

LOUIS-ALEXIS ALLEN DEMERS

**SYNTHÈSE, OPTIMISATION ET PROTOTYPAGE
D'UNE MAIN ROBOTIQUE SOUS-ACTIONNÉE
À CINQ DOIGTS**

Thèse présentée
à la Faculté des études supérieures de l'Université Laval
dans le cadre du programme de doctorat en génie mécanique
pour l'obtention du grade de Philosophiæ Doctor (Ph.D.).

FACULTÉ DES SCIENCES ET DE GÉNIE
UNIVERSITÉ LAVAL
QUÉBEC

2011

Résumé

Cette thèse présente les travaux de recherche doctorale en génie mécanique de Louis-Alexis Allen Demers effectués au Laboratoire de robotique de l'Université Laval sous la supervision du professeur Clément Gosselin. Cette étude comporte la synthèse, l'optimisation et le prototypage d'une main robotique sous-actionnée à cinq doigts. Le principe du sous-actionnement mécanique est utilisé pour développer une main robotique qui a des capacités de préhension similaires à la main humaine, tout en limitant le nombre d'actionneurs requis pour la commander. Cette main a des dimensions semblables à la main humaine de manière à ce qu'elle soit fonctionnelle dans un milieu conçu pour les humains. De plus, une adaptation de la prise de la main est possible, autant en modifiant la force de préhension que la position des doigts et du pouce.

L'analyse statique d'un doigt sous-actionné est d'abord effectuée. Plus particulièrement, les conditions permettant d'atteindre une prise stable pour laquelle toutes les forces de contact sont positives sont obtenues. Ainsi, les valeurs optimales pour les dimensions des poulies sont déterminées en fonction des longueurs des phalanges et des *distributions élémentaires de forces* établies. En utilisant ces deux distributions complémentaires efficacement, l'éjection de l'objet à saisir par un doigt à trois phalanges et deux réseaux de tendons est évitée. Par la suite, le problème général de positionnement d'un axe de rotation permettant d'obtenir des poses initiale et finale imposées est résolu. Cette analyse géométrique permet de concevoir un système de rotation du pouce afin d'obtenir les différentes configurations typiques de la main humaine. Un système d'abduction des doigts soit complètement plan, soit un hybride sphérique-plan est ensuite couplé à ce mécanisme. Ces architectures sont analysées afin de s'assurer d'obtenir les amplitudes d'abduction imposées ainsi que de minimiser l'erreur de coordination entre les métacarpiens. En dernier lieu, les différents mécanismes conçus dans cette thèse sont fabriqués, en plus d'un prototype de poignet et de système de sous-actionnement entre les doigts. Le prototype de main intégrant toutes ces parties est finalement utilisé pour prendre différents types d'objets.

Abstract

This thesis presents the doctoral research in Mechanical Engineering of Louis-Alexis Allen Demers completed at the Laboratoire de robotique of Université Laval under the supervision of Prof. Clément Gosselin. This project covers the synthesis, optimization and prototyping of a five-finger robotic hand. The principles of mechanical underactuation are used to develop a robotic hand that has grasping capabilities similar to that of the human hand, while limiting the number of actuators required to control it. This hand has dimensions similar to those of the human hand in order to be functional in an environment designed for humans. In addition, an adaptation of the hand grip is possible, either by changing the grasping force or by varying the position of the fingers and thumb.

A static analysis of an underactuated finger is first performed. In particular, the conditions for achieving stable grasp in which all contact forces are positive are obtained. Thus, the optimal values for the dimensions of the pulleys as a function of the lengths of the phalanges and the *primary force distributions* established are determined. Using these two complementary distributions effectively, the ejection of the object to be grasped by a finger with three phalanges and two tendon networks is avoided. Then, the general problem of positioning an axis of rotation to obtain initial and final prescribed poses is solved. This geometric analysis allows to design a system of rotation of the thumb in order to obtain the various typical configurations of the human hand. A system of abduction of the fingers, first completely planar, than a hybrid planar-spherical mechanism is then coupled with this mechanism. These architectures are analyzed in order to ensure that they can provide the prescribed abduction amplitudes and that the coordination error between the metacarpals is minimized. Finally, the various mechanisms designed in this thesis are built, in addition to a prototype of a wrist and the mechanism of underactuation between the fingers. The prototype hand integrating all these parts is ultimately used to grasp different types of objects.

Avant-propos

Il est d'usage de commencer une thèse en remerciant les personnes qui y ont contribué, alors merci !

Ceux qui ont connu Clément Gosselin ne seront pas étonnés que ma première marque de reconnaissance lui soit dédiée. Il ne m'a pas seulement proposé ce projet fantastique de concevoir une main robotique, il m'a épaulé durant son développement et m'a appuyé dans la rédaction des articles faisant part de nos découvertes. J'ai dû lui coûter plusieurs stylos rouges ! Je garde en souvenir nos échanges amicaux lorsque je le rencontrais à son bureau : toujours simple, mais au savoir immense seulement dépassé par sa grandeur d'âme. Je quitte donc un directeur de thèse incroyable, mais j'en garde un ami.

D'autres professeurs ont marqué ma vie académique et, pour cette thèse, il y en a trois en particulier qui ont eu un impact significatif. Il s'agit de Roger Boudreau, Philippe Cardou et Yves St-Amant. Ils ont non seulement accepté d'examiner ma thèse, mais par leurs commentaires judicieux, ils ont contribué à la rendre meilleure. Je sais qu'évaluer des articles et des thèses n'est pas toujours facile, mais j'ai vraiment eu l'impression qu'ils s'investissaient dans leur fonction, les rendant d'autant plus inspirants.

Une autre collaboratrice doit être citée pour sa forte contribution à cette thèse : ma femme, Valérie. Elle a minutieusement relu toutes mes phrases, soupesé tous les mots, évalué toutes les virgules. Tout ça parce que je lui ai demandé. Malgré cet apport inestimable, c'est bien entendu pour une autre collaboration que je lui suis reconnaissant. C'est d'être là, dans ma vie. Merci pour tout chérie.

D'une façon indirecte, ma famille a également influencé ce travail. Mes parents, Johane et Clermont, m'ont toujours soutenu dans mon développement. Ils m'ont appris à poser des questions, à être curieux, à comprendre le fonctionnement des choses. C'est ainsi grâce à leur enseignement que j'ai pu accomplir toutes ces années d'études. Mes soeurs, Catherine, Maria et Fannie, et mon frère, Nicolas, ont aussi contribué à cet épanouissement. Les divers soupers familiaux ont été des sources importantes d'énergie dans lesquelles j'ai puisé abondamment.

Finalement, plusieurs autres personnes ont été d'une grande importance lors de ces années de doctorat. D'abord mes collègues du laboratoire de robotique ; j'ai vraiment passé de merveilleuses années en votre compagnie. J'aurais aimé tous vous nommer ici, alors je demande à Boris, Simon et Thierry de prendre les remerciements en votre nom. Ma fin de doctorat n'a pas été accentuée par le stress de la recherche d'emploi puisque je savais que j'aurais le plaisir de travailler chez Robotiq à développer encore des mains robotiques. Je tiens donc à remercier Jean-Philippe, Samuel et Vincent pour la confiance qu'ils m'ont accordée. Naturellement, mes amis ont été d'une grande importance pour mon équilibre mental et je finis donc par les remercier chaleureusement.

Table des matières

Résumé	ii
Abstract	iii
Avant-propos	iv
Table des matières	vi
Liste des tableaux	ix
Liste des figures	x
Liste des symboles	xiii
1 Introduction	1
1.1 Contexte général et problématique	1
1.2 Revue de littérature	5
1.2.1 Mains robotiques	5
1.2.2 Mains sous-actionnées	6
1.3 Nomenclature des mains	7
1.4 Méthodologie	9
1.5 Contributions	10
2 Analyse statique d'un doigt sous-actionné	11
2.1 Motivation	12
2.2 Modèle statique	13
2.2.1 Puissance produite aux phalanges	15
2.2.2 Puissance virtuelle introduite dans le doigt	18
2.2.3 Réécriture de l'équation de la puissance virtuelle	21
2.3 Doigt à deux phalanges	22
2.3.1 Un réseau de tendons	22
2.3.2 Deux réseaux de tendons	25
2.4 Doigt à trois phalanges	28

2.4.1	Un réseau de tendons	28
2.4.2	Deux réseaux de tendons	34
2.5	Discussion	43
3	Analyse cinématique de la rotation du pouce	45
3.1	Motivation	46
3.2	Problème général de la pose d'un axe de rotation	47
3.2.1	Changement de repère	48
3.2.2	Résolution du problème d'orientation	50
3.2.3	Résolution du problème de positionnement	51
3.3	Problème spécifique de la rotation du pouce	53
3.4	Transmission du tendon fléchisseur	56
3.5	Discussion	61
4	Analyse géométrique de l'abduction des doigts	63
4.1	Motivation	64
4.2	Mouvements des métacarpiens prescrits	65
4.2.1	Mouvement d'abduction plane	65
4.2.2	Mouvement d'abduction spatiale	66
4.3	Architecture des couplages proposés	69
4.3.1	Mécanismes de retardement de l'abduction des doigts	69
4.3.2	Transmission de l'abduction entre les métacarpiens	70
4.4	Étude du mécanisme d'abduction plane	72
4.4.1	Liaison entre l'index et l'annulaire	72
4.4.2	Liaison entre l'annulaire et l'auriculaire	81
4.5	Étude du mécanisme d'abduction spatiale	88
4.5.1	Analyse des articulations carpométacarpiennes	88
4.5.2	Analyse de la liaison entre l'index et l'annulaire	94
4.5.3	Analyse de la liaison entre l'annulaire et l'auriculaire	97
4.5.4	Optimisation du système d'abduction spatiale	99
4.6	Discussion	106
5	Conception et fabrication d'un prototype de main robotique	108
5.1	Motivation	109
5.2	Prototypes des différentes parties de la main	109
5.2.1	Prototypes des doigts	109
5.2.2	Prototype du pouce et du système d'abduction hybride	112
5.2.3	Prototype du poignet	113
5.2.4	Prototype du système de sous-actionnement entre les doigts	114
5.3	Prototype complet de la main – NAMUH	115
5.4	Discussion	120

6 Conclusion	121
Bibliographie	124
A Étude de la prise d'un cylindre par un doigt sous-actionné	132

Liste des tableaux

2.1	Données utilisées pour tracer la figure 2.6 et la figure 2.7.	26
2.2	Données utilisées pour tracer les figures 2.9 à 2.13.	30
2.3	Données utilisées pour tracer la figure 2.15.	37
2.4	Paramètres d'une prise typique.	38
4.1	Amplitudes du mouvement d'abduction des doigts longs.	65
4.2	Données utilisées pour tracer les figures 4.16 à 4.20.	84
4.3	Résultats numériques obtenus en minimisant le critère ζ_m	100

Liste des figures

1.1	Mains robotiques pour des applications prothétiques et industrielles.	2
1.2	Exemples de robots humanoïdes ayant des pinces comme préhenseurs.	3
1.3	Mains à un seul actionneur fabriquées au Laboratoire de robotique.	3
1.4	Exemples de mains sous-actionnées.	6
1.5	Nomenclature des articulations et des os de la main.	8
2.1	Doigt robotique à n phalanges et m systèmes d'actionnement.	13
2.2	Doigt à n phalanges et m réseaux de tendons.	20
2.3	Doigt à deux phalanges et un réseau de tendons.	22
2.4	Limites de stabilité selon σ en fonction de k_2/l_1 et de θ_2	24
2.5	Doigt à deux phalanges et deux réseaux de tendons.	26
2.6	Bases vectorielles obtenues selon le cas décrit au tableau 2.1.	27
2.7	Couples \mathcal{T}_{a1} et \mathcal{T}_{a2} nécessaires pour obtenir f_1 et f_2	28
2.8	Doigt à trois phalanges et un réseau de tendons.	29
2.9	Limites de stabilité selon σ_2 en fonction de θ_2 et de θ_3	31
2.10	Limites de stabilité selon σ_1 en fonction de θ_2 et de θ_3 avec $\sigma_2 = 0,5$	31
2.11	Limites de stabilité pour différents σ_1 et σ_2 en fonction de θ_2 et de θ_3	32
2.12	Limites de stabilité si $\sigma_1 = 0,3$ et $\sigma_2 = 0,5$ en fonction de θ_2 et de θ_3	33
2.13	Limites de stabilité si $\sigma_1 = 0,2$ et $\sigma_2 = 0,3$ en fonction de θ_2 et de θ_3	34
2.14	Doigt à trois phalanges et deux réseaux de tendons.	35
2.15	Bases vectorielles obtenues pour différents θ_2 et θ_3	37
2.16	Limites de stabilité du 1 ^{er} réseau en fonction de k_3/l_2 et k_2/l_2	39
2.17	Limites de stabilité du 1 ^{er} réseau en fonction de k_3/l_2 , k_2/l_2 , θ_2 et θ_3	40
2.18	Limites de stabilité avec 2 réseaux en fonction de k_3/l_2 , θ_2 , θ_3 et σ_{12}	42
2.19	Volume V et maximum M_V des limites de stabilité avec 2 réseaux.	43
3.1	Prises typiques effectuées par la main humaine.	46
3.2	Poses initiale et finale d'un vecteur unitaire avec son axe de rotation.	47
3.3	Changement de repère du problème général.	48
3.4	Poses de l'articulation métacarpophalangienne du pouce.	53
3.5	Trajectoire de l'articulation métacarpophalangienne du pouce.	55
3.6	Schéma de la transmission du tendon fléchisseur dans le métacarpien.	56
3.7	Modèle de la transmission du tendon fléchisseur du pouce.	57

3.8	Poses des poulies dans le métacarpien du pouce.	59
3.9	Trajectoire des poulies du métacarpien du pouce.	60
3.10	Modèle du métacarpien du pouce entraîné par une vis sans fin.	62
4.1	Schéma du mouvement d'abduction plane des métacarpiens.	66
4.2	Modèle de l'abduction spatiale des doigts.	67
4.3	Mécanismes de retardement avec un actionnement linéaire.	69
4.4	Mécanismes de retardement avec un actionnement rotatif.	70
4.5	Mécanismes de transmission de l'abduction entre les métacarpiens.	71
4.6	Mécanisme plan à quatre barres liant l'index et l'annulaire.	73
4.7	Mécanisme liant l'index et l'annulaire dans la position (α_0, β_0)	75
4.8	Courbes de niveau de l'erreur e_β selon l'angle médian α_1 si $d_c/d_a = 5$	76
4.9	Erreur e_β moyenne et maximale en fonction de l'angle médian α_1	77
4.10	Courbes de niveau de l'erreur e_β maximale selon α_1 et d_c/d_a	77
4.11	Mécanisme liant l'index et l'annulaire dans la position (α_1, β_1)	78
4.12	Erreur e_β moyenne et maximale en fonction de d_c/d_a	79
4.13	Erreur e_β en fonction de l'angle d'entrée α si $d_c/d_a = 5$	80
4.14	Angle de sortie β en fonction de l'angle d'entrée α si $d_c/d_a = 5$	80
4.15	Mécanisme plan à quatre barres liant l'annulaire et l'auriculaire.	81
4.16	Longueurs d_e et d_h en fonction de l'angle médian γ_1	83
4.17	Courbes de niveau de l'erreur e_γ en fonction de l'angle médian γ_1	85
4.18	Erreur e_γ moyenne et maximale en fonction de l'angle médian γ_1	86
4.19	Erreur e_γ en fonction de l'angle d'entrée β	87
4.20	Angle de sortie γ en fonction de l'angle d'entrée β	87
4.21	Représentation du système d'abduction plane proposé.	88
4.22	Transformation du repère pour l'étude de l'annulaire.	90
4.23	Mécanisme sphérique à quatre barres liant l'index et l'annulaire.	95
4.24	Mécanisme liant l'index et l'annulaire dans la position (α_1, β_1)	96
4.25	Pose des axes des métacarpiens de l'annulaire et de l'auriculaire.	100
4.26	Erreur e_β moyenne et maximale en fonction de d_γ/d_α	101
4.27	Angle de sortie β en fonction de l'angle d'entrée α si $d_\gamma/d_\alpha = 5$	102
4.28	Erreur e_β en fonction de l'angle d'entrée α si $d_\gamma/d_\alpha = 5$	102
4.29	Longueur d_e en fonction de l'angle médian β'_1	103
4.30	Erreur e_γ maximale en fonction de l'angle médian β'_1	104
4.31	Angle de sortie γ en fonction de l'angle d'entrée β'	105
4.32	Erreur e_γ en fonction de l'angle d'entrée β'	105
4.33	Représentation du système d'abduction spatiale proposé.	106
5.1	Prise d'un verre par un doigt à 3 phalanges et 2 réseaux de poulies.	111
5.2	Prise d'une sphère par un doigt à 3 phalanges et 2 réseaux de poulies.	111
5.3	Modèle du pouce avec le système d'abduction hybride.	112

5.4	Modèle du système d'abduction hybride et du pouce en opposition.	113
5.5	Modèle du poignet.	114
5.6	Modèle du système de sous-actionnement entre les doigts pour un réseau. . .	114
5.7	Modèle de l'intérieur de la main NAMUH.	116
5.8	Prise de pincée latérale accomplie par NAMUH.	117
5.9	Prise de force avec opposition pouce-index accomplie par NAMUH.	117
5.10	Prise de précision avec opposition pouce-index accomplie par NAMUH. . . .	118
5.11	Prise de précision avec opposition pouce-majeur accomplie par NAMUH. . .	118
5.12	Prise sphérique accomplie par NAMUH.	119
5.13	Prise de force accomplie par NAMUH.	119
A.1	Prise d'un cylindre par un doigt à trois phalanges.	133
A.2	Bases vectorielles des forces de contact selon ϱ et k_1/l_1	134
A.3	Vue dans l'espace de la base vectorielle des forces de contact produisibles. . .	135
A.4	Vue dans le plan de la base vectorielle des forces de contact produisibles. . .	135
A.5	Angles entre les frontières et les deux vecteurs de la base vectorielle.	136
A.6	Base vectorielle des forces de contact si $\varrho/l_1 = 1,5$	137
A.7	Bases vectorielles des forces de contact selon k_1/l_1	137

Liste des symboles

Nomenclature générale

$\mathbf{0}_{a \times b}$	Matrice nulle de dimension $a \times b$	20
\mathbf{I}_a	Matrice identité de dimension a	20
$\hat{\mathbf{v}}$	Vecteur exprimé en coordonnées homogènes	48
${}^m\mathbf{v}$	Vecteur exprimé dans le repère modifié	48
${}^o\mathbf{v}$	Vecteur exprimé dans le repère original	48
A_ϑ	Coefficient d'une équation du type $A_\vartheta \cos \vartheta + B_\vartheta \sin \vartheta = C_\vartheta$	73
B_ϑ	Coefficient d'une équation du type $A_\vartheta \cos \vartheta + B_\vartheta \sin \vartheta = C_\vartheta$	73
C_ϑ	Coefficient d'une équation du type $A_\vartheta \cos \vartheta + B_\vartheta \sin \vartheta = C_\vartheta$	73
\mathbb{N}	Ensemble des entiers naturels	13
\mathbb{R}	Ensemble des nombres réels	36
\mathbb{Z}	Ensemble des entiers relatifs	74
c_ϑ	Forme abrégée de cosinus ϑ	50
s_ϑ	Forme abrégée de sinus ϑ	50
w	Quatrième coordonnée d'un repère homogènes	48
x	Première coordonnée d'un repère général	48
y	Deuxième coordonnée d'un repère général	48
z	Troisième coordonnée d'un repère général	48

Matrices

$\boldsymbol{\eta}$	Matrice des coefficients reliant \mathbf{f} à $\boldsymbol{\tau}$	16
$\boldsymbol{\mu}$	Matrice des coefficients reliant \mathbf{f} à \mathbf{f}_t	16
\mathbf{A}	Transformation d'un vecteur par une rotation \mathbf{R} et une translation t	50
\mathbf{E}	Matrice représentant le produit vectoriel dans le plan	16
\mathbf{J}	Matrice jacobienne des points de contact	17
\mathbf{J}_1	Partie de la matrice \mathbf{J} associée aux forces normales	17

J_2	Partie de la matrice J associée aux forces tangentielles	17
J_3	Partie de la matrice J associée aux couples de contact	17
Q	Matrice de rotation depuis le repère original vers celui modifié	49
Q_g	Matrice de rotation du repère original vers celui modifié pour le doigt g	90
R	Matrice de rotation d'un angle ϑ autour de l'axe s pour passer de v_A à v_B	50
T_j	Matrice de transmission du système d'actionnement j	19
T_{mo}	Transformation depuis le repère modifié vers celui original	49
T_{om}	Transformation depuis le repère original vers celui modifié	49

Vecteurs

ζ_i	Torseur des forces et des moments se produisant à la phalange i	14
$\dot{\theta}$	Vitesses articulaires	17
ξ_i	Visseur du point d'application du torseur ζ_i	15
$\xi_i^{O_k}$	Visseur de l'articulation O_k par rapport au point de contact i	15
ρ_{ki}	Vecteur reliant l'articulation O_k au point de contact i	16
τ	Couples aux contacts des phalanges	16
ω_{aj}	Vitesses angulaires associées aux couples produits par le réseau j	14
a_j	Forces de contact produites pour un couple unitaire à l'actionneur j	26
e_1	Direction du tendon entre la poulie 1 et la poulie 2 du métacarpien du pouce	56
e_2	Direction du tendon entre la poulie 3 et la poulie 2 du métacarpien du pouce	57
e_{φ_2}	Direction de p_A vers p_3	58
e_A	Direction de l'axe O_{2-4} dans le mécanisme sphérique	95
e_B	Direction de l'axe O_{4-2} dans le mécanisme sphérique	95
e_C	Direction de l'axe $O_{0,4}$ dans le mécanisme sphérique	95
e_M	Direction de l'axe médian du mécanisme sphérique	96
e_O	Direction de l'axe $O_{0,2}$ dans le mécanisme sphérique	95
f	Forces de contact normales aux phalanges	16
f_j	Forces de contact produites par le système d'actionnement j	21
f_{ri}	Force résultante s'appliquant sur la phalange i	14
f_t	Forces de contact tangentielles aux phalanges	16
p_0	Point de rencontre des axes longitudinaux des doigts écartés	65
p_1	Point où le tendon quitte la poulie 1 du métacarpien du pouce	56

p_{21}	Point où le tendon rejoint la poulie 2 du métacarpien du pouce	56
p_{22}	Position de la poulie 2 du métacarpien du pouce	56
p_{23}	Point où le tendon quitte la poulie 2 du métacarpien du pouce	56
p_3	Point où le tendon rejoint la poulie 3 du métacarpien du pouce	56
p_A	Position initiale du vecteur à pivoter	47
p_{Ag}	Position initiale de l'articulation métacarpophalangienne du doigt g , $O_{1,g}$. . .	66
p_B	Position finale du vecteur à pivoter	47
p_{Bg}	Position finale de l'articulation métacarpophalangienne du doigt g , $O_{1,g}$. . .	66
p_s	Position de l'axe de rotation s	47
p'_s	Point quelconque sur l'axe s	51
p_{sg}	Position de l'articulation carpométacarpienne du doigt g , $O_{0,g}$	67
t_j	Couples produits par le système d'actionnement j	14
v_2	Orientation de la poulie 2 du métacarpien du pouce	56
v_A	Orientation initiale du vecteur à pivoter	47
v_{Ag}	Orientation initiale de l'articulation métacarpophalangienne du doigt g , $O_{1,g}$.	66
v_B	Orientation finale du vecteur à pivoter	47
v_{Bg}	Orientation finale de l'articulation métacarpophalangienne du doigt g , $O_{1,g}$. .	66
v_s	Vecteur unitaire donnant l'orientation de l'axe de rotation s	47
$v_{s'}$	Vecteur perpendiculaire à v_s faisant parti du plan xy	56
$v_{s''}$	Vecteur perpendiculaire à v_s ainsi qu'à $v_{s'}$	56
v_{sg}	Orientation de l'articulation carpométacarpienne du doigt g , $O_{0,g}$	67
x	Vecteur unitaire suivant l'axe x	49
\mathbf{x}	Vecteur unitaire parallèle à \mathbf{a}_1	135
\mathbf{x}_i^*	Torseur unitaire parallèle à l'axe \mathbf{x}_i	16
\mathbf{x}_i	Vecteur unitaire parallèle à la phalange i dont l'origine est sur l'axe O_i	13
\mathbf{x}'	Vecteur unitaire suivant l'axe x'	49
\mathbf{y}	Vecteur unitaire suivant l'axe y	49
\mathbf{y}	Vecteur unitaire perpendiculaire à \mathbf{x} compris dans le plan de \mathbf{a}_1 et \mathbf{a}_2	135
\mathbf{y}_i^*	Torseur unitaire parallèle à l'axe \mathbf{y}_i	16
\mathbf{y}_i	Vecteur unitaire normal à la phalange i dont l'origine est sur l'axe O_i	13
\mathbf{y}'	Vecteur unitaire suivant l'axe y'	49

z	Vecteur unitaire suivant l'axe z	49
z_i^*	Torseur unitaire parallèle à l'axe z_i	16
z_i	Vecteur unitaire coaxial à l'axe O_i	13
z'	Vecteur unitaire suivant l'axe z'	49

Variables scalaires

α	Position angulaire du métacarpien de l'index	72
Δ_α	Amplitude du mouvement d'abduction de l'index	72
$\partial\alpha$	Déplacement angulaire infinitésimal du métacarpien de l'index	72
$\dot{\alpha}$	Mouvement de rotation du métacarpien de l'index	112
α_0	Position angulaire initiale du métacarpien de l'index	74
α_1	Position angulaire médiane du métacarpien de l'index	74
α_{1g}	Position angulaire médiane de l'index (α_1) qui minimise l'erreur e_β	76
α_2	Position angulaire finale du métacarpien de l'index	74
β	Position angulaire du métacarpien de l'annulaire	72
Δ_β	Amplitude du mouvement d'abduction de l'annulaire	72
$\partial\beta$	Déplacement angulaire infinitésimal du métacarpien de l'annulaire	72
β'	Position angulaire du métacarpien de l'annulaire selon x'	98
$\dot{\beta}$	Mouvement de rotation du métacarpien de l'annulaire	112
β_0	Position angulaire initiale du métacarpien de l'annulaire	74
β_1	Position angulaire médiane du métacarpien de l'annulaire	74
β_2	Position angulaire finale du métacarpien de l'annulaire	74
γ	Position angulaire du métacarpien de l'auriculaire	81
Δ_γ	Amplitude du mouvement d'abduction de l'auriculaire	82
$\dot{\gamma}$	Mouvement de rotation du métacarpien de l'auriculaire	112
γ_0	Position angulaire initiale du métacarpien de l'auriculaire	82
γ_1	Position angulaire médiane du métacarpien de l'auriculaire	82
γ_{1g}	Position angulaire médiane de l'auriculaire (γ_1) qui minimise l'erreur e_γ	84
γ_2	Position angulaire finale du métacarpien de l'auriculaire	82
η_i	Coefficient reliant f_i à η_i	16
θ_i	Angle que fait la phalange i par rapport à la phalange $(i - 1)$	13
ϑ	Angle de rotation autour de l'axe s pour passer de v_A à v_B	47

$\dot{\theta}_{a_j}$	Vitesse angulaire de l'actionneur j	14
$\dot{\theta}_{a_{ij}}$	Vitesse angulaire du système d'actionnement j à l'articulation O_i	18
$\Delta\theta_{i,j}$	Déplacement angulaire du ressort de l'articulation O_i associé au réseau j	14
$\dot{\theta}_i$	Vitesse angulaire de l'articulation O_i	14
$\dot{\vartheta}_T$	Mouvement de rotation du métacarpien du pouce	62
$\dot{\vartheta}_W$	Mouvement de rotation de la vis sans fin entraînant le métacarpien du pouce	62
$\dot{\theta}_x$	Mouvement de rotation du premier axe du poignet	113
$\dot{\theta}_z$	Mouvement de rotation du deuxième axe du poignet	113
κ	Variable réelle	36
κ_4	Variable réelle	97
κ_5	Variable réelle	97
κ_d	Constante pour un mécanisme à quatre barres donné	82
κ_s	Variable réelle	51
κ_z	Entier relatif	74
λ	Variable réelle	98
μ_i	Coefficient reliant f_i à f_{ti}	16
$\mu_{i,s}$	Coefficient de friction statique	16
ν	Angle entre l'axe s et le plan $x'y'$ (plan xy pour le problème spécifique)	51
ρ	Distance du cylindre utilisé dans l'annexe A par rapport à la base du doigt	132
ϱ	Rayon effectif du cylindre utilisé dans l'annexe A	132
ς_m	Critère de minimisation de la longueur des métacarpiens	100
$\sigma'_{2,2}$	Condition pour $\sigma_{2,2}$ donnant le sens de l'inégalité associée à k_{3lim}	41
σ_{ij}	Rapport de transmission du système d'actionnement j au niveau i	18
τ_i	Couple résultant s'appliquant sur la phalange i	14
τ_p	Couple de flexion du pouce	57
ϕ	Angle entre le plan des positions finales des axes $O_{1,g}$ et le plan de la paume	66
φ_1	Position angulaire de p_1 par rapport au plan xy dans la configuration initiale	57
φ_2	Position angulaire de p_3 par rapport au plan xy dans la configuration initiale	57
ψ	Angle d'abduction maximale entre chacun des doigts	65
Ψ_0	Angle entre deux frontières de stabilité	135
$\Psi_{ia'_j}$	Angle entre une frontière de stabilité ($f_i = 0$) et a'_j	135

ω_i	Vitesse angulaire du point d'application du torseur ζ_i	15
G	Fonction constante pour toutes paires (β, γ) d'un mécanisme à quatre barres .	82
\mathcal{K}_{ij}	Raideur du ressort du système d'actionnement j placé à l'articulation O_i . . .	14
M_V	Valeur maximale de la zone d'instabilité	42
$O_{0,g}$	Axe de l'articulation carpométacarpienne du doigt g	65
$O_{1,g}$	Axe de l'articulation métacarpophalangienne du doigt g	65
O_i	Axe de l'articulation rotoïde à la base de la phalange i	13
\mathcal{P}_i	Puissance virtuelle produite à la phalange i	15
\mathcal{P}_j	Puissance virtuelle introduite par le système d'actionnement j	14
T_a	Force d'un actionneur dirigeant un des réseaux de tendon des doigts	114
\mathcal{T}_{aj}	Couple créé par l'actionneur j	14
T_g	Tension dans le tendon d'un des réseaux du doigt g	114
\mathcal{T}_{ij}	Couple créé par le système d'actionnement j à la base de la phalange i	14
T_p	Tension dans le tendon fléchisseur du pouce	57
V	Volume de la zone d'instabilité	42
X_{ij}	Rapport de transmission du couple de l'actionneur j à la phalange i	19
d_{12}	Distance entre le point p_1 et le point p_{21} du métacarpien du pouce	56
d_{23}	Distance entre le point p_{23} et le point p_3 du métacarpien du pouce	56
d_α	Angle entre l'axe $O_{0,2}$ et l'axe O_{2-4} pour le mécanisme sphérique	95
d_β	Angle entre l'axe $O_{0,4}$ et l'axe O_{4-2} pour le mécanisme sphérique	95
d_γ	Angle entre l'axe $O_{0,2}$ et l'axe $O_{0,4}$ pour le mécanisme sphérique	95
d_η	Angle entre l'axe O_{2-4} et l'axe O_{4-2} pour le mécanisme sphérique	95
d_a	Distance linéaire entre l'axe $O_{0,2}$ et l'axe O_{2-4} pour le mécanisme plan	72
d_b	Distance linéaire entre l'axe $O_{0,4}$ et l'axe O_{4-2} pour le mécanisme plan	72
d_c	Distance linéaire entre l'axe $O_{0,2}$ et l'axe $O_{0,4}$ pour le mécanisme plan	72
d_d	Distance linéaire entre l'axe O_{2-4} et l'axe O_{4-2} pour le mécanisme plan	72
d_e	Distance linéaire entre l'axe $O_{0,5}$ et l'axe O_{5-4} pour le mécanisme plan	81
d_f	Distance selon x entre l'axe $O_{0,4}$ et l'axe $O_{0,5}$ pour le mécanisme plan	81
d_g	Distance selon y entre l'axe $O_{0,4}$ et l'axe $O_{0,5}$ pour le mécanisme plan	81
d_h	Distance linéaire entre l'axe O_{4-5} et l'axe O_{5-4} pour le mécanisme plan	81
d_m	Distance entre les centres des doigts adjacents	65

d_{s1}	Distance entre le point p_s et la poulie 1 du métacarpien du pouce	56
d_x	Coordonnée selon x de p_A dans le problème de la rotation du pouce	53
d_y	Coordonnée selon y de p_A dans le problème de la rotation du pouce	53
d_{yzg}	Distance selon y et z entre le point p_{Ag} et le point p_{Bg}	90
d_z	Coordonnée selon z de p_B dans le problème de la rotation du pouce	53
e_β	Erreur de coordination entre l'orientation de l'annulaire et de l'index	75
e_γ	Erreur de coordination entre l'orientation de l'auriculaire et de l'annulaire	84
f_i	Composante de la force résultante f_{ri} selon y_i	14
f_{t_i}	Composante de la force résultante f_{ri} selon x_i	14
g	Indice du doigt	66
h	Coordonnée selon z de p_{B5} , soit la position verticale finale de l'axe $O_{1,5}$	68
i	Indice de la phalange	14
j	Indice du système d'actionnement	13
k	Indice d'une articulation précédant la phalange i	15
k_{3tim}	Position du point de contact sur la phalange distale à la limite de stabilité	41
k_a	Variable utilisée dans le calcul de la rotation nécessaire à l'axe s	52
k_{ag}	Variable utilisée dans le calcul de la rotation nécessaire à l'axe $O_{0,g}$	91
k_b	Variable utilisée dans le calcul de la rotation nécessaire à l'axe s	52
k_{bg}	Variable utilisée dans le calcul de la rotation nécessaire à l'axe $O_{0,g}$	91
k_c	Variable utilisée dans le calcul de la rotation nécessaire à l'axe s	52
k_{cg}	Variable utilisée dans le calcul de la rotation nécessaire à l'axe $O_{0,g}$	91
k_{dg}	Variable utilisée dans le calcul de la rotation nécessaire à l'axe $O_{0,g}$	91
k_i	Distance du point d'application de la force de contact sur la phalange i	14
l_i	Longueur de la phalange i	13
m	Nombre de systèmes d'actionnement	13
n	Nombre de phalanges	13
p	Indice de sommation	18
p_{sx}	Composante de ${}^m\hat{p}_s$ suivant l'axe x'	49
p_{sy}	Composante de ${}^m\hat{p}_s$ suivant l'axe y'	49
p_{sz}	Composante de ${}^m\hat{p}_s$ suivant l'axe z'	49
p_x	Composante de ${}^m\hat{p}_B$ suivant l'axe x'	49

p_y	Composante de ${}^m\hat{\mathbf{p}}_B$ suivant l'axe y'	49
q	Indice de sommation	18
r_1	Rayon de la poulie 1 du métacarpien du pouce	57
r_2	Rayon de la poulie 2 du métacarpien du pouce	57
r_{2ij}	Rayon de la poulie du réseau j mise au bout de la phalange i , sur l'axe O_{i+1} .	19
r_{2i-1j}	Rayon de la poulie du réseau j mise à la base de la phalange i , sur l'axe O_i . .	19
r_3	Rayon de la poulie 3 du métacarpien du pouce	57
r_c	Rayon du cercle de tangence des axes $O_{1,g}$ en positions finales	65
Γ_{ij}	Composante ij de la matrice de rotation \mathbf{R}	50
s	Axe de rotation	47
s_{0x}	Composante de $\hat{\mathbf{p}}_s$ suivant l'axe x dans le problème de la rotation du pouce .	54
s_{0y}	Composante de $\hat{\mathbf{p}}_s$ suivant l'axe y dans le problème de la rotation du pouce . .	54
s_{0z}	Composante de $\hat{\mathbf{p}}_s$ suivant l'axe z dans le problème de la rotation du pouce . .	54
s_x	Composante de $\hat{\mathbf{v}}_s$ suivant l'axe x dans le problème de la rotation du pouce .	54
s_y	Composante de $\hat{\mathbf{v}}_s$ suivant l'axe y dans le problème de la rotation du pouce .	54
s_z	Composante de $\hat{\mathbf{v}}_s$ suivant l'axe z dans le problème de la rotation du pouce . .	54
t	Translation selon l'axe s de concert à une rotation d'un angle ϑ	50
v_{sx}	Composante de ${}^m\hat{\mathbf{v}}_s$ suivant l'axe x'	49
v_{sy}	Composante de ${}^m\hat{\mathbf{v}}_s$ suivant l'axe y'	49
v_{sz}	Composante de ${}^m\hat{\mathbf{v}}_s$ suivant l'axe z'	49
v_x	Composante de ${}^m\hat{\mathbf{v}}_B$ suivant l'axe x'	49
v_y	Composante de ${}^m\hat{\mathbf{v}}_B$ suivant l'axe y'	49
v_z	Composante de ${}^m\hat{\mathbf{v}}_B$ suivant l'axe z'	49
\dot{x}_i	Composante selon \mathbf{x}_i de la vitesse du point d'application du torseur ζ_i	15
x'	Première coordonnée du repère modifié	48
\dot{y}_i	Composante selon \mathbf{y}_i de la vitesse du point d'application du torseur ζ_i	15
y'	Deuxième coordonnée du repère modifié	48
y_3	Coordonnée selon y de $O_{1,3}$	68
y_4	Coordonnée selon y de \mathbf{p}_{A2} et de \mathbf{p}_{A4} , soit de $O_{1,2}$ et $O_{1,4}$ en position initiale .	68
y_5	Coordonnée selon y de \mathbf{p}_{A5} , soit de $O_{1,5}$ en position initiale	68
z'	Troisième coordonnée du repère modifié	48

Chapitre 1

Introduction

*Écouter et choisir entre les avis, voilà le premier pas de la connaissance ;
voir et réfléchir sur ce qu'on a vu, voilà le second pas de la connaissance.*

Confucius

1.1 Contexte général et problématique

Depuis Čapek et Asimov, l'idée d'abord jugée saugrenue qu'une machine anthropomorphique puisse penser par elle-même et interagir avec des êtres humains est peu à peu devenue envisageable. Jusqu'à maintenant, cependant, la recherche sur les robots humanoïdes s'est principalement concentrée sur la locomotion (marche, course, assis) (Hirai *et al.*, 1998; Kanehiro *et al.*, 2003). Le domaine des mains robotiques est, en effet, plutôt associé aux applications prothétiques (Tomovic et Boni, 1962; Iberall *et al.*, 1993; de Visser et Herder, 2000; Zollo *et al.*, 2007) ou à la robotique industrielle (Jacobsen *et al.*, 1986; Lin et Huang, 1996; Lovchik et Diftler, 1999; Butterfass *et al.*, 2001). Les prototypes développés sont alors simplifiés à l'extrême dans le premier cas ou plutôt lourds et complexes dans le second, comme l'illustre la figure 1.1.



Figure 1.1: Mains robotiques pour des applications prothétiques (a) et industrielles (b).

Un robot humanoïde pour les applications domestiques nécessite quant à lui un préhenseur assez simple à commander, mais offrant préférablement un plus large éventail de prises que ne le permettent les prothèses. Pourtant, la plupart des chercheurs considèrent que l'utilisation d'une main anthropomorphique requerrait trop d'actionneurs en observant celles développées pour le domaine industriel. En effet, certaines mains robotiques ont jusqu'à quarante actionneurs, telle la main de Shadow Robot Company (2003) présentée à la figure 1.1(b), ce qui explique le grand nombre de robots humanoïdes étant simplement pourvus de pinces, par exemple le robot P2 de Honda (Hirai *et al.*, 1998), le robot HRP-2 de Kawada Industries (Kaneke *et al.*, 2004) et le robot PR2 de Willow Garage (2009) montrés à la figure 1.2.

L'utilisation du sous-actionnement peut toutefois grandement diminuer le nombre d'actionneurs nécessaires en permettant quand même une préhension et des capacités de manipulation excellentes. Au cours de la dernière décennie, plusieurs chercheurs ont travaillé activement dans le domaine des mains robotiques sous-actionnées dont entre autres l'équipe du Laboratoire de robotique de l'Université Laval. Des prototypes ont d'ailleurs été construits de manière à illustrer le concept de préhension sous-actionnée. Parmi ceux-ci, deux prototypes de mains à cinq doigts ont été construits à l'Université Laval en utilisant une technique de prototypage rapide (Gosselin *et al.*, 2008), comme le montre la figure 1.3. En visant les applications prothétiques, l'approche prise lors du design de ces prototypes était de limiter le nombre d'actionneurs à un seul. Bien que ces prototypes comportent quinze degrés de liberté (trois par doigts), une très bonne capacité de préhension a été obtenue avec un seul actionneur grâce à une utilisation intelligente du sous-actionnement. Pour les robots humanoïdes et les applications robotiques en général, cependant, un peu plus d'actionneurs peuvent être utilisés, permettant ainsi un plus grand nombre de types de prises et une meilleure adaptabilité de la main à l'objet saisi et à la tâche demandée. L'élaboration d'un tel type de main sous-actionnée possédant des proportions équivalentes à la main humaine serait donc bienvenue dans le domaine des robots anthropomorphiques ou même pour la robotique en général.

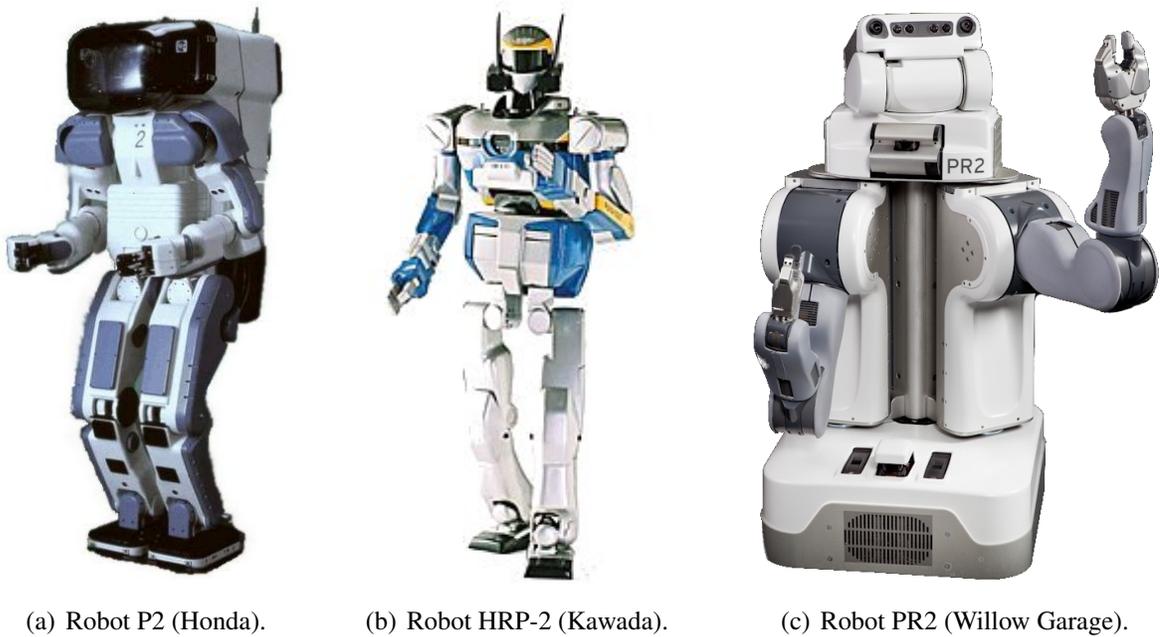


Figure 1.2: Exemples de robots humanoïdes ayant des pinces comme préhenseurs.

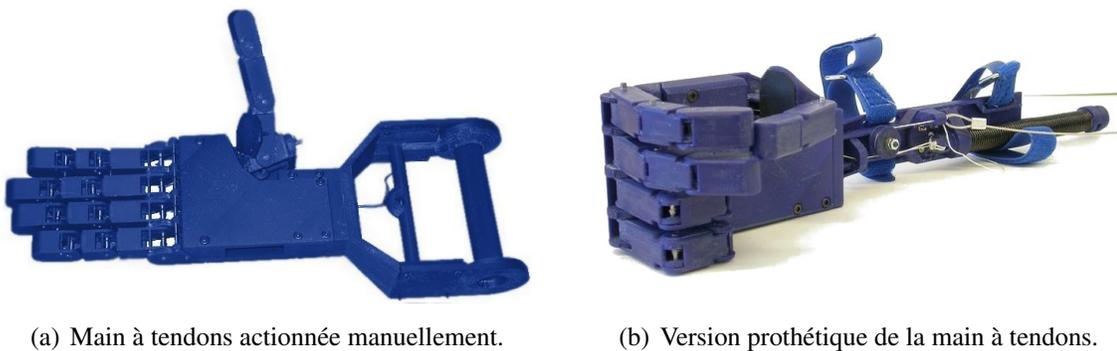


Figure 1.3: Mains requérant un seul actionneur fabriquées au Laboratoire de robotique.

En effet, les robots humanoïdes sont appelés à prendre une place de plus en plus importante dans les tâches domestiques ordinairement dédiées aux humains. Il est donc nécessaire qu'ils possèdent des organes de taille semblable de manière à pouvoir utiliser les mêmes outils que ces derniers, bref à être fonctionnels dans un milieu conçu pour les humains. De plus, cette similarité pourrait faciliter l'acceptation de ces robots par le public. Leurs mains doivent donc, en première prémisses, être **physiquement comparables** à celles d'un humain adulte standard. L'utilisation d'un modèle prothétique est cependant à éviter, puisqu'il n'est souvent apte à réaliser qu'un seul type de prise.

Le sous-actionnement permet évidemment d'adapter la forme de la main à l'objet lors de sa fermeture. Il faut toutefois utiliser différents modèles afin de modifier la distribution des forces ainsi que la position des doigts par rapport à la paume. Par conséquent, la deuxième prémisses pour l'élaboration d'une main sous-actionnée pour un robot humanoïde est qu'elle doit posséder un certain degré d'**adaptation de sa prise** en fonction de l'objet à saisir et de la tâche à effectuer.

Pour ce faire, il n'est pas nécessaire de commander individuellement les différents degrés de liberté de la main. En effet, les études de Santello et Soechting (2000) et de Mason *et al.* (2001) suggèrent qu'il existe quelques modèles de base (synergies) qui conviennent à la commande brute de la main auxquels une commande plus fine peut être superposée. Reilly et Schieber (2003) ont également observé cette division incomplète de la commande de fermeture des doigts. Il est intéressant d'utiliser ce concept pour modéliser les forces de contact afin d'obtenir des *distributions élémentaires de forces*. D'ailleurs, Brown et Asada (2007) ont utilisé les résultats de Santello *et al.* (1998) touchant à la synergie de la cinématique des doigts pour obtenir deux *eigenpostures* (postures élémentaires) qu'ils ont utilisées pour concevoir une main robotique n'ayant que deux consignes d'entrée. Quant à eux, Ciocarlie *et al.* (2007) ont obtenus des *eigengrasps* (prises élémentaires) pour différentes architectures de mains. De manière similaire, nous pouvons, à partir des *distributions élémentaires de forces*, mettre au point un mécanisme d'actionnement de la main qui diminue le nombre de consignes nécessaires pour la commander.

1.2 Revue de littérature

Tel que décrit dans l'élaboration de la problématique et l'exposition du contexte de ce projet, la recherche sur les mains robotiques a souvent des visées prothétiques ou industrielles. Après tout, ce n'est qu'au milieu des années 1980 que des prototypes de mains robotiques anthropomorphiques à plusieurs degrés de liberté ont commencé à être conçus (Jacobsen *et al.*, 1986). Ceux-ci étaient alors bien trop dispendieux pour envisager de les utiliser ailleurs qu'en recherche. Bien entendu, différents modèles de prothèses étaient depuis longtemps offerts, mais leurs capacités limitées ont déjà été exposées. La recherche sur les robots domestiques est donc très jeune, ce qui n'empêche pas d'y appliquer la théorie établie lors des travaux sur les mains robotiques en général et sur les mains sous-actionnées en particulier.

1.2.1 Mains robotiques

Avant le développement de la main Utah/M.I.T. (Jacobsen *et al.*, 1986), Okada (1979, 1982) puis Salisbury et Craig (1982) ont proposé des architectures d'effecteurs possédant chacune trois doigts, mais dont la paume ne participait pas à la prise. Celles-ci étaient actionnées par des moteurs électriques usant de tendons comme moyen de transmission entre les moteurs et les doigts. La main Utah/M.I.T., quant à elle, était actionnée pneumatiquement, mais utilisait encore des tendons pour transmettre le mouvement.

Par la suite, Bekey *et al.* (1990) proposèrent la main Belgrade/USC qui, en plus d'utiliser des membrures comme moyen de transmission entre les moteurs électriques et les doigts, innovait en utilisant moins d'actionneurs que le nombre total de degrés de liberté de la main (Iberall *et al.*, 1993). Toutefois, plutôt que d'utiliser un principe de sous-actionnement lors de son élaboration, les auteurs préférèrent contraindre les différentes liaisons de chaque doigt afin que ceux-ci se referment selon une trajectoire semblable à celle suivie par un doigt humain. Cette recherche du contrôle absolu de chaque variable empêche donc la main de se refermer adéquatement autour de l'objet saisi. Parallèlement, Barrett Technology présenta la main Barrett qui utilisait également seulement quatre degrés de liberté commandés, mais qui, cette fois, était sous-actionnée (Ulrich et Kumar, 1988). La dernière version de cette main est d'ailleurs présentée dans la figure 1.4(a).

Plusieurs autres exemples de mains robotiques pourraient aussi être cités, tels la main NTU (Lin et Huang, 1996), la main du Robonaut (Lovchik et Diftler, 1999), la prothèse avec liaisons roulantes de Herder (de Visser et Herder, 2000; Herder et de Visser, 2000), la main du DLR (Butterfass *et al.*, 2001), la main devant recopier le plus parfaitement possible la main

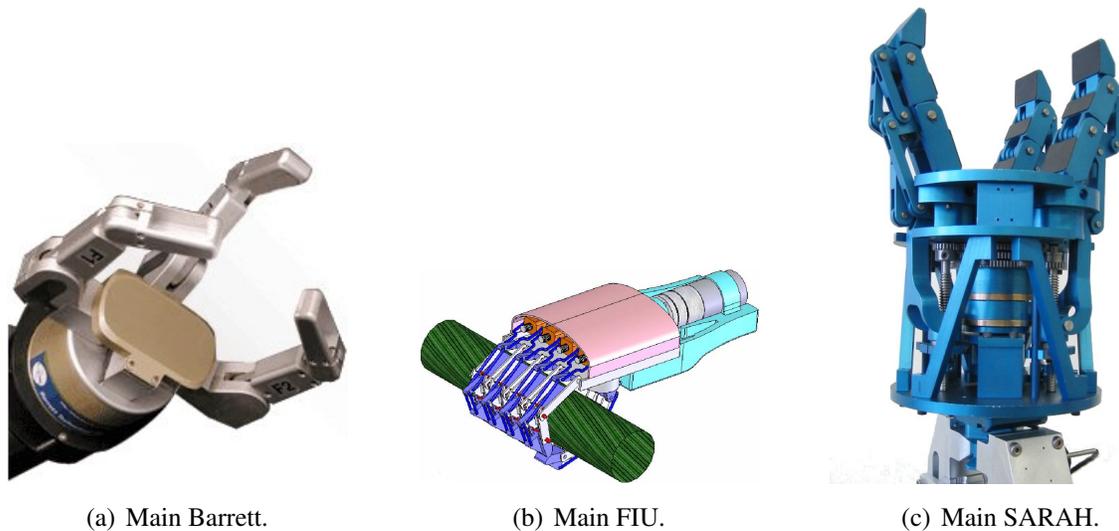


Figure 1.4: Exemples de mains sous-actionnées.

humaine ou «main ACT» (Weghe *et al.*, 2004), la main à trois doigts métamorphique (Dai *et al.*, 2007), la main Shadow (Shadow Robot Company, 2003) ou la main RTR (Zollo *et al.*, 2007). Il est utile de noter que bien d'autres informations sur les projets traitant de mains robotiques peuvent être trouvées dans la thèse de Birglen (2004) et dans le rapport de Biagiotti *et al.* (2004) décrivant l'état de la technologie.

1.2.2 Mains sous-actionnées

Il existe par contre beaucoup moins de travaux de recherche traitant de sous-actionnement, encore moins concernant les mains. Tel que mentionné, la main Barrett (Ulrich et Kumar, 1988) utilise ce principe, de même que la prothèse de l'Université de Delft (de Visser et Herder, 2000; Herder et de Visser, 2000; Kragten *et al.*, 2009) et les préhenseurs de Shimomijima *et al.* (1987) et de Bartholet (1992). Le «soft gripper» de Hirose et Umetani (1978) doit également être cité, puisque plusieurs mains à tendons sont basées sur son principe (Massa *et al.*, 2002; Takaki et Omata, 2009). Une autre main à visée prothétique, la main FIU (Nasser *et al.*, 2006), est inspirée de la main SARAH (Gosselin *et al.*, 1999) développée à l'Université Laval, mais comporte cinq doigts. Ces deux mains sont présentées à la figure 1.4(b) et (c). Une analyse de la stabilité d'une prise d'un doigt sous-actionné à deux phalanges a aussi été effectuée à l'Université Montpellier 2 (Rizk *et al.*, 2007). Quant à eux, Dollar et Howe (2006) ont fabriqué une main en plastique déformable. L'usage d'articulations compliantes offre en effet des perspectives intéressantes pour certaines applications, notamment médicales, tel que proposé par Doria et Birglen (2009).

Sinon, plusieurs travaux réalisés sur ce sujet le furent au Laboratoire de robotique de l'Université Laval (Laliberté *et al.*, 2002; Birglen *et al.*, 2008). La main MARS, réalisée en 1996, visait le domaine industriel, mais utilise toutefois du sous-actionnement pour limiter son nombre d'actionneurs à six. Sa version améliorée, la main SARAH (Gosselin *et al.*, 1999), n'utilise maintenant que deux actionneurs en permettant un sous-actionnement entre les doigts.

Du côté des préhenseurs anthropomorphiques, Routhier (1996) a analysé en 1996 un mécanisme à cinq barres pour la conception d'une prothèse de la main. Plus tard, Sie (2002) a modélisé cinématiquement un préhenseur sous-actionné à l'aide de visseurs réciproques, puis a utilisé AdamsTM pour l'étudier dynamiquement. Ensuite, Birglen (2004) a présenté sa thèse où il développe entre autres le modèle statique d'un doigt sous-actionné et l'espace de stabilité de sa prise. Finalement, la conception de préhenseurs sous-actionnés avec des articulations déformables fut exécutée par Boudreault (2006).

1.3 Nomenclature des mains

Avant de poursuivre la synthèse et l'optimisation d'une main robotique anthropomorphique, il est nécessaire d'établir la nomenclature utilisée lors de cette étude. Puisque le résultat souhaité est une main comparable à la main humaine, les articulations et les membrures utilisées sont identifiées par le nom de leur homologue. Ainsi, en se référant à la figure 1.5, il est possible d'observer que les doigts sont composés de trois os, les phalanges proximale, médiane et distale, à l'exception du pouce qui n'en compte que deux, les phalanges proximale et distale.

Bien entendu, il est reconnu que la main humaine compte normalement cinq doigts : le pouce, l'index, le majeur, l'annulaire et l'auriculaire. Le pouce, grâce à sa grande mobilité, permet d'établir une grande variété de prises. Par sa morphologie particulière, il est souvent traité différemment des doigts longs. Ainsi le qualificatif *long* peut parfois être omis afin d'alléger le texte et le mot *doigts* peut être employé seul pour désigner les quatre doigts longs, indifféremment. À chacun des doigts est associé un métacarpien et l'ensemble osseux des cinq métacarpiens constitue le squelette de la paume, le métacarpe.

Enfin, l'ensemble des huit os courts formant le squelette du poignet est dénommé carpe. Désigner chacun de ces os n'est pas nécessaire pour les besoins de cette étude, étant donné que le poignet de la main robotique ne sera pas basé sur cette architecture trop complexe à fabriquer ainsi qu'à commander.

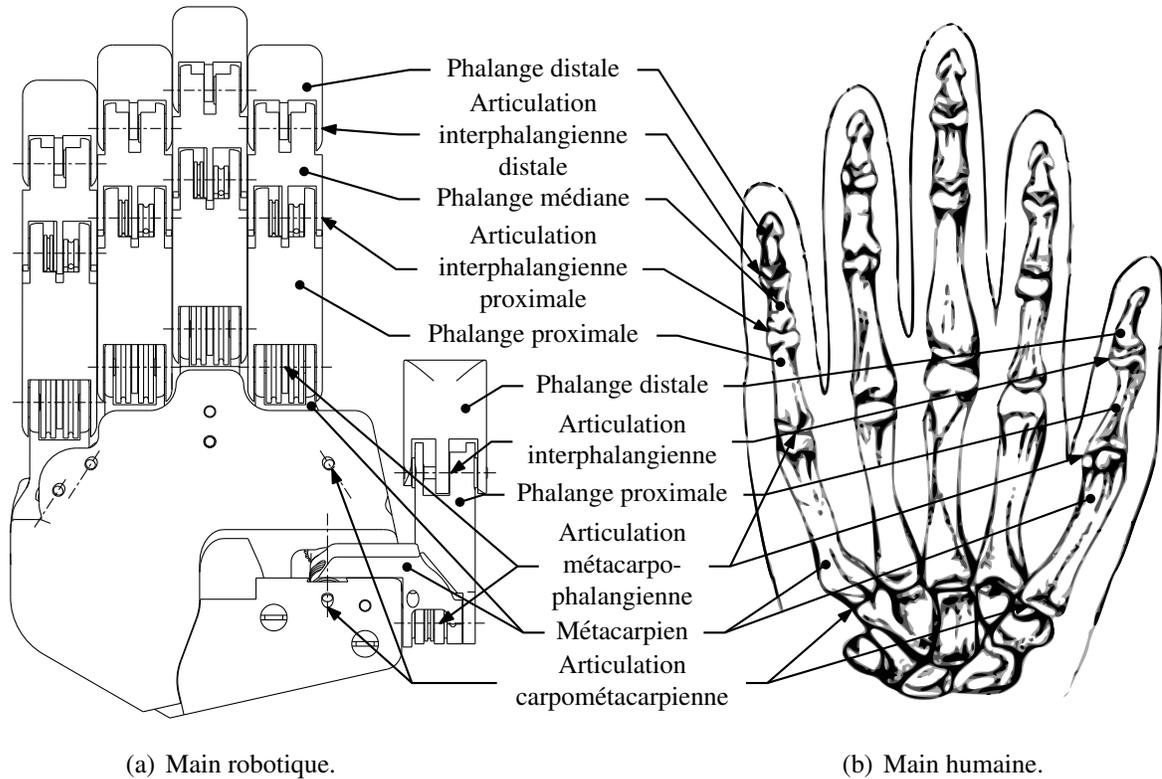


Figure 1.5: Nomenclature des articulations et des os de la main.

