

VINCENT DUCHAINE

**COMMANDE DES ROBOTS DESTINÉS À INTERAGIR
PHYSIQUEMENT AVEC L'HUMAIN**

Thèse présentée

à la Faculté des études supérieures de l'Université Laval
dans le cadre du programme de Doctorat en génie mécanique
pour l'obtention du grade de Philosophiæ Doctor (Ph.D.)

FACULTÉ DES SCIENCES ET DE GÉNIE
UNIVERSITÉ LAVAL
QUÉBEC

JANVIER 2010

Résumé

Amener les robots à partager le même environnement que les humains apparaît l'évolution naturelle vers une robotique plus avancée, à mi-chemin entre la robotique industrielle d'aujourd'hui et les robots humanoïdes versatiles de demain. Cette éventuelle coexistence a le potentiel immense de produire un impact considérable sur plusieurs domaines liés à la vie de tous les jours tels que 1) *la réhabilitation*, où des thérapeutes et des robots pourront collaborer et offrir du soutien aux patients, 2) *les dispositifs d'assistance robotique* envers les personnes âgées ou handicapées, pour faciliter les tâches quotidiennes et 3) *la chirurgie assistée*. Outre ces trois domaines d'application, il est fort possible que l'impact le plus significatif de l'implantation d'un tel concept se fera au niveau du **domaine manufacturier**. Dans ce domaine, une synergie efficace entre l'humain et le robot peut être envisagée en combinant les formidables capacités humaines de raisonnement et d'adaptation face aux environnements non structurés avec l'inépuisable force d'un robot. Toutefois, la création d'une telle génération de robots coopératifs présente plusieurs défis, tant sur les plans mécaniques et sensoriels qu'au niveau de la commande.

Cette thèse amène des réponses concrètes au défi que constitue la commande des robots destinés à interagir et coopérer avec les humains, proposant des solutions aux problèmes des mouvements coopératifs ou encore à la réaction aux collisions. Elle présente notamment une nouvelle méthode de commande basée sur l'analyse des intentions humaines en temps réel, permettant la production de mouvements coopératifs beaucoup plus intuitifs pour l'humain. Elle s'attaque aussi au problème de la stabilité du contrôleur, reconnu comme une difficulté inhérente aux robots évoluant en mouvement

contraint. En effet, étant données les propriétés physiques variables de l'humain, telle la rigidité de ses bras, il est possible qu'un robot devienne instable subitement lorsque mis en contact direct avec celui-ci, engendrant ainsi d'évidents problèmes de sécurité.

Au-delà des algorithmes de commande de haut niveau, cette thèse aborde de nouvelles techniques d'asservissement qui sont mieux adaptées à la mécanique particulière de ces robots. En effet, dans le but de coexister avec les humains sans risquer de les blesser, il est entendu que ces robots devront être conçus différemment, de manière à réduire leur impédance mécanique et leur capacité de transmettre de la puissance en cas de collision. Dans de telles circonstances, les régulateurs linéaires conventionnels seront bien peu efficaces dans le suivi des consignes demandées. La méthode introduite est une adaptation de la commande prédictive, bien connue dans l'industrie chimique, à la commande des manipulateurs.

Avant-propos

“Il y a un véritable agacement à essayer de trouver le mot précis pour les pensées que l’on a.”

- Charlie Chaplin

Pour certaines personnes, la réalisation d’un doctorat est la finalité prévue d’une longue odyssée scolaire clairement mûrie et planifiée ; mon passage aux études graduées a plutôt été le résultat d’une série d’événements et de rencontres fortuits. Je tiens ici à remercier les personnes qui ont provoqué ces événements ou encore qui m’ont supporté tout au long de ces quatre années passées aux études graduées.

C’est en commençant par mon directeur de thèse, Clément Gosselin, que je débute donc cette tâche impossible qu’est de contenir en une page toute ma gratitude. Son appui ne m’a jamais fait défaut durant ces quatre fabuleuses années passées sous sa supervision et je lui en suis reconnaissant. Je suis sensible surtout à cette grande liberté qu’il a su me laisser, tout en m’offrant toujours une si grande disponibilité et de si précieux conseils. Au-delà de l’étendue de ses connaissances techniques, j’ai beaucoup apprécié ses grandes qualités humaines ; il a gagné mon amitié et ma reconnaissance. Une preuve de l’extraordinaire de cette personne est probablement la porte magique qui protège l’entrée de son bureau ; elle a l’étrange pouvoir de toujours être grande ouverte même en étant fermée... Je tiens aussi à remercier Mark Cutkosky pour avoir agit à titre de superviseur à certains moments de mon cheminement et pour m’avoir présenté une vision alternative de la robotique. Il est peu fréquent d’entendre chez une même personne célébrité rimer avec humilité. Je me considère donc privilégié d’avoir eu comme mentors deux personnes possédant simultanément ces qualités.

Mes remerciements sincères aussi aux professeurs Philippe Cardou, Yves Saint-Amant et Jozsef Kovecses qui ont bien voulu, malgré leurs nombreuses occupations, examiner ce travail et participer au jury. Par leurs pertinents commentaires, ils ont grandement contribué à améliorer la qualité de cette thèse.

Je remercie également mes amis et collègues du laboratoire de robotique pour avoir rendu si intéressant mon passage parmi eux. Particulièrement le *Team Japan*, le *Alaska Crew*, les *Robotiq inc.* et les *SimonS* avec qui j'ai eu beaucoup de plaisir, mais aussi l'équipe des pros de la recherche qui contribue beaucoup, selon moi, à la vie et à l'ambiance du lab. Ces derniers sont un des éléments importants derrière les réussites du laboratoire de robotique de l'Université Laval. Tour à tour, ils m'ont beaucoup aidé et je leur en suis redevable. Mention spéciale à l'un des membres de cette équipe, Simon *Dexter* Foucault, pour le *Special Delivery* soirs et matins. J'ai toujours apprécié ces moments de conversation autant variée que colorée, mais c'est aujourd'hui, seul dans mon train de banlieue, que je m'en rends le plus compte. Un remerciement spécial aussi à mon cousin Alexis qui m'a si souvent hébergé en Californie et qui m'a introduit à l'art du *BBQing*. En quelques mots : *Thanks for the couch and the meat*.

Être encore aux études à l'orée de la trentaine peut être pour nos proches source d'embarras ou de fierté. Je remercie énormément ma famille pour avoir fait partie de la deuxième catégorie. Votre appui constant et votre intérêt sincère ont été une source de motivation réelle pour moi. Particulièrement Louis-Jean, qui a été un modèle et qui, par ses précieux conseils, a joué un rôle important dans mon cheminement. Je remercie particulièrement mes parents, Claudine, Daniel et Monique. Votre support ainsi que les valeurs que vous m'avez transmises m'ont fourni les outils nécessaires pour mener à bien mes études.

Au moment où j'écris ces lignes, il m'apparaît difficile de rendre par écrit la juste valeur et l'importance de la contribution à cette thèse de ma compagne, Mélissa. Au-delà de ta patience à chasser les fautes d'orthographe dans tous les recoins de cette thèse, c'est ton soutien inébranlable et ton affection qui m'ont permis de toujours regarder en avant au cours de ce long périple universitaire. Tu m'as encouragé, aidé, supporté. Tu as enduré mes heures de travail souvent tardives et nos fins de semaine parfois écourtées. Tu as mis au monde notre fille, Anne-Sophie. Pour ça je t'en serai toujours reconnaissant.

Un remerciement sincère au CRSNG pour le soutien financier, que je qualifierais de généreux. Il serait un peu fort de dire que sans celui-ci, la réalisation de cette thèse aurait été impossible, mais avouons-le, probablement moins lucrative.

En ce moment quasi euphorique où j'écris les dernières lignes de cette thèse, j'ai sans doute oublié plusieurs personnes, ma mémoire étant davantage empreinte des événements récents. Dans un autre temps ou état d'esprit, ces remerciements auraient certainement été différents. Par conséquent, je termine cette partie en remerciant sincèrement tous les oubliés qui, un jour ou l'autre, m'ont aidé dans cette aventure extraordinaire que furent mes quatre années d'études graduées.

*À Mélissa, à ma fille,
À ma mère, à mon père,
À tous ceux qui me sont chers...*

Table des matières

Résumé	ii
Avant-propos	iv
Table des matières	viii
Liste des tableaux	xiii
Liste des figures	xiv
Introduction	1
I Commande dans l'espace opérationnel des robots en mode coopératif	15
1 Commande intuitive des mouvements coopératifs à l'effecteur	17
1.1 Problématique de la commande d'un robot en mode coopératif	18
1.2 Commande par impédance/admittance	21
1.2.1 Fondements de la commande par impédance	21
1.2.2 Commande par admittance appliquée à l'ipHR	23
1.3 Admittance variable	25
1.3.1 Quelques considérations de stabilité	27
1.4 Validation des propriétés adaptatives de la commande	30
1.4.1 Système expérimental	30
1.4.2 Description de l'expérimentation	31
1.5 Conclusion	34

2	Étude des conditions de stabilité d'un robot contrôlé par admittance en situation d'ipHR	35
2.1	Introduction	36
2.2	Modélisation	38
2.2.1	Modélisation des caractéristiques physiques de l'humain	38
2.2.1.1	Raideur humaine	38
2.2.1.2	Amortissement	39
2.2.1.3	Propriétés des tissus	40
2.2.2	Modèle du robot	41
2.2.3	Matrice de raideur de l'interaction	42
2.2.4	Modélisation du schéma de commande en boucle fermée	43
2.3	Analyse de la stabilité du contrôleur basée sur le théorème de Lyapunov	45
2.3.1	Fonction candidate de Lyapunov	46
2.3.2	Matrice \mathbf{S} définie positive	48
2.3.3	Paramètres critiques d'admittance	49
2.3.4	Quelques notes sur la stabilité	51
2.4	Stabilité du système en boucle ouverte	52
2.5	Validation expérimentale	52
2.5.1	Montage expérimental	54
2.5.2	Expérimentation et résultats	54
2.5.2.1	Expérimentation avec le modèle de bras humain	54
2.5.2.2	Identification de la raideur	55
2.5.2.3	Estimation de l'amortissement critique	56
2.6	Conclusion	58
3	Commande stable et intuitive des mouvements coopératifs à l'effec-	59
	teur	
3.1	Introduction	60
3.2	Estimation en temps réel de la raideur cartésienne au point d'interaction	62
3.2.1	Approche précédente	63
3.2.2	Méthode proposée	64
3.2.2.1	Singularité de la matrice \mathbf{P} en situation réelle	68
3.3	Loi de commande stable et intuitive	69
3.3.1	Amortissement critique dans une dimension n	70
3.3.2	Observateur de stabilité	71
3.4	Validation expérimentale	73
3.4.1	Résultats	75

3.5 Conclusion	78
--------------------------	----

II Autres modes d’opération et unification de la commande 79

4 Commande par admittance étendue pour une réaction passive aux contacts	81
4.1 Introduction	82
4.2 Admittance de contact	85
4.2.1 Espace des contacts	85
4.2.2 Équation d’admittance	86
4.2.3 Paramètres d’admittance	87
4.2.4 Force au point de contact	88
4.3 Solutions exactes aux contraintes de vitesse aux deux points commandés	88
4.3.1 Matrices de transformation	89
4.3.2 Dérivation des équations	90
4.3.3 Interprétation des singularités de l’équation (4.15)	92
4.3.3.1 Cas 1	93
4.3.3.2 Cas 2	93
4.3.3.3 Cas 3	93
4.4 Priorité aux contraintes dans l’espace de contact	94
4.5 Espace opérationnel et espace de contact de différente dimension	95
4.5.1 Matrices de transformation	97
4.5.2 Dérivation des équations	98
4.5.3 Singularité de la jacobienne de contact en situation réelle	100
4.6 Expérimentation	102
4.6.1 Montage expérimental	104
4.6.2 Collisions entre un humain et un robot	105
4.6.2.1 Résultats	105
4.7 Conclusion	107
5 Commande des mouvements en mode autonome et unification des modes d’opération	110
5.1 Introduction	111
5.2 Commande des robots d’ipHR en mode autonome	112
5.2.1 Coefficient de raideur virtuelle	113
5.2.1.1 Expressions de la raideur variable	114

5.3	Unification des trois modes d'opération et mise en oeuvre	120
5.3.1	Intégration des modes coopératif et autonome	122
5.3.2	Mise en oeuvre de l'équation d'admittance	122
5.3.3	Ajout de la capacité de réaction aux contacts	124
5.4	Conclusion	126

III Asservissement articulaire des robots conçus pour l'ipHR

128

6	Commande prédictive générale appliquée aux manipulateurs	131
6.1	Introduction	132
6.2	Introduction à la commande prédictive	135
6.3	Application aux manipulateurs	140
6.3.1	Modélisation du manipulateur et équations de prédiction associées	141
6.3.2	Prédictions stochastique et déterministe du vecteur de consigne	145
6.3.3	Prédiction stochastique de l'erreur de modélisation	148
6.3.4	Fonction à minimiser	149
6.3.4.1	Ajout de contraintes	150
6.3.4.2	Horizon de commande différent de l'horizon de prédiction	151
6.4	Conclusion	152
7	Commande prédictive simplifiée	154
7.1	Introduction	155
7.2	Asservissement dans le domaine des vitesses	156
7.2.1	Structure générale	156
7.2.2	Prédicteurs des consignes et de l'erreur de modélisation	157
7.2.3	Équations de prédiction de la vitesse du manipulateur	158
7.2.4	Fonction à minimiser et solution	160
7.3	Asservissement dans le domaine des positions	162
7.3.1	Structure générale	162
7.3.2	Équations de prédiction de la position du manipulateur	163
7.3.3	Fonction à minimiser et solution	164
7.4	Validation expérimentale	166
7.4.1	Illustration avec un pendule simple	167
7.4.2	Robot parallèle entraîné par câbles à 6 ddls	169
7.4.2.1	Modélisation cinématique	171
7.4.2.2	Modélisation de la dynamique	173

7.4.2.3	Trajectoires	174
7.4.3	Résultats expérimentaux pour le robot à 6 ddls	175
7.4.3.1	Asservissement en vitesse	175
7.4.3.2	Asservissement en position	176
7.4.3.3	Temps de calcul	180
7.5	Conclusion	180
Conclusion		182
Bibliographie		187
A Annexe A : Démonstration de l'effet intégrateur du terme d'erreur de modélisation d dans le schéma de la commande prédictive		199
B Annexe B : Obtention des équations (7.22), (7.27), (7.49) et (7.56)		201
B.1	Obtention de l'équation (7.22) en partant de la dérivée de l'équation (7.20)	201
B.2	Obtention de l'équation (7.27) en partant de la dérivée de l'équation (7.26)	203
B.3	Obtention de l'équation (7.49) en partant de la dérivée de l'équation (7.46)	204
B.4	Obtention de l'équation (7.56) en partant de la dérivée de l'équation (7.55)	205
C Annexe C : Extension de l'étude de stabilité dans un espace à n dimension		208
C.1	Retour sur l'analyse de stabilité	209
C.2	Rotation du système de coordonnées	209

Liste des tableaux

1.1	Temps requis pour compléter la tâche et nombre de dépassements pour chaque sujet, pour les deux algorithmes de commande comparés.	33
1.2	Temps normalisé pour chaque sujet et pour les deux contrôleurs testés.	33
2.1	Estimation de la raideur (N/m) et valeur de l'amortissement critique (Ns/m) pour le modèle simple de bras humain.	54
7.1	Variance de l'erreur entre la sortie et la consigne.	167
7.2	Variance de l'erreur entre la sortie et la consigne en situation d'erreur de modélisation.	169
7.3	Temps de calcul requis par chaque contrôleur.	180

Liste des figures

1	Exemples de robots destinés à l'interaction cognitive avec l'humain. . .	2
2	Exemple de robot humanoïde ou semi-humoïde destiné à la robotique personnelle.	4
3	Roomba 530 au travail.	5
4	Exemples de robots destinés à l'haptique.	6
5	Deux exemples bien connus de robots destinés à être portés afin d'aug- menter les capacités humaines.	7
6	Exemples de robots conçus spécifiquement pour l'interaction physique avec l'humain.	9
7	Exemples d'IADs	11
1.1	Interprétation de la dérivée temporelle de la force.	26
1.2	Variation de l'amortissement virtuel en situation réelle d'interaction. . .	28
1.3	Schéma de commande en boucle fermée en situation d'ipHR.	29
1.4	Parcours réalisé en 18,37 secondes avec le contrôleur par admittance fixe ($c=10 \frac{Nm}{s}$).	32
1.5	Parcours réalisé en 16,61 secondes avec le contrôleur par admittance variable.	32
2.1	Représentation schématique du processus d'interaction physique humain- robot.	44
2.2	Configuration demandée aux participants lors de l'interaction avec le robot.	53
2.3	Estimation de la raideur cartésienne au point d'interaction pour chaque sujet.	56

2.4	Valeurs prédites et mesurées expérimentalement de l'amortissement critique pour chaque sujet.	57
3.1	Erreur induite par l'hypothèse d'une matrice de raideur diagonale. . . .	65
3.2	Forme amplifiée de la matrice d'amortissement critique calculée pour une matrice de raideur estimée.	70
3.3	Montage utilisé pour la réalisation de la tâche coopérative du chapitre 3.	74
3.4	Labyrinthe utilisé.	75
3.5	Résultats expérimentaux obtenus pour les deux contrôleurs avec l'ensemble 1 des valeurs des paramètres ($m = 0,5$ kg et $c = 10$ Ns/m)	76
3.6	Résultats expérimentaux obtenus pour les deux contrôleurs avec l'ensemble 2 des valeurs des paramètres ($m = 5$ kg et $c = 60$ Ns/m).	77
4.1	Représentation schématique des deux matrices jacobienne définies. . . .	91
4.2	Exemple illustrant comment l'application de la méthode de résolution des vitesses articulaires présentée à la section 4.4 ne conduit pas nécessairement à une solution optimale en terme de déviation de la tâche voulue au point opérationnel lorsque l'espace de contact et l'espace opérationnel sont de dimension différente.	97
4.3	Exemple d'une situation dans laquelle la jacobienne de contact est mal conditionnée alors que la jacobienne du manipulateur ne l'est pas. . . .	101
4.4	Montage utilisé dans le cadre de l'expérimentation : Interaction entre le robot et la simulation.	103
4.5	Courbe de force au point de contact obtenue pour différentes réactions et pour différentes valeurs des paramètres d'admittance.	106
4.6	Valeur maximale de la force mesurée pour un impact à $0,89$ m/s et pour différents ensembles de paramètres d'admittance de contact.	108
5.1	Synchronisation automatique des mouvements dans les directions principales.	117
5.2	Exemples de mouvements produits par l'utilisation de l'approche proposée ainsi que par deux méthodes plus conventionnelles dites trapézoïdale et polynomiale du 5 ^e ordre.	119
5.3	Structure du contrôleur proposé.	121
5.4	Schéma de l'ordre d'implémentation des équations de commande. . . .	125

6.1	Illustration du principe de la commande prédictive et de son fonctionnement.	137
6.2	Schéma de la commande prédictive proposée.	140
7.1	Réponse en vitesse : Contrôleur PID.	168
7.2	Réponse en vitesse : Couple précalculé avec un PID en parallèle.	168
7.3	Réponse en vitesse : Contrôleur prédictif.	168
7.4	Réponse en vitesse avec erreur de modélisation : Couple précalculé avec un PID en parallèle.	170
7.5	Réponse en vitesse avec erreur de modélisation : Contrôleur prédictif.	170
7.6	Robot à câbles utilisé dans la deuxième partie de l'expérimentation.	171
7.7	Commande en vitesse - Erreur entre la vitesse réelle et la consigne aux 6 moteurs pour le PID (en haut à gauche) et pour le contrôleur prédictif (en haut à droite). Les signaux de commande correspondant sont montrés au bas de la figure.	176
7.8	Commande en position - Erreur entre la position réelle et la consigne aux 6 moteurs pour le PID (en haut à gauche) et pour le contrôleur prédictif (en haut à droite). Les signaux de commande correspondant sont montrés au bas de la figure.	178
7.9	Trajectoire demandée dans le domaine articulaire et celle obtenue par l'utilisation d'un contrôleur PID.	179
C.1	Représentation dans le plan des ellipses associées aux matrices impliquées dans l'équation (2.39)	210

Introduction

“On étouffe ici ! Permettez que j’ouvre une parenthèse.”
- *Alphonse Allais*

Interaction entre humains et robots

En dépit du mouvement récent de changement qui s’impose tranquillement au sein de la robotique commerciale, celle-ci est encore principalement représentée par les bras manipulateurs industriels. Certes, ces derniers ont évolué en terme de performance dynamique et leur coût a aussi diminué drastiquement au cours des dernières décennies ; cependant, ces robots opèrent toujours selon une philosophie identique à celle de leur premier ancêtre, *Unimate*. En effet, ces manipulateurs sont encore strictement confinés dans des espaces fermés, occupés à effectuer des mouvements préprogrammés par l’humain.

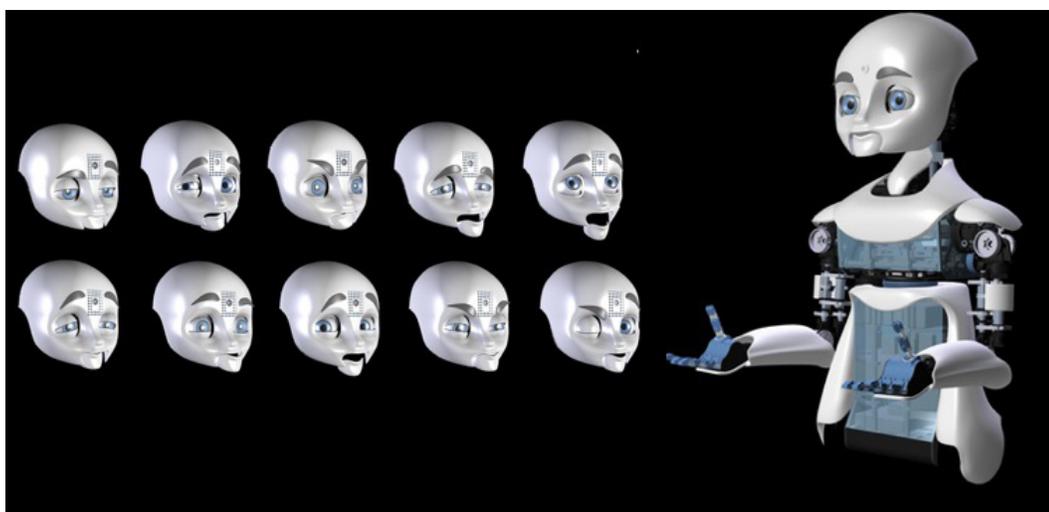
Amener les robots à partager le même environnement que les humains et à coopérer avec eux apparaît donc comme une évolution naturelle vers une robotique plus avancée. Cette éventuelle coexistence a un potentiel immense de produire un impact significatif dans les milieux de travail et dans le domaine de la santé, tout comme dans plusieurs autres aspects liés à la vie de tous les jours.



