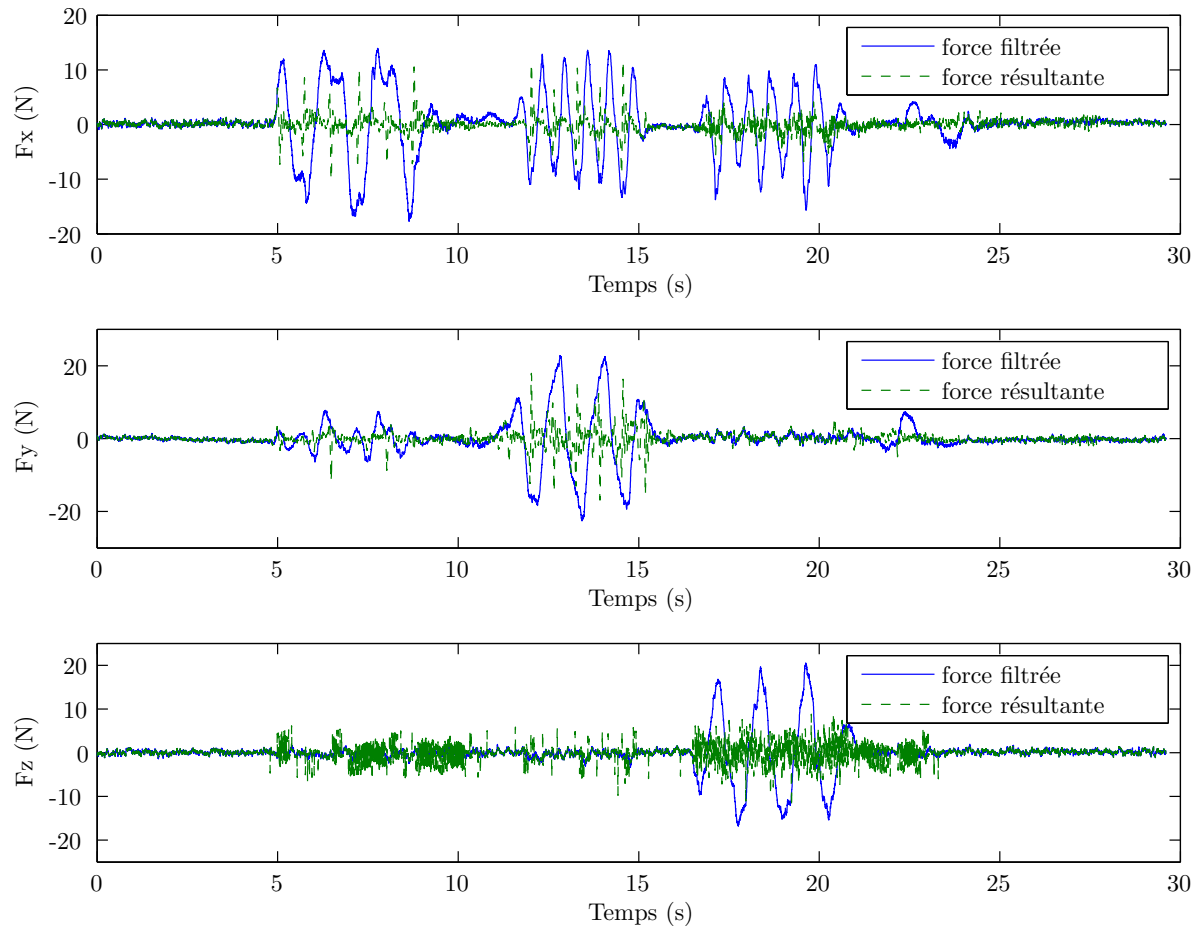


FIGURE 4.22 – Comparaison des forces mesurées et des forces compensées dynamiquement.

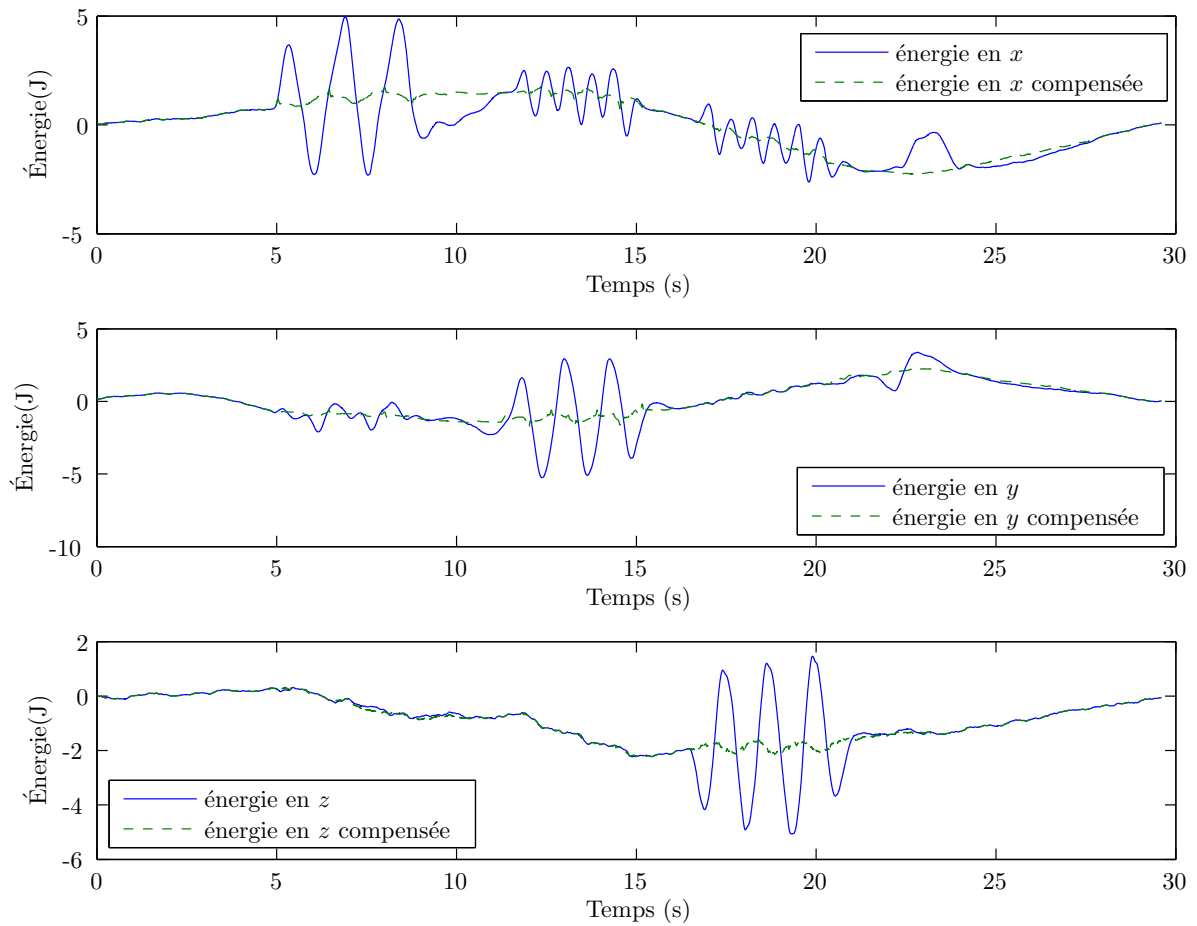


FIGURE 4.23 – Comparaison du travail de la force de réaction et du travail de la force une fois compensée dynamiquement.

## 4.7 Passage des singularités

Dans notre commande avec gestion active de la redondance, nous utilisons l'inverse généralisé de Moore-Penrose. Cet inverse n'est cependant pas défini pour les configurations singulières et son comportement près de celles-ci laisse à désirer. La décomposition en valeur singulière (DVS) (Klema et Laub 1980) nous permet de bien comprendre pourquoi. En exprimant  $\mathbf{J}$  par la DVS, nous obtenons

$$\mathbf{J} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^T \quad (4.53)$$

où  $\mathbf{J}$  est la matrice jacobienne  $m \times n$ ,  $\mathbf{U}$  est une matrice unitaire orthogonale  $m \times m$ ,  $\mathbf{V}$  est une matrice unitaire orthogonale  $n \times n$  et  $\mathbf{D}$  est une matrice diagonale contenant les valeurs singulières de  $\mathbf{J}$ . La pseudo-inverse se calcule alors par

$$\mathbf{J}^+ = \sum_{i=1}^r \sigma_i^{-1} \mathbf{v}_i \mathbf{u}_i^T \quad (4.54)$$

où  $\mathbf{J}^+$  est la pseudo-inverse de  $\mathbf{J}$ ,  $\sigma_i$  est la  $i^{\text{ième}}$  valeur singulière de  $\mathbf{J}$ ,  $\mathbf{u}_i$  est la  $i^{\text{ième}}$  colonne de  $\mathbf{U}$ ,  $\mathbf{v}_i$  est la  $i^{\text{ième}}$  colonne de  $\mathbf{V}$  et  $r$  est le rang de  $\mathbf{J}$ . Nous constatons que la pseudo-inverse devient instable lorsque  $\sigma_i$  s'approche de zéro, soit en s'approchant d'une singularité. Une solution permet cependant d'améliorer le comportement de la pseudo-inverse près des singularités, la méthode amortie des moindres carrés, voir (Nakamura et Hanafusa 1986; Wampler 1986). Cette méthode définit l'inverse généralisé comme

$$\mathbf{J}_{DLS}^+ = \mathbf{J}^T (\mathbf{J}\mathbf{J}^T + \lambda^2 \mathbf{I})^{-1}. \quad (4.55)$$

où  $\mathbf{J}_{DLS}^+$  est l'inverse généralisé amorti de  $\mathbf{J}$ ,  $\mathbf{I}$  est la matrice identité et  $\lambda$  est le facteur d'amortissement. En exprimant cette solution avec la décomposition en valeur singulière, on obtient

$$\mathbf{J}_{DLS}^+ = \sum_{i=1}^r \frac{\sigma_i}{\sigma_i^2 + \lambda^2} \mathbf{v}_i \mathbf{u}_i^T. \quad (4.56)$$

Cette expression est très semblable à celle de l'équation (4.54), à l'exception que le paramètre  $\lambda$  permet d'améliorer le comportement de la pseudo-inverse près des singularités. Le paramètre  $\lambda$  correspond à un facteur d'amortissement, par conséquent il ralentit la convergence s'il est trop élevé. Pour corriger cela, nous varions  $\lambda$  en fonction du conditionnement de  $\mathbf{J}$  en utilisant la relation

$$\lambda = \lambda_{max} \left( 1 - e^{\alpha \kappa(\mathbf{J})} \right) \quad (4.57)$$

où  $\lambda_{max}$  est le facteur d'amortissement maximal et  $\kappa(\mathbf{J})$  est le conditionnement de la matrice jacobienne dont une estimation peut être obtenue numériquement (Hager 1984; Higham et Tisseur 2000). La constante  $\lambda_{max}$  est d'abord choisie expérimentalement de manière à obtenir une stabilité acceptable en singularité. Ensuite, en posant un amortissement nul, on cherche à savoir à partir de quelle valeur de conditionnement de  $\mathbf{J}$  la pseudo-inverse devient instable. Nous ajustons ensuite la valeur du paramètre  $\alpha$  de manière à obtenir l'amortissement maximal lorsque cette valeur de conditionnement est atteinte.

Il existe plusieurs autres méthodes pour le passage des singularités. Une revue exhaustive peut d'ailleurs être trouvée dans (Sugihara 2011). Nous avons cependant obtenu de bons résultats avec la méthode présentée ici, c'est donc cette méthode qui est utilisée dans nos algorithmes de contrôle pour calculer l'inverse généralisée de  $\mathbf{J}$ .

## 4.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une commande hybride pour les manipulateurs redondants. Cette commande permet le contrôle par admittance de la position de l'effecteur ainsi qu'un déplacement dans l'espace des solutions admissibles par manipulation directe de l'opérateur. Cette commande a l'avantage de permettre un contrôle de tous les degrés de liberté d'une manière particulièrement intuitive. Deux versions de la commande ont été testées avec succès sur un prototype de bras sériel à 7 ddls. La première version asservit l'effecteur en position, la seconde en vitesse. La commande en position est préférée à celle en vitesse puisque l'effecteur demeure immobile lors d'un déplacement dans le noyau de la jacobienne, ce qui n'est pas le cas avec la commande en vitesse. Cependant, la commande en position cartésienne est difficile à borner comparativement à la commande en vitesse.

Nous avons également présenté dans ce chapitre trois algorithmes améliorant la commande. Le premier permet de supprimer les composantes de force du capteur provenant de l'inertie du préhenseur, le second permet de borner les commandes en vitesses cartésiennes en fonction de la configuration du manipulateur, le troisième permet le passage des singularités sans perte de contrôle. Ces trois algorithmes sont utilisés dans la commande du manipulateur.





## Chapitre 5

# Conception d'un capteur tactile

### Résumé

Nous présentons ici les étapes de conception d'un capteur tactile à base de silicone et noir de carbone. Nous étudions d'abord les propriétés piézorésistives du mélange de silicone afin d'en optimiser les proportions. Nous proposons ensuite des modèles mathématiques permettant d'estimer la pression appliquée sur nos capteurs à partir de la réponse piézorésistive. Enfin, un procédé de fabrication ainsi qu'un schéma électrique d'acquisition sont présentés.

### Extension multimédia

- La vidéo *peau.mp4* présente la visualisation de la pression appliquée sur le capteur tactile développé au laboratoire.

### 5.1 Introduction

Permettre une interaction personne-machine sécuritaire pourrait mener à de nouveaux procédés de travail dans lesquels les capacités de jugement de l'humain et la puissance des robots seraient efficacement combinées. Dus à leur grande puissance, les robots doivent être conçus différemment afin d'assurer l'intégrité physique des humains. Une première façon de faire consiste à réduire leur puissance transférable. Les actionneurs macro-mini (Zinn et al. 2004), l'équilibrage statique (Lauzier et al. 2009a; Kolarski et al. 1994; Wang et Gosselin 1999; Kazerooni et Kim 1988) ainsi que les limiteurs de couples (Park et al. 2009; Lauzier et Gosselin 2011) ne sont que quelques-unes des solutions proposées. Du point de vue sensoriel, les robots devraient pouvoir détecter les contacts, peu importe l'emplacement. Cette capacité sensorielle mènerait inévitablement à une coexistence plus sécuritaire des humains partageant l'espace de travail des robots, mais également à une nouvelle ère de coopération en dotant les robots d'une manière de percevoir l'intention des humains.

La peau artificielle est considérée par plusieurs comme une capacité sensorielle pouvant mener à une robotique plus évoluée. Un travail croissant a été réalisé durant la dernière décennie à ce sujet. Dans (Lumelsky et al. 2001), les auteurs présentent un prototype, montré sur figure 5.1a, pour la prévention des collisions utilisant une paire de capteurs infrarouges (DEL+capteur) installée sur un support de polyimide, lequel peut percevoir des objets à une distance allant jusqu'à 20 cm. Dans (Someya et al. 2004), un matériau évolué comprenant des transistors organiques à effet de champ agissant comme capteur de pression a été proposé. Ce matériau, montré sur la figure 5.1b, est cependant loin de la commercialisation. Dans (Duchaine et al. 2009a), les auteurs ont proposé une solution envisageable pour l'industrie basée sur un caoutchouc réagissant électriquement à la pression et permettant de détecter plusieurs contacts. Les expérimentations ont démontré que l'utilisation d'un recouvrement aussi simple peut grandement améliorer la sécurité humain-robot en détectant les collisions afin d'y réagir. Cependant, en dépit de ce succès, la détection précise du lieu de contact ne résout pas le problème de l'interaction intuitive puisque l'information n'est pas suffisante pour distinguer les contacts désirés de ceux qui ne le sont pas. L'ajout de capteurs de pression permettrait de combler cette lacune.

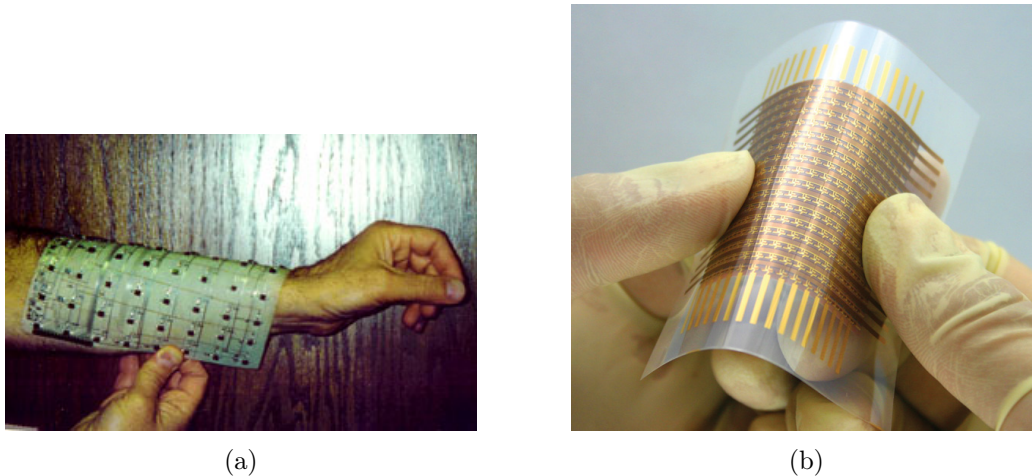


FIGURE 5.1 – Exemples de capteurs tactiles. (a) Prototype utilisant des paires de capteurs infrarouges (image tirée de (Lumelsky et al. 2001)). (b) Prototype à base de transistors organiques (images tirées de (Someya et al. 2004)).

Une propriété inhérente au mélange de silicone et noir de carbone fait de ce matériau un bon candidat pour ce rôle, spécifiquement si une faible précision est requise. En effet, la résistivité du mélange de silicone et noir de carbone change lorsqu'on lui applique une pression. De plus, son comportement viscoélastique ainsi que sa compliance aide grandement à dissiper l'énergie. Par contre, des non-linéarités, du fluage ainsi qu'un temps de relaxation très long rendent difficile l'estimation de la pression. Dans (Kost et al. 1994), les auteurs suggèrent que la relation entre la pression et sa résistance interne soit similaire à celle entre contrainte et

déformation d'un matériau viscoélastique. D'une manière similaire, (Ding et al. 2007) utilisent le modèle de viscoélasticité de Burger pour estimer la résistance durant la compression. Bien que ces modèles aident à prévoir le comportement de la résistivité électrique du silicone chargé dans le temps, il reste bien du chemin à parcourir avant de pouvoir estimer la charge appliquée à partir des données de résistivité dans le temps. Le silicone chargé de noir de carbone a déjà servi à la conception de capteur de pression comme dans (Shimojo et al. 2004) où des électrodes parcourent une couche de silicone en lignes et colonnes. Bien que la simplicité de l'approche ait été prometteuse pour la réalisation d'applications à grand volume, le capteur résultant était sujet au problème de communication croisée, lequel produit des variations involontaires à certains contacts lorsqu'une pression est appliquée sur un autre point.

Dans ce chapitre, une conception simple et peu coûteuse d'une peau souple et extensible est présentée. La matrice de capteurs à base de silicone chargé de noir de carbone et de tissu conducteur est assemblée de manière à obtenir un matériau homogène. Un circuit électrique permet de lire successivement les cellules en minimisant la communication croisée. D'abord, une étude de la sensibilité d'un échantillon du capteur est effectuée afin de trouver le ratio optimal de noir de carbone et de silicone. À partir de cet échantillon, le comportement de la résistivité en réaction à une pression est étudié afin d'améliorer notre compréhension à ce sujet. Un modèle est alors défini et utilisé pour estimer la pression appliquée en temps réel sur une cellule. Enfin, une méthode d'assemblage pour la fabrication d'une matrice de cellules permettant la détection multicontacte et l'estimation de la pression est présentée. La figure 5.2 montre une image de la peau obtenue.

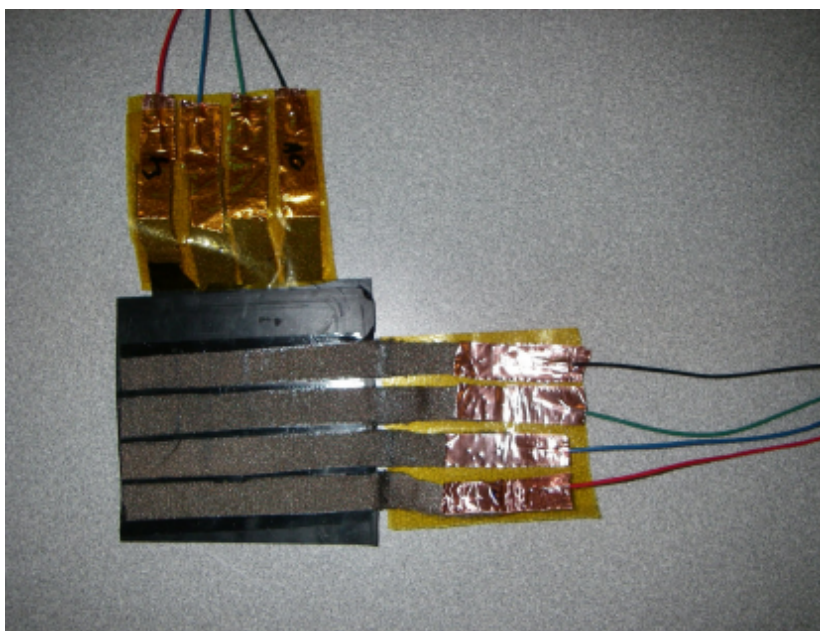


FIGURE 5.2 – Matrice  $4 \times 4$  de capteurs tactiles à base de silicone et noir de carbone.

## 5.2 Modèle du comportement piézorésistif

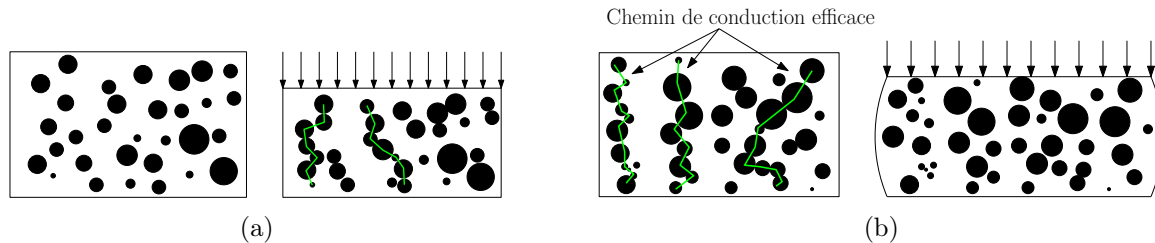


FIGURE 5.3 – Comparaison de deux modèles pour expliquer la variation de résistance du composé de silicone et noir de carbone sous l’effet de la pression. (a) Modèle de la matrice compressible dans lequel la fraction volumique du noir de carbone augmente en engendrant la création de nouveaux chemins de conduction. (b) Modèle incompressible où de petits déplacements engendrent la destruction réversible de chemin de conduction.

Plusieurs auteurs (Hussain et al. 2001; González-Correa et al. 2002; Beruto et al. 2005) ont déjà écrit sur les propriétés piézorésistives des composites de polymère et noir de carbone. Quelques-uns d’entre eux (Hussain et al. 2001; Job et al. 2003) observent une diminution de la résistance électrique lorsqu’une pression est appliquée. Une idée généralement acceptée pour expliquer ce phénomène est le modèle de la matrice compressible. Ce modèle considère que le volume de noir de carbone demeure constant en comparaison du volume de silicone qui diminue sous la pression. La fraction volumique du noir de carbone augmente ce qui engendre une diminution de la résistance électrique, tel qu’illustré à la figure 5.3a. Autrement dit, une diminution du volume du capteur augmente la proximité des particules conductrices (noir de carbone) ce qui diminue la résistance du matériau.

D’autres travaux (Wang et al. 2008; Min et al. 2007) ont observé l’effet inverse, c’est-à-dire une augmentation de la résistance sous l’application d’une pression. Une explication pour cette variation est donnée par le modèle alternatif selon lequel le silicone est considéré comme un matériau incompressible, mais déformable. Dans ce modèle, des chemins de conduction sont détruits par la déformation de la matrice (silicone), ce qui engendre une augmentation de la résistivité avec la pression. La figure 5.3b illustre ce modèle.

Au cours de nos expérimentations, nous avons observé deux types de variations de la résistance avec un même composite, selon la nature du contact avec les électrodes. La figure 5.4 montre le changement de résistance avec deux échantillons faits tous deux d’un mélange à 1,5% massique de noir de carbone. Les deux échantillons utilisent le même tissu extensible électriquement conducteur ( $0,1\Omega/cm^2$ ) de la compagnie *Less EMF* comme électrode. Pour la courbe inférieure, les électrodes furent moulées directement dans le silicone tandis que pour l’autre courbe, les électrodes furent simplement appuyées sur le composite une fois celui-ci démoulé.

Cette expérience suggère que le cas pour lequel la résistance décroît lorsque la charge est

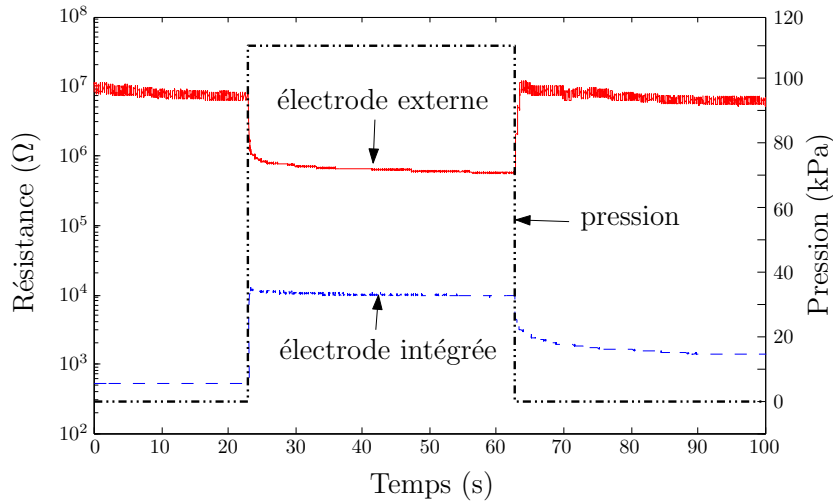


FIGURE 5.4 – Changement de résistance du noir de carbone selon la nature du contact des électrodes suite à l’application d’une pression en échelon.

appliquée est dû à la résistance de contact plutôt qu’à la résistance interne du composite. Si les électrodes sont à l’extérieur, une augmentation de la pression appliquée sur le composite augmente la surface de contact et la résistance diminue. Ceci pourrait expliquer pourquoi, à figure 5.4, la courbe de l’échantillon avec les électrodes externes ne réagit pas d’une manière viscoélastique. Puisque la résistance de contact est beaucoup plus grande que la résistance interne du matériau, les effets de la variation de résistance du composite lui-même n’apparaissent pas sur la courbe avec les électrodes externes. Lorsque les électrodes sont moulées à même le composite, la résistance de contact devient négligeable et la variation de résistance reflète alors la variation de résistance du composite. Afin d’obtenir un capteur mieux intégré, nous avons décidé de mouler nos électrodes directement dans le silicone pour le reste de nos expériences.

### 5.3 Composite silicone - noir de carbone

Les propriétés électriques du silicone chargé de noir de carbone dépendent de la nature et de la proportion des deux constituants. Cette section étudie le problème de trouver la concentration optimale de noir de carbone dans une matrice de silicone donnée qui permettra une sensibilité maximale. Des tests préliminaires ont permis de sélectionner, parmi plusieurs types de silicones, lequel serait le meilleur candidat pour la fabrication de capteurs. Notre sélection s’est faite sur la base de la sensibilité, de la pression de saturation ainsi que du temps de relaxation. La sensibilité est définie par la variation de la résistance pour une variation de pression donnée, soit

$$\eta = \frac{R_{max} - R_0}{R_0} \quad (5.1)$$

où  $\eta$  est la sensibilité,  $R_0$  est la résistance initiale et  $R_{max}$  est la résistance à laquelle le signal obtenu sature. Une bonne sensibilité rend le traitement de données plus facile en réduisant le niveau de bruit relatif et l'erreur due à la discrétisation du signal d'acquisition. La pression de saturation est la pression à partir de laquelle la variation de la résistance ne semble plus proportionnelle à la variation de la pression. Le temps de relaxation est défini comme le temps que prend la résistance d'un échantillon pour retourner dans un intervalle de 5% de sa valeur initiale. Notre choix s'est porté sur le *Smooth-Sil 940*, un silicone en deux parties vulcanisable à froid.

### 5.3.1 Optimisation de la sensibilité

Pour nos tests de sensibilité, le *Smooth-Sil 940* a été mélangé mécaniquement pendant deux minutes, sans ajout de solvant, avec de la poudre de noir de carbone (noir de carbone, acétylène, 50% compression, 99,9+% (metal basis)) d'*Alfa Aesar*. Le mélange a été vulcanisé à température de la pièce pendant environ quatre heures dans un moule d'environ 3 mm d'épaisseur et fut ensuite coupé en carré de 25 mm×25mm. Un tissu extensible électriquement conducteur ( $0,1\Omega/cm^2$ ) de la compagnie *Less EMF* a été appliqué de chaque côté du moule comme électrode pour le matériau. La figure 5.5 montre un exemple d'échantillon obtenu. Huit échantillons furent préparés avec différents ratios massiques de noir de carbone et leur sensibilité a été mesurée. La figure 5.6 montre la variation normalisée de la résistance pour ces échantillons.

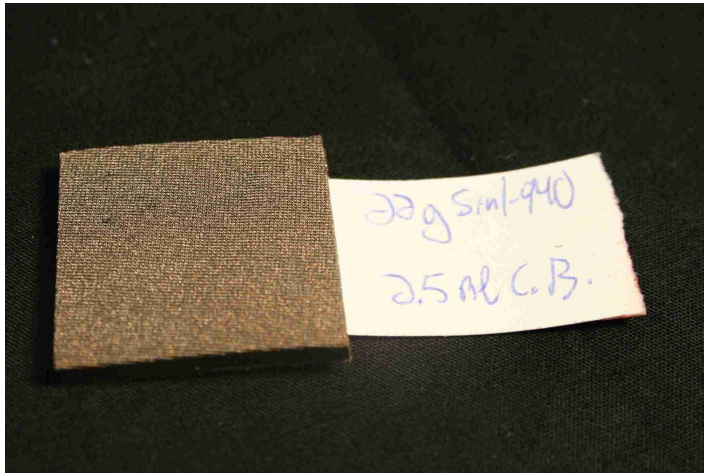


FIGURE 5.5 – Échantillon utilisé pour la recherche d'une sensibilité maximale et pour la caractérisation du comportement résistif.

Il semble que la sensibilité du silicone augmente lorsque la concentration de noir de carbone (NDC) diminue. L'expérience cesse à 1,5%, mais tout porte à croire qu'une concentration entre 0% et 1,5% mènerait à une meilleure sensibilité. Cependant, avec une réduction de la concentration en NDC, la résistance maximale devient très grande ce qui rend difficile la lecture par le système d'acquisition. Un compromis entre la sensibilité et les limites du matériau fut

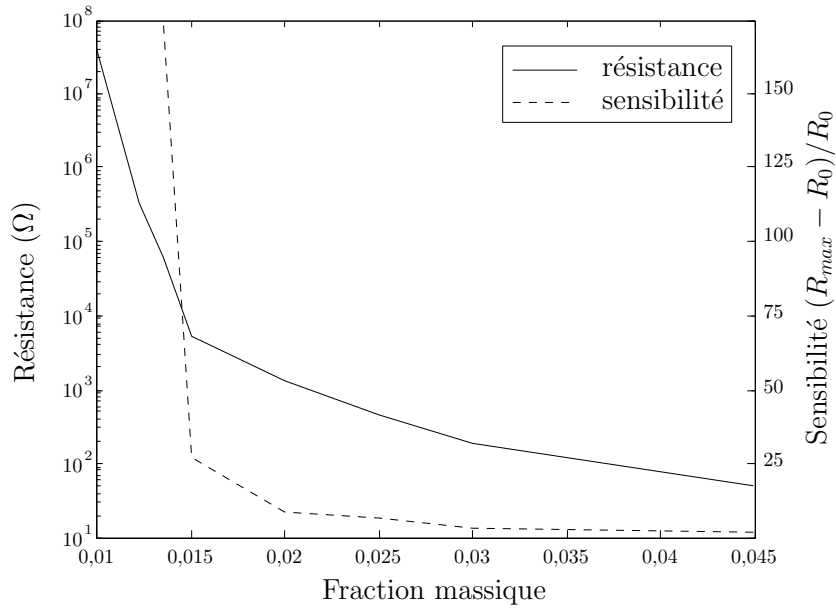


FIGURE 5.6 – Résistivité et sensibilité du silicone *Smooth-Sil 940* en fonction du ratio massique de noir de carbone.

donc d'opter pour la concentration de 1,5% en NDC pour la conception de notre capteur.



## 5.4 Modèle et identification de la réponse

Nous avons déjà mentionné dans une section précédente que la variation de résistance électrique du silicone chargé de NDC est similaire à la courbe de déformation d'un matériau viscoélastique. Dans un matériau élastique, le module d'Young relie directement la contrainte et la déformation. Dans un matériau viscoélastique, la relation est cependant nettement plus complexe et fait intervenir le temps. Lorsqu'une contrainte est relâchée par exemple, le matériau peut prendre plusieurs minutes avant de retrouver son état d'origine. De même, la résistivité du silicone chargé de NDC peut prendre plusieurs minutes avant de retrouver sa valeur initiale. Il ne serait donc pas possible d'utiliser directement cette valeur comme force d'entrée pour la commande d'un manipulateur. Il faut trouver un modèle suffisamment juste du comportement piézorésistif du silicone chargé de NDC qui permettrait d'estimer la pression à partir de la résistivité.

La figure 5.7 montre la réponse résistive d'un échantillon de peau à l'application d'une contrainte de type échelon. On perçoit que la réponse à l'application de contrainte est nettement plus rapide que celle au relâchement. Pour simplifier, nous allons définir un modèle différent pour chaque phase plutôt qu'un seul modèle.

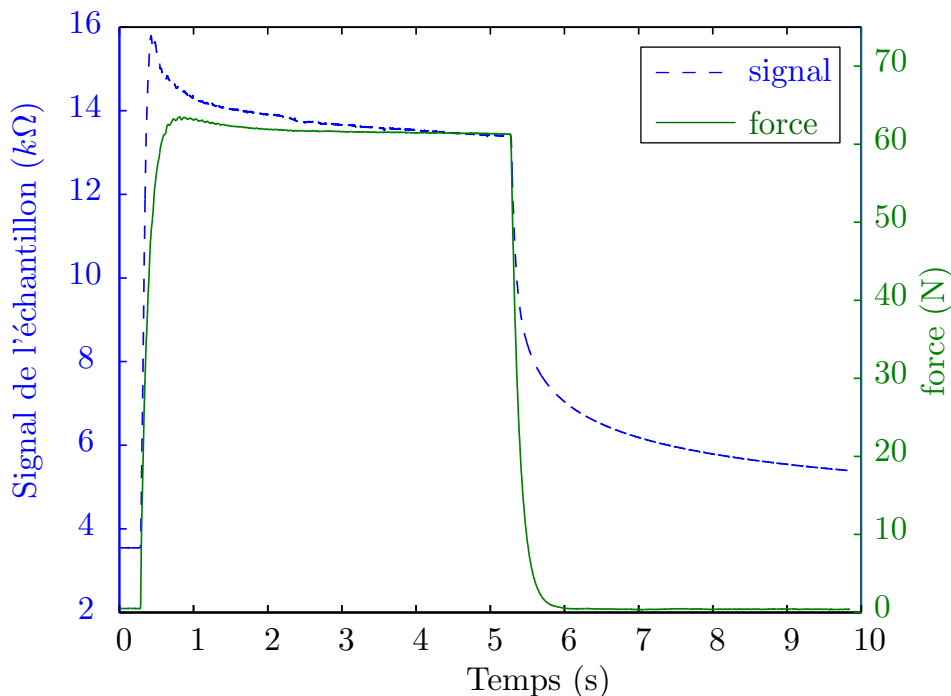


FIGURE 5.7 – Comparaison des signaux de force appliquée sur l'échantillon de peau et de la résistance électrique de celle-ci.