Par contre, le nom *articulation carpométacarpienne* sera donné à chacune des articulations reliant un métacarpien à la paume de la main robotique. L'articulation située à l'extrémité opposée, soit entre le métacarpien et la phalange proximale, est appelée *articulation métacarpo-phalangienne*. De même, les articulations se trouvant entre les phalanges sont dénommées *articulations interphalangiennes* et, dans le cas des doigts longs, on ajoute *proximale* pour l'articulation reliant la phalange médiane à la phalange proximale, alors qu'on utilise *distale* pour l'articulation présente entre les phalanges distale et médiane.

Finalement, le prototype de main robotique conçu et fabriqué dans ce projet ainsi que toutes les études effectuées se réfèrent à la main droite. Ainsi, en regardant la paume de la main où les doigts pointent vers le haut, le pouce est situé à la droite de la paume en situation de soutien palmaire, tel que présenté à la figure 1.5.

1.4 Méthodologie

Tel qu'il a été exposé, le présent projet comporte des objectifs fondamentalement différents de ceux associés à la robotique classique et entraîne des progrès sur différents aspects de cette discipline. Il implique l'achèvement de plusieurs étapes de manière à obtenir une main sous-actionnée à cinq doigts. En premier lieu, les capacités de préhension d'un doigt sous-actionné sont étudiées par une analyse statique dans le chapitre 2. Cette analyse inclut le développement de modèles mathématiques permettant d'établir la qualité des prises réalisées avec une architecture mécanique et un schéma d'actionnement donné. Ainsi, les valeurs optimales peuvent être déterminées pour les dimensions des poulies en fonction des longueurs des phalanges et des *distributions élémentaires de forces* établies.

Élément indispensable de la main, le pouce est par la suite attentivement examiné dans le chapitre 3 afin d'obtenir les différentes prises jugées typiques. D'abord, une analyse géométrique du problème général est effectuée, celle-ci permettant d'obtenir l'orientation et la position d'un axe de rotation en connaissant les poses initiale et finale du vecteur à pivoter. Par la suite, cette analyse est appliquée au problème spécifique de la rotation du pouce. L'analyse cinématique de sa rotation permet effectivement d'établir la position et l'orientation de ses articulations, puis de concevoir la transmission du tendon fléchisseur du pouce.

En plus de la flexion des doigts, la main humaine se creuse aux arches carpienne et métacarpienne afin d'assurer une prise adéquate (Tubiana et Thomine, 1990; Boutan et Casoli, 2005). En effet, l'adaptation de la prise de la main ne doit pas seulement se faire au niveau des forces de contact, mais aussi en regard à la position des doigts. Il est donc important de développer un mécanisme permettant le mouvement d'abduction des doigts indépendamment de leur mouvement de fermeture. En d'autres mots, il est souhaitable que les doigts puissent être écartés les uns des autres peu importe la flexion de ceux-ci. Ce mouvement provient de la déformation de la paume par la rotation des métacarpiens. Un système d'abduction plan est donc mis au point dans le chapitre 4 afin d'utiliser l'actionneur de la rotation du pouce pour commander cet écartement des doigts. Ensuite, l'architecture plane est raffinée en un mécanisme hybride permettant d'obtenir le creusement de l'arche métacarpienne.

Finalement, l'intégration de toutes ces parties permet d'obtenir une main robotique requérant seulement quatre actionneurs pour son fonctionnement, tel que décrit au chapitre 5. Un poignet lui est ajouté afin de pouvoir la fixer sur un bras robotique déjà existant. De plus, les prototypes des innovations proposées dans les chapitres précédents sont exposés. Autant l'utilisation de deux réseaux de tendons pour modifier la distribution des forces de contact que la conception d'un métacarpien permettant une plus grande mobilité du pouce couplé au mécanisme hybride pour effectuer l'abduction des doigts longs sont présentés.

1.5 Contributions

Ce travail de doctorat se veut une contribution aux domaines des mécanismes et des préhenseurs robotiques. Durant ce projet, il a été possible de faire ressortir quelques apports intéressants au domaine de la robotique et d'en communiquer l'importance au cours de diverses conférences. Premièrement, l'utilisation de *distributions élémentaires de forces* pour concevoir un doigt sous-actionné est une innovation appréciable puisque l'architecture obtenue permet d'éviter l'éjection de l'objet à saisir. Ce progrès a d'ailleurs fait l'objet d'une présentation à l'*ICRA 2009* (Demers et Gosselin, 2009).

La seconde contribution d'importance de cette thèse est l'étude du problème général pour obtenir la pose d'un axe de rotation en connaissant les poses initiale et finale du vecteur à pivoter. L'intérêt de ces résultats est qu'ils permettent de simplifier la conception de mécanismes devant décrire des trajectoires hors du plan. Cette analyse a d'ailleurs été appliquée dans la conception du mécanisme effectuant la rotation du pouce. Le système obtenu est une avancée importante dans le domaine de la préhension sous-actionnée puisqu'il permet de placer le pouce en soutien palmaire ainsi qu'en opposition avec les doigts. De plus, il est compact et peut être aisément fabriqué, en plus de ne comporter qu'un degré de liberté. L'analyse du problème général et le système de rotation du pouce en découlant ont été présentés à la conférence *ASME IDETC 2010* (Demers et Gosselin, 2010b).

Finalement, le système d'abduction plan est notable par sa robustesse et sa simplicité. Il est d'ailleurs le premier système effectuant l'abduction simultanée des doigts d'une main robotique. Cette innovation est le sujet de la communication effectuée durant l'atelier *UG 2010* (Demers et Gosselin, 2010a) ainsi que de l'article paru dans le journal *Mechanical Sciences* (Demers et Gosselin, 2011a). Le mécanisme hybride conçu par la suite conserve les qualités du système plan en permettant d'obtenir en plus le creusement de l'arche métacarpienne ; il est le sujet de présentations à l'*ICRA 2011* (Demers et Gosselin, 2011b) ainsi qu'au *Congrès mondial de l'IFTOMM* en 2011 (Demers et Gosselin, 2011c).

Chapitre 2

Analyse statique d'un doigt sous-actionné

Nous sommes des nains juchés sur des épaules de géant.

Bernard de Chartres

Dans ce chapitre, le comportement statique d'un doigt sous-actionné est étudié. Les équations décrivant les forces de contact à ses phalanges en fonction de la configuration du doigt et des systèmes de transmission de puissance utilisés sont d'abord établies. Par la suite, les analyses statiques de doigts ayant deux ou trois phalanges actionnées par un ou deux réseaux de tendons sont conduites. Plus particulièrement, les conditions permettant d'atteindre une prise stable où toutes les forces de contact sont positives sont établies. Finalement, l'un des réseaux du doigt à trois phalanges et deux réseaux de tendons est optimisé pour obtenir une prise typique de la main humaine tandis que le second réseau est conçu pour qu'il n'y ait pas d'éjection de l'objet à saisir, quelle que soit la configuration du doigt.

2.1 Motivation

Cette étude s'inspire de nombreux travaux traitant des préhenseurs sous-actionnés (Hirose et Umetani, 1978; Shimojima *et al.*, 1987; Bartholet, 1992; Routhier, 1996; Laliberté et Gosselin, 1998; Gosselin *et al.*, 1999; Fukaya *et al.*, 2000; de Visser et Herder, 2000; Herder et de Visser, 2000; Laliberté *et al.*, 2002; Sie, 2002; Massa *et al.*, 2002; Birglen et Gosselin, 2004; Birglen, 2004; Nasser *et al.*, 2006; Dollar et Howe, 2006; Boudreault, 2006; Rizk *et al.*, 2007; Gosselin *et al.*, 2008; Birglen *et al.*, 2008; Takaki et Omata, 2009; Kragten *et al.*, 2009). L'analyse d'un doigt sous-actionné a ainsi été conduite sous divers angles ; toujours dans l'intention d'utiliser un actionneur pour commander la fermeture, et parfois l'ouverture, d'un doigt ou d'un préhenseur combinant plusieurs de ces doigts.

La stabilité de la prise d'un doigt sous-actionné est aussi l'objet de ces recherches. Un doigt sous-actionné est instable localement lorsqu'une force de contact sur une des phalanges doit être négative (traction) pour maintenir l'équilibre statique. Dans ce cas, la phalange associée à la force de contact négative s'éloigne de l'objet à saisir et les différents points de contact glissent jusqu'à atteindre une configuration stable ou jusqu'à l'éjection de l'objet¹. Entre autres résultats, il a été démontré par Birglen et Gosselin (2004) qu'un doigt sous-actionné à trois phalanges souffrira toujours d'un problème d'éjection dans certaines configurations. Ainsi, il est intéressant d'analyser le comportement d'un doigt sous-actionné utilisant plus d'un système d'actionnement afin d'éviter l'éjection de l'objet à saisir. Bien entendu, l'utilisation de coussinets ayant un certain niveau d'adhérence peut limiter ce problème (Kragten *et al.*, 2009), mais il est préférable de concevoir une main robotique en négligeant la friction et donc le recours à ces artifices. Les forces de contact ainsi obtenues sont normales à la surface des phalanges et les forces de cisaillement sont minimisées, ce qui augmente la robustesse des prises, la stabilité générale et la durée de vie du revêtement utilisé.

L'objectif de ce chapitre est d'abord d'établir le modèle statique d'un doigt sous-actionné ayant n phalanges et m systèmes d'actionnement, tel que présenté à la section 2.2. À partir des équations établies dans cette section, il est possible d'analyser les différentes architectures de doigts sous-actionnés couramment utilisées, c'est-à-dire les doigts à deux ou à trois phalanges. Ces études sont développées respectivement à la section 2.3 pour un doigt utilisant un actionneur, puis à la section 2.4 pour un doigt muni de deux systèmes d'actionnement. L'analyse statique d'un doigt sous-actionné à trois phalanges et deux systèmes d'actionnement retrouvée à la sous-section 2.4.2 établit finalement une architecture de doigt permettant d'éviter l'éjection de l'objet à saisir.

¹L'éjection survient lorsque le dernier contact entre le doigt et l'objet à saisir glisse jusqu'au bout de la dernière phalange.

2.2 Modèle statique d'un doigt sous-actionné

Le modèle présenté dans cette section est une généralisation du modèle présenté dans (Birglen et Gosselin, 2004) et la notation utilisée ici est cohérente avec celle utilisée dans le modèle original. L'architecture générale d'un doigt robotique peut être modélisée comme un ensemble de n phalanges mises une à la suite de l'autre auquel on ajoute m systèmes d'actionnement travaillant en parallèle, où $m, n \in \mathbb{N}$, tel que présenté à la figure 2.1. Si ce doigt fléchit dans un plan, on peut conclure que les axes O_i des articulations sont tous perpendiculaires à ce plan. L'orientation θ_i d'une phalange est alors mesurée par rapport à celle la précédant, tandis que l_i représente sa longueur, soit la distance entre deux articulations. Il est aussi possible d'associer un repère $\{x_i, y_i\}$ à chacune des phalanges. L'origine du repère i est situé à la base de la phalange sur l'articulation O_i , le vecteur unitaire x_i pointe vers l'extrémité, soit vers l'axe O_{i+1} , tandis que le vecteur unitaire y_i est perpendiculaire à la phalange et pointe vers l'intérieur du doigt. Le vecteur unitaire z_i normal à x_i et y_i n'est pas montré à la figure 2.1(b), mais il permet de donner la direction des couples positifs.

Les systèmes d'actionnement peuvent être représentés par des mécanismes de transmission de puissance permettant de transférer le couple de fermeture d'une phalange à l'autre comme le présente le schéma de la figure 2.1(a). Le couple créé par le j^{e} système à la base

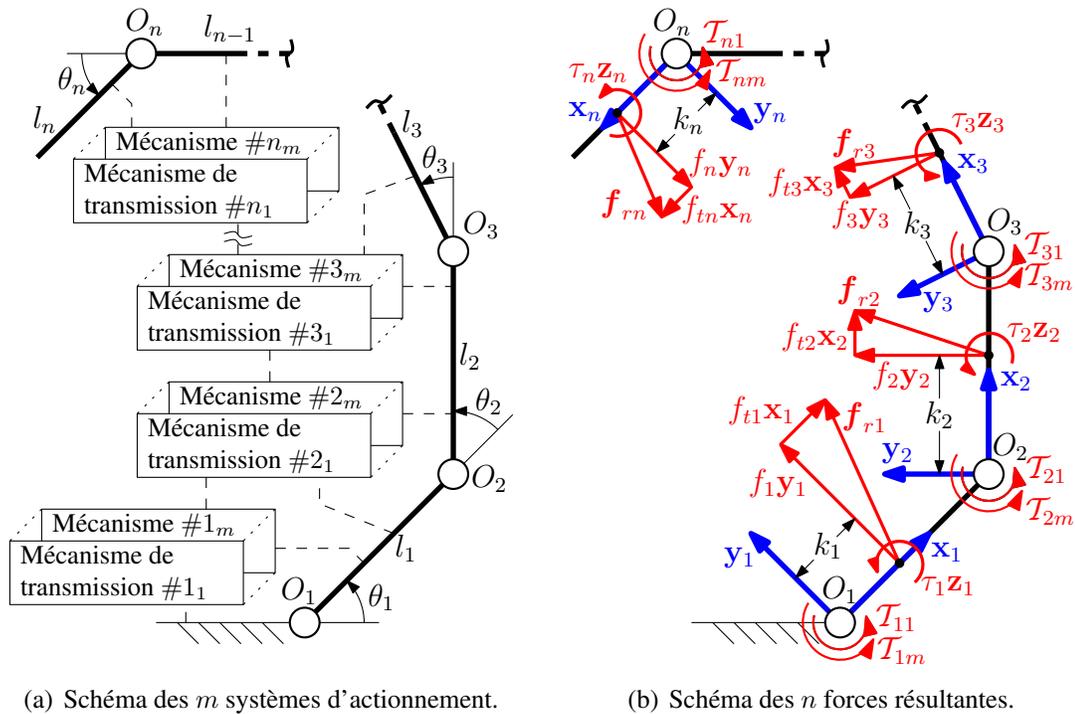


Figure 2.1: Schémas d'un doigt robotique à n phalanges et m systèmes d'actionnement.

de la i^{e} phalange est désigné par \mathcal{T}_{ij} en (b), où $i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m$. Dans le cas d'un doigt sous-actionné, $m < n$, il est nécessaire d'utiliser des systèmes passifs pour contraindre les articulations. Ainsi, les mécanismes de transmission doivent inclure les ressorts de rappel placés à chaque articulation en plus des actionneurs et du type de transmission utilisés. L'emploi de butées est également à prévoir afin de s'assurer que le mouvement de fermeture suivra les étapes prescrites. Il est d'usage d'imposer que la flexion débute à l'articulation à la base, O_1 , et se transmette à la suivante seulement lorsqu'un contact survient avec l'objet à saisir ou qu'elle se trouve en fin de course. Une autre méthode quelquefois employée est d'imposer une trajectoire de fermeture similaire aux doigts humains. Les articulations fléchissent ainsi simultanément, ce qui nécessite une connaissance adéquate de la friction et de la raideur aux articulations. Une modification de ces facteurs entraîne un schéma de fermeture différent et peut réduire grandement la fonctionnalité du doigt sous-actionné.

Le modèle employé ici est la fermeture en cascade des articulations et l'utilisation de mécanismes de rappel passifs pour maintenir les articulations en butée tant que la phalange les précédant est mobile. Nous pouvons ainsi supposer que chaque système d'actionnement j est composé d'un actionneur placé à la base du doigt et produisant le couple de fermeture \mathcal{T}_{aj} ainsi que de ressorts de rappel situés aux articulations subséquentes. La raideur du ressort associé au j^{e} réseau et placé à la i^{e} articulation est notée \mathcal{K}_{ij} , alors que $\Delta_{\theta_{ij}}$ est son déplacement angulaire depuis son angle d'équilibre. Le vecteur \mathbf{t}_j des couples produit par le j^{e} réseau d'actionnement peut être exprimé selon

$$\mathbf{t}_j \equiv \begin{bmatrix} \mathcal{T}_{1j} & \mathcal{T}_{2j} & \dots & \mathcal{T}_{nj} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \mathcal{T}_{aj} & -\mathcal{K}_{2j}\Delta_{\theta_{2j}} & \dots & -\mathcal{K}_{nj}\Delta_{\theta_{nj}} \end{bmatrix}^T. \quad (2.1)$$

La raideur des articulations pourra être négligée dans les étapes ultérieures afin d'alléger l'analyse, puisqu'il s'agit d'utiliser les ressorts les plus faibles possibles, du moment qu'ils combattent efficacement l'effet de la gravité sur les phalanges. On peut également définir le vecteur des vitesses angulaires associées à ces couples, $\boldsymbol{\omega}_{aj}$, tel que

$$\boldsymbol{\omega}_{aj} \equiv \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{aj} & \dot{\theta}_2 & \dots & \dot{\theta}_n \end{bmatrix}^T \quad (2.2)$$

où $\dot{\theta}_{aj}$ est la vitesse de rotation du j^{e} actionneur et $\dot{\theta}_i$ est la vitesse angulaire de la i^{e} articulation. On peut ainsi obtenir \mathcal{P}_j , la puissance virtuelle introduite dans le doigt par le j^{e} système d'actionnement, selon

$$\mathcal{P}_j \equiv \mathbf{t}_j^T \boldsymbol{\omega}_{aj}. \quad (2.3)$$

Pour ce qui est des forces de contact, il est possible de décrire toutes les forces et les moments se produisant sur la phalange rigide i à l'aide d'un torseur $\boldsymbol{\zeta}_i$ s'appliquant en un point situé sur l'axe médian de la phalange à une distance k_i de l'articulation O_i . Ce torseur est composé de trois scalaires : les composantes f_{t_i} et f_i de la force résultante \mathbf{f}_{r_i} suivant le repère $\{\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i\}$ de la i^{e} phalange ainsi que le couple résultant τ_i s'appliquant selon l'axe \mathbf{z}_i

normal au plan, ainsi

$$\zeta_i \equiv \begin{bmatrix} f_{t_i} & f_i & \tau_i \end{bmatrix}^T \quad (2.4)$$

Il est également possible d'associer un certain visseur ξ_i au point où le torseur résultant ζ_i est appliqué. Le visseur permet de suivre la vitesse de ce point, autant angulaire, ω_i , que cartésienne, \dot{x}_i et \dot{y}_i , où le repère $\{\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i\}$ est encore utilisé.

$$\xi_i \equiv \begin{bmatrix} \omega_i & \dot{x}_i & \dot{y}_i \end{bmatrix}^T \quad (2.5)$$

Il est utile de remarquer qu'on définit un torseur agissant dans un plan en écrivant d'abord les forces cartésiennes, puis le couple normal à ce plan, alors que dans le cas d'un visseur on débute par la vitesse angulaire pour finir par les vitesses cartésiennes. Ainsi, pour obtenir la puissance \mathcal{P}_i produite à la i^{e} phalange, il s'agit d'effectuer le produit réciproque, noté \circ , du visseur ξ_i et du torseur ζ_i (Zlatanov *et al.*, 2002).

$$\mathcal{P}_i \equiv \xi_i \circ \zeta_i \quad (2.6)$$

Dans le plan, le produit réciproque donne alors

$$\mathcal{P}_i = \tau_i \omega_i + f_{t_i} \dot{x}_i + f_i \dot{y}_i. \quad (2.7)$$

Finalement, nous pouvons établir l'équation d'égalité de la puissance virtuelle en entrée et en sortie pour un doigt robotique à n phalanges et m systèmes d'actionnement en utilisant l'équation (2.6) et l'équation (2.3), tel que

$$\sum_{j=1}^m \mathbf{t}_j^T \boldsymbol{\omega}_{aj} = \sum_{i=1}^n \xi_i \circ \zeta_i. \quad (2.8)$$

2.2.1 Puissance produite aux phalanges

De manière à simplifier l'équation (2.6), il est possible de définir ξ_i plus précisément, c'est-à-dire

$$\xi_i = \sum_{k=1}^i \dot{\theta}_k \xi_i^{O_k} \quad (2.9)$$

où $\xi_i^{O_k}$ est le visseur de l'articulation O_k par rapport au point de contact considéré et k est l'indice désignant une articulation précédant la phalange i . Il est commode d'exprimer le visseur ainsi

$$\xi_i^{O_k} = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{E} \boldsymbol{\rho}_{ki} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

puisque chaque articulation est considérée comme une liaison rotoïde. Aussi, ρ_{ki} est le vecteur reliant l'articulation O_k au point de contact sur la i^e phalange. Quant à \mathbf{E} , il s'agit de la matrice représentant le produit vectoriel dans le plan, c'est-à-dire

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.11)$$

Il est possible d'établir des relations entre les forces de contact tangentielles aux phalanges \mathbf{f}_t , les couples résultants $\boldsymbol{\tau}$ et les forces de contact normales aux phalanges \mathbf{f} en utilisant les matrices de coefficients $\boldsymbol{\mu}$ et $\boldsymbol{\eta}$ tel que

$$\mathbf{f}_t = \boldsymbol{\mu} \mathbf{f} \quad (2.12a)$$

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\eta} \mathbf{f} \quad (2.12b)$$

où

$$\mathbf{f} = [f_1 \ f_2 \ \dots \ f_n]^T, \quad \mathbf{f}_t = [f_{t1} \ f_{t2} \ \dots \ f_{tn}]^T, \quad \boldsymbol{\tau} = [\tau_1 \ \tau_2 \ \dots \ \tau_n]^T, \quad (2.13a)$$

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mu_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \mu_n \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \eta_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \eta_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \eta_n \end{bmatrix}. \quad (2.13b)$$

Il est important de noter que chaque coefficient μ_i peut être négatif et n'est pas nécessairement le coefficient de frottement statique. Par contre, leur valeur absolue doit toujours être plus petite que le coefficient de frottement statique $\mu_{i,s}$, tel que $|\mu_i| \leq \mu_{i,s}$. La matrice $\boldsymbol{\mu}$ permet simplement de faire la relation entre \mathbf{f}_t et \mathbf{f} , comme la matrice $\boldsymbol{\eta}$ permet d'établir une relation entre $\boldsymbol{\tau}$ et \mathbf{f} . La valeur exacte des coefficients μ_i et η_i est souvent inconnue.

En utilisant les relations (2.12), il est possible de récrire l'équation (2.4) où ζ_i est défini tel que

$$\zeta_i = f_{ti} \mathbf{x}_i^* + f_i \mathbf{y}_i^* + \tau_i \mathbf{z}_i^* = f_i (\mathbf{y}_i^* + \mu_i \mathbf{x}_i^* + \eta_i \mathbf{z}_i^*) \quad (2.14)$$

où \mathbf{x}_i^* , \mathbf{y}_i^* et \mathbf{z}_i^* sont les torseurs unitaires parallèles aux axes \mathbf{x}_i , \mathbf{y}_i et \mathbf{z}_i respectivement.

Le torseur unitaire parallèle à la i^e phalange, soit dans la direction de l'axe \mathbf{x}_i , peut être défini comme

$$\mathbf{x}_i^* = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

alors que le torseur unitaire perpendiculaire à la i^e phalange, soit dans la direction de l'axe \mathbf{y}_i , peut être défini comme

$$\mathbf{y}_i^* = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_i \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.16)$$

Finalement, le torseur unitaire perpendiculaire au plan, soit dans la direction des axes \mathbf{z}_i , peut être défini comme

$$\mathbf{z}_i^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (2.17)$$

Avec l'équation (2.9) et l'équation (2.14), nous avons ainsi

$$\xi_i \circ \zeta_i = \sum_{k=1}^i \dot{\theta}_k \xi_i^{O_k} \circ f_i(\mathbf{y}_i^* + \mu_i \mathbf{x}_i^* + \eta_i \mathbf{z}_i^*) \quad (2.18)$$

et nous pouvons modifier l'équation (2.6) en utilisant l'équation (2.18) afin d'obtenir

$$\mathcal{P}_i = f_i \sum_{k=1}^i \dot{\theta}_k \left(\rho_{ki}^T (\mathbf{x}_i - \mu_i \mathbf{y}_i) + \eta_i \right). \quad (2.19)$$

La puissance totale produite aux phalanges est donc

$$\sum_{i=1}^n \xi_i \circ \zeta_i = \mathbf{f}^T (\mathbf{J} \dot{\boldsymbol{\theta}}) = (\mathbf{f}^T \mathbf{J}) \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (2.20)$$

où $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ est le vecteur des vitesses articulaires et \mathbf{J} est calculé avec

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_1 - \mu \mathbf{J}_2 + \eta \mathbf{J}_3. \quad (2.21)$$

En utilisant $\rho_{ii}^T \mathbf{x}_i = k_i$ et $\rho_{ii}^T \mathbf{y}_i = 0$, nous avons

$$\mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & \dots & 0 \\ \rho_{12}^T \mathbf{x}_2 & k_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{1n}^T \mathbf{x}_n & \rho_{2n}^T \mathbf{x}_n & \dots & k_n \end{bmatrix}, \quad (2.22a)$$

$$\mathbf{J}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ \rho_{12}^T \mathbf{y}_2 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{1n}^T \mathbf{y}_n & \rho_{2n}^T \mathbf{y}_n & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.22b)$$

$$\mathbf{J}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.22c)$$

Ce qui donne finalement

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} k_1 + \eta_1 & 0 & \dots & 0 \\ \rho_{12}^T (\mathbf{x}_2 - \mu_2 \mathbf{y}_2) + \eta_2 & k_2 + \eta_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{1n}^T (\mathbf{x}_n - \mu_n \mathbf{y}_n) + \eta_n & \rho_{2n}^T (\mathbf{x}_n - \mu_n \mathbf{y}_n) + \eta_n & \dots & k_n + \eta_n \end{bmatrix}. \quad (2.23)$$

Il est aussi intéressant de noter que les éléments des matrices \mathbf{J}_1 and \mathbf{J}_2 peuvent aussi être exprimés selon

$$\boldsymbol{\rho}_{ki}^T \mathbf{x}_i = k_i + \sum_{p=k}^{i-1} l_p \cos \left(\sum_{q=p+1}^i \theta_q \right), \quad k < i \quad (2.24a)$$

$$\boldsymbol{\rho}_{ki}^T \mathbf{y}_i = - \sum_{p=k}^{i-1} l_p \sin \left(\sum_{q=p+1}^i \theta_q \right), \quad k < i. \quad (2.24b)$$

La matrice \mathbf{J} dépend donc seulement de la position k_i des points de contact sur les phalanges et de l'orientation relative θ_i des phalanges entre elles, de même que des coefficients μ_i et η_i . Ainsi, avec ces variables, il est possible d'utiliser l'équation (2.20) pour calculer la puissance totale produite aux phalanges.

2.2.2 Puissance virtuelle introduite dans le doigt

Il est également possible de modifier l'équation (2.3) décrivant la puissance introduite dans le doigt. D'abord, chaque système de transmission est composé de n niveaux, où un niveau est associé à une phalange. Ainsi, la vitesse de sortie du i^e niveau du j^e réseau est l'entrée du $(i + 1)^e$ niveau. Une relation peut alors être établie entre la rotation angulaire $\dot{\theta}_{a_{i,j}}$ imposée en entrée du i^e niveau et la vitesse angulaire $\dot{\theta}_{a_{i+1,j}}$ obtenue en sortie en tenant compte de la vitesse angulaire de la phalange $\dot{\theta}_i$ et du rapport de transmission σ_{ij} , tel que

$$\dot{\theta}_{a_{i,j}} = \dot{\theta}_i + \sigma_{ij} \dot{\theta}_{a_{i+1,j}}. \quad (2.25)$$

Par superposition des différents niveaux et en tenant compte qu'au dernier niveau la vitesse d'actionnement correspond directement à la vitesse de la phalange, $\dot{\theta}_{a_{n,j}} = \dot{\theta}_n$, il est possible d'obtenir

$$\dot{\theta}_{a_j} = \dot{\theta}_1 + \sigma_{1j} \dot{\theta}_2 + \sigma_{1j} \sigma_{2j} \dot{\theta}_3 + \dots + \prod_{i=1}^{n-1} \sigma_{ij} \dot{\theta}_n. \quad (2.26)$$

Il est pratique de modifier l'équation (2.26) afin d'obtenir $\dot{\theta}_1$ en fonction de $\boldsymbol{\omega}_{a_j}$:

$$\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_{a_j} - \sigma_{1j} \dot{\theta}_2 - \sigma_{1j} \sigma_{2j} \dot{\theta}_3 - \dots - \prod_{i=1}^{n-1} \sigma_{ij} \dot{\theta}_n \quad (2.27a)$$

$$\dot{\theta}_1 = X_{1j} \dot{\theta}_{a_j} + X_{2j} \dot{\theta}_2 + X_{3j} \dot{\theta}_3 - \dots + X_{nj} \dot{\theta}_n \quad (2.27b)$$

$$\dot{\theta}_1 = \begin{bmatrix} X_{1j} & X_{2j} & X_{3j} & \dots & X_{nj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{a_j} & \dot{\theta}_2 & \dot{\theta}_3 & \dots & \dot{\theta}_n \end{bmatrix}^T \quad (2.27c)$$

$$\dot{\theta}_1 = \begin{bmatrix} X_{1j} & X_{2j} & X_{3j} & \dots & X_{nj} \end{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_{a_j}. \quad (2.27d)$$

Le coefficient X_{ij} est alors fonction du mécanisme de transmission utilisé pour propager le couple du j^{e} actionneur à la i^{e} phalange, où

$$X_{1j} = 1 \quad (2.28a)$$

$$X_{ij} = - \prod_{k=1}^{i-1} \sigma_{kj}, \quad i = 2, \dots, n. \quad (2.28b)$$

À l'aide des coefficients $X_{ij} \forall i = 1, \dots, n$ décrivant le j^{e} réseau d'actionnement, il est intéressant d'établir la relation entre le vecteur ω_{aj} et les vitesses articulaires $\dot{\theta}$ en utilisant la matrice de transmission du système d'actionnement j , \mathbf{T}_j , tel que

$$\dot{\theta} = \mathbf{T}_j \omega_{aj} \quad (2.29)$$

ou encore

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \vdots \\ \dot{\theta}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{1j} & X_{2j} & X_{3j} & \dots & X_{nj} \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{aj} \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \vdots \\ \dot{\theta}_n \end{bmatrix}. \quad (2.30)$$

En utilisant l'équation (2.29), il est possible de récrire l'équation (2.3) en fonction des vitesses articulaires $\dot{\theta}$, tel que

$$\mathcal{P}_j = \mathbf{t}_j^T \omega_{aj} = \mathbf{t}_j^T \mathbf{T}_j^{-1} \dot{\theta} \quad (2.31)$$

ce qui permet d'obtenir la puissance virtuelle totale introduite dans le doigt par les m réseaux d'actionnement :

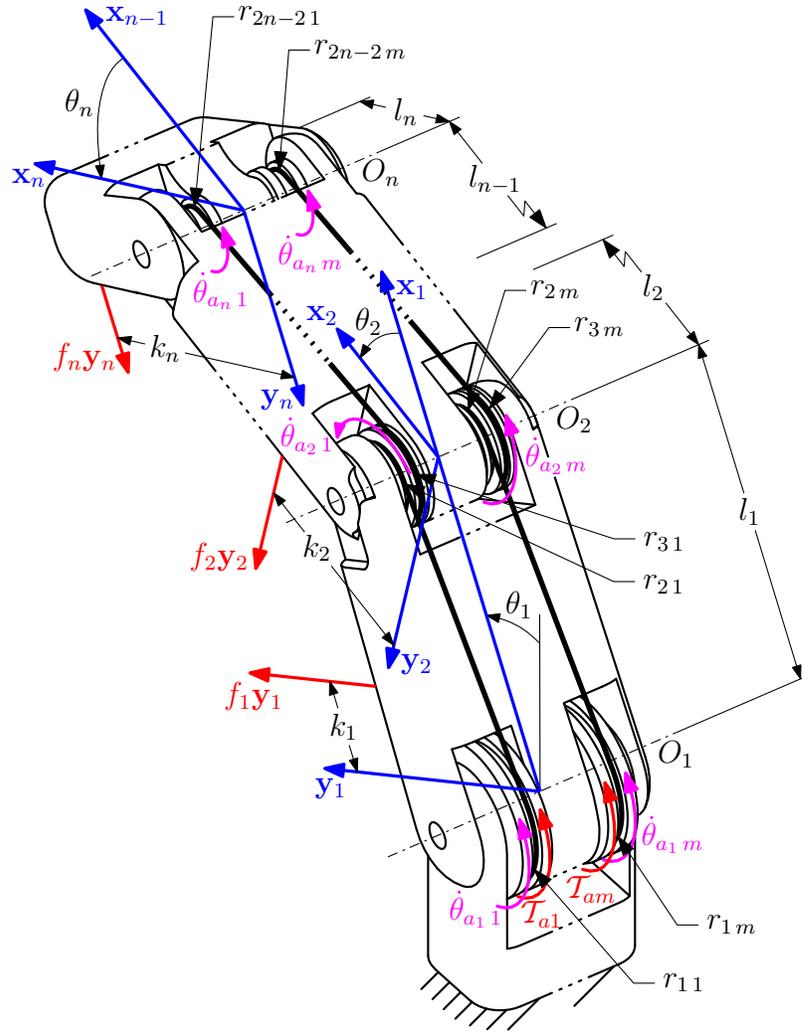
$$\sum_{j=1}^m \mathbf{t}_j^T \omega_{aj} = \left(\sum_{j=1}^m \mathbf{t}_j^T \mathbf{T}_j^{-1} \right) \dot{\theta}. \quad (2.32)$$

Il est utile de mentionner que la forme de la matrice \mathbf{T}_j est caractéristique d'un doigt sous-actionné. En effet, la matrice \mathbf{T}_j correspondrait à la matrice identité pour un doigt pleinement actionné, puisqu'il aurait des rapports de transmission nuls, $X_{ij} = 0 \forall i > 1$. Il est donc possible d'utiliser les équations trouvées ici pour tous les types d'actionnement.

Par exemple, si nous utilisons des tendons et des poulies pour les différents réseaux, tel que présenté à la figure 2.2, les rapports de transmission deviennent

$$\sigma_{ij} = \frac{r_{2ij}}{r_{2i-1j}}, \quad i = 1, \dots, n \quad \Rightarrow \quad X_{ij} = - \prod_{k=1}^{i-1} \frac{r_{2kj}}{r_{2k-1j}}, \quad i = 2, \dots, n \quad (2.33)$$

où r_{2i-1j} et r_{2ij} sont respectivement, pour le j^{e} réseau de transmission, les rayons des poulies à la base et à l'extrémité de la i^{e} phalange. De manière à transmettre la puissance, il faut rendre solidaires les poulies coaxiales d'un même réseau, c'est-à-dire les poulies ayant les rayons r_{2ij} et r_{2i+1j} . Par exemple, à la figure 2.2, les poulies ayant les rayons r_{21} et r_{31}


 Figure 2.2: Doigt à n phalanges et m réseaux de tendons.

sont solidaires, de même que celles ayant les rayons r_{2m} et r_{3m} . De plus, les poulies situées à l'articulation distale O_n doivent être solidaires à la phalange distale puisqu'à ce niveau, la vitesse d'actionnement correspond directement à la vitesse de la phalange, c'est-à-dire $\dot{\theta}_{a_{nj}} = \dot{\theta}_n \forall j = 1, \dots, m$. Pour un doigt à n phalanges, la matrice de transmission \mathbf{T}_j associée au j^{e} réseau de tendons est donc

$$\mathbf{T}_j = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{r_{2j}}{r_{1j}} & -\frac{r_{2j}r_{4j}}{r_{1j}r_{3j}} & \dots & -\prod_{i=1}^{n-1} \frac{r_{2ij}}{r_{2i-1j}} \\ \mathbf{0}_{n-1 \times 1} & & & & \mathbf{I}_{n-1} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

où $\mathbf{0}_{n-1 \times 1}$ est un vecteur nul de dimension $n - 1$ alors que \mathbf{I}_{n-1} est la matrice identité de dimension $n - 1$.

2.2.3 Réécriture de l'équation de la puissance virtuelle

Avec l'équation (2.32) définissant la puissance introduite dans le doigt et l'équation (2.20) décrivant la puissance en sortie, il est possible de modifier l'équation (2.8) afin d'obtenir une nouvelle équation qui relie les forces de contact \mathbf{f} aux différents couples produits \mathbf{t}_j , tel que

$$\sum_{j=1}^m \mathbf{t}_j^T \boldsymbol{\omega}_{aj} = \sum_{i=1}^n \boldsymbol{\xi}_i \circ \boldsymbol{\zeta}_i \quad (2.35a)$$

$$\left(\sum_{j=1}^m \mathbf{t}_j^T \mathbf{T}_j^{-1} \right) \dot{\boldsymbol{\theta}} = (\mathbf{f}^T \mathbf{J}) \dot{\boldsymbol{\theta}}. \quad (2.35b)$$

Cette dernière équation doit être satisfaite pour toute valeur du vecteur $\dot{\boldsymbol{\theta}}$. On peut donc écrire

$$\mathbf{J}^T \mathbf{f} = \sum_{j=1}^m \mathbf{T}_j^{-T} \mathbf{t}_j \quad (2.36a)$$

$$\mathbf{f} = \mathbf{J}^{-T} \sum_{j=1}^m \mathbf{T}_j^{-T} \mathbf{t}_j \quad (2.36b)$$

$$\mathbf{f} = \sum_{j=1}^m \mathbf{J}^{-T} \mathbf{T}_j^{-T} \mathbf{t}_j \quad (2.36c)$$

ce qui donne finalement

$$\mathbf{f} = \sum_{j=1}^m \mathbf{f}_j \quad (2.37)$$

où $\mathbf{f}_j = \mathbf{J}^{-T} \mathbf{T}_j^{-T} \mathbf{t}_j$. En d'autres termes, les forces de contact produites par un doigt correspondent à la somme des forces engendrées par les différents réseaux et celles-ci sont indépendantes l'une de l'autre. On peut remarquer que, grâce à la forme particulière de la matrice \mathbf{T}_j , l'inverse de sa transposée peut facilement être calculé suivant $\mathbf{T}_j^{-T} = -\mathbf{T}_j^T + 2\mathbf{I}_n$. Aussi, des procédures d'inversion spécifiques existent pour inverser des matrices triangulaires supérieures telles que la matrice \mathbf{J}^T . Il est important de noter que ces équations sont valides si les inverses de \mathbf{T}_j^T et de \mathbf{J}^T existent. Il faut donc que leur déterminant ne soit jamais nul.

$$\det(\mathbf{T}_j^T) = 1 \neq 0 \quad (2.38)$$

$$\det(\mathbf{J}^T) = \prod_{i=1}^n k_i + \eta_i \neq 0 \quad (2.39)$$

On peut voir que l'équation (2.38) est toujours satisfaite si la matrice \mathbf{T}_j^T existe, alors que l'équation (2.39) nécessite qu'aucun des points de contact ne soit situé sur l'axe de une des articulations rotoïdes si l'on néglige η_i . Dans le cas inverse, il n'y aurait aucun bras de levier entre l'articulation de la phalange et son point de contact, rendant donc impossible l'application d'une force à cette phalange. Naturellement, ce type de situation peut être évité en utilisant une architecture adéquate.

Avec l'équation (2.37), il est maintenant possible d'analyser les conditions de stabilité d'un doigt sous-actionné ayant deux ou trois phalanges, comme la plupart des mains robotiques, et ayant de un à deux réseaux d'actionnement.

2.3 Stabilité de la prise d'un doigt à deux phalanges

2.3.1 Utilisation d'un réseau de tendons

L'une des architectures les plus simples que l'on puisse imaginer pour un doigt sous-actionné est d'utiliser deux phalanges actionnées par un réseau de tendons, tel que présenté à la figure 2.3. Le couple d'actionnement \mathcal{T}_a est appliqué à la poulie de rayon r_{11} située sur l'articulation métacarpophalangienne O_1 , puis est transmis par un tendon jusqu'à la poulie de rayon r_{21} placée sur l'articulation interphalangienne O_2 .

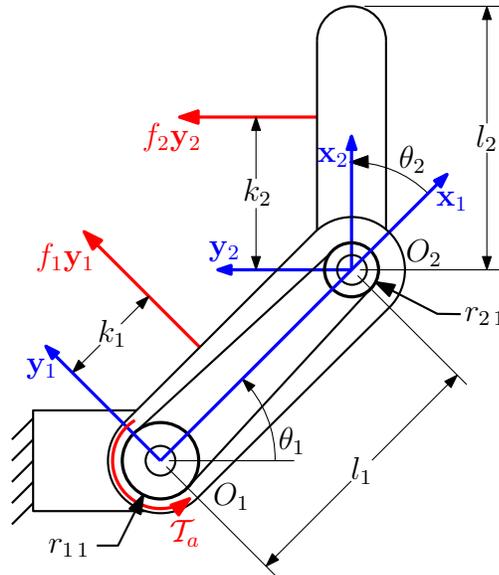


Figure 2.3: Doigt à deux phalanges et un réseau de tendons.

À l'aide de l'équation (2.34), on peut obtenir la matrice de transmission \mathbf{T} de cette architecture selon

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{r_{21}}{r_{11}} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\sigma \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.40)$$

Ce qui nous permet d'obtenir les forces de contact $\mathbf{f} = [f_1 \ f_2]^T$ en fonction du couple à l'actionneur \mathcal{T}_a et du couple \mathcal{T}_2 produit par un ressort entre la première et la deuxième phalange.

En négligeant la friction aux contacts, $\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\eta} = \mathbf{0}$, nous pouvons obtenir

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} -\frac{-k_2 + \sigma k_2 + \sigma l_1 \cos \theta_2}{k_1 k_2} \mathcal{T}_a - \frac{k_2 + l_1 \cos \theta_2}{k_1 k_2} \mathcal{T}_2 \\ \frac{\sigma}{k_2} \mathcal{T}_a + \frac{1}{k_2} \mathcal{T}_2 \end{bmatrix}. \quad (2.41)$$

Si nous négligeons également l'effet du ressort, $\mathcal{T}_2 = 0$, les forces présentes aux phalanges deviennent

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} \frac{1}{k_1} (1 - \sigma) - \frac{\sigma l_1}{k_1 k_2} \cos \theta_2 \\ \frac{\sigma}{k_2} \end{bmatrix} \mathcal{T}_a. \quad (2.42)$$

Nous savons qu'un doigt est instable si la configuration de la prise nécessite qu'au moins une des phalanges ait une force de contact négative, $f_i < 0$. Dans le cas étudié ici, nous savons que la force de contact calculée pour la phalange distale sera toujours positive, $f_2 > 0$, puisque le rapport des poulies utilisé est toujours positif, $\sigma > 0$, et que le contact sur la phalange se fait nécessairement après l'articulation, $k_2 > 0$. Il s'ensuit que la prise obtenue par un doigt à deux phalanges actionné par un réseau de tendons sera instable seulement si la force à la phalange proximale nécessaire pour maintenir cette configuration est négative, $f_1 < 0$. Nous avons établi que $\sigma > 0$ et que $k_2 > 0$, alors nous pouvons définir la zone d'instabilité en utilisant l'équation (2.42) avec $f_1 < 0$, ce qui donne

$$\frac{1}{k_1} (1 - \sigma) - \frac{\sigma l_1}{k_1 k_2} \cos \theta_2 < 0. \quad (2.43)$$

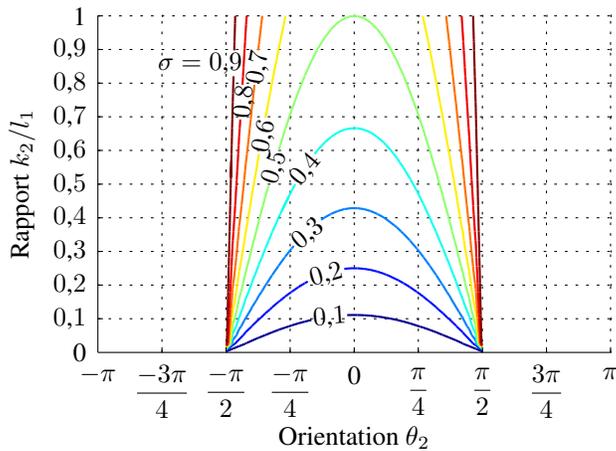
Puisque l_1 , k_1 et k_2 ne sont pas négatifs, il s'ensuit que

$$\frac{k_2}{l_1} (1 - \sigma) - \sigma \cos \theta_2 < 0. \quad (2.44)$$

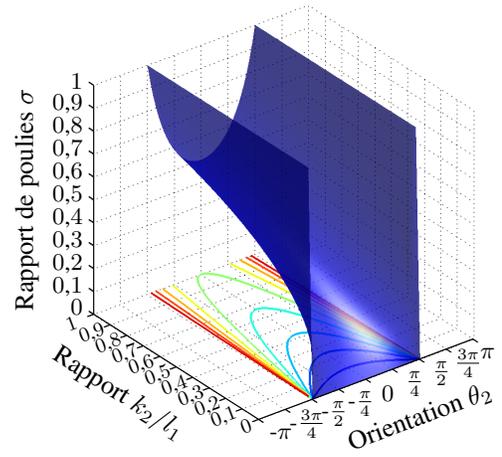
Si on utilise $0 < \sigma < 1$, nous pouvons établir avec l'équation (2.44) que $\cos \theta_2 < 0$ est localement stable. On voit également avec cette équation qu'il faut éviter d'utiliser $\sigma > 1$, sinon le doigt est instable lorsque $\cos \theta_2 > 0$, ce qui correspond au domaine des orientations de la phalange distale. En fait, pour $0 < \sigma < 1$, nous pouvons déterminer quels rapports de poulies entraîneront l'instabilité d'une configuration donnée :

$$\sigma > \frac{k_2}{k_2 + l_1 \cos \theta_2}. \quad (2.45)$$

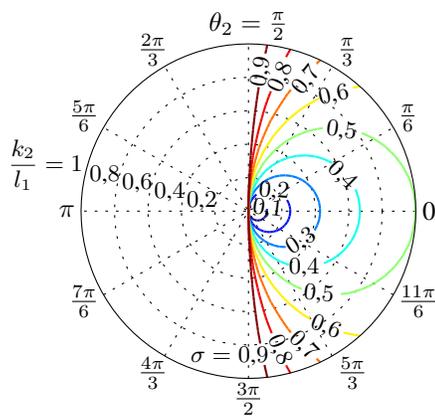
En traçant la frontière de la zone d'instabilité associée à l'équation (2.45) selon une projection cartésienne ou polaire, nous obtenons la figure 2.4. La zone d'instabilité se trouve au-dessus de la surface présentée en (b) et en (d), donc à l'intérieur des courbes de niveau



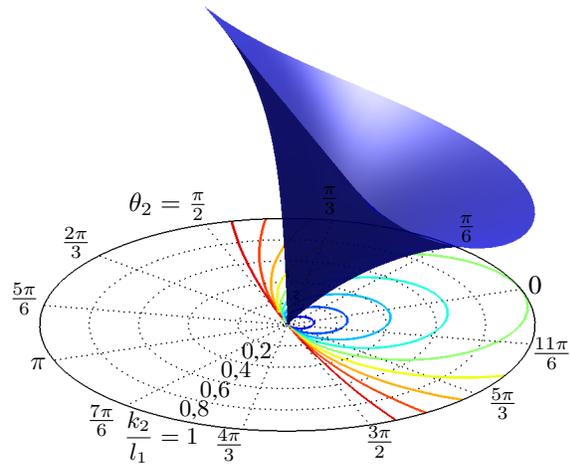
(a) Limites de stabilité pour différents rapports σ .



(b) Frontière d'instabilité.



(c) Projection polaire des limites de stabilité pour différents rapports σ .



(d) Frontière d'instabilité.

Figure 2.4: Limites de stabilité selon σ d'un doigt à deux phalanges et un réseau de tendons en fonction du rapport k_2/l_1 et de l'orientation de la seconde phalange θ_2 .

présentées en (a) et en (c). On peut ainsi observer que, plus le rapport σ est petit, plus la zone d'instabilité est petite. Par contre, les rayons des poulies sont limités par les contraintes physiques du doigt, celles-ci devant naturellement avoir des proportions acceptables.

Le but principal de l'étude de l'instabilité est d'éviter l'éjection de l'objet à prendre par le doigt. On a déjà défini l'éjection comme une configuration instable ($\exists f_i < 0$) pour laquelle le contact sur la phalange distale a lieu au bout du doigt, $k_2 = l_2$. Ainsi, si l'on utilise un doigt ayant une phalange proximale de longueur l_1 et une phalange distale de longueur l_2 , nous devons nous assurer que la frontière de la zone d'instabilité ne dépasse jamais $k_2/l_1 = l_2/l_1$. Par exemple, si $l_2 = 0,7 l_1$, il faut que la frontière ne dépasse pas $k_2/l_1 = 0,7$. En utilisant la figure 2.4, nous pouvons convenir qu'un rapport $\sigma = 0,3$ est adéquat pour ce cas, puisque la frontière d'instabilité ne dépasse pas $k_2/l_1 = 0,45$. Finalement, tel que discuté préalablement, pour $\theta_2 < -\frac{\pi}{2}$ ou $\theta_2 > \frac{\pi}{2}$, on a $\cos \theta_2 < 0$, donc la configuration est localement stable si $0 \leq \sigma \leq 1$. Bien entendu, on pourrait utiliser un rapport de poulies $\sigma = r_{21}/r_{11}$ négatif en inversant le sens de rotation d'une poulie par rapport à l'autre et on pourrait également utiliser $\sigma > 1$ en prenant $r_2 > r_1$, mais dans ces cas le doigt serait presque toujours instable.

2.3.2 Utilisation de deux réseaux de tendons

Nous pouvons encore étudier l'instabilité d'un doigt à deux phalanges, mais qui, cette fois, est actionné par deux réseaux de tendons en parallèle, tel que présenté à la figure 2.5. Les poulies de rayon r_{21} et r_{22} sont placées sur l'articulation interphalangienne O_2 et sont solidaires de la phalange distale.

Depuis l'équation (2.37), nous savons que nous pouvons additionner les forces de contact produites par chacun des réseaux pour calculer la distribution totale produite. En posant $\sigma_{11} = \frac{r_{21}}{r_{11}}$ et $\sigma_{12} = \frac{r_{22}}{r_{12}}$ et en négligeant l'effet des ressorts, nous pouvons trouver

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} \frac{1}{k_1} (1 - \sigma_{11}) - \frac{\sigma_{11} l_1}{k_1 k_2} \cos \theta_2 \\ \frac{\sigma_{11}}{k_2} \end{bmatrix} \mathcal{T}_{a1} + \begin{bmatrix} \frac{1}{k_1} (1 - \sigma_{12}) - \frac{\sigma_{12} l_1}{k_1 k_2} \cos \theta_2 \\ \frac{\sigma_{12}}{k_2} \end{bmatrix} \mathcal{T}_{a2} \quad (2.46)$$

et, sous forme matricielle, cette équation devient

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{k_1} (1 - \sigma_{11}) - \frac{\sigma_{11} l_1}{k_1 k_2} \cos \theta_2 & \frac{1}{k_1} (1 - \sigma_{12}) - \frac{\sigma_{12} l_1}{k_1 k_2} \cos \theta_2 \\ & \frac{\sigma_{11}}{k_2} & & \frac{\sigma_{12}}{k_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{T}_{a1} \\ \mathcal{T}_{a2} \end{bmatrix} \quad (2.47a)$$

$$\mathbf{f} = \mathbf{A} \mathcal{T}_a. \quad (2.47b)$$

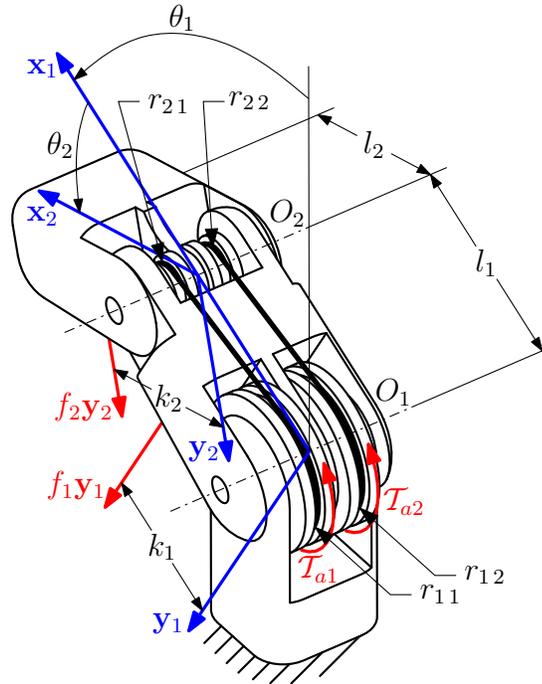


Figure 2.5: Doigt à deux phalanges et deux réseaux de tendons.

Les couples nécessaires pour produire des forces de contact données peuvent ensuite être trouvés en inversant la matrice précédente

$$\mathcal{T}_a = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{f}, \quad (2.48)$$

ce qui démontre que toutes les forces de contact peuvent être produites si les couples \mathcal{T}_{a1} et \mathcal{T}_{a2} peuvent être négatifs et positifs, et si la matrice \mathbf{A} est inversible. Il est donc nécessaire que $\sigma_{11} \neq \sigma_{12}$, ce qui permettra que la matrice \mathbf{A} soit de plein rang, donc qu'elle soit inversible. En d'autres mots, la matrice \mathbf{A} représente une base de deux vecteurs, \mathbf{a}_1 et \mathbf{a}_2 , plus ou moins alignés en fonction de la ressemblance de leur rapport σ respectif. Par exemple, pour les deux cas dont les valeurs sont inscrites au tableau 2.1, nous obtenons les bases vectorielles montrées à la figure 2.6.

Tableau 2.1: Données utilisées pour tracer la figure 2.6 et la figure 2.7.

Cas	σ_{11}	σ_{12}	k_1	k_2	l_1	θ_2
1	0,3	0,5	0,7	0,3	1	$\pi/6$
2	0,2	0,9	0,7	0,3	1	$\pi/6$

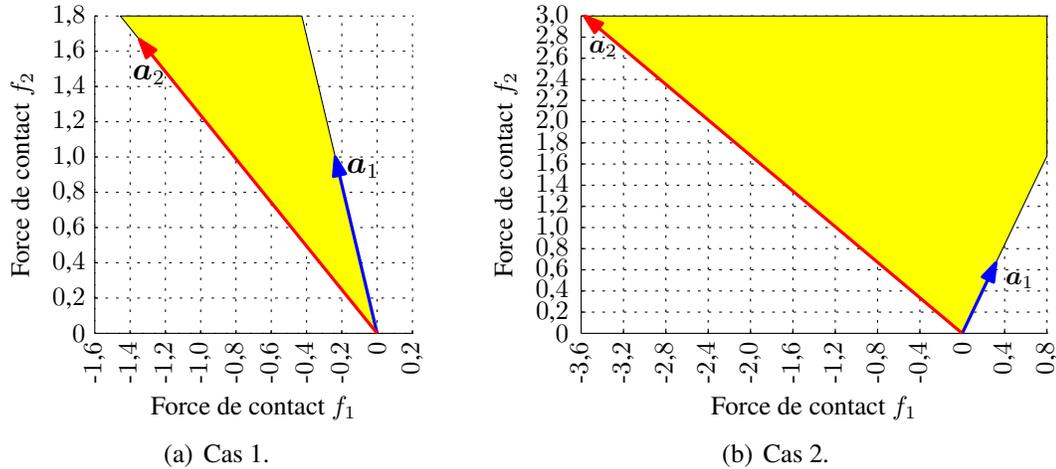


Figure 2.6: Bases vectorielles obtenues selon le cas décrit au tableau 2.1.

Le vecteur \mathbf{a}_1 doit être multiplié par la valeur du couple produit au premier actionneur, \mathcal{T}_{a_1} , tandis que le vecteur \mathbf{a}_2 est multiplié par \mathcal{T}_{a_2} . Si le système de transmission ne peut transmettre que des moments positifs, par exemple si des tendons sont utilisés pour fermer le doigt, mais que des ressorts le font ouvrir, la distribution des forces de contact pouvant être produite est représentée par la zone entre les deux vecteurs. On peut ainsi conclure que cette configuration n'est pas stable dans le cas 1, puisque $f_1 < 0$ peu importe les couples \mathcal{T}_{a_1} et \mathcal{T}_{a_2} utilisés, tel que présenté à la figure 2.6(a). Pour le cas 2, on s'aperçoit facilement avec la figure 2.6(b) que plusieurs choix de couples \mathcal{T}_{a_1} et \mathcal{T}_{a_2} permettront d'atteindre une configuration stable. Par contre, s'il est possible de transmettre des moments négatifs, en reliant par exemple les poulies par des courroies, alors n'importe quelle base vectorielle permet d'atteindre tout le plan, à condition que ses vecteurs ne soient pas coaxiaux, donc que $\sigma_{11} \neq \sigma_{12}$. Avec l'équation (2.48), il est alors possible de déterminer quels sont les couples \mathcal{T}_{a_1} et \mathcal{T}_{a_2} nécessaires pour produire les forces de contact f_1 et f_2 imposées, tel que montré à la figure 2.7.

Même s'il est possible d'obtenir f_1 et f_2 avec tous les choix de rapports σ_{11} et σ_{12} tant que $\sigma_{11} \neq \sigma_{12}$, il est quand même recommandé de prendre des rapports assez différents pour ne pas avoir à imposer des moments trop importants aux actionneurs. En effet, on peut remarquer que les couples nécessaires dans le cas 1 présentés à la figure 2.7(a) sont plus grands que ceux présentés à la figure 2.7(b) où les rapports σ_{11} et σ_{12} diffèrent davantage.