(a) Keepon. Robot thérapeutique créé par Hideki Kozima, originalement destiné à interagir avec les autistes.



(b) HuggableTM. Robot social conçu au Media Lab du MIT et destiné à interagir avec les enfants.



(c) MDS. Robot créé au Media Lab du MIT et destiné à servir de banc de tests pour l'étude de l'interaction sociale entre humains et robots.

FIG. 1 – Exemples de robots destinés à l'interaction cognitive avec l'humain.

Il est clair que l'introduction de ces robots dans notre environnement ne se fera pas sans répercussion au niveau social. Conscients de cet effet, plusieurs scientifiques cherchent à quantifier celui-ci et à l'utiliser pour comprendre davantage le développement social humain [11, 74]. L'une des premières applications envisagées dans ce domaine a été l'introduction de robots compagnons auprès des enfants autistes, afin de mieux comprendre et de stimuler leur développement social[26]. Le robot social *Keepon* (voir figure (1.a)) développé à cet effet par Kozima [73] a mené à des résultats intéressants dans ce domaine. Dans le même esprit mais pour une application plus générale, le professeur Breazeal et son équipe ont développé *Huggable*TM[13] (voir figure (1.b)), un robot compagnon capable d'avoir de manière active une relation affective avec l'hu-

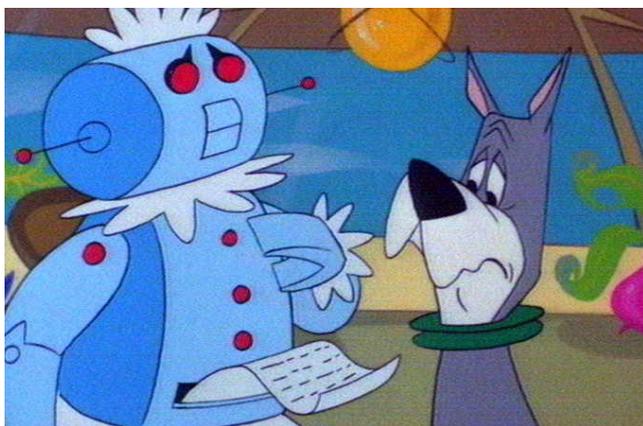
main et destiné au support moral des malades qui effectuent des séjours prolongés en milieu hospitalier. Ce même groupe de recherche, désireux d'étudier davantage l'impact social général qu'ont les robots, a conçu en partenariat avec des compagnies et d'autres universités, le robot *MDS* [14] (voir figure (1.c)). Ce robot, au visage capable de produire une multitude d'expressions, allie mobilité à dextérité, étant ainsi l'une des plateformes les plus complètes pour l'étude des aspects cognitif et social de l'interaction entre humains et robots.

Cette branche de recherche en robotique est souvent référée comme l'étude de *l'interaction humains-robots* (iHR)¹. Ce terme très général étant maintenant associé au domaine particulier qu'est l'interaction sociale entre humains et robots [12], les études portant sur les aspects liés à *l'interaction physique directe* entre ces deux parties tend maintenant plutôt à être regroupée sous l'appellation ipHR². Quoique visant le même objectif d'amener les robots et les humains à coexister dans un même environnement, l'iHR étudie l'impact social des robots ainsi que l'aspect comportemental associé alors que le domaine de l'ipHR vise plutôt à comprendre les défis reliés à la proximité physique entre humains et robots ainsi qu'à permettre une coopération synergique entre les deux parties.

Certaines plateformes, tels les robots humanoïdes, permettent l'étude simultanée de ces deux aspects liés à l'intégration des robots dans nos espaces. En effet, ces robots inspirés de la physiologie humaine possèdent toutes les caractéristiques pour agir au niveau social avec l'humain ainsi qu'interagir physiquement avec celui-ci. Leur morphologie empruntée à l'humain fait d'eux les outils les mieux adaptés pour évoluer dans notre environnement et aider à la réalisation de tâches liées à la vie courante. Ils sont aux robots ce que le canif suisse est au couteau. C'est donc sans surprise que ce type de robots avancés est considéré comme le Saint-Graal du domaine de la *robotique personnelle*, où l'idéal de ce concept n'a jamais été aussi bien incarné que par *Rosie* (voir figure (2.a)), le robot domestique de la famille Jetson du dessin animé du même nom. Le prototype réel le plus avancé dans cette direction aujourd'hui est sans aucun doute le très impressionnant robot *Asimo* [100] (voir figure (2.c)) développé par Honda. Ce robot capable de marcher, de courir, de parler et de reconnaître les visages est cependant encore loin de pouvoir évoluer en parfaite autonomie dans un environnement

¹Que l'on retrouve dans la littérature sous l'appellation HRI pour *Human-Robot Interaction*.

²Que l'on retrouve dans la littérature sous l'appellation pHRI pour *physical Human-Robot Interaction*.



(a) Rosie. Robot personnel tel qu'imaginé dans les années '60. Robot domestique de la famille Jetson.



(b) Justin. Robot semi-humanoïde conçu au DLR.



(c) Asimo. Robot humanoïde construit par Honda .



(d) PR2. Plateforme de recherche commercialisée par Willow Garage.

FIG. 2 – Exemple de robot humanoïde ou semi-humanoïde destiné à la robotique personnelle.

aussi désordonné que le nôtre. Des versions semi-humanoïdes, donc moins complexes, semblent une étape plus logique pour l'obtention d'une solution à court et moyen termes dans le domaine de la robotique personnelle. Dans cette direction, le DLR a développé le robot *Justin* (voir figure (2.b)), composé d'un torse, d'une tête et de deux bras, montés récemment sur une base mobile [9], permettant entre autres de réaliser certaines tâches typiquement réservées jusqu'ici à l'humain. Afin de démocratiser la recherche dans cette direction, la société *Willow Garage* a récemment pris l'initiative de commercialiser une



FIG. 3 – Roomba 530 au travail.

plateforme aux capacités similaires, appelée *PR2* [121] (voir figure (2.d)). Toutefois, ce n'est pas demain que l'on verra ces robots complexes dans nos maisons, leur coût étant encore prohibitif et leur autonomie insuffisante pour évoluer dans nos environnements. Il n'est donc pas surprenant que le plus grand succès de la robotique personnelle à ce jour se trouve dans le modeste robot *Roomba* [35] montré à la figure (3). Ce petit robot circulaire, vendu à ce jour à plus de 3 millions d'exemplaires, côtoie l'humain dans son environnement depuis maintenant huit ans, dédié à sa tâche d'aspirateur.

Cet exemple démontre bien que l'environnement humain a une complexité qui ne permet pas encore aux robots actuels d'évoluer pleinement et de manière purement autonome dans celui-ci. Une solution plus réaliste et qui a suscité un intérêt croissant au cours des dix dernières années, tant dans le milieu de la recherche qu'au sein des compagnies, est la conception de robots strictement dédiés à l'ipHR. Dans ce concept à mi-chemin entre la robotique industrielle d'aujourd'hui et les robots humanoïdes versatiles de demain, l'objectif premier est de permettre à un robot **d'assister directement et physiquement** l'humain dans la réalisation de tâches diverses. Ce concept est moins exigeant, en terme d'intelligence, que ne le requiert la réalisation autonome des tâches dédiées à l'humain puisque selon cette vision, le robot aura plutôt à agir sous la supervision directe de l'humain.

L'un des domaines bien connus tirant profit de l'interaction physique directe entre humains et robots est l'haptique. Pour mettre en contexte le lecteur, l'haptique est au toucher ce que la vision numérique est à la vision. Dans ce domaine, humains et robots sont, typiquement, rigidement liés en un point d'interaction et le manipulateur utilisé



(a) Manipulateur haptique conçu par Phantom. (b) Manipulateur haptique à faible coût Falcon conçu par Novint inc.



(c) Concept d'interaction physique directe entre un chirurgien et un robot, exploré à la John Hopkins University. (d) Robot de chirurgie Davinci téléopéré conçu par Intuitive Surgical, Inc.

FIG. 4 – Exemples de robots destinés à l'haptique.

pour faire un rendu tactile d'un environnement réel ou virtuel. Les figures (4.a)) et (4.b)) montrent des exemples de manipulateurs conçus pour cet usage [86]. Un exemple concret d'application de ce type d'ipHR est la chirurgie, où le chirurgien peut opérer directement un patient en coopération avec un robot ou le faire par téléopération [55], (voir figure (4.c) et (4.d)), ce qui lui permet notamment de diminuer le tremblement et d'augmenter la précision.

L'idée de l'ipHR a aussi eu des échos positifs chez les chercheurs désireux de repousser les limites physiques de l'humain. Dans cette application souvent appelée *augmen-*



(a) BLEEX. Exosquelette pour membres inférieurs de l'Université Berkeley.



(b) HAL 5. Exosquelette pour membres inférieurs et supérieurs de l'Université de Tsukuba.

FIG. 5 – Deux exemples bien connus de robots destinés à être portés afin d'augmenter les capacités humaines.

tation humaine, le robot d'ipHR est directement porté par l'humain et rigidement lié à celui-ci de manière à combiner la force de l'un à celle de l'autre. De tels robots, communément nommés exosquelettes en raison de leur apparence qui rappelle la structure externe typique de certains animaux ou insectes, ont pour but principal de décupler la force humaine. L'une des premières solutions réalistes ayant été proposées dans ce domaine est l'exosquelette dédié aux membres inférieurs BLEEX [66] (voir figure (5.a)), développé à l'Université Berkeley par le professeur Kazerooni. Une solution plus complète est HAL5 [64] (voir figure (5.b)) développé à l'Université de Tsukuba au Japon et qui, en plus de couvrir les membres inférieurs, permet aussi l'augmentation de la force au niveau des bras. Preuve que l'intérêt pour un tel concept n'a rien de spéculatif, le gouvernement japonais envisage pour un futur proche l'achat de plusieurs unités de cet exosquelette afin d'aider les infirmières dans leur exigeant travail.

Outre ces deux domaines d'application, il est à prévoir que l'impact le plus significatif de l'implantation d'un tel concept se fera au niveau du domaine manufacturier, où les robots seront amenés à coopérer directement avec l'humain dans la réalisation

de tâches données [8]. Dans cette dernière application évoquant l'étymologie du mot robot, une synergie entre l'humain et le robot peut être envisagée en combinant les formidables capacités humaines de raisonnement et d'adaptation dans des environnements non structurés avec l'inépuisable force d'un robot. Cette **sphère d'application** sera la préoccupation centrale de cette thèse. Par conséquent, en dépit du fait que l'appellation *robot d'ipHR* peut, par définition, s'appliquer à d'autres domaines tels que ceux mentionnés plus haut, pour simplifier la lecture elle sera utilisée dans cette thèse pour désigner un robot évoluant dans le concept qu'est la coopération humain-robot³.

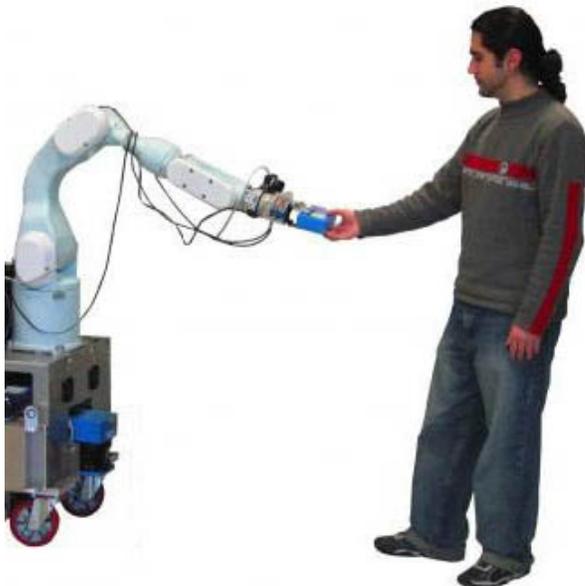
Ce concept diffère de celui de l'augmentation humaine par le fait qu'en situation d'interaction, humains et robots resteront deux entités distinctes ayant chacune son espace de travail respectif, espaces qui pourront s'intersecter à l'occasion. On peut donc dire que le but premier de ces robots n'est pas d'amplifier la force humaine, mais plutôt d'assumer leur part du travail en assistant l'humain, comme le ferait une personne aidant une autre. Cette notion d'espaces de travail distincts mais pouvant s'entrecouper ajoute beaucoup de contraintes dans la conception de tels robots, celle-ci impliquant l'éventualité d'un contact non désiré entre les deux parties. Les manipulateurs que l'on retrouve actuellement dans les industries ne sont certes pas conçus pour faire face à de telles collisions, non pas pour leur propre intégrité physique mais plutôt pour celle de l'humain. Plusieurs études ont en effet démontré le risque potentiel que posent ces manipulateurs pour l'humain [126, 44]. Ces démonstrations ont engendré une motivation certaine, dans la communauté intéressée par l'ipHR, à déterminer des méthodes permettant de comprendre et de quantifier ce risque potentiel associé à la présence d'un robot dans l'espace de travail de l'humain [45, 46, 123].

En utilisant ces résultats, il est possible de définir des lignes directrices au niveau du design, conduisant à l'avènement d'une génération de manipulateurs pouvant interagir et coopérer de manière **sécuritaire** avec l'humain. On cherchera évidemment à éviter lors de la conception les arêtes vives sur la structure externe du robot afin de minimiser les concentrations de contraintes en cas de collision. On favorisera aussi l'ajout d'un recouvrement souple pour amortir une partie de l'énergie lors d'éventuels impacts. Ces études ont aussi démontré qu'il serait souhaitable de diminuer l'impédance mécanique de ces manipulateurs. Deux familles distinctes de solutions ont été proposées pour atteindre cet objectif particulier. D'un côté, certains ont cherché à diminuer l'inertie

³La littérature tend d'ailleurs à utiliser ce terme strictement pour ce type d'interaction physique avec l'humain.



(a) Kuka LWR. Robot d'ipHR (b) Omnirob. Un prototype présenté par Kuka ajoutant une dimension de mobilité au LWR. et maintenant commercialisé par KUKA .



(c) Rob@work en situation d'interaction .

(d) Rob@work assistant de manière autonome la réalisation d'une tâche.

FIG. 6 – Exemples de robots conçus spécifiquement pour l'interaction physique avec l'humain.

visible en cas de collision en réduisant la puissance requise aux actionneurs. Pour ce faire, il a été proposé d'utiliser des techniques d'équilibrage statique [80, 121], annulant ainsi la principale composante des couples requis aux articulations. Une approche alternative à la diminution de l'impédance des manipulateurs consiste plutôt, en cas de collision, à isoler l'inertie du manipulateur de celle de ses actionneurs. L'approche privilégiée par ce concept est l'ajout de compliance aux actionneurs. Cette avenue a fait apparaître une variété de nouveaux actionneurs disposant d'une compliance intrinsèque, notamment et pour ne nommer que les plus célèbres, le *Series elastic actuator* [94], le *Differential elastic actuator* [79] et le *Distributed macro mini* [106]. Pour solutionner pleinement le problème du danger que représente un robot pour l'humain, il est généralement reconnu que les capacités sensorielles des robots doivent être aussi augmentées. Certains ont proposé l'ajout de capteurs des couples aux actionneurs afin de percevoir les collisions entre le manipulateur et son environnement [42, 114]. Cependant, la solution favorisée par la communauté et de loin la plus convoitée est de doter la surface entière des robots d'une couche sensorielle aux capacités similaires à celles de la peau humaine. Bien que plusieurs approches aient été envisagées comme solutions à ce défi [56, 105, 60, 31], il est généralement reconnu qu'aucune solution existante ne permet encore de soutenir une telle comparaison avec les capacités sensorielles humaines [23].

Un excellent exemple d'un manipulateur d'ipHR ayant été conçu en respectant la majorité de ces lignes directrices est le *Light weight robot 3* du DLR : un robot léger, compliant et aux formes arrondies, disposant d'une capacité de détection aux articulations. Une image de la version bientôt commercialisée de ce manipulateur peut être vue à la figure (6.a).

La figure (7) montre des exemples d'*Intelligent Assist Devices* (IAD), une variante de robots d'ipHR à vocation industrielle que l'on pourrait plutôt qualifier d'outils de travail évolués possédant certaines des capacités des manipulateurs d'ipHR [20].

Au-delà de l'aspect sécurité rendu nécessaire par la proximité entre humains et robots qu'implique la réalisation de ce concept, ces robots d'interaction devront avoir la **capacité d'interagir physiquement et de coopérer** avec l'humain. Ceci implique principalement des avancements dans le domaine de **la commande** des robots. Les principaux défis liés à cet aspect sont que les robots puissent percevoir les intentions de l'humain, les comprendre et agir en conséquence. De plus, le comportement résultant devra être intuitif pour l'humain et stable en tout temps. En supposant aussi que les

robots d'ipHR auront la capacité de percevoir les contacts entre l'ensemble de leurs membrures et leur environnement, on devra doter ceux-ci d'une capacité naturelle à réagir aux contacts indésirés. Finalement, pour assumer de manière autonome une partie des tâches qui leur seront assignées, ces robots devront, à la manière de leurs ancêtres industriels, avoir encore la possibilité de générer des mouvements de manière autonomes.

Un exemple d'application de ce concept est montré aux figures (6.c) et (6.d) où *Rob@work* [50], un robot d'ipHR développé au Fraunhofer IPA, peut être vu évoluant en situation de coopération et assistant l'humain de manière autonome dans la réalisation d'une tâche.

La commande des robots d'ipHR étant le sujet de cette thèse, une revue de littérature plus détaillée et relative à chacun des défis sera faite dans le chapitre qui lui sera associé. Cependant, le lecteur désireux d'en savoir davantage sur les défis liés aux robots d'ipHR en général et plus particulièrement sur les exigences liées à l'aspect sécurité mentionné plus haut, est invité à consulter l'article [28], qui se veut un bon résumé de tous ces aspects.



(a) Cobotics™. IAD conçu par Stanley pour assister l'humain dans l'insertion d'un tableau de bord.



(b) Gorbet Easy Arm™. Autre exemple d'IAD.

FIG. 7 – Exemples d'IADs

Objectif et contributions de la thèse

Le sujet de l'interaction physique entre humains et robots n'ayant passé que récemment du domaine de la science-fiction à un sujet de recherche sérieux, il y a encore aujourd'hui de criants besoins pour des progrès significatifs dans l'ensemble des domaines liés aux défis que pose l'application de ce concept. Parmi ces défis, cette thèse ne retiendra que les aspects liés au fait de donner la **capacité** aux robots d'ipHR **d'interagir** et de **coopérer** avec l'humain et aura par conséquent pour coeur la problématique de la commande de ces robots.

Comme on le verra, certains travaux ont déjà été publiés dans ce domaine ; on arrive ainsi aujourd'hui à commander d'une quelconque manière ces robots puisque certains IADs sont déjà présents dans les chaînes d'assemblage des grandes industries. Ceux-ci, toutefois, s'avèrent souvent très peu intuitifs en mode de collaboration et requièrent généralement l'application d'efforts élevés en regard des normes ergonomiques. Ces caractéristiques négatives font que ces robots sont souvent peu appréciés des travailleurs, voire même mis de côté, avec l'impact qu'il devient difficile de justifier leur coût élevé. De plus, tel que mentionné plus haut, le comportement attendu des robots d'ipHR ne se résume pas seulement à suivre les mouvements humains par la production de déplacements à l'effecteur, mais nécessite une capacité de réaction aux contacts ou de fonctionnement en mode autonome. Trop souvent, ces deux derniers points sont ignorés dans la littérature, avec la conséquence que peu de solutions complètes et applicables à ces robots sont disponibles. Cette réalité a comme incidence que plusieurs lois de commande distinctes doivent souvent être utilisées pour la commande de ces robots, ce qui complexifie grandement le contrôleur résultant.

La contribution de cette thèse est de pallier ces deux faiblesses en présentant de nouvelles techniques de commande conduisant à un **comportement beaucoup plus naturel et intuitif en situation d'interaction**, tout en proposant une **solution complète** prenant en compte l'ensemble des requis sur la commande imposés par une situation d'ipHR. Cette thèse abordera par conséquent plusieurs sujets distincts liés à la commande des robots d'ipHR, qui seront traités en trois parties séparées qui regrouperont à leur tour des chapitres traitant de problématiques similaires.

Le mode d'opération impliquant la coopération directe entre humains et robots étant

le coeur motivant l'avènement de cette nouvelle génération de robots, une partie entière regroupant trois chapitres lui sera consacrée. Dans cette première partie visant à définir le comportement idéal dans l'espace opérationnel permettant une coopération entre humains et robots d'un naturel sans précédent, une introduction à la problématique des mouvements coopératifs ainsi qu'une solution à celle-ci seront d'abord présentées au chapitre 1. La solution proposée dans ce chapitre prendra uniquement en compte des considérations liées à l'obtention d'un comportement performant et qui semblera naturel pour l'humain, sans égard à la stabilité de la commande. On étudiera ensuite au chapitre 2 le problème de la stabilité de l'interaction entre les deux parties, une problématique bien connue pour ses fortes répercussions sur les performances d'interaction, mais qui représente aussi un risque potentiel réel pour l'humain. Le chapitre 3 de cette thèse terminera cette partie en proposant une nouvelle loi de commande qui, basée sur les travaux des deux premiers chapitres, sera à la fois intuitive et stable dans l'espoirance d'élever la coopération physique entre humains et robots à un niveau similaire à l'interaction humain-humain.