### 5.4.1 Modélisation de la phase d'application de contrainte

La figure 5.8 montre une réponse typique à une entrée échelon. La phase d'application de contrainte est caractérisée par une réponse quasi instantanée ainsi qu'un léger dépassement. Dans (Kost et al. 1984), les auteurs suggèrent que cette augmentation subite de la résistivité soit due à la destruction de chemins efficaces de conduction à l'intérieur du matériau, suivie d'une reformation partielle. À la suite de plusieurs essais, nous avons convenu de modéliser cette phase par la combinaison d'un gain simple, suivi d'une fonction de transfert du premier ordre entre la résistivité et la dérivée première de la force, c'est-à-dire

$$G_{up} = \frac{1}{E_1} + \frac{s}{\eta_2 s + E_2} = \frac{(E_1 + \eta_2)s + E_2}{E_1 \eta_2 s + E_1 E_2}. \quad (5.2)$$

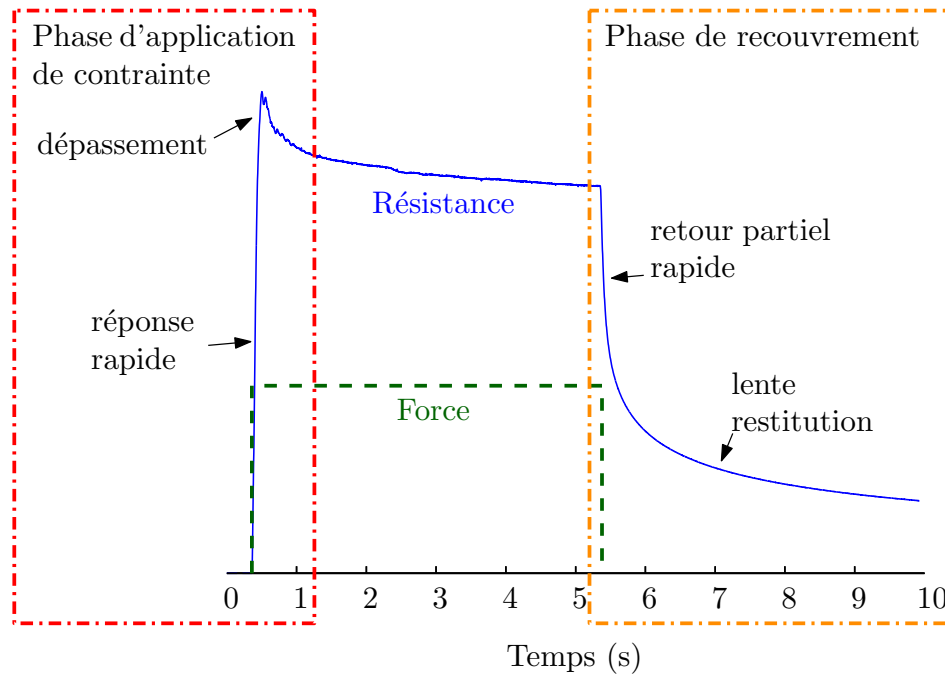
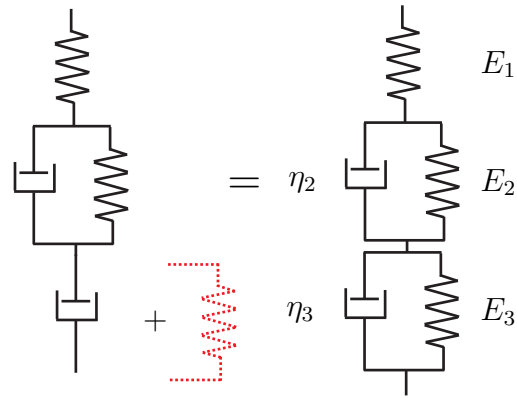


FIGURE 5.8 – Variation typique de la résistance suite à une application de force en échelon.

### 5.4.2 Modélisation de la phase de recouvrement

La figure 5.8 montre que la phase de recouvrement est quant à elle beaucoup plus lente que la phase d'application de contrainte. Son comportement s'apparente davantage à celui d'un matériau viscoélastique pour lequel trois composantes se combinent. La composante élastique offre une première réponse rapide, la composante viscoélastique offre une réponse lente et la composante visqueuse engendre du fluage. Le modèle de Burger (Heymans 1996) modélise bien ce comportement en utilisant en série un modèle de Maxwell (ressort-amortisseur en série) et un modèle de Kelvin-Voigt (ressort-amortisseur en parallèle), comme illustré à la figure 5.9.



Modèle de Burger      Modèle à 5 éléments

FIGURE 5.9 – Modèle de Burger et modèle de Burger augmenté à cinq éléments.

Le premier ressort modélise le comportement élastique du silicone. Sous l'effet d'une contrainte, le silicone se déforme selon la loi de Hooke, soit

$$\sigma = E\epsilon \quad (5.3)$$

où  $\sigma$  est la contrainte,  $\epsilon$  est la déformation et  $E$  est le module d'Young du matériau. L'amortisseur représente le comportement visqueux du silicone en considérant celui-ci comme un fluide newtonien. Cette partie est responsable du fluage du matériau, c'est à dire de la déformation irréversible subie. Elle dépend de la vitesse de la déformation, soit

$$\sigma = \eta\dot{\epsilon} \quad (5.4)$$

où  $\eta$  est la constante de viscoélasticité. Le groupe ressort-amortisseur représente la partie de la déformation sujette au déplacement réversible des molécules. Sous l'action des vibrations continues des molécules, celles-ci retrouvent un état de moindre énergie correspondant à leur état avant l'application de la contrainte. Les deux éléments étant en parallèle, ils subiront la même déformation. La contrainte associée à cette déformation peut être exprimée par

$$\sigma = E\epsilon + \eta\dot{\epsilon} \quad (5.5)$$

que nous pouvons exprimer dans le domaine de Laplace par

$$\sigma(s) = E\epsilon(s) + \eta s\epsilon(s) \quad (5.6)$$

$$= \epsilon(s)(E + \eta s) \quad (5.7)$$

où  $\sigma(s)$  est la transformée de Laplace de  $\sigma(t)$ ,  $\epsilon(s)$  est la transformée de Laplace de  $\epsilon(t)$  et  $s$  est la variable de Laplace. La déformation totale du modèle de Burger est l'addition de la déformation des trois éléments en série puisqu'ils ressentent la même contrainte. Nous obtenons donc, dans le domaine de Laplace,

$$\epsilon(s) = \sigma(s) \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{\eta_1 s} + \frac{1}{E_2 + \eta_2 s} \right). \quad (5.8)$$

Bien que le comportement piézorésistif du silicone chargé de NDC s'apparente beaucoup au comportement viscoélastique, ils diffèrent sur un point crucial. Le principe de superposition de Boltzmann stipule que les déformations d'un matériau viscoélastique doivent s'additionner linéairement. La déformation d'un matériau à la suite d'une application de contrainte devrait donc être indépendante de l'historique des contraintes subies. Ceci est dû au fluage, cette portion irréversible de la déformation qui s'est produite sous l'effet de la contrainte. Pour la piézorésistivité, le temps de retour à la résistivité initiale du matériau est très long, soit jusqu'à cinq minutes. Il est donc possible de la confondre avec du fluage. Afin d'ajouter cette caractéristique au modèle de piézorésistivité du silicone chargé de noir de carbone, nous avons ajouté un ressort en parallèle avec l'amortisseur responsable du fluage. Ce ressort a pour effet de toujours ramener la résistance du modèle à sa valeur initiale. Nous obtenons un modèle de Burger augmenté que nous appelons le modèle à cinq éléments, tel qu'illustré à la figure 5.9. La fonction de transfert de ce modèle est

$$\epsilon(s) = \sigma(s) \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{\eta_2 s + E_2} + \frac{1}{\eta_3 s + E_3} \right). \quad (5.9)$$

### 5.4.3 Identification

La première étape avant de pouvoir utiliser les équations (5.2) et (5.9) est d'identifier les coefficients  $E_i$  et  $\eta_i$ . Une manière simple d'y parvenir est de calculer les erreurs entre le signal réel échantillonné dans le temps et les valeurs calculées par le modèle et d'utiliser un algorithme de minimisation des moindres carrés tel que *lsqnonlin* de *matlab*. À cet effet, nous avons séparé les données du graphique de la figure 5.7 en deux groupes, un pour chaque phase. Les fonctions de transfert étant le ratio de deux fonctions, elles ne prennent pas en compte les valeurs initiales. Nous avons donc soustrait aux données de chaque groupe la valeur initiale afin d'obtenir  $R(0) = 0$  et  $\sigma(0) = 0$ .

Puisque notre modèle ne comporte pas de fluage, la réponse finale (stationnaire) à une entrée échelon devrait être la même pour les phases montante et descendante. Les gains des équations (5.2) et (5.9) doivent donc être égaux. Le gain d'une fonction de transfert est le ratio du signal de sortie sur le signal d'entrée en régime stationnaire. Nous pouvons extraire cette information à partir des données du graphique de la figure 5.7. Pour l'équation (5.2), le gain est égal à

$\frac{1}{E_1}$ . Les seuls paramètres à faire varier sont donc  $E_2$  et  $\eta_2$ . Pour l'équation (5.9), les cinq coefficients doivent respecter la contrainte

$$g = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} + \frac{1}{E_3}. \quad (5.10)$$

où  $g$  est le gain. En calculant  $E_1$  à partir de l'équation (5.10), il ne reste que quatre coefficients à faire varier. Les valeurs des coefficients obtenus pour chacune des fonctions de transfert sont

$$G_{up} = \frac{1}{6,16 \times 10^{-3}} + \frac{s}{5,0 \times 10^{-2} + 6,7 \times 10^{-3}} \quad (5.11)$$

et

$$G_{down} = \frac{1}{1,07 \times 10^{-2}} + \frac{1}{4,08 \times 10^{-2}s + 2,42 \times 10^{-2}} + \frac{1}{725,4s - 7,45 \times 10^{-3}}. \quad (5.12)$$

Les graphiques de la figure 5.10 montrent la comparaison des modèles aux valeurs expérimentales ainsi que l'application de l'inverse des modèles à l'estimation de la force à partir du signal de résistance. L'erreur d'identification étant faible, nous pouvons supposer que les modèles utilisés sont suffisamment justes pour pouvoir les appliquer en temps réel. La prochaine étape est de gérer la transition entre les deux fonctions de transfert.

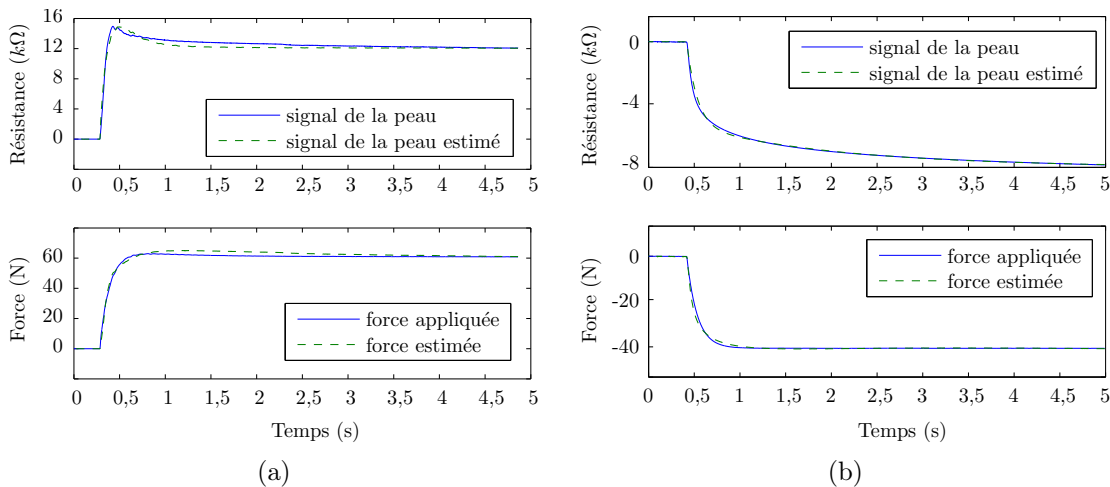


FIGURE 5.10 – Graphique des résultats d'identification. (a) Graphiques des résultats d'identification des coefficients de la fonction de transfert  $G_{up}$  (en haut) et estimation de la force à partir de l'inverse de  $G_{up}$  et du signal de résistance (en bas). (b) Graphiques des résultats d'identification des coefficients de la fonction de transfert  $G_{down}$  (en haut) et estimation de la force à partir de l'inverse de  $G_{down}$  et du signal de résistance (en bas).

## 5.5 Estimation de la force appliquée par les fonctions de transfert.

Les fonctions de transfert trouvées précédemment correspondent au modèle de la résistance en fonction de la force appliquée. Chacune des équations (5.2) et (5.9) possède un numérateur et un dénominateur du même ordre, il est donc possible de les inverser afin d'estimer la force à partir d'un signal de résistance en entrée. Les graphiques de la figure 5.10 montrent d'ailleurs que cela fonctionne bien pour une entrée échelon. La problématique restante est de déterminer en temps réel le bon modèle à utiliser. Puisque les deux fonctions de transfert possèdent le même gain statique, l'utilisation de l'une ou l'autre ne devrait pas être critique pour les variations de pression lente. Par contre, lorsque la dynamique du signal est élevée, les deux modèles réagissent de manière très différente et il est nécessaire de choisir le bon modèle à ce moment. En estimant la dynamique du signal d'entrée par sa dérivée par rapport au temps, il est possible de trouver un seuil au-delà duquel le capteur subit très certainement une augmentation de pression et un seuil en deçà duquel le capteur subit très certainement un relâchement de pression. La figure 5.11 montre la dérivée temporelle de la résistance électrique du signal de la figure 5.7 ainsi que les seuils à partir desquels nous estimons qu'il y a lieu de changer de modèle.

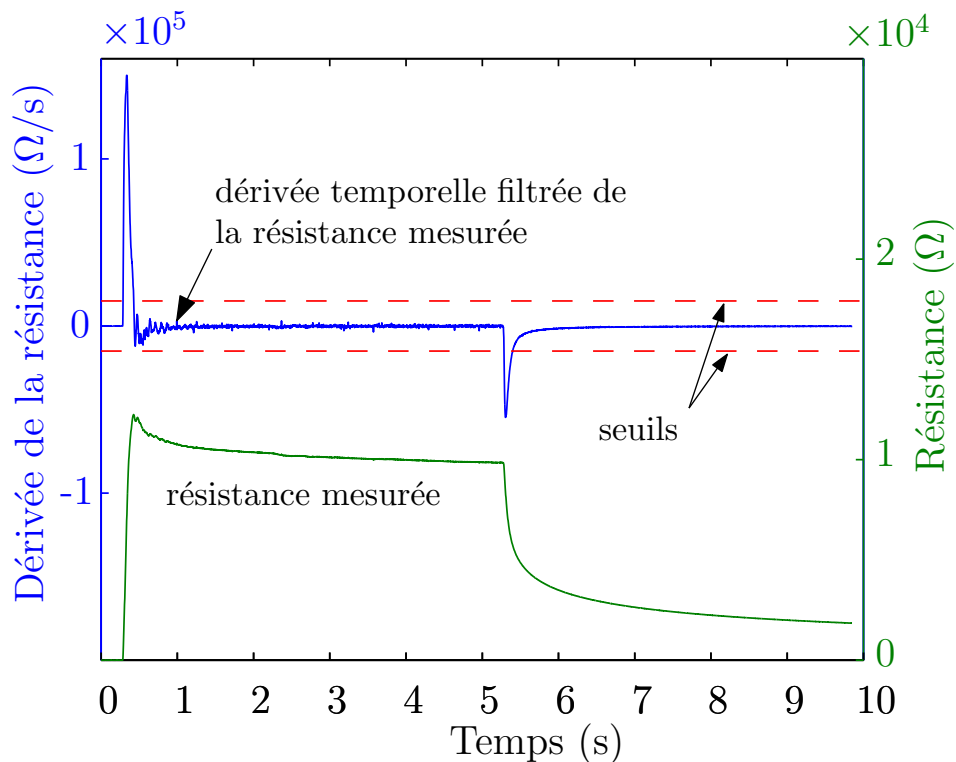


FIGURE 5.11 – Graphique de la dérivée temporelle de la résistance électrique d'un échantillon du capteur.

Afin qu'il n'y ait pas de discontinuité dans la force estimée, nous utilisons un paramètre variant progressivement de 0 à 1 selon le modèle à utiliser. La force estimée est calculée par

$$f_e = \alpha G_{up} + (1 - \alpha) G_{down} \quad (5.13)$$

avec

$$\alpha \in [0 \quad 1] = \begin{cases} \alpha + 0,01 & \text{si } \frac{\partial R}{\partial t} \geq 15 \times 10^3 \\ \alpha - 0,01 & \text{si } \frac{\partial R}{\partial t} < 15 \times 10^3 \\ \alpha & \text{autrement} \end{cases} \quad (5.14)$$

où la valeur 0,01 est la vitesse de variation du paramètre  $\alpha$  que nous avons trouvé par essais et erreurs.

### 5.5.1 Résultats et conclusion

Le graphique de la figure 5.12 montre le résultat obtenu pour l'estimation d'une force échelon de 60 N. On constate une erreur de près de 20 N lors du relâchement de la pression. Lors de l'identification des fonctions de transfert, on pose implicitement comme hypothèse que la condition initiale du modèle est au repos. Cependant, puisque dans *Simulink* les deux fonctions de transfert doivent s'exécuter en parallèle, la condition initiale du modèle  $G_{down}$  ne sera pas nulle lors du transfert. Il n'est pas souhaitable d'ajouter un biais au signal  $G_{down}$  afin de corriger la situation puisque la force estimée au repos sera alors négative. Le problème vient du fait que dans *Simulink*, il n'est pas possible de modifier l'état d'une fonction de transfert en cours d'exécution. Une solution consiste à utiliser la représentation d'état matricielle. Cette représentation permet une prise en compte des conditions initiales et une gestion des états lors d'un transfert de fonction.

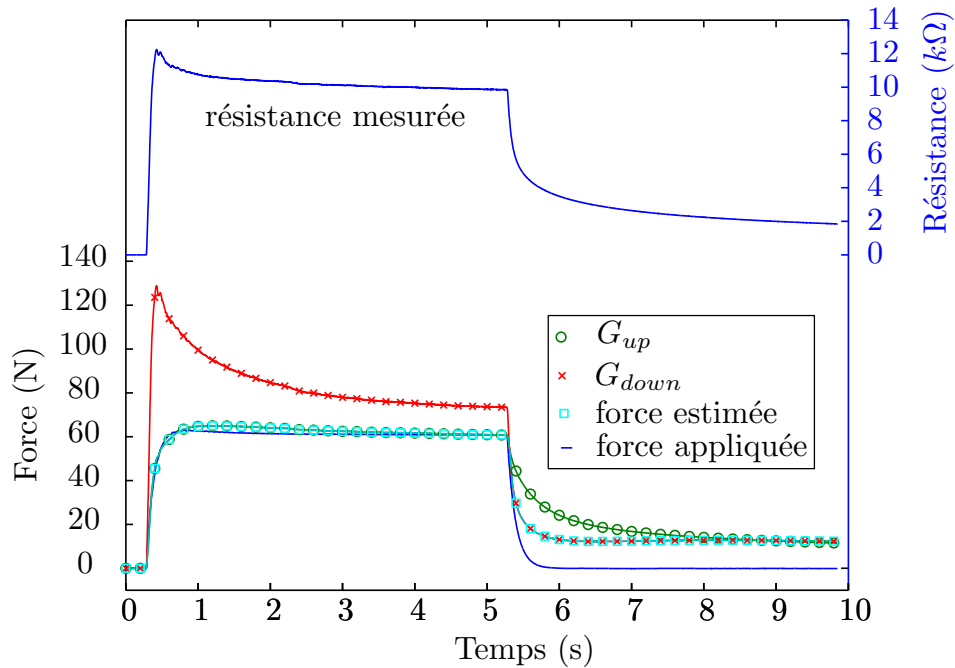


FIGURE 5.12 – Évaluation continue par fonction de transfert de la force à partir du signal de la peau.

## 5.6 Estimation de la force appliquée par les fonctions d'état.

Les équations d'état permettent de modéliser un système dynamique sous forme matricielle à partir de variables d'état. La forme générale des équations d'état sous forme matricielle est

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (5.15)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}. \quad (5.16)$$

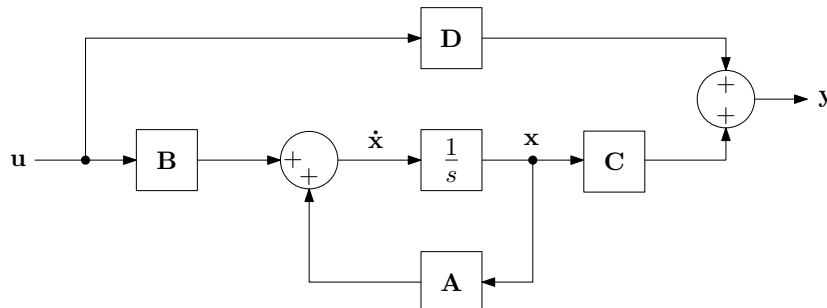


FIGURE 5.13 – Représentation des équations d'état par schéma bloc.

où  $\mathbf{x}$  est le vecteur des états,  $\mathbf{y}$  est le vecteur des sorties,  $\mathbf{A}$  est la matrice d'état,  $\mathbf{B}$  est la matrice de commande,  $\mathbf{C}$  est la matrice d'observation et  $\mathbf{D}$  est la matrice d'action directe. La figure

5.13 montre la représentation en schéma bloc des équations (5.15) et (5.16). L'avantage des fonctions d'état est de prendre en compte les conditions initiales du système. Lors du transfert de modèle pendant l'estimation de la force appliquée, il sera donc possible de modifier l'état du modèle afin de respecter les hypothèses posées lors de l'identification des fonctions de transfert. Dans *Matlab*, la fonction *tf2ss* permet d'obtenir les matrices **A**, **B**, **C** et **D** à partir du numérateur et du dénominateur d'une fonction de transfert. En appliquant cette approche sur l'inverse des modèles  $G_{up}$  et  $G_{down}$  nous obtenons

$$\mathbf{A}_{up} = \begin{bmatrix} -3,88 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

$$\mathbf{b}_{up} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

$$\mathbf{c}_{up}^T = \begin{bmatrix} 1,14 \times 10^{-2} & 0 \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

$$d_{up} = [3,22 \times 10^{-3}] \quad (5.20)$$

et

$$\mathbf{A}_{down} = \begin{bmatrix} -8,57 \times 10^{-1} & -7,11 \times 10^{-5} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

$$\mathbf{b}_{down} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

$$\mathbf{c}_{down}^T = \begin{bmatrix} -2,84 \times 10^{-3} & -3,27 \times 10^{-7} \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

$$d_{down} = [1,08 \times 10^{-2}]. \quad (5.24)$$

Les valeurs  $\mathbf{A}_{up}$ ,  $\mathbf{b}_{up}$  et  $\mathbf{c}_{up}$  étaient originellement des scalaires, mais nous les avons étendues sous forme matricielle et vectorielle afin d'obtenir les mêmes dimensions que pour le modèle  $G_{down}$ .

### 5.6.1 Transition de $G_{down}$ vers $G_{up}$

La figure 5.14 montre la valeur de la résistance du capteur à la suite de l'application de trois échelons de 60 N. On constate que la réponse du capteur est semblable pour les trois échelons à l'exception d'un décalage vers le haut. Ce décalage semble correspondre à la valeur du signal juste avant une nouvelle application de contrainte. Comme si la réponse du capteur se superposait à la valeur actuelle. Ce phénomène n'est cependant pas associé au phénomène de superposition des matériaux viscoélastiques puisqu'au repos, le signal retourne à sa valeur initiale après quelques minutes. Cette superposition est plutôt due aux molécules qui retrouvent



leurs états initiaux par le mouvement brownien. Les chaînes brisées n'ont pas terminé de se reconstruire, que de nouvelles chaînes sont détruites. Lors de l'identification du modèle  $G_{up}$ , l'hypothèse était implicitement posée que le modèle commençait au repos ce qui n'est pas le cas lors des deuxième et troisième échelons. Avant d'appliquer le signal d'entrée au modèle  $G_{up}$ , nous allons donc soustraire la composante due aux chaînes conductrices en reconstruction. Cette composante est modélisée dans  $G_{down}$  par le deuxième groupe ressort-amortisseur du modèle à 5 éléments de la figure 5.9. Elle est représentée par la courbe  $u_c$  sur la figure 5.14. Sur la même figure, la courbe  $u$  représente la résistance mesurée et  $u - u_c$  représente l'estimation de la résistance telle qu'elle eut été si la pression avait été appliquée à partir de l'état au repos. C'est cette valeur qui sera utilisée pour l'estimation de la force appliquée avec le modèle  $G_{up}$ . De plus, à chaque transfert de  $G_{down}$  vers  $G_{up}$  nous réinitialiserons le vecteur d'état, soit

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5.25)$$

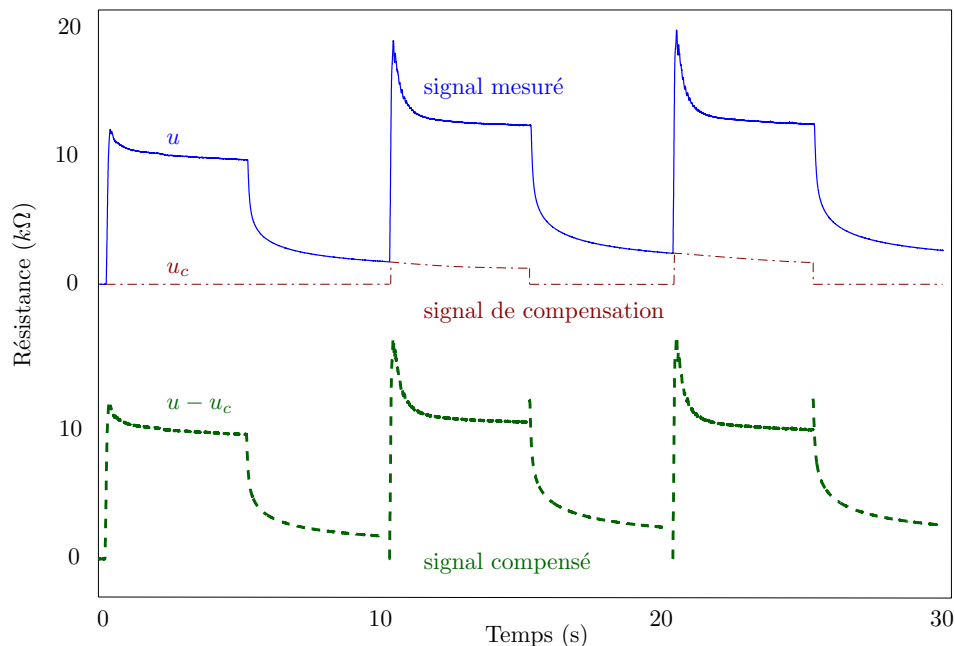


FIGURE 5.14 – Compensation du signal d'entrée pour l'application au modèle  $G_{up}$ .

### 5.6.2 Transition de $G_{up}$ vers $G_{down}$

Tout comme avec le modèle  $G_{up}$ , le modèle  $G_{down}$  a été identifié en posant l'hypothèse de conditions initiales nulles. Si l'on se réfère au modèle à cinq éléments de la figure 5.9, on doit considérer que l'application de contraintes a engendré un déplacement correspondant au gain statique de la fonction de transfert. Or, pour les deuxième et troisième échelons, le gain

statique ne correspond plus. Si l'on maintient l'hypothèse que le système est stationnaire lors du transfert de modèle vers  $G_{down}$ , le nouveau gain statique sera

$$g_0 = \frac{y_0}{u_0} \quad (5.26)$$

où  $g_0$  est le gain statique calculé au moment du transfert de modèle de  $G_{up}$  vers  $G_{down}$  et  $u_0$  et  $y_0$  correspondent respectivement à la valeur de la résistance mesurée et à la force estimée au moment du transfert de modèle de  $G_{up}$  vers  $G_{down}$ . Puisque le gain statique a changé, il faut donc modifier la fonction de transfert de  $G_{down}$  et recalculer les valeurs  $\mathbf{A}_{down}$ ,  $\mathbf{b}_{down}$ ,  $\mathbf{c}_{down}$  et  $d_{down}$ . Le gain du modèle  $G_{down}$  se calcule par

$$g = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} + \frac{1}{E_3}. \quad (5.27)$$

En multipliant de chaque côté l'équation (5.27) par  $\left(\frac{g_0}{g}\right)$  on obtient

$$g_0 = \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} + \frac{1}{E_3}\right) \left(\frac{g_0}{g}\right). \quad (5.28)$$

Les paramètres  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$  peuvent donc être recalculés par

$$E'_i = E_i \left(\frac{g_0}{g}\right) \quad (5.29)$$

où la nouvelle valeur des paramètres  $E_i$ , notée  $E'_i$ , correspond au nouveau gain statique. En conservant les mêmes valeurs pour  $\eta_2$  et  $\eta_3$ , nous pouvons recalculer les matrices  $\mathbf{A}_{down}$ ,  $\mathbf{b}_{down}$ ,  $\mathbf{c}_{down}$  et  $d_{down}$  avec la fonction *tf2ss* de *matlab*. Il ne reste plus qu'à calculer l'état initial  $\mathbf{x}$  pour lequel le modèle sera stationnaire et la sortie égale à  $y_0$ . À partir des équations (5.15) et (5.16), nous trouvons que le modèle est stationnaire lorsque

$$\mathbf{c}_{down}^T (\mathbf{x} + \dot{\mathbf{x}}) = \mathbf{y}_0 - d_{down} \mathbf{u}_0 \quad (5.30)$$

où  $\mathbf{u}_0$  et  $\mathbf{y}_0$  sont respectivement les valeurs de résistance et de force estimées au moment du transfert de modèle. On en déduit que

$$\mathbf{c}_{down}^T \dot{\mathbf{x}} = 0 \quad (5.31)$$

et donc que

$$\dot{\mathbf{x}} = \dot{x}_1 \mathbf{w} \quad (5.32)$$

avec  $\mathbf{w}$  définie par

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{c_1}{c_2} \end{bmatrix}. \quad (5.33)$$

En injectant l'équation (5.32) dans (5.15) nous trouvons

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}_{down}^{-1} (\dot{x}_1 \mathbf{w} - \mathbf{b}_{down} u_0). \quad (5.34)$$

Il existe donc une infinité de solutions pour lesquelles le modèle sera en régime stationnaire. Nous souhaitons cependant que la sortie estimée soit égale à la valeur estimée juste avant le transfert de modèle, soit  $y_0$ . En injectant l'équation (5.34) dans l'équation (5.16), nous obtenons

$$y_0 = \mathbf{c}_{down}^T \mathbf{A}_{down}^{-1} (\dot{x}_1 \mathbf{w} - \mathbf{b}_{down} u_0) + d_{down} u_0 \quad (5.35)$$

qui nous permet de trouver

$$\dot{x}_1 = \frac{y_0 + (\mathbf{c}_{down}^T \mathbf{A}_{down}^{-1} \mathbf{b}_{down} - d_{down})}{\mathbf{c}_{down}^T \mathbf{A}_{down}^{-1} \mathbf{w}}. \quad (5.36)$$

Nous pouvons enfin injecter l'équation (5.36) dans (5.32) afin d'obtenir l'état initial correspondant à un régime stationnaire pour une valeur de force estimée en continuité avec la valeur du modèle précédent.

### 5.6.3 Résultats

Nous avons fait un schéma *Simulink* appliquant les modèles  $G_{up}$  et  $G_{down}$  avec la gestion de transfert de modèle décrite aux sous-sections précédentes. Nous avons testé le modèle avec trois types de signaux. Le premier est la réponse du capteur à l'application de force échelons de 60 N. Le deuxième est la réponse du capteur à l'application d'une série de rampes. Le troisième essai est la réponse du capteur à l'application d'une série de forces triangulaires. Les figures 5.15, 5.16 et 5.17 montrent les résultats obtenus. Les résultats de la figure 5.15 sont excellents. Comme nous avons identifié nos modèles et ajusté les paramètres de transfert à partir de ces données, le résultat n'est cependant pas surprenant. Les résultats montrés à la figure 5.16 sont également bons. La force estimée est suffisamment proche de la force appliquée pour imaginer

son utilisation dans la commande d'un robot. L'essai de la figure 5.17 est malheureusement moins bon. La force estimée ne suit pas très bien la force appliquée.

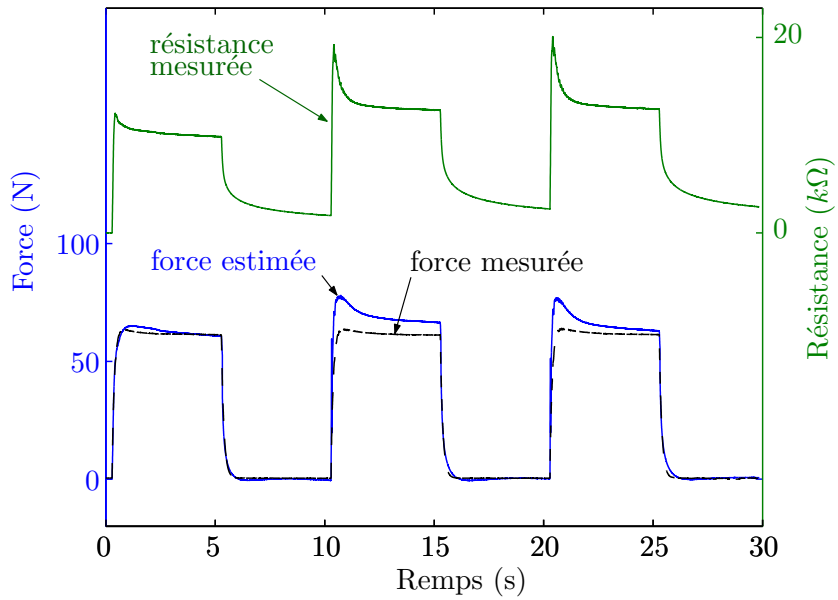


FIGURE 5.15 – Comparaison des forces mesurée et estimée pour une entrée de force échelons de 60N.

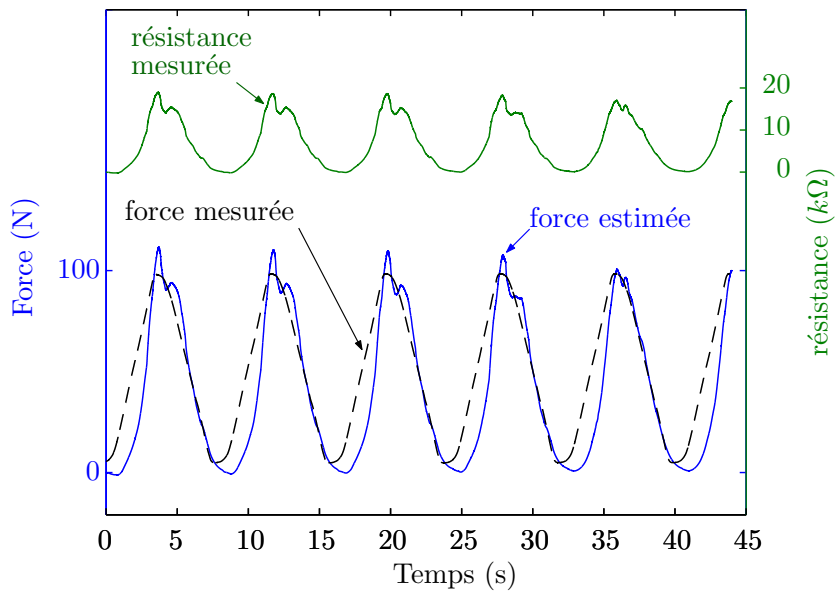


FIGURE 5.16 – Comparaison des forces mesurée et estimée pour une entrée en force triangulaire de 100N.

#### 5.6.4 Conclusion

Les équations d'états ont permis de gérer les conditions initiales au moment du transfert de modèle. Le transfert de modèle est toujours basé sur la dérivée du signal de résistance.

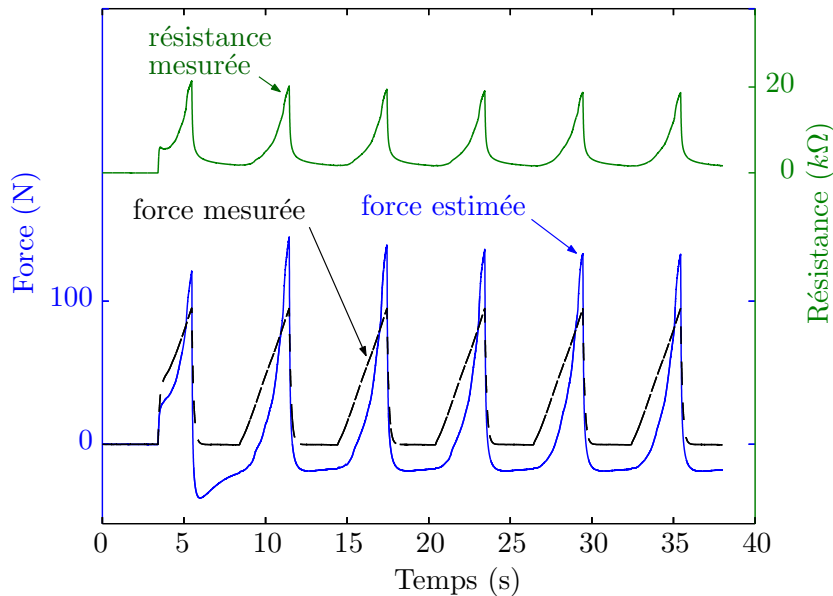


FIGURE 5.17 – Comparaison des forces mesurée et estimée pour une entrée de force en rampe de 100N.