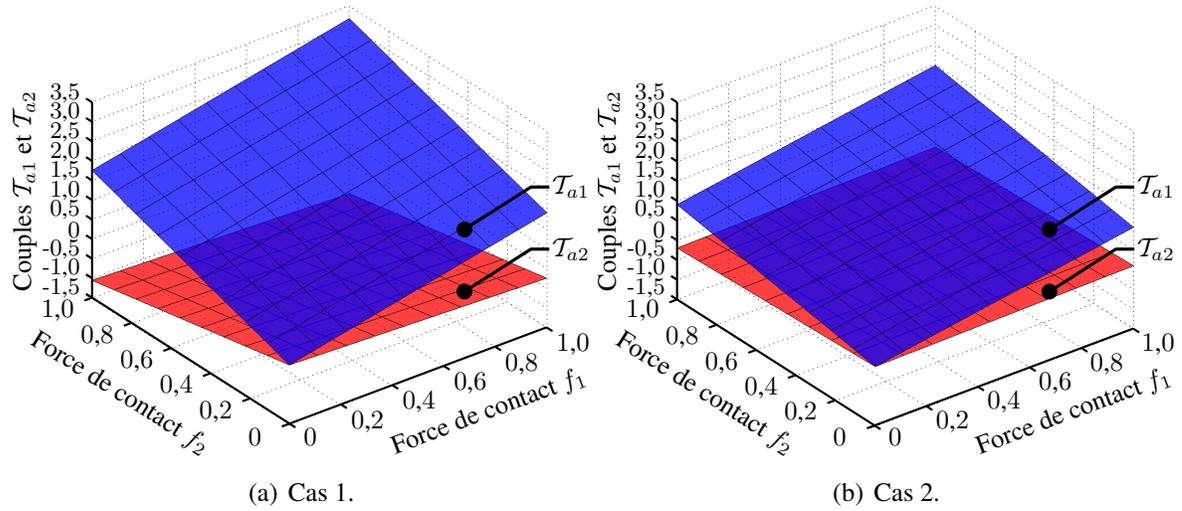


Figure 2.7: Couples \mathcal{T}_{a1} et \mathcal{T}_{a2} nécessaires aux actionneurs pour obtenir les forces f_1 et f_2 selon le cas décrit au tableau 2.1.

2.4 Stabilité de la prise d'un doigt à trois phalanges

2.4.1 Utilisation d'un réseau de tendons

Afin d'accroître l'étendue des prises complétées par le doigt, on peut ajouter une troisième phalange et obtenir de cette façon un doigt plus près de celui du doigt humain, tel que présenté à la figure 2.8.

Comme il a déjà été expliqué à la sous-section 2.2.2, les poulies ayant les rayons r_{21} et r_{31} sont solidaires de manière à transmettre le mouvement de fermeture du doigt. De plus, la poulie située à l'articulation interphalangienne distale O_3 est solidaire de la phalange distale puisqu'à ce niveau la vitesse d'actionnement correspond directement à la vitesse de la phalange.

À l'aide de l'équation (2.34), on peut obtenir la matrice de transmission \mathbf{T} de cette architecture, tel que

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{r_{21}}{r_{11}} & -\frac{r_{21} r_{41}}{r_{11} r_{31}} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\sigma_1 & -\sigma_1 \sigma_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.49)$$

ce qui nous permet d'obtenir les forces de contact $\mathbf{f} = [f_1 \ f_2 \ f_3]^T$ en fonction du couple à l'actionneur \mathcal{T}_a avec l'équation (2.37).

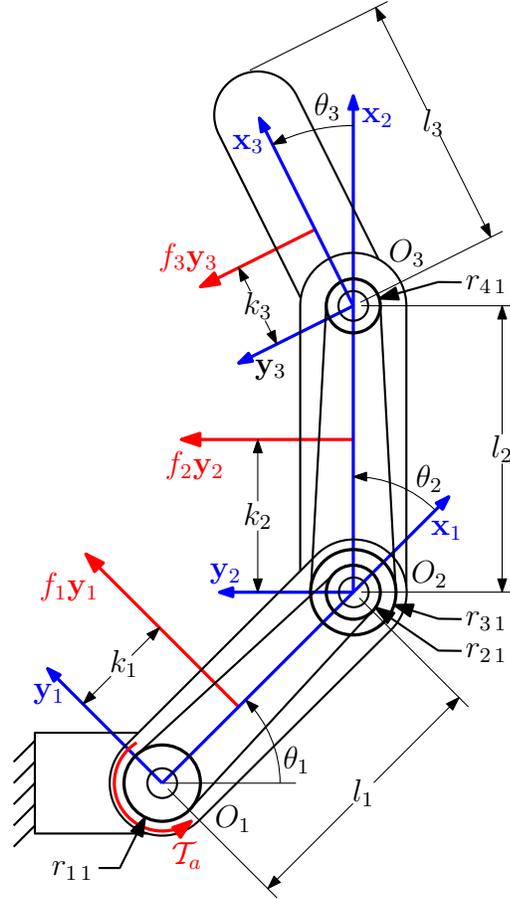


Figure 2.8: Doigt à trois phalanges et un réseau de tendons.

Si nous négligeons l'effet des ressorts et de la friction, nous pouvons trouver

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} \frac{1}{k_1} (1 - \sigma_1) - \frac{\sigma_1 \sigma_2 l_1}{k_1 k_3} \cos(\theta_2 + \theta_3) - \left((1 - \sigma_2) - \frac{\sigma_2 l_2}{k_3} \cos \theta_3 \right) \frac{\sigma_1 l_1}{k_1 k_2} \cos \theta_2 \\ \frac{\sigma_1}{k_2} (1 - \sigma_2) - \frac{\sigma_1 \sigma_2 l_2}{k_2 k_3} \cos \theta_3 \\ \frac{\sigma_1 \sigma_2}{k_3} \end{bmatrix} \mathcal{T}_a. \quad (2.50)$$

Nous savons qu'un doigt est instable si la configuration de la prise nécessite qu'au moins une des phalanges ait une force de contact négative, $f_i < 0$. Puisque $\sigma_1 > 0$, $\sigma_2 > 0$ et que $k_3 > 0$, nous pouvons déduire de l'équation (2.50) que $f_3 > 0$. Il s'ensuit que la prise du doigt à trois phalanges et un réseau de tendons sera instable seulement si $f_1 < 0$ ou $f_2 < 0$. En utilisant les précédentes hypothèses ($\sigma_i > 0$ et $k_i > 0$), nous pouvons définir la zone

d'instabilité en analysant d'abord $f_2 < 0$ avec l'équation (2.50), ainsi

$$\frac{\sigma_1}{k_2} (1 - \sigma_2) - \frac{\sigma_1 \sigma_2 l_2}{k_2 k_3} \cos \theta_3 < 0. \quad (2.51)$$

Puisque σ_1, l_2, k_2 et k_3 ne sont pas négatifs, il s'ensuit que

$$\frac{k_3}{l_2} (1 - \sigma_2) - \sigma_2 \cos \theta_3 < 0. \quad (2.52)$$

Si on utilise $0 < \sigma_2 < 1$, nous pouvons établir avec l'équation (2.52) que $\cos \theta_3 < 0$ est localement stable. On voit également avec cette équation qu'il faut éviter d'utiliser $\sigma_2 > 1$, sinon le doigt est instable lorsque $\cos \theta_3 > 0$, ce qui correspond au domaine des orientations de la phalange distale. Nous pouvons finalement déterminer avec $0 < \sigma_2 < 1$ et l'équation (2.52) quels rapports de poulies σ_2 entraîneront l'instabilité d'une configuration donnée :

$$\sigma_2 > \frac{k_3}{k_3 + l_2 \cos \theta_3}. \quad (2.53)$$

Une autre frontière de la zone d'instabilité est associée à $f_1 < 0$. Avec l'équation (2.50), nous trouvons alors

$$\frac{1}{k_1} (1 - \sigma_1) - \frac{\sigma_1 \sigma_2 l_1}{k_1 k_3} \cos (\theta_2 + \theta_3) - \left(\frac{\sigma_1 l_1}{k_1 k_2} (1 - \sigma_2) - \frac{\sigma_1 \sigma_2 l_1 l_2}{k_1 k_2 k_3} \cos \theta_3 \right) \cos \theta_2 < 0 \quad (2.54)$$

et, puisque $\sigma_1, l_1, l_2, k_1, k_2$ et k_3 ne sont pas négatifs, nous pouvons obtenir la seconde équation définissant la zone d'instabilité :

$$\sigma_1 > \frac{k_2 k_3}{k_2 k_3 + (k_3 (1 - \sigma_2) - \sigma_2 l_2 \cos \theta_3) l_1 \cos \theta_2 + \sigma_2 k_2 l_1 \cos (\theta_2 + \theta_3)}. \quad (2.55)$$

Il est intéressant d'utiliser deux cas ayant des paramètres différents pour visualiser l'effet que produit une modification de l'emplacement des forces de contact sur la forme des limites de stabilité. Ainsi, en traçant les surfaces associées à l'équation (2.53) et à l'équation (2.55) pour les données inscrites au tableau 2.2, nous obtenons respectivement les graphiques montrés aux figures 2.9 et 2.10.

Tableau 2.2: Données utilisées pour tracer les figures 2.9 à 2.13.

Cas	l_1	l_2	l_3	k_2	k_3
1	1	0,67	0,62	$0,5 l_2$	$0,5 l_3$
2	1	0,67	0,62	$0,9 l_2$	$0,9 l_3$

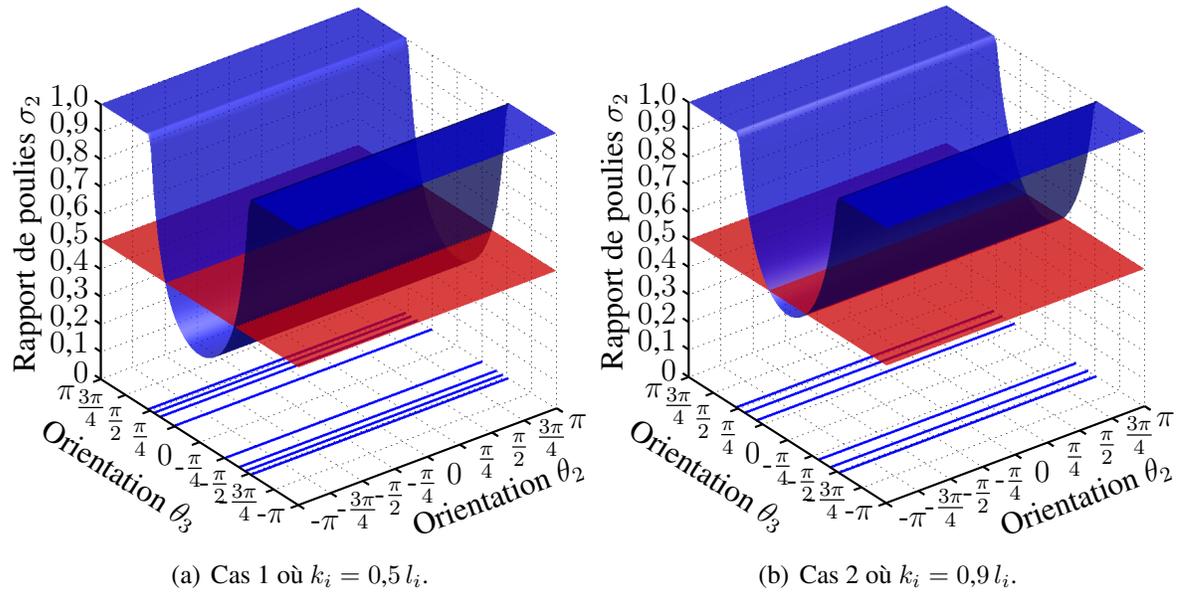


Figure 2.9: Limites de stabilité selon σ_2 d'un doigt à trois phalanges et un réseau de tendons en fonction des orientations des phalanges θ_2 et θ_3 selon le cas décrit au tableau 2.2.

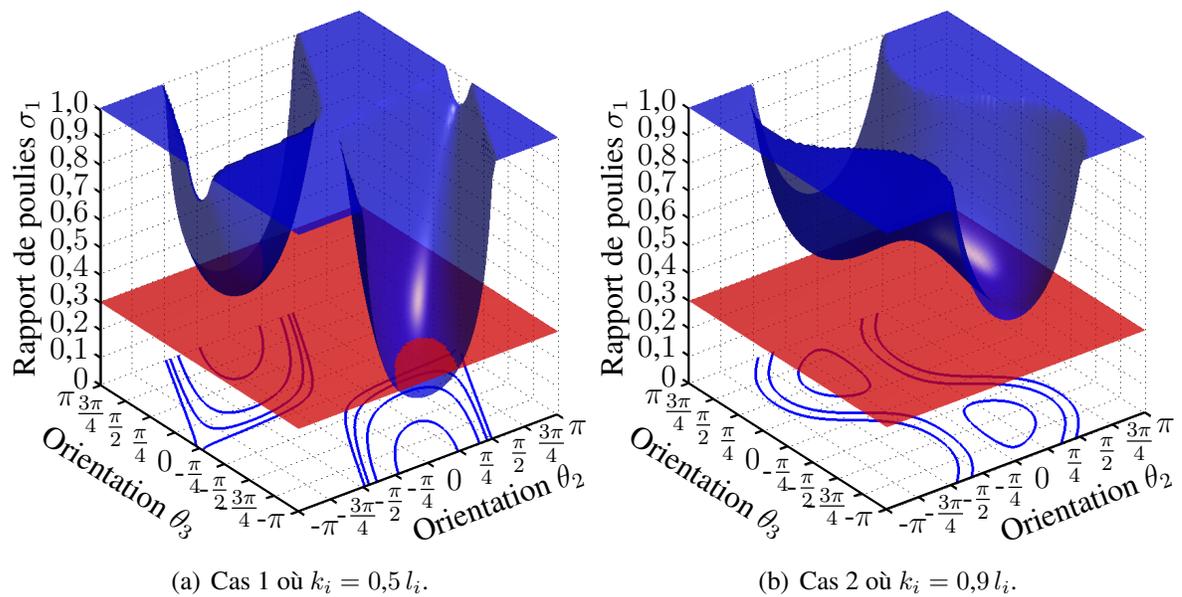


Figure 2.10: Limites de stabilité selon σ_1 d'un doigt à trois phalanges et un réseau de tendons en fonction des orientations des phalanges θ_2 et θ_3 selon le cas décrit au tableau 2.2 avec $\sigma_2 = 0,5$.

La zone d'instabilité associée à chacune des équations est au-dessus de la surface représentée, donc à l'intérieur des courbes de niveau. Bien entendu, puisque l'équation (2.55) dépend de σ_2 , il a fallu lui imposer une valeur arbitraire pour tracer la figure 2.10, c'est-à-dire $\sigma_2 = 0,5$. À la figure 2.9, le plan associé à cette valeur a été indiqué afin de visualiser rapidement les limites de stabilité associées à l'intersection de ce plan et de la surface préalablement tracée. Rappelons que les graphiques tracés ici sont un exemple de ce qu'on peut obtenir pour une architecture de doigt donnée selon une configuration de prise prescrite. Ils ne servent qu'à se faire une meilleure idée du comportement d'un doigt à trois phalanges actionné par un réseau de tendons. La zone d'instabilité totale est donnée par l'addition de la zone associée à σ_1 et de celle associée à σ_2 . Il est possible de tracer ces limites de stabilité pour différents rapports σ_1 et σ_2 , tel que présenté à la figure 2.11. Pour un doigt donné, nous pouvons obtenir ces limites en utilisant l'intersection de la surface associée à l'équation (2.55) et le plan du rapport σ_1 choisis auxquels nous ajoutons les frontières associées à l'équation (2.53) pour le rapport σ_2 prescrit. Par exemple, si l'on prend $\sigma_1 = 0,3$ et $\sigma_2 = 0,5$, nous obtenons les limites de stabilité tracées à la figure 2.12. Les plans associés à ces rapports ont d'ailleurs été ajoutés à la figure 2.9 ainsi qu'à la figure 2.10.

Il est intéressant de noter que le minimum de la surface tracée à la figure 2.9(a) est $\sigma_2 = 0,3165$, donc pour des σ_2 plus petit, il n'y aura aucune zone d'instabilité pour cette configuration. Lorsque σ_2 est posé, il est également possible de trouver un σ_1 qui n'entraînera aucune zone d'instabilité. Pour le cas 1 par exemple, le minimum de la frontière de stabilité est $\sigma_1 = 0,2466$ si $\sigma_2 = 0,3$, tandis que pour $\sigma_2 = 0,5$, le minimum est $\sigma_1 = 0,2437$. En utilisant $\sigma_2 = 0,3$, puis $\sigma_1 = 0,2$, nous pouvons alors obtenir un espace sans zone d'in-

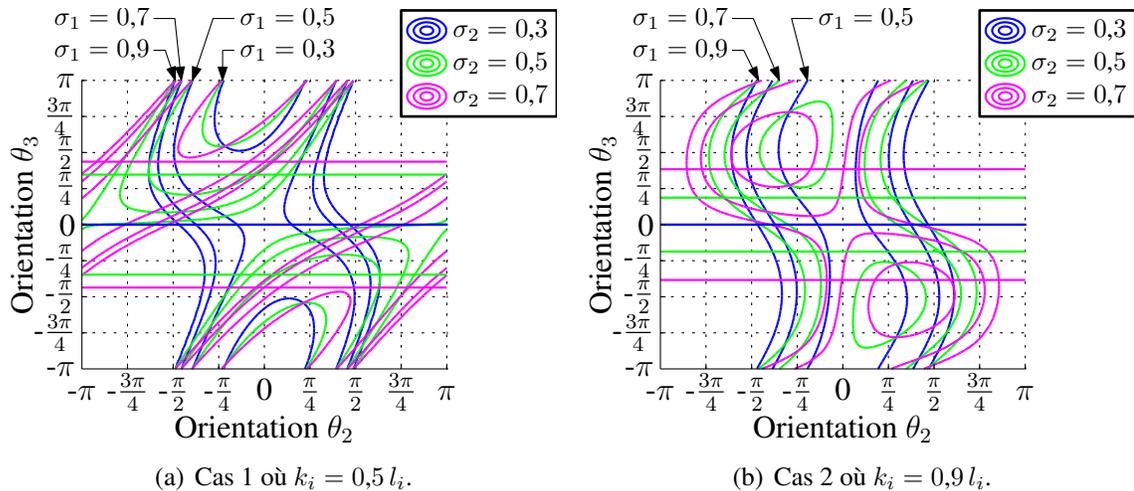


Figure 2.11: Limites de stabilité pour $\sigma_1 = \{0,3; 0,5; 0,7; 0,9\}$ d'un doigt à trois phalanges et un réseau de tendons en fonction des orientations des phalanges θ_2 et θ_3 selon le cas décrit au tableau 2.2 avec $\sigma_2 = \{0,3; 0,5; 0,7\}$.

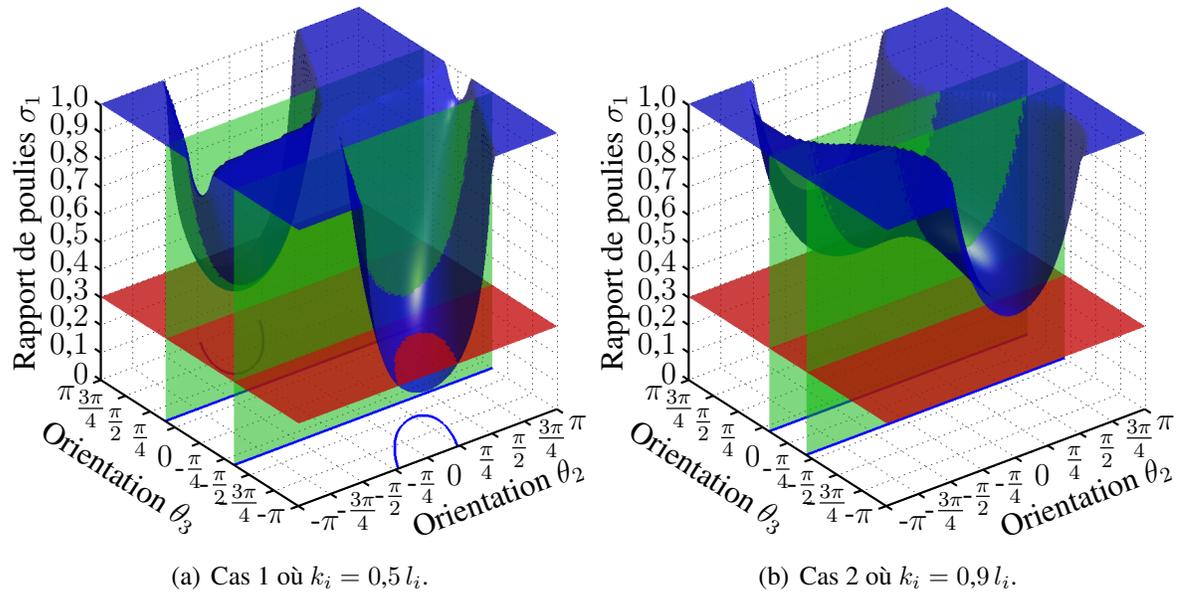


Figure 2.12: Limites de stabilité si $\sigma_1 = 0,3$ et $\sigma_2 = 0,5$ d'un doigt à trois phalanges et un réseau de tendons en fonction des orientations des phalanges θ_2 et θ_3 selon le cas décrit au tableau 2.2.

stabilité, tel que montré à la figure 2.13. Évidemment, ce constat n'est valide que pour les paramètres du cas 1 inscrits au tableau 2.2. Des instabilités pourront donc se produire pour des contacts situés à d'autres endroits sur les phalanges ou pour des proportions de phalanges différentes. Par contre, à la figure 2.12, nous pouvons observer que le cas 2 où les forces de contact se trouvent plus près du bout des phalanges possède de plus petites zones d'instabilité. D'ailleurs, il n'y a pas de zone associée à l'équation (2.55) à la figure 2.12(b). Ainsi, en minimisant les zones d'instabilité pour le cas 1 pour lequel les forces de contact sont situées à la moitié des phalanges, nous minimisons également l'instabilité des configurations où les forces sont situées plus loin sur les phalanges.

Comme pour le cas à deux phalanges, on peut voir que, plus les rapports σ_i sont faibles, plus les zones d'instabilité sont petites. Par contre, tel qu'il a été préalablement exposé, les rayons des poulies sont limités par les contraintes physiques du doigt, celui-ci devant naturellement avoir des proportions acceptables. De plus, l'utilisation de petits rapports de poulies augmente la tension dans la courroie pour une même configuration de forces de contact. Il est alors intéressant d'ajouter un deuxième réseau de tendons de manière à utiliser des rapports σ_i plus grands et ainsi permettre d'obtenir de plus grandes forces de contact tout en évitant l'instabilité.

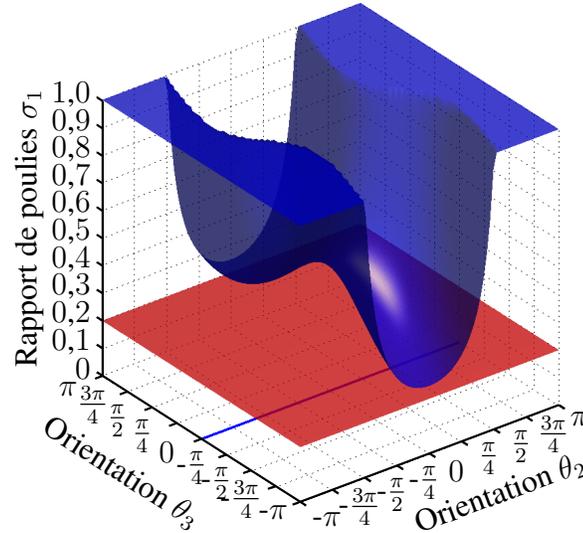


Figure 2.13: Limites de stabilité si $\sigma_1 = 0,2$ et $\sigma_2 = 0,3$ d'un doigt à trois phalanges et un réseau de tendons en fonction des orientations des phalanges θ_2 et θ_3 pour le cas 1 du tableau 2.2.

2.4.2 Utilisation de deux réseaux de tendons

Le modèle d'un doigt comportant trois phalanges actionnées par deux réseaux de tendons en parallèle est présenté à la figure 2.14. Il s'agit de la même architecture que celle étudiée à la sous-section 2.4.1, mais dans laquelle un deuxième système d'actionnement est ajouté. Tel qu'expliqué, les poulies de rayons r_{2j} et r_{3j} sont solidaires et les poulies de rayon r_{4j} situées à l'articulation interphalangienne distale O_3 sont solidaires de la phalange distale.

Comme à la sous-section 2.3.2, nous pouvons utiliser l'équation (2.37) afin d'additionner les forces de contact produites par chacun des réseaux pour calculer la distribution totale produite. En posant $\sigma_{11} = r_{21}/r_{11}$, $\sigma_{21} = r_{41}/r_{31}$, $\sigma_{12} = r_{22}/r_{12}$ et $\sigma_{22} = r_{42}/r_{32}$ ainsi qu'en négligeant l'effet des ressorts et de la friction, nous pouvons trouver

$$\mathbf{f} = \mathbf{A}\mathcal{T}_a \quad (2.56)$$

où

$$\mathbf{f} = [f_1 \ f_2 \ f_3]^T, \quad \mathcal{T}_a = [\mathcal{T}_{a1} \ \mathcal{T}_{a2}]^T \quad \text{et} \quad \mathbf{A} = [\mathbf{a}_1 \ \mathbf{a}_2] \quad (2.57)$$

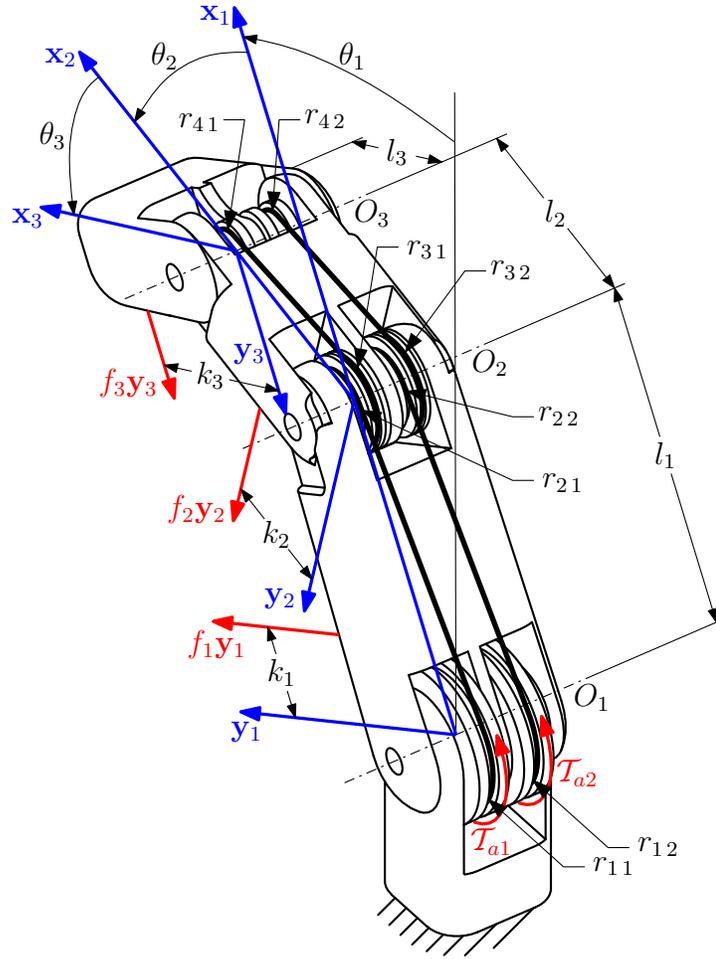


Figure 2.14: Doigt à trois phalanges et deux réseaux de tendons.

avec

$$\mathbf{a}_j = \begin{bmatrix} \frac{1}{k_1} (1 - \sigma_{1j}) - \frac{\sigma_{1j}\sigma_{2j}l_1}{k_1k_3} \cos(\theta_2 + \theta_3) - \left((1 - \sigma_2) - \frac{\sigma_{2j}l_2}{k_3} \cos\theta_3 \right) \frac{\sigma_{1j}l_1}{k_1k_2} \cos\theta_2 \\ \frac{\sigma_{1j}}{k_2} (1 - \sigma_{2j}) - \frac{\sigma_{1j}\sigma_{2j}l_2}{k_2k_3} \cos\theta_3 \\ \frac{\sigma_{1j}\sigma_{2j}}{k_3} \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

où $j = 1, 2$.

À l'instar de la sous-section 2.3.2, nous trouvons encore deux vecteurs, \mathbf{a}_1 et \mathbf{a}_2 , qui définissent un plan dans l'espace \mathbf{f} des forces de contact, ici à 3 dimensions : f_1 , f_2 et f_3 . Ainsi, tenter d'obtenir une certaine distribution de forces \mathbf{f} revient à choisir \mathbf{a}_1 et \mathbf{a}_2 de sorte que le vecteur \mathbf{f} fasse partie de ce plan, donc que $(\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2) \cdot \mathbf{f} = 0$.

Ce problème peut souvent être rencontré, notamment lorsqu'on souhaite que les forces de contact gardent un certain rapport entre elles peu importe leur position sur la phalange ainsi que l'orientation relative des phalanges. Il s'agirait ainsi de trouver les paramètres du doigt, soit $l_1, l_2, \sigma_{11}, \sigma_{21}, \sigma_{12}$ et σ_{22} , pouvant minimiser $(\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2) \cdot \mathbf{f}$ pour toutes les valeurs de $\theta_2, \theta_3, k_1, k_2$ et k_3 . Si l'on développe $(\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2) \cdot \mathbf{f}$, nous obtenons

$$\begin{aligned} & \frac{1}{k_1 k_2 k_3} \left[f_1 [\sigma_{11} \sigma_{12} (\sigma_{22} - \sigma_{21}) k_1] + f_2 [\sigma_{11} \sigma_{12} (\sigma_{22} - \sigma_{21}) (k_2 + l_1 \cos \theta_2) \right. \\ & + (\sigma_{11} \sigma_{21} - \sigma_{12} \sigma_{22}) k_2] + f_3 [\sigma_{11} \sigma_{12} (\sigma_{22} - \sigma_{21}) (k_3 + l_2 \cos \theta_3 + l_1 \cos (\theta_2 + \theta_3)) \\ & \left. + (\sigma_{11} \sigma_{21} - \sigma_{12} \sigma_{22}) (k_3 + l_2 \cos \theta_3) + (\sigma_{12} - \sigma_{11}) k_3 \right]. \end{aligned} \quad (2.59)$$

Puis, en réarrangeant les termes, nous pouvons trouver

$$\begin{aligned} & \frac{1}{k_1 k_2 k_3} \left[\sigma_{11} \sigma_{12} (\sigma_{22} - \sigma_{21}) (f_1 k_1 + f_2 l_1 \cos \theta_2 + f_3 l_1 \cos (\theta_2 + \theta_3)) \right. \\ & + (\sigma_{11} \sigma_{12} (\sigma_{22} - \sigma_{21}) + \sigma_{11} \sigma_{21} - \sigma_{12} \sigma_{22}) (f_2 k_2 + f_3 l_2 \cos \theta_3) \\ & \left. + (\sigma_{11} \sigma_{12} (\sigma_{22} - \sigma_{21}) + \sigma_{11} \sigma_{21} - \sigma_{12} \sigma_{22} + \sigma_{12} - \sigma_{11}) f_3 k_3 \right]. \end{aligned} \quad (2.60)$$

En observant cette équation, on déduit qu'il est impossible de trouver des paramètres permettant d'obtenir une distribution des forces de contact indépendante de l'orientation des phalanges. En effet, il est possible de déduire de l'équation (2.60) que, de manière à ce que $(\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2) \cdot \mathbf{f} = 0$ pour n'importe quelles valeurs de θ_2 et de θ_3 , il faudrait que $\sigma_{22} = \sigma_{21}$ de même que $\sigma_{12} = \sigma_{11}$. Puisque les rapports des rayons des poulies seraient les mêmes, nous n'aurions ainsi plus qu'un réseau de tendons et les deux vecteurs de la base vectorielle $\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2\}$ deviendraient coaxiaux : $\mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_2$. Le vecteur \mathbf{f} ferait alors nécessairement partie d'un même plan avec le vecteur des forces atteignables, \mathbf{a}_1 , ce qui explique que $(\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2) \cdot \mathbf{f} = 0$. Par contre, ce n'est plus un plan qui serait produisible, mais seulement une droite, donc nous ne pourrions obtenir qu'une distribution de forces étant un multiple de \mathbf{a}_1 , soit $\mathbf{f} = \kappa \mathbf{a}_1$ où $\kappa \in \mathbb{R}$.

À la vue de ces résultats, nous devons nous résoudre à utiliser un système où la distribution des forces de contact pouvant être produite varie en fonction de la position de ces forces de contact, k_1, k_2 et k_3 , ainsi qu'en fonction de l'orientation relative des phalanges, θ_2 et θ_3 . Par exemple, en utilisant les valeurs inscrites au tableau 2.3, nous obtenons les différentes bases vectorielles présentées à la figure 2.15. Les deux groupes de plans diffèrent seulement de par la position des points de contact sur les phalanges. Pourtant, il est évident que les distributions de forces produisibles sont bien différentes dans les deux cas. Pour chacun des cas, l'orientation des phalanges est également changée. Bien que les plans obtenus en modifiant θ_i sont plus près que lorsqu'on modifie les k_i , on peut néanmoins observer qu'ils varient d'une configuration à l'autre. On ne peut donc pas obtenir une distribution des forces de contact arbitraire pour une forme de prise donnée si l'architecture du doigt est imposée.

Tableau 2.3: Données utilisées pour tracer la figure 2.15.

Cas	σ_{11}	σ_{21}	σ_{12}	σ_{22}	k_1	k_2	k_3	l_1	l_2
1	0,2	0,2	0,4	0,3	0,8	0,2	0,47	1	0,67
2	0,2	0,2	0,4	0,3	0,5	0,5	0,17	1	0,67

Afin d'obtenir une architecture de doigt à trois phalanges stable, il est possible d'utiliser différents types d'optimisation. Par exemple, on peut étudier la prise d'un cylindre de manière à diminuer le nombre de variables et ainsi faciliter la visualisation des forces de contact obtenues, tel que présenté à l'annexe A. Une autre méthode donnant des résultats très intéressants est d'optimiser d'abord les rapports des rayons des poulies du premier système de transmission permettant d'obtenir une prise typique, puis de concevoir le deuxième système de transmission de manière à ce que les prises soient toujours stables ou, du moins, qu'il n'y ait pas d'éjection. En fait, la main, donc chacun des doigts, doit pouvoir effectuer au moins une prise en puissance tel que présenté par Napier (1956) avant de considérer prendre un objet par une prise de précision. Ainsi, chacun des réseaux de tendons permettra d'obtenir une *distribution élémentaire de forces* et leur superposition permettra d'obtenir les différentes prises souhaitées. Ce choix est conforté par les études de Santello et Soechting (2000), c'est donc cette méthodologie qui est utilisée ici.

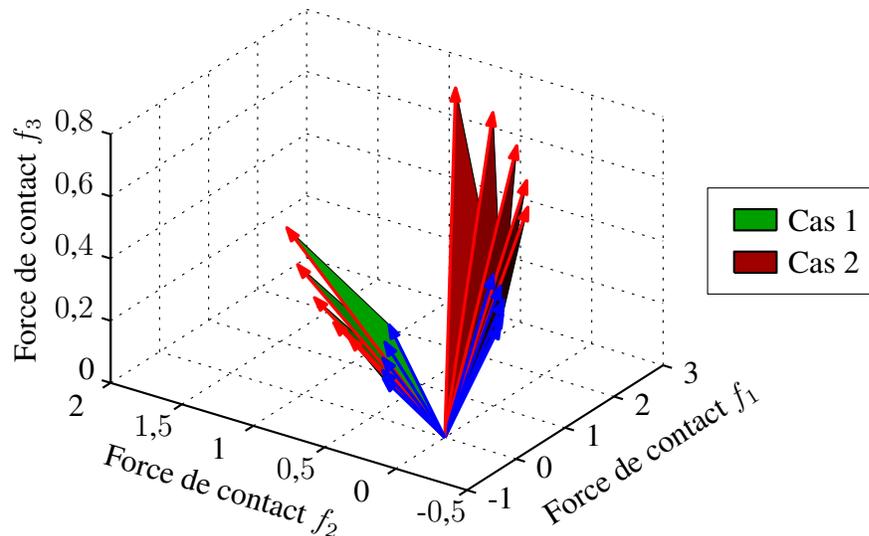


Figure 2.15: Bases vectorielles obtenues pour les orientations $\theta_2 = \theta_3 = \{\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{8}\}$ selon le cas décrit au tableau 2.3.

Optimisation du premier réseau pour une prise typique

Afin d'optimiser le premier réseau d'actionnement du doigt à trois phalanges, il faut définir quelle est la configuration d'un doigt humain lors d'une prise typique. D'abord, An *et al.* (1979, 1985) définissent la fonction de préhension par trois forces appliquées perpendiculairement au milieu de chaque phalange, où le rapport des forces a été obtenu expérimentalement par l'étude de quarante sujets normaux. La phalange proximale a donc 0,66 fois la force appliquée sur la phalange distale, $f_1 = 0,66f_3$, tandis que le rapport entre les phalanges moyenne et distale est $f_2 = 0,34f_3$. En outre, la force de contact moyenne de la phalange distale de l'index lors de la saisie varie de 38 à 109 Newtons, $f_3 \in [38, 109]$ N. Enfin, les orientations relatives des phalanges lors d'une prise typique sont de $\theta_1 = 62^\circ$ à l'articulation metacarpophalangienne, de $\theta_2 = 48^\circ$ à l'articulation interphalangienne proximale et de $\theta_3 = 23^\circ$ à l'articulation interphalangienne distale, ce qui est confirmé par Chao *et al.* (1976). Une distribution similaire des forces de contact a été observée par Amis (1987), alors que Kong et Lowe (2005) décrivent plutôt que la phalange médiane applique une force similaire à celle de la phalange proximale. En ce qui a trait aux dimensions moyennes d'un doigt humain, la longueur de la phalange médiane serait $l_2 = 24$ mm selon Mcarthur *et al.* (1998), alors que celle de la phalange proximale serait de $l_1 = 40$ mm. Ces dimensions sont en accord avec celles trouvées par Wagner (1988) qui a mesuré les mains de 127 hommes et 111 femmes pianistes. De plus, il a déterminé la distance entre l'articulation interphalangienne proximale et le bout de l'index, soit environ 46 mm. Puisque la longueur de la phalange médiane est de 24 mm, nous pouvons conclure que la phalange distale mesure $l_3 = 22$ mm. Ces paramètres, inscrits au tableau 2.4, sont utilisés avec l'équation (2.50) décrivant les forces de contact d'un doigt à trois phalanges et un réseau de tendons pour trouver $\mathcal{T}_{a1} \approx 7,25$ N·m, $\sigma_{11} \approx 0,5$ et $\sigma_{21} \approx 0,3$, qui sont des rapports de poulies faciles à obtenir en pratique.

Depuis l'équation (2.54) déduite de $f_1 < 0$, nous savons qu'un doigt à trois phalanges et un réseau de tendons est localement instable si

$$\frac{k_2}{l_1} < \frac{1 - \sigma_2}{1 - \sigma_1} \sigma_1 \cos \theta_2 \quad (2.61)$$

et

$$\frac{k_3}{l_2} > \frac{l_1 l_2 \cos \theta_2 \cos \theta_3 - k_2 l_1 \cos(\theta_2 + \theta_3)}{(1 - \sigma_2) \sigma_1 l_1 l_2 \cos \theta_2 - (1 - \sigma_1) k_2 l_2} \sigma_1 \sigma_2. \quad (2.62)$$

Tableau 2.4: Paramètres d'une prise typique.

l_1	l_2	k_1	k_2	k_3	θ_2	θ_3	f_1	f_2	f_3
40 mm	24 mm	20 mm	12 mm	11 mm	48°	23°	66 N	34 N	100 N

L'équation (2.62) est suffisante pour représenter la première zone d'instabilité. De plus, avec l'équation (2.52) tirée de $f_2 < 0$, nous pouvons décrire la seconde zone d'instabilité locale :

$$\frac{k_3}{l_2} < \frac{\sigma_2 \cos \theta_3}{1 - \sigma_2}. \quad (2.63)$$

Ainsi, connaissant les rapports des poulies utilisés, nous pouvons tracer les zones d'instabilité locale en utilisant l'équation (2.62) pour la zone associée à $f_1 < 0$ et l'équation (2.63) pour $f_2 < 0$, tel que présenté à la figure 2.16 pour la configuration de la prise typique utilisée. On peut ainsi observer que la zone correspondant à $f_2 < 0$ n'est pas critique, puisqu'elle est limitée à $k_3 \approx 0,4 l_2$ pour cette configuration. Évidemment, la prise typique décrite au tableau 2.4 se trouve dans la zone des prises localement stables, puisqu'on a imposé que les forces de contact soient toutes positives pour cette configuration. Afin de généraliser le raisonnement s'appliquant à ce doigt utilisant ces rapports de poulies, il est utile de représenter les zones d'instabilité pour tout le domaine des orientations des phalanges, comme à la figure 2.17.

Le même constat s'applique à la figure 2.17, soit que la zone associée à $f_2 < 0$ ne peut pas causer l'éjection de l'objet saisi puisque l'instabilité se produit pour de faibles valeurs de k_3 , alors que l'éjection survient évidemment à $k_3 = l_3$. Par contre, on peut noter que la zone d'instabilité obtenue avec $f_1 < 0$ s'étend jusqu'au bout de la phalange distale pour de petites valeurs de θ_2 , ce qui est problématique. En effet, les prises de pincées sont souvent définies par de faibles coordonnées articulaires et un point de contact près de l'extrémité de la phalange distale. Quant à la prise typique, une droite a été ajoutée à la figure 2.17 pour les orientations des phalanges qui lui sont associées. On peut ainsi observer le comportement de

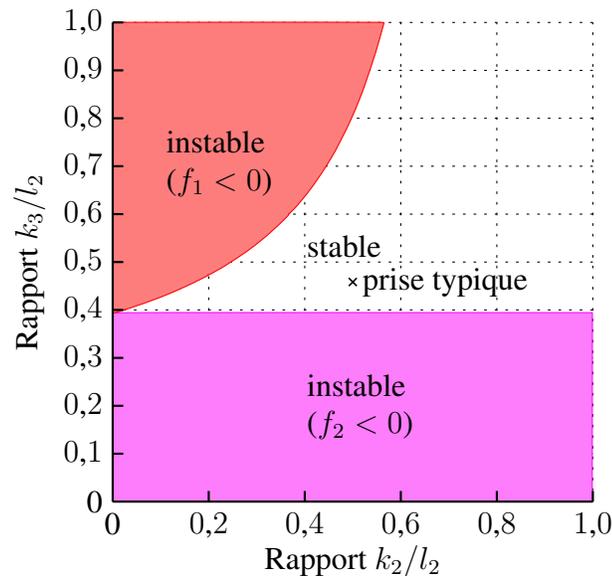


Figure 2.16: Limites de stabilité du premier réseau de tendons d'un doigt à trois phalanges si $\sigma_1 = 0,5$ et $\sigma_2 = 0,3$ en fonction de la position des points de contact k_3/l_2 et k_2/l_2 pour la configuration $\theta_2 = 48^\circ$ et $\theta_3 = 23^\circ$.

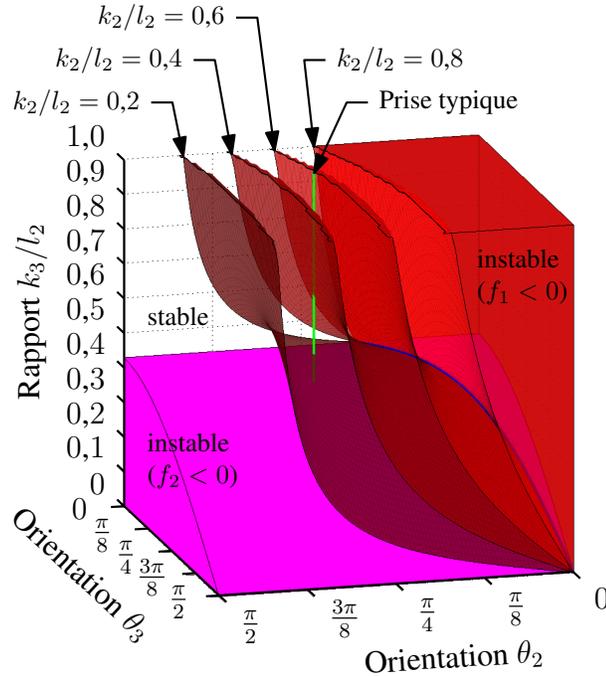


Figure 2.17: Limites de stabilité du premier réseau de tendons d'un doigt à trois phalanges en fonction des position des points de contact k_3/l_2 et k_2/l_2 et des orientations des phalanges θ_2 et θ_3 si $\sigma_1 = 0,5$ et $\sigma_2 = 0,3$.

la stabilité locale selon la position des points de contact sur les phalanges médiane et distale. Finalement, il est intéressant de noter qu'il n'y a qu'une intersection des limites des zones associées à $f_1 < 0$ et à $f_2 < 0$, donc les surfaces associées à $f_1 = 0$ et $f_2 = 0$.

En effet, il est possible de démontrer que cette intersection est indépendante de k_2 en utilisant l'équation (2.62) et l'équation (2.63), tel que

$$\frac{l_1 l_2 \cos \theta_2 \cos \theta_3 - k_2 l_1 \cos(\theta_2 + \theta_3)}{(1 - \sigma_2) \sigma_1 l_1 l_2 \cos \theta_2 - (1 - \sigma_1) k_2 l_2} \sigma_1 \sigma_2 = \frac{\sigma_2 \cos \theta_3}{1 - \sigma_2} \quad (2.64)$$

ce qui conduit à

$$-(1 - \sigma_2) \sigma_1 \sigma_2 k_2 l_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) = -(1 - \sigma_1) \sigma_2 k_2 l_2 \cos \theta_3 \quad (2.65)$$

et finalement

$$\frac{\sigma_1 (1 - \sigma_2) l_1 \cos(\theta_2 + \theta_3)}{(1 - \sigma_1) l_2 \cos \theta_3} = 1. \quad (2.66)$$

Ainsi, l'intersection des surfaces $f_1 = 0$ et de la surface $f_2 = 0$ est décrite par l'équation (2.66). Il est logique que cette courbe ne dépende pas de k_2 , puisqu'elle représente la configuration où il n'y a qu'un contact et que ce dernier se situe sur la phalange distale. Il est alors possible d'effectuer une prise pincée, mais seulement avec la base de cette phalange, car on peut remarquer à la figure 2.17 que $k_3 \leq 0,4 l_2$ pour cette courbe.

Optimisation du second réseau pour éviter l'éjection

Les rapports $\sigma_{11} = 0,5$ et $\sigma_{21} = 0,3$ permettent d'obtenir une prise de force typique, mais le doigt est alors instable pour de petits θ_2 et de grands k_3 , ce qui est problématique pour les prises de précision ou les prises pincées. Nous devons donc utiliser un second réseau de tendons afin d'éviter l'éjection. En d'autres mots, nous superposons une seconde *distribution élémentaire de forces* à la première afin de modifier la distribution des forces de contact.

En utilisant deux systèmes d'actionnement, nous pouvons produire arbitrairement les forces f_2 et f_3 en utilisant l'équation (2.56) pour calculer les moments \mathcal{T}_{a1} et \mathcal{T}_{a2} requis, de sorte que

$$\mathcal{T}_{a1} = \frac{k_2 f_2 + ((1 - 1/\sigma_{22}) k_3 + l_2 \cos \theta_3) f_3}{\sigma_{11} \sigma_{21} (1/\sigma_{21} - 1/\sigma_{22})} \quad (2.67a)$$

$$\mathcal{T}_{a2} = -\frac{k_2 f_2 + ((1 - 1/\sigma_{21}) k_3 + l_2 \cos \theta_3) f_3}{\sigma_{12} \sigma_{22} (1/\sigma_{21} - 1/\sigma_{22})} \quad (2.67b)$$

Nous pouvons également utiliser l'équation (2.56) pour déterminer si $f_1 < 0$ pour ces couples, c'est-à-dire s'il y a une instabilité locale. On peut récrire cette condition selon la configuration de la prise et les rapports de poulies utilisés

$$\begin{aligned} 0 > & \left(\sigma_{11} \sigma_{12} (\sigma_{21} - \sigma_{22}) - \sigma_{11} \sigma_{21} + \sigma_{12} \sigma_{22} + \sigma_{11} - \sigma_{12} \right) k_3 \\ & + \left(\sigma_{11} \sigma_{12} (\sigma_{21} - \sigma_{22}) - \sigma_{11} \sigma_{21} + \sigma_{12} \sigma_{22} \right) (l_2 \cos \theta_3 + k_2 f_2 / f_3) \\ & + \sigma_{11} \sigma_{12} (\sigma_{21} - \sigma_{22}) l_1 \cos (\theta_2 + \theta_3). \end{aligned} \quad (2.68)$$

Il est possible d'isoler k_3 afin de trouver l'équation de la limite de stabilité

$$k_{3lim} = \frac{(\sigma_{22} - \sigma_{21}) l_1 \cos (\theta_2 + \theta_3) + \left(\sigma_{22} - \sigma_{21} + \frac{\sigma_{21}}{\sigma_{12}} - \frac{\sigma_{22}}{\sigma_{11}} \right) (l_2 \cos \theta_3 + k_2 \frac{f_2}{f_3})}{\sigma_{21} - \sigma_{22} - \frac{\sigma_{21}}{\sigma_{12}} + \frac{\sigma_{22}}{\sigma_{11}} + \frac{1}{\sigma_{12}} - \frac{1}{\sigma_{11}}} \quad (2.69)$$

où l'on doit vérifier le signe du dénominateur afin de connaître de quel côté de la surface définie par l'équation (2.69) il y a instabilité. En isolant le rapport σ_{22} du dénominateur de k_{3lim} , nous obtenons la condition

$$\sigma'_{22} = \left(\frac{1/\sigma_{11} - \sigma_{21}}{1/\sigma_{11} - 1} \right) - \frac{1}{\sigma_{12}} \left(\frac{1 - \sigma_{21}}{1/\sigma_{11} - 1} \right). \quad (2.70)$$

Si $\sigma_{22} \geq \sigma'_{22}$, alors le doigt est instable pour $k_3 < k_{3lim}$. Par contre, si $\sigma_{22} < \sigma'_{22}$, alors l'instabilité se trouve au-dessus de la surface, c'est-à-dire pour $k_3 > k_{3lim}$. Finalement, pour le cas limite $\sigma_{22} = \sigma'_{22}$, la zone d'instabilité $f_1 < 0$ est décrite par

$$\frac{1/\sigma_{11} - 1}{1 - \sigma_{21}} \left(l_2 \cos \theta_3 + k_2 \frac{f_2}{f_3} \right) < l_1 \cos (\theta_2 + \theta_3). \quad (2.71)$$

L'utilisation de $\sigma_{22} \geq \sigma'_{22}$ est recommandée, puisque la zone d'instabilité se trouve sous la surface définie par k_{3lim} . Nous pouvons ainsi éviter l'éjection de l'objet à saisir si le point de contact maximal où il y a instabilité, k_{3lim} , est plus petit que la longueur de la phalange distale l_3 . Puisque l'éjection implique qu'il ne reste qu'une force de contact, nous devons utiliser $f_2 = 0$ dans l'équation (2.69) afin de tracer la limite de stabilité pour certains rapports σ_{12} comme à la figure 2.18.

L'optimisation des rapports σ_{12} et σ_{22} peut alors être menée en tentant de minimiser le volume V de la zone d'instabilité présente sous la limite de stabilité, de même que la valeur maximale M_V de celle-ci. Ces valeurs sont présentées à la figure 2.19 en fonction de σ_{12} pour différentes valeurs de σ_{22} .

On peut ainsi observer que $\sigma_{12} = 0,3$ et $\sigma_{22} = 1$ est un choix judicieux de manière à maintenir la valeur maximale M_V de la zone d'instabilité relativement faible en plus de minimiser V , le volume de cette zone. Avec $\sigma_{11} = 0,5$, $\sigma_{21} = 0,3$, $\sigma_{12} = 0,3$ et $\sigma_{22} = 1$, le point de contact le plus distant où il y a instabilité peut être observé à la figure 2.18 pour $\theta_2 = \theta_3 = 0$. Puisque cette distance maximale est $k_3 \approx 0,5 l_2 < l_3$, nous pouvons conclure que cette architecture permet d'éviter l'éjection de l'objet par ce doigt.

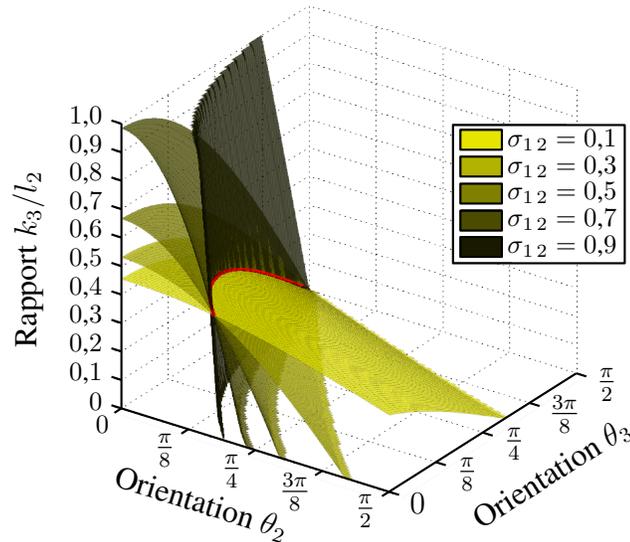


Figure 2.18: Limites de stabilité d'un doigt à trois phalanges et deux réseaux de tendons en fonction de la position du point de contact k_3/l_2 , des orientations des phalanges θ_2 et θ_3 ainsi que du rapport σ_{12} si $\sigma_{11} = 0,5$, $\sigma_{21} = 0,3$ et $\sigma_{22} = 1,0$.

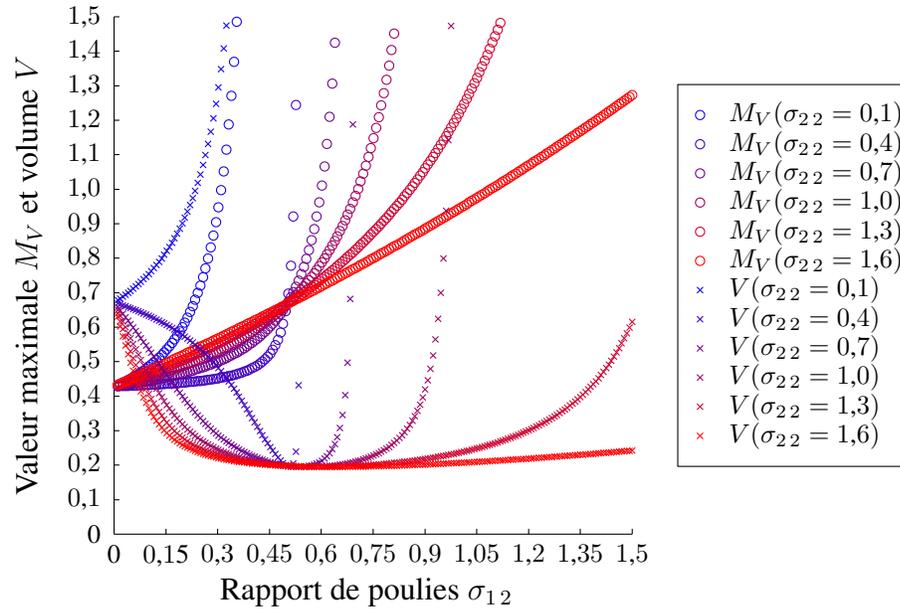


Figure 2.19: Volume V sous la limite de stabilité ainsi que le maximum M_V de cette surface pour un doigt à trois phalanges et deux réseaux de tendons en fonction des rapports σ_{12} et σ_{22} si $\sigma_{11} = 0,5$ et $\sigma_{21} = 0,3$.

2.5 Discussion

Dans ce chapitre, le comportement statique d'un doigt sous-actionné a été étudié. Les équations décrivant les forces de contact aux phalanges en fonction de la configuration du doigt et des systèmes de transmission utilisés ont d'abord été établies. Il a ainsi été prouvé que les forces appliquées par un doigt sont la somme de chacune des forces produites par les différents systèmes d'actionnement.

Par la suite, les doigts à deux ou trois phalanges actionnés par un ou deux réseaux de tendons ont été analysés en étudiant plus particulièrement les conditions permettant d'atteindre une prise stable pour laquelle toutes les forces de contact sont positives.

Pour un doigt à deux phalanges et un réseau de tendons, l'équation (2.45) a été obtenue et utilisée pour tracer la figure 2.4 permettant de déterminer la limite de stabilité du doigt en fonction du rapport de poulies σ utilisé. En ajoutant un deuxième réseau de tendons au doigt à deux phalanges, il a été exposé que toutes les forces de contact peuvent être produites si les couples d'actionnement peuvent être négatifs ou positifs et si les rapports de poulies σ_{11} et σ_{12} ne sont pas égaux.

L'analyse d'un doigt à trois phalanges est plus complexe. S'il est actionné par un seul réseau de tendons, les forces de contact produisibles sont données par l'équation (2.50). À partir de cette équation, les expressions des limites de stabilité ont pu être établies, soit pour les zones $f_1 < 0$ et $f_2 < 0$. Ces équations dépendent de l'orientation des phalanges ainsi que de la position des points de contact. Il est toutefois permis de conclure que l'utilisation de petits rapports de poulies σ_i permet de diminuer les zones d'instabilité.

Pour le doigt à trois phalanges et deux réseaux de tendons, il a été démontré qu'il n'est pas possible de produire n'importe quelles forces de contact indépendamment de la configuration de la prise. Afin d'obtenir une architecture de doigt stable, un des réseaux du doigt a été optimisé pour obtenir une prise typique de la main humaine, puis le second réseau a été conçu pour qu'il n'y ait pas d'éjection de l'objet à saisir, quelle que soit la configuration du doigt. En terme de *distribution élémentaire de forces*, il est possible d'affirmer que le premier réseau utilisant les rapports $\sigma_{11} = 0,5$ et $\sigma_{12} = 0,3$ est conçu pour répartir les forces sur les phalanges ($f_1 = 33\%$, $f_2 = 17\%$, $f_3 = 50\%$ pour la prise typique) alors que le second permet de transférer davantage de force à la phalange distale en utilisant $\sigma_{21} = 0,3$ et $\sigma_{22} = 1$. C'est donc en utilisant ces deux distributions complémentaires que l'éjection peut être évitée.