La partie 2 regroupe deux chapitres qui porteront sur les modes de fonctionnement alternatifs des robots d'ipHR. Cette partie se terminera par la proposition d'une loi de commande unifiée permettant à un robot d'évoluer dans l'ensemble de ces modes de fonctionnement. Ainsi, le chapitre 4 traitera de la problématique des contacts pouvant survenir en tout point entre un robot et son environnement et proposera des solutions permettant de doter le robot d'une capacité de réaction. Ces travaux permettront à un robot disposant d'une technologie de capteurs adéquate de réagir à un contact localisé en un point sur une quelconque de ses membrures, tout en continuant de manière optimale la réalisation de la tâche demandée à l'effecteur. On verra par la suite au chapitre 5 comment le problème (aux mille solutions connues) qu'est la génération de mouvements autonomes peut être résolu en ipHR afin de minimiser le changement de loi de commande lors du passage du mode coopératif vers le mode autonome. Ce chapitre se terminera par la proposition d'un algorithme de commande unique permettant à un robot d'évoluer tour à tour dans l'ensemble de ces modes de fonctionnement et suggérera aussi une technique d'implémentation concrète de ces algorithmes.

La troisième et dernière partie abordera la problématique de l'asservissement articulaire des robots d'ipHR. Tel que mentionné plus haut dans cette introduction, les robots d'ipHR sont appelés à être mécaniquement conçus différemment, notamment par l'ajout de compliance aux articulations ou en réduisant la puissance aux action-

neurs. Dans de telles circonstances, les régulateurs simples communément utilisés en robotique risquent de se révéler insuffisants pour asservir adéquatement ces nouveaux manipulateurs technologiquement plus avancés. Le chapitre 6 présentera ainsi de manière assez générale l'adaptation aux manipulateurs d'un type de commande bien connu dans l'asservissement des procédés lents, c'est-à-dire la commande prédictive. Pour pallier la lourdeur de la formulation qui en résultera, le chapitre 7 présentera enfin une version simplifiée de cette approche, permettant de soutenir la comparaison avec des régulateurs linéaires simples en terme de difficulté de mise en oeuvre, tout en étant parfaitement adaptée à l'asservissement articulaire des robots d'ipHR.

Ces trois parties, formant le corps de cette thèse, contiendront aussi plusieurs sections expérimentales. Puisque la signification physique des équations de commande est souvent difficile à visualiser par opposition à des domaines tels que la géométrie, qui se prête merveilleusement à cet exercice, il est de l'avis de l'auteur, impératif de démontrer le fonctionnement des lois de commande obtenues. Cependant, cet ouvrage se veut avant tout théorique plutôt qu'expérimental, ce qui implique des expérimentations à échelle réduite qui serviront davantage à démontrer le fonctionnement des lois de commande proposées et certains de leurs avantages, plutôt que de fournir une validation scientifique rigoureuse à échelle réelle.

Première partie

Commande dans l'espace opérationnel des robots en mode coopératif

“La seule voie qui offre quelque espoir d’un avenir meilleur pour toute l’humanité est celle de la coopération ”

- Kofi Annan

La première partie de cette thèse porte sur la recherche du comportement idéal dans l’espace opérationnel, conduisant à une interaction physique stable, intuitive et efficace entre humains et robots. Il sera donc question ici des mouvements désirés à l’effecteur uniquement et ce, sans aucune considération pour l’espace articulaire du robot.

Le premier chapitre traite de la conception d’une commande adaptative basée sur l’anticipation des intentions de l’humain, dans l’espoir d’obtenir une coopération humain-robot davantage intuitive. Le chapitre 2 amène le problème de la stabilité des robots évoluant en mouvements contraints et propose une analyse de cette problématique dans le contexte de l’ipHR. Finalement, le chapitre 3 utilise les résultats de cette analyse de stabilité pour concevoir, en harmonie avec la loi de commande présentée au chapitre 1, une nouvelle loi de commande adaptative répondant à l’objectif de cette première partie, c’est-à-dire **stable et intuitive**.

Chapitre 1

Commande intuitive des mouvements coopératifs à l'effecteur

Ce premier chapitre se veut une introduction au problème de la conception d'une loi de commande permettant à un robot de suivre adéquatement les mouvements de l'humain lors de la réalisation d'une tâche coopérative. La solution complète à ce problème passe par une prise en compte de plusieurs aspects tels que la stabilité du contrôleur, la sécurité associée au comportement résultant ou l'intuitivité de la commande pour l'humain. Dans ce chapitre, seul ce dernier aspect sera pris en compte. On cherchera donc à définir l'équation de commande, régissant les mouvements d'un robot dans l'espace opérationnel, permettant l'interaction la plus efficace et naturelle pour l'humain et ce, sans aucune autre considération. On entend ici par intuitive et naturelle une commande ne nécessitant de la part de l'humain aucun apprentissage préalable pour l'obtention d'une coopération fonctionnelle et efficace avec un robot. Toutefois, avant d'amorcer l'étape de la conception du contrôleur, la problématique générale de la commande des robots en mode coopératif sera introduite.

1.1 Problématique de la commande d'un robot en mode coopératif

Puisque ce chapitre porte sur la définition d'un loi de commande qui permettra à un robot de produire des mouvements coordonnés de manière à directement et intuitivement assister l'humain, il est primordial de comprendre au préalable les mécanismes régissant un acte de coopération entre deux entités physiques. Chaque être humain apprendra, au cours de ses premières années d'existence, comment s'acquitter de cette tâche fondamentale qu'est le transport d'objets en coopération avec une autre personne. Au début, maladroitement, celui-ci suivra les mouvements des autres, mais bien vite guidera à son tour les mouvements de ceux-ci. Ces deux rôles successifs et distincts de *meneur* et de *suiveur* sont à la base même de la collaboration physique entre deux êtres. Pour bien fonctionner, l'acte de coopération nécessite que l'une des deux personnes impliquées connaisse le point de destination et produise ainsi des mouvements pour y arriver. L'autre aura plutôt comme tâche de suivre les mouvements produits par le meneur de manière à ne pas perturber ceux-ci, ce qui en d'autres mots revient à minimiser les forces d'interaction. Naturellement, deux personnes expérimentées ne seront pas toujours strictement confinées dans ces rôles. Bien souvent, lorsque la destination est précisément connue des deux personnes, les rôles peuvent s'alterner successivement et rapidement au cours d'une même activité de coopération. Cependant, pour un instant donné, l'essence des rôles se résumera toujours à ce jeu de meneur et de suiveur.

En vue d'une éventuelle coopération physique entre un humain et un robot, il est primordial que ces deux rôles soient respectés. Quoique théoriquement, chaque partie pourrait avoir la capacité d'évoluer dans les deux rôles, l'idée de la coopération physique humain-robot prend son sens principalement lorsque l'humain possède la fonction de meneur. En effet, tel que mentionné dans l'introduction, l'idée principale derrière le rapprochement de ces deux parties est de combiner la formidable capacité décisionnelle humaine à l'infatigable force d'un robot. Cette définition confine donc le robot au rôle du suiveur, ce qui impose du point de vue de la commande que celui-ci ait la capacité de suivre les mouvements humains.

Cette dépendance de la commande aux caractéristiques humaines engendre toutefois certaines difficultés au niveau de la conception d'un contrôleur. Il est notamment difficile de définir des critères objectifs de performance pour se guider dans le proces-

sus de conception. Alors que, pour la commande conventionnelle des robots en mode autonome, plusieurs indices de performance existent tels le temps de cycle ou la précision à l'effecteur, l'appréciation d'un bon contrôleur dans le contexte de l'ipHR passe par la perception subjective qu'en a l'opérateur humain. Cette réalité est d'autant plus ingrate que celui-ci est non seulement le juge de cette commande, mais fait aussi partie intégrante de cette boucle de commande.

Cependant, la problématique principale inhérente à la conception d'une loi de commande destinée aux robots coopératifs provient de la capacité nécessaire d'un robot, tel que mentionné plus haut, à *i*) percevoir et *ii*) à interpréter adéquatement les intentions humaines afin de générer des mouvements qui iront de pair avec ceux de l'humain. Issues d'un processus décisionnel arbitraire, gouvernées par des contraintes de position, de vitesse et d'accélération désirées, les intentions de mouvement de l'humain sont difficiles à modéliser et à prédire. Hogan et Flash [34] ont réalisé plusieurs expérimentations afin de comprendre et de modéliser ceux-ci. Les résultats obtenus pour des mouvements aux conditions initiales et finales nulles suggèrent que le profil de vitesse cartésien au niveau de la main suit une distribution en forme de cloche. Cette courbe de vitesse, une fois intégrée, nous donne une représentation mathématique du mouvement typique produit par l'humain au cours de la réalisation d'une tâche de type *prendre et déposer*. Cette relation s'écrit :

$$\mathbf{p}(\tau) = \mathbf{p}_0 + \Delta\mathbf{p}(6\tau^5 - 15\tau^4 + 10\tau^3) \quad (1.1)$$

avec τ , un temps unitaire fonction du temps réel t et du temps de cycle désiré T :

$$\tau = \frac{t}{T}, \quad 0 \leq \tau \leq 1 \quad (1.2)$$

et où $\Delta\mathbf{p}$ est un facteur d'échelle représentant le déplacement parcouru durant la trajectoire. Cette relation est identique au polynôme trouvé indépendamment dans [39] comme solution optimale au problème de la définition d'une trajectoire imposant la continuité sur les trois premières dérivées.

Quoique cette étude nous donne une représentation mathématique des mouvements typiques produits par l'humain, il est difficile d'utiliser cette relation pour une commande étant donnée la dépendance de cette équation à la position finale désirée. Cette donnée étant seulement connue de l'humain, l'équation (1.1) ne peut donc être calculée en temps réel. Néanmoins, il a été proposé dans [22] d'exploiter ce modèle en estimant, à l'aide de celui-ci, les intentions de mouvements humains afin de produire des mouvements conséquents. Ce modèle a aussi d'utile qu'il peut servir comme comportement

de référence au niveau de la conception ou encore être employé dans le processus de validation d'un contrôleur destiné à l'ipHR.

Comme on l'a vu, même s'il est possible de représenter mathématiquement les mouvements typiques générés par un humain au cours d'un acte de coopération, les équations obtenues sont difficilement utilisables puisque encore une fois fonctions des intentions arbitraires de celui-ci (destination finale, temps de cycle). Pour pallier cette réalité, Schrempf et al. [103] ont montré qu'il est possible de prédire adéquatement ces intentions en utilisant une méthode probabiliste basée sur des réseaux Bayésiens dynamiques. En dépit de ce succès, les approches prédictives restent marginales dans la littérature. L'avenue grandement privilégiée dans la communauté de l'ipHR est basée plutôt sur un principe réactif. Dans ce type d'approche, on cherchera plutôt à **capter** les forces d'interaction ou les mouvements humains et à **agir** en conséquence.

Plusieurs avenues différentes ont été empruntées afin de capter les mouvements et les intentions de l'humain. La présente thèse se préoccupera toutefois uniquement de celle utilisant le sens du toucher comme canal d'interaction. À l'intérieur de cette famille d'approches, Hirzinger et al. [42] ont proposé une architecture basée sur des capteurs de couples situés à chaque articulation d'un manipulateur à 7 degrés de liberté (ddl). Cette approche a l'avantage de permettre à la fois l'interaction à l'effecteur ou en tout autre point sur le robot. Toutefois, elle a l'inconvénient de nécessiter l'utilisation d'un modèle dynamique pour découpler les forces d'interaction de la statique et de la dynamique du manipulateur. Kobayashi et al. [71] ont présenté une approche très similaire, mais où les couples aux articulations sont cette fois-ci estimés en se basant sur le courant aux actionneurs. Cette approche a d'original et d'utile qu'elle ne nécessite l'ajout d'aucun senseur additionnel pour permettre l'ipHR, mais souffre par contre des mêmes désavantages que celle d'Hirzinger, ainsi que d'une plus grande incertitude sur la valeur estimée des couples articulaires. L'approche de loin la plus répandue pour percevoir les forces d'interaction est l'utilisation d'un capteur d'effort multi-axes à l'effecteur ou au point d'interaction [72, 2, 85]. Cette dernière méthode est celle utilisée dans la majorité des expérimentations présentées dans cette thèse, toutefois les équations de commande présentées seront applicables peu importe la technologie de capteur employée et ce, dans la mesure où les forces au point d'interaction seront connues.

Capter les forces d'interaction est la première partie des méthodes dites réactives.

Une fois connues, ces forces seront utilisées à l'intérieur d'un modèle afin de générer des commandes qui serviront de consignes aux régulateurs primaires du robot. Puisque le rôle du suiveur implique comme objectif principal d'aider dans la plus grande transparence possible le meneur et donc de minimiser les forces d'interaction, la commande en force des robots a fréquemment été utilisée comme méthode d'asservissement dans le domaine de l'ipHR [76], [32]. La commande qui s'impose toutefois dans la littérature associée à l'ipHR est la commande par impédance/admittance [57, 59, 1, 117, 113, 127]. La section suivante présente cette philosophie de commande, ses particularités et avantages ainsi que les caractéristiques qui rendent celle-ci intéressante pour des applications d'ipHR.

1.2 Commande par impédance/admittance

1.2.1 Fondements de la commande par impédance

La commande par impédance est un concept en automatique amené par Hogan [52, 53, 54] au milieu des années 1980 en réponse au nombre grandissant d'applications requérant l'interaction d'un robot avec son environnement. L'idée derrière cette commande est de modifier la dynamique apparente d'un robot au point d'interaction. Ceci en fait l'extension logique de la commande par compliance active développée par Salisbury [101] au tout début des années 1980, qui portait sur le comportement statique apparent.

Le postulat derrière la commande par impédance est que, peu importe le contrôleur, le manipulateur apparaîtra toujours comme un système physique unique à l'effecteur [53]. Certes, ce contrôleur aura toujours pour effet de modifier la dynamique apparente à l'effecteur par rapport à la dynamique réelle du manipulateur issue de ses caractéristiques mécaniques (membrures, moteurs, joints). Toutefois, il reste que le comportement résultant aura toujours un équivalent physique. Basée sur cette prémisse, l'idée est donc de commander cette dynamique apparente (aussi appelée dynamique virtuelle) de manière à ce que le comportement résultant au point d'interaction suive celui d'un système physique voulu. Le contrôleur aura comme rôle de soustraire ou d'ajouter une certaine dynamique à celle du robot afin d'obtenir ce comportement désiré.

L'équation générale dite d'impédance servant à représenter la dynamique virtuelle désirée est :

$$\mathbf{f} = \mathbf{M}\ddot{\mathbf{p}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{p}} + \mathbf{K}\Delta\mathbf{p}, \quad (1.3)$$

où $\ddot{\mathbf{p}}$, $\dot{\mathbf{p}}$ et \mathbf{p} réfèrent à un vecteur de position et ses première et deuxième dérivées, \mathbf{f} est le vecteur de force au point opérationnel, Δ est l'opérateur d'écart global et \mathbf{M} , \mathbf{C} et \mathbf{K} sont des matrices définies positives. Les équivalents physiques de ces trois dernières variables sont bien entendu la masse, l'amortissement ainsi que la raideur.

Comme l'interprète Cheah [17], l'approche de Hogan basée sur la dynamique apparente a d'intéressant qu'elle n'essaie pas de suivre une position ou une trajectoire en force, mais plutôt de contrôler le mouvement et les forces en développant une relation entre les forces d'interaction et la position du manipulateur. La commande par impédance est donc par sa définition une approche naturelle pour faire **l'intermédiaire entre le monde des positions et celui des forces**. C'est ce rôle d'intermédiaire qui fait de cette famille de commande une candidate intéressante pour la commande des robots destinés à coopérer avec l'humain. En effet, tel que mentionné dans la section 1.1, pour l'obtention d'une synergie efficace entre humain et robot, ce dernier se doit d'assurer avec succès le rôle du suiveur. En utilisant seulement le sens du toucher comme moyen d'interaction, l'essence de ce rôle se résume à percevoir les forces au point d'interaction qui résultent des déplacements de l'humain et de générer des mouvements qui y sont conséquents. La commande par impédance (ou devrait-on dire admittance) apparaît donc comme une solution logique pouvant facilement servir de pont entre ces forces perçues et les déplacements voulus.

Cette dernière phrase amène le problème de la dualité impédance/admittance. Dans une dynamique d'interaction à deux parties, l'une doit physiquement compléter l'autre [53]. Par conséquent, si l'un des côtés de l'interaction se comporte en impédance, le second devra agir comme une admittance. Ces deux types de commande partagent la même équation de base mais diffèrent dans leurs mise en oeuvre. Alors qu'une impédance acceptera comme entrée les déplacements et aura pour variable de sortie la force, la commande par admittance utilisera inversement les forces mesurées pour générer ses déplacements. Par conséquent, la nature des rôles respectifs assignés aux deux parties de l'interaction impose logiquement que, dans le contexte de l'ipHR, l'humain agisse en impédance et que le robot réponde en admittance¹.

¹Il est à noter que cette distinction entre impédance et admittance est bien souvent absente dans la littérature liée à l'ipHR. Ainsi, plusieurs articles réfèrent souvent à tort à l'impédance pour une

1.2.2 Commande par admittance appliquée à l'ipHR

En raison de la similarité entre la problématique de l'ipHR et celle qui a conduit à l'émergence de la commande par impédance, ainsi que ses caractéristiques naturelles intéressantes mentionnées à la section précédente, la commande par impédance s'est imposée rapidement comme *la* commande idéale pour l'ipHR. Les premiers cas d'implantation [58, 72] ont rapidement fait ressortir la proximité naturelle de cet algorithme avec les systèmes de commande physiologiques humains et par conséquent, la familiarité pour l'humain du comportement obtenu. Toutefois, l'application à l'ipHR de cette méthode de commande ne s'est pas faite sans une certaine adaptation. Le rôle du suiveur assigné au robot impose notamment l'emploi d'une équation décrivant la dynamique virtuelle désirée, légèrement différente de l'équation (1.3). Puisque seul l'humain connaît la destination finale, il est quasi impossible de mettre un point spatial d'attache dans l'équation de la dynamique du robot. Ainsi, l'équation d'admittance généralement employée dans le domaine de l'ipHR s'apparente à celle d'un système masse-amortisseur :

$$\mathbf{f} = \mathbf{M}\dot{\mathbf{p}} + \mathbf{C}\mathbf{p}. \quad (1.4)$$

Cette équation a l'avantage de posséder une infinité de points d'équilibre dans l'espace, permettant ainsi de suivre librement les mouvements de l'humain. En transformant la version unidimensionnelle de cette équation dans le domaine de Laplace, on obtient l'équation de premier ordre suivante :

$$G(s) = \frac{\dot{p}}{f} = \frac{\frac{1}{c}}{\frac{m}{c}s + 1}. \quad (1.5)$$

Cette représentation montre clairement l'impact de chaque paramètre sur le comportement résultant du robot commandé par un tel algorithme. Ainsi, il devient clair que la vitesse maximale obtenue à l'état d'équilibre est fonction seulement du paramètre d'amortissement (gain statique) et que la dynamique de la réponse est une relation couplée entre la masse et le coefficient d'amortissement. Par conséquent, pour l'obtention d'une coopération transparente entre un humain et un robot, il est impératif que ces coefficients soient déterminés de manière à ce que le comportement résultant du robot soit un complément adéquat à celui de l'humain.

Conscients des différences fondamentales entre le contexte qui a conduit Hogan à développer la commande par impédance et celui du domaine de la coopération humain-commande qui est en fait de type par admittance [57, 59, 58, 117].

robot, Ikeura et al. [96] ont étudié la coopération entre deux humains. En plus de permettre de conclure que l'équation (1.4) conduit à un comportement résultant similaire à celui adopté par un humain ayant le rôle du suiveur lors d'une collaboration humain-humain, leurs expérimentations ont permis de jeter des bases en ipHR en ce qui a trait à l'ajustement des paramètres du modèle physique virtuel. Une des caractéristiques fondamentales qui ressort de cette étude est qu'en dépit de certaines ressemblances dans la manière d'interagir et de manipuler, chaque personne a ses particularités. Ainsi, il devient difficile de définir des valeurs fixes pour chaque coefficient de l'équation (1.4), qui permettraient à tous une coopération naturelle et optimale. En réponse à ce constat, une méthode a été proposée dans [58], permettant de définir dans le contexte d'une tâche donnée et pour un opérateur donné la valeur optimale de ces coefficients. Toutefois, cette méthode requiert une acquisition *a priori* dont le résultat ne sera valide que pour cette personne et dans le contexte de la tâche donnée et ce, à la seule condition que ses habitudes de mouvement ne changent pas en cours de route. De plus, cette méthode ne permet pas de pallier l'autre inconvénient mentionné dans [57], associé à l'utilisation de coefficients d'admittance uniques.

Cet inconvénient est le résultat de l'antagonisme existant entre les avantages et les inconvénients d'une valeur donnée d'amortissement virtuel. En effet, une valeur faible de l'amortissement virtuel en vertu de l'équation (1.5) permettra au robot d'effectuer de bonnes accélérations et d'atteindre une bonne vitesse. En revanche, celle-ci conduira à de très mauvaises performances en décélération. À l'inverse, l'utilisation d'une valeur élevée de ce paramètre permettra des arrêts rapides et faciles mais aussi des accélérations fastidieuses. Pour éviter cette problématique, l'humain ajuste en continu son comportement visqueux [38], [78] lorsqu'en situation de simple manipulation ou de coopération avec d'autres. En réaction à cette dualité inconvénients/avantages de l'utilisation de paramètres fixes d'impédance et inspirés par les capacités d'adaptation de l'humain, Ikeura et al. [57] furent les premiers à proposer dans un contexte d'ipHR l'utilisation d'une commande à impédance variable. Dans ce dernier travail, ceux-ci proposèrent d'utiliser deux valeurs distinctes d'amortissement applicables selon la vitesse actuelle du manipulateur, en comparaison d'un seuil pré-établi. Conscient de la limitation en terme d'adaptabilité de son approche, ce même groupe proposa plus tard dans [59] une méthode discrète similaire, mais où les valeurs des deux coefficients varient légèrement autour de leurs valeurs initiales selon un critère de performance arbitraire. Dans un esprit différent, lié plutôt à des considérations de stabilité plutôt que d'intuitivité, Tsumugiwa et al. [117] proposèrent de varier ce même paramètre en proportion

de la raideur humaine estimée.