L'utilisation d'un seuil n'est cependant pas très robuste en raison du bruit et de la difficulté d'établir le bon seuil. De plus, la dérivée de la résistance peut être négative sans que la force appliquée n'ait changé. Nous pourrions essayer en utilisant plutôt la dérivée de la force estimée et en appliquant un seuil de transfert adaptatif. Une autre option serait d'utiliser les réseaux de neurones. Les réseaux de neurones de type perceptron multicouche (Parizeau 2004) par exemple permettent de modéliser des fonctions hautement non linéaires et ils nécessitent une compréhension moins poussée du système.

## 5.7 Procédé de fabrication d'une matrice de capteurs.

La fabrication d'une matrice de capteurs est largement facilitée par le système d'acquisition qui sera présenté à la prochaine section. Ce système d'acquisition minimise la communication croisée qui peut survenir à l'intérieur du matériau. Il n'est donc pas nécessaire de discrétiser les cellules afin de les isoler les unes des autres. La fabrication peut ainsi se réduire à une seule étape de moulage. La figure 5.18 montre le résultat après démoulage pour une matrice de capteurs de  $4 \times 4$ . Des feuilles de polyamide adhésives sont utilisées pour assembler le textile conducteur en colonnes. Il faut deux feuilles afin d'obtenir les lignes d'un côté et les colonnes de l'autre. Le film de polyamide et son adhésif n'adhèrent ni ne réagissent avec le silicone. Ce matériau est donc utilisé pour masquer les parties du circuit qui ne doivent pas être couvertes de silicone, soit les extrémités où sera branché le système d'acquisition. Une fois cette préparation terminée, il suffit de placer une feuille dans le fond d'un moule, de verser le mélange de silicone et noir de carbone et d'appliquer la seconde couche de manière

perpendiculaire. Une fois le silicone polymérisé, on peut démouler la matrice obtenue, découper les excédents et enlever les films de polyamide.

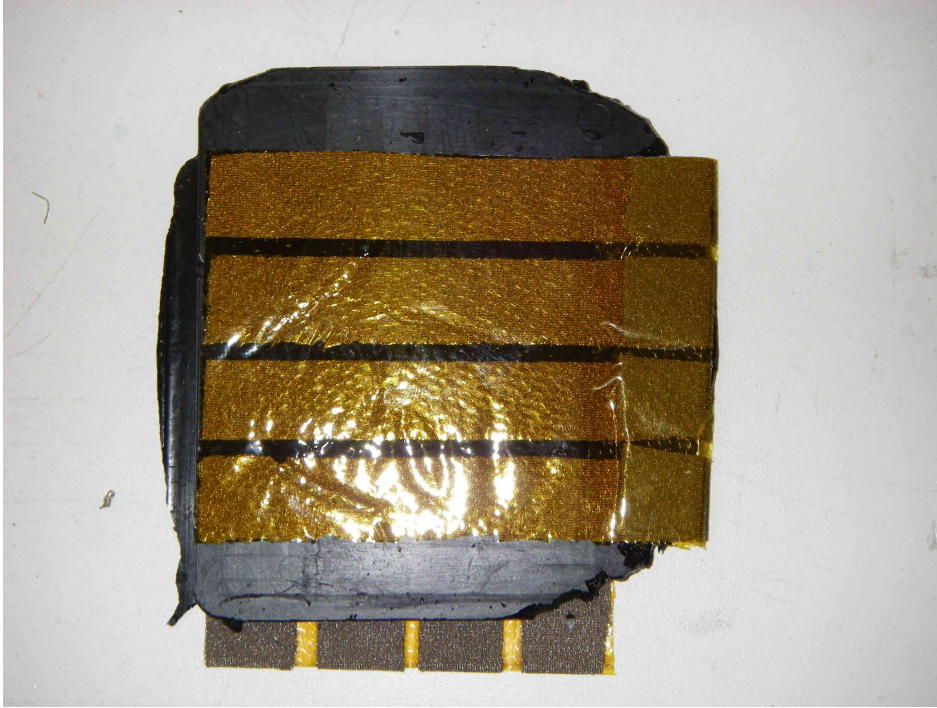


FIGURE 5.18 – Capteur obtenu après démoulage.

## 5.8 Système d'acquisition

Le système d'acquisition doit permettre de mesurer la résistance électrique de chacune des sections de matériau reliant la ligne  $i$  à la colonne  $j$ . Pour un seul échantillon, le diviseur de tension présenté à la figure 5.19 permet d'obtenir un signal proportionnel à la résistivité du capteur. La valeur de la résistance est donnée par

$$R = \frac{V_{out} R_{ref}}{V_{in} - V_{out}}. \quad (5.37)$$

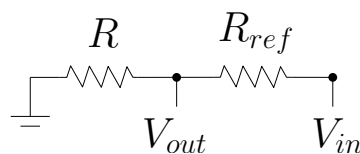


FIGURE 5.19 – Diviseur de tension pouvant être utilisé pour estimer la valeur de la résistance d'un échantillon de capteur tactile.

On ne peut cependant pas l'utiliser sur une matrice de capteurs. La figure 5.20 permet de comprendre pourquoi. Le matériau est modélisé comme une matrice de résistances en parallèle.

Pour estimer la valeur d'une résistance, on doit nécessairement y faire circuler du courant. On peut par exemple appliquer une différence de potentiel entre la ligne 1 et la colonne 1 afin de lire le courant qui circule dans la résistance  $R_{11}$ . Si on ne fait pas attention aux autres lignes et colonnes, le courant peut cependant emprunter plusieurs chemins. Par exemple, le courant pourrait passer par  $R_{21}$ ,  $R_{24}$  et  $R_{14}$  pour retourner à la source. Ce courant parasite s'ajouterait au courant traversant  $R_{11}$  et modifierait la valeur de tension lue aux bornes de la résistance de référence  $R_{ref}$ .

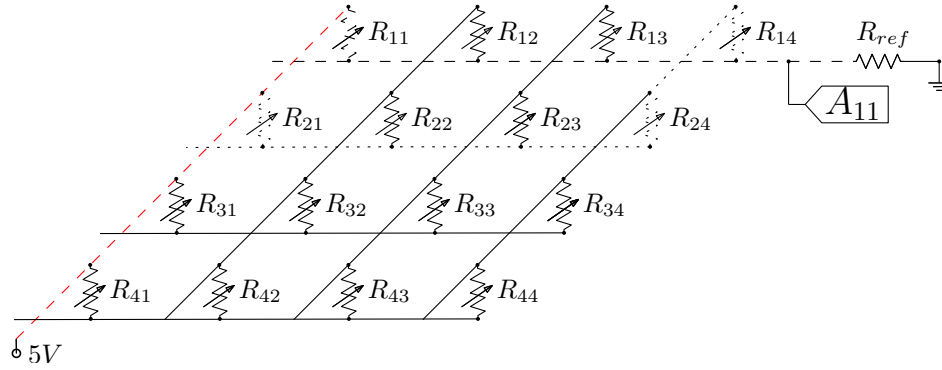


FIGURE 5.20 – Grille de résistances équivalentes de la peau de robot et courant parasite possible.

Pour éviter le courant parasite, le potentiel électrique de chaque ligne et colonne qui ne participe pas à la lecture doit être au même niveau. Sans différence de potentiel, le courant ne circule pas. Une solution élégante a été proposée dans (Shimojo et al. 2004) afin d'obtenir un signal ne dépendant que de  $R_{ij}$ . Le retour négatif d'un amplificateur opérationnel est utilisé pour réduire le voltage de la colonne lue à celui de la source. La figure 5.21 montre le circuit correspondant, lequel revient à un simple circuit inverseur. Puisqu'aucun courant ne circule par les entrées d'un amplificateur opérationnel, on peut dire que

$$I_{R_{ij}} = I_{R_{ref}} \quad (5.38)$$

où  $I_{R_{ij}}$  est le courant circulant dans la résistance  $R_{ij}$  et  $I_{R_{ref}}$  est la résistance circulant dans la résistance de référence. On trouve alors facilement la relation entre l'entrée et la sortie, soit

$$V_{out} = -V_{in} \left( \frac{R_{ref}}{R_{ij}} \right). \quad (5.39)$$

En utilisant un tel circuit pour chaque colonne et en ramenant à la source le potentiel électrique de chaque ligne non lue, nous pouvons estimer la valeur de  $R_{ij}$  en minimisant les effets de courant parasite. La figure 5.22 montre le circuit pour l'acquisition d'une matrice de 4x4 éléments.

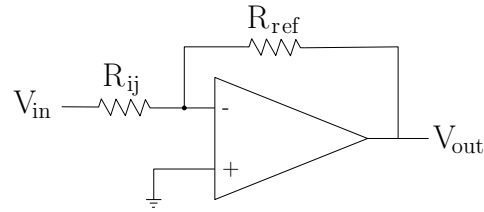


FIGURE 5.21 – Circuit d’amplificateur inverseur utilisé comme diviseur de tension pour estimer la résistance  $R_{ij}$ .

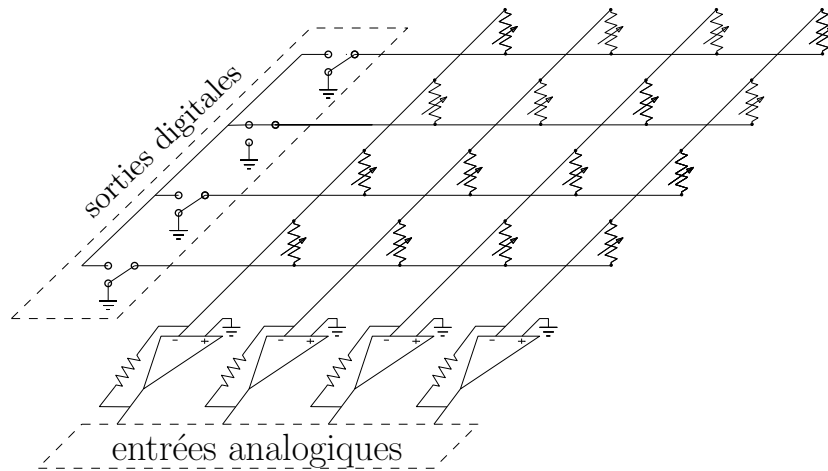


FIGURE 5.22 – Circuit d’acquisition pour un prototype de peau de robot de  $4 \times 4$  éléments.

Il faut faire attention à la sélection des résistances de référence puisque si elles sont mal choisies, la valeur à la sortie des amplificateurs opérationnels pourrait saturer et le potentiel des colonnes ne descendrait pas à 0 V. La première chose à faire est d’estimer la valeur initiale de la résistance électrique de chaque cellule. Puisqu’une seule résistance de référence sert à la lecture de chaque cellule d’une même ligne, la valeur de résistance de référence doit être choisie de manière à être plus petite que la plus petite résistance de la ligne. Sinon,  $V_{out}$  sera saturé et le voltage de certaines colonnes ne pourra être descendu à 0 V. Une fois la sélection des résistances de référence terminée, nous avons développé une fonction *Matlab* qui permet de visualiser la pression sur la peau. L’acquisition est faite par un module *USB-6088* de *National Instruments*. Un aperçu des résultats obtenus est montré à la figure 5.24. Un meilleur aperçu est montré dans la vidéo *peau.mp4*.



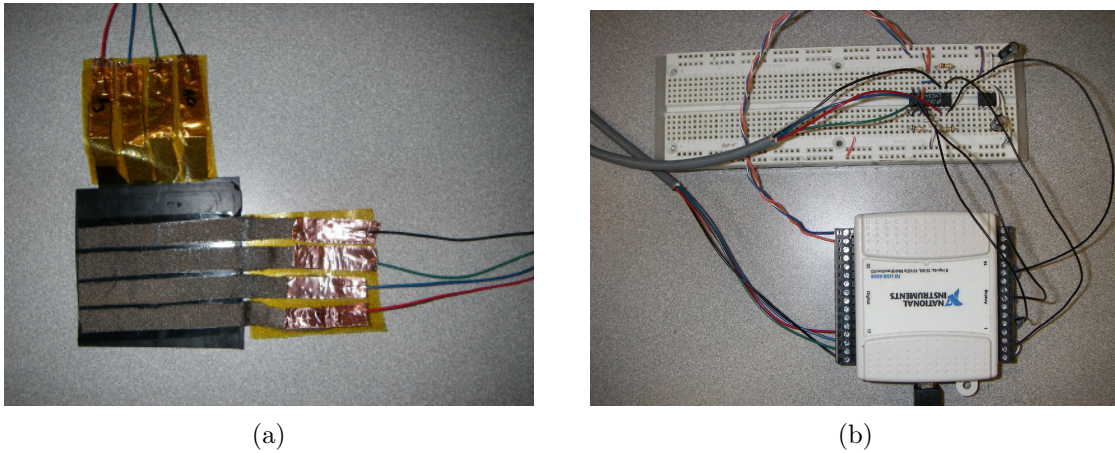


FIGURE 5.23 – Montage électrique. a) Connexions aux lignes et colonnes de la peau. b) Circuit d’acquisition avec module *USB-6088* de *National Instruments*

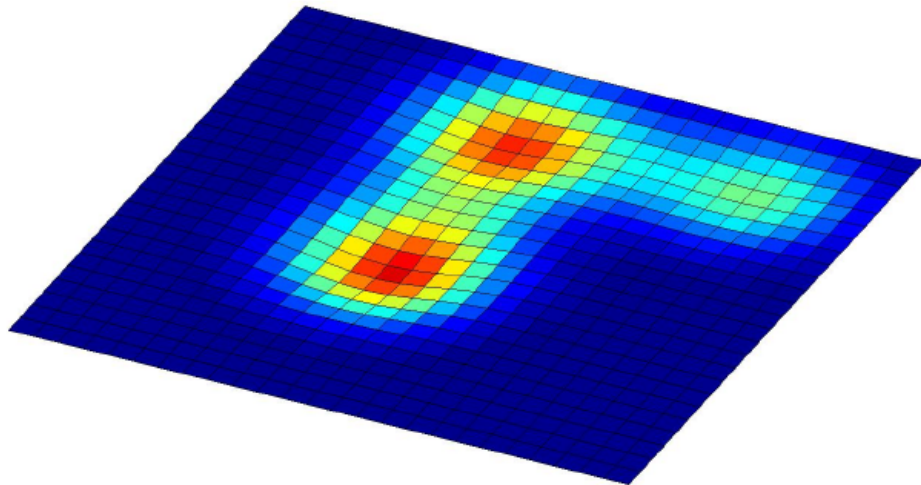


FIGURE 5.24 – Visualisation de la pression exercée sur la peau.

## 5.9 Conclusion

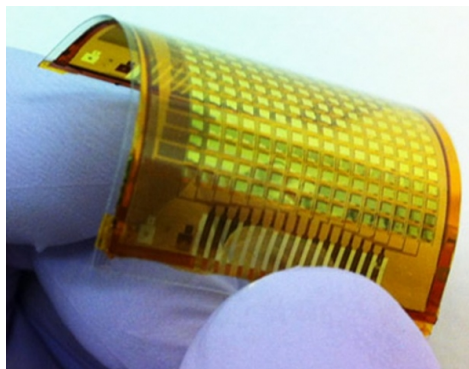
Bien que les résultats obtenus soient très près de l’objectif initial, certains points rendent l’utilisation de ce concept plutôt difficile. Entre autres, le matériau obtenu n’est pas très homogène. La méthode de fabrication y est certainement pour quelque chose, mais un mélange avec moins de variabilité serait tout de même fortement souhaité. De plus, les modèles piézo-résistifs proposés fonctionnent pour certains profils de force, mais il n’est pas fiable au point de l’utiliser pour la commande d’un robot. La détection de collision peut tout de même être envisagée.

Depuis nos travaux, plusieurs articles ont été publiés faisant état de nouvelles technologies de capteurs tactiles. Par exemple, (Lipomi et al. 2011) et (Wang et al. 2013) ont chacun mis au

point des matrices de capteur tactiles flexibles, extensibles et ultras minces. Les figures 5.25a et 5.25b en présentent un aperçu. La recherche dans le domaine est plus active que jamais. Le jour où un robot industriel sera recouvert de capteurs n'est peut-être plus très loin.



(a)



(b)

FIGURE 5.25 – Capteur tactile nouvellement développé. (a) Capteur tactile à base de nanotube de carbone conçu à l'université Stanford (image tirée de (Lipomi et al. 2011)). (b) Premier capteur tactile interactif, conçu à l'université Berkely (image tirée de (Wang et al. 2013)).

## Chapitre 6

# Développement d'un système de freinage passif

### Résumé

Des mécanismes d'assistance passifs sont encore aujourd'hui utilisés dans les usines. Les ponts roulants à deux degrés de liberté par exemple permettent de déplacer librement de grosses charges avec très peu d'effort. Ces systèmes non actionnés sont plus sécuritaires que les ponts roulants motorisés et sont largement suffisants pour une multitude de tâches. Un problème survient cependant lorsque la force de freinage nécessaire est plus grande que la force que l'opérateur peut appliquer. Ceci peut survenir lorsqu'une personne se place dans la trajectoire de la charge de manière imprévisible. De plus, il est plus naturel et facile de pousser sur une charge pour l'accélérer que de tirer dessus pour la ralentir. Pour résoudre ce problème, nous avons conçu un système de freinage adapté aux ponts roulants passifs. Nous utilisons la force de freinage rhéostatique d'un petit moteur à courant continu pour aider l'opérateur à décélérer la charge. Différentes versions de la poignée de freinage sont présentées.

### Extension multimédia

- La vidéo *freinage.mp4* présente un prototype du système de freinage passif.

## 6.1 Mise en situation

Les ponts roulants sont largement répandus dans l'industrie pour le déplacement de grosses charges. Certains de ces systèmes sont manuels. Deux exemples sont présentés aux figures 6.1a et 6.1b. La manipulation de pièces fragiles ou bien l'insertion dans des espaces restreints s'exécutent bien sans motorisation. Plus généralement, les manipulateurs passifs utilisent fréquemment les déplacements de type SCARA (Selective Compliance Assembly Robot Arm,

voir Makino et Furuya 1980, 1982). Si l'axe vertical est équilibré statiquement, comme dans (Laliberté et al. 2011), quatre ddls passifs sont ainsi obtenus.

Un problème avec les manipulateurs passifs est qu'avec suffisamment de distance, il est possible d'atteindre une vitesse de plusieurs mètres par seconde. Si la distance de freinage disponible est trop courte à cause d'un obstacle imprévisible ou d'une erreur de jugement, la force de freinage nécessaire devient plus grande que la force de l'opérateur et une collision survient. Également, il est généralement plus facile d'accélérer la masse que de la décélérer puisque pousser est plus facile que de tirer. Ceci mène à un mauvais contrôle de la charge et l'opérateur a donc à faire plusieurs va-et-vient afin de corriger la position. Pour ces raisons, un système d'assistance au freinage pourrait être un ajout intéressant aux manipulateurs passifs.

On serait porté à croire qu'un système passif est nécessairement mécanique, comme celui présenté dans (Laliberté et al. 2013), mais rien n'empêche l'utilisation de principes électriques. Dans cet article, un module de freinage dynamique pour les ponts roulants passifs est proposé. Bien que ces systèmes n'aient pas de traction, un moteur peut être utilisé comme générateur. La puissance générée à partir de l'énergie cinétique est dissipée en chaleur dans une résistance. Ce mode de dissipation est appelé *freinage rhéostatique*. Ce principe est utilisé dans des applications tel que les locomotives (voir Steiner et al. 2007), où ils augmentent la durée de vie des freins mécaniques, et dans les vélos d'exercice pour le contrôle de l'effort.

Dans la section suivante, nous développerons les équations pour trouver le temps et la distance de freinage. Nous proposerons trois types de poignées pour contrôler la force de freinage. Finalement, nous présenterons les résultats expérimentaux d'un prototype.



FIGURE 6.1 – Systèmes de manutention partiellement manuels. (a) Rail simple monté sur roulettes avec axe vertical motorisé (image tirée de [www.low-cost-cranes.com](http://www.low-cost-cranes.com)). (b) Pont roulant avec axe vertical motorisé (image tirée de [www.uscraneandhoist.com](http://www.uscraneandhoist.com)).

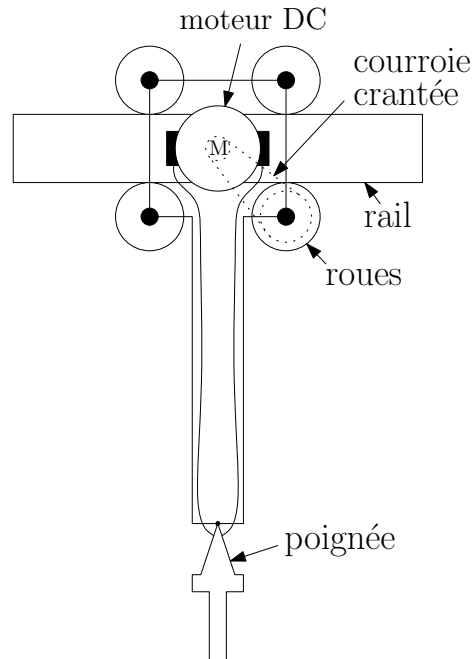


FIGURE 6.2 – Schéma d'un chariot équipé d'un module de freinage rhéostatique.

## 6.2 Développement des équations

La figure 6.2 montre le schéma d'un système de manutention passif. Un chariot roule sur un rail. Une paire de roues est reliée à un moteur à brosse par une courroie crantée. La poignée permet de déterminer si l'opérateur veut accélérer ou décélérer. Si une décélération est désirée, la force contre-électromotrice du moteur est utilisée pour décélérer.

Afin de valider le concept, nous développerons les équations différentielles pour le modèle de module de freinage et nous les résoudrons pour trouver le temps et la distance de freinage. Dans notre modèle, nous considérons les paramètres suivants : la masse totale des pièces mobiles,  $M$ , le diamètre des roues de transmission,  $D$ , le ratio de réduction,  $\eta$ , l'inertie du moteur,  $J_m$ , la constante de voltage du moteur,  $K_v$ , et la constante de couple du moteur,  $K_t$ . Nous modéliserons également les forces de friction dynamique,  $f_k$ , la friction fluïdique  $f_d$ , et la force appliquée sur la poignée par l'utilisateur,  $f_u$ . Finalement, la friction entre les roues et le rail limite la force de freinage transmise par le module. Le chariot est conçu de sorte que la charge n'affecte pas la force normale entre les roues de freinages et le rail. La force normale est ajustée avec des vis afin d'obtenir une force maximale de freinage,  $f_m$ , correspondant au couple maximal que le moteur peut fournir. Ceci permet de protéger le moteur contre la surchauffe et les surtensions. Puisque du glissement survient lors de freinage à haute vitesse, nous avons besoin de deux équations du mouvement, soit

$$a\ddot{x} = F_1 \quad (6.1)$$

$$a\ddot{x} + b\dot{x} = F_2. \quad (6.2)$$

où  $a$  et  $b$  sont des paramètres à déterminer, qui représentent respectivement l'inertie totale du système et son frottement visqueux équivalent. La force  $F_1$  est la somme des forces qui s'appliquent sur le chariot lorsqu'il glisse sur le rail, c'est-à-dire

$$F_1 = f_u + f_m. \quad (6.3)$$

La force  $F_2$  est la somme des forces constantes qui s'appliquent sur le chariot lorsqu'il n'y a pas de glissement, c'est-à-dire

$$F_2 = fu + f_k. \quad (6.4)$$

L'équation (6.1) est l'équation du mouvement lorsque la force de freinage est saturée. Ceci correspond à la partie du mouvement où la vitesse est supérieure à la vitesse critique,  $\dot{x}_c$ , pour laquelle la force de transmission maximale  $f_m$  est atteinte. La force de transmission maximale est la somme des forces de friction dynamique et visqueuse lorsque le chariot se déplace à la vitesse critique, c'est-à-dire

$$f_m = b\dot{x}_c + f_k. \quad (6.5)$$

De là, on peut calculer la vitesse critique au-delà de laquelle le chariot glissera sur le rail, c'est-à-dire

$$\dot{x}_c = \frac{f_m - f_k}{b}. \quad (6.6)$$

En intégrant l'équation (6.1), on obtient successivement

$$\dot{x} = \frac{F_1}{a}t + C_1 \quad (6.7)$$

et

$$x = \frac{F_1}{a}t^2 + C_1t + C_2 \quad (6.8)$$

où  $\dot{x}$  et  $\ddot{x}$  sont respectivement les vitesse et accélération du chariot en fonction temps,  $C_1$  et  $C_2$  sont des constantes d'intégration à définir. On trouve  $C_1$  en posant  $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$  dans l'équation (6.7), c'est-à-dire

$$C_1 = \dot{x}_0 \quad (6.9)$$

où  $\dot{x}_0$  est la vitesse initiale du chariot. On obtient ensuite la valeur de  $C_2$  en posant  $x(0) = 0$  dans l'équation (6.8), c'est-à-dire

$$C_2 = 0. \quad (6.10)$$

En posant  $\dot{x} = \dot{x}_c$  dans l'équation (6.7) et en remplaçant  $C_1$  par sa valeur, on obtient le temps de freinage  $t_1$  nécessaire pour ralentir le chariot jusqu'à la vitesse critique, c'est-à-dire

$$t_1 = \frac{a}{F_1} (\dot{x}_c - \dot{x}_0). \quad (6.11)$$

En insérant la valeur de  $t_1$  dans l'équation (6.8) et en remplaçant  $C_1$  et  $C_2$  par leur valeur, on obtient la distance de freinage  $x_1$  nécessaire au ralentissement du chariot jusqu'à la vitesse critique, c'est-à-dire

$$x_1 = \frac{F_1}{2a} t_1^2 + \dot{x}_0 t_1. \quad (6.12)$$

Une fois  $t_1$  et  $x_1$  trouvées, nous résolvons pour le temps  $t_2$  et la distance  $x_2$  de freinage, lesquelles correspondent à la portion du mouvement sous la vitesse critique modélisée par l'équation (6.2). La solution générale est

$$x = C_1 e^{\frac{-b}{a}t} + \frac{F_2}{b}t + C_2. \quad (6.13)$$

En résolvant l'équation (6.13) pour une vitesse initiale  $\dot{x}_1$  et une position initiale  $x_1$ , nous trouvons

$$x = -\frac{a}{b} \left( \dot{x}_1 - \frac{F_2}{b} \right) e^{\frac{-b}{a}t} + \frac{F_2}{b}t + \frac{-a}{b} \left( \dot{x}_1 - \frac{F_2}{b} \right) \quad (6.14)$$

$$\dot{x} = \left( \dot{x}_1 - \frac{-F_2}{b} \right) e^{\frac{-b}{a}t} + \frac{F_2}{b}. \quad (6.15)$$

En posant  $\dot{x}_1 = \dot{x}_c$  et  $\dot{x} = 0$  dans l'équation (6.15), on peut isoler le temps  $t_2$  nécessaire au freinage total du chariot à partir de la vitesse critique, soit

$$t_2 = -\frac{a}{b} \ln \left( \frac{-F_2}{\dot{x}_c b - F_2} \right). \quad (6.16)$$

En posant  $\dot{x}_1 = \dot{x}_c$  et  $t = t_2$  dans l'équation (6.14), on peut maintenant calculer la distance de freinage  $x_2$  nécessaire au freinage total du chariot à partir de la vitesse critique, c'est-à-dire

$$x_2 = \frac{a}{b} \left( \dot{x}_c - \frac{F_2}{b} \right) \left( 1 + \frac{F_2}{\dot{x}_c b - F_2} \right) - \frac{aF_2}{b^2} \ln \left( \frac{-F_2}{\dot{x}_c b - F_2} \right). \quad (6.17)$$

Finalement, le temps  $t_f$  et la distance  $x_f$  totale de freinage sont

$$t_f = t_1 + t_2 \quad (6.18)$$

$$x_f = x_1 + x_2. \quad (6.19)$$

Il ne manque plus que la valeur des paramètres  $a$  et  $b$  des équations (6.1) et (6.2).

### 6.2.1 Calcul de la masse équivalente

La masse équivalente du système est l'inertie ressentie par l'utilisateur. Elle correspond au paramètre  $a$  dans les équations (6.1) et (6.2), elle est donc nécessaire au calcul de la distance et du temps de freinage. Pour la calculer, nous utilisons l'équation de l'énergie cinétique du système complet, soit

$$2T = m\dot{x}^2 + J\omega^2 \quad (6.20)$$

$$= \left( M + J_m \left( \frac{2\pi\eta}{D} \right)^2 \right) \dot{x}^2 \quad (6.21)$$

où  $T$  est l'énergie cinétique du système,  $m$  est la masse en translation,  $\dot{x}$  est la vitesse de déplacement du chariot,  $J$  est l'inertie des pièces en rotation et  $\omega$  est la vitesse de rotation des pièces en rotation. Nous trouvons donc que

$$a = M + J_m \left( \frac{2\pi\eta}{D} \right)^2. \quad (6.22)$$



### 6.2.2 Calcul de la force contre-électromotrice

Le paramètre  $b$  de l'équation (6.2) correspond au frottement visqueux. Nous verrons bientôt que la force contre-électromotrice est directement proportionnelle à la vitesse de déplacement du chariot, elle s'apparente donc à une friction visqueuse. La force de freinage est produite par le moteur lorsque le courant est libre de traverser d'un pôle à l'autre. D'abord, le moteur produit un voltage contre-électromoteur proportionnel à sa vitesse de rotation, c'est-à-dire

$$V_{cem} = K_v \omega. \quad (6.23)$$

où  $V_{cem}$  est le voltage aux bornes du moteur et  $\omega$  est la vitesse de rotation du moteur. Si le moteur est court-circuité, un courant proportionnel à la résistance du bobinage le traverse, c'est-à-dire

$$I = \frac{K_v \omega}{R}. \quad (6.24)$$

où  $I$  est le courant circulant dans le moteur. Ce courant produit un couple de freinage proportionnel à la constante de couple du moteur, soit

$$\tau = \frac{K_t K_v \omega}{R}. \quad (6.25)$$

où  $\tau$  est le couple produit par le moteur. La vitesse du moteur et la force de freinage sont proportionnelles au ratio de réduction et au diamètre de la poulie de transmission, c'est-à-dire

$$\omega = \frac{2\pi\eta}{D} \dot{x} \quad (6.26)$$

$$F_{cem} = \frac{2\pi\eta}{D} \tau. \quad (6.27)$$

où  $F_{cem}$  est la force produite sur le rail par le courant contre-électromoteur. À partir des équations (6.25), (6.26) et (6.27) nous trouvons la force de freinage contre-électromotrice en fonction de la vitesse du chariot, soit

$$F_{cem} = \frac{K_t K_v}{R} \left( \frac{2\pi\eta}{D} \right)^2 \dot{x}. \quad (6.28)$$

La force de freinage contre-électromotrice est donc bien directement proportionnelle à la vitesse du chariot puisque tous les termes à gauche de  $\dot{x}$  dans le membre de droite de l'équation (6.28) sont constants. Le paramètre  $b$  de l'équation (6.2) est la somme de la constante de frottement

visqueux du système,  $f_d$ , et du terme constant du membre de droite de l'équation (6.28), c'est-à-dire

$$b = \frac{K_t K_v}{R} \left( \frac{2\pi\eta}{D} \right)^2 + f_d. \quad (6.29)$$

La seule inconnue est la constante de frottement visqueux qui doit être mesurée expérimentalement.

### 6.2.3 Effets et optimisation du ratio de réduction

Le ratio de réduction  $\eta$  a deux conséquences. La première conséquence est une augmentation de la force de freinage proportionnelle au carré du ratio. La deuxième conséquence est une augmentation tout aussi importante de l'inertie ressentie au moteur. La figure 6.3 montre, pour un ensemble de paramètres donnés, le temps et la distance de freinage ainsi que l'inertie ressentie en fonction du ratio de réduction. Même si le ratio de réduction a un grand impact sur la réduction du temps et de la distance de freinage, la force maximale de freinage  $f_m$  limite les bénéfices à une trop grande augmentation du ratio. Cela explique la présence d'une valeur optimale du ratio de réduction qui minimise le temps ou la distance de freinage. Le ratio de réduction est généralement différent selon que l'on minimise le temps ou la distance de freinage. Puisque le ratio affecte seulement la perception de l'inertie du moteur, laquelle est faible en comparaison de l'inertie totale, l'influence du ratio de réduction sur l'inertie ressentie demeure négligeable pour de faibles ratios de réduction.

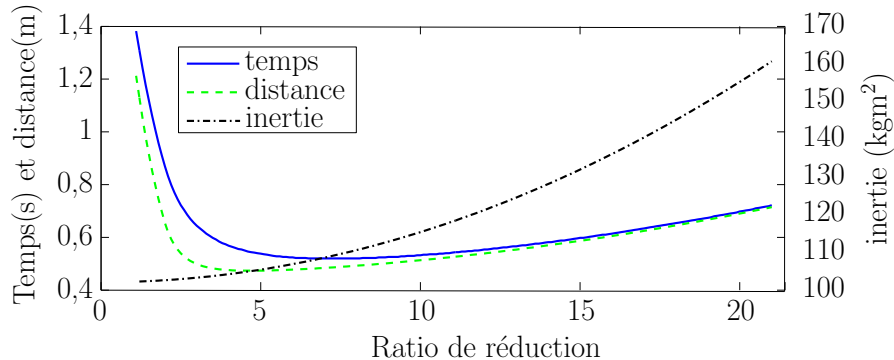


FIGURE 6.3 – Inertie, temps et distance de freinage, en fonction du ratio de réduction.

## 6.3 Banc de test

Un banc de test, montré à la figure 6.4, a été construit pour valider le modèle. Il consiste en une roue d'inertie, un moteur et un réducteur. Le même moteur est utilisé pour accélérer et décélérer la roue d'inertie. Un relais électrique bascule entre les deux modes de telle sorte qu'aucune énergie externe ne peut servir à décélérer la roue.

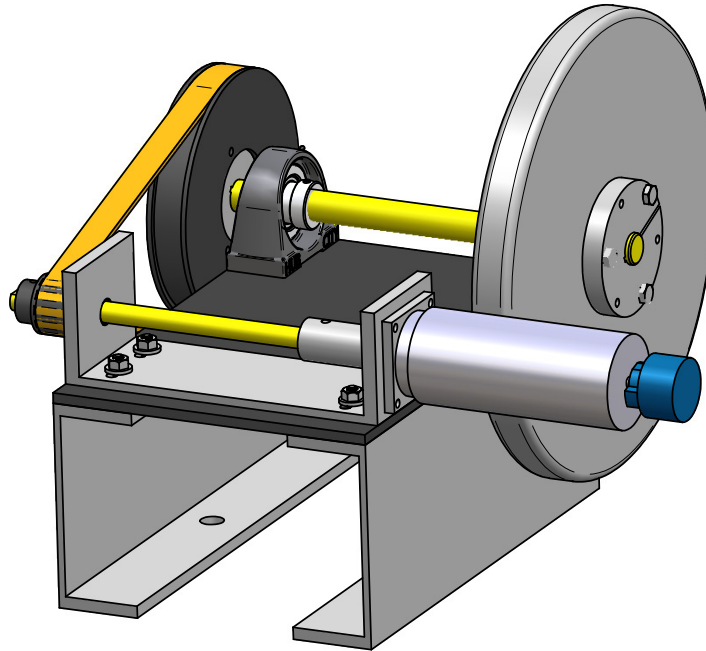


FIGURE 6.4 – Banc de test du système de freinage passif.

La figure 6.5 montre des résultats expérimentaux et de simulation. Les courbes bleues et magenta montrent les tests faits sans freinage rhéostatique afin d'identifier les paramètres inconnus du système mécanique, c'est-à-dire les forces de friction dynamique et visqueuse. Les courbes en vert et rouges présentent les résultats expérimentaux et de simulation à partir de la vitesse maximale avec freinage rhéostatique. L'expérience valide le concept de base.

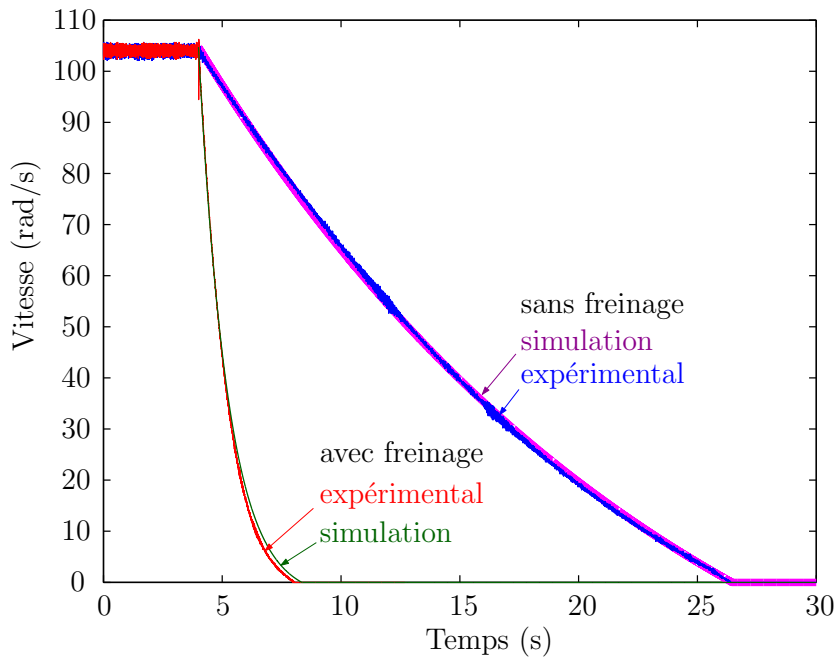


FIGURE 6.5 – Vitesse mesurée et résultats de simulation du banc de test.