Ce comportement est très important et n'avait jusqu'alors été obtenu qu'en s'appuyant sur la friction présente aux articulations ainsi qu'aux points de contact. Ici, seuls les réseaux de tendons ont été pris en compte et il est possible de conclure que l'éjection peut être évitée. En effet, si un contact se produit au début de la phalange distale, la phalange proximale reculera étant donné que $f_1 < 0$ sous la limite de stabilité tracée à la figure 2.18, ce qui permettra aux autres phalanges de se refermer, en plus de déplacer le point de contact. Lorsque la configuration de la prise est suffisamment modifiée, en orientation (θ_2, θ_3) et en position (k_3) , elle en vient à se trouver sur la frontière de stabilité tracée à la figure 2.18 et elle devient donc stable. Si, au contraire, le contact a lieu plus loin que k_{3lim} , donc au-dessus de la limite de stabilité, alors la phalange proximale aura tendance à avancer étant donné que $f_1 > 0$ dans cette zone. S'il n'y a aucun autre contact avec l'objet, les phalanges médiane et distale seront menées en butée aux articulations interphalangiennes et le doigt sera en pleine extension. Les butées permettront de transmettre le couple créé par le contact sur la phalange distale et le doigt sera alors stable statiquement.

Maintenant que l'étude des doigts sous-actionnés utilisés dans la main robotique est complétée, il est nécessaire d'analyser l'architecture du pouce afin d'obtenir les prises caractéristiques de la main humaine.

Chapitre 3

Analyse cinématique de la rotation du pouce

*Dès que tu vois que tu sais faire une chose,
attaque toi à quelque chose que tu ne sais pas encore faire.*

Rudyard Kipling

Dans ce chapitre, l'orientation et la position de l'articulation carpométacarpienne du pouce sont analysées afin d'obtenir la rotation du pouce désirée. Il s'agit d'amener le pouce depuis sa position palmaire à une position où il se trouve en opposition avec le majeur. Au préalable, le problème général de positionnement et d'orientation d'un axe de rotation suivant l'imposition de la pose initiale et finale d'un vecteur à pivoter est étudié. Finalement, la transmission du tendon fléchisseur du pouce est examinée, particulièrement la position et l'orientation des poulies intégrées dans le métacarpien du pouce.

3.1 Motivation

Il est possible d'identifier certaines caractéristiques recherchées dans une main robotique, que celle-ci soit sous-actionnée ou non. Par exemple, la main doit toujours offrir le plus grand éventail de prises stables. En fait, même si Napier (1956) généralise les poignes accomplies par la main humaine comme étant soit en puissance, soit de précision, la forme prise par la main lors de tâches courantes doit être caractérisée afin de mettre en oeuvre ces poignes et d'assurer une bonne adaptabilité de la main robotique. Plusieurs publications traitent de ce sujet, tant dans le domaine médical (Cooney et Chao, 1977; Tubiana et Thomine, 1990; Santello *et al.*, 1998, 2002; Boutan et Casoli, 2005; Meyer et Halbout, 2006) que dans un contexte scientifique (Lyons, 1985; Cutkosky et Wright, 1986; Cutkosky, 1989; Iberall, 1997; Brown et Asada, 2007). L'importance de la mobilité du pouce, c'est-à-dire son mouvement d'opposition, est dénotée dans ces textes. Ce mouvement permet ainsi de passer du soutien palmaire où le pouce est adjacent aux doigts, tel que présenté à la figure 3.1(a), à une prise en pincée latérale et, enfin, à une prise sphérique où le pouce est en opposition avec le majeur, tel que présenté à la figure 3.1(b).

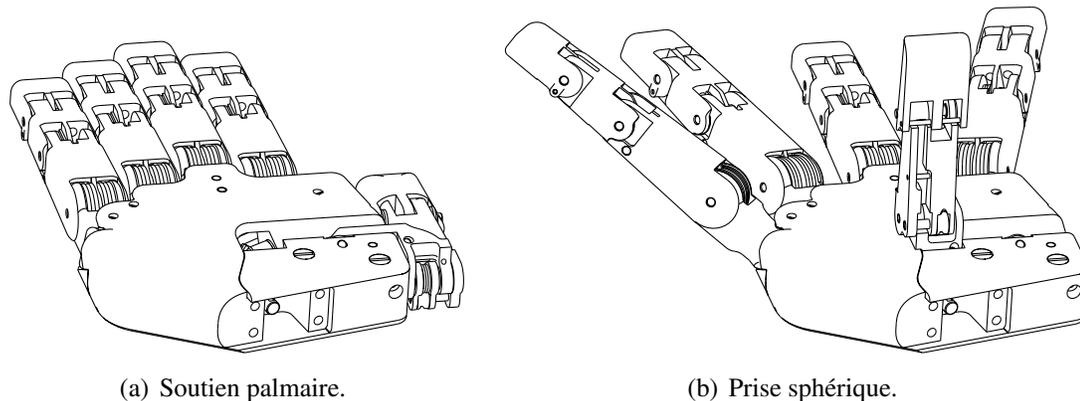


Figure 3.1: Prises typiques effectuées par la main humaine.

Cette rotation du pouce est principalement due à son métacarpien. Bien que le métacarpien du pouce humain a plusieurs degrés de liberté (Cooney *et al.*, 1981; Chao *et al.*, 1989; Li et Tang, 2007; Dumas *et al.*, 2008), il est possible d'utiliser un métacarpien possédant seulement une articulation rotoïde à sa base, l'articulation carpométacarpienne¹, pour accomplir la plupart des prises. Pourtant, la majorité des mains robotiques utilisent un métacarpien à deux degrés de liberté dans leur pouce, par exemple la main Utah/MIT (Jacobsen *et al.*, 1986), la DLR-Hand II (Butterfass *et al.*, 2001) et la main de Yamano et Maeno (2005).

¹L'articulation carpométacarpienne du pouce est aussi appelée trapézométacarpienne dans le domaine médical.

Certaines mains robotiques, quant à elles, n'ont qu'une seule articulation rotoïde à la base du métacarpien du pouce, tel que proposé dans le présent travail. Il s'agit entre autres de la main du Robonaut (Lovchik et Diftler, 1999) ou celle du Tokyo Institute of Technology (Takaki et Omata, 2009). Toutefois, ces mains ont un mouvement du pouce limité : il ne peut pas être amené dans le plan de la paume en soutien palmaire.

L'articulation carpométacarpienne est donc étudiée afin d'obtenir la rotation du pouce désirée. En d'autres mots, la position et l'orientation de l'articulation carpométacarpienne qui permettent au pouce d'être adjacent à la paume sont définies, et, suite à la rotation du métacarpien, de venir au-dessus de la paume en opposition avec les doigts, tel que présenté à la figure 3.1. Pour ce faire, la trajectoire accomplie par l'articulation métacarpophalangienne du pouce est suivie. Cette articulation peut être représentée par un vecteur unitaire donnant l'orientation de son axe et par un point situé à l'intersection de son axe et du plan sagittal des phalanges du pouce. Cette étude apporte d'abord la solution au problème général de pivotement d'un vecteur unitaire à la section 3.2, puis au cas particulier de la rotation du pouce à la section 3.3. Suite à cette analyse, la configuration du système de transmission du tendon fléchisseur du pouce est établie à la section 3.4, principalement le calcul de la position et de l'orientation des poulies dans le métacarpien.

3.2 Problème général de la pose d'un axe de rotation pour des poses initiale et finale prescrites

La figure 3.2 présente le problème résolu ici, soit de trouver un axe de rotation s autour duquel il est possible de faire pivoter un vecteur unitaire v_A situé au point p_A d'un angle ϑ pour l'amener à une position p_B coïncidant avec le vecteur unitaire v_B . Cet axe est représenté par un vecteur unitaire v_s donnant son orientation ainsi qu'un point p_s sur celui-ci donnant

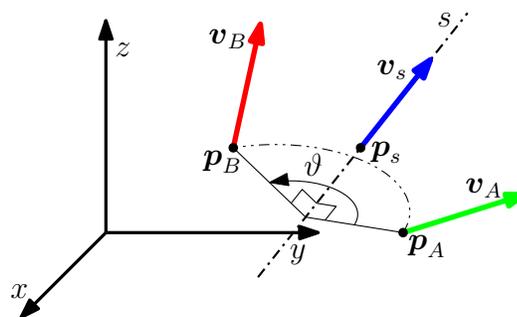


Figure 3.2: Positions et orientations initiales (p_A, v_A) et finales (p_B, v_B) d'un vecteur unitaire à pivoter ainsi que l'axe de rotation s à définir.

sa position. Comme il s'agit d'un cas général, les vecteurs s'expriment ainsi

$${}^o\hat{\mathbf{v}}_s = \begin{bmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \\ 0 \end{bmatrix}, {}^o\hat{\mathbf{p}}_s = \begin{bmatrix} s_{0x} \\ s_{0y} \\ s_{0z} \\ 1 \end{bmatrix}, {}^o\hat{\mathbf{v}}_A = \begin{bmatrix} v_{Ax} \\ v_{Ay} \\ v_{Az} \\ 0 \end{bmatrix}, {}^o\hat{\mathbf{p}}_A = \begin{bmatrix} p_{Ax} \\ p_{Ay} \\ p_{Az} \\ 1 \end{bmatrix}, {}^o\hat{\mathbf{v}}_B = \begin{bmatrix} v_{Bx} \\ v_{By} \\ v_{Bz} \\ 0 \end{bmatrix} \text{ et } {}^o\hat{\mathbf{p}}_B = \begin{bmatrix} p_{Bx} \\ p_{By} \\ p_{Bz} \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

L'utilisation du $\hat{}$ indique que les vecteurs sont exprimés en coordonnées homogènes, c'est-à-dire $\{x, y, z, w\}$ où $w = 0$ pour une orientation et $w = 1$ pour une position. Notez aussi que le repère dans lequel un vecteur est exprimé – original o ou modifié m – est indiqué en exposant à la gauche du vecteur. En effet, de manière à simplifier les équations subséquentes, il est recommandé d'effectuer un changement de repère. Cette transformation n'affecte en rien la généralité du problème.

3.2.1 Changement de repère

Le nouveau repère utilisé a son axe x' parallèle au vecteur \mathbf{v}_A , son origine coïncide avec le point \mathbf{p}_A et son plan $x'y'$ passe par le point \mathbf{p}_B , tel que présenté à la figure 3.3.

Ce changement de repère pour un vecteur quelconque $\hat{\mathbf{v}}$ depuis le repère original $\{x, y, z\}$ vers celui modifié $\{x', y', z'\}$ est traduit par l'équation suivante

$${}^m\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{T}_{om} {}^o\hat{\mathbf{v}} \quad (3.2)$$

alors que la transformation inverse est

$${}^o\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{T}_{mo} {}^m\hat{\mathbf{v}}. \quad (3.3)$$

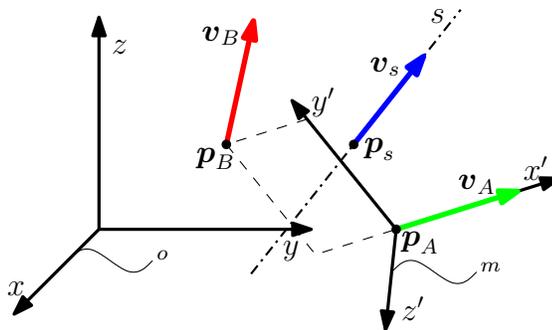


Figure 3.3: Transformation depuis le repère original (o) vers celui modifié (m) pour simplifier les équations du problème général.

Les matrices de transformation T_{om} et T_{mo} peuvent être exprimées ainsi

$$T_{om} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q} & -\mathbf{Q}^o \mathbf{p}_A \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad T_{mo} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}^T & {}^o \mathbf{p}_A \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

Ces expressions nécessitent la matrice de rotation \mathbf{Q} formée par les vecteurs unitaires du premier repère exprimés dans le second, tel que

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} {}^m \mathbf{x} & {}^m \mathbf{y} & {}^m \mathbf{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^o \mathbf{x}' & {}^o \mathbf{y}' & {}^o \mathbf{z}' \end{bmatrix}^T \quad (3.5)$$

où ${}^m \mathbf{x}$, ${}^m \mathbf{y}$, ${}^m \mathbf{z}$ sont les vecteurs unitaires suivant les axes du repère original exprimés dans le repère modifié et ${}^o \mathbf{x}'$, ${}^o \mathbf{y}'$, ${}^o \mathbf{z}'$ sont les vecteurs unitaires suivant les axes du repère modifié exprimés dans le repère original. Ces derniers vecteurs sont obtenus en imposant les conditions préalablement établies, soit

$${}^o \mathbf{x}' = \frac{{}^o \mathbf{v}_A}{\|{}^o \mathbf{v}_A\|} = {}^o \mathbf{v}_A, \text{ puisque } {}^o \mathbf{v}_A \text{ est unitaire,} \quad (3.6a)$$

$${}^o \mathbf{y}' = \frac{(\mathbf{I}_3 - {}^o \mathbf{x}' {}^o \mathbf{x}'^T) ({}^o \mathbf{p}_B - {}^o \mathbf{p}_A)}{\|(\mathbf{I}_3 - {}^o \mathbf{x}' {}^o \mathbf{x}'^T) ({}^o \mathbf{p}_B - {}^o \mathbf{p}_A)\|}, \quad (3.6b)$$

$${}^o \mathbf{z}' = {}^o \mathbf{x}' \times {}^o \mathbf{y}'. \quad (3.6c)$$

Les vecteurs exprimés dans le repère modifié sont exprimés ainsi

$${}^m \hat{\mathbf{v}}_s = \begin{bmatrix} v_{sx} \\ v_{sy} \\ v_{sz} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad {}^m \hat{\mathbf{p}}_s = \begin{bmatrix} p_{sx} \\ p_{sy} \\ p_{sz} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad {}^m \hat{\mathbf{v}}_A = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad {}^m \hat{\mathbf{p}}_A = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad {}^m \hat{\mathbf{v}}_B = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad {}^m \hat{\mathbf{p}}_B = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3.7)$$

Il est maintenant possible de représenter la transformation des vecteurs $\hat{\mathbf{v}}_A$ et $\hat{\mathbf{p}}_A$ en $\hat{\mathbf{v}}_B$ et $\hat{\mathbf{p}}_B$ suite à une rotation autour de l'axe s en utilisant les équations dérivées par Tsai (1999) :

$$\hat{\mathbf{v}}_B = \mathbf{A} \hat{\mathbf{v}}_A \quad (3.8)$$

$$\hat{\mathbf{p}}_B = \mathbf{A} \hat{\mathbf{p}}_A \quad (3.9)$$

avec

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & t\mathbf{v}_s - (\mathbf{R} - \mathbf{1}) \mathbf{p}_s \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.10a)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}, \quad (3.10b)$$

$$r_{11} = (v_{sx}^2 - 1)(1 - c_\vartheta) + 1, \quad (3.11a)$$

$$r_{12} = v_{sy} v_{sx} (1 - c_\vartheta) - v_{sz} s_\vartheta, \quad (3.11b)$$

$$r_{13} = v_{sz} v_{sx} (1 - c_\vartheta) + v_{sy} s_\vartheta, \quad (3.11c)$$

$$r_{21} = v_{sy} v_{sx} (1 - c_\vartheta) + v_{sz} s_\vartheta, \quad (3.11d)$$

$$r_{22} = (v_{sy}^2 - 1)(1 - c_\vartheta) + 1, \quad (3.11e)$$

$$r_{23} = v_{sz} v_{sy} (1 - c_\vartheta) - v_{sx} s_\vartheta, \quad (3.11f)$$

$$r_{31} = v_{sz} v_{sx} (1 - c_\vartheta) - v_{sy} s_\vartheta, \quad (3.11g)$$

$$r_{32} = v_{sz} v_{sy} (1 - c_\vartheta) + v_{sx} s_\vartheta, \quad (3.11h)$$

$$r_{33} = (v_{sz}^2 - 1)(1 - c_\vartheta) + 1 \quad (3.11i)$$

où ϑ est l'angle de rotation déjà illustré à la figure 3.2. Aussi, r_{ij} est la composante ij de la matrice \mathbf{R} , alors que nous employons c_ϑ pour $\cos \vartheta$ et s_ϑ pour $\sin \vartheta$. Une translation selon l'axe s effectuée conjointement avec une rotation autour de ce dernier est représentée par t (mouvement de vis). Puisqu'ici la transformation est une rotation pure d'un angle ϑ , il est nécessaire d'utiliser $t = 0$ dans l'expression de la matrice \mathbf{A} à l'équation (3.10a).

Il est alors possible de trouver la position et l'orientation de l'axe s en résolvant d'abord le problème d'orientation pour décrire mathématiquement v_{sx} , v_{sy} et v_{sz} , puis en utilisant ces équations dans le problème de positionnement de manière à trouver ϑ et \mathbf{p}_s .

3.2.2 Résolution du problème d'orientation

En utilisant les définitions de ${}^m\hat{\mathbf{v}}_A$ et de ${}^m\hat{\mathbf{v}}_B$ avec l'équation (3.8), nous obtenons

$$v_x = (v_{sx}^2 - 1)(1 - c_\vartheta) + 1 = r_{11} \quad (3.12a)$$

$$v_y = v_{sy} v_{sx} (1 - c_\vartheta) + v_{sz} s_\vartheta = r_{21} \quad (3.12b)$$

$$v_z = v_{sz} v_{sx} (1 - c_\vartheta) - v_{sy} s_\vartheta = r_{31} \quad (3.12c)$$

et v_{sx} peut être isolé dans l'équation (3.12a), ce qui donne

$$v_{sx} = \pm \sqrt{\frac{v_x - c_\vartheta}{1 - c_\vartheta}}. \quad (3.13)$$

Nous pouvons ensuite résoudre l'équation (3.12b) et l'équation (3.12c) pour trouver v_{sy} et v_{sz} , tel que

$$v_{sy} = \frac{-v_z}{1 + v_x} \frac{c_\vartheta + 1}{s_\vartheta} + \frac{v_y}{1 + v_x} v_{sx} \quad (3.14)$$

$$v_{sz} = \frac{v_y}{1 + v_x} \frac{c_\vartheta + 1}{s_\vartheta} + \frac{v_z}{1 + v_x} v_{sx}. \quad (3.15)$$

Il est important de noter que l'expression de v_{sx} fait intervenir une racine carrée. Ainsi, pour que le radicande soit positif, il est nécessaire que son numérateur le soit également puisque $1 - c_\vartheta \geq 0$. Nous en déduisons donc que $c_\vartheta \leq v_x$. Pour le cas limite où $v_x = -1$, il faut que $\vartheta = \pi$ et \mathbf{v}_s est alors un vecteur perpendiculaire à l'axe x' tel que $v_{sx} = 0$, $v_{sy} \in [-1, 1]$ et $v_{sz} = \pm\sqrt{1 - v_{sy}^2}$. En utilisant ν , l'angle entre ce vecteur et le plan $x'y'$, nous pouvons aussi écrire $v_{sy} = c_\nu$ et $v_{sz} = s_\nu$.

Il est également intéressant de remarquer que le vecteur \mathbf{v}_s obtenu est bien unitaire si nous utilisons un vecteur \mathbf{v}_B également unitaire. Effectivement, par inspection des équations (3.13), (3.14) et (3.15), il est évident que $v_{sx}^2 + v_{sy}^2 + v_{sz}^2 = 1$ si $v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = 1$.

3.2.3 Résolution du problème de positionnement

Maintenant que les fonctions pour v_{sx} , v_{sy} et v_{sz} sont établies, nous pouvons utiliser l'équation (3.9) pour trouver ϑ et \mathbf{p}_s . Cette équation est développée en utilisant ${}^m\hat{\mathbf{p}}_A$ et ${}^m\hat{\mathbf{p}}_B$ définis à l'équation (3.7), ce qui donne

$$p_x = -p_{sx} (r_{11} - 1) - p_{sy} r_{12} - p_{sz} r_{13} \quad (3.16a)$$

$$p_y = -p_{sx} r_{21} - p_{sy} (r_{22} - 1) - p_{sz} r_{23} \quad (3.16b)$$

$$0 = -p_{sx} r_{31} - p_{sy} r_{32} - p_{sz} (r_{33} - 1). \quad (3.16c)$$

Il est utile de rappeler que le point \mathbf{p}_s peut être n'importe quel point sur l'axe s , donc que ses coordonnées sont dépendantes. Nous pouvons alors imposer une relation supplémentaire pour trouver un point en particulier puisque tout autre point \mathbf{p}'_s peut être calculé *a posteriori* suivant l'équation linéaire de l'axe, soit $\mathbf{p}'_s = \mathbf{p}_s + \kappa_s \mathbf{v}_s$ où $\kappa_s \in \mathbb{R}$. Cette relation peut être de trouver l'intersection de l'axe avec un des plans $x' = 0$, $y' = 0$ ou $z' = 0$ ou encore avec un plan permettant de simplifier une des équations, par exemple en utilisant $z' = -y' r_{12}/r_{13}$. Ces deux choix s'équivalent pour l'équation (3.16c), car le point situé à l'intersection de l'axe et du plan $z' = 0$, donc $p_{sz} = 0$, donne $p_{sy} = -p_{sx} r_{31}/r_{32}$, soit le plan $y' = x' r_{31}/r_{32}$. Dans le cas où l'axe est parallèle au plan $z' = 0$, leur intersection est à l'infini, donc la valeur de p_{sx} et de p_{sy} tendra aussi vers l'infini. Il s'agit alors de prendre plutôt $x' = 0$ ou $y' = 0$. Pour tous ces cas, suite à l'imposition d'une relation entre deux composantes avec l'équation (3.16c), il est possible de résoudre les équations (3.16a) et (3.16b), car les composantes r_{ij} sont seulement fonction de valeurs connues, v_x , v_y , v_z , ainsi que d'une inconnue, ϑ .

En utilisant $r_{11} = v_x$, $r_{21} = v_y$ et $r_{31} = v_z$ tiré de l'équation (3.12) en plus de $p_{sz} = 0$, donc $p_{sy} = -p_{sx} r_{31}/r_{32}$, il est possible de résoudre l'équation (3.16a) pour p_{sx} afin d'obtenir

$$p_{sx} = \frac{p_x}{1 - r_{11} + \frac{r_{31}}{r_{32}} r_{12}} = \frac{p_x}{1 - v_x + v_z \frac{r_{12}}{r_{32}}}. \quad (3.17)$$

En faisant de même avec l'équation (3.16b), nous obtenons

$$p_{sx} = \frac{p_y}{-r_{21} + \frac{r_{31}}{r_{32}}(r_{22} - 1)} = \frac{p_y}{-v_y + v_z \frac{r_{22}-1}{r_{32}}}. \quad (3.18)$$

Afin d'obtenir ϑ , il est possible d'égaliser l'équation (3.17) et l'équation (3.18), tel que

$$p_x \left(-v_y + v_z \frac{r_{22} - 1}{r_{32}} \right) = p_y \left(1 - v_x + v_z \frac{r_{12}}{r_{32}} \right). \quad (3.19)$$

En regroupant les termes constants et en les rassemblant du côté droit de l'égalité, on obtient

$$\frac{p_x (r_{22} - 1) - p_y r_{12}}{r_{32}} = \frac{p_x v_y + p_y (1 - v_x)}{v_z}. \quad (3.20)$$

Le membre de gauche de l'équation (3.20) est ensuite développé, ce qui donne

$$\frac{p_x (v_{sy}^2 - 1) (1 - c_\vartheta) - p_y (v_{sy} v_{sx} (1 - c_\vartheta) - v_{sz} s_\vartheta)}{v_{sz} v_{sy} (1 - c_\vartheta) + v_{sx} s_\vartheta} \quad (3.21)$$

où v_{sx} , v_{sy} et v_{sz} sont donnés par les équations (3.13), (3.14) et (3.15). En réarrangeant les termes de l'équation (3.20) avec cette expression, il est possible d'obtenir

$$0 = p_x (1 + v_x) v_z (v_x - c_\vartheta) + p_y v_y v_z (v_x - 1 - 2c_\vartheta) + \left(p_x (1 + v_x) v_y + p_y (v_y^2 - v_z^2) \right) \sqrt{1 + c_\vartheta} \sqrt{v_x - c_\vartheta} \quad (3.22)$$

qui peut être réécrite tel que

$$0 = k_c [k_a + k_b] c_\vartheta^2 + (v_x v_z^2 - v_y^2) (v_x k_a - k_b) - \left[(1 + v_x) v_z^2 (k_a + (p_y v_y)^2) - (1 - v_x) k_c (k_a + k_b) \right] c_\vartheta. \quad (3.23)$$

On utilise k_a , k_b et k_c pour simplifier l'équation (3.23), tel que

$$k_a = (p_x (1 + v_x) + p_y v_y)^2 \quad (3.24a)$$

$$k_b = (p_y v_z)^2 \quad (3.24b)$$

$$k_c = v_y^2 + v_z^2. \quad (3.24c)$$

On peut séparer l'équation (3.23) en deux termes pour mettre en évidence ses racines

$$0 = \left[k_c c_\vartheta + v_y^2 - v_x v_z^2 \right] \left[(k_a + k_b) c_\vartheta - (v_x k_a - k_b) \right]. \quad (3.25)$$

De cette équation, on peut déduire l'angle ϑ permettant de trouver le même p_{sx} avec l'équation (3.17) ainsi qu'avec l'équation (3.18). Il correspond au deuxième facteur de l'équation (3.25) puisque le premier facteur conduit à une racine parasite. Ainsi

$$\cos \vartheta = \frac{v_x k_a - k_b}{k_a + k_b}. \quad (3.26)$$

Nous retrouvons de nouveau le cas d'exception ${}^m\mathbf{v}_B = [-1 \ 0 \ 0]^T$ pour lequel le dénominateur de l'équation (3.26) devient nul et il faut alors utiliser $\vartheta = \pi$ tel que spécifié préalablement. Maintenant que ϑ est connu, il est possible de calculer les composantes du vecteur \mathbf{v}_s avec les équations (3.13), (3.14) et (3.15) ainsi que celles du point \mathbf{p}_s avec l'équation (3.17) ou avec l'équation (3.18) en plus de $p_{sy} = -p_{sx} r_{31}/r_{32}$ puisque nous avons utilisé $p_{sz} = 0$. Nous décrivons alors complètement l'axe s autour duquel une rotation du vecteur unitaire \mathbf{v}_A situé au point \mathbf{p}_A peut être effectuée pour obtenir le vecteur unitaire \mathbf{v}_B à la position \mathbf{p}_B . Il est intéressant de noter qu'il est également possible de décrire l'axe s en utilisant une méthode alternative basée sur la structure de la matrice de rotation.

3.3 Problème spécifique de la rotation du pouce

La figure 3.4 présente les positions initiale \mathbf{p}_A et finale \mathbf{p}_B de l'articulation métacarpophalangienne du pouce suite à la rotation désirée, illustrée à la figure 3.1.

L'orientation initiale de l'articulation métacarpophalangienne est donnée par le vecteur unitaire \mathbf{v}_A qui est parallèle à l'axe x . Quant à l'orientation finale, elle est dans la direction inverse de l'axe x et est représentée par le vecteur unitaire \mathbf{v}_B . L'origine du repère est située au centre de la paume, l'axe y pointe vers les doigts et l'axe z est normal à la paume. Nous devons donc définir l'axe s , l'articulation carpométacarpienne du pouce, autour duquel une rotation permet de passer de la position initiale où le pouce est adjacent à l'index, tel que présenté à la figure 3.1(a), à la position finale où le pouce est au-dessus de la paume en opposition avec les doigts, tel qu'illustré dans la figure 3.1(b).

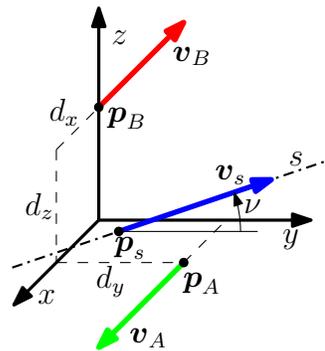


Figure 3.4: Positions et orientations initiales (\mathbf{p}_A , \mathbf{v}_A) et finales (\mathbf{p}_B , \mathbf{v}_B) de l'articulation métacarpophalangienne du pouce et celles de son articulation carpométacarpienne (\mathbf{p}_s , \mathbf{v}_s).

Ici encore, les vecteurs sont unitaires et des coordonnées homogènes sont utilisées, donc

$$\hat{\mathbf{v}}_s = \begin{bmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \\ 0 \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{p}}_s = \begin{bmatrix} s_{0x} \\ s_{0y} \\ s_{0z} \\ 1 \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{v}}_A = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{p}}_A = \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{v}}_B = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ et } \hat{\mathbf{p}}_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_z \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3.27)$$

Puisque $\hat{\mathbf{v}}_B = -\hat{\mathbf{v}}_A$, nous retrouvons le cas d'exception du problème général. Il s'agit donc d'une rotation d'un angle π et \mathbf{v}_s est un vecteur perpendiculaire à l'axe x , c'est-à-dire $s_x = 0$, $s_y \in [-1, 1]$ et $s_z = \pm\sqrt{1 - s_y^2}$. Tel que mentionné précédemment, en utilisant l'angle ν entre le vecteur \mathbf{v}_s et le plan xy , il est possible d'écrire $s_y = \cos \nu = c_\nu$ et $s_z = \sin \nu = s_\nu$.

En utilisant une rotation pure ($t = 0$), la matrice \mathbf{A} devient

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 2 s_{0x} \\ 0 & c_\nu^2 - s_\nu^2 & 2 c_\nu s_\nu & 2 s_\nu^2 s_{0y} - 2 c_\nu s_\nu s_{0z} \\ 0 & 2 c_\nu s_\nu & -(c_\nu^2 - s_\nu^2) & -2 c_\nu s_\nu s_{0y} + 2 c_\nu^2 s_{0z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

et nous trouvons avec l'équation (3.9)

$$0 = -d_x + 2 s_{0x} \quad (3.29a)$$

$$0 = d_y (c_\nu^2 - s_\nu^2) + 2 s_\nu^2 s_{0y} - 2 c_\nu s_\nu s_{0z} \quad (3.29b)$$

$$d_z = 2 d_y c_\nu s_\nu - 2 c_\nu s_\nu s_{0y} + 2 c_\nu^2 s_{0z}. \quad (3.29c)$$

Ainsi, $s_{0x} = d_x/2$, $\tan \nu = d_z/d_y$ et $s_{0z} = d_z/(2 c_\nu^2) + (s_{0y} - d_y) d_y/d_z$. Si on utilise $s_{0y} = d_y$, on trouve $s_{0z} = d_z/(2 c_\nu^2)$, donc $s_{0z} = (d_y^2 + d_z^2)/(2 d_z)$. En utilisant plutôt $s_{0z} = 0$, on trouve $s_{0y} = (d_y^2 - d_z^2)/(2 d_y)$. En résumé

$$\hat{\mathbf{v}}_s = \frac{\pm 1}{\sqrt{d_y^2 + d_z^2}} \begin{bmatrix} 0 \\ d_z \\ d_y \\ 0 \end{bmatrix} \text{ et } \hat{\mathbf{p}}_s = \begin{bmatrix} \frac{d_x}{2} \\ \frac{d_y^2 - d_z^2}{2 d_y} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3.30)$$

À l'aide de ces équations, il est maintenant possible de déterminer la position et l'orientation de l'articulation carpométacarpienne du pouce. Il est intéressant d'observer l'effet de chacun des paramètres utilisés. D'abord, d_x gouverne seulement la position de l'axe s selon x , alors que d_y et d_z sont tous deux liés à la position et l'orientation de l'axe selon y et z . De plus, d_x doit être positif pour que le pouce soit adjacent à la paume en position \mathbf{p}_A et d_z doit aussi être positif pour maintenir le pouce au-dessus de la paume en position \mathbf{p}_B . Par contre, le signe de d_y n'est pas encore fixé. Un d_y négatif fera avancer le pouce durant sa trajectoire alors qu'un d_y positif le fera reculer. La figure 3.5 illustre ces deux cas.

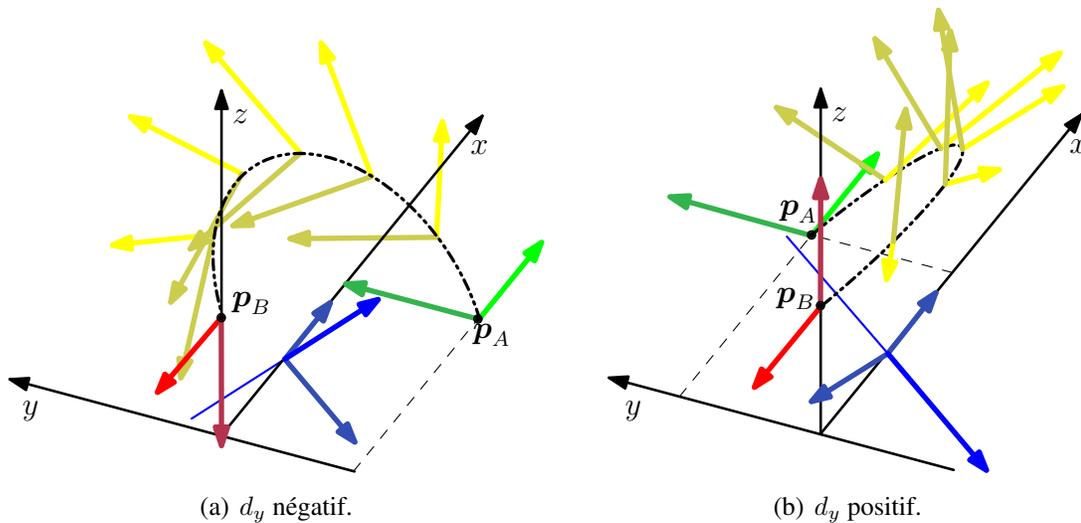


Figure 3.5: Trajectoire de l'articulation métacarpophalangienne selon le signe de d_y .

Dans cette figure, l'articulation carpométacarpienne, soit l'axe s , est représentée par le vecteur bleu clair. L'articulation métacarpophalangienne est figurée par le vecteur vert clair en position initiale et par le vecteur rouge en position finale. Des positions intermédiaires sont également représentées en jaune. Les vecteurs vert foncé, tan et bourgogne représentent la direction de la première phalange du pouce à diverses positions, pointant depuis l'articulation métacarpophalangienne vers l'articulation interphalangienne du pouce. Les vecteurs clairs représentent en effet l'orientation de l'axe des articulations rotoïdes tandis que leur perpendiculaire est désignée par un vecteur plus foncé.

Il est évident que la trajectoire suivie par l'articulation métacarpophalangienne passe par un maximum selon l'axe y lorsque d_y est négatif alors qu'un minimum est observé pour un d_y positif. C'est pourquoi, lors de la saisie d'un objet avec le pouce en opposition aux doigts, donc en position p_B , il est plausible d'établir que la prise sera plus stable dans le premier cas. Effectivement, puisque la force de contact sur le pouce tend à le faire reculer, il est préférable que la trajectoire s'achève par un mouvement vers l'arrière, ainsi le pouce peut atteindre une butée. De plus, en examinant cette trajectoire à différentes étapes, il est possible de remarquer que la face du pouce peut être maintenue vers la paume lorsque d_y est négatif, donc que le pouce peut être amené en opposition avec les autres doigts durant la séquence.

3.4 Transmission du tendon fléchisseur

Du moment que les signes des positions d_y et d_z sont connus, la direction de l'axe de rotation peut être circonscrite. Ici, en posant $d_y < 0$ et $d_z > 0$, on sait avec l'équation (3.30) que le vecteur \mathbf{v}_s est dans le plan yz et qu'il pointera depuis les y positif et z négatif vers les y négatif et z positif. Cette configuration établie, nous pouvons maintenant trouver la position de la poulie intermédiaire dans le métacarpien du pouce qui permet de rediriger le tendon de flexion des phalanges du pouce depuis la paume jusqu'à la phalange proximale, tel qu'illustré aux figures 3.6 et 3.7.

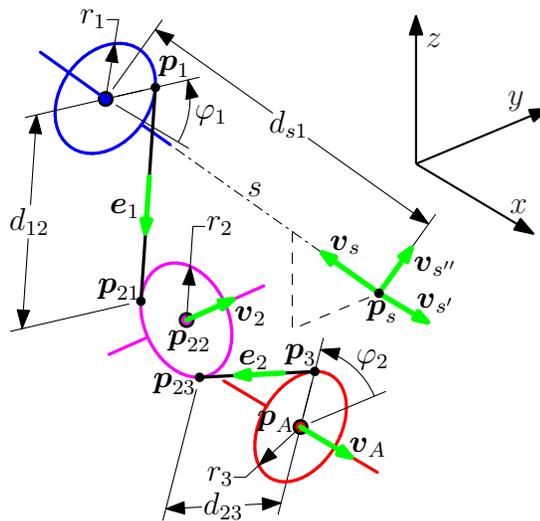


Figure 3.6: Schéma de la transmission du tendon fléchisseur dans le métacarpien.

L'introduction du tendon fléchisseur depuis la paume vers le métacarpien du pouce se fait à la poulie 1 dont l'axe \mathbf{v}_s passe par le point \mathbf{p}_s , tel que calculé précédemment. La rotation du métacarpien du pouce se faisant autour de l'articulation carpométacarpienne, le tendon est déroulé ou enroulé autour de la poulie 1 lors de cette rotation. Les mouvements de flexion des phalanges du pouce et de rotation du métacarpien sont donc interdépendants. La poulie 1 est à une distance d_{s1} du point \mathbf{p}_s . Ensuite, le câble quitte la poulie 1 au point \mathbf{p}_1 selon la direction \mathbf{e}_1 pour rejoindre la poulie 2 au point \mathbf{p}_{21} situé à une distance d_{12} . Cette poulie est centrée à \mathbf{p}_{22} et son axe suit le vecteur \mathbf{v}_2 . Finalement, le tendon passe du point \mathbf{p}_{23} de la poulie 2 au point \mathbf{p}_3 de la poulie 3 qui est à une distance d_{23} . Cette poulie est située sur l'axe de l'articulation métacarpophalangienne, \mathbf{v}_A , où la phalange proximale du pouce est fixée. En quittant la poulie 3, le tendon fléchisseur est dirigé vers l'articulation interphalangienne du pouce, puis est attaché à sa phalange distale. Il commande donc le système de flexion du pouce.

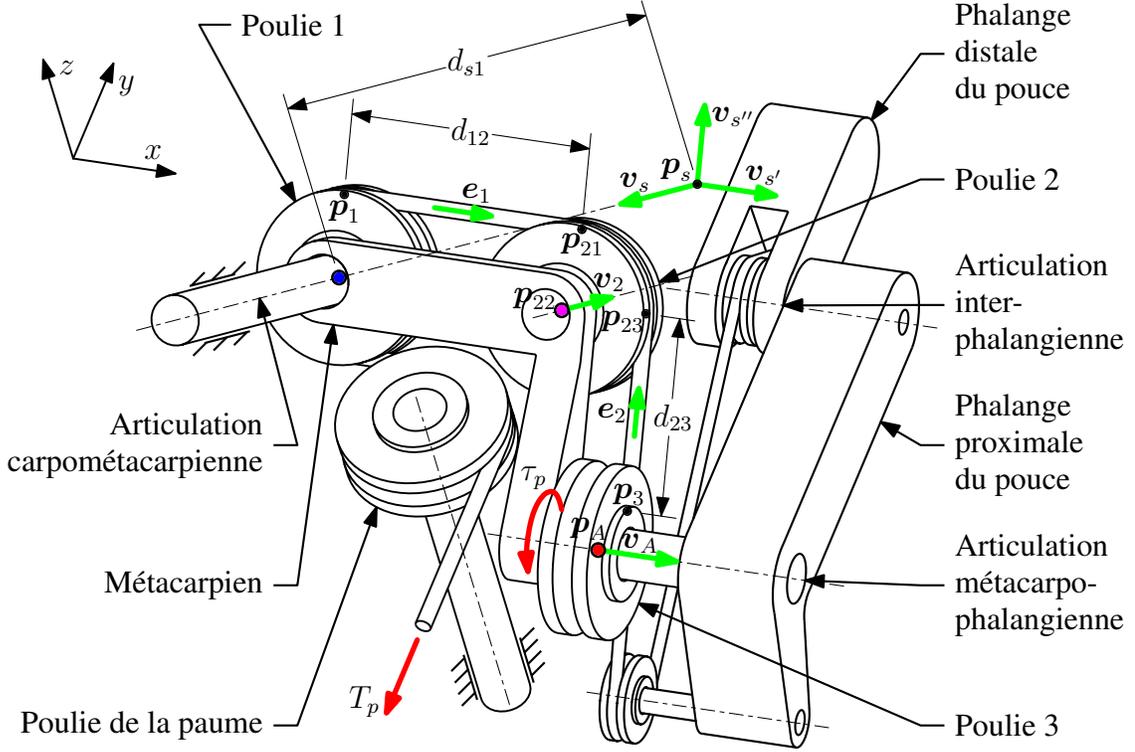


Figure 3.7: Modèle de la transmission du tendon fléchisseur du pouce.

Avec cette architecture, le couple de flexion du pouce τ_p est le produit du rayon de la poulie 3, r_3 , par la tension T_p dans le tendon en entrée diminué par la friction se produisant aux axes des poulies. Bien entendu, le câble est toujours tangent aux poulies. Ainsi, pour déterminer la position \mathbf{p}_{22} et l'orientation \mathbf{v}_2 de la poulie 2, nous devons utiliser les positions des poulies 1 et 3 calculées avec les paramètres d_x , d_y et d_z en plus des rayons des poulies r_1 , r_2 et r_3 . Nous devons aussi poser la position angulaire du contact du câble avec la poulie 1, φ_1 , ainsi qu'avec la poulie 3, φ_2 .

L'orientation \mathbf{v}_2 est donnée par le produit vectoriel des vecteurs unitaires suivant le câble, \mathbf{e}_1 et \mathbf{e}_2 , puisqu'ils sont coplanaires avec la poulie 2 et ne sont pas parallèles, ainsi

$$\mathbf{e}_1 = (\mathbf{v}_{s'} c_{\varphi_1} + \mathbf{v}_{s''} s_{\varphi_1}) \times \mathbf{v}_s = \begin{bmatrix} s_{\varphi_1} & \frac{d_y c_{\varphi_1}}{\sqrt{d_y^2 + d_z^2}} & \frac{-d_z c_{\varphi_1}}{\sqrt{d_y^2 + d_z^2}} \end{bmatrix}^T \quad (3.31)$$

$$\mathbf{e}_2 = \begin{bmatrix} 0 & -s_{\varphi_2} & c_{\varphi_2} \end{bmatrix}^T \quad (3.32)$$

$$\mathbf{v}_2 = \mathbf{e}_2 \times \mathbf{e}_1 = \begin{bmatrix} \frac{-d_y c_{\varphi_2} + d_z s_{\varphi_2}}{\sqrt{d_y^2 + d_z^2}} c_{\varphi_1} & c_{\varphi_2} s_{\varphi_1} & s_{\varphi_2} s_{\varphi_1} \end{bmatrix}^T. \quad (3.33)$$

De même, la position \mathbf{p}_{22} peut être calculé avec

$$\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_s + d_{s1}\mathbf{v}_s + r_1(\mathbf{v}_{s'}c_{\varphi_1} + \mathbf{v}_{s''}s_{\varphi_1}) \quad (3.34)$$

$$\mathbf{p}_{21} = \mathbf{p}_1 + d_{12}\mathbf{e}_1 \quad (3.35)$$

$$\mathbf{p}_{22} = \mathbf{p}_{21} + r_2(\mathbf{v}_2 \times \mathbf{e}_1) \quad (3.36)$$

ou encore avec \mathbf{e}_{φ_2} , la direction de \mathbf{p}_A vers \mathbf{p}_3 , tel que

$$\mathbf{e}_{\varphi_2} = \begin{bmatrix} 0 & c_{\varphi_2} & s_{\varphi_2} \end{bmatrix}^T \quad (3.37)$$

$$\mathbf{p}_3 = \mathbf{p}_A + r_3\mathbf{e}_{\varphi_2} \quad (3.38)$$

$$\mathbf{p}_{23} = \mathbf{p}_3 + d_{23}\mathbf{e}_2 \quad (3.39)$$

$$\mathbf{p}_{22} = \mathbf{p}_{23} + r_2(\mathbf{e}_2 \times \mathbf{v}_2). \quad (3.40)$$

En substituant l'équation (3.36) dans l'équation (3.40), il est possible de calculer les paramètres d_{s1} , d_{12} et d_{23} si nous posons les angles φ_1 et φ_2 ainsi qu'en utilisant les valeurs de d_x , d_y , d_z , r_1 , r_2 et r_3 . Nous avons alors

$$\mathbf{p}_{21} + r_2(\mathbf{v}_2 \times \mathbf{e}_1) = \mathbf{p}_{23} + r_2(\mathbf{e}_2 \times \mathbf{v}_2) \quad (3.41)$$

où nous pouvons utiliser la définition de \mathbf{p}_{23} donnée par l'équation (3.39) ainsi que celle de \mathbf{p}_{21} tirée de l'équation (3.35) dans laquelle \mathbf{p}_1 est défini dans l'équation (3.34). Nous obtenons donc

$$\mathbf{p}_s + d_{s1}\mathbf{v}_s + r_1(\mathbf{v}_{s'}c_{\varphi_1} + \mathbf{v}_{s''}s_{\varphi_1}) + d_{12}\mathbf{e}_1 + r_2(\mathbf{v}_2 \times \mathbf{e}_1) = \mathbf{p}_A + r_3\mathbf{e}_{\varphi_2} + d_{23}\mathbf{e}_2 + r_2(\mathbf{e}_2 \times \mathbf{v}_2) \quad (3.42)$$

d'où nous pouvons tirer les expressions de d_{s1} , d_{12} et d_{23}

$$d_{s1} = \frac{(2r_1 - d_x c_{\varphi_1}) d_y d_3 + (d_1^2 c_{\varphi_2} + 2r_3 d_y) d_1 s_{\varphi_1}}{2d_y d_2 s_{\varphi_1}} \quad (3.43a)$$

$$d_{12} = \frac{d_x - 2r_1 c_{\varphi_1}}{2s_{\varphi_1}} - r_2 \sqrt{\frac{d_1 - d_2 c_{\varphi_1}}{d_1 + d_2 c_{\varphi_1}}} \quad (3.43b)$$

$$d_{23} = \frac{(2r_1 - d_x c_{\varphi_1}) d_1}{2d_2 s_{\varphi_1}} + \frac{d_1^2 + 2r_3 d_3}{2d_2} - r_2 \sqrt{\frac{d_1 - d_2 c_{\varphi_1}}{d_1 + d_2 c_{\varphi_1}}} \quad (3.43c)$$

où d_1 , d_2 et d_3 sont utilisés pour simplifier les formules, tel que

$$d_1 = \sqrt{d_y^2 + d_z^2} \quad (3.44a)$$

$$d_2 = d_y s_{\varphi_2} + d_z c_{\varphi_2} \quad (3.44b)$$

$$d_3 = d_y c_{\varphi_2} - d_z s_{\varphi_2}. \quad (3.44c)$$

Ces variables sont ensuite utilisées avec l'équation (3.36) ou l'équation (3.40) afin de calculer p_{22} . On obtient ainsi

$$\mathbf{p}_{22} = \begin{bmatrix} d_x - r_2 s_{\varphi_1} \\ d_y + r_3 c_{\varphi_2} - d_{23} s_{\varphi_2} + r_2 \frac{-d_y c_{\varphi_2} + d_z s_{\varphi_2}}{\sqrt{d_y^2 + d_z^2}} c_{\varphi_1} c_{\varphi_2} \\ r_3 s_{\varphi_2} + d_{23} c_{\varphi_2} + r_2 \frac{-d_y c_{\varphi_2} + d_z s_{\varphi_2}}{\sqrt{d_y^2 + d_z^2}} c_{\varphi_1} s_{\varphi_2} \end{bmatrix}. \quad (3.45)$$

Avec ces équations, nous pouvons maintenant calculer la position et l'orientation des poulies situées dans le métacarpien du pouce en fonction de φ_1 et φ_2 . Pour illustrer l'effet de ces paramètres, différents angles ont été utilisés, tel que montré à la figure 3.8. Pour ce faire, nous avons posé $r_i = 0,5$ cm, $d_x = 4$ cm, $d_y = -2$ cm et $d_z = 2$ cm, donc l'axe s fait un angle de 45° avec le plan de la paume dans ce cas.

Rappelons que ces poulies, situées dans le métacarpien du pouce, permettent d'acheminer le tendon de flexion du pouce depuis la paume jusqu'à la phalange proximale du pouce, tel que présenté à la figure 3.7. Les configurations (a) et (b) illustrées à la figure 3.8 utilisent un angle φ_2 positif ou nul, ce qui est idéal pour diriger le tendon par la suite vers l'articulation interphalangienne du pouce. En effet, puisque l'axe y indique la direction du pouce dans cette configuration, il est souhaitable que le tendon entrant dans la phalange proximale du pouce soit également dans cette direction.

Par contre, les configurations pour lesquelles $\varphi_2 \geq 0$ nécessitent que le centre de la poulie 2 soit plus élevé suivant l'axe z que celui de la poulie 3, ce qui entraîne que la poulie 1 située sur l'axe s devient elle aussi élevée. Puisque l'origine du repère se trouve au centre de la paume, on peut estimer que $z \approx 1$ cm est la surface de la main et donc que les configurations

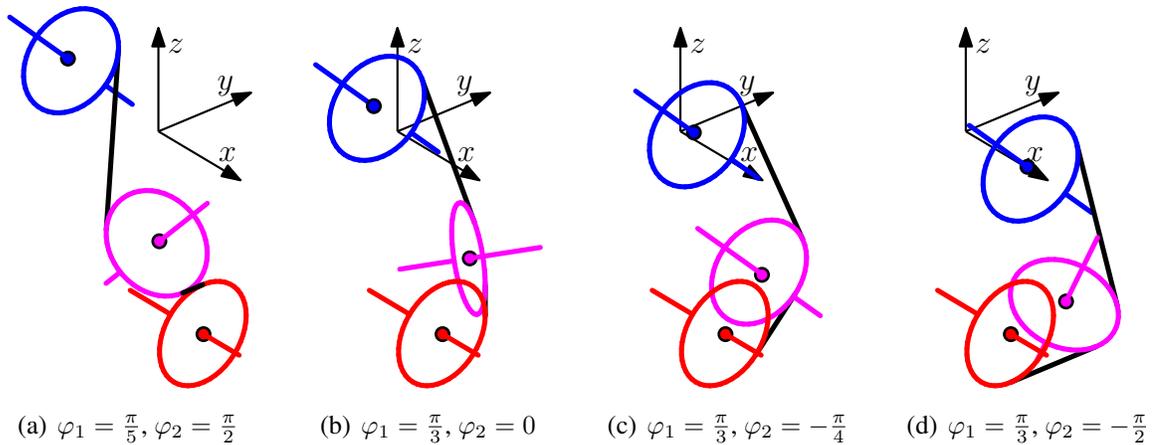


Figure 3.8: Poses des poulies dans le métacarpien du pouce pour différents φ_1 et φ_2 .

où $\varphi_2 \geq 0$ sont à éviter puisque la poulie 1 se retrouve à l'extérieur de la paume, ce qui n'est pas le cas pour les configurations (c) et (d). Celles-ci permettent en effet que le métacarpien et les poulies qu'il contient soient au même niveau que la paume lorsque le pouce est adjacent aux doigts. De plus, dans le cas (c), la poulie 2 est dans la même orientation que la poulie 1, ce qui facilite la fabrication du métacarpien et le rend plus compact.

En utilisant $\varphi_1 = \pi/2$ et $\varphi_2 = -\pi/4$, nous éloignons un peu la poulie 2 de la poulie 3, mais nous avons maintenant un système utilisant des angles droits faciles à usiner. Cette configuration est celle qui a été utilisée précédemment pour créer la figure 3.7. On peut observer que l'architecture du métacarpien obtenue est compacte, ce qui favorisera la robustesse de la main.

On peut également analyser la trajectoire des poulies décrite lors de la rotation du métacarpien du pouce qui est tracée à la figure 3.9 pour ce cas. L'articulation carpométacarpienne, soit l'axe s , est représentée par le vecteur bleu clair. La poulie 1 qui lui est coaxiale est elle aussi bleue, tandis que la poulie 2 est magenta et la poulie 3 est rouge. L'articulation métacarpophalangienne est figurée par le vecteur vert clair. Les vecteurs clairs représentent en effet l'orientation de l'axe des articulations rotoïdes tandis que leur perpendiculaire est désignée par un vecteur plus foncé. Le vecteur bourgogne est la direction de la première phalange du pouce, pointant depuis l'articulation métacarpophalangienne vers l'articulation interphalangienne du pouce.

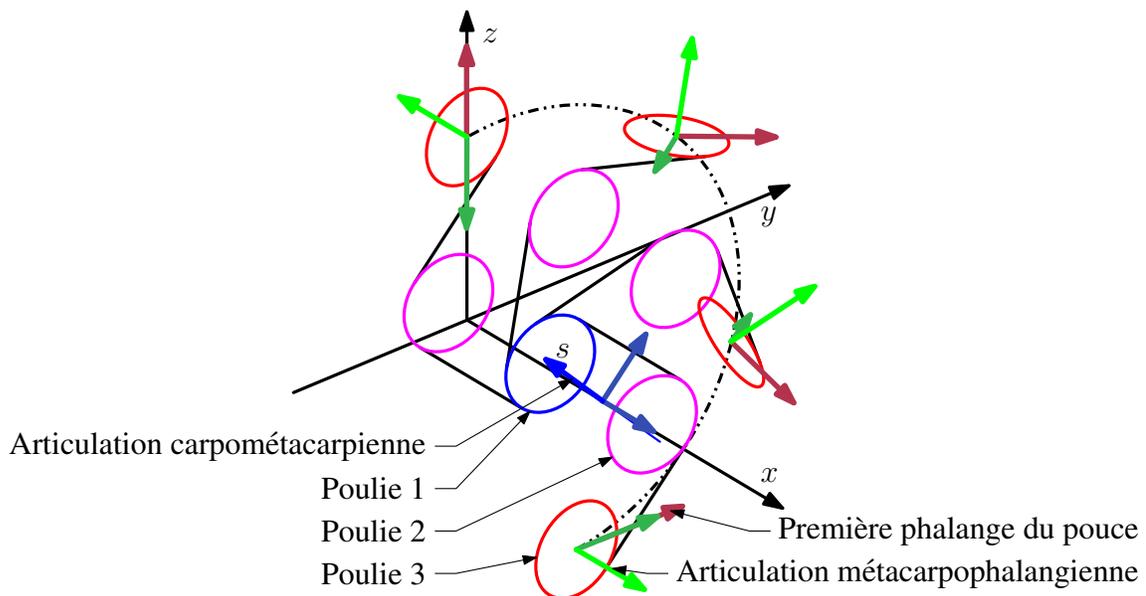


Figure 3.9: Trajectoire des poulies du métacarpien du pouce pour $\varphi_1 = \pi/2$ et $\varphi_2 = -\pi/4$ avec $r_i = 0,5$ cm, $d_x = 4$ cm, $d_y = -2$ cm et $d_z = 2$ cm, donc $\nu = 3\pi/4$.

On peut observer que, suivant la rotation d'un demi-tour du métacarpien, le vecteur vert foncé pointe vers la paume, soit dans la direction inverse de l'axe z . Le vecteur bourgogne, quant à lui, est dans la direction opposée. En fait, si nous gardions seulement la rotation du métacarpien, le pouce suivrait le vecteur vert foncé et entrerait en contact avec la paume durant la trajectoire. En ajoutant l'effet du déroulement du tendon fléchisseur autour de la poulie 1, la phalange proximale pivote autour de l'articulation métacarpophalangienne et nous obtenons donc le mouvement présenté par le vecteur bourgogne. Ainsi, le pouce pointe vers l'extérieur de la paume à la fin de la trajectoire et est en opposition avec le majeur, tel que souhaité.

3.5 Discussion

Dans ce chapitre, le métacarpien du pouce utilisé dans la nouvelle main robotique a été analysé. L'étude du problème général permettant d'obtenir l'orientation et la position d'un axe de rotation si nous connaissons les poses initiale et finale du vecteur à pivoter a d'abord été présentée. Les résultats obtenus sont très importants puisqu'ils permettent de simplifier la conception de mécanismes devant décrire des trajectoires hors du plan. D'ailleurs, cette analyse a été appliquée au problème spécifique de la rotation du pouce. Par la suite, le système de transmission du tendon fléchisseur dans le métacarpien du pouce a été étudié. Il a alors été possible de convenir de l'orientation et de la position que la poulie intermédiaire doit avoir pour transmettre adéquatement le tendon. En imposant des dimensions déterminées lors de la conception du prototype, un métacarpien du pouce facile à usiner et compact a été obtenu. Il permet de placer le pouce en soutien palmaire ainsi qu'en opposition avec les doigts tout en utilisant un seul degré de liberté, ce qui constitue une grande avancée pour les mains robotiques anthropomorphiques.

La rotation du métacarpien du pouce peut être actionnée de plusieurs façons. L'utilisation d'un tendon pour tirer sur le métacarpien et d'un ressort pour le ramener en position palmaire a d'ailleurs été testée. Toutefois, le tendon fléchisseur du pouce passe par une poulie pivotant sur l'articulation carpométacarpienne. Ainsi, lorsqu'une tension est appliquée afin de fermer le pouce, un couple est produit à l'articulation et tend à amener le pouce en position finale d'opposition avec les doigts. Ce comportement peut être exploité si l'utilisation d'un seul actionneur pour commander la rotation ainsi que la fermeture du pouce est souhaitée. Par contre, si le pouce doit pouvoir être placé précisément afin d'effectuer une prise donnée, il est préférable de découpler la rotation de son métacarpien et la fermeture de ses phalanges. De plus, l'utilisation d'un câble et d'un ressort de rappel ne permet pas de garantir une prise ferme, le pouce étant libre de se déplacer dans le sens de traction du câble.