Encouragée par cette avenue, la section suivante présente une nouvelle approche de commande par admittance variable qui ajoute un volet **anticipation** à cette famille de commandes principalement basée sur la **réaction**. Dans cette mesure, la commande proposée s’approche davantage de la réaction humaine dans le rôle du suiveur, qui est une combinaison évoluée d’anticipation et de réaction. Cette nouvelle proximité est développée dans l’espoir d’obtenir une coopération davantage intuitive et performante entre les deux parties.

1.3 Admittance variable

L’algorithme de commande par admittance variable est développé ici afin de surmonter les limitations mentionnées ci-dessus des modèles d’admittance conventionnels appliqués à l’ipHR. Quoique certains modèles d’impédance/admittance variable furent déjà proposés, tel que vu à la section précédente, aucun ne permet encore une réelle adaptation en continu visant l’obtention d’un comportement intuitif au point d’interaction. Le modèle de commande présenté dans cette section a comme particularité l’ajout d’une nouvelle dimension à la commande par admittance en ajustant en temps réel l’amortissement selon l’anticipation des intentions de mouvement de l’humain.

Dans le domaine de l’ipHR utilisant le sens du toucher comme canal d’interaction, l’interprétation des intentions humaines est typiquement basée sur la direction ainsi que l’amplitude de la force mesurée au point opérationnel. Ces informations fournissent essentiellement des connaissances sur les intentions **présentes** : la direction et la vitesse souhaitées par l’opérateur. Afin d’anticiper les intentions **futures** de l’humain, il est possible d’utiliser la dérivée temporelle de la force. D’une manière similaire à la prédiction de la valeur d’une fonction basée sur une série de Taylor de premier ordre, celle-ci permettra de prédire si l’humain désire accélérer ou décélérer. Cette information additionnelle sera employée pour ajuster en temps réel le coefficient d’amortissement virtuel, et ce, afin de contourner les limitations mentionnées à la section 1.2.2 de la commande par admittance appliquée à l’ipHR. La valeur de ce coefficient sera donc ajustée selon la loi suivante :

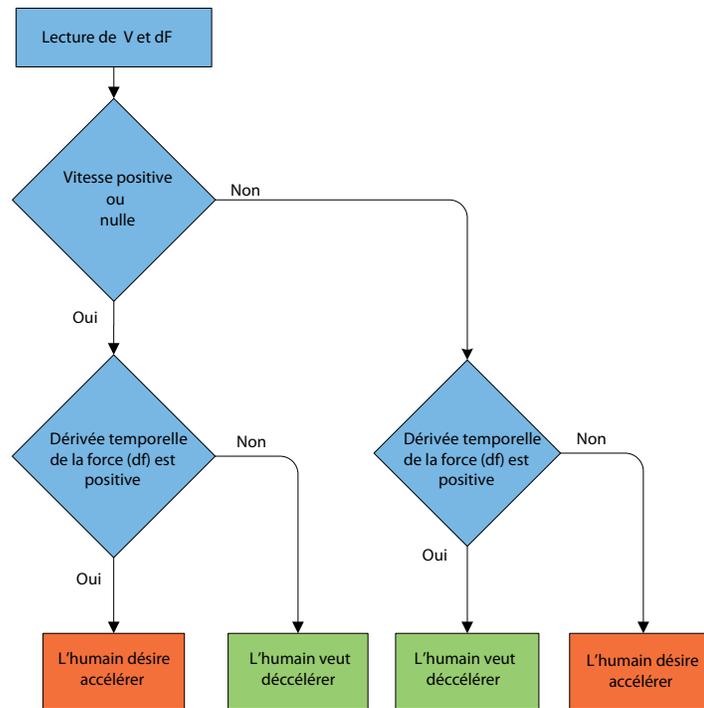


FIG. 1.1 – Interprétation de la dérivée temporelle de la force.

Une augmentation soudaine de l'amplitude de la force f dans la direction du déplacement ou en partant d'une vitesse nulle est interprétée comme une intention humaine d'accélérer. Dans cette situation, un haut coefficient d'amortissement pose préjudice à l'efficacité et au naturel de l'interaction, car il limite l'accélération et le gain en vitesse. Par conséquent, le coefficient d'amortissement c dans cette direction devrait être réduit. D'autre part, une baisse soudaine de l'amplitude de la force dans la direction du déplacement est interprétée comme une intention de l'opérateur humain de ralentir, d'arrêter ou d'inverser le sens du mouvement. Dans cette situation, un haut coefficient d'amortissement sera utile puisqu'il aidera à dissiper l'énergie cinétique virtuelle du manipulateur.

La figure (1.1) donne une représentation graphique de l'interprétation proposée des intentions humaines basée sur la dérivée temporelle de la force.

Afin d'implanter mathématiquement cette loi écrite, on modifie la matrice d'amortissement virtuel de l'équation (1.4) telle que :

$$\mathbf{C}_v = \mathbf{C} - \mathbf{S}, \quad (1.6)$$

où l'élément ij de la matrice \mathbf{S} est donné par :

$$s_{ij} = \alpha \delta_{ij} \text{sgn}(\dot{p}_i) \dot{f}_i \quad (1.7)$$

et où \dot{f}_i est la dérivée temporelle de la i^{e} composante du vecteur force, \dot{p}_i est la i^{e} composante du vecteur de vitesse au point d'interaction, α est un facteur de pondération, sgn dénote la fonction *signum* et δ_{ij} est le delta de Kronecker dont la valeur est donnée par :

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si } i = j \\ 0, & \text{si } i \neq j. \end{cases} \quad (1.8)$$

Il est à noter que le facteur de pondération α est utilisé pour ajuster l'importance de l'amortissement variable en comparaison de la valeur initialement fixée de ce paramètre. Si ce coefficient est de valeur nulle, la loi de commande présentée redevient équivalente à une loi d'admittance masse/amortisseur conventionnelle, alors qu'une valeur infinie de celui-ci donnera un comportement similaire à une commande en force nulle. Ce facteur de pondération est aussi utile pour restreindre l'impact du bruit amené par l'utilisation de la dérivée temporelle de la force dans l'équation d'admittance. La figure (1.2) démontre le potentiel de l'équation (1.6) à anticiper adéquatement les intentions humaines et à réagir conséquemment à celles-ci. Sur cette figure tirée d'une activité d'interaction réelle entre un robot et un humain et où ce dernier a eu la tâche de produire un mouvement rectiligne allant d'un point a à un point b , il est possible de remarquer que, lors de la phase d'accélération, l'amortissement virtuel diminue pour finalement augmenter en fin de parcours afin d'aider l'humain à décélérer.

En remplaçant la matrice d'amortissement virtuel \mathbf{C} de l'équation (1.4) par cette nouvelle matrice \mathbf{C}_v on obtient :

$$\mathbf{f} = \mathbf{M}\ddot{\mathbf{p}} + \mathbf{C}_v\dot{\mathbf{p}}, \quad (1.9)$$

une loi de commande par admittance variable, s'adaptant en temps réel selon l'anticipation des intentions humaines. La figure (1.3) montre le schéma de commande en boucle fermée obtenu en situation d'ipHR.

1.3.1 Quelques considérations de stabilité

Il est toujours à propos de se questionner sur la stabilité d'une loi de commande ; par contre, comme on le verra au prochain chapitre, la réponse à cette question revêt une

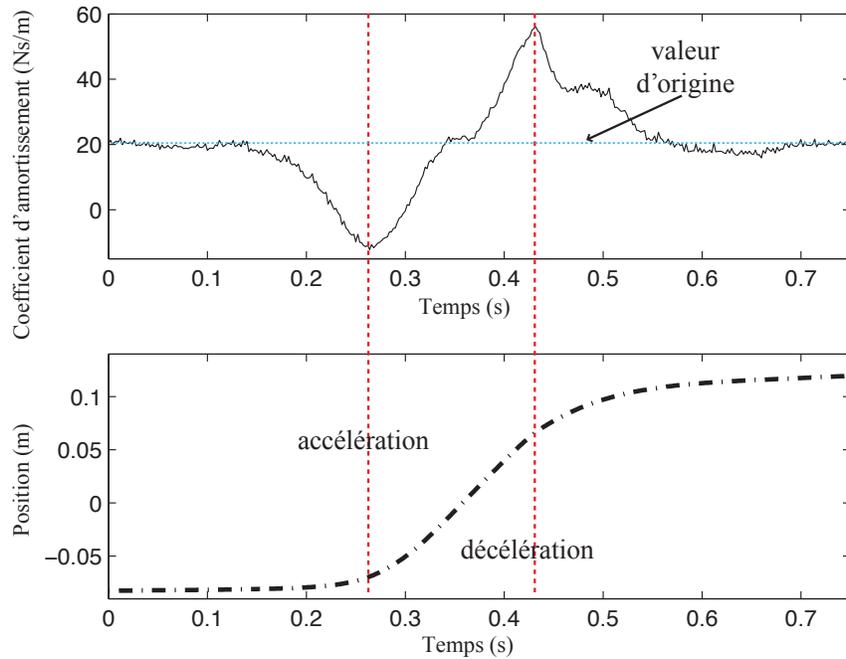


FIG. 1.2 – Variation de l’amortissement virtuel en situation réelle d’interaction.

importance capitale dans le contexte de l’ipHR. En effet, une commande instable pourrait grandement compromettre la sécurité humaine étant donné la proximité nouvelle requise par ce mode de fonctionnement. La commande par admittance/impédance, tout comme la majorité des algorithmes destinés à la commande des robots en mouvements contraints, est bien connue pour devenir instable lorsqu’en présence d’une interface présentant une raideur élevée au point d’interaction [117]. Étant donné la capacité naturelle de l’humain à varier sa raideur Cartésienne apparente, il est fort à parier que toutes les conditions pour obtenir un comportement instable à l’effecteur seront présentes. Une conclusion formelle sur la stabilité du schéma de commande développé plus haut est toutefois difficile à réaliser. En effet, la non-linéarité de l’équation (1.7) due à la présence de la fonction *signum* et de l’utilisation de la dérivée de la force, jumelée à la présence de l’humain dans le schéma de commande en boucle fermée, rendent presque impossible une preuve de stabilité selon des critères conventionnels (et linéaires) tel le critère de Routh-Hurwitz. Toutefois, en analysant les règles régissant l’adaptation en temps réel de l’admittance du manipulateur, certaines conclusions encourageantes peuvent être posées. En effet, la loi de commande présentée a d’intéressant, par la définition de sa règle d’adaptation, qu’elle tendra naturellement à stabiliser les mouvements instables naissants. En effet, la conséquence d’une instabilité est une oscillation croissante autour

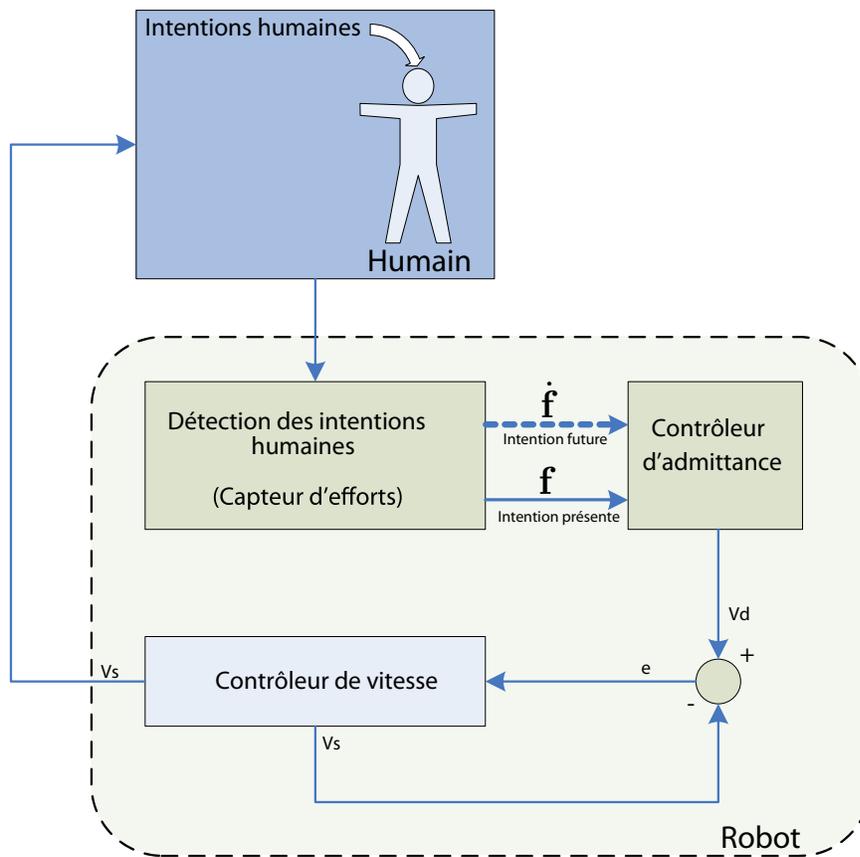


FIG. 1.3 – Schéma de commande en boucle fermée en situation d'ipHR.

d'un point d'équilibre. Un tel mouvement, c'est-à-dire un déplacement dans une direction contre le gré de l'opérateur humain, aura comme impact selon l'équation (1.6), l'augmentation de l'amortissement virtuel du système. L'augmentation de cet amortissement, comme dans le cas d'un système physique réel, est bien connue pour stabiliser la commande, voire même à l'extrême immobiliser le système.

Ces considérations hypothétiques ont été vérifiées en situation réelle d'interaction au cours de laquelle, pour un coefficient donné, la loi de commande variable présentée ici s'est montrée moins susceptible à l'instabilité que son équivalent à coefficient constant. Toutefois, en dépit de l'obtention d'une oscillation d'amplitude moindre et d'une plus grande tolérance à la rigidité au point d'interaction, cet algorithme de commande s'est montré incapable de garantir une interaction stable en situation réelle et ce, pour plusieurs valeurs initiales de coefficients d'amortissement. L'analyse plus poussée de ce schéma de commande en simulation nous a permis de constater que, pour l'obtention d'une commande stable pour toute la plage utile de valeurs des paramètres d'admittance, une valeur très élevée du paramètre α de l'équation (1.7) sera requise. En pratique, puisque cette équation est fonction de la dérivée temporelle de la force mesurée au point d'interaction, l'amplitude du bruit sur la partie adaptative de la commande ne permet pas l'emploi d'une telle valeur du paramètre α . En effet, passée une certaine valeur de ce facteur de pondération, l'amplitude du bruit transmis dans la commande est telle que le système se met à vibrer à une fréquence propre au bruit. Par conséquent, on peut conclure qu'en pratique, la commande adaptative présentée dans ce chapitre est incapable de garantir la stabilité de l'ipHR. Ce problème sera étudié plus en détails au chapitre 2 et une solution sera proposée au chapitre 3 de cette thèse.

1.4 Validation des propriétés adaptatives de la commande

1.4.1 Système expérimental

Afin de valider les propriétés adaptatives de l'équation de commande présentée ainsi que de quantifier l'augmentation résultante en terme d'efficacité de l'ipHR, une expérimentation en situation réelle de coopération a été réalisée. Le robot utilisé dans

le cadre de cette expérimentation est le *Tripteron* [40], un robot parallèle à 3 degrés de liberté (ddl). Ce robot est un manipulateur translationnel pleinement découplé, ce qui signifie que sa matrice jacobienne est la matrice identité dans toutes les configurations. Cette caractéristique intrinsèque à l'architecture implique que la dextérité de ce robot est constante dans l'espace. Ceci représente un avantage significatif dans un contexte de coopération entre robot et humain, ce dernier n'ayant ainsi pas à se préoccuper de la possibilité de positionner le robot dans une configuration singulière. L'utilisation de ce manipulateur a comme autre avantage de couvrir une gamme impressionnante de mouvements humains en termes de vitesse et d'accélération, en raison de ses grandes capacités dynamiques qui lui permettent d'effectuer des accélérations allant jusqu'à 5g. Un capteur d'effort 6 axes (forces/couples) *ATI mini-40* a été monté à l'effecteur afin de mesurer les forces d'interaction entre le robot et l'humain. Puisque le robot permet seulement des translations, seules les forces ont été utilisées. Le contrôleur du robot a été implanté sur un ordinateur *QNX* temps réel fonctionnant à une fréquence d'asservissement de 500 Hz.

1.4.2 Description de l'expérimentation

La tâche utilisée pour valider le potentiel de la commande par admittance variable à commander les robots destinés à l'ipHR est une tâche coopérative où il a été demandé aux sujets humains de tenir un crayon en coopération avec le *Tripteron* afin de suivre et de tracer en synergie avec celui-ci un parcours préétabli. Plus précisément, cette tâche coopérative requiert du sujet humain de tracer un parcours entre deux lignes sur un canevas similaire à un labyrinthe, dans lequel il n'y a aucune ambiguïté sur le chemin à suivre. Même si cette tâche est d'une échelle et d'une nature très différentes de celles des tâches coopératives typiques rencontrées dans le domaine industriel, il reste que celle-ci présente des propriétés intéressantes qui permettront de démontrer le potentiel de l'algorithme de commande développé. Suivre un parcours préétabli nécessite de la part de l'opérateur humain un certain niveau de concentration et implique un mécanisme constant de rétroaction visuelle afin de limiter les dépassements. Cette rétroaction génère, dans un esprit de correction, plusieurs mouvements d'amplitude aléatoire qui sollicitent directement les capacités d'adaptation de la commande présentée. Le modèle du labyrinthe a également été volontairement conçu pour demander de nombreux changements de direction lors du suivi de la trajectoire afin de vérifier le potentiel du

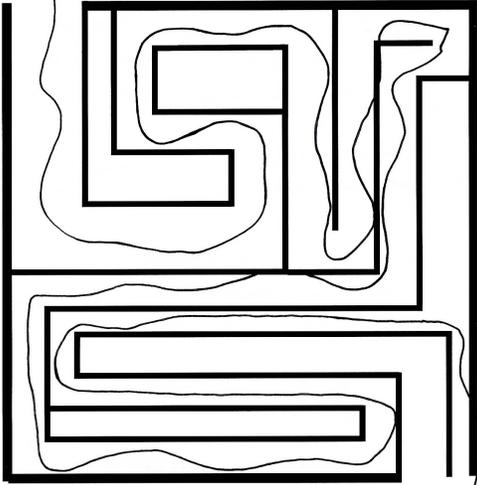


FIG. 1.4 – Parcours réalisé en 18,37 secondes avec le contrôleur par admittance fixe ($c=10 \frac{Nm}{s}$).

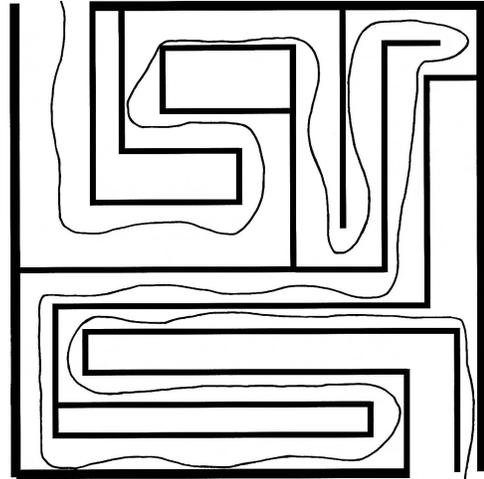


FIG. 1.5 – Parcours réalisé en 16,61 secondes avec le contrôleur par admittance variable.

nouvel algorithme de coopération à suivre de près les mouvements de l'humain.

Chaque sujet a reçu individuellement les instructions suivantes :

1. Tracer le parcours sur la feuille en partant du point initial vers le point final.
2. Effectuer cette tâche le plus rapidement possible.
3. Chaque dépassement du parcours prescrit sera associé à une pénalité sur le temps final, calculée selon :

$$t_N = t + \frac{N_o}{2}, \quad (1.10)$$

où t_N est le temps normalisé, t est le temps mis pour la réalisation de la tâche et N_o est le nombre de dépassements du parcours prescrit.

Il a été demandé aux sujets de réaliser la tâche prescrite deux fois, dans un ordre aléatoire, une fois avec un contrôleur par admittance fixe et une autre fois avec le contrôleur adaptatif proposé. Un coefficient d'amortissement de 10 Ns/m et une masse de 1 kg ont été utilisés comme valeurs des coefficients de la dynamique apparente au point d'interaction pour le cas de la commande par admittance conventionnelle. Pour celui de l'admittance variable, la variation du coefficient d'amortissement autour de la valeur nominale (10 Ns/m) a été autorisée selon $\alpha = 0,01$.

Sujet	Admittance		Admittance variable	
	Temps (s)	Dépassements	Temps (s)	Dépassements
1	25,52	11	19,51	6
2	17,71	8	18,89	5
3	9,64	19	7,55	15
4	18,37	5	16,61	0
5	23,43	9	18,75	8
6	28,55	3	24,42	1

TAB. 1.1 – Temps requis pour compléter la tâche et nombre de dépassements pour chaque sujet, pour les deux algorithmes de commande comparés.

Sujet	Admittance	Admittance Variable	Réduction de temps
	Temps normalisé (s)		
1	31,02	22,51	27,43%
2	21,70	21,39	1,43%
3	19,14	15,05	21,37%
4	20,87	16,62	20,36%
5	27,93	22,75	18,55%
6	30,05	24,92	17,07%

TAB. 1.2 – Temps normalisé pour chaque sujet et pour les deux contrôleurs testés.