## 6.4 Développement des poignées de freinage.

Afin de compléter le système, nous avons conçu une poignée pour activer le système lorsque requis. Lorsque la vitesse et l'accélération sont de direction opposée, les freins doivent être activés. Nous avons conçu trois versions de la poignée.

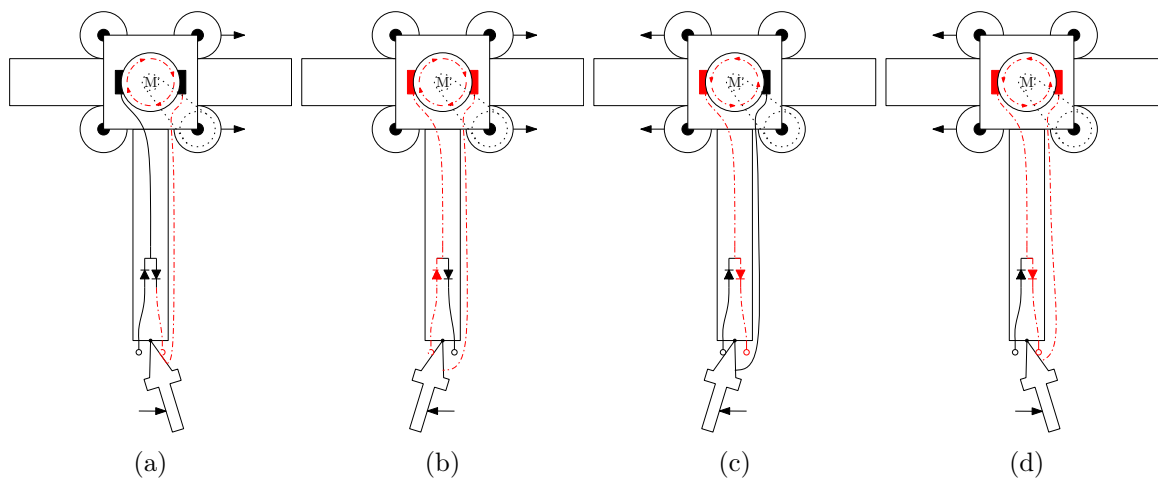


FIGURE 6.6 – Principe de fonctionnement de la poignée de freinage à interrupteur et diodes. (a) Déplacement vers la droite avec accélération. (b) Déplacement vers la droite avec décélération. (c) Déplacement vers la gauche avec accélération. (d) Déplacement vers la gauche avec décélération.

### 6.4.1 Poignée avec interrupteur à deux contacts et diodes.

Dans cette version, la poignée contrôle l'activation d'un interrupteur à deux contacts connecté à deux diodes en parallèle. Les diodes sont branchées en sens opposé de sorte que le courant contre-électromoteur ne puisse circuler que dans une seule diode à la fois. Afin de freiner, la poignée doit relier un pôle du bobinage du moteur à la diode qui permet au courant de rejoindre l'autre pôle. La figure 6.6 montre toutes les combinaisons de direction pour la vitesse et la force appliquée. Dans la figure 6.6a, le chariot se déplace vers la droite et la poignée est poussée afin d'accélérer. Le courant contre-électromoteur est bloqué par la diode et aucun freinage ne se produit. Dans la figure 6.6b, le chariot se déplace vers la droite, mais la poignée est tirée afin de décélérer. Le courant contre-électromoteur passe à travers la diode et le freinage rhéostatique est activé. Les figures 6.6c et 6.6d montrent les cas où le chariot se déplace vers la gauche.

La poignée est mécaniquement et électriquement simple. Malheureusement, l'opérateur n'a pas un bon contrôle de la décélération parce que la force de freinage ne peut pas être modulée. Le moteur est simplement court-circuité et la force contre-électromotrice dépend uniquement de la vitesse du chariot.

### 6.4.2 Poignée avec résistance variable et diodes.

La figure 6.7 présente une variation de la précédente poignée. Cette version remplace l'interrupteur par une résistance variable. Des ressorts (qui n'apparaissent pas sur la figure) permettent de centrer la poignée sur le chariot. Lorsqu'une force est appliquée sur la poignée, la résistance électrique augmente pour un côté du circuit et diminue pour l'autre. Lorsque l'accélération est dans la même direction que la vitesse, la résistance électrique augmente du côté de la diode conductrice. Puisque la résistance est élevée, la force de freinage est minime et il est facile d'accélérer. Lorsque l'accélération et la vitesse sont en directions opposées, la résistance électrique sur la diode conductrice est basse et la force contre-électromotrice aide à décélérer la charge. Pour cette application, nous supposons que la force maximale appliquée par l'opérateur sur la poignée ne devrait pas dépasser 100 N. Pour cette raison, nous devons ajuster la raideur de la poignée afin d'obtenir une force maximale de freinage à partir de 100 N.

La figure 6.7 montre, pour un ensemble de paramètres donnés, la puissance dissipée dans le moteur et dans la résistance variable. La puissance dissipée peut être calculée par

$$P_m = R_m \left( \frac{V}{R_m + R_v} \right)^2 \quad (6.30)$$

$$P_v = R_v \left( \frac{V}{R_m + R_v} \right)^2 \quad (6.31)$$

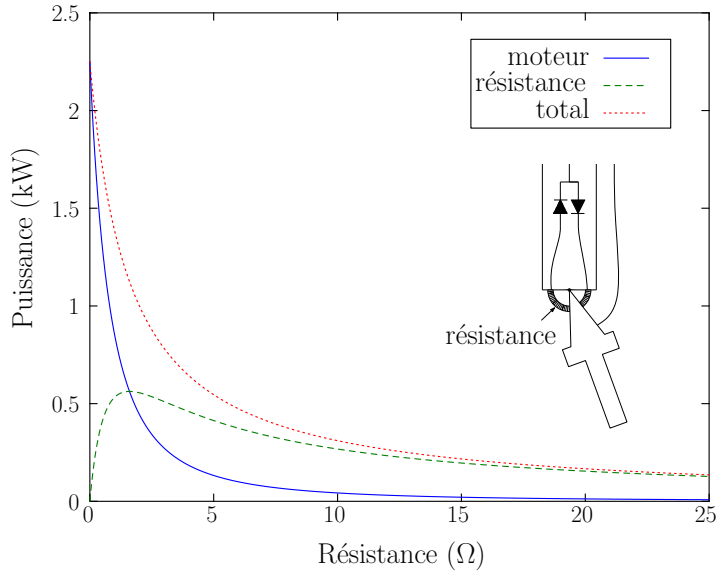


FIGURE 6.7 – Énergie dissipée dans le moteur et dans la résistance variable.

où  $P_m$  et  $P_v$  sont les puissances dissipées dans le moteur et dans la résistance variable,  $R_m$  et  $R_v$  sont les résistances du bobinage et de la résistance variable, et  $V$  est la tension contre-électromotrice. La puissance dissipée diminue rapidement lorsque la résistance augmente. En supposant la raideur de la poignée constante, elle sera plus sensible pour de faibles forces de freinage. Nous observons un maximum sur la courbe de la puissance dissipée dans la résistance variable. Ce maximum peut être calculé par la différentiation de l'équation (6.31), c'est-à-dire

$$\frac{dP_v}{dR_v} = \frac{V^2}{(R_m + R_v)^2} - \frac{2R_v V^2}{(R_m + R_v)^3} = 0 \quad (6.32)$$

ce qui conduit à

$$R_v = R_m. \quad (6.33)$$

La puissance dissipée maximale dans la résistance variable survient lorsque sa résistance est la même que celle du moteur. À partir des équations (6.31) et (6.33) nous trouvons l'équation de la puissance de dissipation maximale dans la résistance variable, soit

$$P_{max} = \frac{V^2}{4R_v} \quad (6.34)$$

où  $P_{max}$  est la puissance maximale dissipée par la résistance variable. La résistance variable devrait être sélectionnée afin de pouvoir dissiper une telle puissance, ce qui mène à une résistance

variable démesurément grande. Une grille de résistances et un sélecteur seraient peut-être plus appropriés.

### 6.4.3 Poignée munie d'un capteur de force.

La dernière poignée proposée fonctionne avec un capteur de force utilisant un photo-interrupteur (Duchaine et al. 2009b). Comparativement aux jauges de contraintes, cette technologie n'a pratiquement pas de dérive et très peu de bruit. Un circuit électrique, montré à la figure 6.8, contrôle le courant de freinage en fonction des signaux du capteur de force et de l'encodeur. Voici comment il fonctionne : la chute de tension à travers la résistance  $R_1$  mesure le courant à travers le bobinage du moteur. Le signal est comparé à celui provenant du capteur de force et contrôle la porte d'un semi-conducteur de type *MOSFET*.

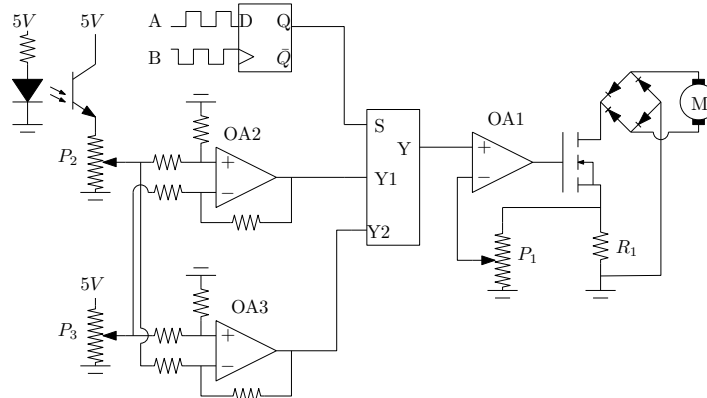


FIGURE 6.8 – Hacheur de courant commandé par le signal d'un capteur de force.

Le circuit fonctionne comme un modulateur de largeur d'impulsion du courant. Afin d'utiliser un seul type de *MOSFET*, nous utilisons un pont redresseur, ce qui signifie que la chute de tension à travers  $R_1$  demeure positive. Lorsque bien ajusté, le voltage de sortie du capteur de force au repos (potentiomètre  $P_1$ ) est de 2,5 V, comme montré à la figure 6.9. Afin d'obtenir un courant nul au repos, la sortie du capteur de force devrait être nulle. Nous utilisons l'amplificateur opérationnel *OA2* pour soustraire le biais et obtenir le signal  $Y1$ . Pour les forces négatives, le signal  $Y1$  devient négatif, ce qui signifie qu'il ne peut pas activer la porte du *MOSFET*. Nous utilisons donc l'amplificateur opérationnel *OA3* pour inverser et translater le signal du capteur de force pour obtenir le signal  $Y2$ . Finalement, nous utilisons le signal d'encodeur du moteur pour choisir entre les signaux  $Y1$  et  $Y2$ . Le signal d'encodeur passe à travers un circuit à bascule de type D avec une sortie binaire selon la direction de rotation du moteur. Cette sortie contrôle un multiplexeur qui sélectionne  $Y1$  pour les vitesses positives et  $Y2$  pour les vitesses négatives.

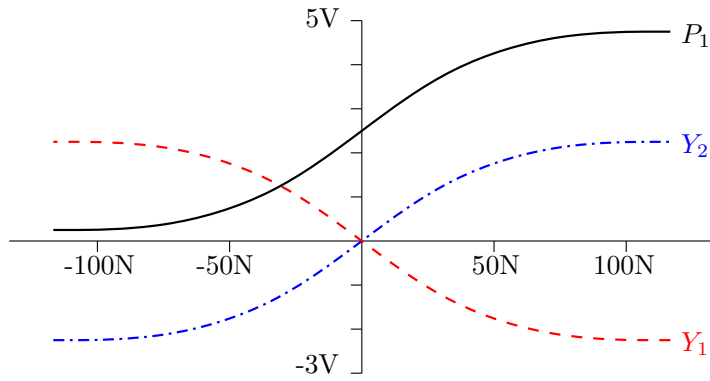


FIGURE 6.9 – Signal du capteur de force.

## 6.5 Expérimentations

La figure 6.10 montre le système construit afin de valider tous les paramètres des équations de temps et de distance de freinage. Le module de freinage est assemblé sur deux paires de roues : l'une pour la transmission du moteur, l'autre pour mesurer la position et la vitesse. Une courroie et une poulie crantées sont utilisées pour obtenir un ratio de réduction de 8 pour 1. Des vis permettent d'ajuster la force normale entre les roues et le rail afin d'obtenir une force maximale de freinage correspondant à la capacité du moteur. Le module de freinage est installé sur un sommier de pont roulant standard pour faciliter l'installation sur un système existant. Le tout est supporté par un rail de 6 mètres de longueur.

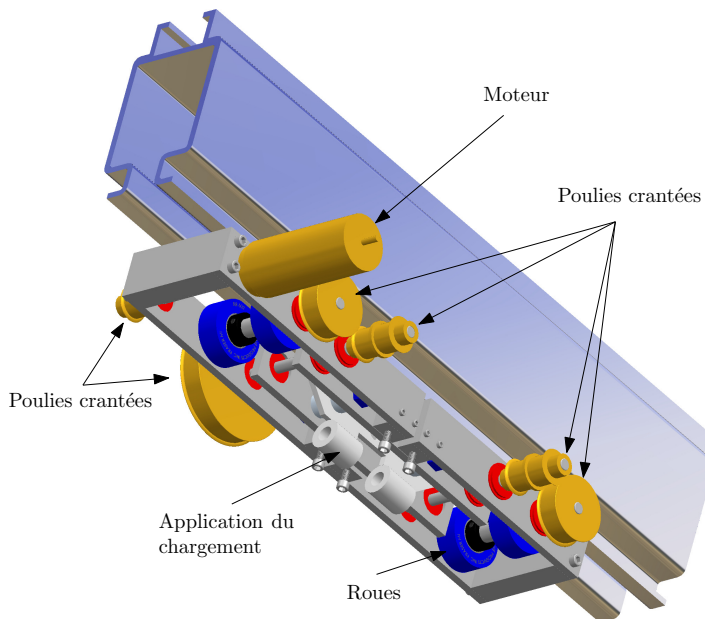


FIGURE 6.10 – Modèle 3D du module de freinage.

La poignée montrée à la figure 6.12 correspond à la première version décrite à la section précédente. Un mécanisme active un interrupteur lorsque la force appliquée dépasse la force



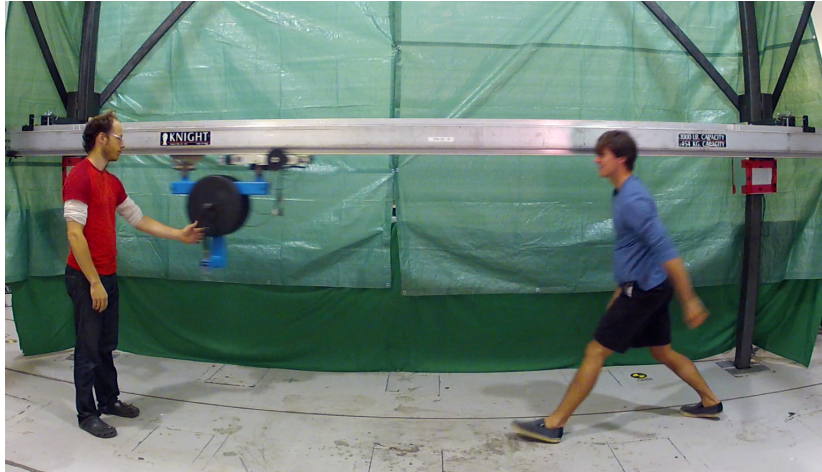


FIGURE 6.11 – Chariot équipé d’un module de freinage rhéostatique installé sur un rail industriel.

de précontrainte des ressorts. La poignée est installée sur un capteur de force uniaxial afin de mesurer les forces appliquées par l’utilisateur durant le freinage. Le courant circulant à travers le moteur est mesuré par la chute de voltage à travers une résistance de  $0,1\ \Omega$  placée en série. La figure 6.13 montre la vitesse et le courant du moteur pendant que le système de freinage est activé et que le déplacement du chariot est forcé. La vitesse du moteur lue sature approximativement à  $1,1\ \text{m/s}$ , ce qui correspond à la vitesse critique  $\dot{x}_c$  dans l’équation (6.12). À partir de cette vitesse, la force de freinage produite par le moteur est égale à la force de friction maximale transmise par les roues du chariot sur le rail. Le courant sature alors à 12 ampères. Le tableau suivant donne la valeur des paramètres pour les équations utilisées. La résistance électrique  $R$  inclut la résistance des fils et la résistance de lecture du courant.

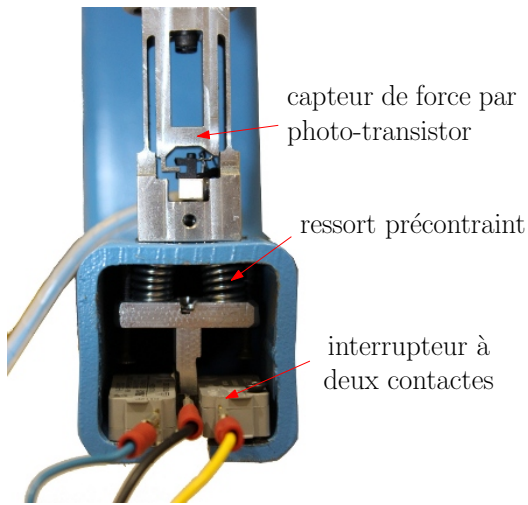


FIGURE 6.12 – Vue rapprochée de la poignée.

Données du moteur		
$K_t$	$9,67 \times 10^{-2}$	Nm/A
$K_v$	$9,74 \times 10^{-2}$	V/(rad/s)
$R$	2,131	$\Omega$
$J_m$	$1,463 \times 10^{-4}$	kgm <sup>2</sup>
Paramètres de conception		
$D$	$6,35 \times 10^{-2}$	m
$\eta$	8	-
$M$	113	kg
Valeurs expérimentales		
$f_k$	17	N
$f_d$	16	N/(m/s)
$V_c$	1,1	m/s
$f_m$	353	N

TABLE 6.1 – Données expérimentales.

La figure 6.11 montre un aperçu de l'installation du système de freinage sur un rail commercial. Durant l'expérience, une personne accélère le chariot jusqu'à une vitesse de 2,15 m/s. Une seconde personne décélère le chariot en activant pleinement le système de freinage. La position, la vitesse ainsi que la force appliquée sont tracées à la figure 6.14. Les valeurs expérimentales du temps et de la distance de freinage sont extraites du graphique. Ces valeurs sont comparées dans le tableau suivant aux résultats des équations (6.18) et (6.19). La vidéo *freinage.mp4* montre le montage expérimental et une démonstration du système de freinage.

	Expérimentale	Théorique	Erreur relative
$\Delta t$	1,10 s	1,04 s	-5,5 %
$\Delta x$	0,804 m	0,806 m	0,2 %

TABLE 6.2 – Comparaisons des données de freinages expérimentales et théoriques.

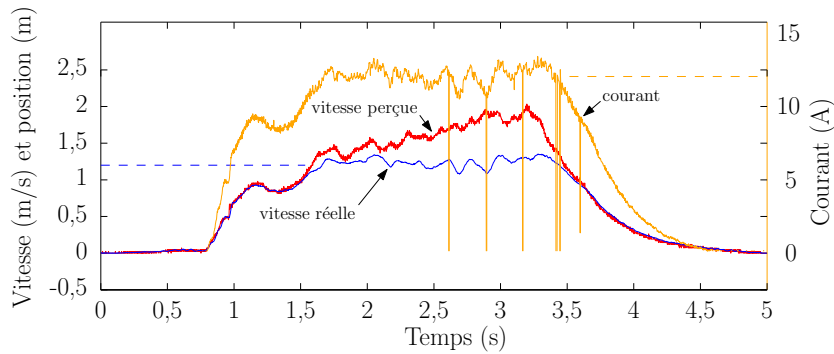


FIGURE 6.13 – Mesure de la vitesse et du courant critique.

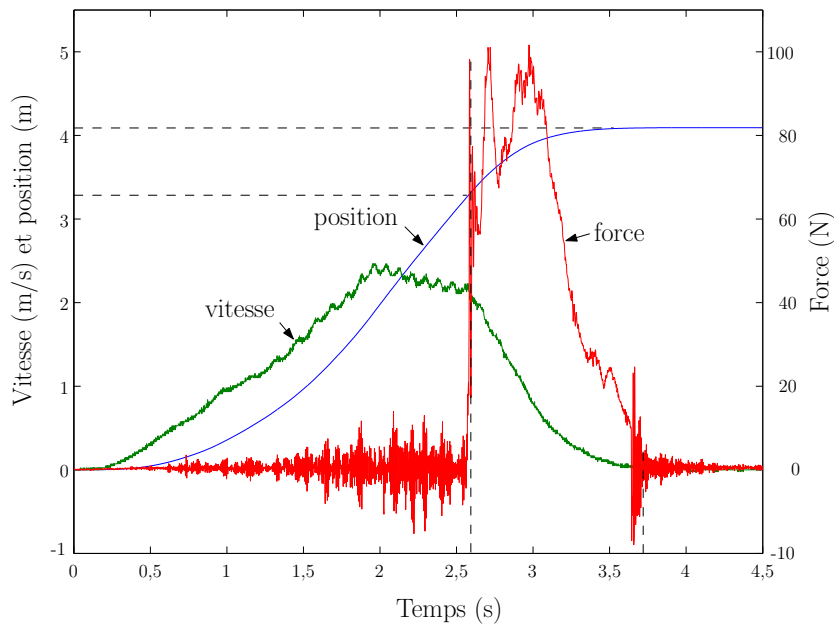


FIGURE 6.14 – Mesures de la vitesse, du déplacement et de la force appliquée durant le test de freinage.

## 6.6 Conclusion

Nous avons équipé avec succès un pont roulant avec un module de freinage rhéostatique. En ajoutant peu de friction et d'inertie, ce dispositif est une manière facile de réduire les efforts de freinage et d'augmenter la sécurité des ponts roulants. La poignée est intuitive et facilement modifiable pour le contrôle de plusieurs axes. De plus, le module est facilement applicable sur des systèmes existants. Les travaux futurs devraient inclure un dispositif de sécurité pour détecter les bris électriques (Jobard 2009) ainsi qu'un prototype à 3 ddls.



# Chapitre 7

## Conclusion

### 7.1 Contributions et travaux futurs

Bien que l'apport de cette thèse à la littérature scientifique soit modeste, plusieurs contributions méritent d'être mentionnées. Ces contributions sont d'autant plus importantes qu'elles sont pour la plupart validées expérimentalement. Plusieurs sujets abordés dans la thèse auraient également mérité davantage d'énergie, mais faute de temps, nous les laisserons en travaux futurs. Voici donc, chapitre par chapitre, une revue des contributions jugées originales ainsi que des travaux qu'il reste à accomplir.

Dans le chapitre 2, des vérins à membrane sont utilisés pour réaliser une transmission hydraulique efficace. Cette transmission est appliquée à l'équilibrage statique d'un mécanisme. Nous proposons et validons également une formule pour estimer l'aire de la surface efficace réelle des vérins à membrane en fonction de leur déplacement.

Dans le chapitre 3, le principe d'équilibrage statique présenté au chapitre 2 est utilisé dans la conception d'un bras de robot sériel partiellement équilibré statiquement. Plusieurs mécanismes d'équilibrage sont analysés et deux d'entre eux sont utilisés dans la solution finale du bras. Un banc d'équilibrage double permet d'ajuster, avec une seule masse mobile, l'équilibrage de 2 ddls du bras en fonction de la charge à soulever. Ces contributions ont fait l'objet d'une publication dans les comptes-rendus de la conférence ICRA13 (Lacasse et al. 2013). Dans ce chapitre, nous avons cependant montré qu'au moins trois phénomènes influençant la variation d'énergie potentielle du bras n'avaient pas été pris en compte lors de l'optimisation du banc d'équilibrage. La modélisation de ces phénomènes pourrait mener à la modification de certains paramètres du banc d'équilibrage et permettrait ainsi d'améliorer les performances du bras. De plus, seul l'algorithme de *Levenberg-Marquet* a été utilisé pour optimiser les paramètres du banc d'équilibrage. Les résultats sont donc très dépendants des solutions de départ utilisées. D'autres méthodes, telles que les algorithmes génétiques, auraient pu mener à des solutions globalement meilleures. Enfin, sur la conception du bras lui-même, beaucoup

d'améliorations pourraient être apportées. Nous pensons particulièrement à la réduction de la masse de certaines membrures, l'ajout d'un dispositif pour prévenir l'effondrement du bras en cas de rupture d'un diaphragme ainsi qu'à l'ajout de gardes de protection autour de certains mécanismes potentiellement dangereux.

Dans le chapitre 4, nous proposons un algorithme de commande hybride. La position de l'effecteur est commandée en admittance par un capteur de force installé au poignet. Tout en commandant l'effecteur, l'opérateur peut alors déplacer le robot dans son espace des solutions en appliquant des forces sur les articulations libres. Cette commande a été validée expérimentalement sur le bras robotisé présenté au chapitre 3. Il serait tout de même intéressant de la tester sur d'autres modèles de bras sériel disponibles au laboratoire, le *Kuka LWR* par exemple. D'autre part, certaines améliorations restent à faire. Par exemple, un facteur d'amortissement est présentement introduit dans la commande afin de maintenir la stabilité. Ce facteur dépendant de l'asservissement des moteurs et de la configuration du robot. À la section 4.4.1, nous avons testé une variante à notre commande permettant de garantir un comportement uniforme de l'amortissement. Nous n'eûmes pas beaucoup de succès, mais nous croyons que l'objectif est atteignable.

Dans le chapitre 5, l'utilisation d'un textile extensible conducteur moulé directement dans le matériau sensible permet d'obtenir un capteur flexible et extensible. Nous proposons une explication pour la différence de comportement piézorésistif observé lorsque les électrodes sont moulées à même le silicone plutôt que d'être simplement en contact. Une méthode basée sur les équations d'état permet également une estimation intéressante de la pression appliquée sur le capteur à partir des signaux de résistance électrique. Ces contributions ont fait l'objet d'une publication dans les comptes-rendus de la conférence ICRA10 (Lacasse et al. 2010). Bien que la réalisation d'un prototype fonctionnel de peau de robot à 16 cellules soit encourageante, plusieurs améliorations restent à apporter. D'abord, le mélange de silicone et noir de carbone qui constitue la partie sensible de notre capteur n'est pas homogène ni répétable. La réponse piézorésistive du mélange est trop lente durant la phase de relaxation ce qui rend difficile l'interprétation du signal. Enfin, il s'avère difficile d'ajouter une couche de silicone protectrice sur notre capteur sans altérer les propriétés piézorésistives de la partie sensible.

Dans le chapitre 6, nous proposons un système électromécanique pour permettre à l'opérateur d'un pont roulant passif d'activer un système de freinage rhéostatique. Un prototype à 1 ddl a permis de valider le principe avec une masse d'environ 110 kg. Cette contribution est détaillée dans un brevet américain (Laliberté et al. 2013). La conception du premier prototype n'était cependant pas adéquate au système et elle introduisait beaucoup de friction. Un nouveau prototype, mieux adapté à la commercialisation, pourrait être réalisé.

Nous sommes encore loin du robot de collaboration idéal. Celui qui, à nos côtés, soulèvera les charges trop lourdes. Celui qui apprendra les tâches par simple démonstration. Celui qui

s'adaptera à la vitesse ou à l'expérience de son compagnon humain. Nous y sommes encore loin, mais la science dans le domaine progresse à grands pas. Dans la prochaine décennie, nous verrons probablement l'apparition des premiers robots industriels recouverts, complètement ou en partie, de capteurs tactiles. Le développement de systèmes d'actionnement plus compacts permettra la conception de robots plus légers et moins dangereux. De nouveaux préhenseurs agiles verront le jour et permettront aux robots de manipuler tous nos objets de la vie courante. Les développements informatiques seront également mis à contribution. La mise en marché de robots comme *Baxter* contribuera à démocratiser la robotique et permettra à des équipes de se concentrer sur le développement d'applications de haut niveau. Abordable, polyvalent et programmable avec des logiciels libres à partir de n'importe quel ordinateur personnel, ce type de système facilitera le partage des progrès. Les défis à relever sont donc nombreux et existants. Nous devons nous y consacrer sans relâche pour rester dans la course, car, plus qu'un passe-temps pour ingénieur, la robotique sera bientôt au cœur de l'économie.





# Bibliographie

- Agrawal, S. K. et A. Fattah. 2004, «Reactionless space and ground robots : novel designs and concept studies», *Mechanism and Machine Theory*, vol. 39, n° 1, p. 25–40, ISSN 0094114X. URL [http://dx.doi.org/10.1016/s0094-114x\(03\)00102-2](http://dx.doi.org/10.1016/s0094-114x(03)00102-2).
- Agrawal, S. K., G. Gardner et S. Pledgie. 2001, «Design and fabrication of an active gravity balanced planar mechanism using auxiliary parallelograms», *JOURNAL OF MECHANICAL DESIGN*, vol. 123, n° 4. URL <http://dx.doi.org/%7B10.1115/1.1413771%7D>.
- Armstrong, R. W. 1998, «Load to Motor Inertia Mismatch : Unveiling The Truth», dans *Drives and Controls Conference*.
- ATI Industrial Automation. 2014, «Force/Torque Sensors», URL [https://www.ati-ia.com/products/ft/ft\\_models.aspx?id=Mini85](https://www.ati-ia.com/products/ft/ft_models.aspx?id=Mini85).
- Aubin, J.-P. 2000, *Applied Functional Analysis (Pure and Applied Mathematics : A Wiley Series of Texts, Monographs and Tracts)*, 2<sup>e</sup> éd., Wiley-Interscience. URL <http://amazon.com/o/ASIN/0471179760/>.
- Baillieul, J. 1985, «Kinematic programming alternatives for redundant manipulators», dans *Robotics and Automation. Proceedings. 1985 IEEE International Conference on*, vol. 2, IEEE, p. 722–728. URL <http://dx.doi.org/10.1109/robot.1985.1087234>.
- Baillieul, J. 1986, «Avoiding obstacles and resolving kinematic redundancy», dans *Robotics and Automation. Proceedings. 1986 IEEE International Conference on*, vol. 3, IEEE, p. 1698–1704. URL <http://dx.doi.org/10.1109/robot.1986.1087464>.
- Balestrino, A., G. De Maria et L. Sciavicco. 1984, «Robust control of robotic manipulators», vol. 5, p. 2435–2440.
- Baradat, C., V. Arakelian, S. Briot et S. Guegan. 2008, «Design and Prototyping of a New Balancing Mechanism for Spatial Parallel Manipulators», *Journal of Mechanical Design*, vol. 103.

- Barents, R., M. Schenk, Wouter, M. W. Boudewijn et J. L. Herder. 2009, «Spring-To-Spring Balancing as Energy-Free Adjustment Method in Gravity Equilibrators», URL [http://74.125.155.132/scholar?q=cache:I4U1xPLWw3kJ:scholar.google.com/+gravity+balancer+kitchen+cabinet&#38;hl=fr&#38;as\\_sdt=2000](http://74.125.155.132/scholar?q=cache:I4U1xPLWw3kJ:scholar.google.com/+gravity+balancer+kitchen+cabinet&#38;hl=fr&#38;as_sdt=2000).
- Barrett Technology inc. 2014a, «Advanced robotic manipulators», URL <http://www.barrett.com/>.
- Barrett Technology inc. 2014b, «Products - wam arm», URL <http://www.barrett.com/robot/products-arm.htm>.
- Bayer, A. et G. Merk. 2011, «Industrial Robot With A Weight Counterbalance System», URL <http://www.google.com/patents/US20110072930>, US Patent App. 12/893,466.
- Bellofram Corporation. 1998, *Bellofram Rolling Diaphragm Design Manual*.
- Beruto, D. T., M. Capurro et G. Marro. 2005, «Piezoresistance behavior of silicone-graphite composites in the proximity of the electric percolation threshold», *Sensors and Actuators A : Physical*, vol. 117, n° 2, p. 301–308, ISSN 09244247. URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.sna.2004.06.027>.
- Brown, G. W., A. DiGiulio et E. DiGiulio. 1994, «Adjustable, iso-elastic support apparatus», US Patent 5,360,196.
- Buss, S. R. 2004, «Introduction to inverse kinematics with jacobian transpose, pseudoinverse and damped least squares methods», dans *IEEE Journal of Robotics and Automation*, p. 681–685. URL <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.73.8406>.
- Chang, P. 1987, «A closed-form solution for inverse kinematics of robot manipulators with redundancy», *Robotics and Automation, IEEE Journal of*, vol. 3, n° 5, p. 393–403, ISSN 0882-4967. URL <http://dx.doi.org/10.1109/jra.1987.1087114>.
- Choi, J., S. Park, W. Lee et S.-C. Kang. 2008, «Design of a robot joint with variable stiffness», dans *Robotics and Automation, 2008. ICRA 2008. IEEE International Conference on*, IEEE, ISBN 978-1-4244-1646-2, ISSN 1050-4729, p. 1760–1765. URL <http://dx.doi.org/10.1109/robot.2008.4543455>.
- Clavel, R. 1990, «Device for the movement and positioning of an element in space», URL <http://www.google.com/patents/US4976582>, US Patent 4,976,582.
- Clavel, R. et C. W. Burckhardt. *Conception d'un robot parallèle rapide à 4 degrés de liberté*, thèse de doctorat.
- ControlAir inc. 2014, «Precision pneumatic & electropneumatic control», URL <http://www.controlair.com/>.

- De Luca, A., A. Albu-Schaffer, S. Haddadin et G. Hirzinger. 2006, «Collision Detection and Safe Reaction with the DLR-III Lightweight Manipulator Arm», dans *Intelligent Robots and Systems, 2006 IEEE/RSJ International Conference on*, IEEE, ISBN 1-4244-0259-X, p. 1623–1630. URL <http://dx.doi.org/10.1109/iros.2006.282053>.
- Ding, T., L. Wang et P. Wang. 2007, «Changes in electrical resistance of carbon-black-filled silicone rubber composite during compression», *J. Polym. Sci. B Polym. Phys.*, vol. 45, n° 19, p. 2700–2706, ISSN 1099-0488. URL <http://dx.doi.org/10.1002/polb.21272>.
- van Dorsser, W. D., R. Barents, B. M. Wisse et J. L. Herder. 2007, «Gravity-Balanced Arm Support With Energy-Free Adjustment», *Journal of Medical Devices*, vol. 1, n° 2, p. 151–158. URL <http://dx.doi.org/10.1115/1.2736400>.
- van Dorsser, W. D., R. Barents, B. M. Wisse, M. Schenk et J. L. Herder. 2008, «Energy-free adjustment of gravity equilibrators by adjusting the spring stiffness», *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C : Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 222, n° 9, p. 1839–1846, ISSN 0954-4062. URL <http://dx.doi.org/10.1243/09544062JMES832>.
- Duchaine, V. et C. M. Gosselin. 2008, «Investigation of human-robot interaction stability using Lyapunov theory», dans *Robotics and Automation, 2008. ICRA 2008. IEEE International Conference on*, IEEE, ISBN 978-1-4244-1646-2, ISSN 1050-4729, p. 2189–2194. URL <http://dx.doi.org/10.1109/robot.2008.4543531>.
- Duchaine, V., N. Lauzier, M. A. Baril, M. Lacasse et C. Gosselin. 2009a, «A flexible robot skin for safe physical human robot interaction», dans *Robotics and Automation, 2009. ICRA '09. IEEE International Conference on*, p. 3676–3681.
- Duchaine, V., N. Paradis, T. Laliberté, B. Mayer-St-Onge, C. Gosselin et D. Gao. 2009b, «Photo-interrupter based force sensing handle and method of use», US Patent App. 12/627,169.
- FANUC. 2014, «FANUC M-900iB/700», URL [http://www.fanucamerica.com/cmsmedia/datasheets/M-900iB\\_700\\_174.pdf](http://www.fanucamerica.com/cmsmedia/datasheets/M-900iB_700_174.pdf).
- Featherstone, R. et D. Orin. 2008, «Dynamics», dans *Springer Handbook of Robotics*, édité par B. Siciliano et O. Khatib, Springer Berlin Heidelberg, ISBN 978-3-540-23957-4, p. 35–65. URL [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-30301-5\\_3](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-30301-5_3).
- Fischer, B. R. 2004, *Mechanical Tolerance Stackup and Analysis*, 1<sup>re</sup> éd., CRC Press, ISBN 0824753798. URL <http://www.worldcat.org/isbn/0824753798>.
- Flatau, C. R. 1985, «Counterbalance robot arm», URL <http://www.google.com/patents/US4507043>, US Patent 4,507,043.