Il est donc préférable d'imposer la rotation au métacarpien par un couple d'engrenages, par une vis sans fin ou encore en plaçant directement l'actionneur sur l'articulation carpométacarpienne. En plus de contraindre efficacement l'angle de rotation du pouce, la vis sans fin peut être choisie de manière à être autobloquante. Ainsi, il n'est pas nécessaire d'imposer un couple à l'actionneur lors d'une prise pour contrer le couple produit par le tendon fléchisseur, ce qui simplifie grandement son algorithme de commande. Comme il peut être observé à la figure 3.10, le couple vis sans fin-engrenage peut être logé à l'intérieur de la paume, ce qui ne serait pas le cas pour un actionneur placé sur l'articulation carpométacarpienne. La rotation du métacarpien, $\dot{\vartheta}_T$, est alors dépendante de la rotation de la vis, $\dot{\vartheta}_W$, et du rapport de transmission entre la vis et l'engrenage solidaire au métacarpien. Dans le chapitre qui suit, cette vis sans fin pourra également être utilisée pour imposer le mouvement d'écartement des doigts et ainsi diminuer le nombre d'actionneurs requis.

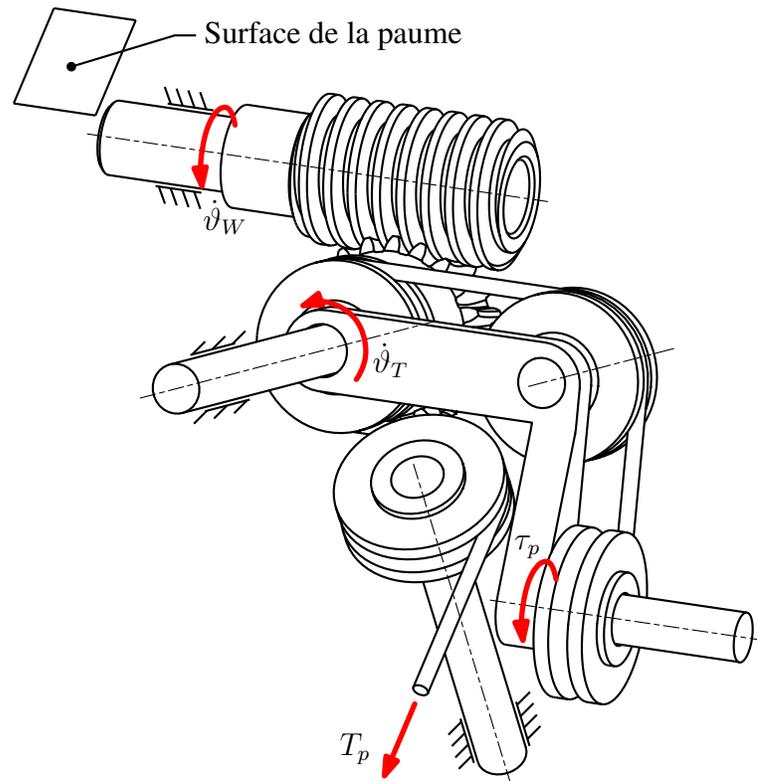


Figure 3.10: Modèle du métacarpien du pouce entraîné par une vis sans fin. La tension T_p dans le tendon fléchisseur produit un couple de flexion du pouce τ_p , alors que la rotation de la vis sans fin $\dot{\vartheta}_w$ entraîne la rotation $\dot{\vartheta}_g$ du métacarpien du pouce.

Chapitre 4

Analyse géométrique de l'abduction des doigts

La main est l'instrument des instruments.

Aristote

Dans ce chapitre, différentes architectures sont proposées pour transmettre le mouvement d'abduction entre les doigts ainsi que pour utiliser la vis sans fin commandant la rotation du pouce comme source d'actionnement. Un mécanisme transmettant le mouvement d'abduction plane est ensuite analysé de manière à suivre le mouvement prescrit. Cette étude sert de base à une seconde étude qui examine cette fois le mécanisme d'abduction spatiale. La position et l'orientation des articulations carpométacarpiennes sont établies, les équations à respecter sont décrites, puis le système d'abduction spatiale est optimisé.

4.1 Motivation

En plus d'utiliser la rotation du pouce pour obtenir le plus grand éventail de prises possibles, la main robotique doit également pouvoir effectuer l'abduction¹ de ses doigts pour accomplir certaines poses. En effet, selon Boutan et Casoli (2005), une des prises typiques de la main, la prise sphérique, est associée à un écartement maximum des doigts qui «s'effectue par rapport à l'axe anatomique de la main qui passe par le 3^{ème} rayon», c'est-à-dire le majeur.

Il s'agit donc de mettre au point un mécanisme d'abduction des doigts qui pourra laisser le majeur fixe. Ainsi, le pouce pourra effectuer des prises de pincée avec ce dernier lorsqu'ils seront en opposition. En addition à ce mouvement d'abduction, les articulations carpométacarpiennes humaines sont munies de ligaments entraînant simultanément une flexion des métacarpiens (Tubiana, 1981; Bloem et Sartoris, 1992). En fait, ce creusement de l'arche métacarpienne est un élément clé en vue d'obtenir une prise sphérique ferme selon Tubiana et Thomine (1990).

Pourtant, la plupart des mains robotiques anthropomorphiques ne permettent pas l'abduction des doigts ou encore ne le permettent seulement dans le plan de la paume, par exemple la main Utah-MIT (Jacobsen *et al.*, 1986) et la main du DLR (Butterfass *et al.*, 2001). Quelques-unes utilisent des articulations carpométacarpiennes pour l'annulaire et l'auriculaire afin d'obtenir une légère flexion de leurs métacarpiens, par exemple la main du Robonaut (Lovchik et Diftler, 1999) et la main Shadow (Shadow Robot Company, 2003), mais sans amener les doigts dans une configuration de prise sphérique. Ainsi, il est intéressant d'étudier la façon d'écartier les doigts d'une main robotique par un moyen simple, puis de le porter à un système spatial où les doigts sont amenés en dehors du plan palmaire. Les mouvements d'abduction plane et spatiale prescrits pour chacun des doigts sont d'abord établis à la section 4.2. Ensuite, différents types de mécanismes d'abduction des doigts sont présentés à la section 4.3, notamment ceux servant à transmettre le mouvement d'abduction d'un doigt à l'autre. En outre, des moyens d'utiliser l'actionneur produisant l'abduction du pouce pour commander le mécanisme d'écartement des doigts sont décrits. Un des mécanismes d'abduction plane est par la suite analysé à la section 4.4. Enfin, le mécanisme d'abduction spatiale est étudié à la section 4.5.

¹Mouvement qui écarte un membre ou une partie quelconque du plan médian du corps. (Le Petit Robert, 2000)

4.2 Mouvements des métacarpiens prescrits

4.2.1 Mouvement d'abduction plane

En ce qui a trait à la mesure de l'amplitude de l'écartement des doigts, aucune source utilisant un goniomètre universel n'a été trouvée par Norkin et White (2009). Par contre, Smahel et Klímová (2004) ont tracé le contour des doigts écartés afin de mesurer les angles maximaux entre des doigts adjacents. De leur côté, Gurbuz *et al.* (2006) ont utilisé un inclinomètre électronique afin de mesurer l'abduction active des articulations métacarpophalangiennes. Finalement, Hoppenfeld et Hutton (2006) suggèrent de mesurer l'abduction depuis la ligne axiale de la main. Puisqu'aucune tendance ne se démarque dans ces articles, la méthode proposée par Smahel et Klímová, soit le traçage, peut être utilisée. Ensuite, les résultats peuvent être comparés à ceux des autres études, tel qu'au tableau 4.1. Il peut en être conclu qu'une abduction maximale de $\psi = 25^\circ$ entre chacun des doigts est suffisante, ce qui représente une amplitude de $2\psi = 50^\circ$ pour l'auriculaire.

Il a également été noté dans la littérature (Tubiana et Thomine, 1990; Kapandji, 2005) que les rayons, soit les prolongements des doigts, convergent tous en un point à la base de la paume lorsque les doigts sont pleinement écartés, comme à la figure 4.1. Ajouté au fait que leur largeur limite la distance minimale entre eux, il est possible de calculer la position des axes de rotation, $O_{0,g}$, permettant l'abduction des métacarpiens dans le plan de la paume. En posant que la distance entre les centres des doigts est d_m et que l'abduction maximale est de 25° , nous pouvons calculer la distance du point de rencontre des rayons p_0 sur l'axe du majeur. De plus, les axes des articulations métacarpophalangiennes, $O_{1,g}$, sont tangents à un cercle de rayon r_c centré à p_0 lorsque les doigts sont pleinement écartés.

Tableau 4.1: Amplitudes du mouvement d'abduction des doigts longs.

Angles entre les doigts	index	majeur	annulaire	auriculaire
Angles selon Gurbuz <i>et al.</i>	41,9°	80,98°	41,57°	48,53°
Angles selon Smahel et Klímová	33,9°	0°	25,4°	55,4°
Angles selon Hoppenfeld et Hutton	20°	0°	20°	40,0°
Angles mesurés par traçage	25°	0°	25°	52°
Angles utilisés dans l'étude	25°	0°	25°	50°

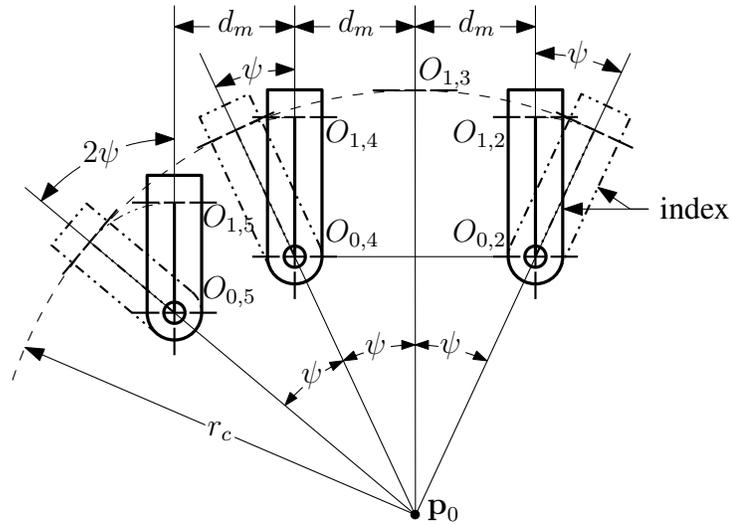


Figure 4.1: Schéma du mouvement d'abduction plane des métacarpiens. Les articulations carpométacarpiennes sont notées $O_{0,g}$ alors que les articulations métacarpophalangiennes sont notées $O_{1,g}$, où $g = 2$ pour l'index, $g = 3$ pour le majeur, $g = 4$ pour l'annulaire et $g = 5$ pour l'auriculaire.

Pour des doigts de même longueur, cette spécification permet que leurs extrémités soient équidistantes lors de la fermeture, ce qui est pratique lors d'une prise sphérique, par exemple pour prendre un disque. Évidemment, cette caractéristique n'est pas nécessaire lors d'une prise cylindrique où les doigts sont parallèles et dans des positions adjacentes puisqu'ils s'enroulent autour de l'objet.

4.2.2 Mouvement d'abduction spatiale

On peut ajouter le mouvement de flexion des métacarpiens en conjonction au mouvement d'abduction plane afin d'obtenir un creusement de l'arche métacarpienne. Les positions initiales, \mathbf{p}_{Ag} , et finales, \mathbf{p}_{Bg} , des articulations métacarpophalangiennes, $O_{1,g}$, sont similaires au mouvement plan. Par contre, le plan dans lequel les positions finales se trouvent est maintenant incliné d'un angle ϕ par rapport à la paume où $O_{1,3}$ est l'intersection de ces deux plans, tel qu'illustré à la figure 4.2. Les orientations finales, \mathbf{v}_{Bg} , des articulations métacarpophalangiennes, $O_{1,g}$, sont tangents à un cercle de rayon r_c centré à \mathbf{p}_0 lorsque les doigts sont pleinement écartés. Ainsi, les articulations $O_{1,g}$ en position écartée, \mathbf{p}_{Bg} , se trouvent à égales distances du point de rencontre des rayons, \mathbf{p}_0 . Comme l'abduction plane, les orientations initiales, \mathbf{v}_{Ag} , des axes $O_{1,g}$ sont parallèles.

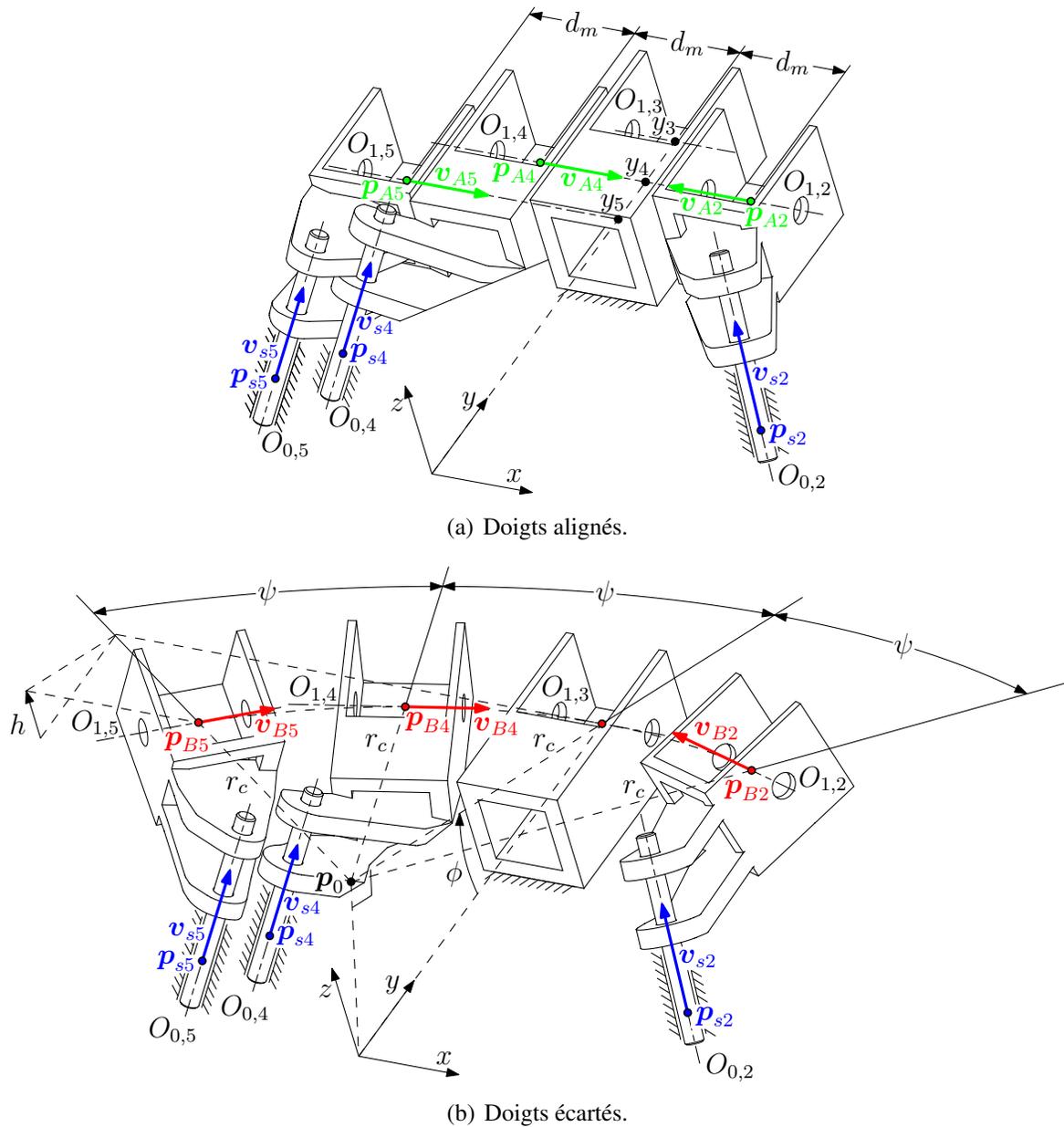


Figure 4.2: Modèle de l'abduction spatiale des doigts. Les métacarpiens sont adjacents en (a), puis écartés en (b) où les articulations métacarpophalangiennes sont toutes tangentes à un cercle. Le métacarpien du majeur reste fixe par rapport à la paume.

À l'instar de l'abduction plane, des différences sont présentes dans la littérature en regard à la caractérisation du mouvement d'abduction spatiale des métacarpiens. Boutan et Casoli (2005) ainsi que Tubiana et Thomine (1990) prétendent que le déplacement vers l'avant du métacarpien de l'auriculaire par rapport à celui du majeur est d'environ vingt degrés – sans préciser le point à partir duquel cet angle est mesuré – et qu'il permet l'élargissement de l'arche métacarpienne. En revanche, Bloem et Sartoris (1992) affirment que la flexion et l'extension peuvent atteindre quinze à trente degrés à l'articulation carpométacarpienne de l'auriculaire, tandis que c'est plutôt vingt-cinq à trente degrés qui sont mentionnés par Flatt (1972) et dix à trente degrés par Hamill et Knutzen (1995). Finalement, Neumann (2002) affirme que la plage de flexion et d'extension de l'articulation carpométacarpienne de l'auriculaire augmente à une moyenne de quarante-quatre degrés lorsque l'articulation carpométacarpienne adjacente, celle de l'annulaire, est sans contrainte et libre de se déplacer. Ce chiffre est aussi donné par El-Shennawy *et al.* (2001) où il est affirmé que l'axe de rotation du mouvement de flexion-extension est situé dans la base de chacun des métacarpiens.

La distance normale à la paume, h , parcourue par l'articulation $O_{1,5}$ indiquée à la figure 4.2(b) est donc fonction de la distance entre les articulations carpométacarpienne et métacarpophalangienne de l'auriculaire de même que de l'angle de flexion utilisé, qui varie entre dix et quarante-quatre degrés. Par conséquent, la hauteur h de p_{B5} n'est pas connue et est l'une des variables utilisées lors du processus d'optimisation du système d'abduction spatiale, de même que ϕ , y_4 et y_5 . Comme le montre la figure 4.2(a), y_4 est la coordonnée de p_{A2} et de p_{A4} selon l'axe y , alors que la coordonnée de p_{A5} selon l'axe y est y_5 et celle de l'articulation $O_{1,3}$ est y_3 .

En utilisant ψ , ϕ et h , le rayon r_c du cercle de tangence des axes $O_{1,g}$ peut être trouvé selon

$$r_c = \frac{h}{(1 - \cos 2\psi) \sin \phi} \quad (4.1)$$

et tous les points p_{Bg} sont alors connus. Aussi, y_3 est calculé selon

$$y_3 = \frac{r_c}{\cos \phi}. \quad (4.2)$$

La position latérale des points initiaux p_{Ag} – la coordonnée selon l'axe x , p_{Ag_x} – est contrainte par la largeur des doigts, d_m , alors que $p_{Ag_z} = 0$ de manière à ce que les doigts se trouvent dans le plan de la paume dans la configuration initiale. Tel que mentionné, les coordonnées y_4 et y_5 ne sont pas connues, mais elles doivent respecter les contraintes suivantes afin de respecter l'anthropomorphisme de la main robotique :

$$y_4 < y_3 \quad (4.3)$$

$$y_5 < y_4. \quad (4.4)$$

4.3 Architecture des couplages proposés

4.3.1 Mécanismes de retardement de l'abduction des doigts

De manière à simplifier la main robotique, l'abduction des doigts ainsi que la rotation du pouce sont effectuées avec un seul actionneur. Les doigts sont d'abord adjacents et le pouce est contigu à l'index, puis il est élevé au-dessus de la paume pour venir en opposition avec les doigts qui s'écartent dans un dernier temps. Un examen du mécanisme de rotation du pouce a déjà eu lieu, mais il est important de rappeler que son métacarpien est solidaire à une roue dentée entraînée par une vis sans fin, tel que montré à la figure 3.10. Cette vis, ou l'arbre la supportant, peut donc être utilisée pour actionner l'écartement des doigts. Puisque la rotation du pouce doit avoir lieu préalablement à l'abduction des doigts, un mécanisme de retardement doit être utilisé entre l'actionnement du pouce et celui des doigts. Différentes propositions peuvent être avancées pour obtenir ce résultat, telles que celles présentées aux figures 4.3 et 4.4. Le mouvement rotatif utilisé à la figure 4.4 est procuré par une roue dentée actionnée par la vis sans fin. Pour l'actionnement linéaire de la figure 4.3, un écrou se déplaçant sur la vis lorsqu'elle tourne pourrait être utilisé.

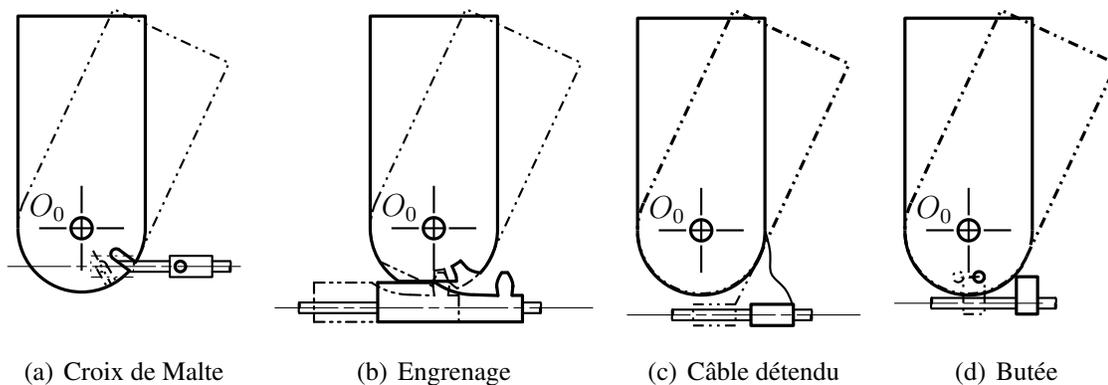


Figure 4.3: Mécanismes de retardement avec un actionnement linéaire.

Les deux premiers mécanismes proposés, soit la croix de Malte en (a) et l'engrenage tronqué en (b), permettent de contraindre complètement l'abduction du métacarpien. Toutefois, ils sont plus complexes que les deux autres mécanismes proposés, prennent plus de place et ils créent plus de friction. Quant au câble détendu présenté en (c), la position du métacarpien n'est pas assurée en position initiale ni lors du mouvement. Il n'y a qu'en position finale où le câble maintient le métacarpien contre une butée. De plus, ce principe de retardement s'appuie sur le fait que le câble est détendu jusqu'au moment où l'abduction des doigts débute. Ce câble peut donc s'emmêler ou coincer un mécanisme adjacent, ce qui est à éviter dans une main robotique où plusieurs petites pièces sont en mouvement. Finalement, le déplace-

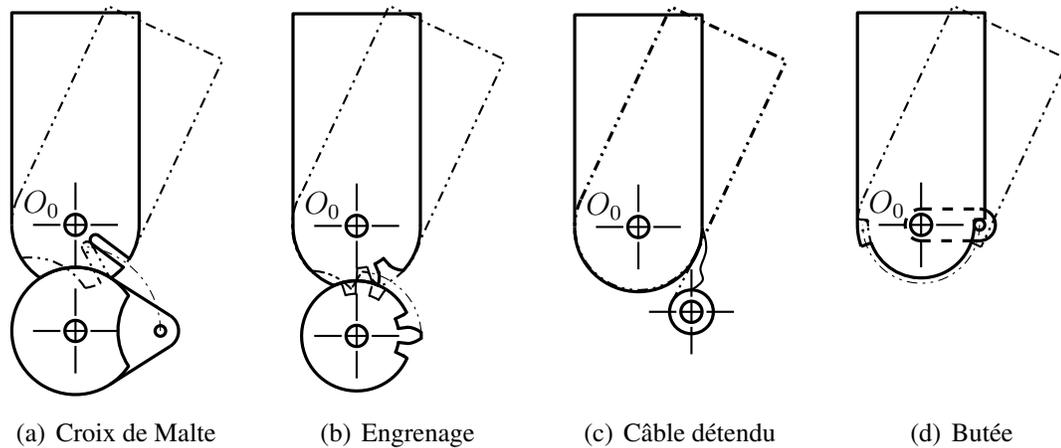


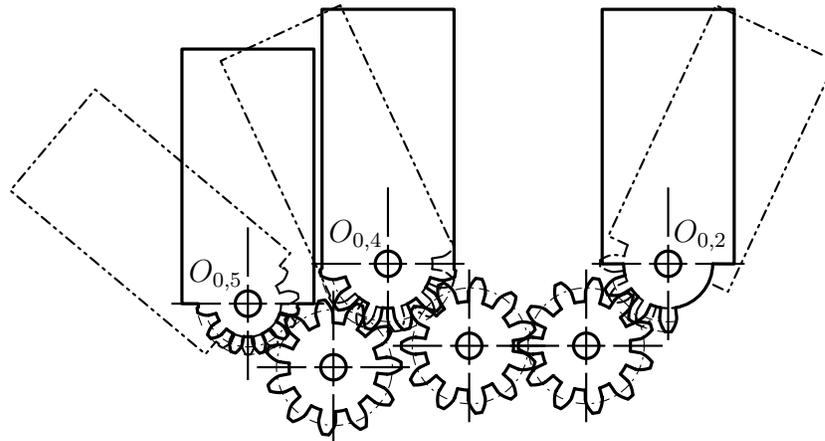
Figure 4.4: Mécanismes de retardement avec un actionnement rotatif.

ment d'une butée, schématisé en (d), permet de contraindre les positions initiale et finale du métacarpien. Son utilisation est simple et précise, malgré qu'elle ne peut pas garantir que le métacarpien soit en position initiale jusqu'au moment de commencer l'abduction. La butée en rotation esquissée en 4.4(d) a un autre avantage sur les autres mécanismes présentés : elle ne nécessite pas d'utiliser un second axe de rotation. La roue dentée actionnée par la vis sans fin peut en effet être située sur l'articulation O_0 et être usinée de manière à servir de butée, ce qui rend le système plus compact.

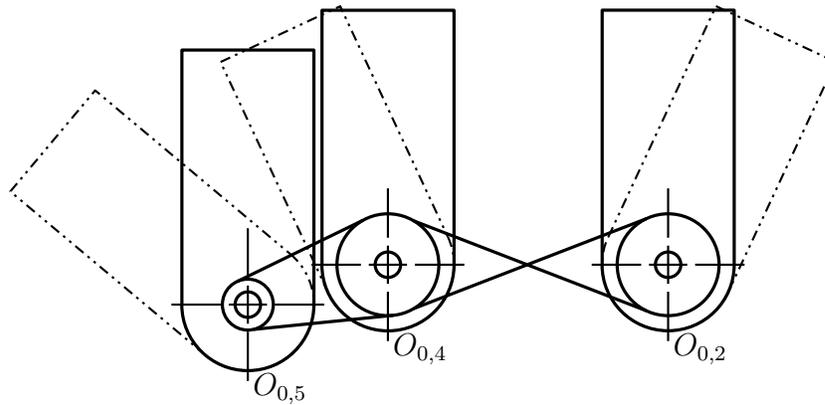
4.3.2 Transmission de l'abduction entre les métacarpiens

Maintenant qu'un mécanisme de retardement permet de transmettre le mouvement d'abduction à un des métacarpiens, il s'agit de mettre au point une liaison entre les trois métacarpiens mobiles afin qu'ils soient tous écartés conjointement. Encore une fois, plusieurs architectures peuvent être proposées. Nous n'en présentons que trois qui ont l'avantage d'être simples et compactes, tel que montré à la figure 4.5.

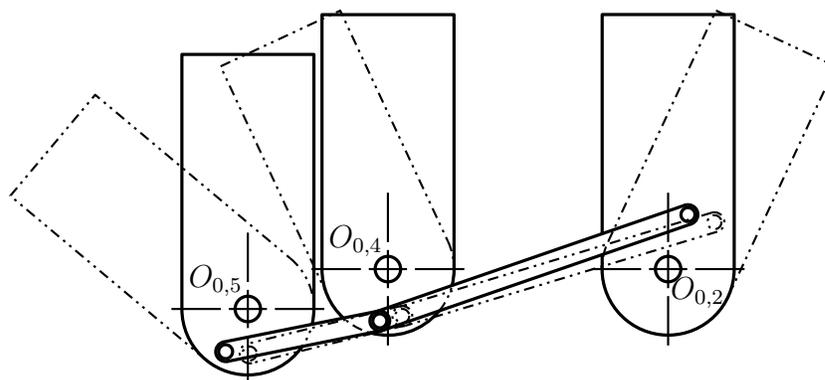
L'utilisation d'engrenages pour transmettre l'abduction d'un métacarpien à l'autre, tel que présenté à la figure 4.5(a), permettrait d'obtenir exactement la fonction désirée pour leur orientation. Par exemple, les orientations de l'index et de l'annulaire pourraient toujours être symétriques et celle de l'auriculaire pourrait toujours être le double de celle de l'annulaire. D'un autre côté, il faudrait utiliser des engrenages coniques pour transmettre le mouvement d'abduction spatiale, car les articulations carpométacarpiennes ne sont pas perpendiculaires au plan de la paume dans ce cas. En plus de leur coût, les engrenages présentent aussi le désavantage d'ajouter un jeu dans la transmission du mouvement. L'erreur relative est ainsi trop élevée, puisque l'amplitude de la rotation est faible pour cette application.



(a) Engrenages.



(b) Poulies et tendon.



(c) Mécanismes à quatre barres.

Figure 4.5: Mécanismes de transmission de l'abduction entre les métacarpiens.

Pour imposer exactement une fonction d'abduction aux métacarpiens, il est également possible d'utiliser des poulies et un tendon, comme à la figure 4.5(b). La forme des poulies doit alors être étudiée pour obtenir la fonction imposée, mais il est suggéré d'utiliser des poulies circulaires afin de faciliter la fabrication du mécanisme et de réduire son coût. Néanmoins, l'utilisation d'un tendon ou d'une courroie requiert l'ajout d'un système de prétension, ce qui complexifie le système. Aussi, dans le cas de l'abduction spatiale, le tendon devrait être redirigé par des poulies intermédiaires entre les métacarpiens puisque leurs axes de rotation ne sont pas parallèles.

Des liaisons rigides entre les métacarpiens peuvent être utilisées pour éviter d'avoir recours au système de prétension et de redirection. L'architecture la plus simple est de se servir d'une bielle entre l'index et l'annulaire, puis d'une seconde entre l'annulaire et l'auriculaire. Deux mécanismes à quatre barres sont alors obtenus, plus précisément un mécanisme de Watt à six barres (Primrose *et al.*, 1967), tel que présenté à la figure 4.5(c). Ce choix permet de minimiser le jeu dans l'actionnement tout en étant simple de fabrication. De plus, il est possible d'utiliser ce mécanisme pour effectuer l'abduction spatiale, en autant que les axes de rotation se rencontrent tous au même point de manière à obtenir un mécanisme sphérique. Par contre, il n'est pas possible d'obtenir exactement une fonction d'abduction imposée. Par exemple, on ne peut pas réussir à ce que les angles d'abduction de l'annulaire et de l'index soient toujours égaux. Il est donc nécessaire d'étudier cette architecture de manière à obtenir d'abord le mouvement d'abduction plane prescrit, puis le mouvement d'abduction spatiale.

4.4 Étude du mécanisme d'abduction plane

4.4.1 Liaison entre l'index et l'annulaire

Puisqu'un mécanisme à quatre barres a été choisi pour faire la liaison entre l'index et l'annulaire, il est intéressant d'analyser la relation entre son angle d'entrée et de sortie, c'est-à-dire entre α et β selon la figure 4.6. Il s'agit de déterminer quels sont les paramètres du mécanisme (d_a, d_b, d_c, d_d) qui permettront à l'annulaire de suivre le pivotement de l'index, en d'autres mots que l'écart Δ_β entre les positions initiale et finale de l'annulaire soit égal à celui de l'index, Δ_α . Aussi, il est préférable que cette abduction se fasse d'une manière similaire, donc que $\partial\beta \approx \partial\alpha$ durant la trajectoire. Depuis la figure 4.6, il est possible d'établir que

$$d_d^2 = (d_b \cos \beta + d_c - d_a \cos \alpha)^2 + (d_a \sin \alpha + d_b \sin \beta)^2. \quad (4.5)$$

Cette équation peut être réécrite pour mettre en évidence l'inconnue β , ainsi

$$2d_b(d_a \cos \alpha - d_c) \cos \beta - 2d_a d_b \sin \alpha \sin \beta = d_a^2 + d_b^2 + d_c^2 - d_d^2 - 2d_c d_a \cos \alpha. \quad (4.6)$$

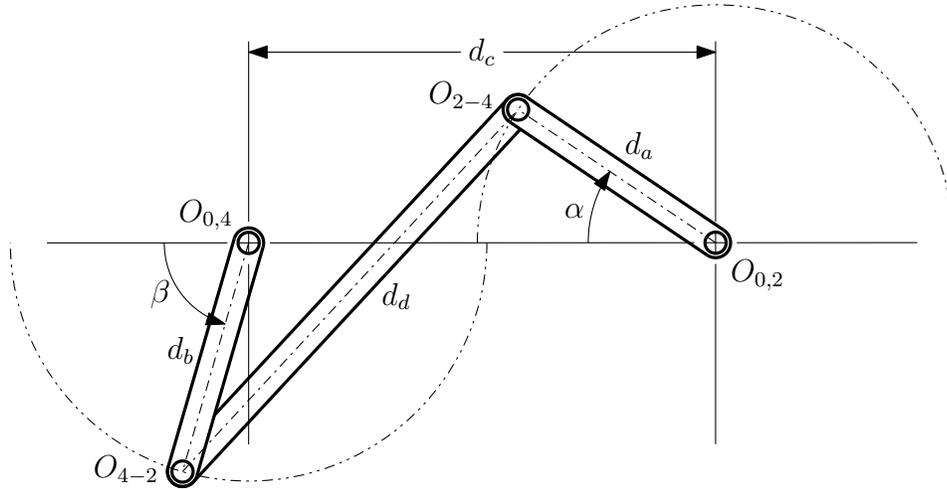


Figure 4.6: Mécanisme plan à quatre barres liant l'index et l'annulaire.

De manière à obtenir un comportement symétrique, on peut utiliser $d_b = d_a$, ce qui donne

$$A_\beta \cos \beta + B_\beta \sin \beta = C_\beta \quad (4.7)$$

où

$$A_\beta = \cos \alpha - \frac{d_c}{d_a} \quad (4.8a)$$

$$B_\beta = -\sin \alpha \quad (4.8b)$$

$$C_\beta = 1 + \frac{d_c^2 - d_d^2}{2d_a^2} - \frac{d_c}{d_a} \cos \alpha. \quad (4.8c)$$

L'équation (4.7) est aisément résolue et donne deux valeurs d'angle β associés à l'angle d'entrée α pour des longueurs de bielles données. Dans une synthèse de mécanisme typique, l'équation (4.5) est écrite pour une série d'entrée-sortie prescrite jusqu'à ce qu'un nombre suffisant de conditions soit obtenu. Les équations sont ensuite résolues en utilisant, par exemple, une méthode de moindres carrés non-linéaire. Dans ce travail, toutefois, nous imposons seulement un petit nombre de contraintes, ce qui laisse une certaine liberté au niveau de la conception. Ensuite, une analyse détaillée est réalisée pour minimiser l'erreur de coordination durant le mouvement d'abduction, sans prescrire arbitrairement de paire entrée-sortie.

Amplitudes d'abduction

Puisqu'il a déjà été établi au tableau 4.1 que les amplitudes articulaires de l'abduction de l'index et de l'annulaire devraient être de $\psi = 0,44 = 25^\circ$, nous devons obtenir $\Delta_\beta = \Delta_\alpha = 0,44$. Il est donc nécessaire d'établir une relation entre ces amplitudes et un des

rappports d_c/d_a ou d_a/d_a afin d'obtenir un mécanisme respectant cette condition. En posant les angles initial, β_0 , médian, β_1 , et final, β_2 , de l'annulaire de même que ceux de l'index, α_0 , α_1 et α_2 , des relations entre ces angles peuvent être établies

$$\beta_2 - \beta_0 = \Delta_\beta = \Delta_\alpha = \alpha_2 - \alpha_0 \quad (4.9)$$

donc

$$\beta_2 = \beta_1 + \Delta_\beta/2 = \beta_1 + \Delta_\alpha/2 \quad (4.10a)$$

$$\beta_0 = \beta_1 - \Delta_\beta/2 = \beta_1 - \Delta_\alpha/2 \quad (4.10b)$$

$$\alpha_2 = \alpha_1 + \Delta_\alpha/2 \quad (4.10c)$$

$$\alpha_0 = \alpha_1 - \Delta_\alpha/2. \quad (4.10d)$$

Il est important de noter que les angles médians α_1 et β_1 ne surviennent pas nécessairement simultanément. En effet, à ce stade, il n'est pas nécessaire que l'équation (4.7) soit satisfaite pour α_1 et β_1 . Il est possible de récrire l'équation (4.7) afin de mettre en évidence le terme constant pour un mécanisme donné, ce qui donne

$$\cos(\alpha + \beta) + \frac{d_c}{d_a} (\cos \alpha - \cos \beta) = 1 + \frac{d_c^2 - d_d^2}{2d_a^2}. \quad (4.11)$$

De la configuration initiale (α_0, β_0) à la configuration finale (α_2, β_2) , le terme de gauche de l'équation (4.11) doit donc toujours donner le même résultat pour que le mécanisme puisse être assemblé, puisque l'équation (4.11) est dérivé de l'équation de fermeture du mécanisme. Par conséquent, on peut écrire

$$\cos(\alpha_0 + \beta_0) + \frac{d_c}{d_a} (\cos \alpha_0 - \cos \beta_0) = \cos(\alpha_2 + \beta_2) + \frac{d_c}{d_a} (\cos \alpha_2 - \cos \beta_2) \quad (4.12)$$

ou encore

$$0 = \cos(\alpha_2 + \beta_2) - \cos(\alpha_0 + \beta_0) + \frac{d_c}{d_a} (\cos \alpha_2 - \cos \beta_2 - \cos \alpha_0 + \cos \beta_0). \quad (4.13)$$

En substituant les relations (4.10) dans l'équation (4.13), il est possible d'obtenir

$$0 = -2 \sin(\alpha_1 + \beta_1) \sin \Delta_\alpha + 2 \frac{d_c}{d_a} (\sin \beta_1 - \sin \alpha_1) \sin \left(\frac{\Delta_\alpha}{2} \right). \quad (4.14)$$

Cette équation est satisfaite si $\Delta_\alpha = 2\kappa_z\pi$ où $\kappa_z \in \mathbb{Z}$, donc si le mécanisme ne bouge pas ou effectue κ_z tours complets, ou alors si $\sin(\alpha_1 + \beta_1) = 0$ et $\sin \beta_1 - \sin \alpha_1 = 0$. Ces deux dernières conditions sont satisfaites si et seulement si $\alpha_1 + \beta_1 = (2\kappa_z - 1)\pi$. Puisque le mécanisme à quatre barres est assemblé en utilisant la branche inversée et que $\Delta_\beta = \Delta_\alpha$, alors depuis l'équation (4.10) il s'ensuit les relations

$$\alpha_1 + \beta_1 = \pi \quad (4.15a)$$

$$\alpha_0 + \beta_2 = \pi \quad (4.15b)$$

$$\alpha_2 + \beta_0 = \pi. \quad (4.15c)$$

Les relations (4.15b) et (4.15c), représentées à la figure 4.7, peuvent être substituées dans l'équation (4.5), ce qui donne

$$\left(\frac{d_d}{d_a}\right)^2 = \left(\frac{d_c}{d_a} - \cos \alpha_0 - \cos \alpha_2\right)^2 + \left(\sin \alpha_0 + \sin \alpha_2\right)^2 \quad (4.16)$$

qui peut être réécrite tel que

$$\left(\frac{d_d}{d_a}\right)^2 = \left(\frac{d_c}{d_a}\right)^2 - 4 \frac{d_c}{d_a} \cos \alpha_1 \cos \frac{\Delta_\alpha}{2} + 4 \cos^2 \frac{\Delta_\alpha}{2}. \quad (4.17)$$

Pour une amplitude d'abduction Δ_α donnée, il est alors possible d'utiliser l'équation (4.17) pour calculer le rapport d_d/d_a avec d_c/d_a ainsi que l'angle médian α_1 .

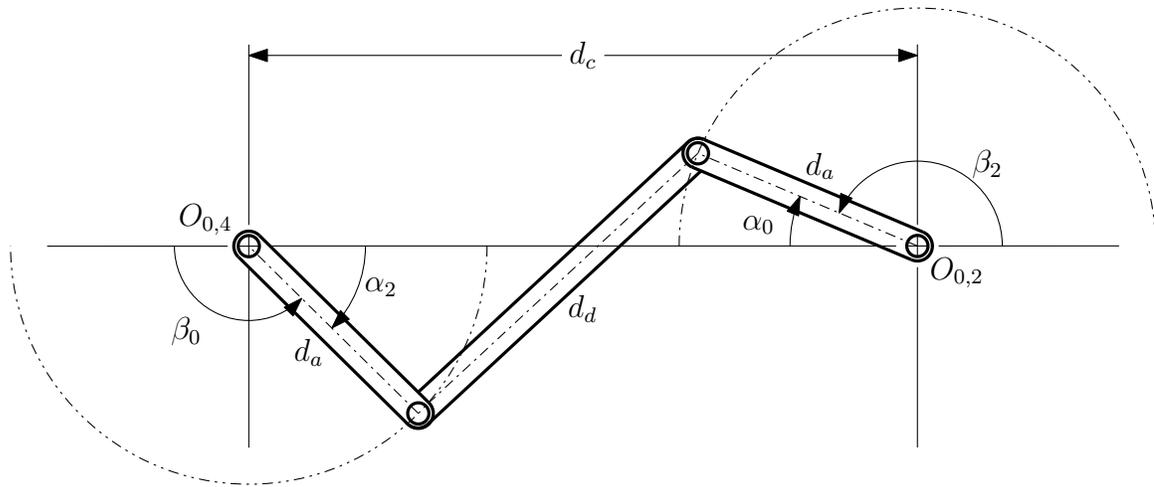


Figure 4.7: Mécanisme plan liant l'index et l'annulaire dans la position initiale (α_0, β_0) si $d_b = d_a$.

Minimisation de l'erreur de coordination

En plus d'imposer que l'écart entre les positions initiale et finale de l'annulaire soit égal à celui de l'index, $\Delta_\beta = \Delta_\alpha$, on impose aussi que l'abduction se fasse d'une manière synchronisée, c'est-à-dire que $\partial\beta \approx \partial\alpha$ durant le mouvement d'abduction. En effet, il faut tenter de maintenir la symétrie entre les doigts, permettant ainsi d'effectuer des prises adéquates tout au long du mouvement d'abduction. Il s'agit par conséquent de minimiser l'erreur de coordination e_β entre l'orientation de l'annulaire et de l'index. Celle-ci peut être décrite comme la valeur absolue de la différence entre les déplacements angulaires, de sorte que

$$e_\beta = \left| (\beta - \beta_0) - (\alpha - \alpha_0) \right| = \left| \beta - \alpha - (\beta_1 - \alpha_1) \right| \quad (4.18)$$

et, avec l'équation (4.15a), il est possible d'obtenir

$$e_\beta = |\beta - \alpha - \pi + 2\alpha_1|. \quad (4.19)$$

L'erreur varie selon la configuration du mécanisme, donc en fonction de α et de β . Nous avons déjà établi l'équation (4.7) qui permet de calculer β avec d_c/d_a , d_d/d_a et α de même que l'équation (4.17) où d_d/d_a est fonction de d_c/d_a , α_1 et Δ_α . Dès lors, les paramètres qui peuvent être modifiés pour minimiser l'erreur e_β sont d_c/d_a et α_1 puisque Δ_α est contraint et que α doit varier selon $\alpha_1 - \Delta_\alpha/2 \leq \alpha \leq \alpha_1 + \Delta_\alpha/2$. La minimisation de l'erreur peut se faire de plusieurs façons.

Il est d'abord intéressant de tracer les courbes de niveau de l'erreur de coordination e_β pour l'intervalle $\alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha_2$ et différents angles médians α_1 en utilisant un certain rapport d_c/d_a , tel que présenté à la figure 4.8 où $d_c/d_a = 5$ est fixé arbitrairement. Afin de suivre adéquatement l'évolution de l'erreur, les valeurs des courbes de niveau utilisées ne varient pas linéairement, mais sont plutôt tracées pour $\{0,001; 0,005; 0,01; 0,05; 0,1\}$.

Comme nous souhaitons minimiser l'erreur sur l'intervalle $\alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha_2$, nous pouvons vérifier l'évolution de la moyenne, $\text{moy}(e_\beta)$, et de la valeur maximale, $\text{max}(e_\beta)$, de l'erreur sur cet intervalle. Nous obtenons ainsi la figure 4.9 en utilisant de nouveau $d_c/d_a = 5$. Il est possible d'observer à la figure 4.8 qu'un minimum peut être atteint pour l'erreur e_β . La valeur de α_1 pour ce minimum est notée α_{1g} à la figure 4.9 et l'on peut remarquer que le maximum de même que la moyenne de l'erreur sur l'intervalle sont alors minimisés. Il est utile de noter que ces valeurs sont non nuls pour α_{1g} , bien que la figure 4.9 le suggère.

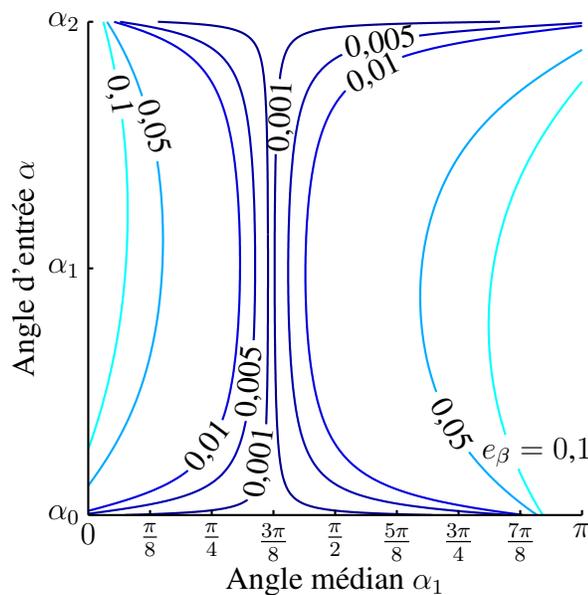


Figure 4.8: Courbes de niveau de l'erreur de coordination e_β selon l'angle médian α_1 pour l'intervalle $\alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha_2$ si $d_c/d_a = 5$.

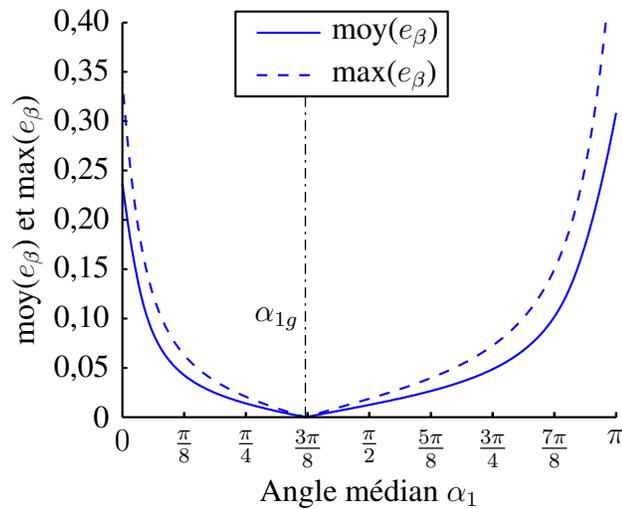


Figure 4.9: Erreur de coordination moyenne, $\text{moy}(e_\beta)$, et maximale, $\text{max}(e_\beta)$, dans l'intervalle $\alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha_2$ en fonction de l'angle médian α_1 si $d_c/d_a = 5$.

Puisque la tendance de l'erreur de coordination peut autant être suivie par sa valeur maximale que par sa moyenne, il est maintenant possible d'analyser les effets conjoints de la modification de l'angle médian α_1 et du rapport de longueur d_c/d_a , tel que montré à la figure 4.10. Celle-ci a été construite en ajoutant des courbes de hauts niveaux $\{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5\}$ à d'autres courbes de plus faibles niveaux $\{0,01; 0,025; 0,04; 0,055; 0,07; 0,085; 0,1\}$. On peut ainsi observer l'accroissement rapide de l'erreur maximale lorsqu'on s'éloigne du lieu de minimum α_{1g} . Afin d'exprimer analytiquement α_{1g} , il est nécessaire de poser que les angles médians α_1 et β_1 surviennent simultanément. En utilisant l'équation (4.15a), nous pouvons conclure que le centre de la bielle de longueur d_d est instantanément situé à mi-chemin entre les deux axes de rotation, tel que tracé à la figure 4.11.

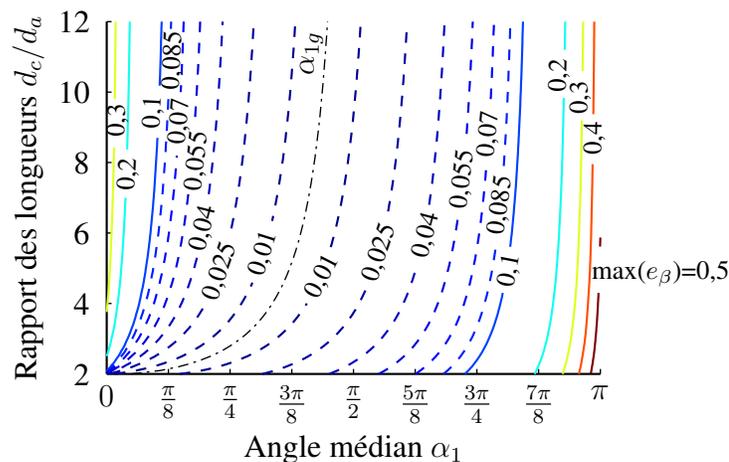


Figure 4.10: Courbes de niveau de l'erreur de coordination maximale, $\text{max}(e_\beta)$, dans l'intervalle $\alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha_2$ selon l'angle médian α_1 et le rapport des longueurs d_c/d_a .

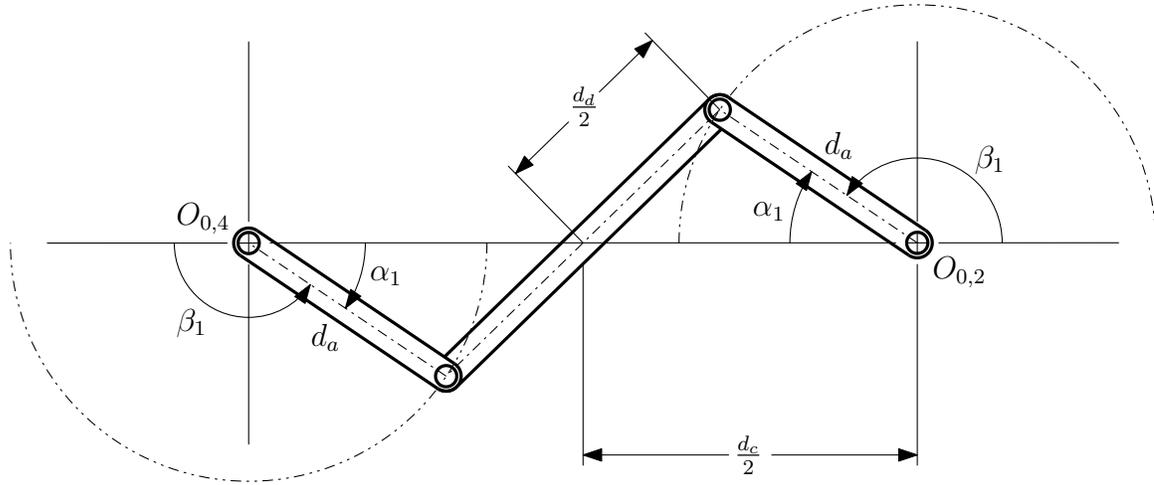


Figure 4.11: Mécanisme plan liant l'index et l'annulaire si les angles médians α_1 et β_1 se produisent simultanément.

On peut noter que lorsque d_c/d_a est grand, ce mécanisme tend vers un mécanisme à quatre barres plan de Watt.

Il est possible de déduire l'angle α_1 en utilisant la loi des cosinus

$$\left(\frac{d_d}{2}\right)^2 = d_a^2 + \left(\frac{d_c}{2}\right)^2 - 2 d_a \frac{d_c}{2} \cos \alpha_1 \quad (4.20)$$

ce qui donne

$$\cos \alpha_1 = \frac{1 + \left(\frac{d_c}{2d_a}\right)^2 - \left(\frac{d_d}{2d_a}\right)^2}{d_c/d_a}. \quad (4.21)$$

En utilisant l'équation (4.21), il est possible de factoriser l'équation (4.17) en deux termes afin de mettre en évidence ses racines

$$0 = \left[\left(\frac{d_c}{d_a}\right)^2 - \left(\frac{d_d}{d_a}\right)^2 - 4 \cos \frac{\Delta_\alpha}{2} \right] \left[1 - \cos \frac{\Delta_\alpha}{2} \right] \quad (4.22)$$

d'où l'on retrouve de nouveau le cas trivial $\Delta_\alpha/2 = 2n\pi$. Par contre, une équation pour calculer d_d/d_a peut être tirée du premier facteur, ce qui donne

$$\frac{d_d}{d_a} = \sqrt{\left(\frac{d_c}{d_a}\right)^2 - 4 \cos \frac{\Delta_\alpha}{2}}. \quad (4.23)$$

On peut finalement modifier l'équation (4.21) pour calculer l'angle α_{1g} en fonction de $\Delta_\alpha/2$ et de d_c/d_a :

$$\cos \alpha_{1g} = \frac{1 + \cos \frac{\Delta_\alpha}{2}}{d_c/d_a}. \quad (4.24)$$

L'angle médian α_{1g} obtenu doit être utilisé si l'on veut diminuer l'erreur de coordination entre l'orientation de l'annulaire et de l'index. C'est d'ailleurs cet angle qui est indiqué aux figures 4.9 et 4.10. Effectivement, si l'on utilise $\Delta_\alpha = 0,44$ et $d_c/d_a = 5$, on obtient $\alpha_{1g} \approx 1,164 \approx 3\pi/8$, ce qui est la valeur de α_{1g} présentée à la figure 4.9.

Puisque l'équation (4.24) donne une relation entre les deux paramètres de l'optimisation, la minimisation de l'erreur e_β sur l'intervalle $\alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha_2$ ne dépend maintenant que du rapport d_c/d_a . Il est alors possible d'obtenir la figure 4.12 en traçant l'évolution de la moyenne et de la valeur maximale de l'erreur selon ce paramètre. Il est évident que pour des valeurs $d_c/d_a > 3$, le maximum et la moyenne de l'erreur e_β deviennent négligeables ($\max(e_\beta) < 0,13 \times 10^{-3}$). De plus, à partir de $d_c/d_a = 5$, la pente de la courbe $\max(e_\beta)$ reste plus grande que $-0,015 \times 10^{-3}$. En plus de minimiser l'erreur e_β , on ne doit pas utiliser un rapport d_c/d_a trop petit qui nécessiterait des longueurs de biellets d_a trop grandes pour une distance d_c donnée. Par exemple, si la distance entre les axes de l'index et de l'annulaire était de 50 mm, on peut supposer qu'un rapport $d_c/d_a = 5$ serait envisageable pratiquement. En effet, il faudrait alors utiliser des biellets de longueur $d_a = 10$ mm. À titre indicatif, on obtiendrait ainsi $d_d/d_a \approx 4,59$ avec l'équation (4.23) en utilisant $d_c/d_a = 5$ et $\Delta_\alpha = 0,44$, ce qui donne $d_d \approx 45,9$ mm puisque $d_a = 10$ mm.

L'erreur obtenue en utilisant $d_c/d_a = 5$ est présentée à la figure 4.13 selon une échelle logarithmique.

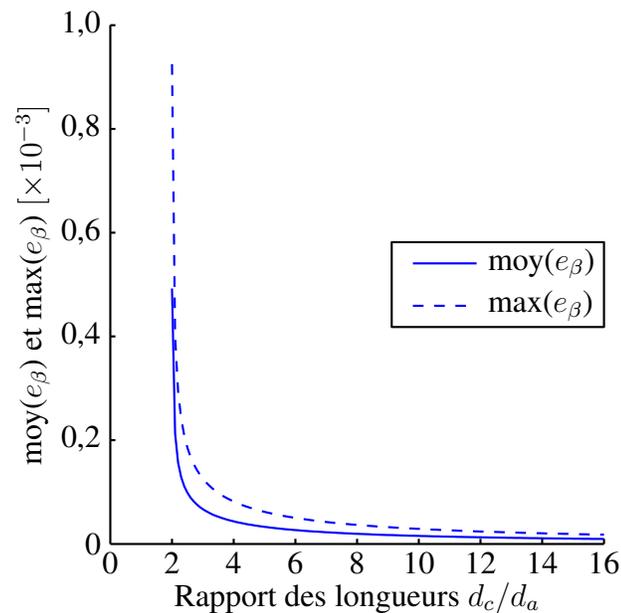


Figure 4.12: Erreur de coordination moyenne, $\text{moy}(e_\beta)$, et maximale, $\text{max}(e_\beta)$, dans l'intervalle $\alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha_2$ en fonction du rapport des longueurs d_c/d_a .

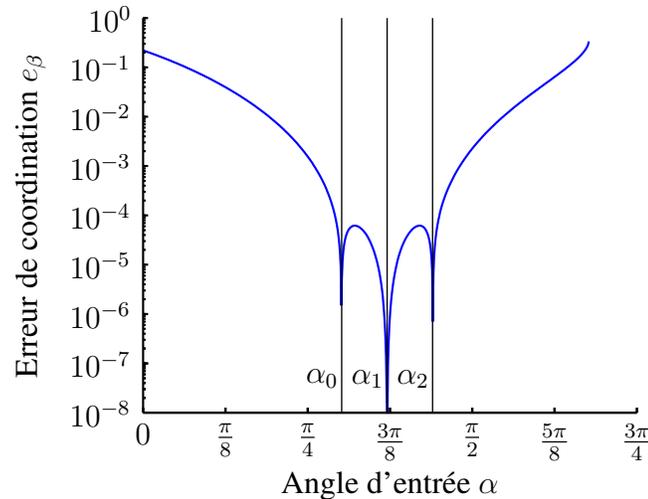


Figure 4.13: Erreur de coordination e_β en fonction de l'angle d'entrée α si $d_c/d_a = 5$.