Les figures (1.4) et (1.5) montrent le parcours utilisé dans le cadre de cette tâche ainsi que les résultats obtenus pour chaque algorithme par l'un des sujets. Sans référer à aucun indice de performance, on constate tout de suite que les traits sont nettement plus droits et qu'il y a moins de dépassements pour le cas de la commande adaptative. Afin de quantifier l'impact de l'utilisation de cette commande, le tableau (1.1) contient les valeurs mesurées du temps requis par chaque sujet pour compléter la tâche demandée ainsi que le nombre de dépassements effectués. Pour être conséquent avec les instructions données aux sujets, en se basant sur ces données, la valeur du temps normalisé a été calculée selon l'équation (1.10). Les valeurs obtenues et présentées au tableau (1.2) pour cet indice démontrent que les sujets ont tous été plus rapides à effectuer la tâche coopérative avec le contrôleur par admittance variable. La réduction moyenne du temps normalisé est de 17,70%, ce qui signifie une amélioration considérable en terme d'efficacité de l'interaction.

En symbiose avec les résultats quantitatifs obtenus, les commentaires fournis par les sujets ont tous indiqués une préférence marquée pour le contrôleur d'admittance variable. Quoique ces impressions soient basées sur un jugement clairement subjectif, il reste qu'en situation de coopération, l'appréciation humaine demeure l'une des meilleures métriques en ce qui a trait à la performance et au naturel de l'interaction.

1.5 Conclusion

Afin de combler les lacunes de la commande par admittance appliquée aux robots destinés à interagir physiquement avec l'humain, une loi de commande adaptative basée sur l'anticipation des intentions humaines futures a été développée. Ce nouveau contrôleur, dont l'anticipation est liée à la dérivée temporelle de la force mesurée au point d'interaction, a montré, en situation expérimentale, être en mesure d'augmenter l'intuitivité et le naturel de l'interaction physique entre un humain et un robot. En effet, les indices quantitatifs mesurés au cours de l'expérimentation ainsi que le jugement subjectif des participants ont indiqué à l'unanimité la supériorité, dans un contexte d'ipHR, de la commande par admittance variable proposée dans ce chapitre. Toutefois, cette commande ayant été développée selon des contraintes visant uniquement la performance au point d'interaction, la stabilité de celle-ci n'est pas garantie. En dépit du fait que les règles d'adaptation de cette commande ont un effet stabilisant sur le comportement à l'effecteur, on a vu que, pour des raisons pratiques, il est impossible de garantir cette stabilité pour plusieurs valeurs des paramètres d'admittance. Le chapitre suivant portera sur ce problème spécifique dont la résolution est essentielle en ipHR pour des raisons évidentes liées à la sécurité de l'humain. Dans ce chapitre, on cherchera à définir les frontières de stabilité de la commande par admittance appliquée à l'ipHR dans le but avoué de modifier la loi de commande présentée ici, de manière à ce que celle-ci s'adapte non plus seulement selon des contraintes d'intuitivité, mais de manière à garantir la stabilité de l'interaction.

Chapitre 2

Étude des conditions de stabilité d'un robot contrôlé par admittance en situation d'ipHR

Dans le contexte d'une interaction physique entre un robot et un humain, la question de la stabilité du contrôleur devient, pour des considérations évidentes de sécurité, une préoccupation de premier plan. Ce chapitre étudie les conditions de stabilité en boucle fermée de la commande par admittance d'un robot en situation d'interaction physique avec un humain, où le sens du toucher est utilisé comme canal de communication. Préalablement à cette étude de stabilité, une modélisation du système coopératif complet, incluant les caractéristiques des deux parties impliquées dans l'interaction, est réalisée et présentée dans l'espace d'état. Suivant cette modélisation, une fonction candidate de Lyapunov pour cette représentation est découverte. En plus de fournir des conclusions sur la stabilité asymptotique globale du système, la relative simplicité de l'équation résultante permet la dérivation d'expressions générales pour la valeur critique des paramètres d'admittance. La connaissance de ces frontières critiques est fondamentale dans l'optique de concevoir de nouvelles lois de commande adaptatives garantissant la stabilité du système tout en maximisant les performances en situation

d'interaction. La capacité à prédire adéquatement la stabilité d'un robot en situation d'ipHR des équations de frontière trouvées a été vérifiée au cours d'une expérimentation impliquant sept participants et un robot parallèle. Au cours de cette étude, la frontière de stabilité réelle a été définie expérimentalement pour chaque sujet, puis comparée à la valeur anticipée par les équations résultantes de l'analyse de Lyapunov.

2.1 Introduction

Le principal défi lié à la commande des robots destinés à interagir avec l'humain est que ces robots puissent percevoir les intentions humaines et agir conséquemment à celles-ci. En utilisant le sens du toucher comme canal d'interaction, ce défi est relié au problème beaucoup plus général en robotique de la commande des mouvements contraints. Ce problème est bien connu depuis des décennies par les chercheurs du domaine de l'automatique et plusieurs algorithmes de commande répondant à cette problématique ont déjà été proposés. Parmi ceux satisfaisant aux exigences spécifiques requises par l'ipHR, l'algorithme de commande dont l'usage dans la littérature est le plus répandu est la commande par impédance/admittance introduite au chapitre 1. Toutefois, comme la majorité des solutions proposées au défi de la commande d'un robot en mouvement contraint, ce type de commande est connu pour devenir instable lorsqu'en présence d'un environnement rigide [112]. Plusieurs études couvrent ce problème de la commande par impédance dans un contexte général lié aux applications dans lesquelles cette commande fut originellement pensée [112], [25], mais peu ont étudié ce sujet dans le cadre de l'ipHR. Les contraintes sont toutefois très différentes d'un contexte à l'autre, rendant difficile le transfert des résultats obtenus dans ces articles à l'ipHR. En effet, alors que les tâches typiques en mouvement contraint, telle l'insertion de composantes mécaniques, impliquent un contact ouvert entre le manipulateur et l'environnement (qui est typiquement de raideur constante), la présence de l'humain dans le contexte de l'ipHR implique plutôt une raideur variable ainsi qu'un contact fermé.

Avoir une bonne connaissance des limites de stabilité d'un contrôleur est fondamental pour garantir la sécurité humaine lorsque humain et robot partagent en synergie le même espace de travail. En raison de sa puissance, un robot instable a le potentiel de

blesser gravement un être humain ou même de causer un accident fatal [126]. Du point de vue de l'efficacité de l'ipHR, cette connaissance pourra aussi conduire à l'établissement de lignes directrices pouvant être utilisées dans la conception de nouvelles lois de commande ne faisant plus de compromis entre performance et stabilité.

Dans un contexte clairement lié à l'ipHR mais selon une perspective différente de celle étudiée dans cette thèse, Kazerooni a défini dans [65] des conditions générales de stabilité des *extenders*¹ en utilisant le théorème de faible gain. L'auteur a particulièrement souligné dans cette étude le compromis devant être typiquement fait lors de la conception de la commande de ces systèmes entre la stabilité en boucle fermée et les performances dynamiques. Plus récemment, Tsumugiwa et al. ont analysé dans [118] le problème de la stabilité de la commande par admittance des robots destinés à interagir physiquement avec les humains. En dépit de cette initiative encourageante basée sur l'analyse des pôles de l'équation caractéristique du système en boucle fermée, plusieurs aspects de l'étude font que les résultats obtenus ont un impact mitigé. Pour des raisons qui seront expliquées plus loin, la modélisation présentée de la partie humaine de l'interaction est inadéquate et ce, dans une proportion pouvant conduire à une surestimation considérable de la limite de stabilité. De plus, la complexité mathématique de l'approche employée ne permet pas l'inférence d'une équation analytique de la frontière de stabilité du système, rendant difficile l'exploitation de ces résultats dans des applications temps réel et ne permettant pas l'inférence d'équations donnant la valeur critique des paramètres d'admittance. Finalement, quoique l'analyse ait été centrée sur l'étude de la stabilité de la commande par admittance en situation d'interaction avec l'humain, les validations expérimentales ont été faites en situation de mouvements contraints par une interface mécanique, sans la présence de l'humain dans la boucle.

En utilisant les théories de Lyapunov, ce chapitre présente une nouvelle analyse de la stabilité d'un robot d'ipHR commandé par admittance. La relative simplicité des équations qui en résultent permet de définir analytiquement une frontière de la stabilité du système, mais aussi des expressions décrivant la valeur critique de chaque paramètre de l'admittance virtuelle du manipulateur donnée par l'équation (1.4). La première section portera sur l'aspect modélisation du système étudié (humain, robot, contrôleur), alors que la deuxième se concentrera sur l'analyse des conditions de stabilité du modèle. Les résultats obtenus dans ces deux sections seront finalement validés au

¹Famille de manipulateurs portés par l'humain permettant d'augmenter la force humaine, qui sont aujourd'hui plus communément appelés *exo-squelettes*.

cours d'une expérimentation incluant sept participants et un robot.

2.2 Modélisation

Cette section présente la modélisation de l'ensemble des parties impliquées lors de la coopération entre un humain et un robot (humain, robot, contrôleur). Cet exercice est essentiel afin de construire un schéma fidèle et adéquat du processus de commande dans ce contexte. Par formalisme, les équations associées aux caractéristiques de chaque partie seront données lorsque possible. Toutefois, en pratique, certains paramètres tels la raideur du robot et celle de l'humain seront plutôt estimés en temps réel lors d'une utilisation. Cette partie sera traitée plus en détails au chapitre suivant.

2.2.1 Modélisation des caractéristiques physiques de l'humain

Dans l'analyse de stabilité présentée en [118], seuls la raideur du bras humain et un délai de réaction de celui-ci ont été pris en compte comme propriétés physiques caractérisant l'humain. Évidemment, la raideur est une caractéristique physique importante du bras ; cependant, l'amortissement dans les muscles et la compliance non-linéaire associée à nos tissus (peau, couche lipidique) sont des caractéristiques qui ont aussi un impact sur la stabilité d'interaction physique entre humain et robot. De plus, en dépit du fait qu'il existe un délai de réaction chez l'humain, donné par le cheminement entre sa pensée et ses actions, pour un mouvement initié donné, ce délai n'a pas d'impact réel sur l'interaction humain-robot.

2.2.1.1 Raideur humaine

Le comportement Cartésien à l'extrémité de la main d'un humain a une caractéristique très dominante de raideur que nous apprenons tous à commander dès notre jeune âge et qui nous confère une agilité remarquable. Cette raideur dépend grandement de la configuration spatiale de la chaîne cinématique liant le sol à l'extrémité de la main, mais aussi du niveau d'activation des muscles bi-articulés.

Il a été proposé par Mussa-Ivaldi et al. [90] d'estimer cette raideur en liant, pour une perturbation donnée, les forces mesurées à la main aux déplacements lus au même point. Pour une estimation dans le plan, ceci donne :

$$\mathbf{K}_h = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_x}{\partial x} & \frac{\partial f_x}{\partial y} \\ \frac{\partial f_y}{\partial x} & \frac{\partial f_y}{\partial y} \end{bmatrix}, \quad (2.1)$$

où \mathbf{K}_h est la matrice de raideur cartésienne au niveau de la main et f_x, f_y sont les composantes de force dans les directions x, y . Cette matrice est bien connue pour donner une distribution de forme ellipsoïdale de la raideur cartésienne humaine. Pour une configuration donnée, seule la taille de cette ellipse et non son orientation peut être modifiée par le niveau de co-contraction musculaire. [90].

2.2.1.2 Amortissement

Il a été démontré en [15] qu'en raison du rôle que celles-ci jouent dans le rejet des perturbations, les propriétés visqueuses inhérentes aux muscles humains ont une grande importance dans la stabilisation de nos mouvements. Tel que mentionné au paragraphe précédent, l'humain a la capacité naturelle d'ajuster sa raideur cartésienne apparente à la main en contrôlant le niveau d'activation des muscles agonistes et antagonistes. Quelques études [38], [78] ont démontré que les propriétés d'amortissement musculaire augmentent ou diminuent simultanément avec la variation de cette raideur. L'investigation de la relation précise liant ces deux caractéristiques réalisée dans [78] et [67] a conduit à la conclusion que le ratio d'amortissement est constant quel que soit le niveau d'activation musculaire. Ce fait implique une relation directe entre le coefficient d'amortissement et la racine carrée de la raideur. En se basant sur ces résultats, les propriétés Cartésiennes humaines d'amortissement au point d'interaction seront modélisées selon la relation suivante :

$$\mathbf{D}_h = \beta \mathbf{K}_h^{\frac{1}{2}}, \quad (2.2)$$

où \mathbf{D}_h est la matrice d'amortissement et β est un coefficient de pondération. L'analyse des données obtenues dans l'espace Cartésien par Ikeura et al. [96] dans le cadre d'une expérimentation de coopération humain-humain corrobore aussi cette relation.

2.2.1.3 Propriétés des tissus

La coopération humain-robot utilisant le toucher comme canal d'interaction implique également l'effet superposé de la peau, des graisses et de l'élasticité des muscles de la main, puisque le point d'interaction coïncide avec celle-ci. En raison de sa compression très limitée, il est impossible d'ajouter mathématiquement cette élasticité en série avec celle donnée par la configuration du bras humain et le niveau d'activation musculaire. En fait, le modèle du système devrait inclure des limites en position pour l'élasticité associée aux divers tissus. L'effet d'une telle considération peut se résumer à ceci : pour un très petit déplacement, la raideur cartésienne résultante est principalement celle des tissus tels la peau ; toutefois, aussitôt que la compression maximale de ces tissus est atteinte, la raideur effective devient celle associée aux propriétés structurelles et musculaires humaines. Un tel système n'est clairement pas linéaire.

Autour de l'origine et pour des conditions initiales à peu près nulles, la raideur associée à la peau peut être suffisante pour définir la stabilité de l'interaction puisque, pour ces conditions, la raideur équivalente de l'ensemble du système est à peu près égale à celle de la peau. Il est bien connu que cette propriété humaine associée aux contacts souples est très importante pour la stabilité de la saisie des objets. Cependant, la considération seule de cette raideur ne pourrait garantir la stabilité pour l'ensemble des valeurs d'état du système. Pour certaines valeurs d'état, la raideur globale pourrait changer brusquement selon la loi dictée plus haut, pour devenir celle associée aux propriétés musculaires et structurelles de l'humain. Étant donné qu'il y a fort à parier que ceci arrivera fréquemment dans le cas d'une situation réelle, l'effet de la peau sera négligé dans le modèle en ayant comme conséquence que, pour certaines valeurs d'état très faibles, la frontière de stabilité critique pourrait être surestimée. De plus, au meilleur des connaissances de l'auteur, les propriétés des tissus de la main ne sont pas couvertes dans la littérature d'une manière permettant l'utilisation des résultats dans ce contexte de modélisation. Par conséquent, il est très difficile de considérer cette caractéristique dans ce modèle. Toutefois, dans la mesure où les performances au point d'interaction ne sont pas significativement entachées, d'un point de vue sécurité, il n'y a rien de risqué à surestimer légèrement la frontière de stabilité.

2.2.2 Modèle du robot

Il peut paraître inutile de considérer la raideur du robot puisque celle-ci est généralement très élevée en comparaison de celle de l'humain et que, par conséquent, son impact sur la raideur couplée est presque négligeable. Cette affirmation est particulièrement vraie pour la plupart des robots actuels. Toutefois, il y a présentement un effort généralisé visant à construire une nouvelle génération de robots intrinsèquement sécuritaires pour les humains. Ceci implique notamment la diminution de l'impédance réelle des manipulateurs, mais surtout l'ajout de compliance aux articulations au sein même de la mécanique de ces robots [30]. Pour ce cas particulier, il devient pertinent de prendre en compte la raideur du robot, puisque celle-ci affectera significativement la raideur couplée au point d'interaction avec, bien entendu, des répercussions sur la stabilité du système.

D'une manière générale, on peut considérer que la raideur aux articulations d'un robot est grandement inférieure à celle de ses membrures. Suivant cette prémisse, la raideur globale du robot sera modélisée comme étant celle aux articulations. En partant de l'équation très connue :

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{J}_q^T \mathbf{f}, \quad (2.3)$$

où $\boldsymbol{\tau}$ est le vecteur des couples articulaires, \mathbf{J}_q est la matrice jacobienne du robot et \mathbf{f} est le vecteur des forces/couples à l'effecteur, on peut relier la raideur articulaire \mathbf{K}_q à celle cartésienne \mathbf{K}_x en utilisant la dérivation proposée par Chen et Kao [18] :

$$d\boldsymbol{\tau} = (d\mathbf{J}_q^T)\mathbf{f} + \mathbf{J}_q^T(d\mathbf{f}). \quad (2.4)$$

En faisant appel à la définition de la raideur, cette équation peut être réorganisée sous la forme :

$$\mathbf{J}_q^T \mathbf{K}_x d\mathbf{x} = \mathbf{K}_q d\mathbf{q} - \left(\frac{\partial \mathbf{J}_q^T}{\partial \mathbf{q}} d\mathbf{q} \right) \mathbf{f}, \quad (2.5)$$

où \mathbf{q} et \mathbf{x} sont respectivement les vecteurs des coordonnées articulaires et cartésiennes. En utilisant la relation :

$$d\mathbf{x} = \mathbf{J}_q d\mathbf{q}, \quad (2.6)$$

l'expression de la raideur dans l'espace cartésien du manipulateur devient :

$$\mathbf{K}_x = \mathbf{J}_q^{-T} \left(\mathbf{K}_q - \frac{\partial \mathbf{J}_q^T}{\partial \mathbf{q}} \mathbf{f} \right) \mathbf{J}_q^{-1}. \quad (2.7)$$

En reprenant l'hypothèse d'une rigidité aux articulations grandement inférieure à celle des membrures, on obtient :

$$\mathbf{K}_r = \mathbf{K}_x, \quad (2.8)$$

où \mathbf{K}_r est la matrice de raideur globale du robot. Pour le cas particulier où le robot serait conçu de manière à avoir une très faible inertie, donc des membrures probablement peu rigides, la raideur de celles-ci devrait être considérée. Dans ce contexte, la raideur globale du robot deviendrait :

$$\mathbf{K}_r = (\mathbf{K}_x + \mathbf{K}_m)^{-1} \mathbf{K}_x \mathbf{K}_m, \quad (2.9)$$

où \mathbf{K}_m est la raideur des membrures projetées dans l'espace opérationnel du robot. Un autre cas particulier serait celui où l'interaction physique entre l'humain et le robot se ferait via un objet transporté en collaboration. Pour ce cas spécifique, cet objet peut être considéré comme une extension structurelle du robot.

2.2.3 Matrice de raideur de l'interaction

Puisque l'humain et le robot sont directement et constamment en contact durant l'interaction physique, la raideur équivalente, que nous appellerons ici la raideur au point d'interaction \mathbf{K}_i , est donnée par une combinaison de ressorts en série [104]. Celle-ci s'écrit :

$$\mathbf{K}_i = (\mathbf{K}_h + \mathbf{K}_r)^{-1} \mathbf{K}_h \mathbf{K}_r, \quad (2.10)$$

où \mathbf{K}_h et \mathbf{K}_r sont respectivement la raideur de l'humain et celle du robot telles que définies dans les sections précédentes. Cette matrice est très importante pour la suite de l'analyse de stabilité puisque c'est elle et non la raideur humaine ou celle du robot qui vient agir sur la boucle de commande. En fait, comme on le verra plus tard, cette matrice est le gain principal de la boucle de retour du contrôleur.

Tel que mentionné au début de cette section, en pratique, la raideur au point d'interaction ne sera généralement pas calculée explicitement selon les différentes équations des termes la composant, mais plutôt estimée. Les équations présentées plus haut l'ont d'abord été par formalisme, mais surtout afin de comprendre quels paramètres physiques auront un impact sur la stabilité de la boucle de commande et de quoi ces paramètres sont composés. Cette connaissance est essentielle pour l'établissement du modèle global présenté à la section suivante.

2.2.4 Modélisation du schéma de commande en boucle fermée

Dans la présente analyse, la dynamique du robot sera modélisée comme celle associée aux paramètres d'admittance prescrits. Cette supposition sous-entend que le robot arrivera parfaitement à suivre ce comportement désiré, ce qui implique par conséquent un asservissement idéal au niveau articulaire. En situation réelle, ceci ne sera évidemment pas le cas. Toutefois, étant donnée la diversité existante de méthodes d'asservissement articulaire, il serait difficile de prendre en compte de manière générale dans notre modèle cette dernière caractéristique. De plus, les techniques d'asservissement articulaire existantes aujourd'hui permettent un suivi des consignes très performant qui s'approche du contrôleur idéal.

Comme on l'a vu au chapitre 1, l'expression générale d'admittance/impédance donnée à l'équation (1.3) se réduit typiquement dans le contexte de l'ipHR à l'équation (1.4), soit l'expression d'un système masse-amortisseur [117]. Afin de simplifier la mathématique de l'analyse de stabilité suivante, on supposera l'application de cette loi de commande dans un espace unidimensionnel, c'est-à-dire :

$$f = m\ddot{x} + c\dot{x}. \quad (2.11)$$

Par contre, comme on le verra au chapitre 3, l'analyse sera presque directement applicable dans un espace de dimension n .

Puisqu'il est question ici de commande par admittance, il est nécessaire que les forces au point d'interaction soient mesurées. Les types de senseurs actuellement disponibles qui permettent de mesurer ces forces sont généralement extrêmement bruités. Pour une utilisation adéquate, leurs signaux de sortie doivent être filtrés de manière radicale. L'ajout de ces filtres a un impact considérable sur la stabilité du schéma de commande par l'introduction d'un retard entre la force appliquée par l'humain et celle considérée dans la commande. Un filtre de premier ordre est donc pris en compte dans notre modélisation, celui-ci étant à la fois le type de filtrage le plus répandu et une approximation souvent suffisante de la dynamique des filtres plus complexes. Dans le domaine de Laplace, la fonction de transfert de ce filtre s'écrit :

$$G_F(s) = \frac{1}{Ts + 1}, \quad (2.12)$$

où s est la variable de Laplace et T est la constante de temps du filtre.