- Freek, L. S. et Herder. 2001, «Perfect Static Balancing With Normal Springs», dans *Design Engineering Technical Conferences and American Society of Mechanical Engineers (ASME) Computers and Information in Engineering Conference*. URL <http://www.bdfde.nl/documents/DAC%2021069%20Riele%20and%20Herder.pdf>.
- Fujikoshi, K. 1976, «Balancing apparatus for jointed robot», *Patent No. JP51-122254*.
- George, C. 1940, «Elastic force and equipoising mechanism», US Patent 2,204,301.
- González-Correa, C. A., G. Sreaton, D. R. Hose, B. H. Brown, N. J. Avis et F. Kleinermann. 2002, «Resistivity changes in conductive silicone sheets under stretching.», *Physiological measurement*, vol. 23, n° 1, p. 183–188, ISSN 0967-3334. URL <http://view.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/11876232>.
- Gopalswamy, A., P. Gupta et M. Vidyasagar. 1992, «A new parallelogram linkage configuration for gravity compensation using torsional springs», dans *Robotics and Automation, 1992. Proceedings., 1992 IEEE International Conference on*, IEEE, ISBN 0-8186-2720-4, p. 664–669 vol.1. URL <http://dx.doi.org/10.1109/ROBOT.1992.220291>.
- Gosselin, C., T. Laliberte, B. Mayer-St-Onge, S. Foucault, A. Lecours, V. Duchaine, N. Paradis, D. Gao et R. Menassa. 2013, «A Friendly Beast of Burden : A Human-Assistive Robot for Handling Large Payloads», *Robotics & Automation Magazine, IEEE*, vol. 20, n° 4, p. 139–147, ISSN 1070-9932. URL <http://dx.doi.org/10.1109/mra.2013.2283651>.
- Gosselin, C. M. et J. Wang. 1998, «On the design of statically balanced motion bases for flight simulators», dans *Proceedings of the AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference and Exhibit, Boston, USA, August*, p. 10–12.
- Haddadin, S., A. Albu-Schäffer et G. Hirzinger. 2009, «Requirements for Safe Robots : Measurements, Analysis and New Insights», *The International Journal of Robotics Research*, vol. 28, n° 11-12, p. 1507–1527, ISSN 1741-3176. URL <http://dx.doi.org/10.1177/0278364909343970>.
- Hager, W. 1984, «Condition Estimates», *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, vol. 5, n° 2, p. 311–316. URL <http://epubs.siam.org/doi/abs/10.1137/0905023>.
- Herder, J. 2001, *Energy-free Systems : Theory, Conception and Design of Statically Balanced Spring Mechanisms*, ISBN 9789037001921. URL <http://books.google.ca/books?id=fBC1AAAACAAJ>.
- Herder, J. L. 2002, «Some considerations regarding statically balanced parallel mechanisms», dans *Proceedings of the Workshop on Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators*.

- Herder, J. L., N. Vrijlandt, T. Antonides, M. Cloosterman et P. L. Mastenbroek. 2006, «Principle and design of a mobile arm support for people with muscular weakness.», *Journal of rehabilitation research and development*, vol. 43, n° 5, p. 591–604, ISSN 1938-1352. URL <http://view.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/17123201>.
- Herve, J. M. 1986, «Device for counter-balancing the forces due to gravity in a robot arm», US Patent 4,620,829.
- Heymans, N. 1996, «Hierarchical models for viscoelasticity : dynamic behaviour in the linear range», *Rheologica Acta*, vol. 35, n° 5, p. 508–519, ISSN 0035-4511. URL <http://dx.doi.org/10.1007/bf00369000>.
- Higham, N. J. et F. Tisseur. 2000, «A block algorithm for matrix 1-norm estimation, with an application to 1-norm pseudospectra», *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, vol. 21, n° 4, p. 1185–1201.
- Hirose, S., M. Imazato, Y. Kudo et Y. Umetani. 1986, «Internally-balanced magnet unit», *Advanced Robotics*, vol. 1, n° 3, p. 225–242. URL <http://dx.doi.org/10.1163/156855386x00139>.
- Hirzinger, G., A. Albu-Schaffer, M. Hahnle, I. Schaefer et N. Sporer. 2001, «On a new generation of torque controlled light-weight robots», dans *Robotics and Automation, 2001. Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on*, vol. 4, IEEE, ISBN 0-7803-6576-3, ISSN 1050-4729, p. 3356–3363 vol.4. URL <http://dx.doi.org/10.1109/ROBOT.2001.933136>.
- Hirzinger, G., N. Sporer, A. Albu-Schaffer, M. Hahnle, R. Krenn, A. Pascucci et M. Schedl. 2002, «DLR's torque-controlled light weight robot III-are we reaching the technological limits now?», dans *Robotics and Automation, 2002. Proceedings. ICRA 03;02. IEEE International Conference on*, vol. 2, IEEE, ISBN 0-7803-7272-7, p. 1710–1716 vol.2. URL <http://dx.doi.org/10.1109/robot.2002.1014788>.
- Holoborodko, P. 2008, «Smooth noise robust differentiators», <http://www.holoborodko.com/pavel/numerical-methods/numerical-derivative/smooth-low-noise-differentiators/>.
- Hoshi, T. et H. Shinoda. 2006, «Robot skin based on touch-area-sensitive tactile element», dans *Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006. Proceedings 2006 IEEE International Conference on*, IEEE, ISBN 0-7803-9505-0, ISSN 1050-4729, p. 3463–3468. URL <http://dx.doi.org/10.1109/robot.2006.1642231>.
- Hussain, M., Y. Choa et K. Nihara. 2001, «Fabrication process and electrical behavior of novel pressure-sensitive composites», *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*,

- vol. 32, n° 12, p. 1689–1696, ISSN 1359835X. URL [http://dx.doi.org/10.1016/S1359-835X\(01\)00035-5](http://dx.doi.org/10.1016/S1359-835X(01)00035-5).
- equipois inc. 2014, «zerog tool balancer», URL <http://www.equipoisinc.com/products/zerog4/>.
- Job, A. E., F. A. Oliveira, N. Alves, J. A. Giacometti et L. H. C. Mattoso. 2003, «Conductive composites of natural rubber and carbon black for pressure sensors», *Synthetic Metals*, vol. 135-136, p. 99–100, ISSN 03796779. URL [http://dx.doi.org/10.1016/S0379-6779\(02\)00866-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0379-6779(02)00866-4).
- Jobard, T. 2009, «Secure device for detecting electric braking insufficiency and switching to a secure brake», EP Patent 2,033,835.
- Juvinall, R. C. et K. M. Marshek. 2000, *Fundamentals of Machine Component Design*, 3<sup>e</sup> éd., Wiley, ISBN 0471244481. URL <http://www.worldcat.org/isbn/0471244481>.
- Kazerooni, H. 1988, «Statically-balanced direct-drive robot arm», URL <http://www.google.com/patents/US4775289>, US Patent 4,775,289.
- Kazerooni, H. et S. Kim. 1988, «A new architecture for direct drive robots», dans *International Conference on Robotics and Automation*, vol. 1, p. 442–445. URL [http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs\\_all.jsp?arnumber=12089](http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs_all.jsp?arnumber=12089).
- Khatib, O. 1990, «Motion/force redundancy of manipulators», dans *Proceedings of Japan-USA Symposium on Flexible Automation*, vol. 1, p. 337–342.
- Kim, H.-S. et J.-B. Song. 2013, «Low-cost robot arm with 3-DOF counterbalance mechanism», dans *Robotics and Automation (ICRA), 2013 IEEE International Conference on*, IEEE, ISBN 978-1-4673-5641-1, ISSN 1050-4729, p. 4183–4188. URL <http://dx.doi.org/10.1109/icra.2013.6631168>.
- Kinova. 2014, «Produits Recherche. Bras robotisé pour réadaptation et recherche.», URL <http://kinovarobotics.com/fr/produits/jaco-edition-recherche/>.
- Klema, V. et A. J. Laub. 1980, «The singular value decomposition : Its computation and some applications», *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 25, n° 2, p. 164–176, ISSN 0018-9286. URL <http://dx.doi.org/10.1109/tac.1980.1102314>.
- Koivo, A. J. J. 1989, *Fundamentals for control of robotic manipulators*, John Wiley & Sons, Inc.
- Kolarski, M., M. Vukobratovic et B. Borovac. 1994, «Dynamic analysis of balanced robot mechanisms», *Mechanism and Machine Theory*, vol. 29, n° 3, p. 427–454, ISSN 0094114X. URL [http://dx.doi.org/10.1016/0094-114X\(94\)90128-7](http://dx.doi.org/10.1016/0094-114X(94)90128-7).

- Koser, K. 2009, «A cam mechanism for gravity-balancing», *Mechanics Research Communications*, vol. 36, n° 4, p. 523–530, ISSN 00936413. URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.mechrescom.2008.12.005>.
- Kost, J., A. Foux et M. Narkis. 1994, «Quantitative model relating electrical resistance, strain, and time for carbon black loaded silicone rubber», *Polym Eng Sci*, vol. 34, n° 21, p. 1628–1634, ISSN 1548-2634. URL <http://dx.doi.org/10.1002/pen.760342108>.
- Kost, J., M. Narkis et A. Foux. 1984, «Resistivity behavior of carbon-black-filled silicone rubber in cyclic loading experiments», *Journal of Applied Polymer Science*, vol. 29, n° 12, p. 3937–3946, ISSN 1097-4628. URL <http://dx.doi.org/10.1002/app.1984.070291226>.
- kuka labs. 2014, «KUKA Laboratories GmbH - Lightweight Robotics», URL [http://www.kuka-labs.com/en/service\\_robotics/lightweight\\_robotics/](http://www.kuka-labs.com/en/service_robotics/lightweight_robotics/).
- Lacasse, M. A., V. Duchaine et C. Gosselin. 2010, «Characterization of the electrical resistance of carbon-black-filled silicone : Application to a flexible and stretchable robot skin», dans *Robotics and Automation (ICRA), 2010 IEEE International Conference on*, IEEE, ISBN 978-1-4244-5038-1, ISSN 1050-4729, p. 4842–4848. URL <http://dx.doi.org/10.1109/robot.2010.5509283>.
- Lacasse, M. A., G. Lachance, J. Boisclair, J. Ouellet et C. Gosselin. 2013, «On the design of a statically balanced serial robot using remote counterweights», dans *Robotics and Automation (ICRA), 2013 IEEE International Conference on*, IEEE, ISBN 978-1-4673-5641-1, ISSN 1050-4729, p. 4189–4194. URL <http://dx.doi.org/10.1109/icra.2013.6631169>.
- Laliberte, T., C. Gosselin et M. Jean. 1999, «Static balancing of 3-DOF planar parallel mechanisms», *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, vol. 4, n° 4, p. 363–377, ISSN 1083-4435. URL <http://dx.doi.org/10.1109/3516.809515>.
- Laliberté, T., C. Gosselin, S. Foucault, D. Gao, R. J. Scheuerman et al.. 2011, «Assist system configured for moving a mass», US Patent 7,992,733.
- Laliberté, T., C. Gosselin et D. Gao. 2010, «Closed-loop actuation routings for cartesian scara-type manipulators», dans *Proceedings of the ASME 2010 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference*.
- Laliberté, T., C. Gosselin, D. Gao, M.-A. Lacasse et R. J. Menassa. 2013, «Passively actuated braking system», URL <http://www.freepatentsonline.com/y2013/0112645.html>.
- Lauzier, N. et C. Gosselin. 2011, «Series Clutch Actuators for safe physical human-robot interaction», dans *Robotics and Automation (ICRA), 2011 IEEE International Conference on*, IEEE, ISBN 978-1-61284-386-5, ISSN 1050-4729, p. 5401–5406. URL <http://dx.doi.org/10.1109/ICRA.2011.5979601>.



- Lauzier, N., C. Gosselin, T. Laliberté et P. Tremblay. 2009a, «Adaptive gravity compensation of decoupled parallel and serial manipulators using a passive hydraulic transmission», *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C : Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 223, Number 12, p. 2871–2879. URL <http://journals.pepublishing.com/content/m1v620p150058014/?p=be52f3c87a904572a94434a118a0bc5d&#38;pi=0>.
- Lauzier, N., M. Grenier et C. Gosselin. 2009b, «2 DOF cartesian force limiting device for safe physical human-robot interaction», dans *Robotics and Automation, 2009. ICRA &#039;09. IEEE International Conference on*, IEEE, ISBN 978-1-4244-2788-8, ISSN 1050-4729, p. 253–258. URL <http://dx.doi.org/10.1109/ROBOT.2009.5152334>.
- Lin, P. Y., W. B. Shieh et D. Z. Chen. 2010, «Design of a Gravity-Balanced General Spatial Serial-Type Manipulator», *Journal of Mechanisms and Robotics*, vol. 2, n° 3, p. 031003+. URL <http://dx.doi.org/10.1115/1.4001816>.
- Lipomi, D. J., M. Vosgueritchian, B. C. K. Tee, S. L. Hellstrom, J. A. Lee, C. H. Fox et Z. Bao. 2011, «Skin-like pressure and strain sensors based on transparent elastic films of carbon nanotubes», *Nature Nanotechnology*, vol. 6, n° 12, p. 788–792, ISSN 1748-3387. URL <http://dx.doi.org/10.1038/nnano.2011.184>.
- Liégeois, A. 1977, «Automatic Supervisory Control of the Configuration and Behavior of Multibody Mechanisms», *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on*, vol. 7, n° 12, p. 868–871, ISSN 0018-9472. URL <http://dx.doi.org/10.1109/tsmc.1977.4309644>.
- Lumelsky, V. J. et E. Cheung. 1993, «Real-time collision avoidance in teleoperated whole-sensitive robot arm manipulators», *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on*, vol. 23, n° 1, p. 194–203, ISSN 0018-9472. URL <http://dx.doi.org/10.1109/21.214777>.
- Lumelsky, V. J., M. S. Shur et S. Wagner. 2001, «Sensitive skin», *Sensors Journal, IEEE*, vol. 1, n° 1, p. 41–51. URL <http://dx.doi.org/10.1109/JSEN.2001.923586>.
- Maciejewski, A. A. et C. A. Klein. 1985, «Obstacle Avoidance for Kinematically Redundant Manipulators in Dynamically Varying Environments», *The International Journal of Robotics Research*, vol. 4, n° 3, p. 109–117, ISSN 1741-3176. URL <http://dx.doi.org/10.1177/027836498500400308>.
- Makino, H. et N. Furuya. 1980, «Selective compliance assembly robot arm», dans *Proceedings of the First International Conference on Assembly Automation*, p. 77–86.
- Makino, H. et N. Furuya. 1982, «Scara robot and its family», dans *Proceedings of the third International Conference on Assembly Automation*, p. 433–444.
- MatWeb. 2014, «Material Property Data», URL <http://www.matweb.com/>.
- Meka. 2012, «Meka A2 compliant arm», URL <http://mekabot.com/>.



- Min, W., H. Ying, G. Yunjian, F. Xiulan et H. Panfeng. 2007, «A Study of Resistance Relaxation Phenomenon Based on Carbon Black/Silicone Rubber System Flexible Tactile Sensor», dans *Information Acquisition, 2007. ICIA '07. International Conference on*, p. 366–371. URL <http://dx.doi.org/10.1109/icia.2007.4295760>.
- Morinaga, S. et K. Kosuge. 2003, «Collision detection system for manipulator based on adaptive impedance control law», dans *Robotics and Automation, 2003. Proceedings. ICRA 2003. IEEE International Conference on*, vol. 1, IEEE, ISBN 0-7803-7736-2, ISSN 1050-4729, p. 1080–1085 vol.1. URL <http://dx.doi.org/10.1109/robot.2003.1241736>.
- Nakamura, Y. et H. Hanafusa. 1986, «Inverse kinematics solutions with singularity robustness for robot manipulator control», *Trans. ASME Journal of Dynamic System, Measures and Control*, vol. 108.
- Nakamura, Y., H. Hanafusa et T. Yoshikawa. 1987, «Task-Priority Based Redundancy Control of Robot Manipulators», *The International Journal of Robotics Research*, vol. 6, n° 2, p. 3–15, ISSN 1741-3176. URL <http://dx.doi.org/10.1177/027836498700600201>.
- Nakano, E. 1974, «Cooperational Control of the Anthropomorphous Manipulator 'MELARM'», *Proc. 4th Int. Symp. on Industrial Robots*, p. 251–260. URL <http://ci.nii.ac.jp/naid/80013089047/en/>.
- Nakashima, S., S. Inagaki et S. Ito. 1986, «Wrist mechanism of an industrial robot», URL <http://www.google.com/patents/US4586868>, US Patent 4,586,868.
- Nef, T. et P. Lum. 2009, «Improving backdrivability in geared rehabilitation robots», *Medical and Biological Engineering and Computing*, vol. 47, n° 4, p. 441–447. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s11517-009-0437-0>.
- Novak, J. L. et J. T. Feddema. 1992, «A capacitance-based proximity sensor for whole arm obstacle avoidance», dans *Robotics and Automation, 1992. Proceedings., 1992 IEEE International Conference on*, IEEE, ISBN 0-8186-2720-4, p. 1307–1314 vol.2. URL <http://dx.doi.org/10.1109/robot.1992.220068>.
- NSK. 2008, *NSK Rolling Bearing Catalog*.
- Oh, S.-Y., D. Orin et M. Bach. 1984, «An inverse kinematic solution for kinematically redundant robot manipulators», *Journal of robotic systems*, vol. 1, n° 3, p. 235–249.
- Pan, Z., H. Cui et Z. Zhu. 2003, «A flexible full-body tactile sensor of low cost and minimal connections», dans *Systems, Man and Cybernetics, 2003. IEEE International Conference on*, vol. 3, IEEE, ISBN 0-7803-7952-7, ISSN 1062-922X, p. 2368–2373 vol.3. URL <http://dx.doi.org/10.1109/icsmc.2003.1244238>.

- Paraschivoiu, I., M. Prud'homme et L. Robillard. 2003, *Mécanique des fluides*, Presses internationales Polytechnique. URL <http://www.amazon.com/mecanique-des-fluides/dp/2553011350%3FSubscriptionId%3D0JYN1NVW651KCA56C102%26tag%3Dtechie-20%26linkCode%3Dxm2%26camp%3D2025%26creative%3D165953%26creativeASIN%3D2553011350>.
- Parizeau, M. 2004, «Le perceptron multicouche et son algorithme de rétropropagation des erreurs», *département de génie électrique et de génie informatique, Université de laval*.
- Park, J.-J., H.-S. Kim et J.-B. Song. 2009, «Safe robot arm with safe joint mechanism using nonlinear spring system for collision safety», dans *Robotics and Automation, 2009. ICRA 09. IEEE International Conference on*, IEEE, ISBN 978-1-4244-2788-8, ISSN 1050-4729, p. 3371–3376. URL <http://dx.doi.org/10.1109/robot.2009.5152268>.
- Park, J.-J., J.-B. Song et H.-S. Kim. 2008, «Safe Joint Mechanism Based on Passive Compliance for Collision Safety», dans *Recent Progress in Robotics : Viable Robotic Service to Human, Lecture Notes in Control and Information Sciences*, vol. 370, édité par S. Lee, I. Suh et M. Kim, Springer Berlin Heidelberg, p. 49–61. URL [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-76729-9\\_5](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-76729-9_5).
- Rahman, T., R. Ramanathan, R. Seliktar et W. Harwin. 1995, «A simple technique to passively gravity-balance articulated mechanisms», *Journal of Mechanical Design*, vol. 117, n° 4, p. 655–658.
- Rethink Robotics inc. 2014, «Baxter - research and manufacturing robotics», URL <http://www.rethinkrobotics.com/products/overview/>.
- Robotic Industries Association. 2002, «BSR/T15.1 Draft Standard for Trial Use for Intelligent Assist Devices — Personnel Safety Requirements», cahier de recherche.
- kuka robotics. 2014, «KUKA KR300-2 PA», URL [http://www.kuka-robotics.com/fr/products/industrial\\_robots/heavy/kr300\\_pa/start.htm](http://www.kuka-robotics.com/fr/products/industrial_robots/heavy/kr300_pa/start.htm).
- Robotiq. 2014, «Main robotiq à 3 doigts», URL <http://robotiq.com/fr/produits/main-robotique/>.
- Rogers, T. G. 1991, «Constant force compensation for power spring weight balance», US Patent 5,054,162.
- Rooks, B. 2006, «The harmonious robot», *Industrial Robot : An International Journal*, p. 125–130, ISSN 0143-991X. URL <http://dx.doi.org/10.1108/01439910610651446>.
- Russo, A., R. Sinatra et F. Xi. 2005, «Static balancing of parallel robots», *Mechanism and Machine Theory*, vol. 40, n° 2, p. 191–202, ISSN 0094114X. URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2004.06.011>.

- Seraji, H. 1994, «Adaptive admittance control : an approach to explicit force control in compliant motion», dans *Robotics and Automation, 1994. Proceedings., 1994 IEEE International Conference on*, IEEE, ISBN 0-8186-5330-2, p. 2705–2712 vol.4. URL <http://dx.doi.org/10.1109/robot.1994.350927>.
- Shimojo, M., A. Namiki, M. Ishikawa, R. Makino et K. Mabuchi. 2004, «A tactile sensor sheet using pressure conductive rubber with electrical-wires stitched method», *Sensors Journal, IEEE*, vol. 4, n° 5, p. 589–596. URL <http://dx.doi.org/10.1109/JSEN.2004.833152>.
- Simionescu, I. et L. Ciupitu. 2000, «The static balancing of the industrial robot arms : Part II : Continuous balancing», *Mechanism and Machine Theory*, vol. 35, n° 9, p. 1299–1311, ISSN 0094114X. URL [http://dx.doi.org/10.1016/s0094-114x\(99\)00068-3](http://dx.doi.org/10.1016/s0094-114x(99)00068-3).
- Someya, T., T. Sekitani, S. Iba, Y. Kato, H. Kawaguchi et T. Sakurai. 2004, «A large-area, flexible pressure sensor matrix with organic field-effect transistors for artificial skin applications», *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, vol. 101, n° 27, p. 9966–9970. URL <http://dx.doi.org/10.1073/pnas.0401918101>.
- Steiner, M., M. Klohr et S. Pagiela. 2007, «Energy storage system with ultracaps on board of railway vehicles», dans *Power Electronics and Applications, 2007 European Conference on*, p. 1–10.
- Stewart, D. 1965, «A Platform with Six Degrees of Freedom», *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, vol. 180, n° 1, p. 371–386, ISSN 0020-3483. URL [http://dx.doi.org/10.1243/pime\\_proc\\_1965\\_180\\_029\\_02](http://dx.doi.org/10.1243/pime_proc_1965_180_029_02).
- Stock Drive Products/Sterling Instrument. 2002, *HANDBOOK OF TIMING BELTS AND PULLEYS*.
- Sugihara, T. 2011, «Solvability-Unconcerned Inverse Kinematics by the Levenberg-Marquardt Method», *Robotics, IEEE Transactions on*, vol. 27, n° 5, p. 984–991, ISSN 1552-3098. URL <http://dx.doi.org/10.1109/tro.2011.2148230>.
- Suita, K., Y. Yamada, N. Tsuchida, K. Imai, H. Ikeda et N. Sugimoto. 1995, «A failure-to-safety &ldquo;Kyozon&rdquo; system with simple contact detection and stop capabilities for safe human-autonomous robot coexistence», dans *Robotics and Automation, 1995. Proceedings., 1995 IEEE International Conference on*, vol. 3, IEEE, ISBN 0-7803-1965-6, ISSN 1050-4729, p. 3089–3096 vol.3. URL <http://dx.doi.org/10.1109/robot.1995.525724>.
- Suzuki, M., S. Kitai et S. Hirose. 2008, «Advanced child unit of "Anchor Climber" using modified internally-balanced magnet», dans *Intelligent Robots and Systems, 2008. IROS 2008. IEEE/RSJ International Conference on*, IEEE, ISBN 978-1-4244-2057-5, p. 1489–1494. URL <http://dx.doi.org/10.1109/iros.2008.4650777>.

- Takakura, S., T. Murakami et K. Ohnishi. 1989, «An approach to collision detection and recovery motion in industrial robot», dans *Industrial Electronics Society, 1989. IECON89., 15th Annual Conference of IEEE*, IEEE, p. 421–426 vol.2. URL <http://dx.doi.org/10.1109/iecon.1989.69669>.
- Trease, B. et E. Dede. 2004, «Statically-Balanced Compliant Four-Bar Mechanism for Gravity Compensation», *Ann Arbor*, vol. 1001, p. 48 109.
- Tsumugiwa, T., R. Yokogawa et K. Yoshida. 2004, «Stability analysis for impedance control of robot for human-robot cooperative task system», dans *Intelligent Robots and Systems, 2004. (IROS 2004). Proceedings. 2004 IEEE/RSJ International Conference on*, vol. 4, IEEE, ISBN 0-7803-8463-6, p. 3883–3888 vol.4. URL <http://dx.doi.org/10.1109/iros.2004.1390020>.
- Tuda, G., H. Kada, T. Sekino et Y. Nagahama. 1986, «Gravity balancing device for rocking arm», URL <https://www.google.com/patents/US4592697>, US Patent 4,592,697.
- Ulmen, J. et M. Cutkosky. 2010, «A robust, low-cost and low-noise artificial skin for human-friendly robots», dans *Robotics and Automation (ICRA), 2010 IEEE International Conference on*, IEEE, ISBN 978-1-4244-5038-1, ISSN 1050-4729, p. 4836–4841. URL <http://dx.doi.org/10.1109/robot.2010.5509295>.
- Ulrich, N. et V. Kumar. 1991, «Passive mechanical gravity compensation for robot manipulators», dans *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol. 2, p. 1536–1541.
- Universal Robots. 2014a, «Universal Robots», URL <http://www.universal-robots.fr/>.
- Universal Robots. 2014b, «Universal robots - products», URL <http://www.universal-robots.fr/FR/Presse/Multimedia/Products.aspx>.
- van der Linde, R. Q. 1999, «Design, analysis, and control of a low power joint for walking robots, by phasic activation of McKibben muscles», *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, vol. 15, n° 4, p. 599–604, ISSN 1042-296X. URL <http://dx.doi.org/10.1109/70.781963>.
- van der Linde, R. Q. and Lammertse, P. 2003, «HapticMaster-a generic force controlled robot for human interaction», *Industrial Robot : An International Journal*, vol. 30, n° 6, p. 515–524.
- Vermeulen, M. et M. Wisse. 2010, «Intrinsically Safe Robot Arm : Adjustable Static Balancing and Low Power Actuation», *International Journal of Social Robotics*, ISSN 1875-4791. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s12369-010-0048-9>.

- Villani, L. et J. De Schutter. 2008, «Force Control», dans *Springer Handbook of Robotics*, édité par B. Siciliano et O. Khatib, Springer Berlin Heidelberg, p. 161–185. URL [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-30301-5\\_8](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-30301-5_8).
- Wampler, C. W. 1986, «Manipulator Inverse Kinematic Solutions Based on Vector Formulations and Damped Least-Squares Methods», *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on*, vol. 16, n° 1, p. 93–101, ISSN 0018-9472. URL <http://dx.doi.org/10.1109/tsmc.1986.289285>.
- Wang, C., D. Hwang, Z. Yu, K. Takei, J. Park, T. Chen, B. Ma et A. Javey. 2013, «User-interactive electronic skin for instantaneous pressure visualization», *Nature Materials*, vol. 12, n° 10, p. 899–904, ISSN 1476-1122. URL <http://dx.doi.org/10.1038/nmat3711>.
- Wang, J. 2000, «Static balancing of spatial four-degree-of-freedom parallel mechanisms», *Mechanism and Machine Theory*, vol. 35, n° 4, p. 563–592, ISSN 0094114X. URL [http://dx.doi.org/10.1016/S0094-114X\(99\)00029-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0094-114X(99)00029-4).
- Wang, J. et C. Gosselin. 1999, «Static balancing of spatial three-degree-of-freedom parallel mechanisms», *Mechanism and Machine Theory*, vol. 34, n° 3, p. 437–452, ISSN 0094114X. URL [http://dx.doi.org/10.1016/S0094-114X\(98\)00031-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0094-114X(98)00031-7).
- Wang, L., T. Ding et P. Wang. 2008, «Effects of instantaneous compression pressure on electrical resistance of carbon black filled silicone rubber composite during compressive stress relaxation», *Composites Science and Technology*, vol. 68, n° 15-16, p. 3448–3450, ISSN 02663538. URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.compscitech.2008.08.018>.
- Whitney, D. E. 1969, «Resolved Motion Rate Control of Manipulators and Human Prostheses», *Man-Machine Systems, IEEE Transactions on*, vol. 10, n° 2, p. 47–53, ISSN 0536-1540. URL <http://dx.doi.org/10.1109/tmms.1969.299896>.
- Whitney, D. E. 1972, «The mathematics of coordinated control of prostheses and manipulators», DTIC Document.
- Wildenberg, F. 2002, «Compensating System For a Hexapod», US Patent No. 6 474 915.
- Wolf, S. et G. Hirzinger. 2008, «A new variable stiffness design : Matching requirements of the next robot generation», dans *Robotics and Automation, 2008. ICRA 2008. IEEE International Conference on*, IEEE, ISBN 978-1-4244-1646-2, ISSN 1050-4729, p. 1741–1746. URL <http://dx.doi.org/10.1109/robot.2008.4543452>.
- Wolovich, W. et H. Elliott. 1984, «A computational technique for inverse kinematics», dans *The 23rd IEEE Conference on Decision and Control*, IEEE, p. 1359–1363. URL <http://dx.doi.org/10.1109/cdc.1984.272258>.

- Yamada, Y., Y. Hirasawa, S. Huang, Y. Umetani et K. Suita. 1997, «Human-robot contact in the safeguarding space», *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, vol. 2, n° 4, p. 230–236, ISSN 1083-4435. URL <http://dx.doi.org/10.1109/3516.653047>.
- Yamada, Y., K. Iwata, H. Yonekura, H. Saiki, N. Tsuchida et M. Ueda. 1985, «Collision-free control of a 3-link arm by using ultrasonic proximity sensors», dans *Proc. of 15th Int. Symp. Industrial Robots*, p. 943–952.
- Yamada, Y., T. Morizono, Y. Umetani et H. Takahashi. 2005, «Highly Soft Viscoelastic Robot Skin With a Contact Object-Location-Sensing Capability», *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 52, n° 4, p. 960–968, ISSN 0278-0046. URL <http://dx.doi.org/10.1109/tie.2005.851654>.
- Young, W. C. et R. G. Budynas. 2002, *Roark's Formulas for Stress and Strain*, seventh éd., McGraw-Hill Professional, ISBN 978-0-07-072542-3.
- Zeng, G. et A. Hemami. 1997, «An overview of robot force control», *Robotica*, vol. 15, p. 473–482, ISSN 1469-8668. URL <http://journals.cambridge.org/action/displayAbstract?fromPage=online&aid=34079>.
- Zinn, M., B. Roth, O. Khatib et J. K. Salisbury. 2004, «A New Actuation Approach for Human Friendly Robot Design», *The International Journal of Robotics Research*, vol. 23, n° 4-5, p. 379–398, ISSN 1741-3176. URL <http://dx.doi.org/10.1177/0278364904042193>.

# Annexe A

## Sélection des moteurs

### A.1 Moteurs 6 et 7

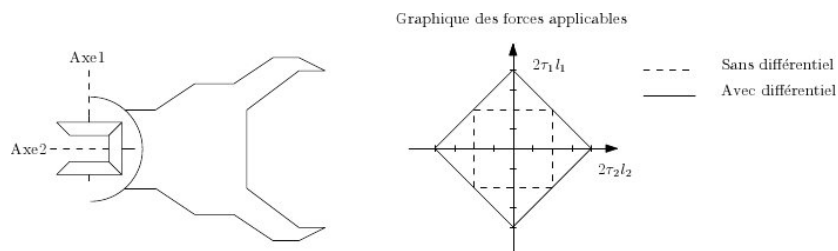


FIGURE A.1 – Schéma de principe d'un poignet différentiel.

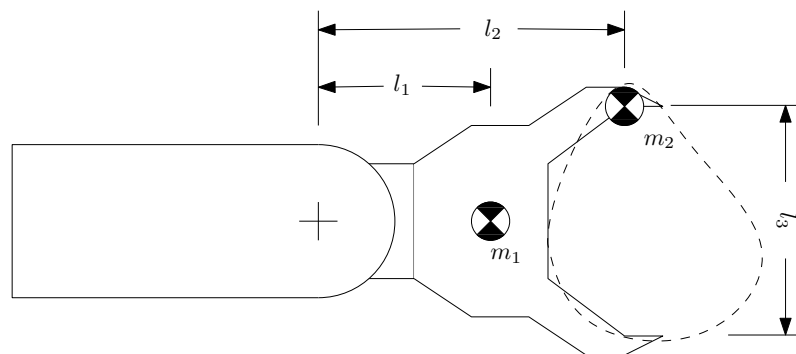


FIGURE A.2 – Position des centres de masse affectant les moteurs du différentiel.

$$\begin{aligned} m_1 &= 2,8kg & l_1 &= 0,170m \\ m_2 &= 10kg & l_2 &= 0,250m \\ & & l_3 &= 0,169m \end{aligned}$$

Calcul des moments d'inertie par rapport aux axes 1 et 2, voir figure A.1 et A.2 :

$$J_1 = m_1 l_1^2 + m_2 \left( l_2^2 + \left( \frac{l_3}{2} \right)^2 \right) \quad (\text{A.1})$$

$$J_1 = 0,78 \text{kgm}^2 \quad (\text{A.2})$$

$$J_2 = m_2 \left( \frac{0,169}{2} \right)^2 \quad (\text{A.3})$$

$$J_2 = 0,07 \quad (\text{A.4})$$

$$\omega_{max} = \frac{1 \text{m/s}}{l_2} = 4 \text{rad/s} \quad (\text{A.5})$$

$$\alpha = \frac{1 \text{m/s}^2}{l_2} = 4 \text{rad/s}^2 \quad (\text{A.6})$$

$$(\text{A.7})$$

Pour le calcul du couple nécessaire, on considère le cas où les axes 1 et 2 sont parallèles au sol, la gravité agit donc pleinement sur les masses  $m_1$  et  $m_2$  :

$$\tau_1 = J_1 \alpha + (m_1 l_1 + m_2 l_2) g = 32,3 \text{Nm} \quad (\text{A.8})$$

$$\tau_2 = J_2 \alpha + m_2 \left( \frac{0,169}{2} \right) g = 8,3 \text{Nm} \quad (\text{A.9})$$

Nous pouvons calculer les moments nécessaires des moteurs à partir des relations d'un différentiel :

$$M_1 + M_2 = \tau_1 \quad (\text{A.10})$$

$$M_1 - M_2 = \tau_2 \quad (\text{A.11})$$

$$M_1 = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2} = 20,3 \text{Nm} \quad (\text{A.12})$$

$$M_2 = \frac{\tau_1 - \tau_2}{2} = 12 \text{Nm} \quad (\text{A.13})$$

Ce chargement spécifique ne pose donc pas de problème, excepté sur la durée du maintien de la pose.

## Spécifications du moteur sélectionné

FHA-14C-100

$\omega_{max} = 2 \text{rad/s}$

$\tau_{max} = 28 \text{Nm}$

$J = 0,2 \text{kgm}^2$



## A.2 Moteur 5

Afin d'estimer le moment d'inertie du poignet par rapport à l'axe du moteur, nous avons supposé que la masse du poignet était concentrée au niveau des moteurs FHA-14C ainsi qu'au niveau du différentiel. La masse totale du poignet est estimée à partir du modèle CAO.

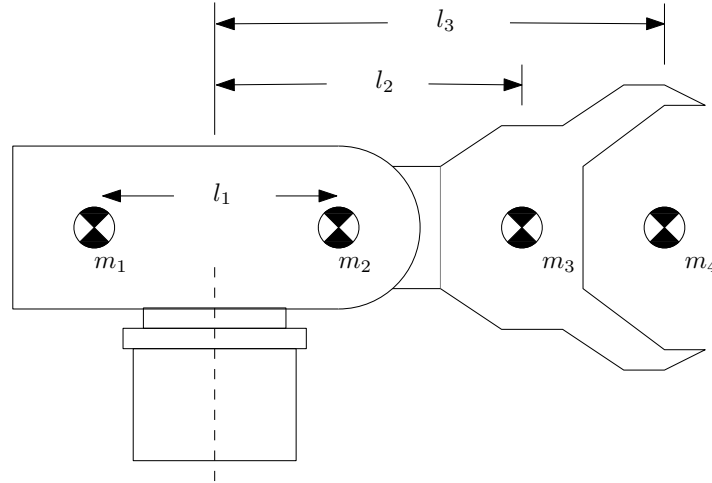


FIGURE A.3 – Position des centres de masse affectant le premier moteur du poignet.