L'erreur est calculée avec la fonction (4.19) où α_1 a déjà été trouvé avec l'équation (4.24) tandis que β est donné par l'équation (4.7) où il faut utiliser l'équation (4.23) pour connaître d_a/d_a . On peut observer que l'erreur est minimisée sur l'intervalle $\alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha_2$. En fait, la grandeur de l'erreur générée est négligeable en pratique. De plus, puisqu'on a imposé $\Delta_\beta = \Delta_\alpha$, on obtient $e_\beta = 0$ lorsque $\alpha = \alpha_0$ et $\alpha = \alpha_2$. L'erreur est aussi nulle lorsque $\alpha = \alpha_1$, car cet angle est maintenant calculé de manière à ce que β_1 soit atteint simultanément à α_1 . Avec l'équation (4.18), il est évident que l'erreur e_β est nulle si l'on utilise $\alpha = \alpha_1$ et $\beta = \beta_1$. Finalement, l'évolution de l'angle β en fonction de l'angle α calculé avec l'équation (4.7) en utilisant $d_c/d_a = 5$ est tracée à la figure 4.14. On peut alors constater que le mécanisme à quatre barres utilisé permet de transmettre adéquatement le mouvement d'abduction entre l'index et l'annulaire sur l'intervalle utile.

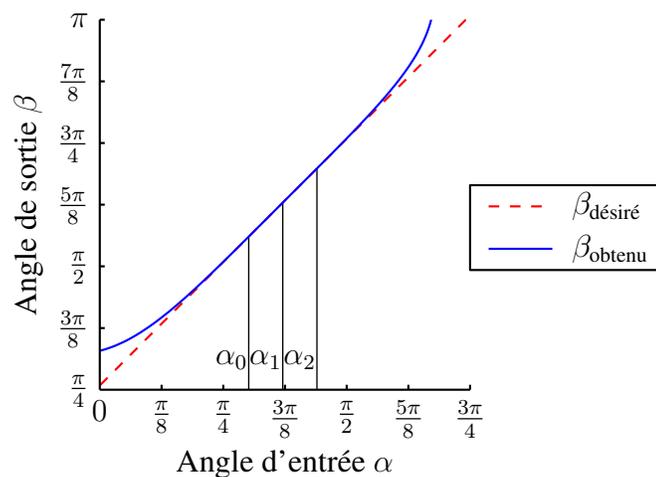


Figure 4.14: Angle de sortie β en fonction de l'angle d'entrée α si $d_c/d_a = 5$.

4.4.2 Liaison entre l'annulaire et l'auriculaire

Puisque les relations entre les paramètres de la liaison entre l'index et l'annulaire sont décrites, il est maintenant possible d'analyser le mécanisme transmettant le mouvement d'abduction de l'annulaire vers l'auriculaire, tel que présenté à la figure 4.15.

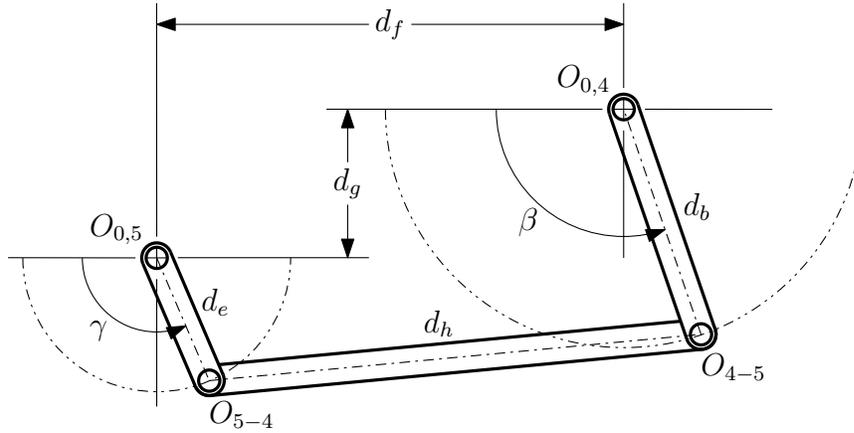


Figure 4.15: Mécanisme plan à quatre barres liant l'annulaire et l'auriculaire.

En suivant la même démarche que celle employée pour analyser le mécanisme à quatre barres reliant l'index et l'annulaire, il est possible d'établir depuis la figure 4.15 que

$$d_h^2 = (d_e \cos \gamma + d_f - d_b \cos \beta)^2 + (d_e \sin \gamma + d_g - d_b \sin \beta)^2 \quad (4.25)$$

ce qui donne

$$A_\gamma \cos \gamma + B_\gamma \sin \gamma = C_\gamma \quad (4.26)$$

où

$$A_\gamma = 2 d_e (d_b \cos \beta - d_f) \quad (4.27a)$$

$$B_\gamma = 2 d_e (d_b \sin \beta - d_g) \quad (4.27b)$$

$$C_\gamma = d_b^2 + d_e^2 + d_f^2 + d_g^2 - d_h^2 - 2 d_b (d_f \cos \beta + d_g \sin \beta). \quad (4.27c)$$

L'équation (4.26) permet donc de calculer deux valeurs d'angle γ associées à l'angle d'entrée β en utilisant les valeurs prescrites pour d_b , d_f et d_g en plus des paramètres à optimiser d_e et d_h . En effet, nous utilisons les mêmes d_b et β_1 que dans la liaison précédente afin de simplifier le mécanisme. Il est donc préférable de ne pas imposer que d_b et d_e soient égaux en vue de laisser un paramètre d'optimisation supplémentaire. Encore une fois, l'angle médian γ_1 donnant la plus faible erreur sera d'abord établi, ce qui permettra par la suite de calculer d_e et d_h .

Amplitudes d'abduction

Tel qu'inscrit au tableau 4.1, l'amplitude de l'angle entre l'annulaire et l'auriculaire devrait être de 25° , ce qui donne une amplitude articulaire pour l'auriculaire $\Delta_\gamma = 0,87 = 50^\circ$, donc $\Delta_\gamma = 2\Delta_\beta = 0,87$. Les angles initial, γ_0 , médian, γ_1 , et final, γ_2 , de l'auriculaire sont notés de manière similaire à ceux de l'annulaire, $\beta_0, \beta_1, \beta_2$, ce qui permet d'établir des relations semblables à celles posées à la sous-section 4.4.1 :

$$\gamma_2 - \gamma_0 = \Delta_\gamma = 2\Delta_\beta = 2(\beta_2 - \beta_0) \quad (4.28)$$

donc

$$\gamma_2 = \gamma_1 + \Delta_\gamma/2 = \gamma_1 + \Delta_\beta \quad (4.29a)$$

$$\gamma_0 = \gamma_1 - \Delta_\gamma/2 = \gamma_1 - \Delta_\beta \quad (4.29b)$$

$$\beta_2 = \beta_1 + \Delta_\beta/2 \quad (4.29c)$$

$$\beta_0 = \beta_1 - \Delta_\beta/2. \quad (4.29d)$$

Il est important de préciser de nouveau que les angles médians β_1 et γ_1 ne sont pas nécessairement atteints simultanément.

En suivant la même méthode que celle employée précédemment, il est possible de récrire l'équation (4.26) sous la forme $G(\beta, \gamma) = \kappa_d$ afin de mettre en évidence le terme constant κ_d où

$$G(\beta, \gamma) = d_b d_e \cos(\beta - \gamma) + d_f (d_b \cos \beta - d_e \cos \gamma) + d_g (d_b \sin \beta - d_e \sin \gamma) \quad (4.30)$$

et

$$\kappa_d = \frac{d_b^2 + d_e^2 + d_f^2 + d_g^2 - d_h^2}{2}. \quad (4.31)$$

Puisque κ_d est une sommation de termes constants pour un certain mécanisme, il faut que la fonction dénommée $G(\beta, \gamma)$ soit elle aussi constante. Conséquemment, il est possible d'utiliser les deux positions où les angles sont connus, soit la configuration initiale (β_0, γ_0) et finale (β_2, γ_2) , afin de trouver une relation entre γ_1 et d_e n'impliquant pas d_h . Nous avons donc l'équation

$$0 = G(\beta_0, \gamma_0) - G(\beta_2, \gamma_2) \quad (4.32)$$

qui peut être développée avec la définition de $G(\beta, \gamma)$ donnée à l'équation (4.30) tel que

$$0 = [d_b d_e \cos(\beta_0 - \gamma_0) + d_f (d_b \cos \beta_0 - d_e \cos \gamma_0) + d_g (d_b \sin \beta_0 - d_e \sin \gamma_0)] \\ - [d_b d_e \cos(\beta_2 - \gamma_2) + d_f (d_b \cos \beta_2 - d_e \cos \gamma_2) + d_g (d_b \sin \beta_2 - d_e \sin \gamma_2)] \quad (4.33)$$

ou encore

$$0 = d_b d_e (\cos(\beta_0 - \gamma_0) - \cos(\beta_2 - \gamma_2)) + d_f d_b (\cos \beta_0 - \cos \beta_2) \\ + d_g d_b (\sin \beta_0 - \sin \beta_2) - d_f d_e (\cos \gamma_0 - \cos \gamma_2) - d_g d_e (\sin \gamma_0 - \sin \gamma_2). \quad (4.34)$$

En substituant les relations (4.29) dans l'équation (4.34), il est possible d'obtenir

$$0 = d_b \left(d_e \sin(\gamma_1 - \beta_1) + d_f \sin \beta_1 - d_g \cos \beta_1 \right) \sin \Delta_\beta / 2 + d_e \left(d_g \cos \gamma_1 - d_f \sin \gamma_1 \right) \sin \Delta_\beta. \quad (4.35)$$

En posant que $\sin \Delta_\beta / 2 \neq 0$, c'est-à-dire que $\Delta_\beta \neq 2\kappa_z \pi$, ce qui impliquerait que le mécanisme ne bouge pas ou effectue κ_z tours complets, il est possible d'obtenir

$$\frac{d_b}{d_e} = \frac{d_b \sin \beta_1 - 2 d_g \cos \Delta_\beta / 2}{d_f \sin \beta_1 - d_g \cos \beta_1} \cos \gamma_1 + \frac{-d_b \cos \beta_1 + 2 d_f \cos \Delta_\beta / 2}{d_f \sin \beta_1 - d_g \cos \beta_1} \sin \gamma_1. \quad (4.36)$$

Sachant les valeurs de Δ_β , β_1 , d_b , d_f et d_g , l'équation (4.36) peut être utilisée pour calculer d_e en fonction de γ_1 et vice-versa.

Avec d_e et γ_1 , il est alors possible de calculer d_h en utilisant l'équation d'assemblage du mécanisme (4.25) dans la configuration initiale (β_0 , γ_0) où β_0 est donné par l'équation (4.29d) et γ_0 est donné par l'équation (4.29b), tel que

$$d_h^2 = (d_e \cos(\gamma_1 - \Delta_\beta) + d_f - d_b \cos(\beta_1 - \Delta_\beta / 2))^2 + (d_e \sin(\gamma_1 - \Delta_\beta) + d_g - d_b \sin(\beta_1 - \Delta_\beta / 2))^2. \quad (4.37)$$

Nous pouvons donc utiliser l'équation (4.36) pour calculer la longueurs d_e en fonction de γ_1 , puis utiliser ces données avec l'équation (4.37) pour trouver d_h selon la valeur de γ_1 utilisée, tel que présenté à la figure 4.16. Les paramètres du mécanisme utilisés sont inscrits dans le tableau 4.2.

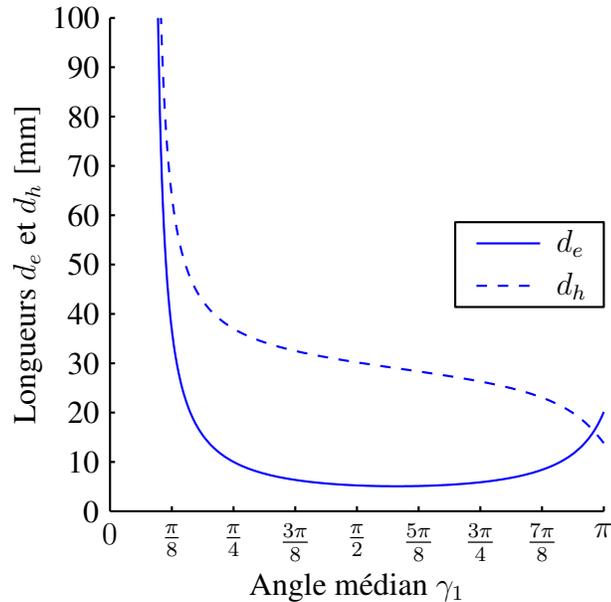


Figure 4.16: Longueurs d_e et d_h en fonction de l'angle médian γ_1 selon les paramètres du tableau 4.2.

Tableau 4.2: Données utilisées pour tracer les figures 4.16 à 4.20.

Δ_β	β_1	d_b	d_f	d_g
0,44	1,97	10 mm	25,4 mm	11,8 mm

Minimisation de l'erreur de coordination

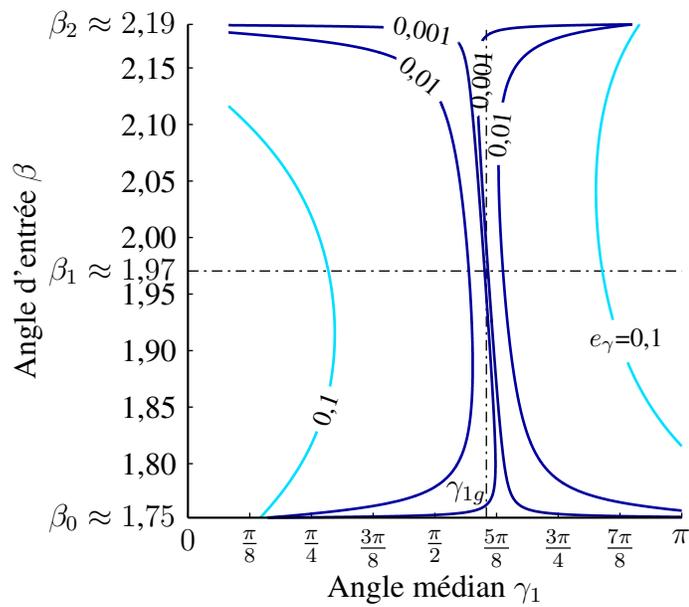
Connaissant pour chaque valeur de γ_1 la valeur de d_e et de d_h , il est possible de calculer l'angle γ avec l'équation (4.26) de même que l'erreur de coordination e_γ entre l'auriculaire et l'annulaire, où

$$e_\gamma = \left| (\gamma - \gamma_0) - 2(\beta - \beta_0) \right| = \left| \gamma - 2\beta - (\gamma_1 - 2\beta_1) \right|. \quad (4.38)$$

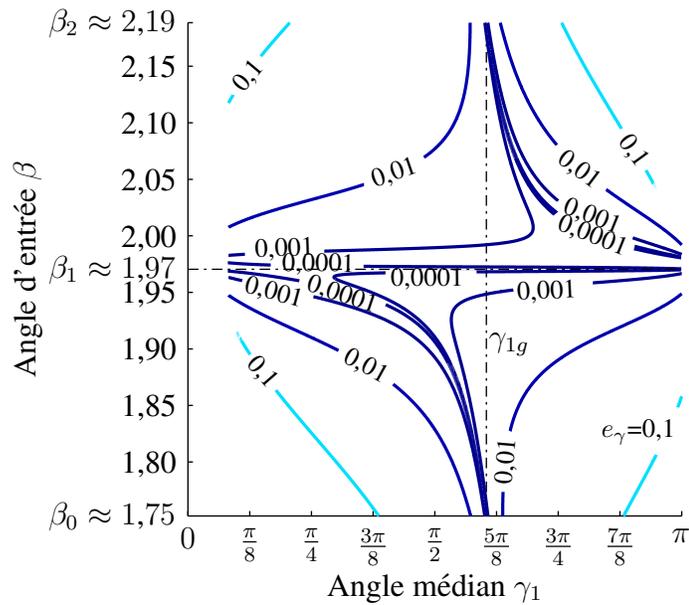
Nous pouvons visualiser l'erreur de coordination sur l'intervalle $\beta_0 \leq \beta \leq \beta_2$ en fonction de l'angle médian γ_1 choisi, tel que présenté à la figure 4.17. Afin de comparer ce que ferait un changement de longueur d_h , deux équations ont été utilisées. D'abord, les courbes de niveau présentées en (a) représentent la variation de l'erreur e_γ pour une longueur d_h calculée avec l'équation (4.37), c'est-à-dire pour la configuration initiale (β_0, γ_0) . Si nous imposons plutôt que le mécanisme doit s'assembler dans la configuration (β_1, γ_1) , nous obtenons les courbes présentées en (b). Il est évident que l'erreur n'est plus nulle aux positions initiale et finale pour n'importe quel γ_1 , comme c'est le cas en utilisant l'équation (4.37) en (a). Par contre, on peut observer qu'on obtient le même comportement en utilisant $\gamma_1 = \gamma_{1g}$, puisqu'on impose alors que le mécanisme puisse être assemblé en (β_0, γ_0) ainsi qu'en (β_1, γ_1) .

Comme à la sous-section 4.4.1, il est intéressant de tracer l'évolution de la moyenne et de la valeur maximale de l'erreur sur l'intervalle utile de β , tel que présenté à la figure 4.18. L'erreur est alors minimisée lorsque $\gamma_1 = \gamma_{1g}$, ce qui représente l'angle médian pour lequel l'erreur devient nulle à $\beta = \beta_1$, tel qu'inscrit à la figure 4.17. En d'autres mots, le mécanisme peut être assemblé pour (β_1, γ_{1g}) , donc les angles médians sont atteints simultanément et l'erreur e_γ est alors nulle pour ce point. Il est utile de noter que le maximum de même que la moyenne de l'erreur sont non nuls pour γ_{1g} , bien que la figure 4.18 le suggère.

Nous pouvons encore utiliser la fonction $G(\beta, \gamma)$, qui est constante pour toutes les configurations du mécanisme, afin d'obtenir γ_{1g} .



(a) Avec d_h calculé en (β_0, γ_0) .



(b) Avec d_h calculé en (β_1, γ_1) .

Figure 4.17: Courbes de niveau de l'erreur de coordination e_γ en fonction de l'angle médian γ_1 sur l'intervalle $\beta_0 \leq \beta \leq \beta_2$ selon la configuration utilisée pour calculer d_h et les paramètres du tableau 4.2.

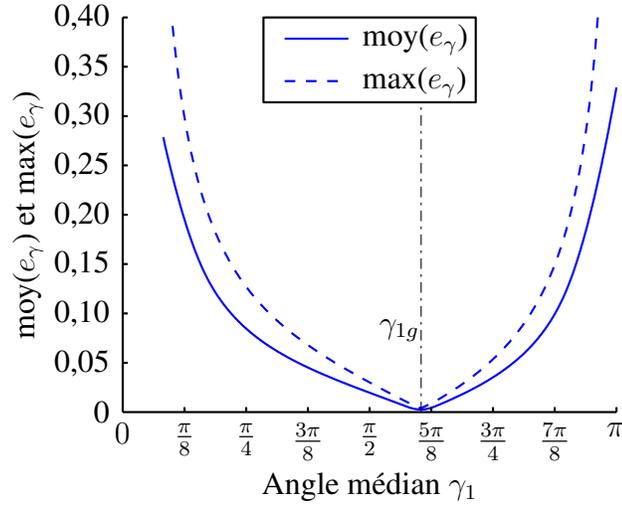


Figure 4.18: Erreur de coordination moyenne, $\text{moy}(e_\gamma)$, et maximale, $\text{max}(e_\gamma)$, dans l'intervalle $\beta_0 \leq \beta \leq \beta_2$ en fonction de l'angle médian γ_1 selon les paramètres du tableau 4.2.

En utilisant $0 = G(\beta_1, \gamma_1) - G(\beta_0, \gamma_0)$, nous pouvons trouver

$$\begin{aligned}
0 &= \cos \gamma_1 \left(d_b (\cos \beta_1 - \cos (\beta_1 + \Delta_\beta/2)) - d_f (1 - \cos \Delta_\beta) - d_g \sin \Delta_\beta \right) \\
&+ \sin \gamma_1 \left(d_b (\sin \beta_1 - \sin (\beta_1 + \Delta_\beta/2)) + d_f \sin \Delta_\beta - d_g (1 - \cos \Delta_\beta) \right) \\
&+ \frac{d_b}{d_e} \left(d_f \cos \beta_1 - d_f \cos (\beta_1 - \Delta_\beta/2) + d_g \sin \beta_1 - d_g \sin (\beta_1 - \Delta_\beta/2) \right) \quad (4.39)
\end{aligned}$$

puis, en substituant l'expression de d_b/d_e définie dans l'équation (4.36), on obtient

$$A_{\gamma_{1g}} \cos \gamma_1 + B_{\gamma_{1g}} \sin \gamma_1 = 0 \quad (4.40)$$

où

$$\begin{aligned}
A_{\gamma_{1g}} &= d_b (\cos \beta_1 - \cos \beta_2) - d_f (1 - \cos \Delta_\beta) - d_g \sin \Delta_\beta \\
&+ d_{\gamma_{1g}} (d_b \sin \beta_1 - 2 d_g \cos \Delta_\beta/2) \quad (4.41a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_{\gamma_{1g}} &= d_b (\sin \beta_1 - \sin \beta_2) + d_f \sin \Delta_\beta - d_g (1 - \cos \Delta_\beta) \\
&+ d_{\gamma_{1g}} (-d_b \cos \beta_1 + 2 d_f \cos \Delta_\beta/2) \quad (4.41b)
\end{aligned}$$

et

$$d_{\gamma_{1g}} = \frac{d_f (\cos \beta_1 - \cos \beta_0) + d_g (\sin \beta_1 - \sin \beta_0)}{d_f \sin \beta_1 - d_g \cos \beta_1}. \quad (4.42)$$

L'équation (4.40) est aisément résolue pour γ_1 , c'est-à-dire pour trouver l'angle γ_{1g} présenté aux figures 4.17 et 4.18. L'erreur obtenue en utilisant cet angle médian et les valeurs de d_e et de d_h associées est présentée à la figure 4.19 en fonction de l'angle β . On peut observer que l'erreur est bien nulle à $\beta = \beta_0$, $\beta = \beta_1$ et $\beta = \beta_2$.

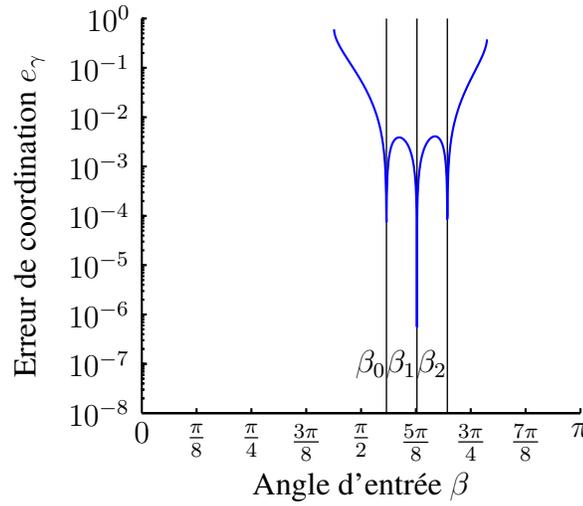


Figure 4.19: Erreur de coordination e_γ en fonction de l'angle d'entrée β selon les paramètres du tableau 4.2.

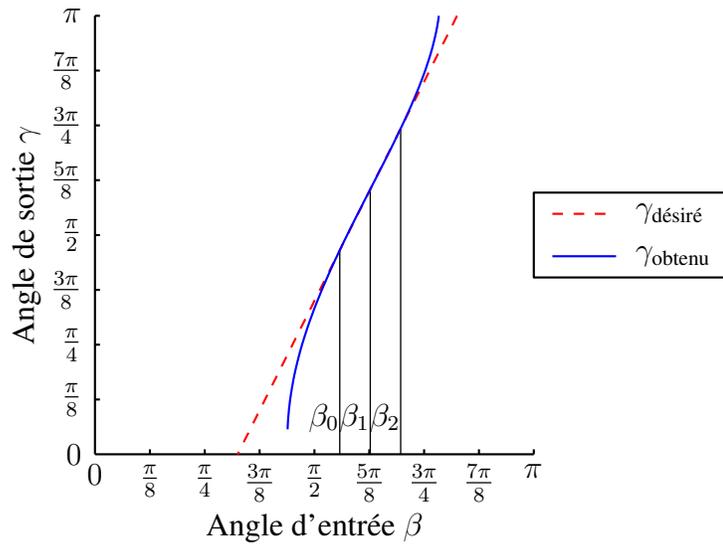


Figure 4.20: Angle de sortie γ en fonction de l'angle d'entrée β selon les paramètres du tableau 4.2.

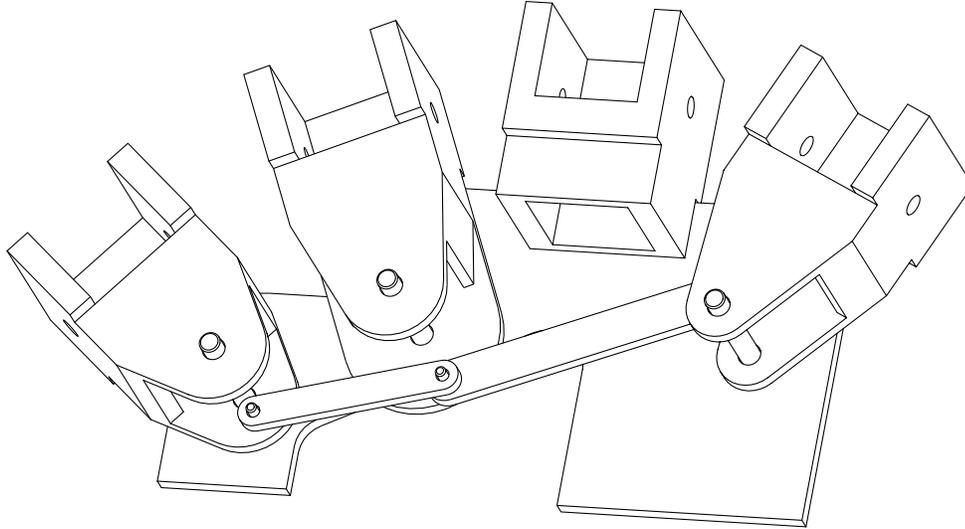


Figure 4.21: Représentation du système d'abduction plane proposé.

Finalement, l'évolution de l'angle γ en fonction de l'angle β est tracée à la figure 4.20 en utilisant l'équation (4.26) pour calculer l'angle γ . Nous pouvons observer que la variation de l'angle de sortie γ suit bien le double de la variation de l'angle d'entrée β du mécanisme. Nous pouvons donc conclure que cette liaison, comme celle étudiée précédemment, transmet adéquatement le mouvement d'abduction, depuis l'annulaire vers l'auriculaire dans ce cas. La figure 4.21 illustre le résultat de la combinaison des deux mécanismes à quatre barres. Ce mécanisme à six barres constitue un système de transmission du mouvement d'abduction entre l'index, l'annulaire et l'auriculaire permettant d'obtenir l'amplitude d'abduction imposée à chaque métacarpien. De plus, leur écartement se fait d'une manière coordonnée, où l'orientation de l'auriculaire est deux fois plus grande que celle de l'annulaire qui est symétrique à l'orientation de l'index.

4.5 Étude du mécanisme d'abduction spatiale

4.5.1 Analyse des articulations carpométacarpiennes

Le mouvement d'abduction plane étant obtenu, nous pouvons ajouter le mouvement de flexion des métacarpiens afin d'entraîner un creusement de l'arche métacarpienne, tel que discuté à la sous-section 4.2.2. Le mouvement d'abduction spatiale est produit en utilisant des articulations carpométacarpiennes qui ne sont plus normales à la paume. Nous devons ainsi analyser leur position, \mathbf{p}_{sg} , et leur orientation, \mathbf{v}_{sg} , afin de reproduire la trajectoire prescrite pour chacun des métacarpiens.

Tel que montré à la figure 4.2, les axes $O_{0,2}$ et $O_{0,4}$ doivent être symétriques par rapport au plan yz puisque les trajectoires prescrites pour l'index et l'annulaire sont également symétriques. L'axe $O_{0,2}$ peut donc être défini à partir de l'axe $O_{0,4}$. Ainsi, il est seulement nécessaire d'analyser les articulations carpométacarpiennes de l'annulaire et de l'auriculaire, c'est-à-dire les axes $O_{0,4}$ et $O_{0,5}$.

Articulation carpométacarpienne de l'annulaire

Depuis la figure 4.2(a), il est possible d'établir l'orientation, \mathbf{v}_{A4} , et la position, \mathbf{p}_{A4} , initiales de l'articulation métacarpophalangienne de l'annulaire, $O_{1,4}$, telles que

$$\mathbf{v}_{A4} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{p}_{A4} = \begin{bmatrix} -d_m \\ y_4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

où la largeur des doigts, d_m , est connue, tandis que y_4 est une variable utilisée lors de l'optimisation. Aussi, depuis la figure 4.2(b), nous pouvons obtenir l'orientation, \mathbf{v}_{B4} , et la position, \mathbf{p}_{B4} , finales de l'axe $O_{1,4}$:

$$\mathbf{v}_{B4} = \begin{bmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \cos \phi \\ -\sin \psi \sin \phi \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

et

$$\mathbf{p}_{B4} = \begin{bmatrix} p_{B4_x} \\ p_{B4_y} \\ p_{B4_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_c \sin \psi \\ \frac{r_c}{\cos \phi} - r_c (1 - \cos \psi) \cos \phi \\ r_c (1 - \cos \psi) \sin \phi \end{bmatrix}. \quad (4.45)$$

Nous pouvons rappeler que $\psi = 0,44 = 25^\circ$, que ϕ est l'inclinaison du plan dans lequel les positions finales, \mathbf{p}_{Bg} , se trouvent et est utilisé lors de l'optimisation tandis que le rayon r_c du cercle de tangence des axes $O_{1,g}$ est calculé avec l'équation (4.1).

On peut tenter d'imposer que l'axe $O_{0,4}$ soit parallèle au plan yz de manière à simplifier le positionnement de la vis sans fin qui entraîne la rotation du pouce ainsi que le mouvement d'abduction de l'index par le biais du mécanisme de retardement. Les vecteurs \mathbf{v}_{s4} et \mathbf{v}_{A4} doivent donc être orthogonaux afin de respecter cette contrainte, puisque \mathbf{v}_{A4} est normal au plan yz . Par contre, le vecteur \mathbf{v}_{B4} est obtenu suite à une rotation de \mathbf{v}_{A4} autour de \mathbf{v}_{s4} . Étant donné que \mathbf{v}_{s4} est orthogonal à \mathbf{v}_{A4} , il doit également l'être par rapport à \mathbf{v}_{B4} . De plus, \mathbf{v}_{A4} est parallèle au plan contenant les vecteurs \mathbf{v}_{Bg} et n'est pas parallèle à \mathbf{v}_{B4} . Par conséquent, \mathbf{v}_{s4} doit être normal à ce plan, ce qui entraîne que \mathbf{v}_{A4} doit également faire partie du plan contenant les vecteurs \mathbf{v}_{Bg} , puisqu'une rotation autour de \mathbf{v}_{s4} permet de passer de \mathbf{v}_{B4} à \mathbf{v}_{A4} . Rappelons que le vecteur \mathbf{v}_{s4} doit être dans le plan de la paume, ce qui veut dire qu'il doit être colinéaire avec l'axe $O_{1,3}$, puisqu'il s'agit de l'intersection du plan contenant les vecteurs \mathbf{v}_{Bg}

et de celui de la paume. Imposer que \mathbf{v}_{s4} soit parallèle au plan yz résulterait ainsi à ce que la contrainte (4.3) ne soit pas satisfaite : les articulations de l'index et de l'annulaire seraient toutes colinéaires avec celles du majeur lorsque les doigts seraient adjacents.

Pour le cas général où l'orientation de l'axe $O_{0,4}$ n'est pas contrainte, il est intéressant d'utiliser les équations établies à la section 3.2 décrivant la position et l'orientation d'un axe de rotation selon la position et l'orientation initiales et finales du vecteur à pivoter. D'abord, une transformation du repère est effectuée afin de pouvoir utiliser ces équations, tel que présenté à la figure 4.22.

La matrice de rotation \mathbf{Q}_4 utilisée peut être décrite ainsi

$$\mathbf{Q}_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{p_{B4y} - y_4}{d_{yz4}} & \frac{p_{B4z}}{d_{yz4}} \\ 0 & -\frac{p_{B4z}}{d_{yz4}} & \frac{p_{B4y} - y_4}{d_{yz4}} \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

où

$$d_{yz4} = \sqrt{(p_{B4y} - y_4)^2 + p_{B4z}^2}. \quad (4.47)$$

Rappelons que l'exposant m à la gauche des vecteurs indique qu'ils sont exprimés dans le nouveau repère. Les vecteurs exprimés dans le repère modifié sont donc

$${}^m\mathbf{v}_{A4} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, {}^m\mathbf{p}_{A4} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, {}^m\mathbf{v}_{B4} = \begin{bmatrix} v_{x4} \\ v_{y4} \\ v_{z4} \end{bmatrix}, {}^m\mathbf{p}_{B4} = \begin{bmatrix} p_{x4} \\ p_{y4} \\ 0 \end{bmatrix}, {}^m\mathbf{v}_{s4} = \begin{bmatrix} v_{sx4} \\ v_{sy4} \\ v_{sz4} \end{bmatrix}, {}^m\mathbf{p}_{s4} = \begin{bmatrix} p_{sx4} \\ p_{sy4} \\ 0 \end{bmatrix}$$

où

$${}^m\mathbf{v}_{B4} = \mathbf{Q}_4 \mathbf{v}_{B4} = \begin{bmatrix} \cos \psi \\ \frac{(p_{B4y} - y_4) \cos \phi - p_{B4z} \sin \phi}{d_{yz4}} \sin \psi \\ -\frac{(p_{B4y} - y_4) \sin \phi + p_{B4z} \cos \phi}{d_{yz4}} \sin \psi \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

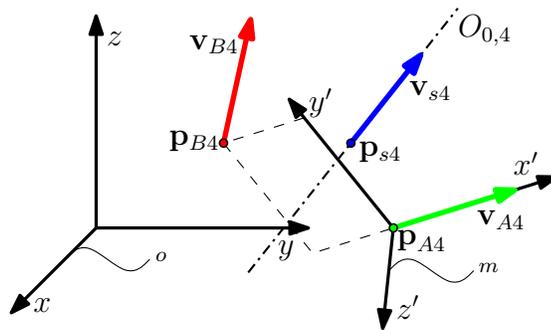


Figure 4.22: Transformation depuis le repère original (0) vers celui modifié (m) pour l'étude de l'articulation carpométacarpienne de l'annulaire.

et

$${}^m\mathbf{p}_{B_4} = \mathbf{Q}_4 (\mathbf{p}_{B_4} - \mathbf{p}_{A_4}) = \begin{bmatrix} p_{B_4x} + d_m & d_{yz4} & 0 \end{bmatrix}^T. \quad (4.49)$$

L'angle Δ_β par lequel la rotation autour de \mathbf{p}_{s_4} doit être effectuée pour passer de \mathbf{v}_{A_4} à \mathbf{v}_{B_4} est donné par l'équation (3.26), c'est-à-dire

$$\cos \Delta_\beta = \frac{v_{x4} k_{a4} - k_{b4}}{k_{a4} + k_{b4}} \quad (4.50)$$

où

$$k_{a4} = (p_{x4} (1 + v_{x4}) + p_{y4} v_{y4})^2, \quad (4.51a)$$

$$k_{b4} = (p_{y4} v_{z4})^2. \quad (4.51b)$$

Avec l'angle Δ_β , on peut trouver les composants de ${}^m\mathbf{v}_{s_4}$ à l'aide des équations (3.13), (3.14) et (3.15), tel que

$$v_{sx4} = \pm \sqrt{\frac{v_{x4} - \cos \Delta_\beta}{1 - \cos \Delta_\beta}} \quad (4.52)$$

$$v_{sy4} = \frac{-v_{z4}}{1 + v_{x4}} \frac{1 + \cos \Delta_\beta}{\sin \Delta_\beta} + \frac{v_{y4}}{1 + v_{x4}} v_{sx4} \quad (4.53)$$

$$v_{sz4} = \frac{v_{y4}}{1 + v_{x4}} \frac{1 + \cos \Delta_\beta}{\sin \Delta_\beta} + \frac{v_{z4}}{1 + v_{x4}} v_{sx4}. \quad (4.54)$$

De plus, en posant que $p_{sy4} = k_{c4} p_{sx4}$ où

$$k_{c4} = -\frac{v_{sx4} v_{sz4} (1 - \cos \Delta_\beta) - v_{sy4} \sin \Delta_\beta}{v_{sy4} v_{sz4} (1 - \cos \Delta_\beta) + v_{sx4} \sin \Delta_\beta}, \quad (4.55)$$

on peut obtenir p_{sx4} avec l'équation (3.17), ce qui donne

$$p_{sx4} = \frac{p_{x4}}{(1 - v_{x4} + k_{d4} v_{z4})} \quad (4.56)$$

où k_{d4} est donné par

$$k_{d4} = \frac{v_{sx4} v_{sy4} (1 - \cos \Delta_\beta) - v_{sz4} \sin \Delta_\beta}{v_{sy4} v_{sz4} (1 - \cos \Delta_\beta) + v_{sx4} \sin \Delta_\beta}. \quad (4.57)$$

Les vecteurs exprimés dans le repère original sont ensuite obtenus

$$\mathbf{v}_{s_4} = \mathbf{Q}_4^T {}^m\mathbf{v}_{s_4} \quad (4.58)$$

$$\mathbf{p}'_{s_4} = \mathbf{Q}_4^T {}^m\mathbf{p}_{s_4} + \mathbf{p}_{A_4} \quad (4.59)$$

et le point \mathbf{p}_{s_4} à l'intersection du plan $z = 0$ et de l'axe de rotation $O_{0,4}$ est trouvé avec

$$\mathbf{p}_{s_4} = \mathbf{p}'_{s_4} - \mathbf{v}_{s_4} \frac{p'_{s_4z}}{v_{s_4z}}. \quad (4.60)$$

Par conséquent, avec l'équation (4.58) et l'équation (4.60), la position et l'orientation de l'axe de l'articulation carpométacarpienne de l'annulaire peuvent être calculées si d_m , h , ϕ et y_4 sont connus. Tel que discuté précédemment, l'articulation carpométacarpienne de l'index est alors également décrite, puisque les axes $O_{0,2}$ et $O_{0,4}$ doivent être symétriques par rapport au plan yz .

Articulation carpométacarpienne de l'auriculaire

En utilisant la même approche que pour l'articulation carpométacarpienne de l'annulaire, il est possible de trouver des équations similaires pour l'auriculaire. Depuis la figure 4.2(a), l'orientation, \mathbf{v}_{A5} , et la position, \mathbf{p}_{A5} , initiales de l'articulation métacarpophalangienne de l'auriculaire, $O_{1,5}$, peuvent être obtenues telles que

$$\mathbf{v}_{A5} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{p}_{A5} = \begin{bmatrix} -2 d_m \\ y_5 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

où la distance entre les doigts, d_m , est connue, tandis que y_5 est une variable utilisée lors de l'optimisation. Aussi, depuis la figure 4.2(b), nous pouvons obtenir l'orientation, \mathbf{v}_{B5} , et la position, \mathbf{p}_{B5} , finales de l'axe $O_{1,5}$:

$$\mathbf{v}_{B5} = \begin{bmatrix} \cos 2\psi \\ \cos \phi \sin 2\psi \\ -\sin \phi \sin 2\psi \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

et

$$\mathbf{p}_{B5} = \begin{bmatrix} p_{B5_x} \\ p_{B5_y} \\ p_{B5_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_c \sin 2\psi \\ r_c / \cos \phi - h / \tan \phi \\ h \end{bmatrix}. \quad (4.63)$$

Rappelons que $\psi = 0,44 = 25^\circ$, que ϕ est l'inclinaison du plan dans lequel les positions finales, \mathbf{p}_{B_g} , se trouvent et est utilisé lors de l'optimisation tandis que le rayon r_c du cercle de tangence des axes $O_{1,g}$ est calculé avec l'équation (4.1).

Ainsi, la matrice de rotation \mathbf{Q}_5 pour passer à un repère modifié simplifiant les équations est

$$\mathbf{Q}_5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{p_{B5_y} - y_5}{d_{yz5}} & \frac{p_{B5_z}}{d_{yz5}} \\ 0 & -\frac{p_{B5_z}}{d_{yz5}} & \frac{p_{B5_y} - y_5}{d_{yz5}} \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

où

$$d_{yz5} = \sqrt{(p_{B5_y} - y_5)^2 + p_{B5_z}^2}. \quad (4.65)$$

Les vecteurs exprimés dans le repère modifié sont donc

$${}^m \mathbf{v}_{A5} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, {}^m \mathbf{p}_{A5} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, {}^m \mathbf{v}_{B5} = \begin{bmatrix} v_{x5} \\ v_{y5} \\ v_{z5} \end{bmatrix}, {}^m \mathbf{p}_{B5} = \begin{bmatrix} p_{x5} \\ p_{y5} \\ 0 \end{bmatrix}, {}^m \mathbf{v}_{s5} = \begin{bmatrix} v_{sx5} \\ v_{sy5} \\ v_{sz5} \end{bmatrix}, {}^m \mathbf{p}_{s5} = \begin{bmatrix} p_{sx5} \\ p_{sy5} \\ 0 \end{bmatrix}$$

où

$${}^m \mathbf{v}_{B5} = \mathbf{Q}_5 \mathbf{v}_{B5} = \begin{bmatrix} \cos 2\psi \\ \frac{(p_{B5_y} - y_5) \cos \phi - p_{B5_z} \sin \phi}{d_{yz5}} \sin 2\psi \\ -\frac{(p_{B5_y} - y_5) \sin \phi + p_{B5_z} \cos \phi}{d_{yz5}} \sin 2\psi \end{bmatrix} \quad (4.66)$$

et

$${}^m \mathbf{p}_{B5} = \mathbf{Q}_5 (\mathbf{p}_{B5} - \mathbf{p}_{A5}) = \begin{bmatrix} p_{B5_x} + 2 d_m \\ d_{yz5} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4.67)$$

Encore une fois, il est possible de trouver l'angle Δ_γ par lequel la rotation autour de \mathbf{p}_{s5} doit être effectuée pour passer de \mathbf{v}_{A5} à \mathbf{v}_{B5} , tel que

$$\cos \Delta_\gamma = \frac{v_{x5} k_{a5} - k_{b5}}{k_{a5} + k_{b5}} \quad (4.68)$$

où

$$k_{a5} = (p_{x5} (1 + v_{x5}) + p_{y5} v_{y5})^2, \quad (4.69)$$

$$k_{b5} = (p_{y5} v_{z5})^2. \quad (4.70)$$

Avec l'angle Δ_γ , on peut trouver les composants de ${}^m \mathbf{v}_{s5}$

$$v_{sx5} = \pm \sqrt{\frac{v_{x5} - \cos \Delta_\gamma}{1 - \cos \Delta_\gamma}} \quad (4.71)$$

$$v_{sy5} = \frac{-v_{z5}}{1 + v_{x5}} \frac{1 + \cos \Delta_\gamma}{\sin \Delta_\gamma} + \frac{v_{y5}}{1 + v_{x5}} v_{sx5} \quad (4.72)$$

$$v_{sz5} = \frac{v_{y5}}{1 + v_{x5}} \frac{1 + \cos \Delta_\gamma}{\sin \Delta_\gamma} + \frac{v_{z5}}{1 + v_{x5}} v_{sx5}. \quad (4.73)$$

De plus, en posant que $p_{sy5} = k_{c5} p_{sx5}$ où

$$k_{c5} = -\frac{v_{sx5} v_{sz5} (1 - \cos \Delta_\gamma) - v_{sy5} \sin \Delta_\gamma}{v_{sy5} v_{sz5} (1 - \cos \Delta_\gamma) + v_{sx5} \sin \Delta_\gamma}, \quad (4.74)$$

on peut obtenir p_{sx5}

$$p_{sx5} = \frac{p_{x5}}{(1 - v_{x5} + k_{d5} v_{z5})} \quad (4.75)$$

où k_{d5} est donné par

$$k_{d5} = \frac{v_{sx5} v_{sy5} (1 - \cos \Delta_\gamma) - v_{sz5} \sin \Delta_\gamma}{v_{sy5} v_{sz5} (1 - \cos \Delta_\gamma) + v_{sx5} \sin \Delta_\gamma}. \quad (4.76)$$

Les vecteurs exprimés dans le repère original sont ensuite obtenus avec

$$\mathbf{v}_{s5} = \mathbf{Q}_5^T \mathbf{m} \mathbf{v}_{s5} \quad (4.77)$$

$$\mathbf{p}'_{s5} = \mathbf{Q}_5^T \mathbf{m} \mathbf{p}_{s5} + \mathbf{p}_{A5} \quad (4.78)$$

et le point \mathbf{p}_{s5} à l'intersection du plan $z = 0$ et de l'axe de rotation $O_{0,5}$ est trouvé avec

$$\mathbf{p}_{s5} = \mathbf{p}'_{s5} - \mathbf{v}_{s5} \frac{p'_{s5z}}{v_{s5z}}. \quad (4.79)$$

Par conséquent, avec les équations (4.58), (4.60), (4.77) et (4.79), la position et l'orientation des axes des articulations carpométacarpiennes de l'index, de l'annulaire et de l'auriculaire peuvent être trouvées si d_m , h , ϕ , y_4 , y_5 et ψ sont connus.

4.5.2 Analyse de la liaison entre l'index et l'annulaire

Maintenant que les articulations carpométacarpiennes permettant le mouvement d'abduction spatiale sont définies, il est possible d'étudier les mécanismes transmettant ce déplacement entre les métacarpiens. Comme pour le mécanisme d'abduction plane, commençons par analyser la liaison entre l'index et l'annulaire, puis celle entre l'annulaire et l'auriculaire.

Puisque les axes $O_{0,2}$ et $O_{0,4}$ doivent être symétriques par rapport au plan yz et qu'ils ne peuvent être parallèles à ce plan, tel que discuté précédemment, il est possible de prouver que ces lignes s'intersectent dans le plan yz . Ainsi, un mécanisme sphérique à quatre barres peut être utilisé pour transmettre le mouvement d'abduction entre le métacarpien de l'index et celui de l'annulaire pour n'importe quelles valeurs de d_m , h , ϕ et y_4 .

Depuis la figure 4.23, il est possible d'établir que

$$\mathbf{e}_A \cdot \mathbf{e}_B = \cos d_\eta. \quad (4.80)$$

En suivant l'analyse décrite par McCarthy (2000) et en utilisant des angles égaux entre les articulations carpométacarpiennes et les pivots de la bielle afin d'obtenir un comportement symétrique, $d_\beta = d_\alpha$, il est possible de trouver

$$A_\beta \cos \beta + B_\beta \sin \beta = C_\beta \quad (4.81)$$

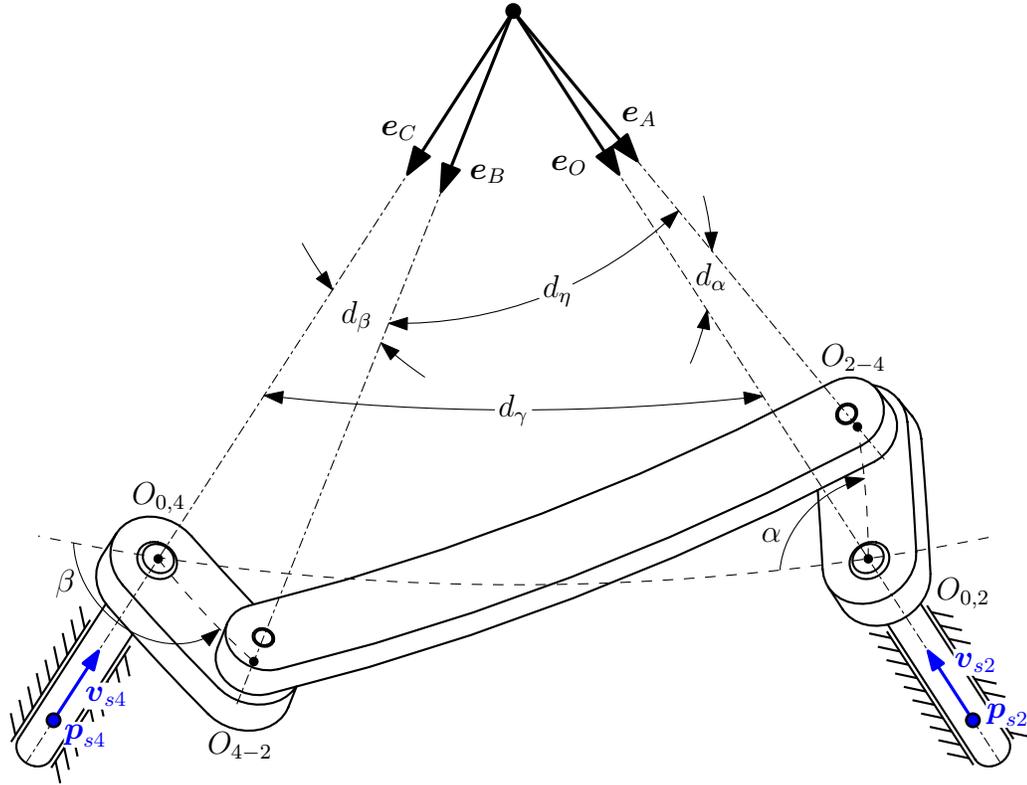


Figure 4.23: Mécanisme sphérique à quatre barres liant l'index et l'annulaire.

avec

$$A_\beta = (\cos \alpha \sin d_\alpha \cos d_\gamma - \cos d_\alpha \sin d_\gamma) \sin d_\alpha \quad (4.82)$$

$$B_\beta = -\sin \alpha \sin d_\alpha^2 \quad (4.83)$$

$$C_\beta = \cos d_\eta - (\cos \alpha \sin d_\alpha \sin d_\gamma + \cos d_\alpha \cos d_\gamma) \cos d_\alpha. \quad (4.84)$$

En utilisant l'équation (4.81), deux valeurs d'angle de sortie β peuvent être trouvées pour un angle d'entrée α si nous connaissons les dimensions des membrures.

À l'instar du mécanisme plan, il s'agit maintenant de déterminer les paramètres du mécanisme qui permettront que l'annulaire suive l'abduction de l'index. Encore une fois, les relations (4.10) ainsi que (4.15) peuvent être obtenues, peu importe qu'il s'agisse d'un mécanisme à quatre barres plan ou sphérique.

De même, l'erreur de coordination e_β peut être définie avec l'équation (4.19) et elle est minimisée si les deux angles médians α_1 et β_1 surviennent simultanément tout en respectant l'équation (4.15a), tel qu'illustré à la figure 4.24.

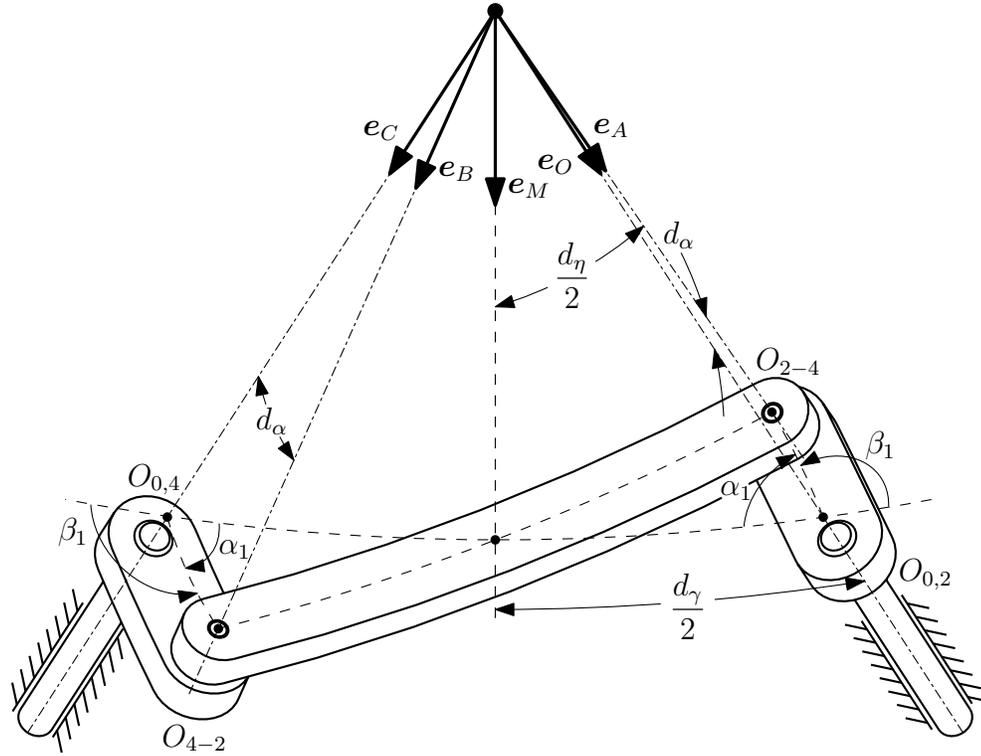


Figure 4.24: Mécanisme sphérique liant l'index et l'annulaire si les angles médians α_1 et β_1 sont atteints simultanément et que $d_\beta = d_\alpha$.

L'angle d_η de la bielle est donc obtenu avec

$$\cos \frac{d_\eta}{2} = \mathbf{e}_A \cdot \mathbf{e}_M \quad (4.85a)$$

$$\cos \frac{d_\eta}{2} = \sin \frac{d_\gamma}{2} \cos \alpha_1 \sin d_\alpha + \cos \frac{d_\gamma}{2} \cos d_\alpha \quad (4.85b)$$

qui peut être réécrit tel que

$$\cos d_\eta = (1 - \cos d_\gamma) \sin d_\alpha^2 \cos \alpha_1^2 + \cos d_\gamma \cos d_\alpha^2 + 2 \sin d_\gamma \sin d_\alpha \cos d_\alpha \cos \alpha_1 - \sin d_\alpha^2. \quad (4.86)$$

En substituant l'équation (4.86) dans l'équation (4.81) développée pour la position initiale ($\alpha_0 = \alpha_1 - \Delta_\alpha/2$, $\beta_0 = \pi - \alpha_1 - \Delta_\alpha/2$), il est possible d'obtenir

$$\cos \alpha_1 = \tan d_\alpha \cos^2 (\Delta_\alpha/4) \left(\frac{1 + \cos d_\gamma}{\sin d_\gamma} \right). \quad (4.87)$$

En posant Δ_α , d_α et d_γ , l'équation (4.87) peut être utilisée pour trouver α_1 , puis d_η est calculé avec l'équation (4.86). Il est utile de noter qu'avec la figure 4.23, il est possible de déduire d_γ si la dimension selon l'axe x du vecteur unitaire \mathbf{v}_{s4} est connue, c'est-à-dire

$$d_\gamma = 2 \arcsin v_{s4x} \quad (4.88)$$

où la branche de la fonction arcsin est bien celle qui nous intéresse.

4.5.3 Analyse de la liaison entre l'annulaire et l'auriculaire

Mécanisme à quatre barres sphérique

Pour transmettre le mouvement d'abduction de l'annulaire vers l'auriculaire par un mécanisme à quatre barres sphérique, il est nécessaire d'imposer une autre contrainte. En effet, les axes $O_{0,4}$ et $O_{0,5}$ trouvés pour différentes valeurs de d_m , h , ϕ , y_4 et y_5 ne s'intersectent pas nécessairement. La relation (4.89) doit donc être respectée de manière à s'assurer qu'une intersection existe entre $O_{0,4}$ et $O_{0,5}$ et ainsi permettre d'utiliser ce type de mécanisme, tel que

$$\mathbf{p}_{s5} + \kappa_5 \mathbf{v}_{s5} = \mathbf{p}_{s4} + \kappa_4 \mathbf{v}_{s4} \quad (4.89)$$

où $\kappa_4, \kappa_5 \in \mathbb{R}$. Il est possible de développer l'équation (4.89) afin d'obtenir

$$\begin{bmatrix} p_{s5_x} \\ p_{s5_y} \\ 0 \end{bmatrix} + \kappa_5 \begin{bmatrix} v_{s5_x} \\ v_{s5_y} \\ v_{s5_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{s4_x} \\ p_{s4_y} \\ 0 \end{bmatrix} + \kappa_4 \begin{bmatrix} v_{s4_x} \\ v_{s4_y} \\ v_{s4_z} \end{bmatrix} \quad (4.90)$$

de laquelle une contrainte indépendante de κ_4 et κ_5 peut être trouvée

$$(p_{s5_x} - p_{s4_x}) (v_{s4_y} v_{s5_z} - v_{s4_z} v_{s5_y}) = (p_{s5_y} - p_{s4_y}) (v_{s4_x} v_{s5_z} - v_{s4_z} v_{s5_x}). \quad (4.91)$$

Il est possible d'utiliser la relation (4.91) avec les équations (4.58), (4.60), (4.77) et (4.79) pour essayer de résoudre le problème analytiquement, mais les équations obtenues sont trop complexes pour être utilisées. Par conséquent, ce système d'équations est résolu numériquement pour différentes valeurs de d_m , h , ϕ , y_4 et y_5 .

Mécanisme à quatre barres plan

Si l'équation (4.91) n'est pas satisfaite, les axes $O_{0,4}$ et $O_{0,5}$ ne s'intersectent pas et nous ne pouvons donc pas utiliser un mécanisme à quatre barres sphérique entre l'annulaire et l'auriculaire. Par contre, un mécanisme à quatre barres plan tel que montré à la figure 4.15 peut être utilisé si les axes $O_{0,4}$ et $O_{0,5}$ sont parallèles, c'est-à-dire s'ils se rencontrent à l'infini, tel que

$$\mathbf{v}_{s5} = \mathbf{v}_{s4}. \quad (4.92)$$

Ainsi, on peut employer l'équation (4.91) ou l'équation (4.92) indépendamment de manière à obtenir un système d'abduction utilisant un mécanisme à quatre barres entre les métacarpiens de l'annulaire et de l'auriculaire.

Rappelons que l'équation (4.50) et l'équation (4.68) permettent respectivement de calculer les angles Δ_β et Δ_γ par lesquels les métacarpiens doivent pivoter pour obtenir la configuration montrée à la figure 4.2(b). Pour le mécanisme produisant le mouvement d'abduction plane, nous savons que $\Delta_\beta = \psi$ et $\Delta_\gamma = 2\psi$, ce qui nous a permis d'utiliser $\Delta_\gamma = 2\Delta_\beta$ lors de l'analyse conduite à la sous-section 4.4.2. Puisqu'ici les angles Δ_β et Δ_γ dépendent des paramètres du mouvement d'abduction spatiale, ils ne suivent plus nécessairement cette relation. Par contre, pour obtenir des équations semblables, nous pouvons utiliser $\Delta_\gamma = 2\lambda\Delta_\beta$, $\lambda \in \mathbb{R}$ sans perdre la généralité de ce problème.