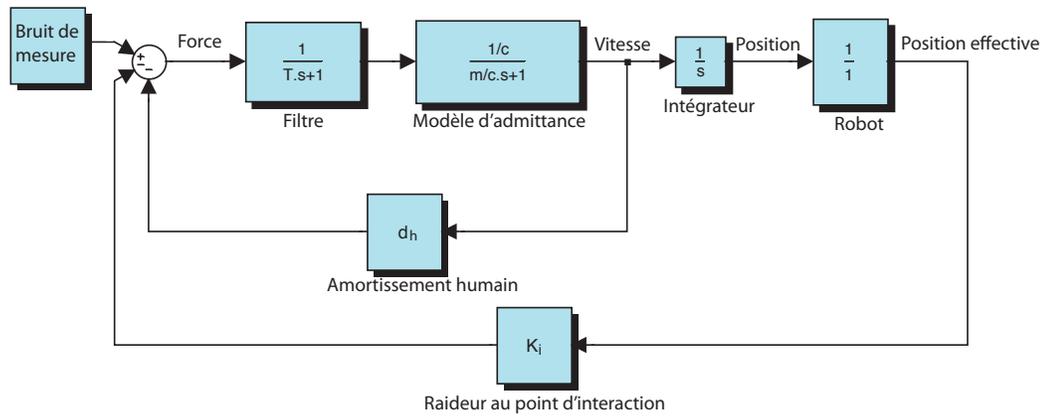


FIG. 2.1 – Représentation schématique du processus d’interaction physique humain-robot.

Même si physiquement les contrôleurs en robotique fonctionnent toujours en mode discret, ayant comme conséquence l’introduction d’un délai égal à la période d’échantillonnage, la fréquence d’asservissement est toujours très élevée. L’effet de cette discrétisation est donc marginal en regard de la dynamique virtuelle donnée par la commande par admittance ainsi que celle du filtrage. Les équations de commande seront donc traitées ici dans le domaine continu avec l’hypothèse que ceci n’engendre pas d’impact réel sur la validité des résultats obtenus.

Puisque l’humain et le robot sont rigidement en contact, leur position au point d’interaction peut être représentée par la même variable. Ce contact rigide et fermé entre l’humain et le robot est précisément le lien qui vient fermer la boucle de commande. Le fonctionnement global de cette interaction peut être vu ainsi : une force appliquée à l’effecteur du robot sera mesurée, filtrée et engendrera via l’équation d’admittance un déplacement du robot. Ce déplacement se traduira au point d’interaction par un changement de force qui sera à nouveau capté, filtré et utilisé dans l’équation d’admittance. La figure (2.1) donne une représentation schématique de ce modèle en boucle fermée, incluant la présence de l’humain dans la boucle.

En combinant mathématiquement la partie de ce modèle associée au filtrage du capteur ainsi que celle de la commande par admittance, on obtient une équation du

troisième ordre qui, en représentation d'état, donne le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ \dot{x}_3 &= \frac{f - (m + cT)x_3 - cx_2}{mT},\end{aligned}\tag{2.13}$$

où x_1 , x_2 et x_3 sont les variables d'état. En faisant l'hypothèse d'un contact direct et fermé entre l'humain et le robot, le retour de la boucle de commande s'écrit :

$$f = -k_i x_1 - d_h x_2,\tag{2.14}$$

où k_i est la raideur au point d'interaction et d_h est l'ammortissement humain.

cette dernière relation conduit aux équations du système en boucle fermée :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ \dot{x}_3 &= \frac{-k_i x_1 - (m + cT)x_3 - (c + d_h)x_2}{mT}.\end{aligned}\tag{2.15}$$

La représentation générale de ce système d'équations dans l'espace d'état est donc :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x},\tag{2.16}$$

où $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ est le vecteur d'état et \mathbf{A} est la matrice de dynamique donnée par :

$$\mathbf{A} = \frac{1}{mT} \begin{bmatrix} 0 & mT & 0 \\ 0 & 0 & mT \\ -k_i & -(c + d_h) & -(m + cT) \end{bmatrix}.\tag{2.17}$$

Cette matrice d'état sera la pierre angulaire de la prochaine section portant sur l'investigation des conditions de stabilité au point d'interaction.

2.3 Analyse de la stabilité du contrôleur basée sur le théorème de Lyapunov

Puisque le présent système est modélisé comme étant linéaire, il serait possible de simplement analyser les valeurs propres de la matrice 3×3 de dynamique afin

de conclure sur la stabilité du système. Toutefois, même si l'équation caractéristique polynomiale (cubique) est clairement simple, l'expression de ses racines ne l'est pas. Quoique avec l'aide d'un programme de calcul symbolique, il soit possible de trouver une expression générale de la valeur critique du paramètre de masse de l'équation d'admittance en utilisant les racines de cette cubique, la complexité de ces racines ne permet pas de trouver la valeur critique du paramètre d'amortissement. On entend par paramètre d'admittance critique la valeur d'un paramètre pour laquelle le système est à la limite de la stabilité. Il est important de rappeler ici que l'on cherche des équations analytiques décrivant les conditions de stabilité afin de concevoir de nouveaux algorithmes de commande adaptative plutôt que simplement conclure sur la stabilité du système. Cela implique que les équations se doivent d'être résolues sous forme symbolique plutôt que numériquement. La complexité des équations des racines découle de cette exigence. L'utilisation de la méthode directe de Lyapunov pour la stabilité des systèmes linéaires permet de contourner cette complexité et ainsi d'obtenir facilement une équation analytique décrivant la stabilité du contrôleur du robot.

2.3.1 Fonction candidate de Lyapunov

Le théorème de Lyapunov [83] nous dit que s'il existe une fonction scalaire V de l'ensemble \mathbf{x} des variables d'état d'un système, possédant une dérivée de premier ordre continue et telle que

$$\begin{aligned} V(\mathbf{x}) &\text{ est définie positive} \\ \dot{V}(\mathbf{x}) &\text{ est définie négative} \\ V(\mathbf{x}) &\rightarrow \infty \text{ lorsque } \|\mathbf{x}\| \rightarrow \infty, \end{aligned}$$

l'équilibre à l'origine du système est globalement et asymptotiquement stable au sens de Lyapunov. Ces conditions nécessaires pour la stabilité d'un système sont simples ; cependant, la difficulté inhérente à la méthode de Lyapunov est de trouver une fonction candidate répondant à ces critères, même si, pour un système stable, il existera une infinité de ces fonctions. De plus, cette méthode a de particulier que, quoique le cas heureux de la découverte d'une telle fonction pour un système donné permette de conclure sur la stabilité de celui-ci, l'inverse ne permet pas pour autant de conclure à l'instabilité.

En utilisant la forme générale de la fonction candidate de Lyapunov :

$$V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{S} \mathbf{x}, \quad (2.18)$$

la première condition de stabilité globale va être remplie si la matrice \mathbf{P} est définie positive. Cette fonction satisfait aussi clairement à la condition d'infinité pour une valeur infinie des états. La dérivée temporelle de cette fonction s'exprime donc :

$$\dot{V}(\mathbf{x}) = \dot{\mathbf{x}}^T \mathbf{S} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{S} \dot{\mathbf{x}}. \quad (2.19)$$

En substituant l'équation (2.16) dans l'équation (2.19), on obtient :

$$\dot{V}(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{A}^T \mathbf{S} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{S} \mathbf{A} \mathbf{x} = -2\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x}. \quad (2.20)$$

Si la matrice \mathbf{Q} est définie positive — avec la conséquence que $\dot{V}(\mathbf{x})$ est définie négative — la seconde condition de Lyapunov sera rencontrée et la stabilité asymptotique globale du système, dans le sens de Lyapunov, sera garantie. Cette dernière relation conduit directement à l'équation bien connue dite de Lyapunov qui servira de base pour trouver la fonction candidate recherchée :

$$\mathbf{A}^T \mathbf{S} + \mathbf{S} \mathbf{A} = -2\mathbf{Q}. \quad (2.21)$$

Pour une simplicité de calcul, on supposera que $\mathbf{Q} = \mathbf{I}$, où \mathbf{I} est la matrice identité du même ordre. Cette matrice est sans aucun doute une matrice définie positive. En remplaçant l'ensemble des valeurs dans l'équation (2.21), on obtient l'équation matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} s_{21} + s_{12} + 2 & s_{22} + s_{13} & r_1 \\ s_{31} + s_{22} & s_{32} + s_{23} + 2 & r_2 \\ r_1 & r_2 & r_3 \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (2.22)$$

avec

$$r_1 = \frac{s_{11}k_i + (c + d_h)s_{12} + (m + cT)s_{13}}{-mT} + s_{23} \quad (2.23)$$

$$r_2 = \frac{s_{21}k_i + (c + d_h)s_{22} + (m + cT)s_{23}}{-mT} + s_{33} \quad (2.24)$$

$$r_3 = \frac{(s_{13} + s_{31})k_i + (c + d_h)(s_{23} + s_{32}) + 2(m + cT)s_{33}}{-mT} + 2. \quad (2.25)$$

et où s_{ij} désigne l'élément ij de la matrice \mathbf{S} .

Les 4 équations données par la sous-matrice du haut-gauche de l'équation (2.22) peuvent être facilement résolues. Une solution possible de ces équations est :

$$s_{12} = s_{21} = s_{23} = s_{32} = -1 \quad (2.26)$$

et

$$s_{13} = s_{31} = -s_{22}. \quad (2.27)$$

En utilisant ces résultats, il est possible de simplifier grandement la matrice \mathbf{S} . Celle-ci devient :

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_{11} & -1 & -s_{22} \\ -1 & s_{22} & -1 \\ -s_{22} & -1 & s_{33} \end{bmatrix}. \quad (2.28)$$

En intégrant cette matrice simplifiée dans l'équation (2.21), on obtient un système de 3 équations à 3 inconnues. La résolution de ce système nous donne :

$$s_{11} = \frac{B_1 m^3 + B_2 m^2 + B_3 m + B_4}{k_i (-k_i T + c + d_h) m + c^2 T + c T d_h} \quad (2.29)$$

$$s_{22} = \frac{B_1 m^2 + (3cT + k_i + T d_h) m + c^2 T^2 + k_i T c}{(-k_i T + c + d_h) m + c^2 T + c T d_h} \quad (2.30)$$

$$s_{33} = \frac{k_i^2 + k_i(m + Tc) + c^2 + 2cd_h + d_h^2 + mTd_h}{(-k_i T + c + d_h) m + c^2 T + c T d_h}, \quad (2.31)$$

avec

$$B_1 = 1 + T^2 \quad (2.32)$$

$$B_2 = k_i + 3cT + T^2 k_i \quad (2.33)$$

$$B_3 = k_i T(c - d_h) + c^2 + 2cd_h + d_h^2 + 3c^2 T^2 \quad (2.34)$$

$$B_4 = c^2 T^2(k_i + cT) + cT(c^2 + 2cd_h + d_h^2). \quad (2.35)$$

2.3.2 Matrice \mathbf{S} définie positive

Tel que vu à la section précédente, afin qu'un système soit considéré stable au sens de Lyapunov, la matrice \mathbf{S} trouvée se doit d'être définie positive. Une condition nécessaire pour qu'une matrice ait une telle propriété est que tous les éléments de sa diagonale soient positifs. De cette affirmation, il est possible de conclure que le robot aura un comportement instable lorsque au moins un des éléments s_{11} , s_{22} ou s_{33} de la matrice \mathbf{S} sera négatif. Étant donnée leur signification physique, les paramètres k_i , d_h , c , T et m appartiendront toujours à \mathbb{R}_+ . Par observation, il est donc facile de conclure que le numérateur des équations (2.29) à (2.31) sera toujours positif. Par conséquent, la seule possibilité de rencontrer un élément de la diagonale de la matrice \mathbf{S} dont la valeur

serait négative est que le dénominateur commun à tous ces éléments devienne négatif. Le système sera donc clairement instable lorsque :

$$(-k_i T + c + d_h) m + c^2 T + c T d_h < 0. \quad (2.36)$$

Cette condition donne certaines indications sur l'état du système, mais n'est pas *a priori* suffisante pour conclure sur la stabilité du contrôleur. Selon le critère de Sylvester, une condition **nécessaire** et **suffisante** pour qu'une matrice \mathbf{S} soit définie positive est que toutes ses mineures principales soient positives [37].

Dans notre cas particulier, la première mineure principale est donnée directement par le coefficient s_{11} . L'appartenance à \mathbb{R}_+ de ce terme est donnée directement par le signe de l'expression apparaissant dans le membre de gauche de l'inéquation (2.36). Quoiqu'il puisse être montré que la dernière mineure est toujours positive, au meilleur des connaissances de l'auteur, il est seulement possible de montrer que la seconde mineure principale est positive lorsque la première l'est. De ces résultats, il découle que l'équation obtenue en utilisant la condition nécessaire répond dans ce cas précis à la condition suffisante. Le signe de l'expression apparaissant dans le membre de gauche de l'inéquation (2.36) peut donc être utilisé pour conclure sur la stabilité du contrôleur d'admittance appliqué à l'ipHR.

2.3.3 Paramètres critiques d'admittance

La section précédente a permis de trouver une expression analytique décrivant la frontière de la stabilité, au sens de Lyapunov, du contrôleur d'un robot destiné à la coopération avec l'humain. Dans cette section, en utilisant cette expression simple, une relation donnant la frontière critique pour chaque paramètre de l'équation d'admittance sera déterminée.

Dans [117], les auteurs proposent l'utilisation d'un contrôleur par impédance variable pour des tâches coopératives, basé sur une variation en temps réel de l'amortissement virtuel selon l'estimation de la raideur humaine. En dépit du fait que la variation de ce coefficient était simplement liée à la raideur humaine via une constante proportionnelle approximative déterminée expérimentalement, le contrôleur résultant a tout de même montré d'excellentes propriétés de stabilité. La connaissance de la frontière

critique de stabilité pour les paramètres de l'équation d'admittance est donc une relation pertinente à déterminer, qui pourrait conduire à l'élaboration d'une rétroaction plus sophistiquée, ou plus simplement servir de ligne directrice dans l'ajustement des algorithmes d'admittance fixes plus conventionnels.

Par observation on constate que, pour des caractéristiques données du système (k_i et d_h) et du filtre employé, l'expression (2.36) est linéaire en m . L'équation décrivant la frontière de la valeur critique associée au paramètre de masse virtuelle, noté m_{cr} peut être déterminée lorsque cette fonction égale zéro, c'est-à-dire lorsque le système est critiquelement stable. Cette équation possède donc une seule solution, donnée par :

$$m_{cr} = -\frac{cT(c + d_h)}{-k_iT + c + d}. \quad (2.37)$$

Revêtant une importance encore plus grande, la valeur critique du coefficient d'amortissement de l'équation d'admittance est trouvée en utilisant les racines de l'équation obtenue en posant l'égalité dans (2.36), avec cette fois le coefficient c comme variable. Puisque cette équation est quadratique selon cette variable, deux racines peuvent être trouvées :

$$c_{cr} = \frac{-(m + Td) \pm \sqrt{m^2 - 2mTd + (d^2 + 4k_im)T^2}}{2T} \quad (2.38)$$

où C_{cr} est l'amortissement critique.

En raison des suppositions faites sur le signe positif des paramètres k_i, d, c et m qui nous ont conduites à l'obtention de l'équation décrivant la frontière de stabilité, la valeur critique des coefficients est valide seulement lorsque positive ou semi-positive. Par conséquent, l'expression de l'ammortissement critique devient :

$$c_{cr} = \frac{-(m + Td) + \sqrt{m^2 - 2mTd + (d^2 + 4k_im)T^2}}{2T} \quad (2.39)$$

pour $k_iT > d$. Lorsque la valeur de k_iT deviendra inférieur à d , on supposera que la valeur minimale de l'amortissement est de zéro. D'un point de vue physique, dans ce cas précis, le système tend à devenir un système masse-amortisseur, qui est bien connu pour avoir une infinité de points d'équilibre dans l'espace. Ce système s'apparente au problème de la stabilité du contrôleur en boucle ouverte, c'est-à-dire lorsqu'il n'y a pas de contact entre l'humain et le robot. Ce point précis sera étudié à la section 2.4.

2.3.4 Quelques notes sur la stabilité

En utilisant les équations (2.37) et (2.39), on constate que, puisque le délai associé à la fréquence d'asservissement dans le contrôleur a été négligé, si la constante de temps du filtre est mise à zéro, la valeur critique de chaque paramètre de l'équation d'admittance devient nulle ou indéterminée :

$$m_{cr} = -\frac{0}{c + d_h} = 0 \quad (2.40)$$

$$c_{cr} = \frac{0}{0}. \quad (2.41)$$

Dans ce cas, il n'y a plus de valeur critique, le système sera par conséquent stable peu importe la valeur des coefficients d'admittance sur l'intervalle \mathbb{R}_+ . Ceci s'explique par le fait que, dans cette situation précise, le contrôleur en boucle fermée se comporte comme un système réel de masse, ressort et amortisseur, un système linéaire bien connu pour être stable autour de son point d'équilibre.

Dans un tout autre ordre d'idées, il est intéressant de noter que la valeur critique de l'amortissement virtuel trouvée dans ce travail est liée à la racine carrée de la raideur. Visiblement, cette relation n'est pas une relation directe puisque d'autres paramètres sont impliqués dans cette équation. Toutefois, on doit rappeler que, durant une interaction, la valeur de la raideur est souvent très élevée en comparaison des autres termes de l'équation. Par conséquent, celle-ci devient approximativement :

$$c_{cr} \approx \sqrt{mk_i}. \quad (2.42)$$

Cette relation est très similaire à la relation entre la raideur et l'amortissement qui a été observée expérimentalement chez l'humain [78],[67]. Ce constat est conséquent avec l'hypothèse faite par plusieurs [115], [52], [36], [96] selon laquelle il est possible de modéliser le comportement humain associé à la génération de mouvements par un modèle d'impédance/admittance.

2.4 Stabilité du système en boucle ouverte

Quoique la stabilité du système en boucle fermée (c'est-à-dire lorsque l'humain est en contact direct avec le robot) soit la considération principale dans un contexte d'interaction, on peut se questionner aussi sur les propriétés de stabilité de ce système en boucle ouverte. Cette situation se produit lorsque l'humain cesse d'être en contact avec le robot. Dans ce cas spécifique, il est souhaitable que le robot reste stable et s'immobilise rapidement.

Puisque le contact est rompu, ce cas implique que la raideur au point d'interaction ainsi que l'impact de l'amortissement humain sur le robot deviennent nuls. En incluant ces hypothèses dans l'inéquation (2.36) décrivant la zone d'instabilité, celle-ci devient :

$$cm + c^2T < 0. \quad (2.43)$$

Étant donné que c , m et T sont tous positifs par définition, cette équation montre que le système en boucle ouverte est toujours stable. Ceci est conséquent avec le fait que dans ces circonstances, le robot suit un comportement d'un système masse-amortisseur qui dispose d'une infinité de points d'équilibre dans l'espace. Par conséquent, au relâchement du contact entre l'humain et le robot, ce dernier ira d'une manière stable à l'arrêt et la décélération, a , du robot sera donnée selon l'équation :

$$a = -\frac{c\dot{p}}{m}. \quad (2.44)$$

où \dot{p} est la vitesse cartésienne au point d'interaction.

2.5 Validation expérimentale

L'analyse de stabilité du contrôleur d'admittance présentée dans ce chapitre vise à définir des outils mathématiques qui pourront ultérieurement servir à la conception de nouveaux algorithmes de commande permettant une meilleure coopération entre humain et robot. Ainsi, cette section vérifiera expérimentalement la capacité des équations trouvées plus haut à prédire adéquatement la frontière de stabilité sur un robot coopératif réel, contrôlé par admittance.

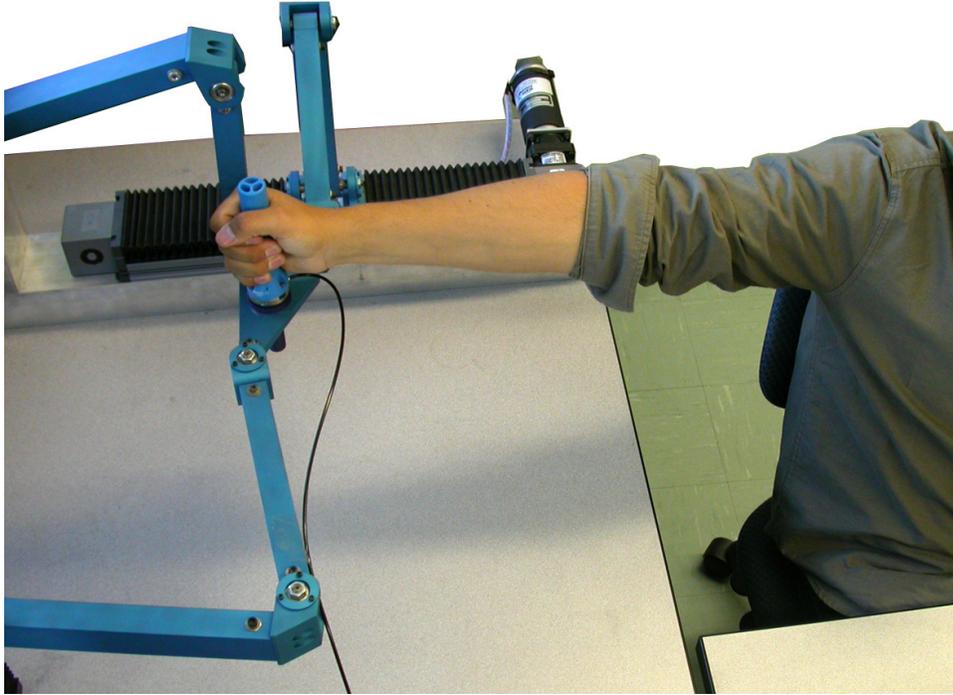


FIG. 2.2 – Configuration demandée aux participants lors de l’interaction avec le robot.

La première partie de l’expérimentation a été réalisée en utilisant une réplique très élémentaire d’un bras humain, construite essentiellement d’aluminium et de ressorts, liée rigidement à l’effecteur d’un robot. Ces essais préliminaires ont été effectués dans un premier temps afin de vérifier la précision de notre mise en oeuvre de la procédure d’estimation de la raideur proposée par Mussa-Ivaldi [90]. La valeur de la raideur dans la direction principale des ressorts employés dans ce modèle étant connue à priori selon les données du fabricant, il est donc facile de quantifier la précision de la méthode d’estimation préalablement à son utilisation sur des sujets réels. De plus, l’utilisation d’un système aussi simple nous a permis de vérifier nos conclusions sur la stabilité de la commande par admittance sans avoir à affronter toutes les incertitudes associées à une expérimentation impliquant l’humain dans la boucle.