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 3,5kg & l_1 &= 0,09m \\
 m_2 &= 3,5kg & l_2 &= 0,26m \\
 m_3 &= 2,8kg & l_3 &= 0,34m \\
 m_4 &= 10kg
 \end{aligned}$$

Calcul du moment d'inertie par rapport à l'axe du moteur :

$$J = m_1 \left(\frac{l_1}{2}\right)^2 + m_2 \left(\frac{l_1}{2}\right)^2 + m_3 l_2^2 + m_4 l_3^2 \quad (\text{A.14})$$

$$J = 1,36kgm^2 \quad (\text{A.15})$$

$$\omega_{max} = \frac{1m/s}{l_3} = 2,95rad/s \quad (\text{A.16})$$

$$\alpha_{max} = \frac{1m/s^2}{l_3} = 2,95rad/s^2 \quad (\text{A.17})$$

Le calcul du couple maximal nécessaire suppose que le poignet est en pleine extension et qu'il est parallèle au sol. Une partie du couple provient de la compensation de la gravité, l'autre partie vient de l'accélération au taux de 3,4rad/s des masses :

$$\tau_{max} = J\alpha + (m_3l_2 + m_4l_3) \times 9,81 = 44,5Nm \quad (\text{A.18})$$

$$P_{max} = \tau\omega \quad (\text{A.19})$$

$$P_{max} = 44,5Nm \times 2,95rad/s = 131W \quad (\text{A.20})$$

## Spécifications du moteur sélectionné

FHA-17C-100

$$\omega_{max} = 5rad/s$$

$$\tau_{max} = 57Nm$$

$$J = 0,67kgm^2$$

$$P_{estimée} = 3,1A \times 100V = 310W$$

## A.3 Moteur 4

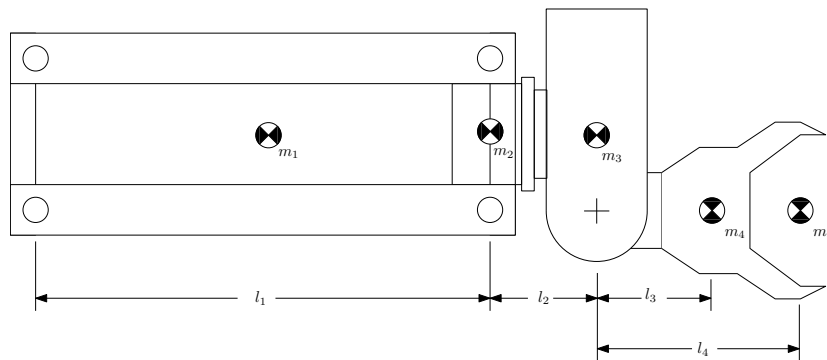


FIGURE A.4 – Position des centres de masse affectant le moteur de l'avant-bras.

$$m_1 = 15kg \quad l_1 = 0,350m$$

$$m_2 = 2,5kg \quad l_2 = 0,105m$$

$$m_3 = 7kg \quad l_3 = 0,170m$$

$$m_4 = 2,8kg \quad l_4 = 0,250m$$

$$m_5 = 10kg$$

La masse  $m_1$  est celle du parallélogramme estimé à partir du modèle CAO. On suppose également que le centre de masse est centré sur celui-ci. La masse  $m_2$  est celle du moteur FHA-17C du poignet. Pour le calcul du moment d'inertie, on peut supposer que les masses  $m_2$  à  $m_5$  sont toutes concentrées sur  $m_2$ . En plus des masses  $m_1$  à  $m_5$ , la masse du contrepois du système d'équilibrage doit également être incluse. Connaissant la configuration du système à équilibrer, nous pouvons estimer la force à transmettre par le vérin du bras à :

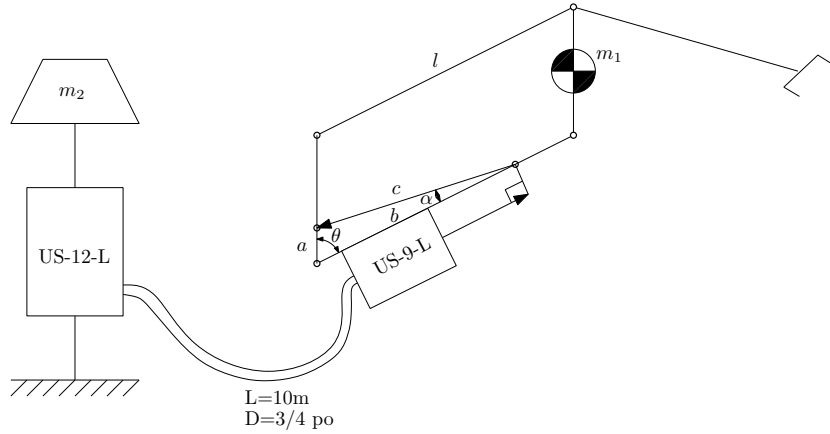


FIGURE A.5 – Schéma d'équilibrage de l'avant-bras.

$$\begin{aligned} m_1 &= 30kg \\ m_2 &= 340kg \end{aligned}$$

$$F = \frac{mgl}{a} \quad (\text{A.21})$$

$$F = \frac{30kg \times 9,81 \times 0,35m}{0,041m} = 2512N \quad (\text{A.22})$$

Si nous utilisons un vérin *US-12-L* pour le contreponds, celui-ci ayant une surface équivalente de  $12po^2$ , il faudrait un contreponds de  $\frac{2654N \times 12po^2}{9,81 \times 9po^2} = 340kg$ . De plus, lorsque les masses  $m_2$  à  $m_5$  se seront déplacé de 0,6m, le vérin installé dans l'avant-bras aura parcouru 0,071m et le vérin du contreponds seulement 0,053m. La vitesse de déplacement du contreponds est donc environs 11 fois plus lente que celle des masses  $m_2$  à  $m_5$ . L'inertie apparente de la membrure du robot par rapport au contreponds sera donc augmentée de 121 fois.

Calcul de l'inertie équivalente au niveau d'un actionneur déplaçant le contreponds :

$$E = \frac{1}{2}(30kg \times (1m/s)^2 + 340kg \times (111m/s)^2) \quad (\text{A.23})$$

$$E = 16,4Joules \quad (\text{A.24})$$

$$E = 12mV^2 \quad (\text{A.25})$$

$$m_{eq} = \frac{2E}{V^2} = \frac{2 \times 16,4J}{(1/11m/s)^2} = 3970kg \quad (\text{A.26})$$

La masse ressentie par l'actionneur au niveau du contreponds est donc de près de 3970kg. Par contre, comme le système est équilibré, seules les forces inertielles ainsi que les pertes par

friction important pour le calcul de la force nécessaire à l'actionneur.

Calcul de la force requise de l'actionneur pour vaincre les effets inertiels :

$$F_{inertiel} = ma \quad (\text{A.27})$$

$$F_{inertiel} = 3970kg \times \frac{1}{11}m/s^2 = 361N \quad (\text{A.28})$$

Des pertes de charge ont lieu entre le système d'équilibrage et le robot, surtout pour les vitesses élevées. En refaisant le calcul de l'estimer des pertes de charge entre 2 vérins reliés par des tuyaux de 3/4po de diamètre et 10m de longueur, nous arrivons à environs 10,4psi de perte de pression. Sur un vérin de  $12po^2$  de surface, cela revient à 125lbs, soit environs 557N de force supplémentaire que l'actionneur doit fournir.

$$F_{friction} = 557N \quad (\text{A.29})$$

$$F_{actuateur} = F_{inertiel} + F_{friction} \quad (\text{A.30})$$

$$F_{actuateur} = 722N \quad (\text{A.31})$$

## Spécifications du moteur sélectionné

$$V_{max} = 0,09m/s$$

$$force = 722N$$

$$P = 65W$$

## A.4 Moteur 3

Calcul de la position du centre de masse du coude :

$$X_{cm} = \frac{\sum m_i X_i}{m_i} \quad (\text{A.32})$$

$$\sum m_i X_i = m_1 \times 0m + m_2 \times 0,15m = 0,45kgm \quad (\text{A.33})$$

$$\sum m_i = m_1 + m_2 = 6kg \quad (\text{A.34})$$

$$X_{cm} = 0,075m \quad (\text{A.35})$$

Calcul du moment d'inertie par rapport au centre de masse :

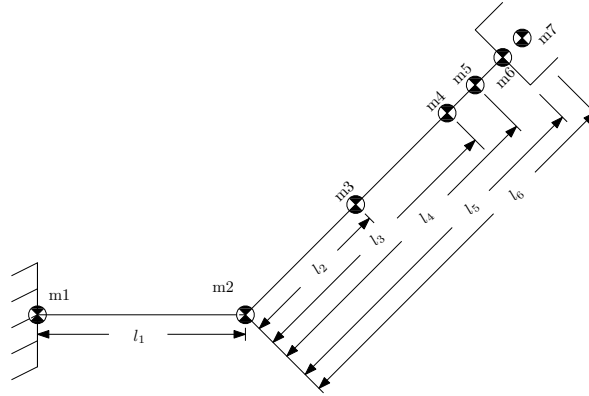


FIGURE A.6 – Position des centres de masse affectant le moteur du coude.

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 3kg & l_1 &= 0,15m \\
 m_2 &= 3kg & l_2 &= 0,29m \\
 m_3 &= 15kg & l_3 &= 0,46m \\
 m_4 &= 2,kg & l_4 &= 0,57m \\
 m_5 &= 7kg & l_5 &= 0,74m \\
 m_6 &= 2,8kg & l_6 &= 0,82m \\
 m_7 &= 10kg & &
 \end{aligned}$$

$$J = m_1 \times (0,075m)^2 + m_2 \times (0,075m)^2 = 0,0338kgm^2 \quad (A.36)$$

Calcul de la position du centre de masse de l'avant-bras complet :

$$\sum m_i X_i = m_3 l_2 + m_4 l_3 + m_5 l_4 + m_6 l_5 + m_7 l_6 = 19,76kgm \quad (A.37)$$

$$\sum m_i = 15kg + 2,5kg + 7kg + 2,2kg + 10kg = 37,3kg \quad (A.38)$$

$$X_{cm} = 0,53m \quad (A.39)$$

Calcul du moment d'inertie par rapport au centre de masse :

$$\begin{aligned}
 J &= m_3(X_{cm} - l_2)^2 + m_4(X_{cm} - l_3)^2 + m_5(X_{cm} - l_4)^2 \\
 &\quad + m_6(X_{cm} - l_5)^2 + m_7(X_{cm} - l_6)^2 = 1,85kgm^2 \quad (A.40)
 \end{aligned}$$

On peut maintenant simplifier le schéma précédent en considérant les propriétés estimées des centres de masse.

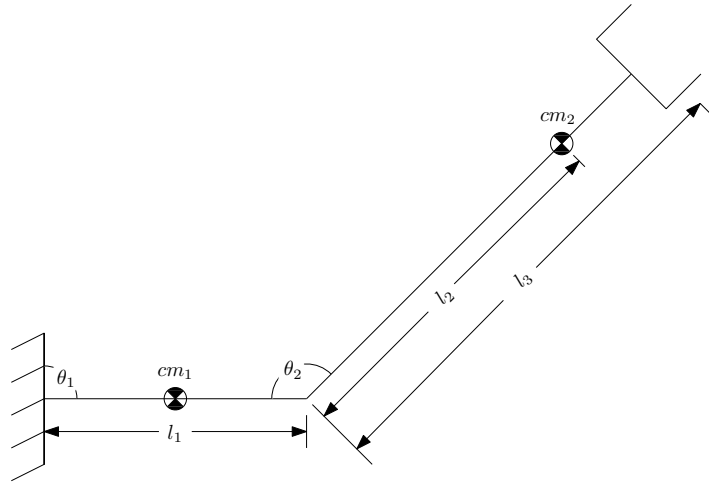


FIGURE A.7 – Schéma simplifié des positions des centres de masse affectant le moteur du coude.

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 6kg & l_1 &= 0,15m \\
 m_2 &= 37,3kg & l_2 &= 0,53m \\
 J_1 &= 0,03kgm^2 & l_3 &= 0,82m \\
 J_2 &= 1,85kgm^2
 \end{aligned}$$

Calcul de la vitesse des articulations :

$$l_1\omega_1 + l_3(\omega_1 + \omega_2) = 1m/s \quad (A.41)$$

$$\omega_1 = \omega_2 \quad (A.42)$$

$$(l_1 + 2l_3)\omega_1 = 1m/s \quad (A.43)$$

$$\omega_1 = \frac{1m/s}{l_1 + 2l_3} = 0,56rad/s \quad (A.44)$$

Calcul de l'inertie équivalente :

$$E = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}J\omega^2 \quad (A.45)$$

$$E = \frac{1}{2}m_1\left(\omega_1\frac{l_1}{2}\right)^2 + m_2(\omega_1(l_1 + 2l_2))^2 + J_1\omega_1^2 + J_2(2\omega_1)^2 \quad (A.46)$$

$$E = 9,68Joules \quad (A.47)$$

$$J_{eq} = 62kgm^2 \quad (A.48)$$

Calcul du couple maximal :

$$\tau = Jeq\alpha \quad (\text{A.49})$$

$$\tau = 34,6Nm \quad (\text{A.50})$$

## Spécifications du moteur sélectionné

FHA-17C-100

$$\omega_{max} = 5rad/s$$

$$\tau_{max} = 57Nm$$

$$J = 0,67kgm^2$$

## A.5 Moteur 2

Le moteur 2 est celui installé sur le contrepoids. Il s'agira probablement d'un actionneur linéaire qui déplacera le contrepoids. Celui-ci déplacera à son tour un vérin à membrane relié au vérin installé dans le parallélogramme du bras.

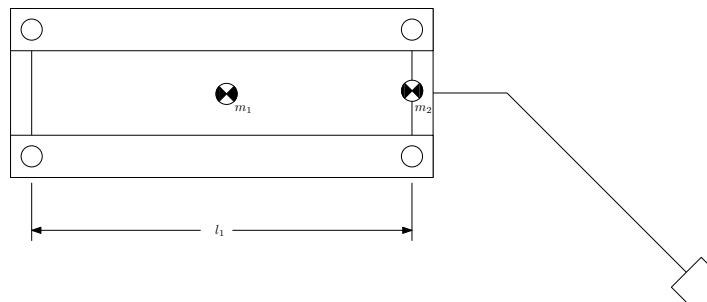


FIGURE A.8 – Position des centres de masse affectant le moteur du bras.

$$m_1 = 15kg \quad l_1 = 0,4m$$

$$m_2 = 43kg$$

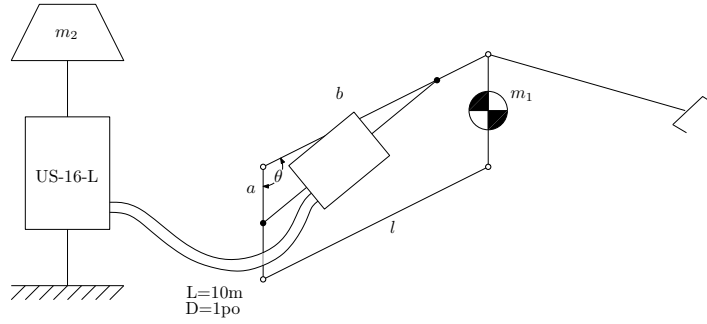


FIGURE A.9 – Schéma d'équilibrage du bras.

$$\begin{aligned} m_1 &= 50kg & a &= 0,0813m \\ l &= 0,4m & b &= 0,4m \end{aligned}$$

À partir de la configuration du système, nous pouvons estimer la force d'équilibrage nécessaire.

$$F \approx \frac{mgl}{a} \quad (\text{A.51})$$

$$F \approx \frac{50kg \times 9,81 \times 0,4m}{0,0813m} = 2413,3N \quad (\text{A.52})$$

Avec un vérin US-16-L de 4,2 po de course, cela correspond à un contre-poids de :

$$m_2 = \frac{2413,3N \times 16po^2}{8,75po^2 \times 9,81} \approx 450kg \quad (\text{A.53})$$

Le rapport de réduction entre la vitesse de déplacement du vérin du contre-poids et la vitesse de déplacement de l'effecteur varie selon l'angle. Nous avons calculé un rapport maximal de 22 :1. L'inertie apparente du robot perçue par un actionneur situé au niveau du vérin sera donc, au pire, augmenté de  $22^2$  fois.

Calcul de l'inertie équivalente au niveau d'un actionneur déplaçant le contre-poids :

$$E = \frac{1}{2}(50kg \times (1m/s)^2 + 450kg(\frac{1}{22}m/s)^2) \quad (\text{A.54})$$

$$E = 25,5 \text{ Joules} \quad (\text{A.55})$$

$$E = \frac{1}{2}mV^2 \quad (\text{A.56})$$

$$m_{eq} = \frac{2E}{V^2} = \frac{2 \times 25,5 \text{ Joules}}{(1/22m/s)^2} = 24684kg \quad (\text{A.57})$$



La masse ressentie par l'actionneur au niveau du contrepoids est donc, au pire, d'environ 24684kg. Par contre, comme le système est équilibré, seules les forces inertielles ainsi que les pertes par friction importent pour le calcul de la force nécessaire à l'actionneur.

Calcul de la force requise de l'actionneur pour vaincre les effets inertiels :

$$F_{inertiel} = ma \quad (\text{A.58})$$

$$F_{inertiel} = 24684kg \times \frac{1}{22m/s^2} = 1122N \quad (\text{A.59})$$

Des pertes de charge ont lieu entre le système d'équilibrage et le robot, surtout pour les vitesses élevées. En refaisant le calcul de l'estimé des pertes de charge entre 2 vérins reliés par des tuyaux de 1po de diamètre et 10m de longueur, nous arrivons à environs 7,1psi de perte de pression. Sur un vérin de  $16po^2$  de surface, cela revient à 114lbs, soit environs 507N de force supplémentaire que l'actionneur doit fournir.

$$F_{friction} \approx 507N \quad (\text{A.60})$$

$$F_{actuateur} \approx F_{inertiel} + F_{friction} \quad (\text{A.61})$$

$$F_{actuateur} \approx 1629N \quad (\text{A.62})$$

Le rapport de réduction minimale est d'environ 10 :1. Pour une vitesse maximale à l'effecteur de 1m/s, le vérin du contrepoids devra donc avoir une vitesse maximale d'au moins 0,1m/s.

## Spécifications du moteur sélectionné

$$V_{max} = 0,1m/s$$

$$force = 1629N$$

$$P = 163W$$

## A.6 Moteur 1

Le moteur 1 est celui de l'épaule. Il ne ressent pas la gravité, mais lorsque le bras est entièrement déplié, il a une grande inertie.

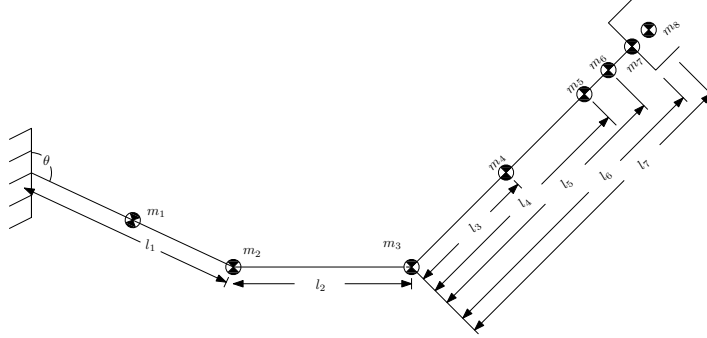


FIGURE A.10 – Position des centres de masse affectant le moteur de l'épaule.

$m_1 = 15kg$	$l_1 = 0,61m$
$m_2 = 3kg$	$l_2 = 0,15m$
$m_3 = 3kg$	$l_3 = 0,29m$
$m_4 = 15kg$	$l_4 = 0,46m$
$m_5 = 2,5kg$	$l_5 = 0,57m$
$m_6 = 7kg$	$l_6 = 0,74m$
$m_7 = 2,8kg$	$l_7 = 0,82m$
$m_8 = 10kg$	

Pour le calcul de l'inertie équivalente, nous négligerons l'inertie liée à la vitesse de rotation des membrures puisqu'elle est faible par rapport à l'inertie de translation. Nous considérerons le pire cas, soit celui où le bras est en pleine extension. Débutons par calculer les vitesses de translation de chacun des centres de masse considérant une vitesse maximale de 1m/s de la masse  $m_8$  :

$$v_1 = v_8 \frac{l_1/2}{l_1 + l_2 + l_7} = 0,19m/s \quad (A.63)$$

$$v_2 = v_8 \frac{l_1}{l_1 + l_2 + l_7} = 0,39m/s \quad (A.64)$$

$$v_3 = v_8 \frac{l_1 + l_2}{l_1 + l_2 + l_7} = 0,48m/s \quad (A.65)$$

$$v_4 = v_8 \frac{l_1 + l_2 + l_3}{l_1 + l_2 + l_7} = 0,67m/s \quad (A.66)$$

$$v_5 = v_8 \frac{l_1 + l_2 + l_4}{l_1 + l_2 + l_7} = 0,77m/s \quad (A.67)$$

$$v_6 = v_8 \frac{l_1 + l_2 + l_5}{l_1 + l_2 + l_7} = 0,84m/s \quad (A.68)$$

$$v_7 = v_8 \frac{l_1 + l_2 + l_6}{l_1 + l_2 + l_7} = 0,95m/s \quad (A.69)$$

$$v_8 = 1m/s \quad (A.70)$$

Calcul de l'énergie cinétique totale :

$$E \approx \frac{1}{2} \sum m_i V_i^2 \quad (\text{A.71})$$

$$E \approx 13,5 \text{ Joules} \quad (\text{A.72})$$

Calcul de la vitesse et de l'accélération maximales de l'épaule :

$$\omega = \frac{1m/s}{l_1 + l_2 + l_7} = 0,63 \text{ rad/s} \quad (\text{A.73})$$

$$\alpha = 0,63 \text{ rad/s}^2 \quad (\text{A.74})$$

Calcul de l'inertie équivalente à l'épaule :

$$J_{eq} = \frac{2E}{\omega^2} = 67,5 \text{ kgm}^2 \quad (\text{A.75})$$

Calcul du couple et de la puissance maximale :

$$\tau = J_{eq} \alpha = 42,7 \text{ Nm} \quad (\text{A.76})$$

$$P = \tau \omega = 27 \text{ W} \quad (\text{A.77})$$

### Spécifications du moteur sélectionné

FHA-17C-100

$$\tau_{max} = 57 \text{ Nm}$$

$$\omega_{max} = 5 \text{ rad/s}$$

$$J = 0,67 \text{ kgm}^2$$



## Annexe B

# Calculs et résultats d'analyse par éléments finis

### B.1 Épaule

#### B.1.1 Liste des calculs

1	Calcul de la force de précontrainte maximale de l'assemblage.	470N
2	Chargement maximal sur le roulement du bas de l'épaule	$F_{radiale} = 3100N$ $F_{axiale} = 1110N$
3	Contrainte dans les vis M8 fixant le bras à l'épaule.	69,9MPa
4	Contrainte dans les vis M8 fixant l'épaule au robot portail. Cas où l'épaule est perpendiculaire au tron.	61,5MPa
5	Contrainte dans les vis M8 fixant l'épaule au robot portail. Cas où l'épaule est parallèle au tron.	51,5MPa

TABLE B.1 – Liste des calculs présentés pour l'épaule.

#### Force de précontrainte maximale de l'assemblage

Nous désirons obtenir un jeu nul dans l'épaule. Dû aux incertitudes d'usinage, une contrainte initiale pourrait être appliquée sur les roulements. Cette précontrainte s'additionnant au poids du robot, il est préférable de la limiter au maximum. Ce calcul nous permettra d'estimer la force de précontrainte maximale à partir d'une approximation numérique de la raideur de l'assemblage et de l'incertitude sur le jeu de l'assemblage. Le rapport de tolérancement est disponible à l'annexe C et réfère à la figure B.1. Puisque le nombre de cotes dans la chaîne de cotes est grand, nous avons utilisé une méthode statistique (Fischer 2004) pour estimer le jeu. À partir d'un estimé de la déformation de la plaque inférieure de l'assemblage suite à l'application d'un chargement connu, voir page 226, nous pouvons estimer la raideur de

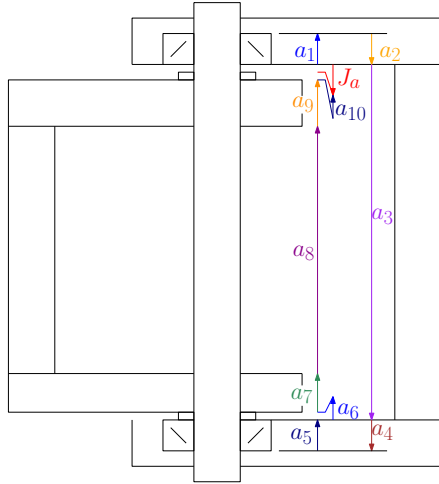


FIGURE B.1 – Chaîne de cote pour le calcul du jeu dans l'assemblage de l'épaule.

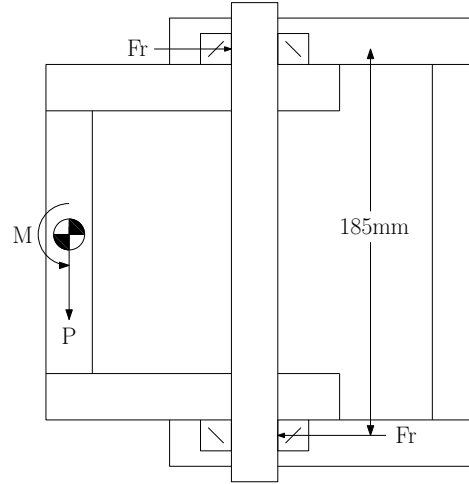


FIGURE B.2 – Schéma des forces appliquées sur les roulements de l'épaule.

cette plaque. L'assemblage est constitué de quatre plaques similaires qui agissent comme des ressorts en série. Nous pouvons donc estimer la raideur de l'assemblage total.

$$\frac{1}{K_{tot}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_3} + \dots \quad (B.1)$$

$$K_1 = \frac{1880N}{0,6mm} = 3133N/mm \quad (B.2)$$

$$K_1 = K_2 = K_3 = K_4 \quad (B.3)$$

$$K_{tot} = 784N/mm \quad (B.4)$$

jeu minimal = -0,6mm

force @ jeu minimal = 0,6mm  $\times$   $K_{tot}$  = 470N

Dans le pire des cas, la précontrainte sera d'environ 470N.

### Chargement des roulements

L'ensemble du robot est supporté par deux roulements *SKF-6302* d'une capacité de 5,4kN de force radiale. Le pire cas est celui où le bras est en pleine extension, qu'il soulève la charge maximale et que l'ensemble du bras est entraîné vers le haut à  $1m/s^2$  par le robot portail. Les calculs suivants se réfèrent à la figure B.2 :

masse = 59,1 kg

$$G = \{\bar{x} \ \bar{y} \ \bar{z}\} = \{0 \ 899 \ 0\}mm$$

$$M = F_r \times 0,185 \quad (\text{B.5})$$

$$F_r = \frac{M}{0,185} = 3100N \quad (\text{B.6})$$

$$M = 59,1kg \times 0,899 \times (9,81 + 1) = 574Nm \quad (\text{B.7})$$

$$P = 59,1kg(9,81 + 1)640N \quad (\text{B.8})$$

Le calcul de la charge axiale doit tenir compte de la précontrainte maximale calculée précédemment.

$$F_a = P + F_0 \quad (\text{B.9})$$

$$= 640N + 470N = 1110N. \quad (\text{B.10})$$

Le rapport des charges axiales sur les charges radiales est  $\frac{F_a}{F_r} = \frac{1110N}{3100N} = 0,36$ . Selon le catalogue NSK (2008), pour un si faible rapport, nous pouvons négliger l'effort axial dans le calcul du chargement. Le chargement de 3100N sur le roulement est en dessous de la limite de 5,4kN pour ce roulement.

### Effort dans les vis de la partie mobile de l'épaule

Trois vis attachent chaque plaque de la partie mobile de l'épaule à la base du bras. La force de réaction  $F_r$  a été calculée précédemment à 3100N. La force  $P$  a été calculée précédemment à 1110N. La force de tension dans les vis doit être suffisante pour éviter une rotation de la plaque inférieure par rapport au point  $A$  de la figure B.3 :

$$M = 574Nm$$

$$P = 1110N$$

$$\sum M_A = 0,068m \times P - 3F_v \frac{0,019}{2} \quad (\text{B.11})$$

$$F_v = \frac{2 \times 0,068 \times P}{3 \times 0,019} = 2570N \quad (\text{B.12})$$

Nous prenons comme hypothèse que la force de cisaillement est reprise par la friction :

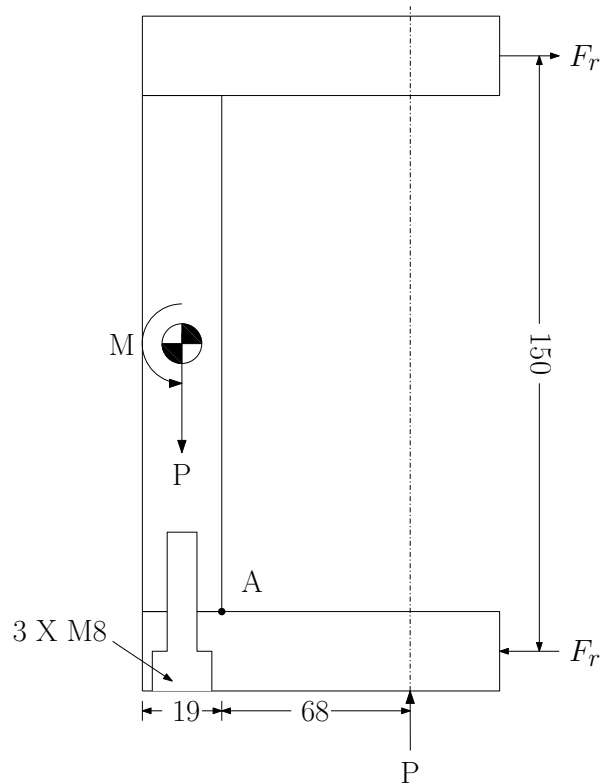


FIGURE B.3 – Schéma des efforts pour la contrainte dans les vis de l’attache du bras à l’épaule.

$$F_f = F_v \quad (\text{B.13})$$

$$\mu = 1 \quad (\text{B.14})$$

$$F_v = \frac{F_r}{3} \quad (\text{B.15})$$

$$F_v = 1033N \quad (\text{B.16})$$

Si on pose que la vis est infiniment rigide par rapport aux plaques d’aluminium, la force de serrage des plaques,  $F_c$ , initialement égale à la tension dans les vis, va être diminuée par la force de séparation des plaques. Le serrage des vis devrait donc être initialement plus grand :

$$F_i = 2570N + 1033N = 3603N \quad (\text{B.17})$$

$$\sigma = \frac{F_i}{A_t} = \frac{3603N}{36,6mm^2} = 98,4Mpa \quad (\text{B.18})$$

D’après le tableau 3.3, des vis de classe 8.8 seront suffisantes. Il faudra s’assurer d’une longueur de filet suffisante dans la plaque de fixation.



**Effort dans les vis de fixation de l'épaule au robot portail : cas où l'épaule est dépliée.**

Ces vis servent à fixer le bras au reste du robot portail. Nous posons l'hypothèse que la force de cisaillement est reprise par la friction entre le bras et le robot portail. Nous posons également l'hypothèse que seules les 2 vis du haut reprennent l'effort. La tension dans les vis doit empêcher la rotation de la membrure autour du point *A* :

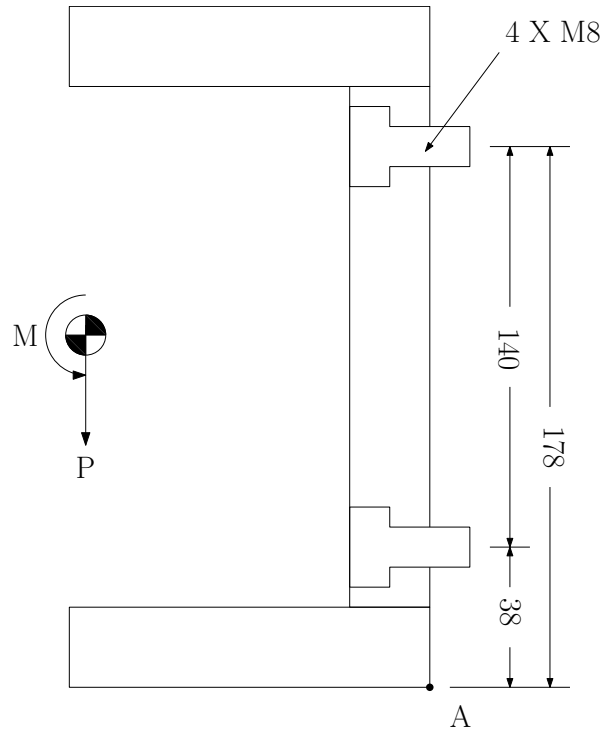


FIGURE B.4 – Schéma des efforts pour la contrainte dans les vis de la base de l'épaule

$$M = 574Nm$$

$$P = 640N$$

$$\sum M_A = 574Nm - 2 \times 0,178 \times F_v \quad (B.19)$$

$$F_v = \frac{574Nm}{2 \times 0,178m} = 1612N \quad (B.20)$$

Calcul de la tension pour reprendre l'effort de cisaillement :

$$\mu = 0,5 \quad (B.21)$$

$$F_{vf} = \frac{P}{2\mu} = 640N \quad (B.22)$$

Calcul de la contrainte dans les vis :

$$F_t = F_v + F_{vf} = 2251N \quad (\text{B.23})$$

$$\sigma = \frac{F_t}{A_t} = \frac{2251N}{36,6mm^2} = 61,5Mpa \quad (\text{B.24})$$

D'après le tableau 3.3, des vis de classe 8.8 seront suffisantes.

**Effort dans les vis de fixation de l'épaule au robot portail : cas où l'épaule est repliée à 90 degrés.**

Nous refaisons le calcul des efforts dans les vis de l'épaule en considérant cette fois-ci que l'épaule est repliée à 90 degrés et que l'effort de cisaillement est repris directement par les vis, voir figure B.5.

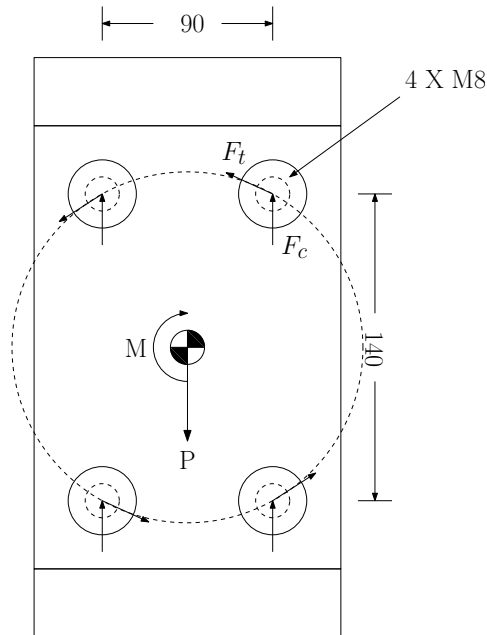


FIGURE B.5 – Effort dans les vis de la plaque de base de l'épaule.

$$M = 574Nm$$

$$P = 640N$$

$$F_c = \frac{P}{4} = \frac{640N}{4} = 160N \quad (\text{B.25})$$

$$F_t = \frac{M}{4} \times \sqrt{\left(\frac{90}{2}\right)^2 + \left(\frac{140}{2}\right)^2} = 1724N \quad (\text{B.26})$$

Supposons le cas où  $F_c$  et  $F_t$  serait alignées, la contrainte dans la vis serait :

$$\sigma = \frac{F_3 + F_t}{A_t} = \frac{1884N}{36,6mm^2} = 51,5MPa \quad (B.27)$$

D'après le tableau 3.3, des vis de classe 8.8 seront suffisantes.

### Analyse par éléments finis

Le résumé des résultats de l'analyse par éléments finis, voir annexe D, est présenté dans le tableau B.2.

1	Contraintes dans la plaque de l'épaule qui soutient le poids du robot.	55MPa
2	Déplacement de la porté de roulement dû à la force excersée par le poids du robot sur la plaque support de l'épaule	0,25mm

TABLE B.2 – Tableau des résultats d'analyse par éléments finis effectuées sur l'épaule.

## B.2 Bras

### B.2.1 Liste des calculs

1	Chargement maximal sur les roulements de la membrure en C du haut et calcul de la force maximale du vérin.	$F_{r_{max}} = 4135N$ $F_{v_{max}} = 3550N$
2	Contrainte dans les portés de roulement de la membrure en C du haut.	51,4MPa
3	Contrainte dans les vis d'épaulement des roulements de la membrure en C du haut.	78,3MPa
4	Déformation angulaire du bras lorsque le coude est plié à 90 degrés.	min=0,02 degrés
5	Contrainte dans les vis du bloc supportant la base du vérin.	62,8Mpa

TABLE B.3 – Liste des calculs présentés pour le bras

### Chargement sur les roulements de la membrure supérieure

Les roulements de la membrure supérieure sont davantage sollicités puisque la totalité de la force du vérin passe par ceux-ci. Des efforts de torsion dépendant de la configuration du robot s'ajouteront à cela. Afin de trouver les efforts maximums qu'auront à soutenir les roulements, nous avons fait un programme *matlab* qui calcule les forces radiales et axiales des roulements en fonction de la position du préhenseur, des forces appliquées par celui-ci ainsi que de la

position du centre de masse de l'ensemble *coude - avant-bras - poignet* par rapport à leur plaque de fixation sur le bras. De plus, comme la force et l'orientation du vérin dépendent de l'angle du bras avec l'horizontale, le programme discrétise la plage angulaire du bras afin de tenir compte de la pire configuration. En plus de calculer l'effort maximum sur les roulements, le programme retient la force maximale nécessaire au vérin ainsi que la tension moyenne maximale de la membrure supérieure.