Il faut également se rappeler que les axes $O_{0,4}$ et $O_{0,5}$ ne sont pas perpendiculaires à la paume de manière à produire le mouvement d'abduction spatiale. Ainsi, le plan du mécanisme à quatre barres plan n'est pas parallèle à la paume, ce qui nous oblige à utiliser x' comme référence pour les angles β' et γ , c'est-à-dire la projection de l'axe x sur le plan de ce mécanisme. De plus, l'articulation O_{4-5} présentée à la figure 4.15 n'est ni colinéaire ni parallèle à l'articulation O_{4-2} présentée à la figure 4.23. Il est donc préférable de ne pas utiliser le même angle pour décrire l'orientation du métacarpien de l'annulaire, $\beta' \neq \beta$. Néanmoins, leur variation est évidemment égale puisqu'ils décrivent l'angle du même corps autour du même axe de rotation, $\partial\beta' = \partial\beta$, donc leurs amplitudes sont également équivalentes : $\Delta_{\beta'} = \Delta_\beta$.

Comme le mécanisme est identique à celui présenté à la figure 4.15 où β est remplacé par β' , il est possible d'utiliser de nouveau la condition générale de fermeture du mécanisme, l'équation (4.25), ainsi que l'équation (4.26) donnant l'angle de sortie γ en fonction de l'angle d'entrée β , où l'on doit évidemment remplacer β par β' . Il est également possible d'utiliser l'équation (4.60) et l'équation (4.79) afin de trouver d_f et d_g . Pour la distance d_b entre le pivot O_{4-5} et l'articulation carpométacarpienne $O_{0,4}$, nous savons qu'elle n'est pas imposée par le mécanisme entre l'index et l'annulaire, puisque O_{4-2} et O_{4-5} ne sont pas colinéaires. Il s'agit seulement de prendre garde à ce qu'il n'y ait pas d'interférence mécanique entre les deux liaisons. Il est toutefois souhaitable de garder ces deux articulations rotoïdes assez proches afin de diminuer les efforts internes induits dans le métacarpien de l'annulaire.

Puisque $\gamma_2 - \gamma_0 = \Delta_\gamma = 2\lambda\Delta_\beta = 2\lambda(\beta'_2 - \beta'_0)$, nous pouvons définir les angles initiaux et finaux

$$\gamma_2 = \gamma_1 + \frac{\Delta_\gamma}{2} = \gamma_1 + \lambda\Delta_\beta \quad (4.93a)$$

$$\gamma_0 = \gamma_1 - \frac{\Delta_\gamma}{2} = \gamma_1 - \lambda\Delta_\beta \quad (4.93b)$$

$$\beta'_2 = \beta'_1 + \frac{\Delta_{\beta'}}{2} = \beta'_1 + \frac{\Delta_\beta}{2} \quad (4.93c)$$

$$\beta'_0 = \beta'_1 - \frac{\Delta_{\beta'}}{2} = \beta'_1 - \frac{\Delta_\beta}{2}. \quad (4.93d)$$

De manière à décrire d_e en fonction de γ_1 , nous pouvons utiliser $G(\beta'_0, \gamma_0) = G(\beta'_2, \gamma_2)$ où la définition de $G(\beta, \gamma)$ est donnée à l'équation (4.30) afin d'obtenir

$$\frac{d_b}{d_e} = \frac{(d_f \sin \gamma_1 - d_g \cos \gamma_1) \sin \lambda \Delta_\beta - d_b \sin(\beta'_1 - \gamma_1) \sin(\lambda \Delta_\beta - \Delta_\beta/2)}{(d_f \sin \beta'_1 - d_g \cos \beta'_1) \sin \Delta_\beta/2}. \quad (4.94)$$

De plus, l'erreur de coordination est maintenant donnée par

$$e_\gamma = \left| (\gamma - \gamma_0) - 2\lambda(\beta' - \beta'_0) \right| \quad (4.95)$$

et est encore minimisée durant la trajectoire si les angles médians surviennent simultanément. En utilisant $G(\beta'_1, \gamma_1) = G(\beta'_0, \gamma_0)$ de même que l'équation (4.94), il est possible d'obtenir

$$A_{\gamma_1} \cos \gamma_1 + B_{\gamma_1} \sin \gamma_1 = 0 \quad (4.96)$$

où

$$A_{\gamma_1} = d_b \left(\cos \beta'_1 - \cos(\beta'_0 + \lambda \Delta_\beta) \right) - d_f \left(1 - \cos \lambda \Delta_\beta \right) - d_g \sin \lambda \Delta_\beta + d_{\gamma_1} \left(d_b \sin \beta'_1 \sin(\lambda - 1/2) \Delta_\beta - d_g \sin \lambda \Delta_\beta \right) \quad (4.97a)$$

$$B_{\gamma_1} = d_b \left(\sin \beta'_1 - \sin(\beta'_0 + \lambda \Delta_\beta) \right) + d_f \sin \lambda \Delta_\beta - d_g \left(1 - \cos \lambda \Delta_\beta \right) + d_{\gamma_1} \left(-d_b \cos \beta'_1 \sin(\lambda - 1/2) \Delta_\beta + d_f \sin \lambda \Delta_\beta \right) \quad (4.97b)$$

et

$$d_{\gamma_1} = \frac{d_f (\cos \beta'_1 - \cos \beta'_0) + d_g (\sin \beta'_1 - \sin \beta'_0)}{(d_f \sin \beta'_1 - d_g \cos \beta'_1) \sin \Delta_\beta/2}. \quad (4.98)$$

L'équation (4.96) est aisément résolue pour γ_1 , l'angle médian permettant de minimiser l'erreur de coordination durant la trajectoire d'abduction. Nous avons ainsi toutes les équations nécessaires pour analyser numériquement le système de transmission du mouvement d'abduction spatiale.

4.5.4 Optimisation du système d'abduction spatiale

En plus d'imposer le mouvement d'abduction spatiale, il faut également poser certaines contraintes avant d'effectuer l'optimisation du mécanisme de transmission de l'abduction spatiale. Ainsi, les articulations carpométacarpiennes doivent se trouver à l'intérieur de la paume et la distance entre elles doit être la plus faible possible. Il faut également minimiser la longueur des métacarpiens de façon à réduire la flexion et la torsion induites.

Résultats numériques pour les articulations carpométacarpiennes

En permettant que la distance h entre la position finale p_{B5} et le plan médian de la paume soit $h \in [10, 30]$ mm, de même que $\phi \in [20^\circ, 45^\circ]$, que $(y_3 - y_4) \in [1, 11]$ mm, que $(y_3 - y_5) \in [20, 30]$ mm et que $d_m = 20$ mm de manière à obtenir des dimensions similaires à celles de la main humaine, il est possible d'effectuer une minimisation du critère ς_m pour la longueur des métacarpiens, où ς_m est

$$\varsigma_m \equiv (y_4 - p_{s4y})^2 + (y_5 - p_{s5y})^2. \quad (4.99)$$

En utilisant l'algorithme de minimisation `fmincon` du logiciel MATLAB® suivant une approche de points intérieurs et en imposant les contraintes décrites, il est possible d'obtenir les résultats inscrits au tableau 4.3. Ceux-ci sont trouvés en utilisant l'équation (4.92) plutôt que l'équation (4.91), c'est-à-dire si un mécanisme à quatre barres plan est utilisé pour transmettre le mouvement d'abduction de l'annulaire à l'auriculaire. La direction et l'orientation des axes des métacarpiens associées à ces résultats peuvent être calculées avec les équations (4.58), (4.60), (4.77) et (4.79), tel que présenté à la figure 4.25.

Tableau 4.3: Résultats numériques obtenus en minimisant le critère ς_m avec l'équation (4.92).

Paramètres	ϕ	h	y_4	y_5
Valeur	21,3°	10,1 mm	73,4 mm	64 mm

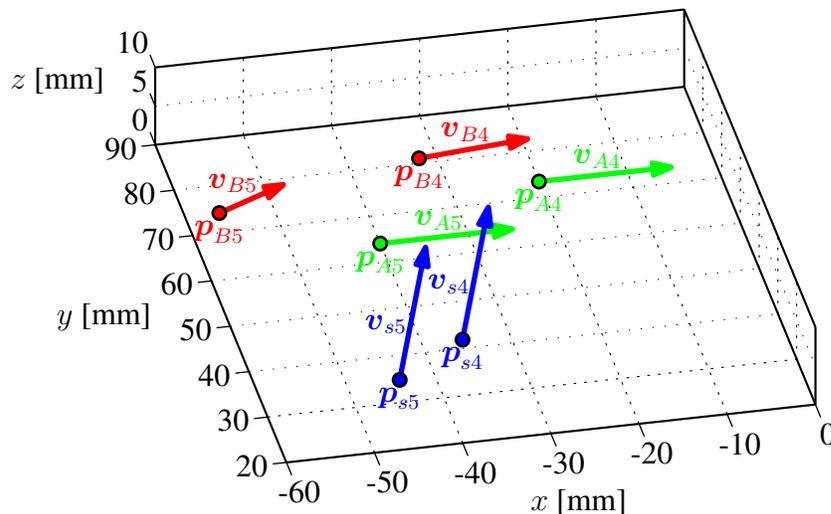


Figure 4.25: Schéma de la position et de l'orientation des axes des métacarpiens de l'annulaire et de l'auriculaire associées aux résultats numériques du tableau 4.3.

Résultats numériques pour la liaison entre l'index et l'annulaire

Puisque la position et l'orientation des articulations carpométacarpiennes de l'index et de l'annulaire sont connues, il est possible de déterminer la position des pivots et la longueur des bielles permettant que l'annulaire suive le mouvement d'abduction de l'index.

D'abord, on peut calculer Δ_β en utilisant l'équation (4.50) afin de connaître l'amplitude de la rotation de l'annulaire. En se rappelant que $\Delta_\alpha = \Delta_\beta$, nous obtenons ainsi l'amplitude de la rotation du métacarpien de l'index. Avec les valeurs contenues au tableau 4.3, nous trouvons $\Delta_\alpha = \Delta_\beta = 0,46 = 26,4^\circ$. Aussi, avec l'équation (4.88) et le premier composant du vecteur \mathbf{v}_{s4} , v_{s4_x} , il est possible de trouver la dimension d_γ , tel que : $d_\gamma = 33,8^\circ$.

Puisque Δ_α et d_γ sont connus, nous pouvons maintenant analyser l'effet de d_α sur l'erreur de coordination e_β en utilisant l'équation (4.87) pour trouver la valeur de α_1 qui lui est associée et l'équation (4.86) pour trouver d_η . Afin de pouvoir visualiser cet effet, l'erreur de coordination moyenne, $\text{moy}(e_\beta)$, et maximale, $\text{max}(e_\beta)$, se produisant sur l'intervalle $\alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha_2$ sont tracées à la figure 4.26 en fonction du rapport des dimensions d_γ/d_α . Il est possible de noter la similarité entre la figure 4.12 et la figure 4.26, ce qui est dû aux similitudes existant entre un mécanisme à quatre barres sphérique et un mécanisme à quatre barres plan. En fait, un mécanisme à quatre barres plan est un mécanisme sphérique où le point d'intersection des quatre axes est à l'infini, d'où leur parallélisme.

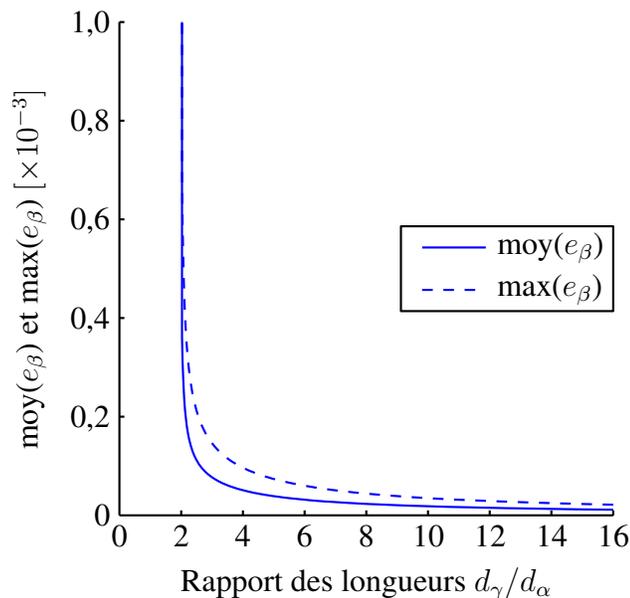


Figure 4.26: Erreur de coordination moyenne, $\text{moy}(e_\beta)$, et maximale, $\text{max}(e_\beta)$, dans l'intervalle $\alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha_2$ en fonction du rapport des dimensions d_γ/d_α .

Comme pour la figure 4.12, on peut observer à la figure 4.26 que les erreurs moyenne et maximale deviennent négligeables pour des rapports $d_\gamma/d_\alpha > 3$. De manière à garder le mécanisme aussi compact que possible tout en évitant l'interférence entre les différentes articulations rotoïdes, un rapport $d_\gamma/d_\alpha = 5$ paraît être un bon compromis, ce qui donne $d_\alpha \approx 6,8^\circ$. Cette dimension permet d'avoir une distance d'environ 14 mm entre le point p_{s4} et l'axe O_{4-2} . Avec ce rapport, il est possible de tracer l'évolution de l'angle de sortie du mécanisme, β , en fonction de l'angle d'entrée, α , ainsi que l'erreur de coordination e_β correspondante, tel que montré respectivement à la figure 4.27 et à la figure 4.28. On observe de nouveau que l'erreur de coordination obtenue est bien nulle à $\alpha = \alpha_0$, $\alpha = \alpha_1$ et $\alpha = \alpha_2$.

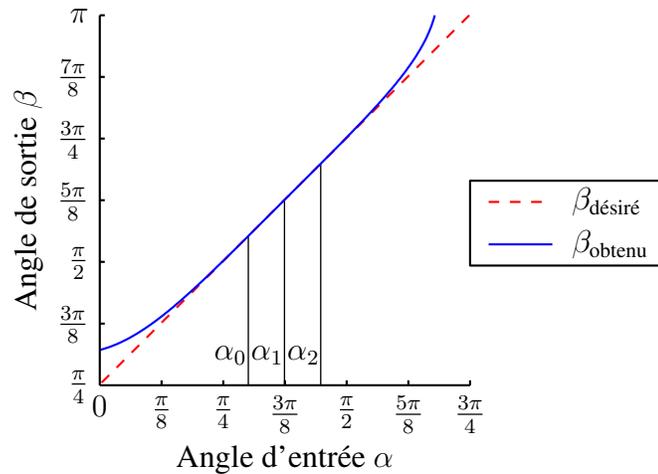


Figure 4.27: Angle de sortie β en fonction de l'angle d'entrée α si $d_\gamma/d_\alpha = 5$.

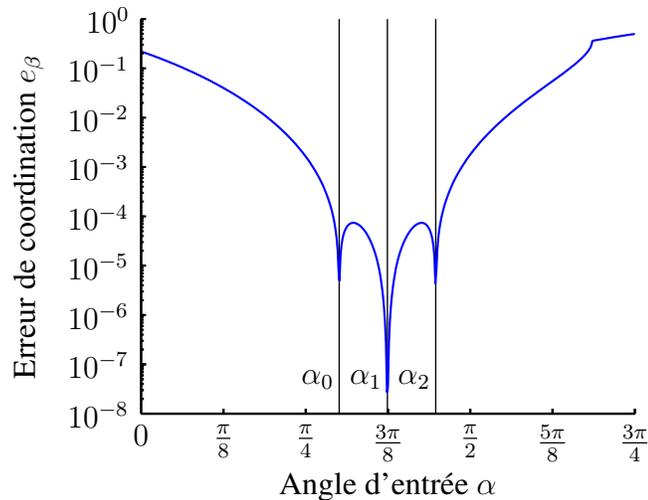


Figure 4.28: Erreur de coordination e_β en fonction de l'angle d'entrée α si $d_\gamma/d_\alpha = 5$.

Résultats numériques pour la liaison entre l'annulaire et l'auriculaire

Tel que mentionné précédemment, les résultats obtenus au tableau 4.3 sont trouvés en utilisant un mécanisme à quatre barres plan entre l'annulaire et l'auriculaire, où le plan du mécanisme est normal à \mathbf{v}_{s4} et \mathbf{v}_{s5} . En utilisant ces valeurs avec l'équation (4.68), il est possible d'obtenir l'amplitude de la rotation à imposer au métacarpien de l'auriculaire, soit $\Delta_\gamma = 0,92 = 52,8^\circ$. Comme nous savons déjà que $\Delta_{\beta'} = \Delta_\beta = 0,46 = 26,4^\circ$, nous obtenons $\Delta_\gamma = 2 \Delta_{\beta'}$, ainsi $\lambda = 1$.

De plus, avec les valeurs numériques de \mathbf{v}_{s4} , \mathbf{p}_{s4} et \mathbf{p}_{s5} , nous trouvons $d_f = 7,3$ mm et $d_g = 6,2$ mm. Puisque l'axe O_{4-2} est à une distance de 14 mm du point \mathbf{p}_{s4} et que l'axe O_{4-5} sera près de l'axe O_{4-2} , nous devons utiliser $d_b < 14$ mm. En veillant également à ce qu'il n'y ait pas d'interférence mécanique entre les deux articulations, nous pouvons utiliser $d_b = 10$ mm de manière à maximiser la distance entre \mathbf{v}_{s4} et O_{4-5} .

En utilisant l'équation (4.96) pour trouver la valeur de γ_1 associée à chaque valeur de β_1 , puis en utilisant l'équation (4.94) pour calculer d_e , il est possible de tracer la dimension d_e en fonction de l'angle médian β_1 tel que présenté à la figure 4.29. De plus, l'équation (4.37) permet de calculer la longueur de la bielle d_h . Il est alors possible d'utiliser l'équation (4.26) pour trouver γ , puis de tracer l'évolution de l'erreur maximale survenant durant le mouvement d'abduction, tel que montré à la figure 4.30, en utilisant l'équation (4.95).

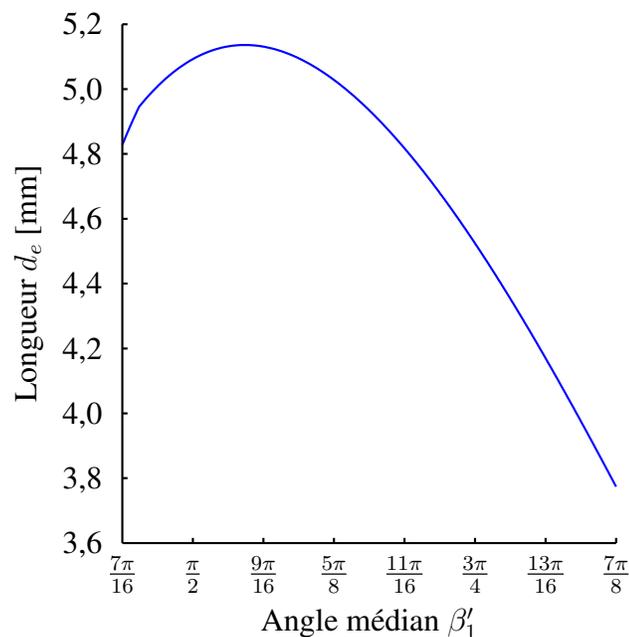


Figure 4.29: Longueur d_e en fonction de l'angle médian β'_1 .

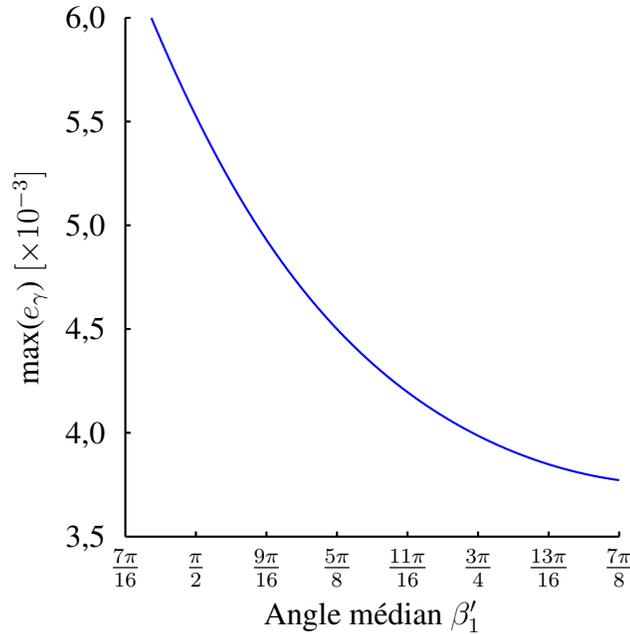


Figure 4.30: Erreur de coordination maximale, $\max(e_\gamma)$, dans l'intervalle $\beta'_0 \leq \beta' \leq \beta'_2$ en fonction de l'angle médian β'_1 .

En ne considérant que la figure 4.30, on peut dire que l'utilisation d'une grande valeur pour l'angle médian β'_1 est le meilleur choix de manière à minimiser l'erreur maximale. D'un autre côté, une grande valeur de β'_1 entraîne une petite longueur d_e selon la figure 4.29, ce qui augmente l'effet des tolérances de fabrication. De plus, il faut tenir compte du diamètre des articulations et de l'épaisseur des bielles afin d'établir la distance minimale à respecter entre deux articulations. Un angle médian $\beta'_1 = 9\pi/16$ est donc un choix judicieux, puisque la distance d_e est maximisée et que l'erreur maximale est faible ($\max(e_\gamma) < 5 \times 10^{-3}$).

La fonction entrée-sortie associée à cette liaison à quatre barres plane est montrée à la figure 4.31 alors que l'erreur de coordination e_γ survenant entre $\gamma_{\text{désiré}}$ et γ_{obtenu} est tracée à la figure 4.32. De même que pour la figure 4.28, il est possible d'observer que l'erreur de coordination disparaît aux positions initiale et finale, tel qu'imposé, de même qu'à la position médiane, puisque β_1 et γ_1 sont produits simultanément. Depuis les figures 4.28 et 4.32, nous pouvons conclure que le système d'abduction proposé comporte des erreurs de coordination négligeables durant son mouvement d'abduction. Le mécanisme transmettant le mouvement d'abduction spatiale est présenté à la figure 4.33.

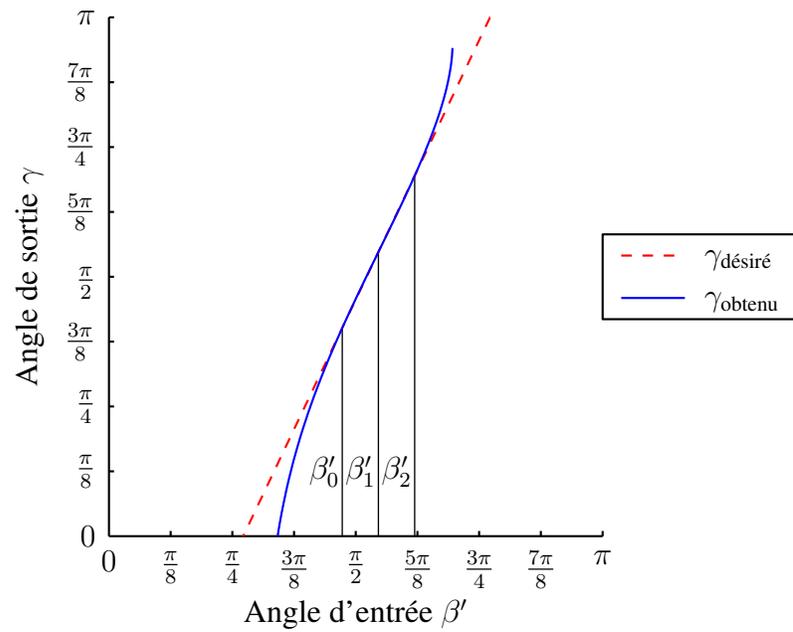


Figure 4.31: Angle de sortie γ en fonction de l'angle d'entrée β' .

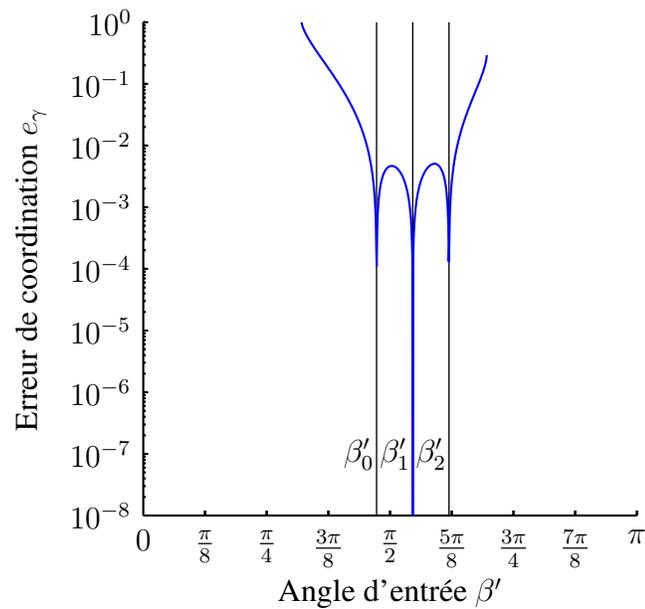


Figure 4.32: Erreur de coordination e_γ en fonction de l'angle d'entrée β' .

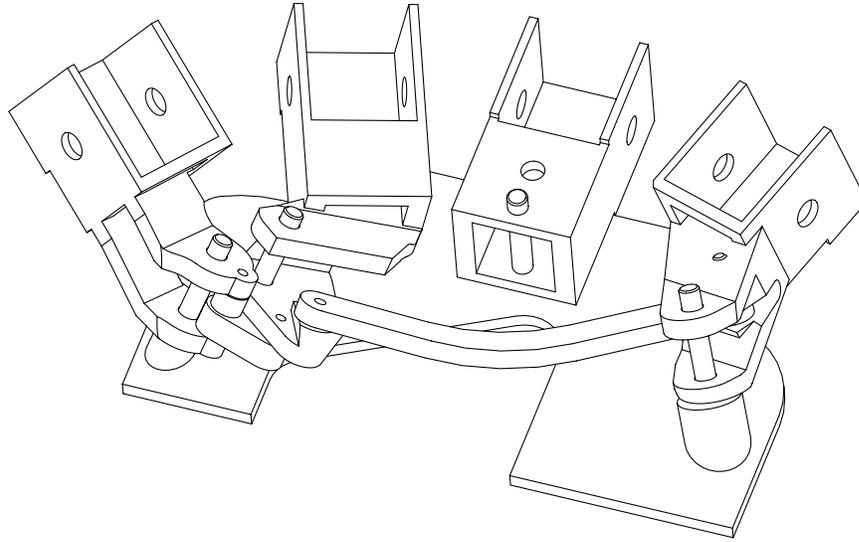


Figure 4.33: Représentation du système d'abduction spatiale proposé.

4.6 Discussion

Ce chapitre a permis d'étudier la façon d'effectuer le mouvement d'abduction des doigts d'une main robotique par un moyen simple. D'abord, une analyse des mouvements d'abduction plane et spatiale prescrits pour chacun des doigts a été conduite à la section 4.2. La conclusion qui en a été tirée est qu'une séparation maximale de $\psi = 25^\circ$ est souhaitable afin d'obtenir des résultats similaires à la main humaine. De plus, les articulations métacarpophalangiennes en position écartée doivent toutes être tangentes à un même cercle afin d'obtenir une prise sphérique.

Par la suite, différents types de mécanismes d'abduction des doigts ont été présentés à la section 4.3. Des mécanismes de retardement de l'abduction servant à utiliser le mouvement de l'actionneur du métacarpien du pouce y sont décrits. Une des solutions envisagées est d'utiliser une butée placée sur la roue dentée actionnée par la vis sans fin reliée à l'actionneur du pouce. En plaçant cette roue dentée et l'articulation carpométacarpienne de l'index sur le même axe, le mouvement d'abduction peut être imposé à l'index lorsque la butée de la roue et celle du métacarpien de l'index entrent en contact. Ainsi, pour obtenir une amplitude d'abduction $\Delta_\alpha = 26,4^\circ$, il suffit de permettre que la butée de la roue dentée tourne de $153,6^\circ$ avant de rencontrer la butée de l'index, étant donné que l'actionnement de la rotation du pouce se fait sur 180° . Des mécanismes pouvant transmettre ce mouvement d'abduction entre les doigts ont également été décrits dans cette section. Afin d'obtenir un mécanisme simple pouvant transmettre le mouvement spatial autant que le mouvement plan, il a été conclu que l'utilisation d'un mécanisme à quatre barres entre l'index et l'annulaire ainsi que d'un second entre l'annulaire et l'auriculaire est à privilégier.

Puisque cette architecture ne peut donner des angles d'écartement égaux sur toute la plage d'abduction, il a fallu l'optimiser. Les deux mécanismes à quatre barres permettant d'imposer le mouvement d'abduction plane ont d'abord été étudiés à la section 4.4. Le moyen d'obtenir l'amplitude d'abduction désirée pour chacun des doigts y a été décrit, de même que la façon de minimiser l'erreur de coordination durant le mouvement d'abduction.

En se basant sur l'étude du mécanisme plan, l'analyse a pu être poursuivie à la section 4.5 afin d'obtenir le mouvement d'abduction spatiale. Dans un premier temps, la position et l'orientation que doivent avoir les articulations carpométacarpiennes afin d'obtenir l'abduction spatiale imposée ont été décrites. Connaissant ces relations, l'étude s'est poursuivie par l'analyse du mécanisme sphérique à quatre barres se trouvant entre le métacarpien de l'index et celui de l'annulaire.

Par la suite, les deux versions du mécanisme à quatre barres, le plan et le sphérique, ont été étudiées pour transmettre le mouvement d'abduction de l'annulaire à l'auriculaire. C'est lors de l'optimisation du système d'abduction spatiale que le choix du mécanisme plan a été fait. Un mécanisme hybride à six barres est ainsi obtenu, dans lequel le premier mécanisme à quatre barres est sphérique alors que le second est plan, tel que présenté à la figure 4.33. Il peut donc être conclu que le système d'abduction proposé, en plus de réduire l'erreur de coordination durant le mouvement d'abduction, est basé sur une architecture simple qui ne nécessite aucun capteur pour fonctionner.

Chapitre 5

Conception et fabrication d'un prototype de main robotique

Le tout est plus grand que la somme des parties.

Confucius

Dans ce chapitre, les théories développées précédemment sont utilisées pour fabriquer des prototypes de chacune des parties de la main robotique dans un premier temps, puis pour construire une main intégrant tous ces systèmes. L'analyse d'un prototype de doigt sous-actionné à trois phalanges et deux réseaux de poulies est effectuée, suivie de la présentation du mécanisme assurant la rotation du pouce ainsi que l'abduction des doigts, puis de la création d'un poignet à deux degrés de liberté et d'un système de sous-actionnement entre les doigts. En dernier lieu, différentes prises sont réalisées avec le prototype de main robotique obtenu, baptisé NAMUH, démontrant qu'il permet de répliquer les capacités de préhension de la main humaine.

5.1 Motivation

Afin de valider la théorie des *distributions élémentaires de forces* établie au chapitre 2, il est utile de fabriquer un prototype de doigt suivant l'architecture proposée. Il est également intéressant d'observer le comportement du système proposé au chapitre 3 pour effectuer la rotation du pouce additionné au mécanisme hybride conçu au chapitre 4 devant imposer l'écartement des doigts longs lorsque le pouce est en fin de rotation. Un prototype de poignet doit également être construit afin de faciliter l'insertion de la main dans une architecture de bras robotique préalablement fabriquée. De même, il est utile de proposer un système de sous-actionnement entre les doigts pouvant être installé dans l'avant-bras du robot. Ce mécanisme permet d'utiliser un actionneur pour chaque réseau de poulies présent dans les doigts, donc il s'agira d'utiliser deux de ces systèmes pour commander la fermeture de tous les doigts de la main. Finalement, il est important d'effectuer l'intégration de toutes ces parties afin d'obtenir un prototype de la main robotique proposée. Ainsi, nous pouvons observer son comportement lors de différentes prises d'objets de manière à porter un jugement éclairé sur ses capacités de préhension.

5.2 Prototypes des différentes parties de la main

5.2.1 Prototypes des doigts

En utilisant les résultats de l'analyse effectuée au chapitre 2, divers prototypes de doigts à trois phalanges et deux réseaux de poulies ont été fabriqués suivant l'architecture présentée à la figure 2.14. Plusieurs conclusions peuvent être tirées de ces différents essais. D'abord, il est important de maximiser les diamètres des axes composant les articulations rotoïdes du doigt de manière à réduire les effets de la friction. On agit ainsi sur la rotation des phalanges, mais aussi sur celle des poulies des systèmes d'actionnement, puisqu'elles sont situées sur les mêmes axes de rotation. De plus, pour faciliter davantage la flexion du doigt, des paliers lisses ont été utilisés aux articulations des phalanges, ce qui permet d'assurer une meilleure adaptation du doigt à l'objet saisi.

Les premières poulies utilisées dans les prototypes étaient fabriquées en prototypage rapide, à l'instar des phalanges, mais celles-ci se fissaient lorsqu'une tension trop importante était appliquée au tendon, en plus de présenter un coefficient de friction défavorable avec l'axe de l'articulation. L'utilisation de poulies commerciales ayant les plus petits diamètres disponibles sur le marché a donc été privilégiée afin qu'elles puissent être insérées dans le

doigt. Pour le premier réseau, le tendon passe d'une poulie de rayon $r_{11} = 7,9$ mm à une seconde de rayon $r_{21} = 4,0$ mm, donc $\sigma_{11} = 0,5$, puis de la poulie de rayon $r_{31} = 4,0$ mm à une dernière de rayon $r_{41} = 1,2$ mm – qui est en fait l'axe de l'articulation usiné – afin d'obtenir $\sigma_{21} = 0,3$. Pour le second réseau, on utilise de nouveau une poulie de rayon $r_{12} = 7,9$ mm, mais la seconde poulie a un rayon $r_{22} = 2,4$ mm, ainsi nous avons bien $\sigma_{12} = 0,3$. Par la suite, le tendon passe de la poulie de rayon $r_{32} = 2,4$ mm à une dernière ayant un rayon identique, $r_{42} = 2,4$ mm, afin d'obtenir $\sigma_{22} = 1$. Tel que décrit au chapitre 2, le premier réseau est conçu pour répartir les forces sur les phalanges alors que le second permet de transférer davantage de force à la phalange distale.

Il n'a pas été possible de mesurer les forces de contact d'une façon répétable afin de les comparer aux valeurs théoriques. En effet, les forces de contact varient dès que la configuration de la prise est modifiée, en plus d'être sujettes à l'hystérésis résultant de la friction des tendons dans les tubes les amenant depuis l'avant-bras vers les métacarpiens. Par contre, une appréciation du comportement des deux systèmes d'actionnement peut être effectuée d'une manière qualitative. En effet, en se référant à la figure 5.1 et au vidéo *903295888video_ejection.wmv*, on peut décrire l'effet observé des *distributions élémentaires de forces*. À la figure 5.1(a), on présente une prise stable d'un verre de styromousse obtenue en utilisant le premier réseau de poulies, soit celui répartissant les forces entre les phalanges, alors qu'à la figure 5.1(b), on utilise exclusivement le second réseau transférant plus de force à la phalange distale. La prise obtenue est instable et conduit même au phénomène d'éjection. On peut effectivement observer à la figure 5.1(b) que la phalange distale de l'index a glissé sur le verre et que le contact n'est plus sur la face du doigt, mais est maintenant à son extrémité. La prise obtenue n'est plus apte à contraindre l'objet et une force latérale ferait tomber le verre.

Différents types de prises d'objets peuvent être obtenus en faisant varier la tension dans les tendons d'actionnement. Ainsi, nous obtenons le résultat inverse pour la prise d'une sphère de styromousse, tel que présenté à la figure 5.2. En effet, l'utilisation du premier système d'actionnement résulte invariablement en la perte de la sphère, puisque celle-ci est poussée par les phalanges proximale et médiane avant que le contact sur la phalange distale ne puisse s'établir. Quant au second réseau de poulie, il applique une moins grande force aux premières phalanges, permettant ainsi que la phalange distale agrippe la sphère, à l'instar d'une main humaine : on peut noter la forme caractéristique obtenue à la figure 5.2.

Ainsi, le prototype de doigt sous-actionné à trois phalanges et deux réseaux de poulies permet effectivement de conjuguer les deux *distributions élémentaires de forces*, tel qu'établi au chapitre 2.



(a) Utilisation du premier réseau de poulies (prise stable).

(b) Utilisation du second réseau de poulies (prise instable).

Figure 5.1: Prise d'un verre par un doigt sous-actionné à trois phalanges et deux réseaux de poulies.



Figure 5.2: Prise d'une sphère par un doigt sous-actionné à trois phalanges et deux réseaux de poulies en utilisant uniquement le second réseau.

5.2.2 Prototype du pouce et du système d'abduction hybride

À la section 3.5, le système d'actionnement de la rotation du pouce a été introduit, soit une vis sans fin autobloquante. La rotation du métacarpien du pouce, ϑ_T , est alors entraînée par la rotation de la vis sans fin, ϑ_W . Par la suite, la section 4.3 explique comment utiliser cette vis sans fin pour imposer également le mouvement d'écartement des doigts lors de la fin de la trajectoire du pouce. Ainsi, tout comme l'engrenage qui est solidaire du métacarpien du pouce, la vis actionne l'engrenage situé sur l'articulation carpométacarpienne de l'index, tel que présenté à la figure 5.3. Par contre, celui-ci est muni de butées qui viennent imposer la rotation du métacarpien de l'index, $\dot{\alpha}$, seulement à la fin de la rotation du pouce, dans un sens comme dans l'autre. Tel qu'exprimé à la section 4.6, il suffit de permettre que la butée de la roue dentée tourne de $153,6^\circ$ avant de rencontrer la butée de l'index pour que l'amplitude d'abduction de l'index soit $\Delta_\alpha = 26,4^\circ$. Puisque l'écartement de l'index est obtenu par la rotation de son métacarpien, on peut utiliser le mécanisme hybride développé à la section 4.5 pour imposer le mouvement d'abduction à l'annulaire, $\dot{\beta}$, puis à l'auriculaire, $\dot{\gamma}$.

Le modèle du système d'abduction conjugué à celui de la rotation du pouce est présenté à la figure 5.3 ainsi que dans le vidéo [903295888video_abduction.wmv](#). Dans cette configuration, le pouce est adjacent à la paume et les doigts sont tous contigus. Alors qu'à la figure 5.4, la configuration du système peut être observée suite à une rotation de 180° du métacarpien du pouce où ce dernier vient en opposition avec le majeur et où les doigts sont pleinement écartés.

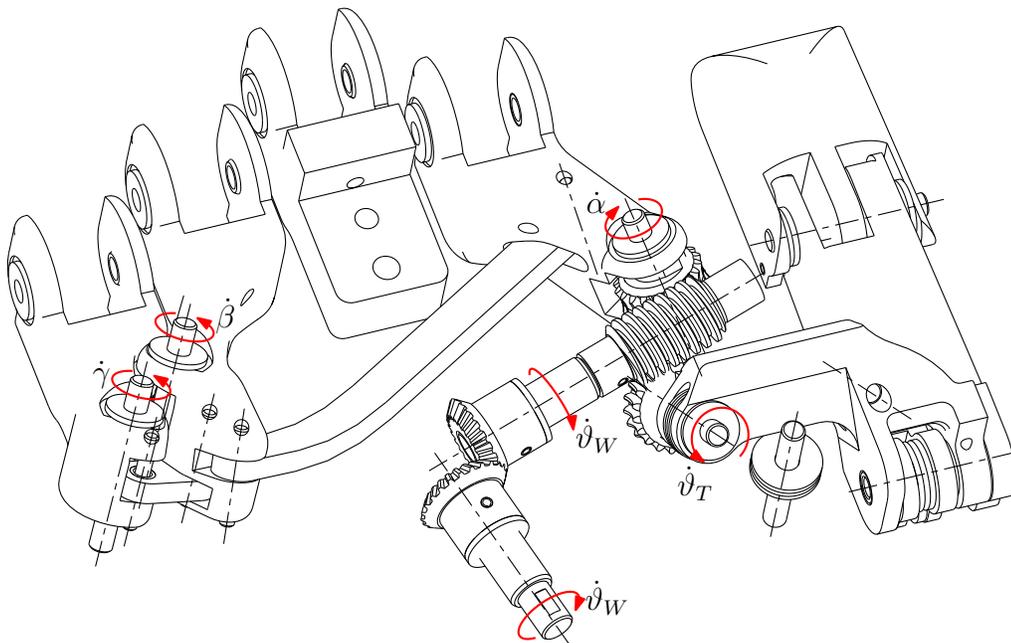


Figure 5.3: Modèle du pouce avec le système d'abduction hybride.

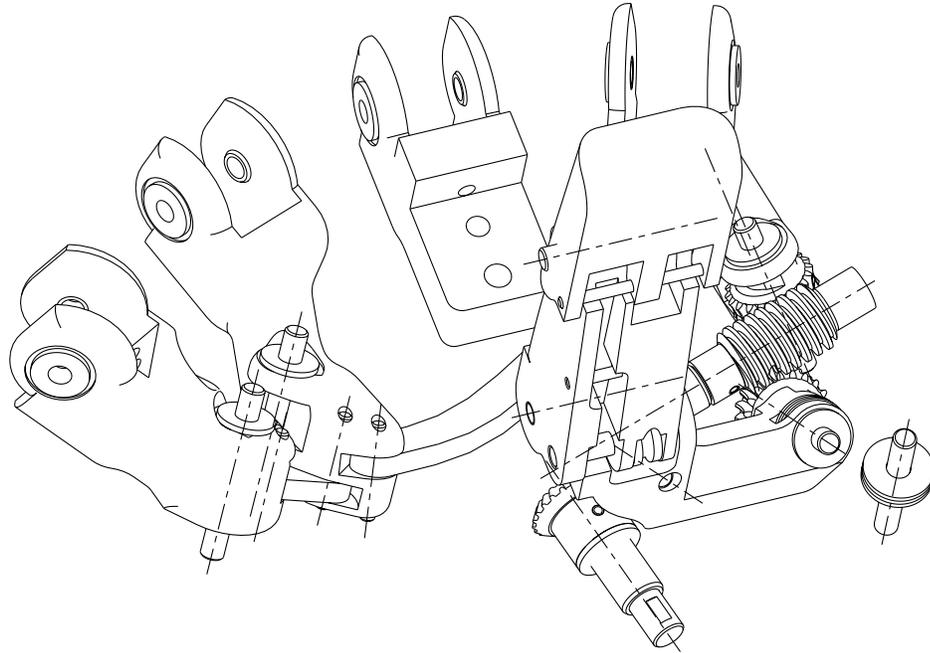


Figure 5.4: Modèle du pouce avec le système d'abduction hybride lorsque les doigts sont écartés et le pouce est en opposition avec le majeur.

5.2.3 Prototype du poignet

Le poignet n'a pas été analysé dans cette thèse étant donné qu'il ne présente pas d'avancée importante pour la recherche dans le domaine des mécanismes ou de la préhension robotisée. En effet, il s'agit d'utiliser une architecture permettant de modifier l'orientation de la main selon deux axes. La troisième rotation sera imposée par l'avant-bras sur lequel la main robotisée sera installée et n'a donc pas à être produite par le poignet. Différents types de mécanismes permettent d'obtenir ces deux rotations, autant des architectures parallèles que sérielles. Ici, un mécanisme sphérique parallèle à deux degrés de liberté comme celui de la version simplifiée de l'oeil agile breveté par Gosselin et Caron (1999) est utilisé. Le premier avantage d'une telle architecture est qu'elle permet de fixer les deux actionneurs directement sur la base, tel que présenté à la figure 5.5. Ainsi, des roues dentées couplées à des vis sans fin peuvent être utilisées pour imposer un système autobloquant entre les actionneurs et le mécanisme, ce qui permet de reprendre les efforts produits par l'objet saisi ou l'action posée.

Tel qu'indiqué à la figure 5.5(a), l'orientation de la main est actionnée par les mouvements des deux roues dentées, $\dot{\theta}_x$ et $\dot{\theta}_z$. Par exemple, la configuration de la figure 5.5(b) est obtenue en imposant une rotation de 30° à chacun des engrenages. Il est également à noter qu'il s'agit bien d'un mécanisme sphérique, car tous les axes des articulations s'intersectent en un seul point.

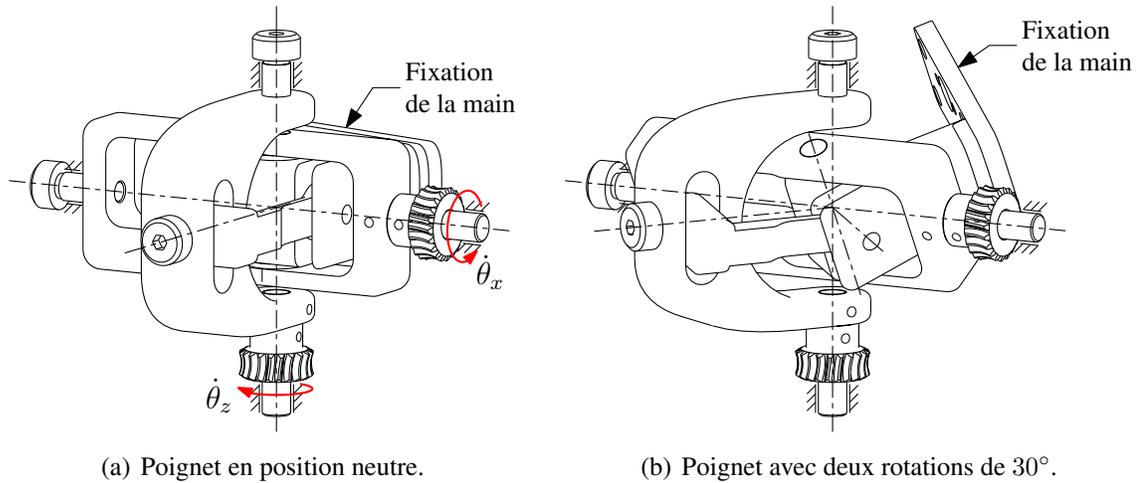
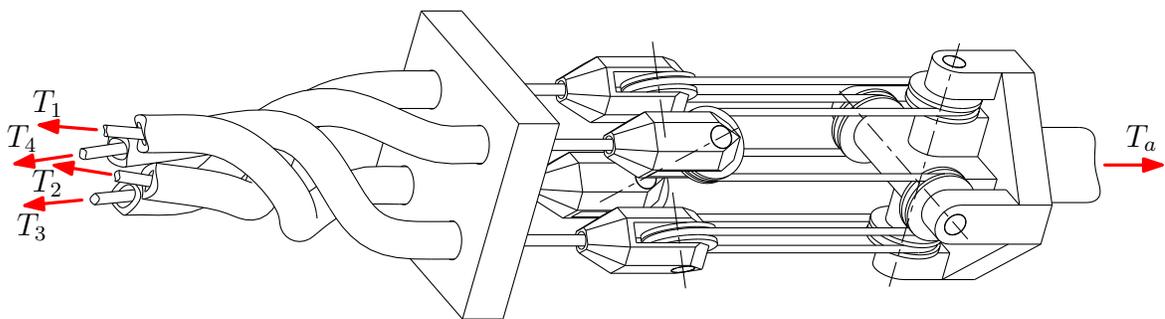


Figure 5.5: Modèle du poignet.

5.2.4 Prototype du système de sous-actionnement entre les doigts

En plus du sous-actionnement utilisé à l'intérieur des doigts, un autre système de sous-actionnement mécanique doit être implanté entre les doigts. Les deux réseaux de transmission de chacun des doigts sont alors commandés par deux actionneurs communs, placés dans l'avant-bras du robot afin de garder le plus de masse possible près de la base du robot. De plus, il y a davantage d'espace dans l'avant-bras que dans la paume de la main, ce qui permet d'utiliser des actionneurs plus puissants et, par le fait même, d'obtenir de plus grandes forces de préhension. Plusieurs mécanismes peuvent être utilisés pour transmettre la force T_a d'un actionneur aux tendons des quatre doigts (T_1, T_2, T_3, T_4) tout en permettant qu'ils soient libres les uns par rapport aux autres (Baril *et al.*, 2010). La figure 5.6 illustre le système utilisé pour les deux actionneurs. Puisque les tendons sont transmis par des tubes entre la main et l'avant-bras, il est nécessaire de fixer les tubes à l'armature de l'avant-bras. Par la suite, chacun des tendons est attaché à un étrier sur lequel une poulie est installée.

Figure 5.6: Modèle du système de sous-actionnement entre les doigts pour un réseau où T_a est la force de l'actionneur et T_1, T_2, T_3 et T_4 sont les tensions dans les tendons des doigts.

Face à ces poulies, un assemblage de quatre poulies disposées en croix est placé de manière à ce qu'un câble puisse circuler d'une poulie à l'autre, comme présenté à la figure 5.6. Ainsi, l'actionneur impose une certaine puissance à l'assemblage de quatre poulies en croix qui, par le biais du câble, transmet cette puissance aux quatre étriers solidaires des tendons des doigts. En utilisant un tel système, il est possible de continuer à faire fermer des doigts même si d'autres doigts sont en contact avec l'objet ou avec une butée. Il faut noter qu'une cinquième paire de poulies peut être ajoutée à l'assemblage afin de toujours maintenir une certaine tension dans le système d'une manière passive. L'étrier de la poulie supplémentaire serait ainsi fixé à un ressort et une butée devrait être utilisée afin de pouvoir augmenter la tension par la suite.

5.3 Prototype complet de la main – NAMUH

L'intégration des différentes parties de la main robotique représente une étape importante puisqu'elle permet d'évaluer son comportement global. Il est proposé d'utiliser l'acronyme NAMUH – *Neurologically-inspired Anthropomorphic Mechanically Underactuated Hand* – pour désigner la main produite, étant donné qu'il s'agit d'une main anthropomorphe mettant à profit du sous-actionnement mécanique et que le projet s'appuie sur des travaux affirmant que la main humaine est dirigée par seulement quelques commandes neurologiques. De plus, le projet est axé sur la réplique des capacités de préhension de l'être humain, en d'autres mots il vise à créer un miroir de la main humaine, donc l'utilisation de l'anacyclique HUMAN-NAMUH semble approprié.

Un aperçu de l'intérieur de NAMUH est présenté à la figure 5.7. Celle-ci présente le système utilisé pour effectuer la rotation du pouce ainsi que le mécanisme d'abduction hybride. Elle permet également de distinguer les deux réseaux de poulies disposés dans chacun des doigts. Cette configuration du pouce et des doigts est nommée soutien palmaire. Il est donc possible de supporter un plateau avec NAMUH.

En pivotant le pouce, la seconde prise atteignable est la prise de pincée latérale, tel que présenté à la figure 5.8. La figure 5.8(a) montre la configuration de NAMUH avant d'actionner les tendons des doigts et du pouce, puis la prise de pincée effectuée à la figure 5.8(b). Cette prise de pincée latérale est impossible à réaliser pour toutes les mains utilisant un pouce dont l'articulation métacarpophalangienne est fixée sur la paume. En continuant la rotation du pouce, il est possible de le placer en opposition avec l'index. Cette configuration permet d'effectuer des prises de force, comme présenté à la figure 5.9, ou des prises de précision, tel que vu à la figure 5.10. Il faut alors utiliser efficacement les deux réseaux de tendons en tenant compte de la situation des contacts.

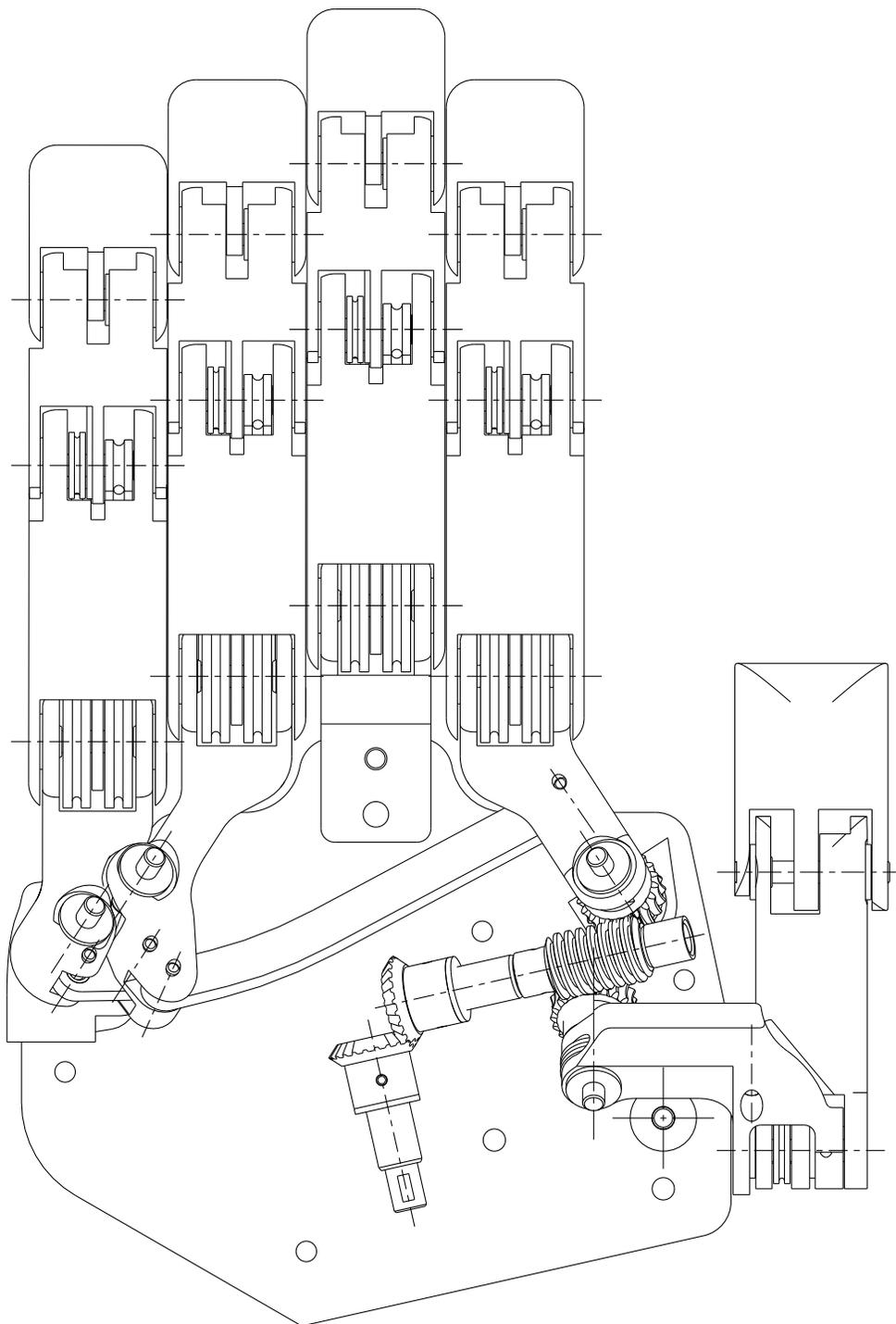
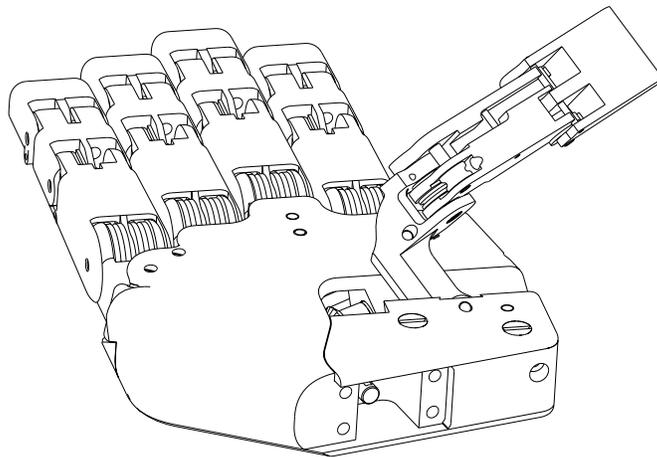
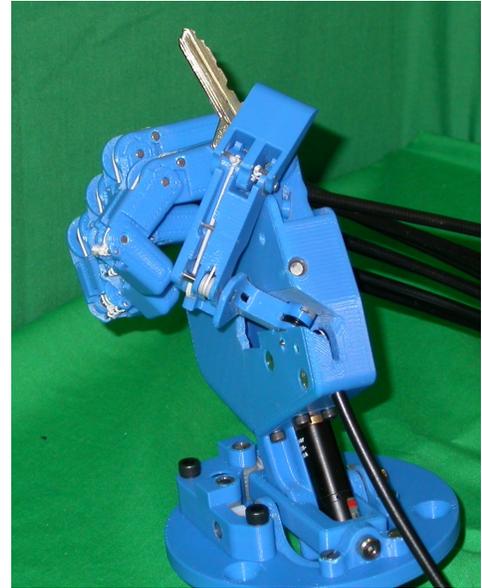


Figure 5.7: Modèle de l'intérieur de la main NAMUH.



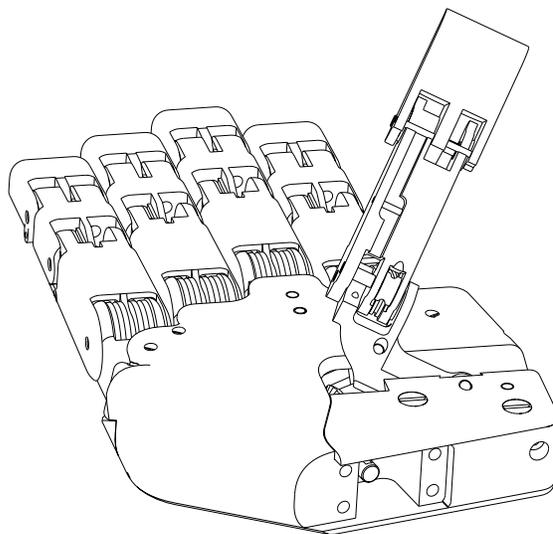
(a) Configuration initiale.