La série principale d’expérimentations a été menée en coopération avec des sujets humains interagissant avec un robot. La raideur de la chaîne sérielle formée par l’humain et le robot (k_i) a tout d’abord été estimée expérimentalement pour ensuite être utilisée dans le calcul de l’amortissement critique. Finalement, cette dernière valeur a été comparée à celle trouvée expérimentalement afin de quantifier l’adéquation des équations mathématiques trouvées plus haut à déterminer la stabilité du système.

	k_i	k_i estimée	c_{cr} prédit	c_{cr} expérimental
Ressort 1	5500	5347	94,9	92
Ressort 2	3200	3114	70,5	69
Ressort 3	2500	2287	59,3	58

TAB. 2.1 – Estimation de la raideur (N/m) et valeur de l’amortissement critique (Ns/m) pour le modèle simple de bras humain.

2.5.1 Montage expérimental

L’étude a été effectuée avec l’aide de sept sujets âgés de 21 à 30 ans. Ce groupe était constitué de quatre hommes et trois femmes. Cinq des sept participants était droitiers alors que les deux autres étaient gauchers. À l’exception de deux sujets, la majorité des membres de ce groupe en était à sa première expérience d’interaction physique avec un robot.

Le robot utilisé dans le cadre de cette expérimentation est le même que celui utilisé dans le cadre de la validation expérimentale présentée au chapitre 1, soit le *Tripteron* [40]. Un capteur d’effort 6 axes (*ATI mini-40*) a été monté à l’effecteur de ce robot afin de capter les forces appliquées par les sujets. Afin de minimiser l’effet du bruit sur les signaux de sortie de ce capteur, un filtre passe-bas dont la constante de temps fut réglée à 0,1125 seconde a été implanté. Le contrôleur final résultant a été programmé sur un ordinateur utilisant le système d’exploitation *QNX* fonctionnant en temps réel à une fréquence d’asservissement de 500 Hz.

2.5.2 Expérimentation et résultats

2.5.2.1 Expérimentation avec le modèle de bras humain

L’expérimentation impliquant un bras mécanique simulant celui de l’humain a été effectuée en utilisant trois ressorts de raideurs différentes. L’amortissement associé aux ressorts a été négligé puisque étant de valeur quasiment nulle. Dans le cadre de cette expérimentation, une valeur de 2 kg a été utilisée pour le coefficient de masse virtuelle de l’équation d’admittance (équation (2.11)). La perturbation utilisée pour mesurer la

raideur à été un impulsion de 1 ampère au moteur responsable pour les mouvement selon l'axe parallèle au bras. Tel que mentionné plus haut, l'idée derrière cette expérimentation était dans un premier temps de vérifier les capacités de la méthode décrite dans ce chapitre à estimer la raideur, en comparant le résultat de cette estimation à la valeur connue de la raideur des ressorts. Une fois cette valeur trouvée, celle-ci fut utilisée afin de calculer l'amortissement critique selon l'équation (2.39), pour ainsi comparer cette valeur à celle trouvée expérimentalement. La procédure utilisée pour trouver cette valeur expérimentale a été d'initialiser le contrôleur du robot avec un coefficient d'amortissement virtuel élevé et ensuite de diminuer celui-ci par unité de 1 Ns/m jusqu'à atteindre le point d'instabilité du robot.

Le tableau 2.1 montre les résultats obtenus de l'estimation de la raideur et du coefficient d'amortissement critique ainsi que la valeur connue ou calculée de ces paramètres. On remarque tout de suite que les valeurs estimées, autant pour la raideur que l'amortissement critique, sont proches de celles anticipées (erreurs statistiques respectives de 4,7% et de 2,5%). Ces résultats positifs poussent à croire qu'en présence de peu d'incertitude dans la partie humaine du modèle, les équations dérivées dans ce travail sont adéquates pour conclure sur la stabilité du système. Il est à noter toutefois qu'en ce qui a trait à l'estimation de la raideur, les résultats obtenus suggèrent un biais toujours dans la même direction, c'est-à-dire que la méthode employée semble toujours sous-estimer légèrement celle-ci. On doit rappeler, toutefois, que la raideur trouvée inclut aussi l'effet de celle du robot tel que vu à l'équation (2.10). Même si celle-ci est relativement élevée, elle a comme impact de diminuer légèrement la raideur mesurée au point d'interaction.

2.5.2.2 Identification de la raideur

La figure (2.2) montre la position choisie pour l'expérimentation portant sur l'estimation de la raideur, ainsi que celle cherchant à définir la limite de stabilité réelle. Cette position a été expérimentalement trouvée comme étant une configuration donnant une très grande raideur cartésienne dans une direction, la valeur propre maximale de la matrice associée à l'ellipse de la raideur humaine étant, dans cette configuration, clairement orientée parallèlement au bras. Cette réalité s'explique par le fait que, dans cette posture, le bras humain se trouve dans une configuration singulière, ce qui tend à augmenter la contribution de la rigidité structurelle (os) à la raideur cartésienne totale. Ceci a pour conséquence l'obtention d'une mesure facilement répétable. Cette configuration a été utilisée afin de simplifier nos tests d'identification de la raideur, ce point

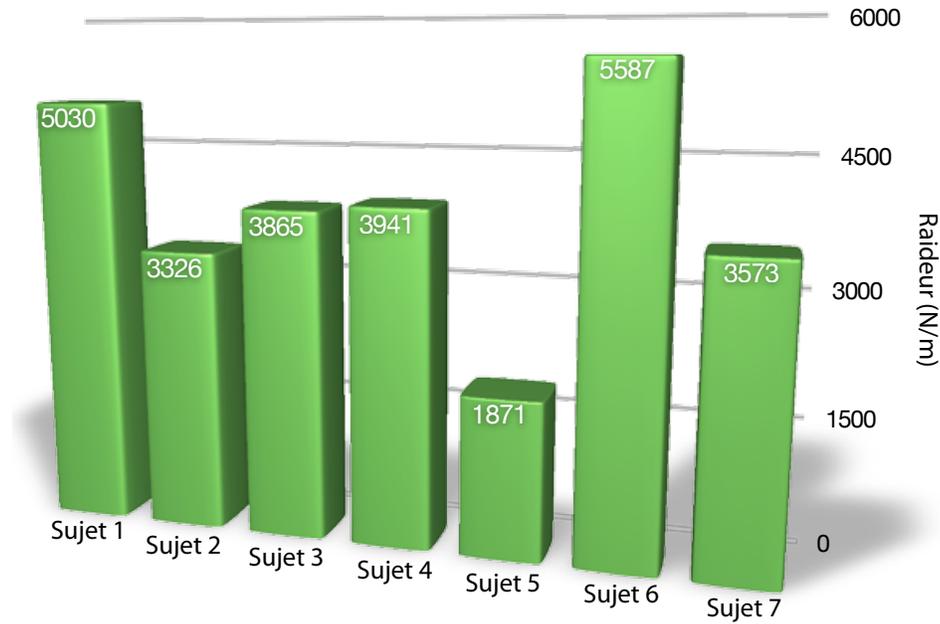


FIG. 2.3 – Estimation de la raideur cartésienne au point d’interaction pour chaque sujet.

n’étant pas l’objet principal de ce chapitre. Suivant cela, seulement la raideur dans cette direction principale fut estimée.

Tel que mentionné au début de cette section, la caractérisation de la raideur a été implantée selon la procédure suggérée par Mussa-Ivaldi et al [90] et brièvement expliquée à la section 2.2.1.1. Le même robot a été utilisé pour les deux expérimentations (caractérisation de la raideur des sujets et investigation de la frontière expérimentale de stabilité). Par conséquent, la valeur de la raideur d’interaction trouvée dans la première expérimentation est directement utilisable dans la deuxième. Ces tests d’identification, dans lesquels il a été demandé aux sujets de contracter leurs muscles au niveau maximum, ont été effectués huit fois. La valeur moyenne de ces essais a été utilisée comme valeur estimée de la raideur. La figure (2.3) montre les valeurs moyennes obtenues pour les sept différents sujets.

2.5.2.3 Estimation de l’amortissement critique

Les valeurs obtenues dans la section précédente portant sur l’estimation de la raideur ont été utilisées pour calculer la valeur de l’amortissement critique théorique afin de comparer celle-ci aux valeurs trouvées expérimentalement. La valeur de l’amortissement

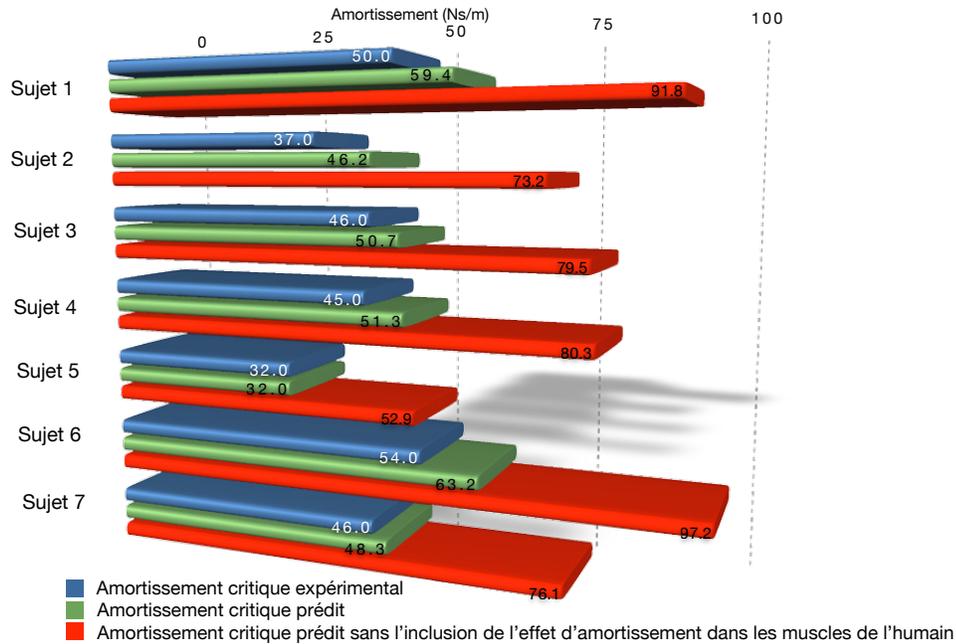


FIG. 2.4 – Valeurs prédites et mesurées expérimentalement de l’amortissement critique pour chaque sujet.

humain (d_h) dans le modèle a été calculée conformément à la relation (2.2), en utilisant un coefficient $\beta = 1$ afin d’obtenir une relation directe entre l’amortissement et la racine carré de la raideur tel qu’observer dans [96].

Au cours de l’expérimentation, il a été demandé aux sujets de reprendre une position identique à celle adoptée dans l’expérimentation précédente et d’essayer de contracter leurs muscles au même niveau. Les paramètres de l’équation d’admittance ont été initialement ajustés à une masse virtuelle de 2 kg et un amortissement de 75 Ns/m. Cette dernière valeur a par la suite été progressivement diminuée par incrément de 1 Ns/m jusqu’à atteindre le point d’instabilité du robot. Puisque l’humain ne peut contracter ses muscles à un même niveau qu’un court instant, il était important que l’expérimentation soit aussi brève que possible. Par conséquent, seulement la valeur de l’amortissement critique a été recherchée, sans préoccupation pour la valeur de la masse critique. L’instabilité de la commande peut évidemment se produire pour différentes valeurs du paramètre de masse, tout dépendant du reste du système. Toutefois, plus élevée sera la valeur de cette masse pour laquelle l’instabilité se produira, plus basse sera la fréquence de l’oscillation grandissante résultante. Pour certaines valeurs de m , la fréquence devient si lente qu’il est très difficile pour le sujet humain de déterminer si la

commande est véritablement instable autour de la frontière. De plus, l'expérience rapportée dans [96] a démontré qu'une masse fixe et de valeur faible devait être visée pour l'obtention d'une commande admittance/impédance calquée sur le modèle humain.

La figure (2.4) montre à la fois la valeur prédite du coefficient de l'amortissement critique calculé selon l'équation (2.39) ainsi que celle trouvée expérimentalement. La valeur de ce paramètre est aussi donnée sur ce graphique, pour le cas où seule la raideur humaine est considérée dans le schéma. Ces résultats illustrent l'impact considérable qu'a l'effet visqueux pris en compte dans la partie humaine du modèle, et dans quelle mesure la négligence de cette caractéristique, comme il l'a été fait dans [118], peut conduire à une surestimation de la frontière de stabilité réelle. On peut observer sur cette figure que les équations développées prédisent dans un intervalle adéquat la frontière de stabilité de la commande par admittance en situation de coopération humain-robot. Toutefois, la méthode semble toujours légèrement surestimer cette frontière. Il est possible que ceci soit lié au fait que nous avons négligé l'effet des tissus de la main dans notre modèle, ou probablement plus en raison de la valeur approximée de l'amortissement humain.

2.6 Conclusion

À partir d'une modélisation simple mais complète des caractéristiques de l'ensemble des parties impliquées dans une activité d'ipHR, ce chapitre a présenté comment la frontière de stabilité d'un robot commandé en admittance pouvait être déterminée en se basant sur la théorie de Lyapunov. La simplicité relative de la frontière obtenue a rendu possible la détermination d'expressions décrivant la valeur critique des deux paramètres d'admittance (masse, amortisseur). Cette analyse a été conduite d'une part dans le but d'avoir une meilleure compréhension des mécanismes régissant l'ipHR, mais surtout dans l'optique de servir de base à la conception de nouvelles lois de commande adaptative permettant des performances maximum dans les limites de la stabilité. Le prochain chapitre portera sur ce point ainsi que sur la problématique de l'estimation de la raideur d'interaction en temps réel.

Chapitre 3

Commande stable et intuitive des mouvements coopératifs à l'effecteur

Dans un contexte d'interaction physique entre humain et robot, la sécurité et la fiabilité sont d'une importance capitale en raison du risque potentiel que pose un robot relativement puissant pour un être humain se trouvant dans son espace de travail. Du point de vue de la commande, il est possible d'augmenter ce niveau de sécurité en garantissant que le robot ne manifestera jamais de comportement instable. Toutefois, la stabilité n'est pas la préoccupation unique dans la conception d'un contrôleur visant une génération de robots aux capacités d'interagir avec l'humain. Au cours de cette interaction, tel que vu au chapitre 1, les mouvements coopératifs résultants devraient être véritablement intuitifs et ne restreindre en aucune façon les capacités humaines. À cette fin, en utilisant les résultats du chapitre 1 ainsi que ceux du chapitre 2, le présent chapitre introduit une loi de commande adaptative basée sur la commande par admittance, qui garantit la stabilité du robot en mouvements contraints tout en fournissant une interaction plus intuitive pour l'humain. Préalablement à la conception de celle-ci, une méthode pour estimer la raideur au point d'interaction sera développée.

3.1 Introduction

Étant données les contraintes de sécurité imposées par le partage entre humains et robots du même espace de travail, il est facile de comprendre pourquoi un algorithme de commande menant à une interaction physique stable et intuitive est reconnu comme étant l'un des défis principaux de recherche dans le domaine de l'ipHR [28].

En utilisant l'idée que l'instabilité est liée à la raideur à l'interface (qui est l'humain dans ce contexte), Tsumugiwa et al. ont proposé dans [117] une nouvelle loi de commande par impédance variable basée sur l'estimation de la raideur humaine. Dans ce travail, les auteurs ont utilisé la raideur humaine pour adapter de manière proportionnelle le coefficient d'amortissement virtuel. Quoique cette relation de proportionnalité déterminée expérimentalement empêche cette loi d'être pleinement optimale du point de vue des performances, l'expérimentation qu'ils ont effectuée a démontré que cet algorithme de commande conduisait à un comportement stable ainsi qu'à une performance coopérative améliorée comparativement à celle obtenue par une commande par impédance conventionnelle. Dans [22], les auteurs ont contourné l'instabilité potentielle de la commande par admittance en utilisant plutôt une procédure où les intentions humaines de mouvement sont estimées selon le modèle défini en [34] et utilisées afin de générer conséquemment des mouvements du robot. Toutefois, aucune preuve formelle de la stabilité de cette commande n'a été rapportée, puisqu'aux dires des auteurs, celle-ci est impossible à réaliser.

Une autre solution à l'instabilité des contrôleurs des robots évoluant en mouvements contraints est la notion dite de la *passivité*. Dans cette approche, au lieu d'utiliser un modèle explicite d'un système donné pour conclure sur la stabilité, l'idée est plutôt de contrôler le flux d'énergie. Ce concept a été très utilisé dans le domaine de l'haptique [77], mais aussi plus récemment dans le domaine de l'ipHR [3]. Cette méthode d'observation de la stabilité a été identifiée dans [28] comme étant une avenue prometteuse pour garantir la stabilité et, par conséquent, la sécurité dans le domaine de l'ipHR. Cependant, bien que cette approche garantisse la stabilité complète du contrôleur d'un robot avec une très bonne robustesse, ce critère est plutôt conservateur [99]. Ce conservatisme entraîne avec lui une répercussion négative sur les performances et sur la transparence du robot ou de l'interface haptique.

Ce dernier point est aussi d'un intérêt non négligeable. En effet, la stabilité des algorithmes de commande n'est pas la seule exigence dans la conception d'un contrôleur permettant l'ipHR. La capacité de suivre facilement et naturellement les mouvements humains durant une tâche coopérative est aussi d'une importance majeure. En d'autres termes, pour l'obtention d'une synergie efficace entre humains et robots, ce dernier ne doit pas être un fardeau pour l'humain. De ce fait, la coopération doit être intuitive pour la personne concernée. Ce concept est généralement appelé *la transparence* et diffère légèrement lorsque utilisé dans le domaine de l'haptique plutôt que dans celui de l'ipHR. Alors que, pour beaucoup d'applications d'haptique, on cherche à supprimer pleinement la dynamique du robot ressentie par l'humain pour ne laisser que les sensations associées à l'espace virtuel (ou réel dans certaines applications), en ipHR, on cherchera plutôt à ramener cette dynamique à quelque chose de similaire à celle de l'humain afin d'exploiter la capacité naturelle ou acquise de l'humain à coopérer avec ses semblables. Dans [61], les auteurs abordent spécifiquement ce problème dans un contexte de mouvement coopératif entre humains et robots.

Concernant ce défi, l'une des idées les plus répandues dans le domaine est d'utiliser une commande par admittance/impédance variable spécialement conçue pour les besoins de l'ipHR. Même dans sa forme originale proposée par Hogan il y a de cela presque trois décennies [51], il a été montré que la commande par impédance partage plusieurs similarités avec la manière dont les humains interagissent avec leur environnement, incluant les autres personnes [58]. Toutefois, les êtres humains sont connus pour varier leur propre impédance/admittance au cours de la réalisation d'une tâche donnée. En se basant sur ce fait et afin d'assurer une meilleure interaction entre humains et robots, il a été initialement proposé dans [57] d'utiliser deux valeurs discrètes du coefficient d'amortissement virtuel de cette équation de commande, alternant selon la vitesse du robot en comparaison d'un seuil préétabli. C'est dans cet esprit qu'il a été présenté dans le chapitre 1 de cette thèse une loi de commande similaire mais, où ce coefficient varie en continu selon une estimation des intentions humaines futures, basée sur la dérivée temporelle de la force mesurée au point d'interaction.

L'approche présentée dans ce chapitre provient de la combinaison de cette commande par admittance variable présentée au chapitre 1 ainsi que de la conception d'un observateur de stabilité basé sur l'analyse de Lyapunov réalisée au chapitre 2. Cette nouvelle loi de commande est conçue avec l'intention que le comportement résultant du robot destiné à l'ipHR ne soit plus un compromis entre la performance de l'interaction

et la stabilité. Préalablement à la conception de cette loi de commande, une nouvelle procédure permettant l'estimation en temps réel de la raideur au point d'interaction est présentée. Celle-ci est nécessaire puisque, tel que vu au chapitre 2, cette raideur est une variable jouant un rôle dominant dans la stabilité ou l'instabilité de la commande et doit donc être connue. Utilisant le résultat de cette estimation, un observateur de stabilité sera conçu en utilisant le résultat de l'analyse de stabilité de Lyapunov. Finalement, les propriétés de stabilité et de d'intuitivité de la nouvelle commande développée seront étudiées dans le cadre d'une expérimentation requérant la coopération entre des sujets et un robot.

3.2 Estimation en temps réel de la raideur cartésienne au point d'interaction

Au chapitre précédent, le problème de la stabilité de la commande par admittance appliquée à la coopération humain-robot a été analysé en utilisant la théorie de Lyapunov. Les résultats de cette analyse ont fourni une expression analytique (2.36) décrivant la zone de stabilité de cet algorithme de commande, relation qui a permis de trouver les équations (2.37) et (2.39) donnant la valeur critique des paramètres de l'équation d'admittance. Ces équations dépendent toutes de certaines caractéristiques connues du système telles que le filtre employé, les paramètres d'admittance et aussi de la raideur au point d'interaction. Cette dernière n'est évidemment pas connue *a priori*, puisqu'elle est fonction de l'opérateur humain. De plus, celle-ci n'est pas une propriété constante dans le temps puisque l'humain adapte et module toujours sa raideur en fonction de la tâche à accomplir. Par conséquent, l'estimation en temps réel de la raideur d'interaction ¹ est fondamentale afin de prédire l'instabilité et de concevoir de nouveaux schémas

¹Dans certains articles, on réfère à la raideur au point d'interaction comme étant la raideur humaine [117], [118]. Toutefois, la résultante de la raideur à ce point, tel que vu dans le chapitre précédent, est fonction de celles des deux côtés de l'interaction, soient la raideur du robot et la raideur humaine. Puisque la résultante de cette raideur peut être vue comme une combinaison de ressorts en série et aussi que la raideur humaine est typiquement beaucoup plus faible que celle des robots, l'impact de cette dernière est donc souvent négligeable. Ce fait explique pourquoi l'hypothèse d'une raideur donnée uniquement par celle de l'humain au point opérationnel conduit à des résultats acceptables dans les recherches citées ci-dessus. Toutefois, afin d'être plus général et de prendre également en compte la nouvelle tendance dans le domaine de l'ipHR de concevoir des robots avec plus de compliance, la raideur sera ici notée comme la raideur d'interaction plutôt que la raideur humaine.

de commande adaptative garantissant la stabilité. Cette section présente une méthode principalement basée sur les moindres carrés afin d'estimer la valeur de cette raideur en temps réel.