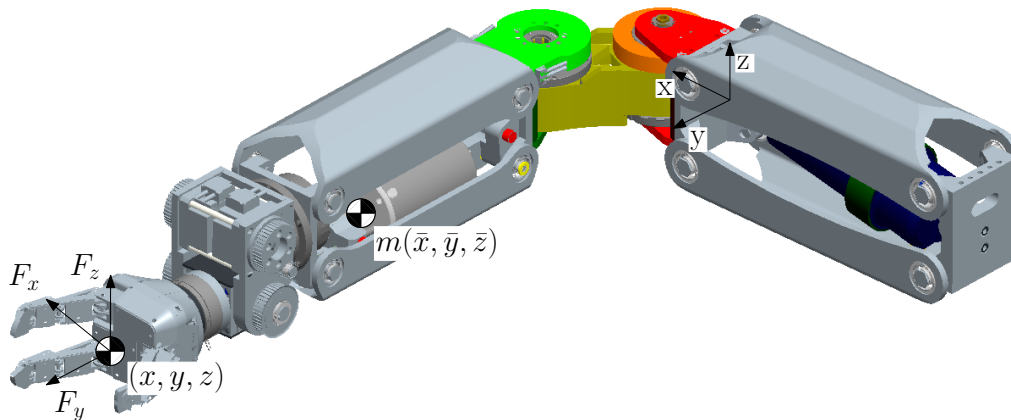


FIGURE B.6 – Schéma représentant la position des repères du bras.

La démarche conduisant aux équations des efforts se divise en deux étapes :

1. Calcul des efforts symétriques. Ces efforts sont composés de la tension moyenne dans la membrure supérieure ainsi que des efforts dus au moment autour de l'axe y, voir figure B.6.
2. Calcul des efforts asymétriques. Ces efforts sont dus aux moments autour des axes x et z, voir figure B.6. Leur composante est de signe opposé pour chacun des deux roulements.

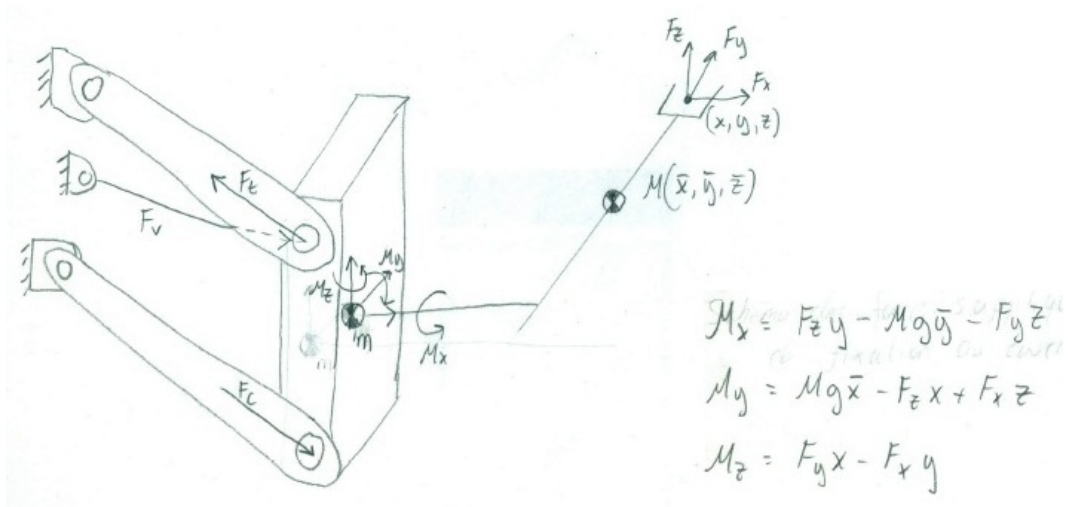
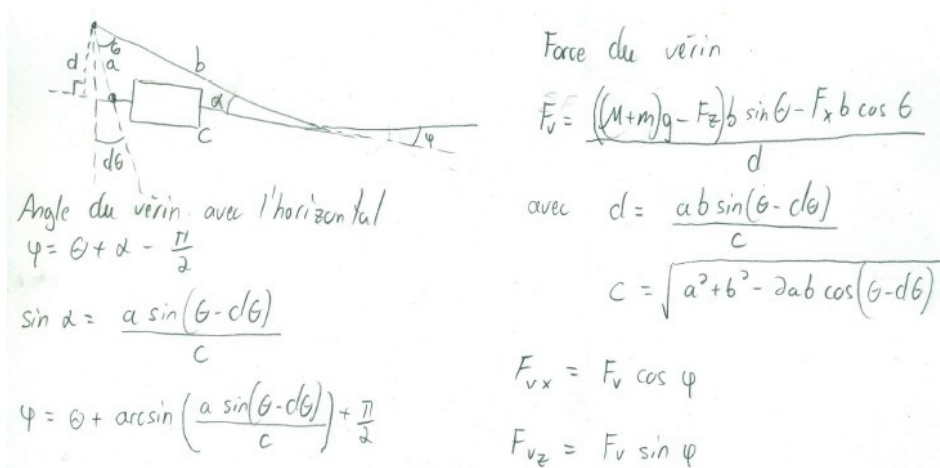
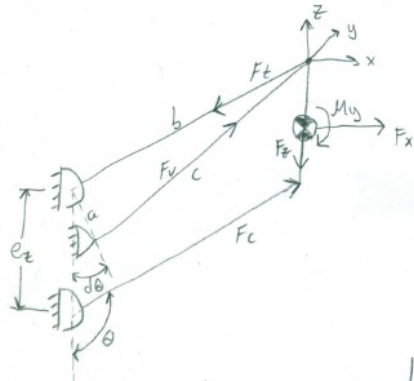


FIGURE B.7 – Schéma des forces et moments s'appliquant sur la plaque de fixation du coude.

Calcul des composantes de la force du vérin s'appliquant sur la plaque de fixation en fonction de l'angle du bras :



Calcul des forces de tension et compression des membrures du bras. La tension moyenne de la membrure supérieure est partagée de manière égale entre les deux roulements du haut :



Calcul de  $F_c$  et de ses composantes

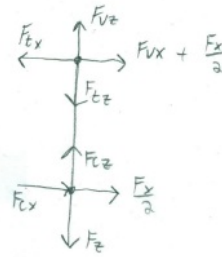
$$\sum M_o = 0$$

$$M_y - F_x \frac{e_z}{2} - F_{cx} e_z = 0$$

$$F_{cx} = \frac{M_y - F_x \frac{e_z}{2}}{e_z}$$

$$F_c = \frac{F_{cx}}{\sin \theta}$$

$$F_{cz} = -F_c \cos \theta$$



Calcul de  $F_t$  et de ses composantes

$$\sum F_x = 0$$

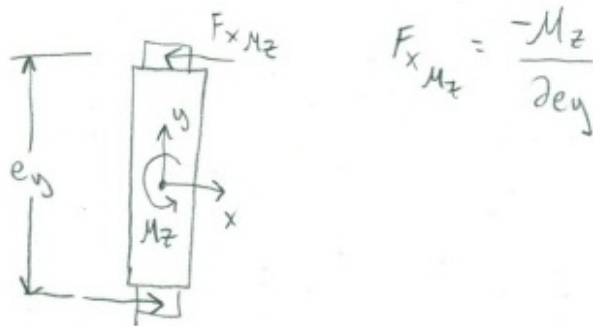
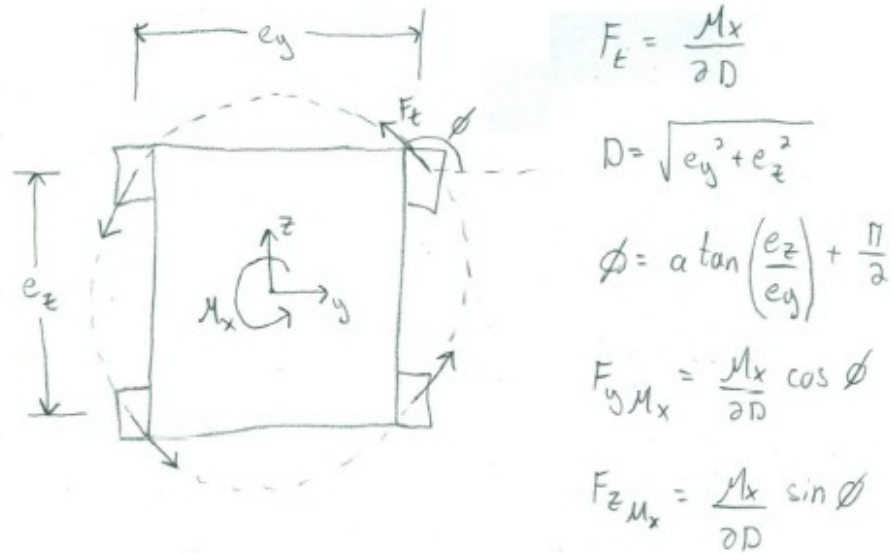
$$F_{cx} + F_x + F_{vx} - F_{tx} = 0$$

$$F_{tx} = F_{cx} + F_{vx} + F_x$$

$$F_t = \frac{F_{tx}}{\sin \theta}$$

$$F_{tz} = F_t \cos \theta$$

Calcul des composantes de forces asymétriques. Le signe de ces composantes varie entre le roulement de gauche et le roulement de droite. Les calculs suivants sont pour le roulement de droit et il faudra inverser les signes pour le roulement de gauche :

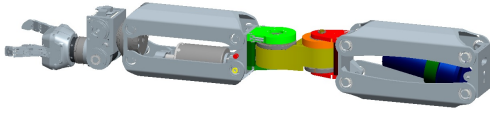


Maintenant que nous avons toutes les composantes de force s'appliquant sur les roulements, nous pouvons calculer la force résultante sur chacun des roulements du haut.

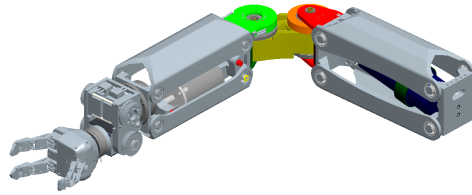
$$F_{r_{droit}} = \sqrt{\left(\frac{F_{tx}}{2} + F_{xM_z}\right)^2 + \left(\frac{F_{tz}}{2} + F_{zM_x}\right)^2} \quad (\text{B.28})$$

$$F_{r_{gauche}} = \sqrt{\left(\frac{F_{tx}}{2} - F_{xM_z}\right)^2 + \left(\frac{F_{tz}}{2} - F_{zM_x}\right)^2} \quad (\text{B.29})$$

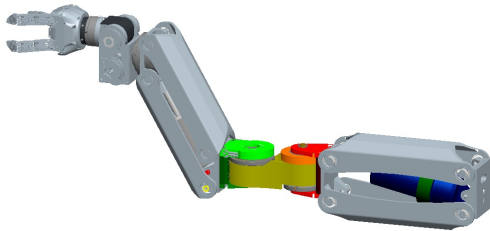
Nous avons étudié six cas critiques correspondant aux applications visées :



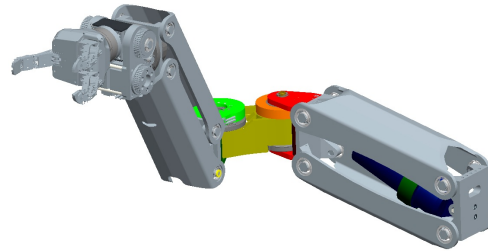
$\{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}\} = \{501, 0, 0\}$   
 $\{x, y, z\} = \{1078, 0, 0\}$   
 $\{F_x, F_y, F_z\} = \{-100, 0, -100\}$   
 $M_x = 0Nm$   
 $M_y = 268Nm$   
 $M_z = 0Nm$   
 force radiale max = 4135N  
 force axiale = 0N  
 force verin max = 3350N  
 tension membrure max = 8270N



$\{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}\} = \{195, 390, 0\}$   
 $\{x, y, z\} = \{213, 928, 0\}$   
 $\{F_x, F_y, F_z\} = \{0, -70, -100\}$   
 $M_x = -218Nm$   
 $M_y = 84Nm$   
 $M_z = -15Nm$   
 force radiale max = 2502N  
 force axiale = 366N  
 force verin max = 2453N  
 tension membrure max = 4249N

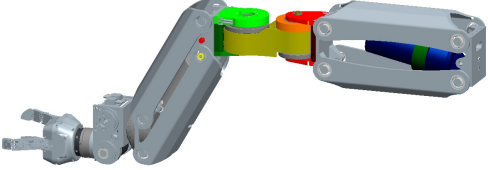
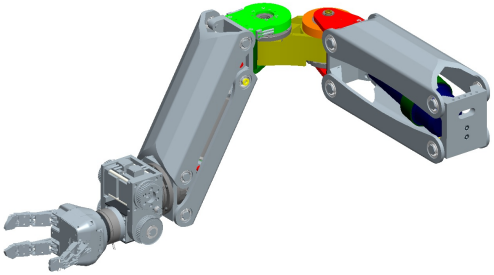


$\{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}\} = \{445, 0, 145\}$   
 $\{x, y, z\} = \{903, 0, 303\}$   
 $\{F_x, F_y, F_z\} = \{-100, 0, -100\}$   
 $M_x = 0Nm$   
 $M_y = 203Nm$   
 $M_z = 0Nm$   
 force radiale max = 3587N  
 force axiale = 0N  
 force verin max = 3350N  
 tension membrure max = 7124N



$\{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}\} = \{195, 300, 145\}$   
 $\{x, y, z\} = \{213, 753, 303\}$   
 $\{F_x, F_y, F_z\} = \{0, -70, -100\}$   
 $M_x = -150Nm$   
 $M_y = 84Nm$   
 $M_z = -15Nm$   
 force radiale max = 2375N  
 force axiale = 241N  
 force verin max = 2453N  
 tension membrure max = 4249N



 <p> <math>\{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}\} = \{445, 0, -170\}</math>  <math>\{x, y, z\} = \{903, 0, -303\}</math>  <math>\{Fx, Fy, Fz\} = \{-100, 0, -100\}</math>  <math>Mx = 0Nm</math>  <math>My = 263Nm</math>  <math>Mz = 0Nm</math>  force radiale max = 4092N  force axiale = 0N  force verin max = 3350N  tension membrure max = 8184N </p>	 <p> <math>\{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}\} = \{195, 300, -170\}</math>  <math>\{x, y, z\} = \{213, 753, -303\}</math>  <math>\{Fx, Fy, Fz\} = \{0, -70, -100\}</math>  <math>Mx = -193Nm</math>  <math>My = 84Nm</math>  <math>Mz = -15Nm</math>  force radiale max = 2455N  force axiale = 319N  force verin max = 2453N  tension membrure max = 4249N </p>
--	--

Force radiale maximale = 4135N

Tension maximale dans la membrure supérieure = 8270N

Force maximale du vérin = 3350N

### Contrainte dans les portées de roulement de la membrure en C du haut.

Les calculs suivants réfèrent à la figure B.8 :

$$\sigma_{nom} = PA = 45009(70 - 40) = 16,7Mpa \quad (B.30)$$

$$\frac{d}{b} = 4070 = 0,57 \quad (B.31)$$

Facteur de concentration de contrainte (Juvinal et Marshek 2000)  $K_t = 2,5$

$$\sigma = \sigma_{nom}K_t = 41,8Mpa \quad (B.32)$$

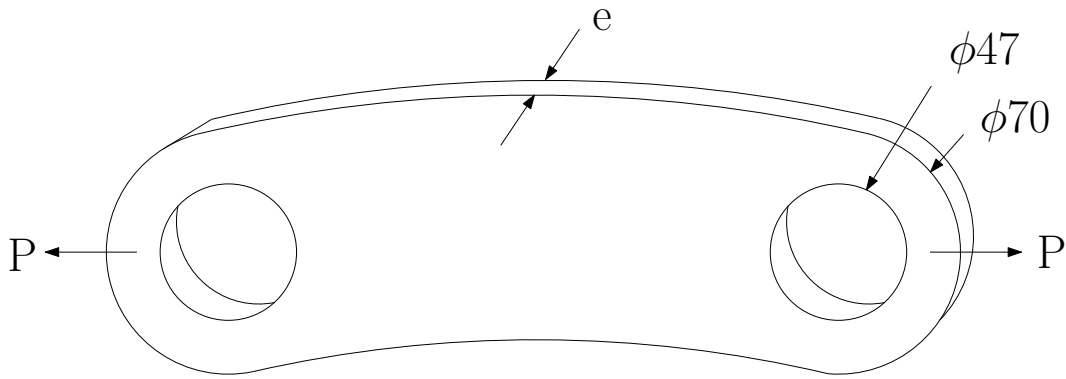


FIGURE B.8 – Schéma des efforts en tension de la membrure horizontale.

$e = 9mm$   
 $P = 4500N$

D'après le tableau 3.1, de l'aluminium 6061-T6 serait suffisant. Cependant, un grade d'aluminium particulier devra être sélectionné afin de faciliter le pliage des poutres.

**Contrainte dans les vis d'épaulement des roulements de la membrure en C du haut.**

Nous posons l'hypothèse que la force de cisaillement est reprise par la friction.

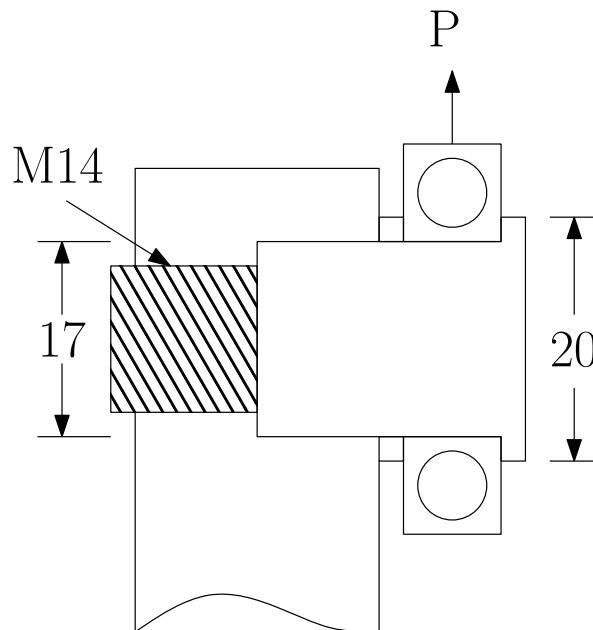


FIGURE B.9 – Schéma des forces sur les vis d'épaulement servant de pivot aux membrures du bras.

$P=4500N$

$$\mu = 0,5$$

engagement des filets = 10mm

$$F_f = F_\mu N \quad (\text{B.33})$$

$$F_N = \frac{F_f}{\mu} = 9000N \quad (\text{B.34})$$

La force de contrainte admissible pour une vis M14 de grade 8.8 est de 56925N, voir tableau 3.3. La contrainte dans les filets doit également être vérifiée.

$$\sigma = \frac{9000N}{14\pi mm \times 10mm} = 20,5MPa \quad (\text{B.35})$$

La contrainte admissible en cisaillement pour de l'aluminium 6061-T6 est de 40MPa considérant nos facteurs de sécurité, voir tableau 3.2.

### Déformation angulaire du bras lorsque le coude est plié à 90 degrés.

La structure du parallélogramme du bras peut être approximée par deux poutres en C face à face. Young et Budynas (2002) donne des formules pour estimer la déformation angulaire d'une telle structure selon différentes contraintes. Nous ne donnerons pas les détails des calculs, seulement les résultats selon certains cas du tableau 10.3 du même livre.

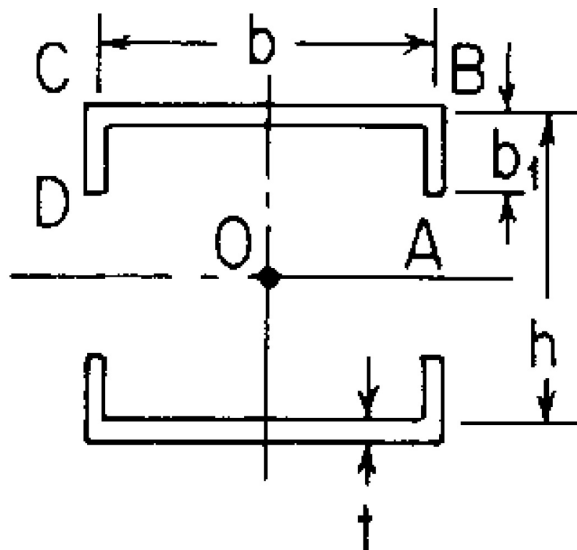
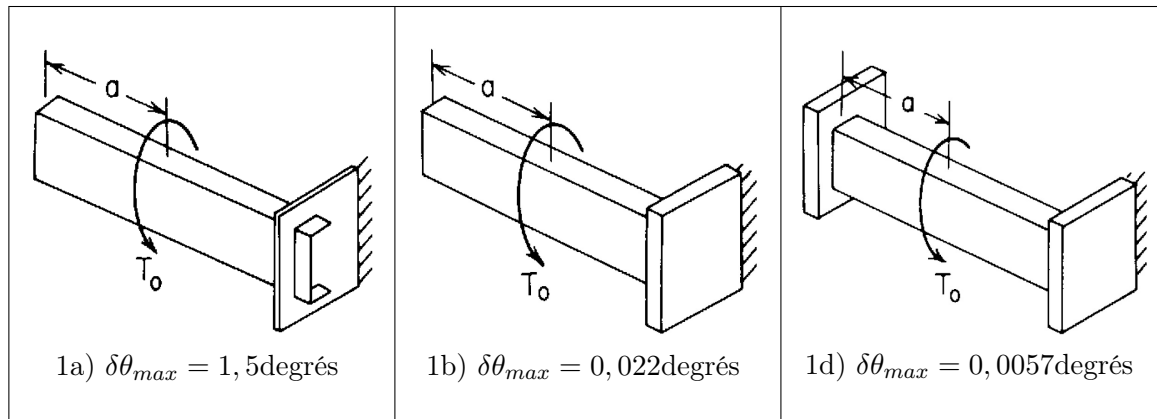


FIGURE B.10 – Paramètres pour estimer la raideur des poutres en C.

$$b=0,142$$



$$b1=0,07$$

$$h=0,180$$

$$t=0,0095$$

$$T=260\text{Nm}$$

Aucun cas ne correspond tout à fait au nôtre, mais nous croyons que la valeur de la déformation angulaire doit se situer entre les cas 1a et 1b. Le cas 1d correspond à des conditions beaucoup plus rigides que la réalité. Le déplacement de la charge dû à la torsion, considérant un bras de levier de 800mm, se situe donc probablement entre 0,5 et 21mm. Une analyse par éléments finis nous aidera à obtenir un résultat plus précis.

### Contrainte dans les vis du bloc supportant la base du vérin.

Considérant que le vérin est à 22,8 degrés de la verticale et qu'il pousse au maximum :

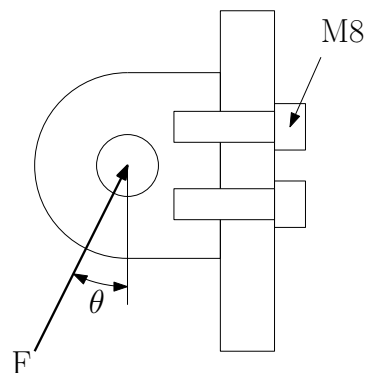


FIGURE B.11 – Schéma des forces s'appliquant sur les vis de fixation du vérin.

$$F=5000\text{N}$$

$\theta = 22,8$ degrés

engagement des filets = 8mm

Calcul de la force de cisaillement sans considérer la friction :

$$F_c = \frac{F \cos(\theta)}{2} = 2300N \quad (\text{B.36})$$

$$\sigma = \frac{F_c}{A_t} = \frac{2300N}{36,6mm^2} = 62,8MPa \quad (\text{B.37})$$

Considérant maintenant que les efforts de cisaillement sont repris par la friction avec  $\mu = 1,0$  :

$$F_f = F_N \mu \quad (\text{B.38})$$

$$F_N = \frac{F \cos(\theta)}{2\mu} = 2300N \quad (\text{B.39})$$

La force maximale en tension d'une vis M8 de classe 8.8 est d'environ 18000N, voir tableau 3.3. La contrainte dans les filets d'aluminium doit être vérifiée.

$$\sigma \approx \frac{2300N}{8mm \times 8mm} \approx 11,4MPa \quad (\text{B.40})$$

Pour une valeur admissible en cisaillement de 40MPa, voir tableau 3.2.

### B.2.2 Analyse par éléments finis

Le résumé des résultats de l'analyse par éléments finis, voir annexe D , est présenté dans le tableau B.5 :

1	Contrainte dus à l'effort d'arrachement de la vis d'épaule- ment des roulements des membrures en C.	64MPa
2	Contrainte dans les portés de roulement de la membrure en C du haut.	64MPa
3	Déformation angulaire du bras lorsque le bras est plié à 90 degrés.	0,12 degrés

TABLE B.5 – Résultats des analyses par éléments finis effectué pour le bras.

## B.3 Coude

## B.4 Avant-bras

### B.4.1 Liste des calculs

1	Pression maximale dans le vérin US-9-L	69 PSI
2	Contrainte dans la section rectangulaire de la tige d'équilibrage	16,7MPa
3	Contrainte dans les extrémités des tiges d'équilibrage	19,8MPa
4	Force perpendiculaire au rail engendrée par les tiges d'équilibrages	418N
5	Chargement sur les roulements des membrures du parallélogramme.	270N

TABLE B.6 – Résultats des calculs présentés pour l'avant-bras.

### Pression maximale dans le vérin US-9-L

Certains résultats de calculs proviennent d'un script *matlab*.

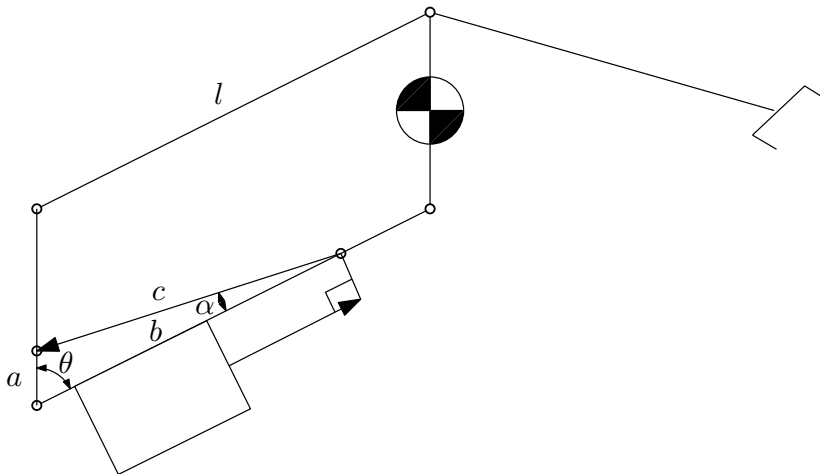


FIGURE B.12 – Schéma du système d'équilibrage de l'avant-bras

$m_1$ , masse de l'avant-bras	13,6kg
$x_1$ , position de $m_1$	198mm
$m_2$ , masse du poignet chargé	18,8kg
$l$	350mm
$a$	40,9mm

Calcul du moment à soutenir en statique :

$$M_0 = (m_1x_1 + m_2l)g = 91Nm \quad (\text{B.41})$$

Estimation de la force du vérin en statique :

$$F_0 = \frac{M_0}{a} = 2224N \quad (\text{B.42})$$

Calcul du moment en dynamique considérant une friction de 10% :

$$M_d = 110\%(m_1x_1 + m_2l) \times 1m/s^2 = 10,2Nm \quad (\text{B.43})$$

Estimation de la force supplémentaire nécessaire au vérin :

$$M_d = F_d d \quad (\text{B.44})$$

où  $d$  est le bras de levier de la force transmise par la tige d'équilibrage par rapport au pivot de l'avant-bras. Lorsque  $\theta$  est minimum,  $d=18,8\text{mm}$ .

$$F_d = \frac{M_d}{d} = \frac{10,2Nm}{0,0188m} = 543N \quad (\text{B.45})$$

Calcul de la force maximale du vérin :

$$F_{\text{vérin}} = F_0 + F_d = 2224N + 543N = 2766N \quad (\text{B.46})$$

Calcul de la pression maximale dans le vérin :

$$P = \frac{F_{\text{vérin}}}{A} = \frac{620\text{lbs}}{9\text{in}^2} = 69\text{PSI} \quad (\text{B.47})$$

### Contrainte dans la section rectangulaire de la tige d'équilibrage

La tension dans la tige d'équilibrage augmente avec l'angle que fait la tige d'équilibrage avec le rail. La valeur maximale estimée à partir de *matlab* pour la configuration donnée est de

8,6 degrés. Il faut également tenir compte du fait que la force est répartie entre les deux tiges d'équilibrages.

$$T = \frac{F_{\text{vérin}}}{2 \cos(\alpha)} = \frac{2766N}{2 \cos(8,6)} = 1399N \quad (\text{B.48})$$

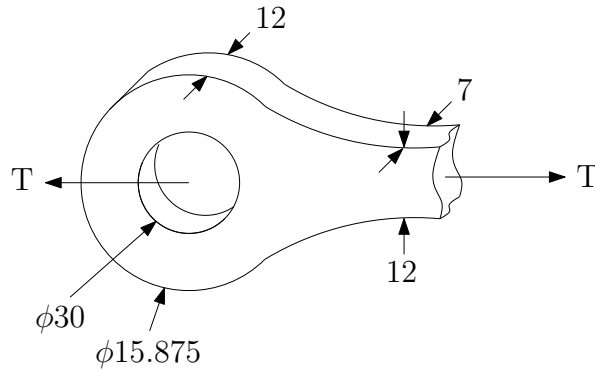


FIGURE B.13 – Schéma de la force en tension de la tige d'équilibrage de l'avant-bras.

$$\sigma = \frac{T}{A} = \frac{1399N}{(12 \times 7)mm^2} = 16,7MPa \quad (\text{B.49})$$

La tige pourrait donc être en aluminium 6061-T6.

### Contrainte dans les extrémités des tiges d'équilibrage

Nous reprenons le même chargement et utilisons le même graphique que précédemment, voir figure B.13.

$$\sigma_{nom} = \frac{1399N}{((30 - 15,875) \times 12)mm^2} = 8,25MPa \quad (\text{B.50})$$

$$\frac{d}{b} = \frac{18,875}{30} = 0,62 \quad (\text{B.51})$$

Facteur de concentration de contrainte (Juvinal et Marshek 2000)  $K_t = 2,4$

$$\sigma = K_t \sigma_{nom} = 19,8MPa \quad (\text{B.52})$$

Encore une fois, la tige pourrait être faite d'aluminium 6061-T6



### Force perpendiculaire au rail engendrée par les tiges d'équilibrages

Une surestimation de la force maximale appliquée au rail peut être faite en supposant que le maximum de la force du vérin et de l'angle surviennent en même temps, ce qui n'est pas très loin de la réalité. En reprenant les valeurs trouvées au calcul précédent, nous obtenons :

$$F_{\text{perpendiculaire}} = 2T \sin(\alpha) \quad (\text{B.53})$$

$$= 2 \times 1399N \times \sin(8,6) \quad (\text{B.54})$$

$$= 418N \quad (\text{B.55})$$

Les roulements linéaires choisis peuvent reprendre 370N chacun, donc 740N à deux.

### Chargement sur les roulements des membrures du parallélogramme.

Les pivots des membrures en  $C$  du parallélogramme de l'avant-bras sont équipés de roulement *SKF 6201N* pouvant supporter jusqu'à 3000N de force radiale.

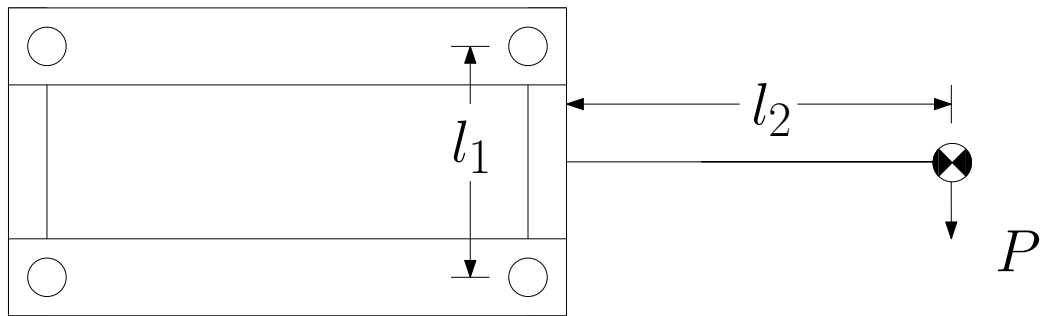


FIGURE B.14 – schéma de chargement de l'avant-bras

$$l_1 = 102mm$$

$$l_2 = 267mm$$

$$P = 18,8kg \times (g + 1) = 203N$$

Calcul du moment appliqué sur la plaque de fixation du poignet :

$$M = Pl_2 = 54,2Nm \quad (\text{B.56})$$

Calcul de la force radiale due au moment pour chaque roulement :

$$F_{r1} = \frac{M}{2l_1 \sin(\theta_{min})} = 532N \quad (\text{B.57})$$

Calcul de la force radiale due au poids :

$$F_{r2} = \frac{P}{4} = 50N \quad (\text{B.58})$$

Calcul de la force résultante appliquée sur chaque roulement :

$$F_r \approx F_{r1} + F_{r2} \quad (\text{B.59})$$

$$= 582N \quad (\text{B.60})$$

Les roulements de l'avant-bras sont donc suffisamment solides.

#### B.4.2 Tableau des chargements sur les différents roulements

	produit	emplacement	chargement	admissible
1	SKF 6201N	pivot des membrures en C	582N	3000N
2	McMaster 1470T13	pivot des tiges d'équilibrages	1399N	4258N
3	KML PNA1532	pivot de la base du vérin	2766N	9800N
4	McMaster 61205K910	roulements linéaires du rail	209N	374N

TABLE B.7 – Chargement maximal calculé pour chaque roulement de l'avant-bras.

#### B.4.3 Analyse par éléments finis

Le résumé des résultats de l'analyse par éléments finis est présenté dans le tableau B.8 et réfère à l'annexe D.

1	Contrainte maximale dans le bloc du guide linéaire.	100MPa
2	Contrainte maximale dans la tige d'équilibrage.	61MPa

TABLE B.8 – Résultats des analyses par éléments finis effectué pour l'avant-bras.

## B.5 Poignet

### B.5.1 Propriétés des courroies et poulies crantées utilisées

Poulies menantes et poulies menées

Courroies

profil	GT2
pas	5mm
diamètre primitif	66,8mm
nombre de dents	42

profil	GT2
pas	5mm
nombre de dents	78
largeur	15mm

La procédure utilisée pour la sélection des poulies et courroies crantées est donnée dans le document *Handbook of Timing Belts and Pulleys* (Stock Drive Products/Sterling Instrument 2002).

### Liste des calculs

1	Calcul de la prétention des courroies crantées	440N
2	Calcul des chargements équivalents des roulements des arbres des pignons du différentiel	pignon : 2459N arbre : 2113N
3	Calcul du chargement sur les roulements du boîtier du différentiel	801N
4	Calcul du chargement sur le roulement de sortie du différentiel	4817N

### Calcul de la prétention dans les courroies

Le calcul de la prétention dans les courroies suit les recommandations du *Handbook of Timing Belts and Pulleys* (Stock Drive Products/Sterling Instrument 2002). Il est à noter que pour de faibles vitesses de déplacement de la courroie, la prétention pourrait être estimée par la moitié de la tension maximale.

$$T_{st} = \frac{1,05DQ}{d} + mS^2 \quad (\text{B.61})$$

$T_{st}$  tension statique

$DQ$  couple de la poulie menante

$d$  diamètre primitif de la poulie menante

$m$  facteur de masse

$S$  vitesse de la courroie

Pour de faibles vitesses de la courroie crantée, le terme  $mS^2$  peut être négligé.

$$T_{st} = \frac{1,05 \times 28Nm}{0,0668m} = 440N \quad (B.62)$$

La préention recommandée pour les courroies crantées est donc de 440N.

### Calcul du chargement sur les roulements des arbres des pignons

Les efforts externes, provenant des charges appliquées à l'effecteur, sont transmis au châssis du poignet via le boîtier du différentiel par l'intermédiaire des roulements du différentiel. Les seuls efforts repris par les roulements des arbres des pignons sont les efforts de réaction des engrenages coniques et la tension de la courroie.

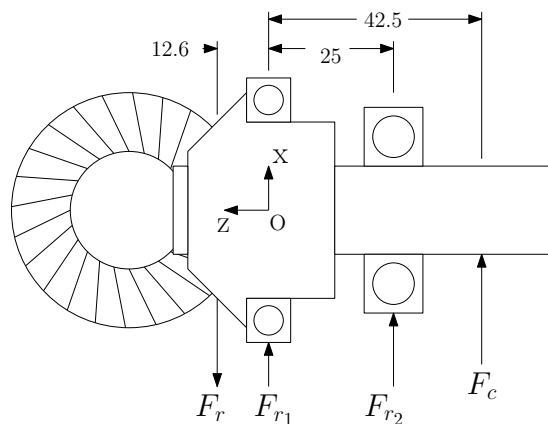


FIGURE B.15 – Schéma des forces sur l'arbre du pignon du poignet.