(b) NAMUH effectuant la prise.

Figure 5.8: Prise de pincée latérale accomplie par NAMUH.

Finalement, lorsque le pouce est en butée, donc en opposition avec le majeur tel qu'illustré à la figure 5.11(a), une prise de précision est à nouveau possible, mais cette fois les doigts sont écartés, voir la figure 5.11(b). La prise sphérique est aussi accomplie depuis cette configuration, tel que présenté à la figure 5.12, de même que la prise de force montrée à la figure 5.13.



(a) Configuration initiale.



(b) NAMUH effectuant la prise.

Figure 5.9: Prise de force avec opposition pouce-index accomplie par NAMUH.

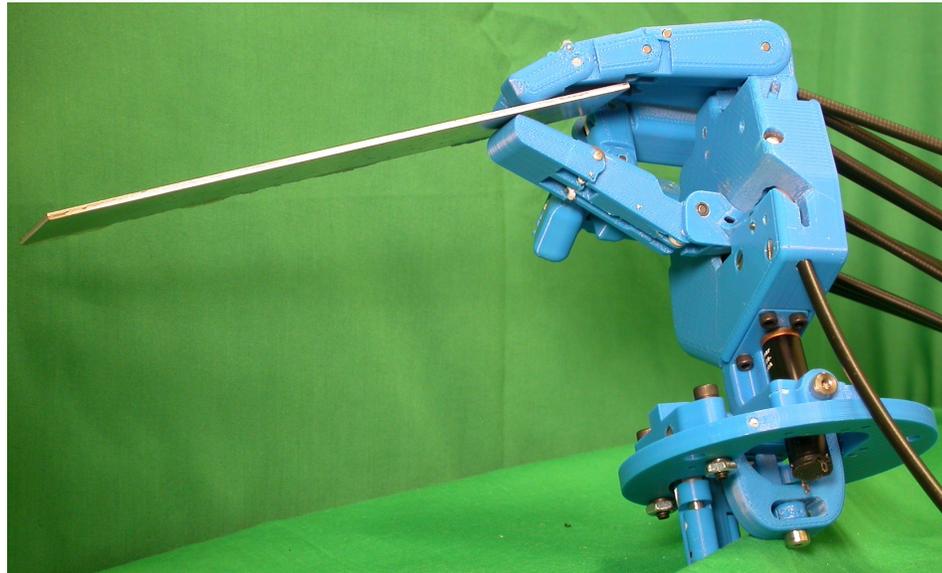
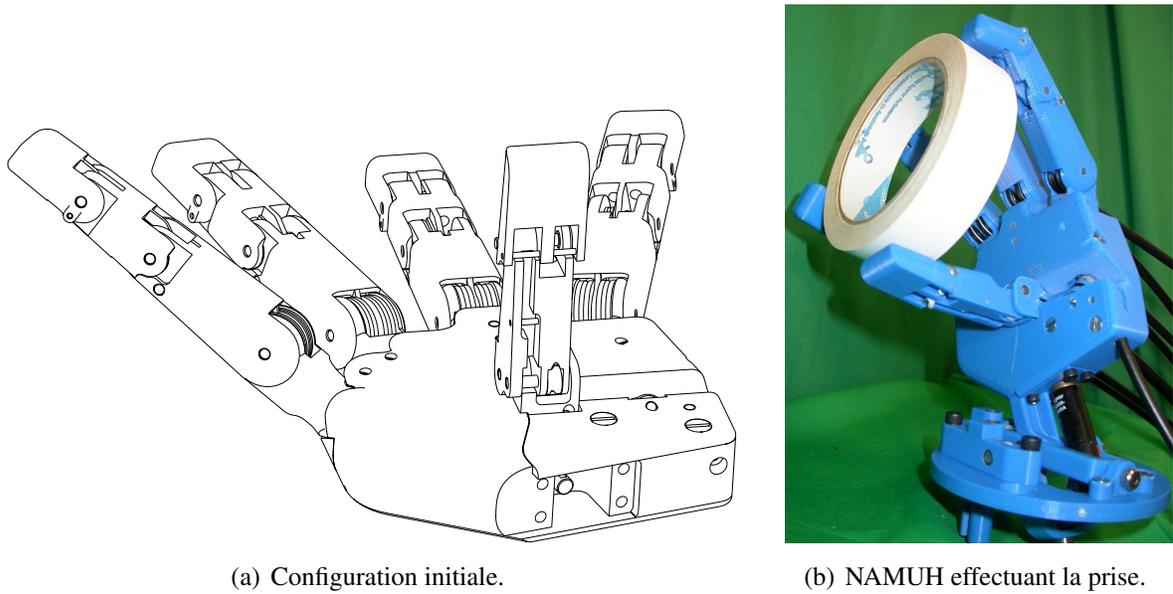


Figure 5.10: Prise de précision avec opposition pouce-index accomplie par NAMUH.



(a) Configuration initiale.

(b) NAMUH effectuant la prise.

Figure 5.11: Prise de précision avec opposition pouce-majeur accomplie par NAMUH.

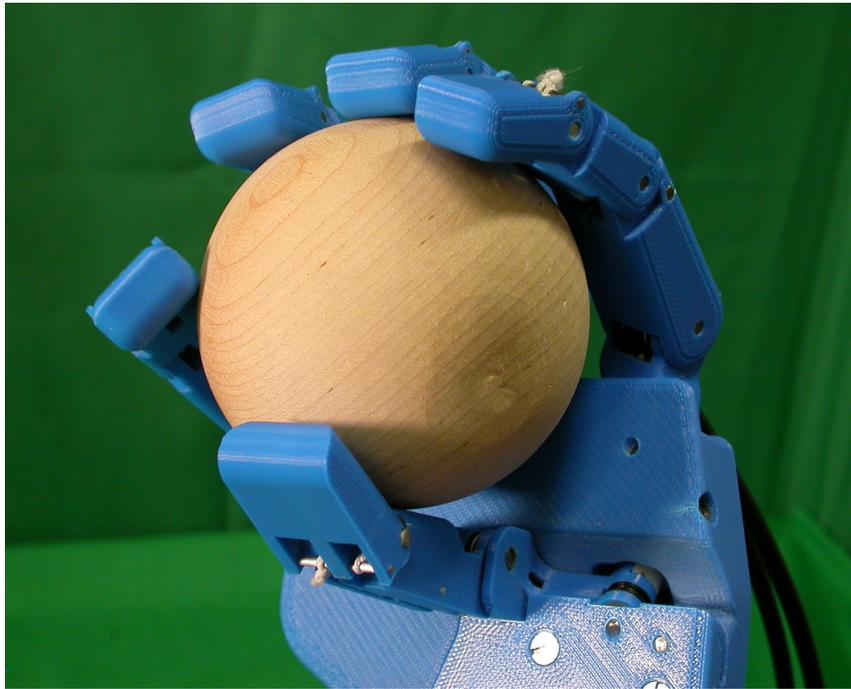
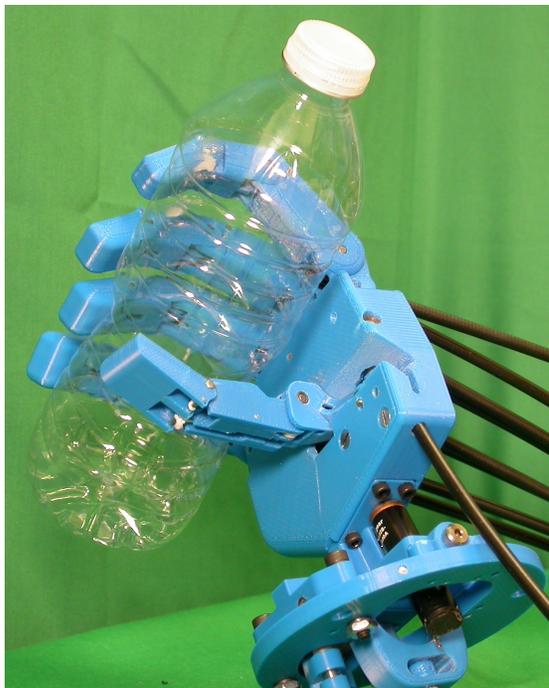


Figure 5.12: Prise sphérique accomplie par NAMUH.



(a) Vue avant.



(b) Vue arrière.

Figure 5.13: Prise de force accomplie par NAMUH.

5.4 Discussion

À la sous-section 5.2.1, il a été confirmé que l'utilisation de deux *distributions élémentaires de forces* pour un doigt à trois phalanges permet d'adapter les forces de contact à la prise souhaitée : l'éjection de l'objet à saisir peut donc être évitée. Ensuite, à la sous-section 5.2.2, l'intégration du mécanisme hybride d'abduction des doigts au système de rotation du pouce a pu être appréciée. Les configurations initiale et finale des doigts suite à la rotation du pouce ont été présentées.

Par la suite, deux systèmes ont été conçus pour rendre la main utilisable. D'abord, à la sous-section 5.2.3, un poignet à deux degrés de liberté a été développé afin de joindre la main à un bras robotique. L'architecture retenue est un mécanisme sphérique à deux degrés de liberté permettant d'utiliser des systèmes d'actionnement autobloquants. Puis, un système de sous-actionnement entre les doigts a été proposé à la sous-section 5.2.4. Il permet d'utiliser un actionneur par réseau de poulies présent dans les doigts, donc deux actionneurs sont nécessaires pour commander les forces de saisies, en plus de celui utilisé pour le tendon du pouce.

Finalement, à la section 5.3, la main robotique intégrant les différentes parties développées à partir des innovations mises de l'avant dans cette thèse, NAMUH, a été présentée. Dans les figures 5.8 à 5.13 ainsi que dans le vidéo *903295888video_prehension.wmv*, il est démontré que NAMUH est capable d'accomplir la plupart des prises effectuées par la main humaine. En fait, les tâches qui ne peuvent pas être accomplies sont celles qui nécessitent des prises mixtes, c'est-à-dire où l'on a besoin que les doigts effectuent différentes prises simultanément. Un exemple connu d'une prise mixte est le laçage d'un soulier : certains doigts tiennent un bout du lacet alors que le pouce et l'index pincet l'autre bout pour effectuer le nœud.

Chapitre 6

Conclusion

La main qui réellement gouverne le monde est celle qui berce l'enfant.

William Wallace

Cette thèse a décrit les contributions apportées aux domaines des mécanismes et des préhenseurs robotiques effectuées par Louis-Alexis Allen Demers. Ces travaux ont débuté suite à l'observation des piètres performances des préhenseurs des robots humanoïdes. Il a alors été proposé d'utiliser les principes de sous-actionnement mécanique pour développer une main robotique qui aurait des capacités de préhension similaires à celles de la main humaine, tout en limitant le nombre d'actionneurs requis pour la commander. La main souhaitée devait avoir des dimensions semblables à celles de la main humaine de manière à ce qu'elle soit fonctionnelle dans un milieu conçu pour les humains. De plus, une adaptation de la prise de la main devait être possible, autant en modifiant la force de préhension que la position des doigts.

Ce travail a commencé par une analyse statique d'un doigt sous-actionné au chapitre 2. Les équations décrivant les forces de contact aux phalanges en fonction de la configuration du doigt et des systèmes de transmission de puissance utilisés ont ainsi été établies. Par la suite, une analyse statique des doigts ayant deux ou trois phalanges actionnés par un ou deux réseaux de poulies a été réalisée, plus particulièrement au niveau des conditions permettant

d'atteindre une prise stable où toutes les forces de contact sont positives. Ainsi, les valeurs optimales pour les dimensions des poulies en fonction des longueurs des phalanges et des *distributions élémentaires de forces* établies ont pu être déterminées. Pour le doigt à trois phalanges et deux réseaux de poulies, le premier réseau a été conçu pour répartir les forces sur les phalanges et le second pour transférer davantage de force à la phalange distale. En utilisant ces deux distributions complémentaires efficacement, l'éjection de l'objet à saisir peut être évitée.

Par la suite, les moyens d'obtenir les différentes configurations typiques de la main humaine ont été étudiés en procédant à une analyse géométrique de la rotation du pouce au chapitre 3. D'abord, le problème général de positionnement d'un axe de rotation permettant d'obtenir les poses initiale et finale imposées a été résolu. Les équations établies ont d'ailleurs été utilisées dans le chapitre suivant pour calculer les poses des axes du mécanisme d'abduction sphérique. Cette analyse a aussi été appliquée au problème spécifique de la rotation du pouce, ce qui a permis d'établir la position et l'orientation de ses articulations. Par la suite, la conception du réseau de transmission du tendon fléchisseur du pouce a pu être exécutée, de telle sorte que le pouce se retrouve au-dessus de la paume suite à la rotation de son métacarpien. Le système obtenu ne comporte qu'un degré de liberté, mais il permet d'amener le pouce en soutien palmaire ainsi qu'en opposition avec les doigts tout en assurant la rigidité de la prise.

En plus des équations établies lors de la résolution du problème général, le chapitre 4 a également repris le moyen d'imposer la rotation du pouce développé dans le chapitre précédent. En effet, la diminution du nombre d'actionneurs requis dans la main est une préoccupation constante, ce pourquoi des moyens d'utiliser l'actionneur de la rotation du pouce pour effectuer également l'abduction des doigts ont été exposés. Les mécanismes plans et sphériques permettant de transmettre le mouvement obtenu au métacarpien de l'index vers l'annulaire, puis vers l'auriculaire, ont été analysés. Ces études ont été principalement axées sur l'obtention de l'amplitude d'abduction souhaitée, puis sur la minimisation de l'erreur de coordination entre les métacarpiens. Le mécanisme hybride proposé permet ainsi d'obtenir le creusement de l'arche métacarpienne, comme dans le cas de la main humaine, ce qui améliore l'adaptation de la main à l'objet saisi.

La présentation du mécanisme d'abduction couplé au système de rotation du pouce a d'ailleurs été effectuée au chapitre 5. Préalablement, il a été confirmé, par le biais de prototypes de doigts sous-actionnés, que l'utilisation de deux *distributions élémentaires de forces* pour un doigt à trois phalanges permet d'adapter les forces de contact à la prise souhaitée. Les prototypes subséquents ont été développés pour l'utilisation efficace de la main robotique. D'abord, l'architecture d'un poignet à deux degrés de liberté a été proposée. Celui-ci sert à imposer l'orientation de la main robotique développée, ce qui n'aurait pas pu être fait

par le bras sur lequel la main est installée. Ensuite, le système de sous-actionnement entre les doigts utilisé pour chacun des réseaux d'actionnement a été exposé. L'intégration de toutes ces parties a permis d'obtenir un prototype de main robotique baptisé NAMUH qui ne requiert que quatre actionneurs pour son fonctionnement et deux pour l'utilisation de son poignet. L'éventail des prises effectuées avec NAMUH est la preuve éloquente que les capacités de préhension de la main humaine ont su être reproduites.

Finalement, ce travail ouvre de nouvelles perspectives et il serait intéressant de poursuivre certaines d'entre elles. Par exemple, il n'a pas été possible d'obtenir une mesure répétable des forces de contact présentes aux doigts lors de ce projet. Néanmoins, il serait intéressant d'utiliser une peau robotique donnant un certain ordre de grandeur de la pression, comme celle présentée par Duchaine *et al.* (2009), afin de pouvoir ajuster la force de serrage de la main. L'utilisation d'un revêtement n'a pas été privilégié pour les doigts de plastique de NAMUH afin de s'assurer de ne pas dépendre de la friction au contact pour obtenir une prise stable. Par contre, il est évident qu'un prochain prototype sera pourvu d'un revêtement pouvant s'adapter à la surface de l'objet saisi, au moins pour s'assurer de ne pas endommager sa surface et pour amortir les vibrations pouvant être transmises entre la main et l'objet. De plus, le prototype de NAMUH présenté dans cette thèse a été fabriqué en plastique. Il serait donc intéressant de construire une nouvelle main en métal afin de pouvoir exercer davantage de force sur elle et, ainsi, pouvoir tester la main lors de tâches typiques.

Bibliographie

- AMIS, A. A. (1987). Variation of finger forces in maximal isometric grasp tests on a range of cylinder diameters. *Journal of Biomedical Engineering*, 9(4):313–320.
- AN, K. N., CHAO, E. Y., COONEY, W. P. et LINSCHIED, R. L. (1979). Normative model of human hand for biomechanical analysis. *Journal of Biomechanics*, 12(10):775–788.
- AN, K. N., CHAO, E. Y., COONEY, W. P. et LINSCHIED, R. L. (1985). Forces in the normal and abnormal hand. *Journal of orthopaedic research : official publication of the Orthopaedic Research Society*, 3(2):202–211.
- BARIL, M., LALIBERTÉ, T., GUAY, F. et GOSSELIN, C. (2010). Static analysis of single-input/multiple-output tendon-driven underactuated mechanisms for robotic hands. *Actes de ASME 2010 International Design Engineering Technical Conferences (IDETC 2010)*. ASME.
- BARTHOLET, S. (1992). Reconfigurable end effector. US Patent 5,108,140.
- BEKEY, G. A., TOMOVIC, R. et ZELJKOVIC, I. (1990). Control architecture for the Belgrade/USC hand. *Dextrous robot hands*, pages 136–149.
- BIAGIOTTI, L., LOTTI, F., MELCHIORRI, C. et VASSURA, G. (2004). How far is the human hand ? a review on anthropomorphic end effectors. Rapport technique, University of Bologna, Italy.
- BIRGLEN, L. (2004). *Analysis and Control of Underactuated Robotic Hands*. Thèse de doctorat, Université Laval.
- BIRGLEN, L. et GOSSELIN, C. M. (2004). Kinetostatic analysis of underactuated fingers. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 20(2):211–221.
- BIRGLEN, L., LALIBERTÉ, T. et GOSSELIN, C. (2008). *Underactuated Robotic Hands*. Springer.
- BLOEM, J. et SARTORIS, D. (1992). *MRI and CT of the musculoskeletal system : a text-atlas*. Williams & Wilkins.

- BOUDREAU, E. (2006). Conception de préhenseurs sous-actionnés avec articulations déformables. Mémoire de maîtrise, Université Laval.
- BOUTAN, M. et CASOLI, V. (2005). *Mains & Préhensions entre fonctions et anatomie*. Sau-ramps médical, Montpellier.
- BROWN, C. Y. et ASADA, H. H. (2007). Inter-finger coordination and postural synergies in robot hands via mechanical implementation of principal components analysis. *Actes de 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System (IROS 2007)*, pages 2877–2882. IEEE.
- BUTTERFASS, J., GREBENSTEIN, M., LIU, H. et HIRZINGER, G. (2001). DLR-Hand II : next generation of a dextrous robot hand. *Actes de 2001 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2001)*, volume 1, pages 109–114. IEEE.
- CHAO, E. Y., OPGRANDE, J. D. et AXMEAR, F. E. (1976). Three-dimensional force analysis of finger joints in selected isometric hand functions. *Journal of Biomechanics*, 9(6):387–388.
- CHAO, E. Y. S., AN, K. N., COONEY, W. P. et LINSCHIED, R. L. (1989). *Biomechanics of the Hand : A Basic Research Study*. World Scientific.
- CIOCARLIE, M., GOLDFEDER, C. et ALLEN, P. (2007). Dimensionality reduction for hand-independent dexterous robotic grasping. *Actes de 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2007)*, pages 3270–3275. IEEE.
- COONEY, W. P. et CHAO, E. Y. (1977). Biomechanical analysis of static forces in the thumb during hand function. *Journal of Bone & Joint Surgery, American Volume*, 59(1):27–36.
- COONEY, W. P., LUCCA, M. J., CHAO, E. Y. et LINSCHIED, R. L. (1981). The kinesiology of the thumb trapeziometacarpal joint. *Journal of Bone & Joint Surgery, American Volume*, 63(9):1371–1381.
- CUTKOSKY, M. et WRIGHT, P. (1986). Modeling manufacturing grips and correlations with the design of robotic hands. *Actes de 1986 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 1986)*, volume 3, pages 1533–1539. IEEE.
- CUTKOSKY, M. R. (1989). On grasp choice, grasp models, and the design of hands for manufacturing tasks. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 5(3):269–279.
- DAI, J. S., WANG, D. et OTHERS (2007). Geometric analysis and synthesis of the metamorphic robotic hand. *Journal of Mechanical Design*, 129:1191.
- de VISSER, H. et HERDER, J. L. (2000). Force-directed design of a voluntary closing hand prosthesis. *Journal of Rehabilitation Research and Development*, 37(3):261–271.

- DEMERS, L.-A. A. et GOSSELIN, C. (2009). Kinematic design of an ejection-free underactuated anthropomorphic finger. *Actes de 2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2009)*, pages 2086–2091. IEEE.
- DEMERS, L.-A. A. et GOSSELIN, C. (2010a). Kinematic design of a finger abduction mechanism for an anthropomorphic robotic hand. *Actes de 1st International Workshop on Underactuated Grasping (UG2010)*. IFToMM/ASME.
- DEMERS, L.-A. A. et GOSSELIN, C. (2010b). Kinematic design of a thumb metacarpal for an anthropomorphic robotic hand. *Actes de ASME 2010 International Design Engineering Technical Conferences (IDETC 2010)*. ASME.
- DEMERS, L.-A. A. et GOSSELIN, C. (2011a). Kinematic design of a finger abduction mechanism for an anthropomorphic robotic hand. *journal Mechanical Sciences*, 2:33–40.
- DEMERS, L.-A. A. et GOSSELIN, C. (2011b). Kinematic design of a planar and spherical mechanism for the abduction of the fingers of an anthropomorphic robotic hand. *Actes de 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2011)*. IEEE.
- DEMERS, L.-A. A. et GOSSELIN, C. (2011c). Spatial abduction mechanism for an anthropomorphic robotic hand. *Actes de 13th World Congress in Mechanism and Machine Science*. IFToMM.
- DOLLAR, A. M. et HOWE, R. D. (2006). A robust compliant grasper via shape deposition manufacturing. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 11(2):154–161.
- DORIA, M. et BIRGLEN, L. (2009). Design of an underactuated compliant gripper for surgery using nitinol. *Journal of Medical Devices*, 3(1).
- DUCHAINE, V., LAUZIER, N., BARIL, M., LACASSE, M. et GOSSELIN, C. (2009). A flexible robot skin for safe physical human robot interaction. *Actes de 2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2009)*, pages 3676–3681. IEEE.
- DUMAS, R., CHEZE, L., FAYET, M., RUMELHART, C. et COMTET, J. (2008). Comment définir sans ambiguïté les mouvements d’une articulation : proposition de standardisation pour l’articulation trapézométacarpienne. *Chirurgie de la Main*, 27(5):195–201.
- EL-SHENNAWY, M., NAKAMURA, K., PATTERSON, R. et VIEGAS, S. (2001). Three-dimensional kinematic analysis of the second through fifth carpometacarpal joints. *The Journal of Hand Surgery*, 26(6):1030–1035.
- FLATT, A. E. (1972). *The care of minor hand injuries*. Mosby, 3 édition.
- FUKAYA, N., TOYAMA, S., ASFOUR, T. et DILLMANN, R. (2000). Design of the TUAT/Karlsruhe humanoid hand. *Actes de 2000 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2000)*, volume 3, pages 1754–1759. IEEE.

- GOSSELIN, C. et CARON, F. (1999). Two degree-of-freedom spherical orienting device. US Patent 5,966,991.
- GOSSELIN, C., LALIBERTÉ, T., RUBINGER, B. et GAGNON, E. (1999). SARAH : A novel dextrous tool for space exploration. *Actes de Second Canadian Space Exploration Workshop*, pages 28–29.
- GOSSELIN, C., PELLETIER, F. et LALIBERTÉ, T. (2008). An anthropomorphic underactuated robotic hand with 15 dofs and a single actuator. *Actes de 2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2008)*, pages 749–754. IEEE.
- GURBUZ, H., MESUT, R. et NESRIN TURAN, F. (2006). Measurement of active abduction of metacarpophalangeal joints via electronic digital inclinometric technique. *Italian journal of anatomy and embryology = Archivio italiano di anatomia ed embriologia*, 111(1):9–14.
- HAMILL, J. et KNUTZEN, K. M. (1995). *Biomechanical basis of human movement*. Williams & Wilkins, Baltimore.
- HERDER, J. L. et de VISSER, H. (2000). Force directed design of a voluntary closing hand prosthesis. *Actes de 2000 ASME Design Engineering Technical Conference (DETC 2000)*. ASME.
- HIRAI, K., HIROSE, M., HAIKAWA, Y. et TAKENAKA, T. (1998). The development of Honda humanoid robot. *Actes de 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 1998)*, volume 2, pages 1321–1326. IEEE.
- HIROSE, S. et UMETANI, Y. (1978). The development of soft gripper for the versatile robot hand. *Mechanism and Machine Theory*, 13:351–359.
- HOPPENFELD, S. et HUTTON, R. (2006). *Examen clinique des membres et du rachis*. Masson, Paris.
- IBERALL, T. (1997). Human prehension and dexterous robot hands. *The International Journal of Robotics Research*, 16(3):285–299.
- IBERALL, T., SUKHATME, G., BEATTIE, D. et BEKEY, G. (1993). Control philosophy and simulation of a robotic hand as a model for prosthetic hands. *Actes de 1993 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 1993)*, volume 2, pages 824–831. IEEE.
- JACOBSEN, S., IVERSEN, E., KNUZZI, D., JOHNSON, R. et BIGGERS, K. (1986). Design of the Utah/MIT dextrous hand. *Actes de 1986 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 1985)*, volume 3, pages 1520–1532. IEEE.

- KANEHIRO, F., KANEKO, K., FUJIWARA, K., HARADA, K., KAJITA, S., YOKOI, K., HIRUKAWA, H., AKACHI, K. et ISOZUMI, T. (2003). The first humanoid robot that has the same size as a human and that can lie down and get up. *Actes de 2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2003)*, pages 1633–1639. IEEE.
- KANEKO, K., KANEHIRO, F., KAJITA, S., HIRUKAWA, H., KAWASAKI, T., HIRATA, M., AKACHI, K. et ISOZUMI, T. (2004). Humanoid robot HRP-2. *Actes de 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2004)*, volume 2, pages 1083–1090. IEEE.
- KAPANDJI, A. I. (2005). *Physiologie articulaire : schémas commentés de mécanique humaine*, volume 1. Maloine, 6 édition.
- KONG, Y.-K. et LOWE, B. D. (2005). Optimal cylindrical handle diameter for grip force tasks. *International Journal of Industrial Ergonomics*, 35(6):495–507.
- KRAGTEN, G., BOSCH, H., van DAM, T., SLOBBE, J. et HERDER, J. (2009). On the effect of contact friction and contact compliance on the grasp performance of underactuated hands. *Actes de ASME 2009 International Design Engineering Technical Conferences (IDETC 2009)*. ASME.
- LALIBERTÉ, T., BIRGLEN, L. et GOSSELIN, C. (2002). Underactuation in robotic grasping hands. *Machine Intelligence & Robotic Control*, 4(3):1–11.
- LALIBERTÉ, T. et GOSSELIN, C. (1998). Simulation and design of underactuated mechanical hands. *Mechanism and Machine Theory*, 33(1-2):39–57.
- LI, Z. et TANG, J. (2007). Coordination of thumb joints during opposition. *Journal of Biomechanics*, 40(3):502–510.
- LIN, L. R. et HUANG, H. P. (1996). Mechanism design of a new multifingered robot hand. *Actes de 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 1996)*, volume 2, pages 1471–1476. IEEE.
- LOVCHIK, C. S. et DIFTLER, M. A. (1999). The Robonaut hand : a dexterous robot hand for space. *Actes de 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 1999)*, volume 2, pages 907–912. IEEE.
- LYONS, D. (1985). A simple set of grasps for a dextrous hand. *Actes de 1985 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 1985)*, volume 2, pages 588–593. IEEE.
- MASON, C. R., GOMEZ, J. E. et EBNER, T. J. (2001). Hand synergies during reach-to-grasp. *Journal of Neurophysiology*, 86(6):2896–2910.

- MASSA, B., ROCCELLA, S., CARROZZA, M. C. et DARIO, P. (2002). Design and development of an underactuated prosthetic hand. *Actes de 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2002)*, volume 4, pages 3374–3379. IEEE.
- MCARTHUR, P. A., CUTTS, A., MILNER, R. H. et JOHNSON, G. R. (1998). A study of the dimensions and taper angles of the medullary canals of the proximal and middle phalanges. *Journal of Hand Surgery (British and European Volume)*, 23(1):24–27.
- MCCARTHY, J. M. (2000). *Geometric Design of Linkages*, chapitre 6. Springer, New York.
- MEYER, J. C. et HALBOUT, P. (2006). Anatomie fonctionnelle et fonctions de la main. *La Lettre de Médecine Physique et de Réadaptation*, 22(3):81–85.
- NAPIER, J. R. (1956). The prehensile movements of the human hand. *Journal of Bone & Joint Surgery, British Volume*, 38(4):902–913.
- NASSER, S., RINCON, D. et RODRIGUEZ, M. (2006). Design of an anthropomorphic underactuated hand prosthesis with passive-adaptive grasping capabilities. *Actes de Florida Conference on Recent Advances in Robotics and Robot Showcase (FCRAR 2006)*.
- NEUMANN, D. A. (2002). *Kinesiology of the musculoskeletal system : foundations for physical rehabilitation*, chapitre 8. Mosby, St. Louis.
- NORKIN, C. C. et WHITE, D. J. (2009). *Measurement of Joint Motion : A Guide to Goniometry*. Philadelphie, 4^e édition.
- OKADA, T. (1979). Computer control of multijointed finger system. *Actes de 6th international joint conference on Artificial intelligence*, volume 2, pages 693–695.
- OKADA, T. (1982). Computer control of multijointed finger system for precise object-handling. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 12(3):289–299.
- PRIMROSE, E., FREUDENSTEIN, F. et ROTH, B. (1967). Six-bar motion I. The Watt mechanism. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 24(1):22–41.
- REILLY, K. T. et SCHIEBER, M. H. (2003). Incomplete functional subdivision of the human multitendoned finger muscle flexor digitorum profundus : An electromyographic study. *Journal of Neurophysiology*, 90(4):2560–2570.
- RIZK, R., KRUT, S. et DOMBRE, E. (2007). Grasp-stability analysis of a two-phalanx isotropic underactuated finger. *Actes de 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System (IROS 2007)*, pages 3289–3294. IEEE.
- ROBERT, P., REY-DEBOVE, J. et REY, A. (2000). *Le nouveau petit Robert : dictionnaire alphabétique et analogique de la langue française*. Dictionnaires Le Robert, Paris.

- ROUTHIER, F. (1996). Analyse d'un mécanisme à cinq barres pour la conception d'une prothèse de la main. Mémoire de maîtrise, Université Laval.
- SALISBURY, J. K. et CRAIG, J. J. (1982). Articulated hands : Force control and kinematic issues. *The International Journal of Robotics Research*, 1(1):4–17.
- SANTELLLO, M., FLANDERS, M. et SOECHTING, J. F. (1998). Postural hand synergies for tool use. *Journal of Neuroscience*, 18(23):10105.
- SANTELLLO, M., FLANDERS, M. et SOECHTING, J. F. (2002). Patterns of hand motion during grasping and the influence of sensory guidance. *Journal of Neuroscience*, 22(4):1426.
- SANTELLLO, M. et SOECHTING, J. F. (2000). Force synergies for multifingered grasping. *Experimental Brain Research*, 133(4):457–467.
- SHADOW ROBOT COMPANY (2003). Design of a dextrous hand for advanced CLAWAR applications. *Actes de 6th International Conference on Climbing and Walking Robots and the Support Technologies for Mobile Machines (CLAWAR 2003)*.
- SHIMOJIMA, H., YAMAMOTO, K. et KAWAKITA, K. (1987). A study of grippers with multiple degrees of mobility. *JSME International journal*, 30(261):515–522.
- SIE, L. M. (2002). Analyse dynamique et optimisation de préhenseurs sous-actionnés à l'aide du logiciel Adams. Mémoire de maîtrise, Université Laval.
- SMAHEL, Z. et KLÍMOVÁ, A. (2004). The influence of age and exercise on the mobility of hand joints : 1 : Metacarpophalangeal joints of the three-phalangeal fingers. *Acta chirurgiae plasticae*, 46(3):81–88.
- TAKAKI, T. et OMATA, T. (2009). High performance anthropomorphic robot hand with grasp force magnification mechanism. *Actes de 2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2009)*, pages 1697–1703. IEEE.
- TOMOVIC, R. et BONI, G. (1962). An adaptive artificial hand. *IRE Transactions on Automatic Control*, 7(3):3–10.
- TSAI, L. W. (1999). *Robot analysis : the mechanics of serial and parallel manipulators*. Wiley-Interscience.
- TUBIANA, R. (1981). *The Hand*. Saunders.
- TUBIANA, R. et THOMINE, J. M. (1990). *La main Anatomie fonctionnelle et examen clinique*. Masson, Paris.
- ULRICH, N. et KUMAR, V. (1988). Grasping using fingers with coupled joints. *ASME Trends and Developments in Mechanisms*, 3:201–207.

- WAGNER, C. (1988). The pianist's hand : anthropometry and biomechanics. *Ergonomics*, 31(1):97–131.
- WEGHE, M. V., ROGERS, M., WEISSERT, M. et MATSUOKA, Y. (2004). The ACT hand : design of the skeletal structure. *Actes de 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2004)*, pages 3375–3379. IEEE.
- WILLOW GARAGE (2009). Overview of the PR2 robot. www.willowgarage.com.
- YAMANO, I. et MAENO, T. (2005). Five-fingered robot hand using ultrasonic motors and elastic elements. *Actes de 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2005)*, pages 2673–2678. IEEE.
- ZLATANOV, D., BONEV, I. et GOSSELIN, C. (2002). Constraint singularities of parallel mechanisms. *Actes de 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2002)*, volume 1, pages 496–502. IEEE.
- ZOLLO, L., ROCCELLA, S., GUGLIEMELLI, E., CARROZZA, M. C. et DARIO, P. (2007). Biomechatronic design and control of an anthropomorphic artificial hand for prosthetic and robotic applications. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 12(4):418–429.

Annexe A

Étude de la prise d'un cylindre par un doigt sous-actionné

Cette étude est réalisée afin d'obtenir une architecture de doigt à trois phalanges stable. On étudie ici la prise d'un cylindre de manière à diminuer le nombre de variables et ainsi faciliter la visualisation des forces de contact obtenues. Il s'agit d'une alternative à la méthode utilisée au chapitre 2.

Comme il a été exposé au chapitre 2, il ne semble pas possible de poser une distribution de forces de contact f donnée et de l'obtenir pour toutes les orientations des phalanges et des positions des points de contact pour un doigt à trois phalanges et deux réseaux de poulies. Il est donc nécessaire d'évaluer l'impact de tous les changements de variables lors de la décision des rapports des rayons de poulies σ_{ij} à utiliser. Par contre, il est intéressant d'analyser une tâche spécifique où la position des points de contact et l'orientation des phalanges ne sont dépendantes que de quelques variables. La visualisation des résultats est ainsi facilitée. Un de ces cas est la fermeture d'un doigt sous-actionné à trois phalanges autour d'un cylindre. En effet, comme il peut être remarqué à la figure A.1, nous pouvons trouver des relations reliant les variables $\theta_2, \theta_3, k_1, k_2$ et k_3 avec les paramètres propres à cette prise, soit le rayon effectif du cylindre ϱ et la distance ρ du cylindre par rapport à la base du doigt.

Les positions des forces de contact peuvent être calculées selon différentes relations, soit

$$k_1 = \sqrt{\rho^2 - \varrho^2} = l_1 - l_2 + k_3 = l_1 - k_2, \quad (\text{A.1a})$$

$$k_2 = l_1 - \sqrt{\rho^2 - \varrho^2} = l_2 - k_3 = l_1 - k_1, \quad (\text{A.1b})$$

$$k_3 = l_2 - l_1 + \sqrt{\rho^2 - \varrho^2} = l_2 - k_2 = l_2 - l_1 + k_1. \quad (\text{A.1c})$$

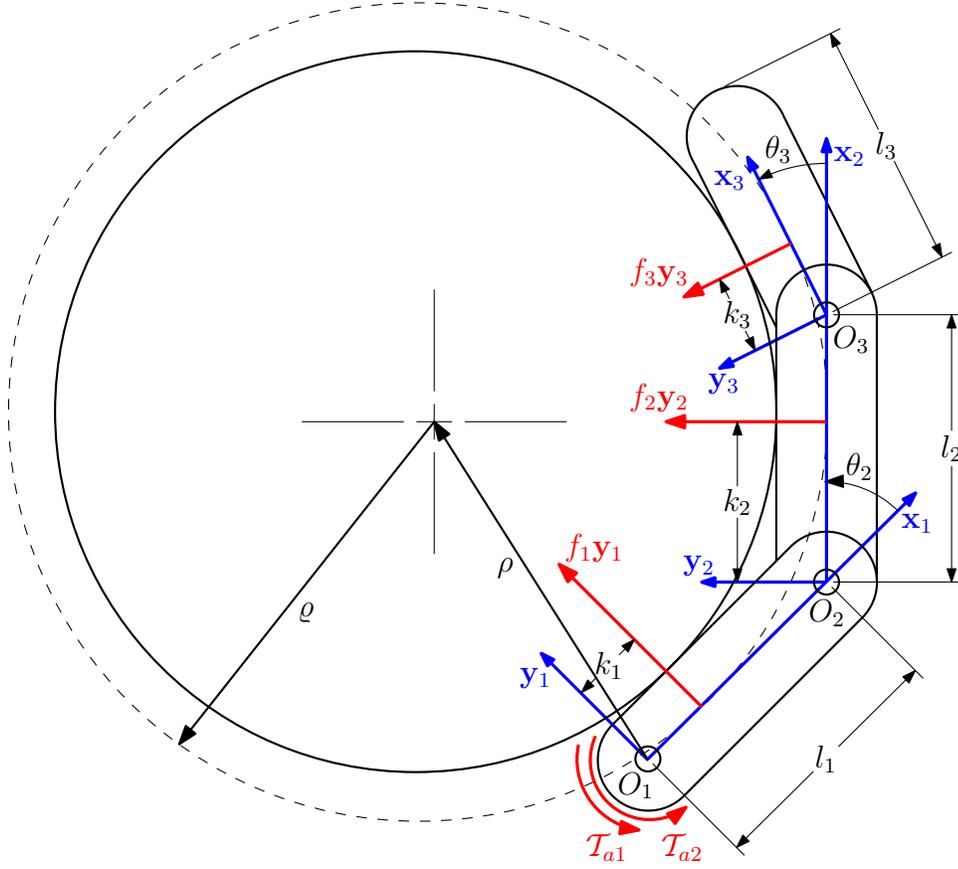


Figure A.1: Prise d'un cylindre par un doigt à trois phalanges.

Dans l'équation (2.58), nous avons aussi besoin de l'expression de $\cos(\theta_2 + \theta_3)$, $\cos \theta_2$ et $\cos \theta_3$ que l'on peut déduire de la figure A.1. En effet, il est évident que

$$\cos \frac{\theta_2}{2} = \frac{\rho}{\sqrt{\rho^2 + (l_1 - \sqrt{\rho^2 - \rho^2})^2}} \quad (\text{A.2a})$$

$$\sin \frac{\theta_2}{2} = \frac{l_1 - \sqrt{\rho^2 - \rho^2}}{\sqrt{\rho^2 + (l_1 - \sqrt{\rho^2 - \rho^2})^2}} \quad (\text{A.2b})$$

et que

$$\cos \frac{\theta_3}{2} = \frac{\rho}{\sqrt{\rho^2 + (l_2 - l_1 + \sqrt{\rho^2 - \rho^2})^2}} \quad (\text{A.3a})$$

$$\sin \frac{\theta_3}{2} = \frac{l_2 - l_1 + \sqrt{\rho^2 - \rho^2}}{\sqrt{\rho^2 + (l_2 - l_1 + \sqrt{\rho^2 - \rho^2})^2}} \quad (\text{A.3b})$$

d'où il est possible d'obtenir $\cos \theta_2$, $\cos \theta_3$ et $\cos(\theta_2 + \theta_3)$.

À l'aide de ces équations, nous pouvons maintenant étudier les bases vectorielles des distributions de forces de contact produisibles en fonction du rayon effectif du cylindre, ϱ , et de sa position par rapport au doigt, ρ . Il s'agit alors d'utiliser une architecture de doigt donné en posant une valeur pour les longueurs de phalanges et d'essayer différents rapports de poulies. Un aperçu des bases vectorielles produisibles pour différentes positions du cylindre est montré à la figure A.2 en utilisant $l_2 = 0,67 l_1$. On y voit entre autres que la force f_3 diminue par rapport aux autres forces à mesure que le contact sur la première phalange s'éloigne, donc que celui sur la deuxième phalange s'avance et qu'il s'éloigne également sur la troisième phalange ($k_1 \nearrow \Rightarrow k_2 \searrow \Rightarrow k_3 \nearrow$), tel que décrit par les relations (A.1).

Afin d'analyser plus facilement les bases vectorielles produites, nous pouvons tracer les frontières de stabilité ($f_i = 0$) dans les plans décrits par ces bases. Pour une certaine configuration, nous obtenons la base vectorielle de la figure A.3. Nous devons alors utiliser les équations (A.4) et (A.5) afin de décrire l'espace à deux dimensions $\{x', y'\}$ présenté à la figure A.4 qui est associé à la base vectorielle $\{\mathbf{a}'_1, \mathbf{a}'_2\}$.

$$\mathbf{x} = \frac{\mathbf{a}_1}{\|\mathbf{a}_1\|} \quad \text{et} \quad \mathbf{y} = \frac{\mathbf{a}_2 - (\mathbf{a}_2 \cdot \mathbf{x}) \mathbf{x}}{\|\mathbf{a}_2 - (\mathbf{a}_2 \cdot \mathbf{x}) \mathbf{x}\|}. \quad (\text{A.4})$$

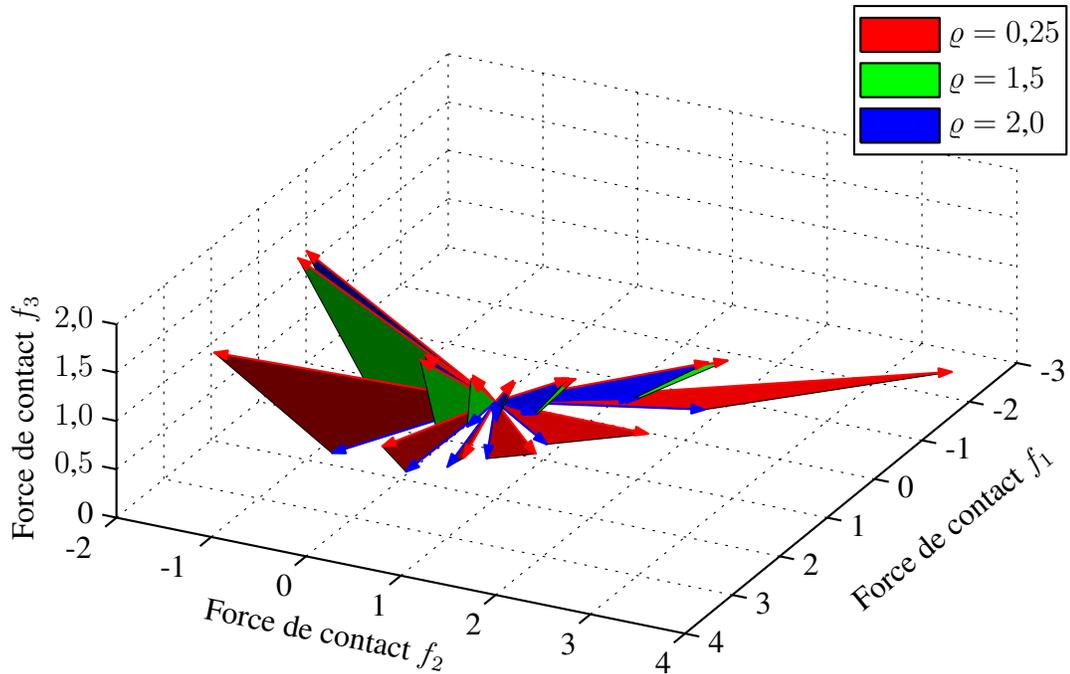


Figure A.2: Bases vectorielles des forces de contact produisibles avec un doigt à trois phalanges et deux réseaux de poulies selon le rayon effectif du cylindre $\varrho = \{0,25; 1,5; 2,0\}$ et différentes positions des points de contact $k_1/l_1 = \{0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9\}$ en utilisant les rapports de poulies $\sigma_{11} = 0,2$, $\sigma_{21} = 0,2$, $\sigma_{12} = 0,4$ et $\sigma_{22} = 0,3$.

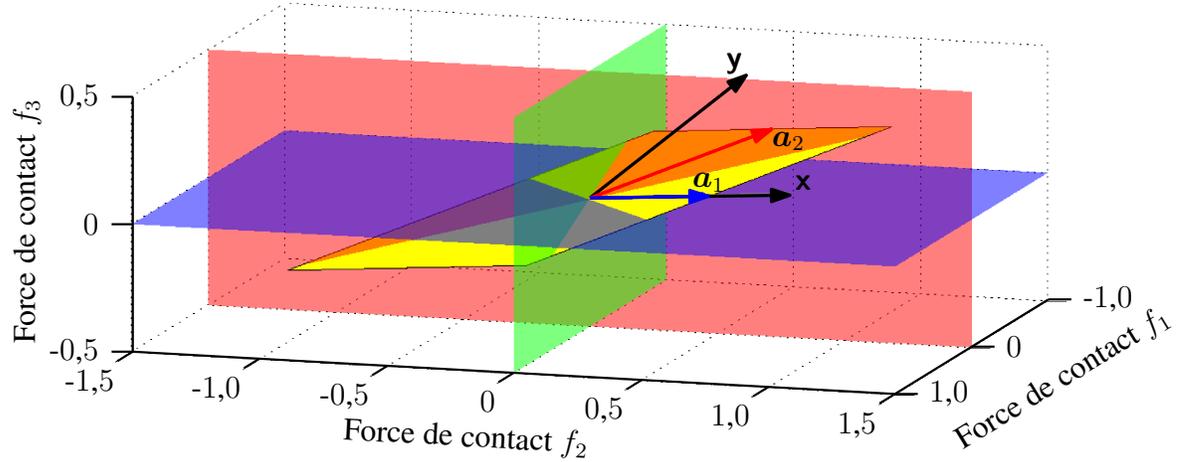


Figure A.3: Vue dans l'espace de la base vectorielle des forces de contact produisibles.

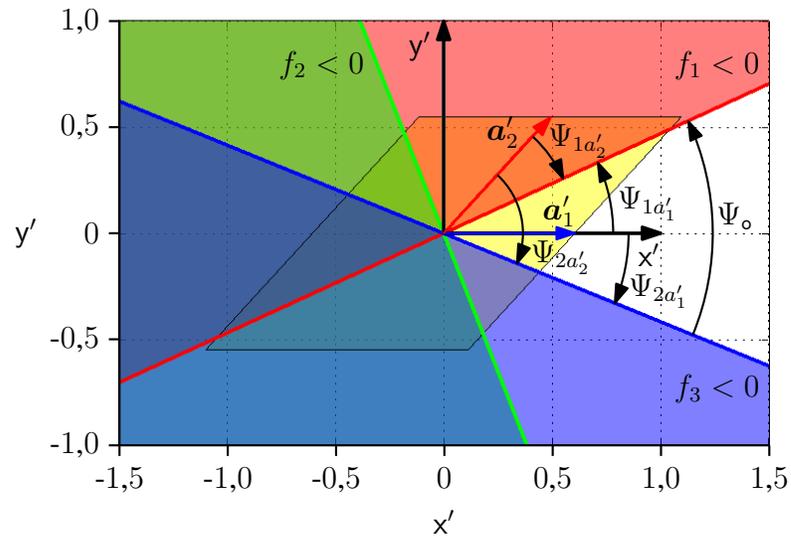


Figure A.4: Vue dans le plan de la base vectorielle des forces de contact produisibles.

$$\mathbf{a}'_1 = \begin{bmatrix} \|\mathbf{a}_1\| \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{a}'_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_2 \cdot \mathbf{x} \\ \|\mathbf{a}_2 - (\mathbf{a}_2 \cdot \mathbf{x}) \mathbf{x}\| \end{bmatrix}. \quad (\text{A.5})$$

Pour accélérer la recherche de rapports σ_{ij} convenables, nous pouvons utiliser les angles $\Psi_{ia'_j}$ que font les frontières $f_i = 0$ dans le plan de la base vectorielle par rapport aux deux vecteurs \mathbf{a}'_j de cette base, tel que montré à la figure A.4. L'angle entre \mathbf{a}'_1 et la première frontière est ainsi $\Psi_{1a'_1}$, alors que $\Psi_{2a'_1}$ est son angle avec la deuxième frontière. De même, $\Psi_{1a'_2}$ est l'angle entre \mathbf{a}'_2 et la première frontière tandis que $\Psi_{2a'_2}$ est son angle avec la deuxième frontière. Finalement, Ψ_0 est l'angle d'ouverture entre les deux frontières, ce qu'il convient donc de maximiser.

En traçant ces différents angles en fonction de σ_{21} et σ_{22} et en posant σ_{11} et σ_{12} , nous pouvons obtenir la figure A.5. Celle-ci représente un choix de rapports permettant d'obtenir des angles Ψ assez grands, ce qui est souhaitable. En choisissant certains rapports, nous pouvons alors visualiser les bases vectorielles produisibles. Par exemple, en choisissant les rapports $\sigma_{11} = 0,35$, $\sigma_{21} = 0,2$, $\sigma_{12} = 1,0$ et $\sigma_{22} = 1,0$, nous obtenons la figure A.6 et la figure A.7.

Les résultats obtenus avec cette méthode sont moins intéressants que ceux trouvés au chapitre 2. En effet, il faut poser un certain rayon de cylindre pour effectuer cette analyse. De plus, il faut rappeler que la configuration du doigt qui est étudiée ici est tracée à la figure A.1. Ainsi, cette méthode ne tient pas compte de la modification des orientations des phalanges lorsqu'une force de contact devient négative et de la perte du contact qui en découle.

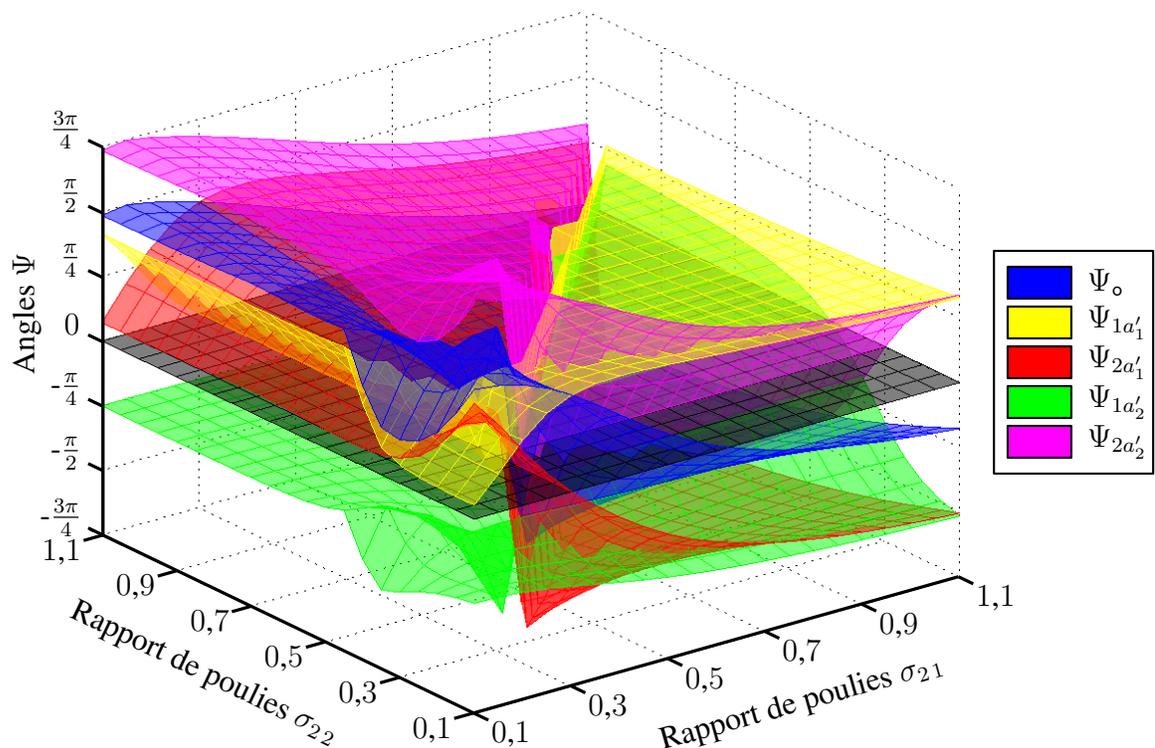


Figure A.5: Angles que font les frontières entre elles et avec les deux vecteurs de la base vectorielle en fonction des rapports de poulies σ_{21} et σ_{22} si $\sigma_{11} = 0,35$ et $\sigma_{12} = 1,0$ pour $\varrho/l_1 = 1,5$ et $k_1/l_1 = 0,6$.

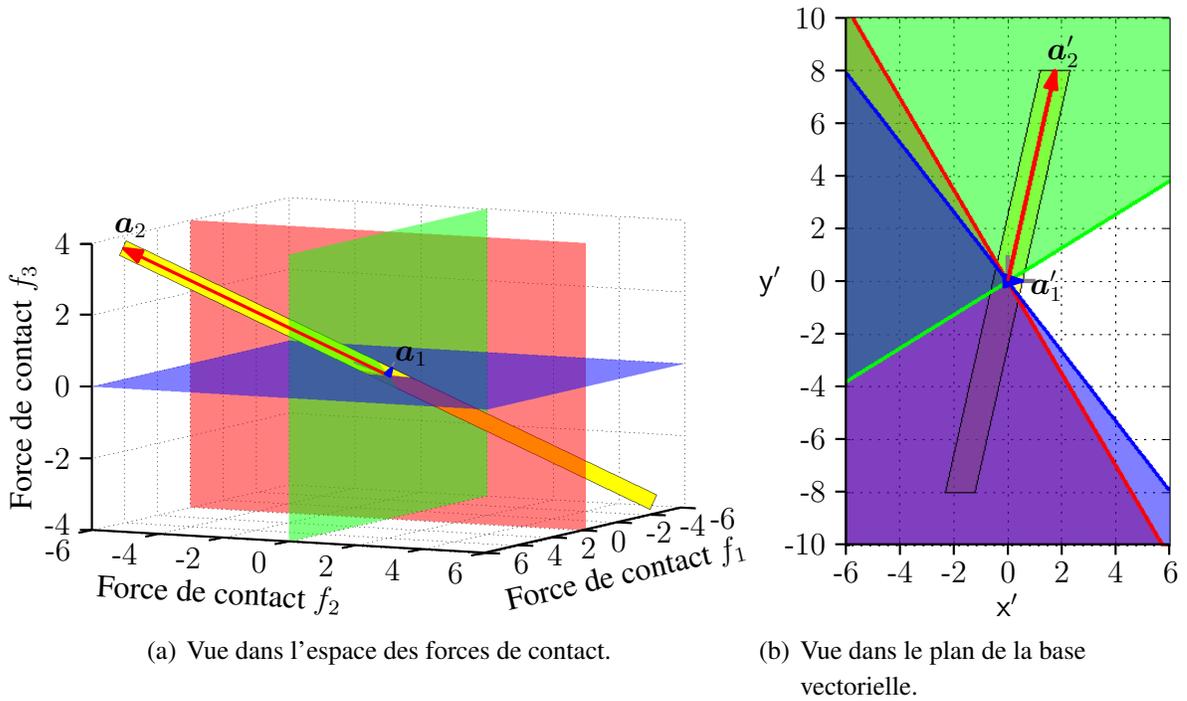


Figure A.6: Base vectorielle des forces de contact produisibles pour $\frac{\rho}{l_1} = 1,5$ et $\frac{k_1}{l_1} = 0,6$ accompagnée des frontières désignant les forces négatives avec $\sigma_{11} = 0,35$, $\sigma_{21} = 0,2$, $\sigma_{12} = 1,0$ et $\sigma_{22} = 1,0$.

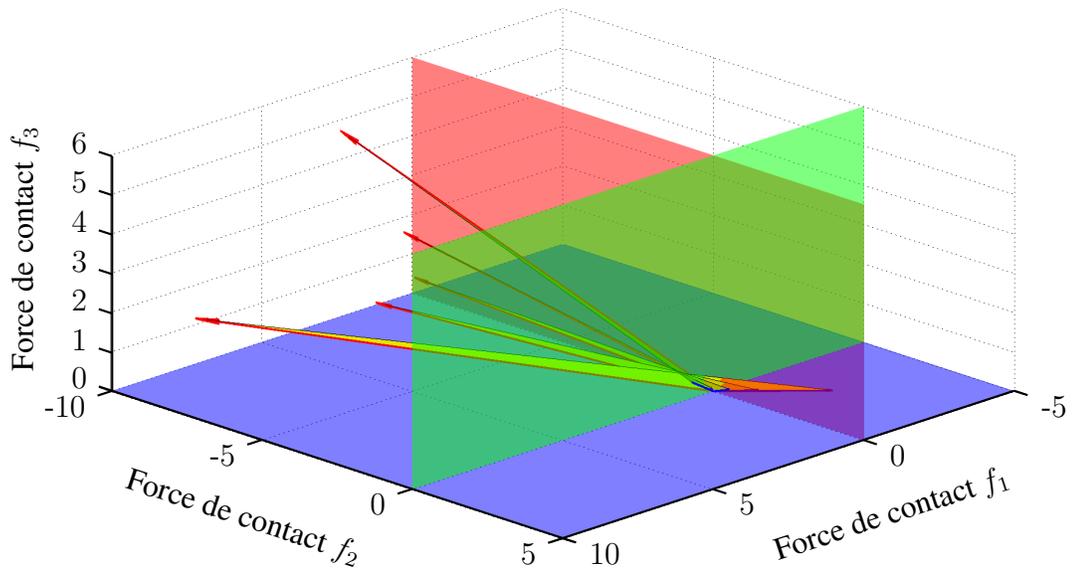


Figure A.7: Bases vectorielles des forces de contact produisibles avec un doigt à trois phalanges pour $\frac{k_1}{l_1} = \{0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9\}$ si $\sigma_{11} = 0,35$, $\sigma_{21} = 0,2$, $\sigma_{12} = 1,0$ et $\sigma_{22} = 1,0$.