Les engrenages coniques étant hélicoïdaux, des forces de réaction radiale et axiale s'ajouteront à la force tangentielle nécessaire à la transmission du couple.

Caractéristiques du couple conique :

$\psi$ : angle d'hélice	35
$\phi$ : angle de pression	20
$D$ : diamètre primitif	50mm
$T$ : couple transmis	28Nm

Calcul des forces de réaction des engrenages coniques :

$$W_t = \frac{2T}{D} = \frac{2 \times 28Nm}{50mm} = 1120N \quad (\text{B.63})$$

$$W_a = W_t \tan \psi = 784N \quad (\text{B.64})$$

$$W_r = W_t \frac{\tan \phi}{\tan \psi} = 498N \quad (\text{B.65})$$

$$F_r = \sqrt{W_t^2 + W_r^2} = 1226N \quad (\text{B.66})$$

$$(\text{B.67})$$

La force transmise par la courroie à l'arbre des pignons sera égale à deux fois la tension statique de celle-ci :

$$F_c = 2T_{st} = 880N \quad (\text{B.68})$$

La force de réaction maximale des roulements aura lieu lorsque le poignet sera orienté de manière à ce que  $F_r$ , la force résultante de  $W_t$  et  $W_r$  soit en direction opposée à la force transmise par la courroie.

$$\sum M_o = 0 \quad (\text{B.69})$$

$$\sum M_o = -12,6F_r - 25F_{r_2} - 42,5F_c \quad (\text{B.70})$$

$$F_{r_2} = \frac{-(12,6F_r + 42,5F_c)}{25} = -2113N \quad (\text{B.71})$$

$$\sum F = 0 \quad (\text{B.72})$$

$$\sum F = -F_r + F_{r_1} + F_{r_2} + F_c \quad (\text{B.73})$$

$$F_{r_1} = F_r - F_{r_2} - F_c = 2459N \quad (\text{B.74})$$

$$(\text{B.75})$$

En se fiant au catalogue NSK (2008), le rapport des forces axiales sur les forces radiales,  $\frac{F_a}{F_r} = \frac{W_a}{F_{r_1}} = 0,32$ , est suffisamment faible pour négliger l'effort axial. Le chargement équivalent est donc de 2549N pour un roulement *SKF 61807* de 3200N d'effort admissible, voir tableau B.9.

### Calcul du chargement sur les roulements du boîtier du différentiel

Nous calculerons ici les efforts repris par les roulements du boîtier du différentiel considérant une charge de 30kg appliquée parallèlement à l'axe de rotation du boîtier. Seule la force de gravité est considérée.

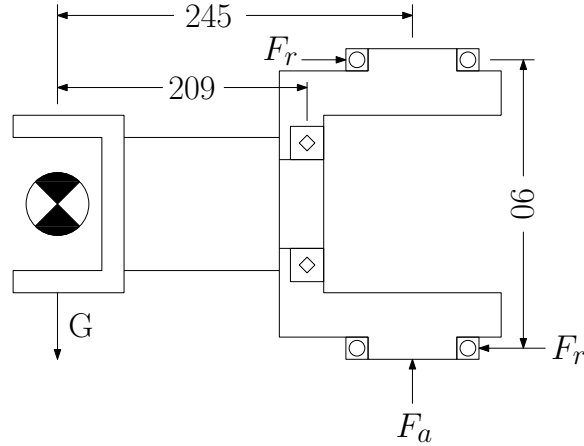


FIGURE B.16 – Schéma des forces appliquées sur le boîtier du différentiel

$$\sum M_o = 0 \quad (\text{B.76})$$

$$\sum M_o = 245mg - 90F_r \quad (\text{B.77})$$

$$F_r = \frac{245mg}{90} = 801N \quad (\text{B.78})$$

$$F_a = mg = 294N \quad (\text{B.79})$$

En se fiant au catalogue NSK (2008), le rapport des forces axiales sur les forces radiales  $\frac{F_a}{F_r} = \frac{294}{801} = 0,36$ , est suffisamment faible pour négliger l'effort axial. L'effort équivalent est donc de 801N pour un roulement *SKF 61809* de 6100N d'effort admissible, voir tableau B.9.

### Calcul du chargement sur le roulement de sortie du différentiel

Nous calculerons ici les efforts repris par le roulement de sortie du différentiel considérant une charge de 30kg appliquée parallèlement à l'axe de rotation du boîtier. De plus, nous considérons le cas où les deux pignons transmettent chacun la force maximale à la roue, soit 1120N.

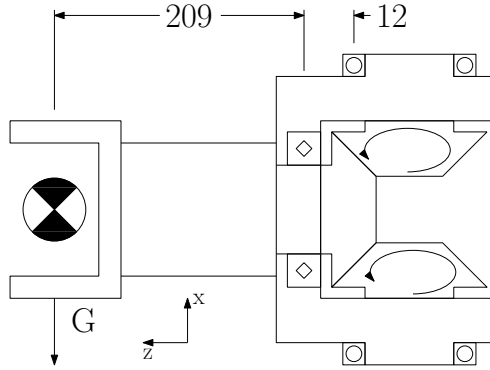


FIGURE B.17 – Schéma des forces appliquées sur le roulement de sortie du différentiel

Calcul du moment appliqué sur le roulement :

$$M_x = 2 \times 1120N \times 0,012m = 26,880Nm \quad (\text{B.80})$$

$$M_y = mg \times 0,209mm = 61,508Nm \quad (\text{B.81})$$

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = 67,125Nm \quad (\text{B.82})$$

Calcul du moment admissible en statique :

$$M_0 = C_0 \frac{dp}{2} \quad (\text{B.83})$$

$$M_0 = 10600N \times \frac{0,0515m}{2} = 273Nm \quad (\text{B.84})$$

On en conclut que le roulement pourra aisément soutenir un moment de 67Nm.

Calcul de la force radiale appliquée sur le roulement :

$$F_x = mg = 294N \quad (\text{B.85})$$

$$F_z = 2 \times 1120N = 2240N \quad (\text{B.86})$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_z^2} = 2260N \quad (\text{B.87})$$

Calcul du chargement statique équivalent :

$$P_0 = Fr + 2MDpw \quad (\text{B.88})$$

$$Dpw = (d + D)/2 \quad (\text{B.89})$$

avec

$d$  , diamètre intérieur=40mm

$D$  , diamètre extérieur=65mm

$$P_0 = 2260N + \frac{2 \times 67125Nmm}{52,5mm} = 4817N \quad (\text{B.90})$$

Le chargement équivalent est de 4,8kN pour une limite de 10,6kN, le roulement est donc suffisamment résistant.

### B.5.2 Tableau des chargements sur les différents roulements

	produit	emplacement	chargement	admissible
1	SKF 61807	pignon du différentiel	2459N	3200N
2	SKF 61904	arbre des pignons	2113N	3650N
3	SKF 61809	boîtier du différentiel	801N	6100N
4	NRXT-4010DD	roue de sortie du différentiel	4817N	10600N

TABLE B.9 – Chargement maximal calculé pour les roulements du poignet.



# Annexe C

## Rapport de tolérancement

Rapport de tolérancement

Produit :	Épaupe	Date :	10/08/2011
		Auteur :	Marc-Antoine Lacasse
Problématique :	Une trop grande précontrainte de l'assemblage diminue la douceur de roulement des roulements à billes.		
Objectif :	Connaître les valeurs min et max du jeu lors de l'assemblage de l'épaupe afin d'estimer la force de précontrainte maximale.		

Composantes	No de pièce	No cote	+ dim	- dim	± tol	squared tol	description
roulement		a1		12,94	0,060	0,0036	
	01_01_02	a2	13,00		0,035	0,0012	+/- 1/2 IT10
	01_01_01	a3	189,60		0,100	0,0100	+/- 1/2 IT10
	01_01_03	a4	13,00		0,035	0,0012	+/- 1/2 IT10
roulement		a5		12,94	0,060	0,0036	
	01_00_02	a6		2,00	0,050	0,0025	+/- 1/2 IT12
	01_00_05	a6		15,50	0,035	0,0012	+/- 1/2 IT10
	02_00_01	a8		155,00	0,080	0,0064	+/- 1/2 IT10
	01_00_04	a9		15,50	0,035	0,0012	+/- 1/2 IT10
	01_00_02	a10		2,00	0,050	0,0025	+/- 1/2 IT12
Total des dimensions			215,60	215,88	0,540	0,0335	
Distance nominale : +dim - -dim =				-0,28			

RSS	0,183030052
-----	-------------

résultats :		nom	[Uo#b1]	min	max
Arithmetics Stack (Worst Case)		-0,28	0,49	-0,77	0,21
Statistical Stack (RSS)		-0,28	0,18	-0,46	-0,10
Adjusted Statistical : (1,5×RSS)		-0,28	0,27	-0,55	-0,01

Notes
-------

Hypothèses
------------



## Annexe D

# Analyses par éléments finis

Contraintes et déplacements de la base de l'épaule dus au chargement du robot.	D.1
Contraintes et déformations au point de pivot des membrures du bras.	D.2
Contraintes et déformations des membrures du bras au niveau du roulement.	D.3
Déformations du bras dues aux efforts de torsion.	D.4
Contraintes et déformations du chariot de l'avant-bras.	D.5
Contraintes et déformations dans les tiges d'équilibrage de l'avant-bras.	D.6

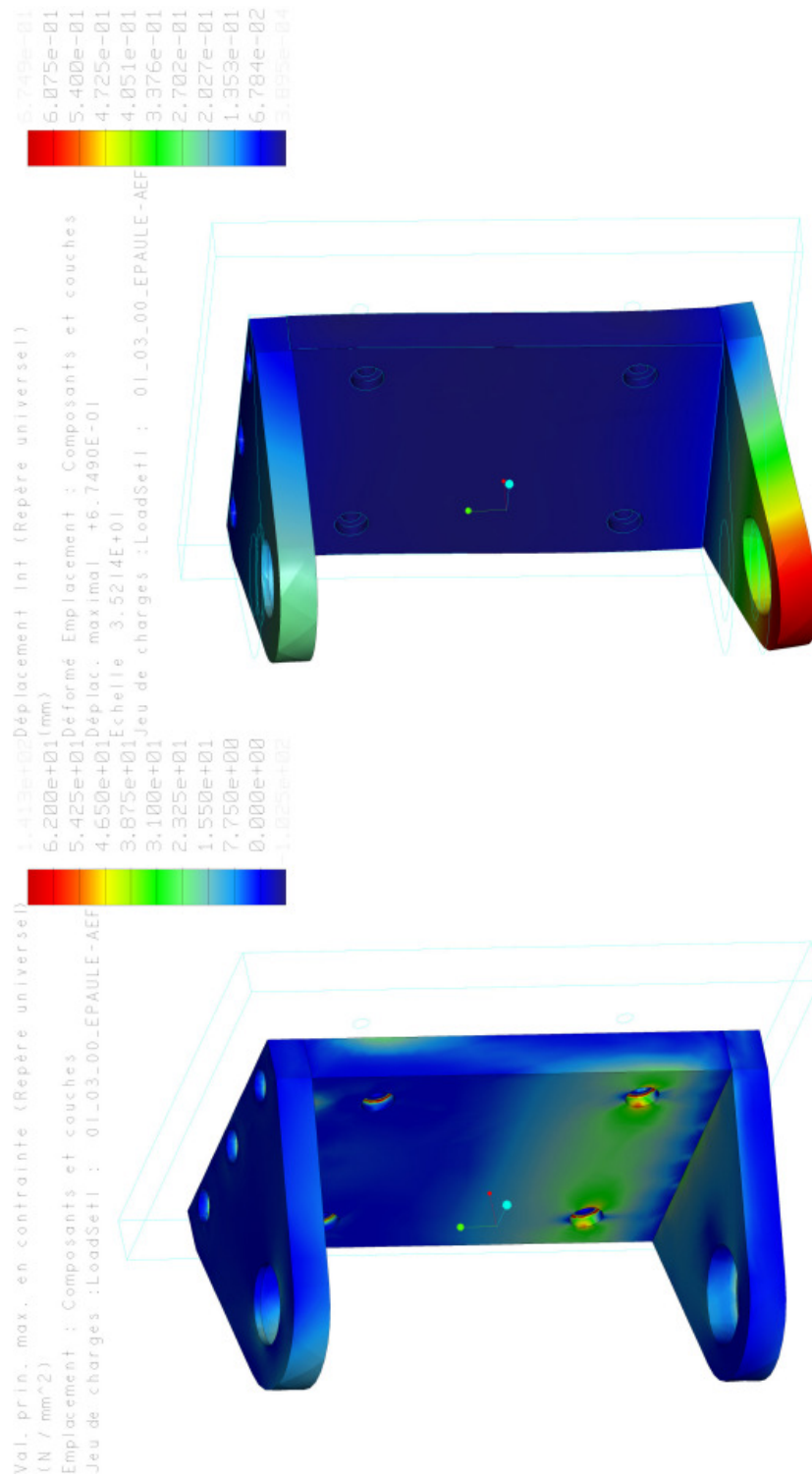


FIGURE D.1 – Contraintes et déplacements de la base de l'épaule dus au chargement du robot. Chargement de 664N axial et 3100N radial.

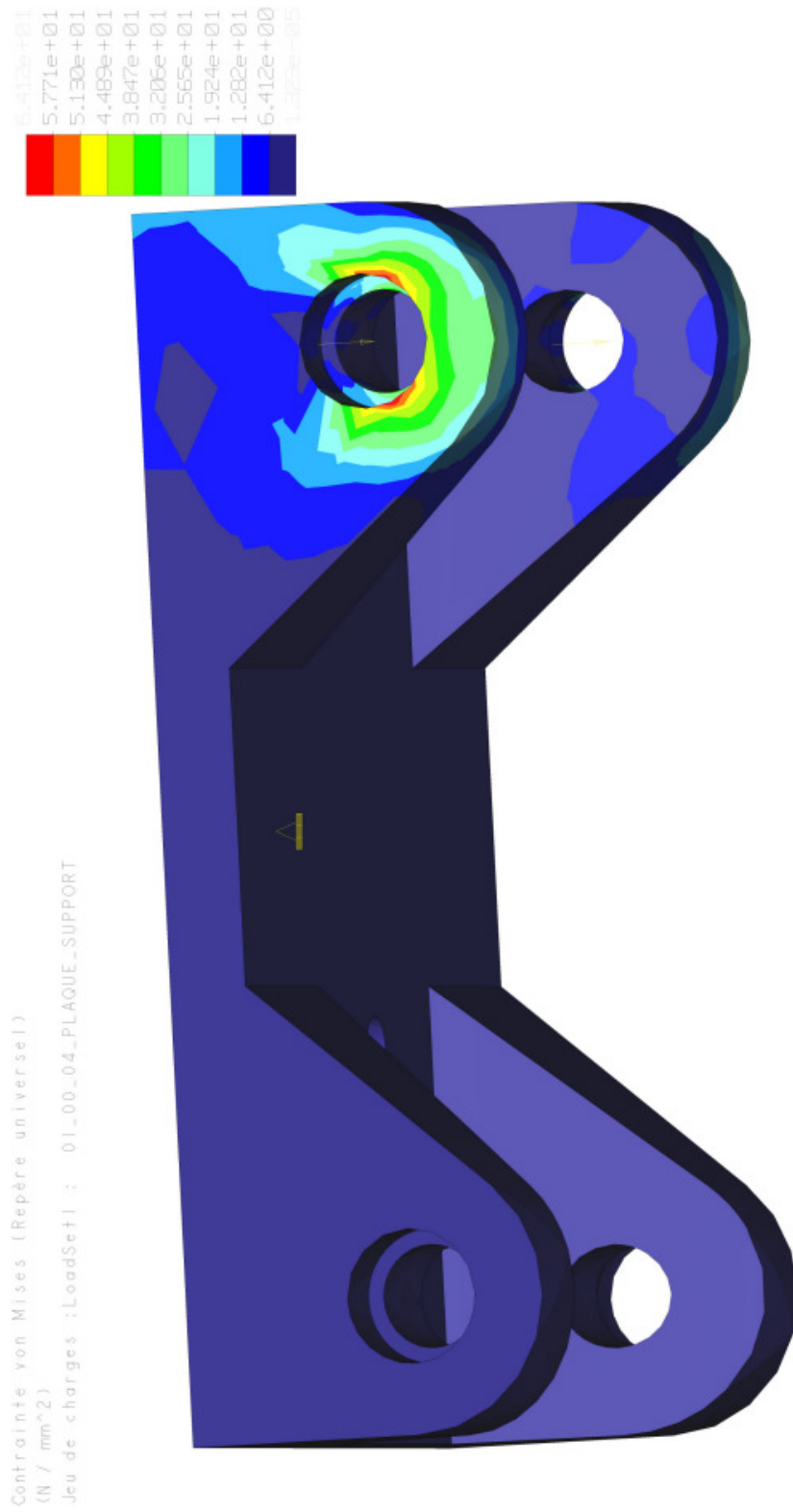


FIGURE D.2 – Contraintes et déformations au point de pivot des membrures du bras. Chargement de 4250N.

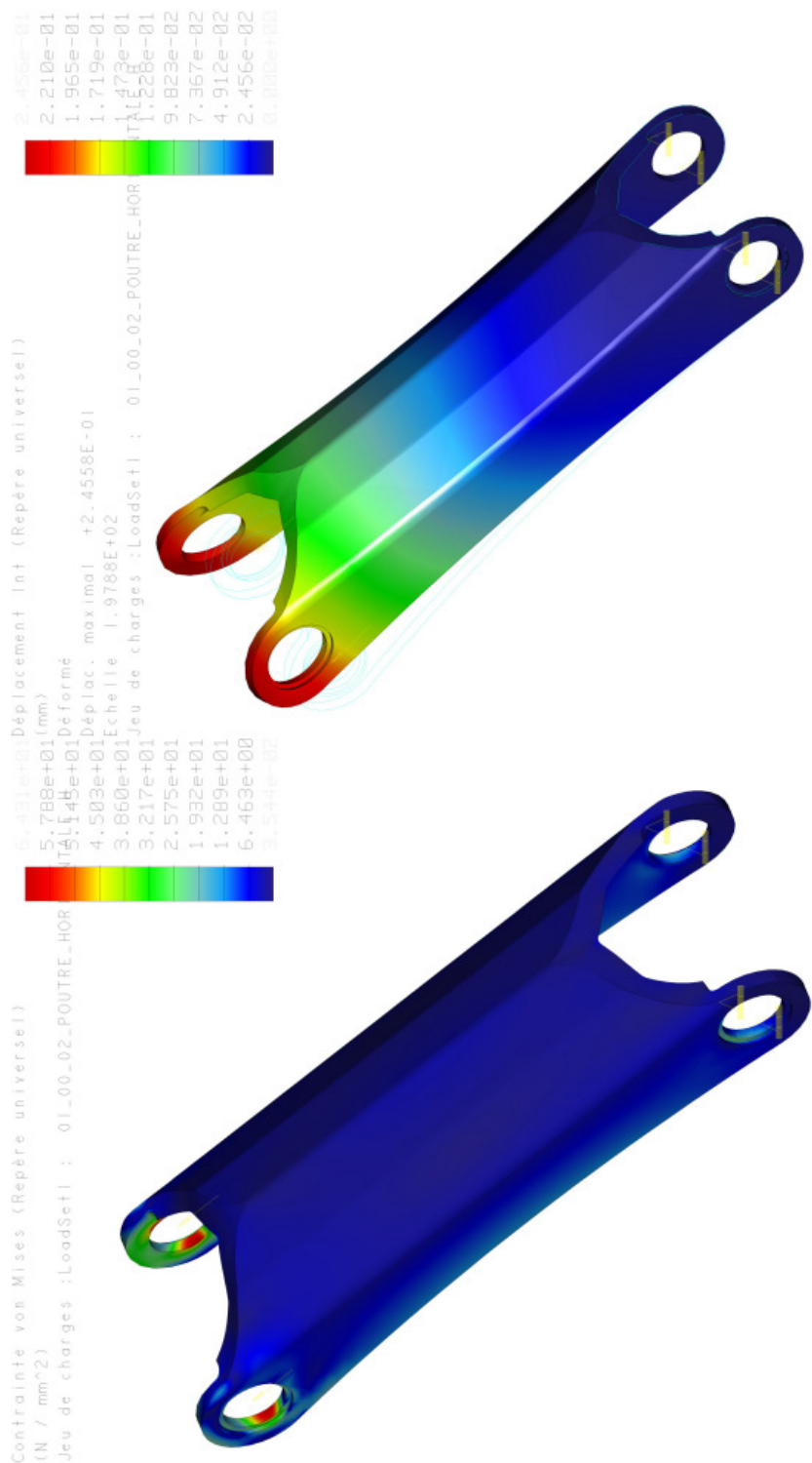


FIGURE D.3 – Contraintes et déformations des membrures du bras au niveau du roulement. Chargement de type roulement de 8500N en tension.

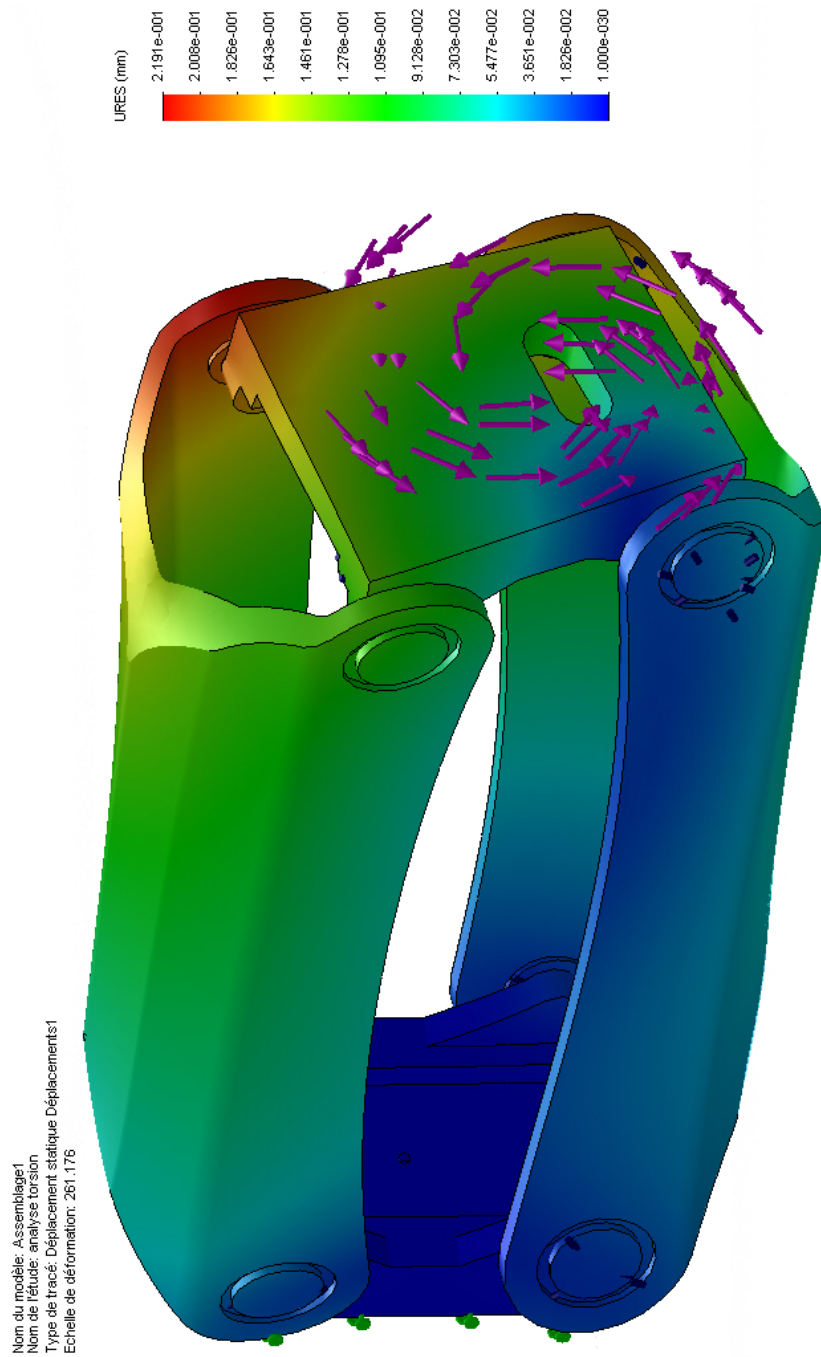


FIGURE D.4 – Déformations du bras dues aux efforts de torsion. Chargement de 260Nm de torsion et 480N de force due à la gravité.

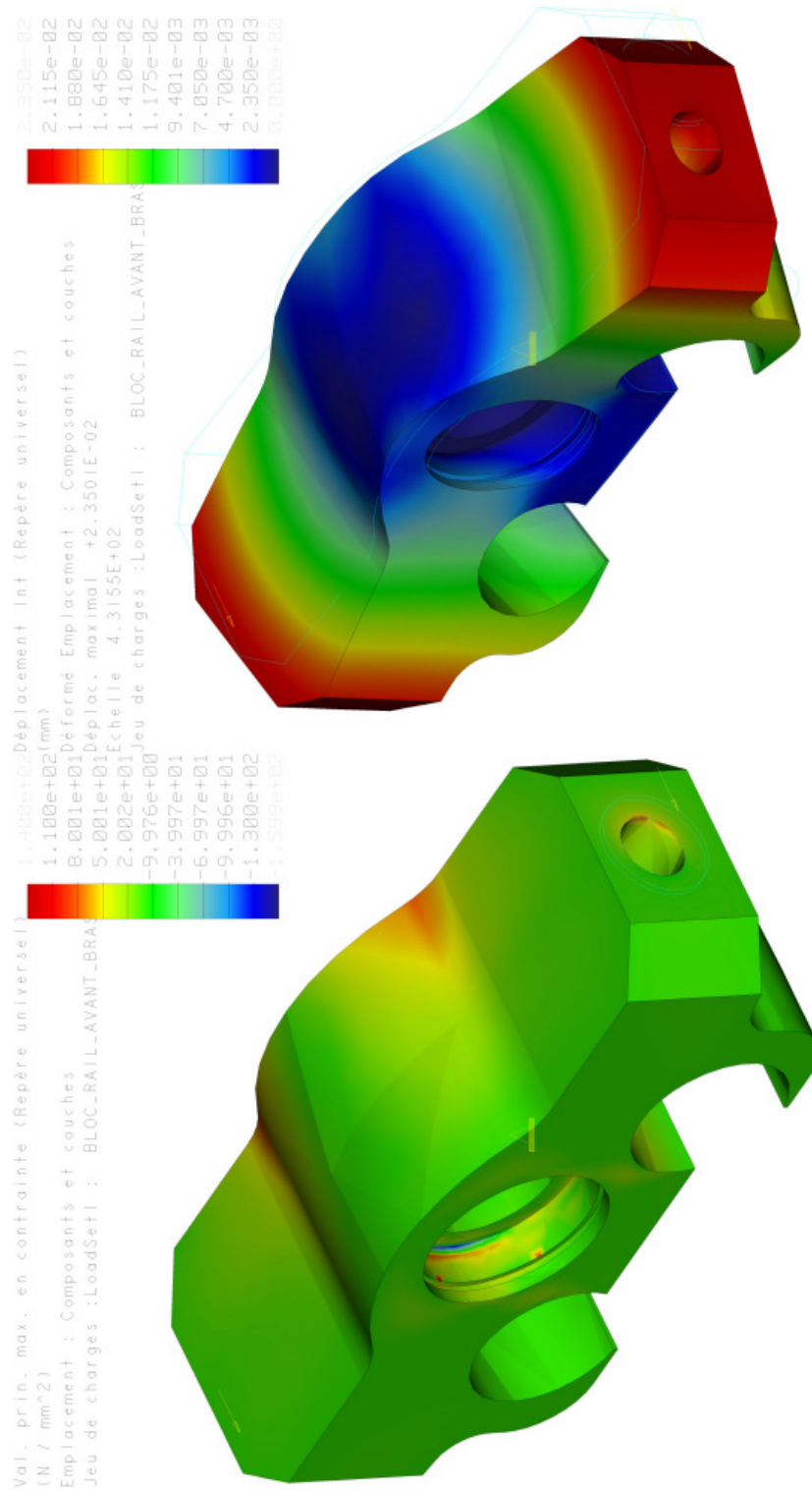


FIGURE D.5 – Contraintes et déformations du chariot de l'avant-bras. Chargement de 3000N à chaque extrémité.



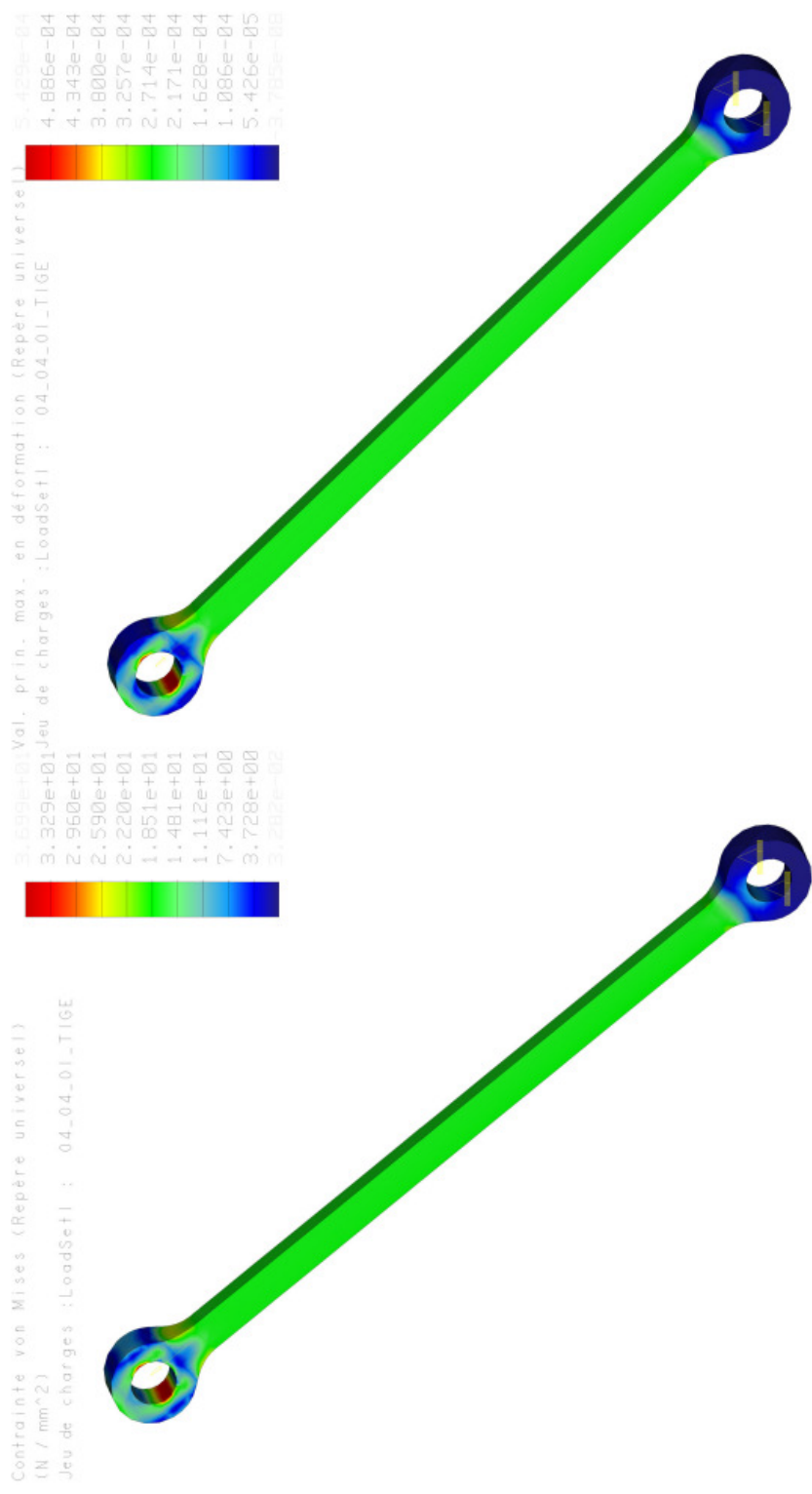


FIGURE D.6 – Contraintes et déformations dans les tiges d’équilibrage de l’avant-bras. Chargement de 1500N en tension.



## Annexe E

# Données techniques du manipulateur.

### E.1 Spécifications techniques

Axes contrôlés		7
Masse totale estimée		52 kg
Charge utile équilibrée		0-10 kg
Rayon		1511mm
Axe	Amplitude (°)	Vitesse (°/s)
1	180	285
2	120	
3	360	570
4	120	
5	360	285
6	145	360
7	$\infty$	360

TABLE E.1 – Spécifications techniques du manipulateur.

### E.2 Paramètres HD

Le vecteur reliant l'origine du repère  $i$  à celle du repère  $i + 1$  est donné par

$$\mathbf{a}_i = \begin{bmatrix} a_i \cos \theta_i \\ a_i \sin \theta_i \\ b_i \end{bmatrix}. \quad (\text{E.1})$$

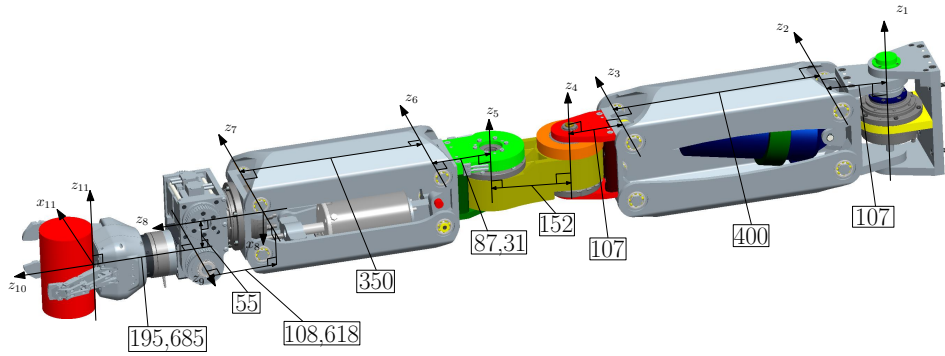


FIGURE E.1 – Schéma des longueurs des membrures

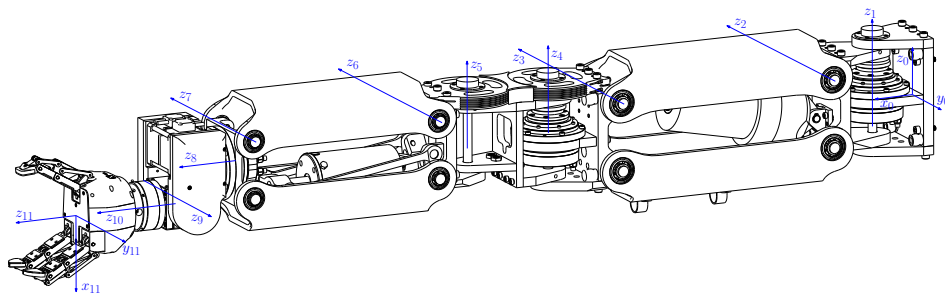


FIGURE E.2 – Schéma des repères du manipulateur.

$i$	$a$	$b$	$\alpha$	$\theta$	$\theta_{min}$	$\theta_{max}$
0	87	0	0	0		
1	107	55	90	$\theta_1$	-85	85
2	400	0	0	$\theta_2$	-55	55
3	107	0	-90	$-\theta_2$		
4	152	0	0	$\theta_3$	-90	90
5	87,31	-4,5	90	$\theta_3$		
6	350	0	0	$\theta_4$	-50	50
7	51	0	-90	$-(\theta_4 + 90)$		
8	55	108,618	-90	$\theta_5$	-360	360
9	0	0	90	$\theta_6$	-45	120
10	0	195,685	0	$\theta_7$	$-\infty$	$\infty$

TABLE E.2 – Paramètres HD en mm et degrés. ( $\theta_2$  peut être fixé à 0 pour obtenir un bras 6 dds).

La matrice de rotation du repère  $i$  (lié au corps  $i - 1$ ) au repère  $i + 1$  (lié au corps  $i$ ) est donnée par

$$\mathbf{Q}_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{bmatrix}. \quad (\text{E.2})$$

Le vecteur position  $\mathbf{p}$  et la matrice d'orientation  $\mathbf{Q}$  de l'organe terminal du manipulateur sont donnés par

$$\mathbf{p} = \sum_1^{10} [a_i]_1 = \mathbf{a}_1 + \mathbf{Q}_1 \mathbf{a}_2 + \mathbf{Q}_1 \mathbf{Q}_2 \mathbf{a}_3 + \dots + \mathbf{Q}_1 \mathbf{Q}_2 \mathbf{Q}_3 \mathbf{Q}_4 \mathbf{Q}_5 \mathbf{Q}_6 \mathbf{Q}_7 \mathbf{Q}_8 \mathbf{Q}_9 \mathbf{a}_{10} \quad (\text{E.3})$$

et

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_1 \mathbf{Q}_2 \mathbf{Q}_3 \mathbf{Q}_4 \mathbf{Q}_5 \mathbf{Q}_6 \mathbf{Q}_7 \mathbf{Q}_8 \mathbf{Q}_9 \mathbf{Q}_{10}. \quad (\text{E.4})$$