3.2.1 Approche précédente

Mussa-Ivaldi et al. [90] ont étudié, au milieu des années '80, le défi d'estimer la raideur cartésienne de l'humain. L'approche que ceux-ci ont proposé n'est toutefois pas appropriée pour l'estimation de cette caractéristique en temps réel, puisqu'elle exige la collecte et le traitement d'une grande quantité de données. Au cours de leur expérimentation, ceux-ci ont demandé à des sujets de maintenir leur bras dans certaines configurations préétablies en tenant rigidement l'effecteur d'un robot. Ce même robot était programmé de manière à appliquer une série de perturbations successives dans plusieurs directions Cartésiennes. En utilisant un capteur d'effort à l'effecteur ainsi que la connaissance de la position Cartésienne du robot, les déplacements relatifs à la main ($\Delta \mathbf{p}$) ainsi que la variation des forces correspondantes ($\Delta \mathbf{f}$) furent enregistrés. Ces données étaient ensuite utilisées en conjonction avec la méthode de la descente du gradient pour obtenir, plusieurs itérations plus tard, un estimé de la matrice de raideur correspondante. Bien que cette méthode ne soit pas applicable pour une estimation en temps réel de la raideur d'interaction, les résultats de ces expériences ont démontré que la raideur cartésienne à l'extrémité du bras humain peut toujours être représentée par un ellipsoïde.

Dans un passé plus récent, Tsumugiwa et al. [117] ont présenté une méthode pour estimer la raideur humaine² en temps réel. Afin de simplifier le problème, ceux-ci ont supposé qu'il n'y a aucun couplage des caractéristiques d'impédance du bras de l'humain entre les axes cartésiens principaux. Cette simplification conduit donc à l'obtention d'une matrice de raideur forcément diagonale dans l'espace opérationnel du robot. Cette dernière matrice fut estimée directement en utilisant les signaux provenant d'un capteur d'effort et de la position cartésienne du robot (provenant du problème géométrique direct) en utilisant la relation suivante :

$$\mathbf{K} = \Delta \mathbf{F}_{est} \Delta \mathbf{P}_{est}^{-1} \quad (3.1)$$

²Étant donnée la procédure employée, la raideur estimée dans cet article est plutôt la raideur d'interaction que celle humaine.

où \mathbf{K} est la matrice de raideur au point d'interaction et avec

$$\Delta \mathbf{F}_{est} = \text{diag}(\mathbf{f}_k - \mathbf{f}_{k-1}) \quad (3.2)$$

$$\Delta \mathbf{P}_{est} = \text{diag}(\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_{k-1}), \quad (3.3)$$

où \mathbf{f}_i et \mathbf{p}_i sont respectivement les vecteurs des forces mesurées et de la position à l'effecteur et k dénote la période d'échantillonnage actuelle du contrôleur du robot.

Bien que cette méthode puisse fournir un bon estimé de la raideur dans certaines configurations, celle-ci peut aussi conduire à de très mauvaises approximations dans d'autres, ayant pour conséquence de sous-estimer la raideur réelle. Cette pathologie est liée à l'hypothèse conduisant à la recherche d'une matrice diagonale. Selon cette hypothèse, les directions principales de l'ellipsoïde de la matrice de raideur estimée seront toujours alignées avec les orientations cartésiennes principales. La figure (3.1) illustre dans le plan le cas d'une mauvaise estimation basée sur une expérimentation réelle entre un sujet et un robot. Un autre inconvénient majeur de cette approche est que l'estimé obtenu nécessite une dérivée temporelle de la force et des signaux de position, qui peuvent être relativement bruités, mais peut surtout conduire au cas problème d'une division par zéro si le déplacement relatif passe sous la résolution des encodeurs du robot.

3.2.2 Méthode proposée

Le comportement cartésien du bras humain peut être représenté comme une impédance résultant de la combinaison d'un effet inertiel, d'amortissement et de raideur. Toutefois, il a été démontré dans [96] que l'effet d'inertie est presque négligeable. Dans la méthode d'estimation proposée plus bas, la raideur d'interaction sera estimée en négligeant également l'effet d'amortissement dans le bras humain. Par conséquent, les forces lues au point d'interaction seront **directement reliées** aux déplacements en ce même point. Cette simplification a pour effet une surestimation de la valeur de la raideur à haute vitesse. Toutefois, la raideur étant connue pour être de valeur faible lors des mouvements rapides [96], la stabilité n'est typiquement pas une préoccupation majeure dans ces circonstances. Il est donc fort improbable que cette surestimation de la raideur ait un impact réel sur le niveau de sécurité de l'ipHR. Ce choix d'éliminer l'effet d'amortissement de la boucle d'estimation est basé sur la certitude qu'il est préférable d'obtenir une valeur surestimée de la raideur plutôt que d'avoir à traiter le bruit

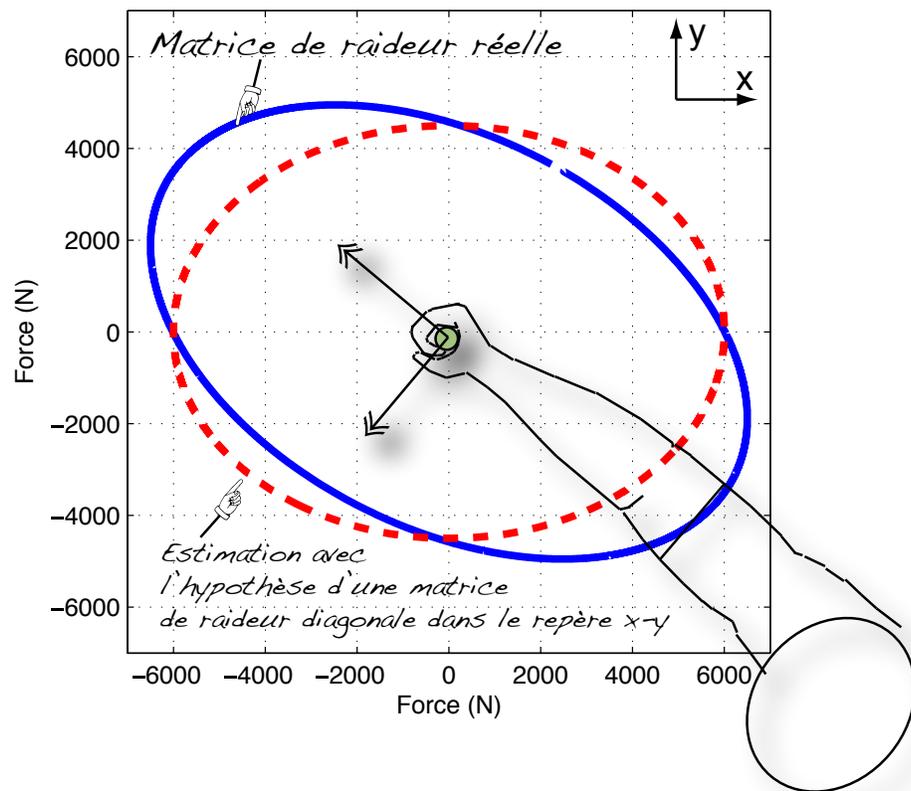


FIG. 3.1 – Erreur induite par l'hypothèse d'une matrice de raideur diagonale.

ajouté par l'inclusion des mesures de vitesse dans la boucle d'estimation. Cependant, même si l'amortissement cartésien de l'humain n'est pas directement estimé, cette caractéristique est également prise en compte dans le calcul de l'amortissement critique de la commande par admittance, tel qu'il sera démontré plus tard.

La relation liant les forces \mathbf{f} aux positions \mathbf{p} est une équation pouvant être exprimée dans un espace de dimension n comme :

$$\mathbf{f} = \mathbf{K}\mathbf{p} + \mathbf{b}, \quad (3.4)$$

où \mathbf{b} est le vecteur d'ordonnée à l'origine qui est non nul si le point de force nulle ne correspond pas avec le point d'origine du repère cartésien. Ce vecteur n'est généralement pas constant puisqu'il dépend des mouvements désirés par l'humain. Dans le présent travail, on souhaite estimer la matrice de raideur $\mathbf{K}_{[n \times n]}$ telle que celle-ci soit une solution de l'équation (3.4). En supposant une matrice de raideur diagonale, on obtient un système d'équations linéaires déterminé et découplé qui peut être facilement résolu en employant une mesure unique de \mathbf{f} et de \mathbf{p} . Ceci est très utile dans un contexte d'estimation en temps réel. Toutefois, il a été montré plus haut que cette hypothèse peut conduire à des estimations erronées. On devra donc utiliser au moins $m = n$ séries de données de position et de force pour estimer pleinement et adéquatement la raideur dans un espace de dimension n . De plus, en raison du bruit de mesure ou de la possibilité d'obtenir un système singulier (deux mesures consécutives identiques), il sera préférable en pratique de baser notre estimation sur une plus grande série de données, soient m séries de données, où $m > n$. Dans ce cas précis, le système devient sur-contraint et dans ce contexte, une solution exacte à l'équation (3.4) devient très improbable. Par conséquent, au lieu de tenter de résoudre cette équation directement, nous allons plutôt essayer de minimiser le carré de l'erreur d'estimation $\chi_{\mathbf{K}}$ de la matrice \mathbf{K} . Cette relation s'exprime :

$$\min_{\mathbf{K} \in \mathbb{R}} \chi_{\mathbf{K}} \quad (3.5)$$

$$\chi_{\mathbf{K}} = \text{tr} \left[(\mathbf{K}\mathbf{P} + (\mathbf{B} - \mathbf{F}))^T (\mathbf{K}\mathbf{P} + (\mathbf{B} - \mathbf{F})) \right], \quad (3.6)$$

où \mathbf{K} est la matrice $n \times n$ de raideur, \mathbf{P} et \mathbf{F} sont respectivement la matrice $n \times m$ dont la i^{e} colonne est le i^{e} vecteur de positions et de forces Cartésienne mesuré et \mathbf{B} est la matrice $n \times m$ dont la i^{e} colonne contient les ordonnées à l'origine de l'échantillon pour toutes les directions. Les données de forces et de positions proviennent directement des capteurs ; par contre, la matrice d'ordonnées à l'origine \mathbf{B} doit être évaluée. En utilisant

la théorie de la régression linéaire, celle-ci peut être estimée selon :

$$\mathbf{B}_{[n \times m]} = \left(\bar{\mathbf{f}} - \mathbf{V}^{-1} \boldsymbol{\Sigma} \bar{\mathbf{p}} \right)_{[n \times 1]} \mathbf{1}_{[1 \times m]}, \quad (3.7)$$

où $\bar{\mathbf{f}}$ et $\bar{\mathbf{p}}$ sont des vecteurs contenant respectivement les n valeurs moyennes de forces et de positions des m dernières périodes d'échantillonnage et \mathbf{V} , la matrice $n \times n$ où chaque entrée est donnée par la variance de l'échantillon de dimensions m de la n^e composante de position. La matrice $\boldsymbol{\Sigma}$ est la matrice $n \times n$ contenant la covariance entre l'échantillon de dimensions m de chacune des n composantes, c'est à dire :

$$V_{ij} = \sigma_{\mathbf{p}_i}^2 = \frac{1}{m} [\mathbf{P} - \bar{\mathbf{p}} \mathbf{1}_m^T] [\mathbf{P} - \bar{\mathbf{p}} \mathbf{1}_m^T]^T \quad (3.8)$$

et

$$\Sigma_{ij} = \text{cov}(\mathbf{p}_i, \mathbf{f}_j) = \frac{1}{m} [\mathbf{P} - \bar{\mathbf{p}} \mathbf{1}_m^T] [\mathbf{F} - \bar{\mathbf{f}} \mathbf{1}_m^T]^T, \quad (3.9)$$

où \mathbf{p}_i et \mathbf{f}_j sont respectivement le i^e ou j^e vecteur ligne des matrices \mathbf{P} et \mathbf{F} . Puisque l'équation (3.6) est quadratique selon la variable \mathbf{K} , son minimum se trouve lorsque :

$$\frac{\partial \chi_{\mathbf{K}}}{\partial \mathbf{K}} = \mathbf{0}, \quad (3.10)$$

équation qui, une fois développée et simplifiée nous donne :

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{K}} \left(\text{tr}(\mathbf{P}^T \mathbf{K}^T \mathbf{K} \mathbf{P}) + \text{tr}(\mathbf{P}^T \mathbf{K}^T (\mathbf{B} - \mathbf{F})) + \text{tr}((\mathbf{B} - \mathbf{F})^T \mathbf{K} \mathbf{P}) \right) = \mathbf{0}. \quad (3.11)$$

En utilisant les propriétés suivantes de la dérivée de la trace d'une matrice :

$$\frac{\partial \text{tr}((\mathbf{B} - \mathbf{F})^T \mathbf{K} \mathbf{P})}{\partial \mathbf{K}} = \frac{\partial \text{tr}(\mathbf{P}^T \mathbf{K}^T (\mathbf{B} - \mathbf{F}))}{\partial \mathbf{K}} = (\mathbf{B} - \mathbf{F}) \mathbf{P}^T \quad (3.12)$$

et

$$\frac{\partial \text{tr}(\mathbf{P}^T \mathbf{K}^T \mathbf{K} \mathbf{P})}{\partial \mathbf{K}} = \mathbf{K} \mathbf{P} \mathbf{P}^T + \mathbf{K} \mathbf{P} \mathbf{P}^T, \quad (3.13)$$

on obtient :

$$2\mathbf{K} \mathbf{P} \mathbf{P}^T + 2(\mathbf{B} - \mathbf{F}) \mathbf{P}^T = \mathbf{0}. \quad (3.14)$$

La valeur de \mathbf{K} qui minimise l'erreur d'estimation sur l'intervalle de m échantillons est donc :

$$\mathbf{K} = (\mathbf{F} - \mathbf{B}) \mathbf{P}^T (\mathbf{P} \mathbf{P}^T)^{-1}, \quad (3.15)$$

où $\mathbf{P}^T (\mathbf{P} \mathbf{P}^T)^{-1}$ est l'inverse de gauche³ de la matrice \mathbf{P} .

³Bien que la forme de l'expression matricielle apparaissant à droite de l'équation (3.15) rappelle la solution à norme minimale d'un système linéaire sous-déterminé, il s'agit bien ici d'une solution aux moindres carrés. Celle-ci provient de la façon dont l'expression (3.6) est formulée. Dans ce cas précis, puisque la matrice recherchée, \mathbf{K} , prémultiplie une autre matrice, ceci impose l'utilisation d'une inverse de gauche dans la solution.

3.2.2.1 Singularité de la matrice \mathbf{P} en situation réelle

Il est fort improbable que les mesures des composante de la position ou de la force soient toujours significatives dans les n directions d'un robot évoluant dans un espace de dimensions n . En fait, si une partie de la tâche prescrite ne requiert que des translations ou si le mouvement est momentanément contraint dans un plan, les matrices \mathbf{P} ou \mathbf{F} seront probablement singulières ou proches de l'être, conduisant à une impossibilité d'évaluer $(\mathbf{P}\mathbf{P}^T)^{-1}$. De nombreuses tâches dans la vie de tous les jours que l'on peut envisager dans des applications d'ipHR peuvent mener à ce genre de mouvement contraint. Par exemple, dessiner en coopération avec un robot contraint généralement les mouvements dans un plan.

Afin d'éviter ce problème, une étude plus approfondie doit être effectuée sur les données recueillies afin d'isoler les directions dans lesquelles les données sont significatives de celles qui ne le sont pas. La variance des données de position est un indicateur logique de la présence de mouvement ou non dans une direction. Celle-ci peut être utilisée en comparaison d'un seuil (v_s) préétabli afin de conclure sur la pertinence des données. En se basant sur ce raisonnement, on construit la matrice suivante :

$$\mathbf{H}_{[n \times n]} = \text{diag}(\mathbf{h}), \quad (3.16)$$

où \mathbf{h} est un vecteur dont les composantes sont données par la fonction de Heaviside :

$$h_i = \begin{cases} 0 & \text{si } V_{ii} - v_s < 0 \\ 1 & \text{si } V_{ii} - v_s \geq 0. \end{cases} \quad (3.17)$$

En d'autres mots, la matrice \mathbf{H} est une matrice diagonale dont le i^e élément de la diagonale sera de valeur nulle si la variance des données pour la coordonnée correspondante est plus petite que le seuil choisi⁴; sinon, cet élément de la diagonale sera égal à 1.

La matrice \mathbf{H} indique quelle ou quelles directions principales du repère choisi dans l'espace opérationnel devraient être prises en compte. Par conséquent, cette matrice servira de base pour la construction d'une matrice \mathbf{G} qui projettera les matrices \mathbf{P} , \mathbf{F} et \mathbf{B} dans un espace où toutes les dimensions seront significatives. Cette nouvelle matrice est en fait une base unitaire de l'espace colonne de la matrice \mathbf{H} , ou plus simplement dans ce cas, une matrice $[n \times \text{rang}(\mathbf{H})]$, qui est la contraction de la matrice

⁴Ce seuil peut avoir une valeur différente selon les axes (*translation vs rotation*).

\mathbf{H} , où les colonnes nulles ont été supprimées. Par exemple, si :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.18)$$

\mathbf{G} sera :

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.19)$$

En utilisant cette matrice \mathbf{G} , la raideur peut maintenant être estimée dans $\mathbb{R}\text{rang}(\mathbf{H})$ sans risque de rencontrer un problème de singularité dans les estimés. Ainsi, l'équation (3.15) devient :

$$\mathbf{K}' = \mathbf{G}^T [(\mathbf{F} - \mathbf{B})\mathbf{P}^T] \mathbf{G} (\mathbf{G}^T \mathbf{P} \mathbf{P}^T \mathbf{G})^{-1}, \quad (3.20)$$

où \mathbf{K}' est la matrice de dimension $\text{rang}(\mathbf{H}) \times \text{rang}(\mathbf{H})$ donnant la raideur dans les dimensions où elle est identifiable.

3.3 Loi de commande stable et intuitive

Au chapitre précédent, une équation décrivant la frontière de stabilité d'un système basé sur la commande par admittance et destiné à interagir physiquement avec l'humain fut trouvée. Cette expression analytique a par la suite permis de déterminer une fonction donnant la valeur critique de chaque paramètre (équations (2.37) et (2.39)) de la loi de commande par admittance. Par valeur critique des paramètres d'admittance, on entend la valeur la plus basse de ces paramètres pouvant être assignée au robot sans que celui-ci ne devienne instable. En utilisant ces équations, il est possible de construire une rétroaction permettant d'adapter en temps réel et de manière optimale l'admittance virtuelle du robot de façon à ce que la coopération soit toujours stable. L'expérimentation présentée dans [96] a montré qu'une valeur faible et fixe de la masse virtuelle est préférable pour une commande reproduisant les habitudes de mouvements humains. Par conséquent, la rétroaction adaptative se fera via un ajustement en temps réel de la matrice d'amortissement virtuel plutôt que de celle associée à la masse. De plus, puisque l'amortissement est, par définition, directement lié à la dissipation d'énergie, il est plus intuitif d'ajuster ce paramètre pour cause de stabilité que de modifier l'inertie apparente du système.

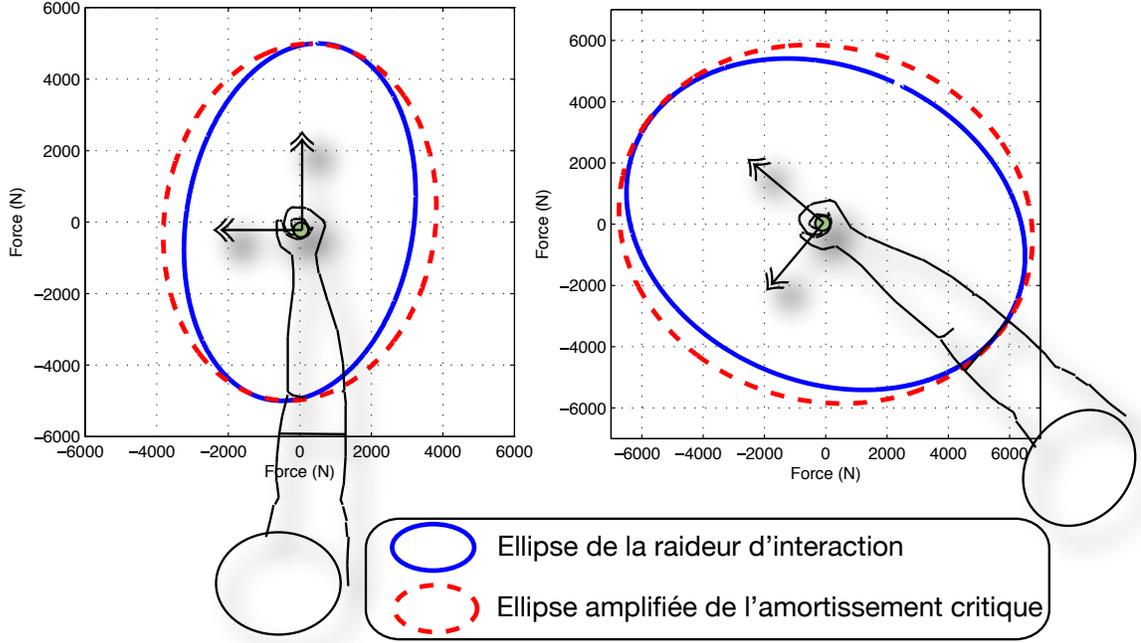


FIG. 3.2 – Forme amplifiée de la matrice d’amortissement critique calculée pour une matrice de raideur estimée.

3.3.1 Amortissement critique dans une dimension n

Si on généralise (voir annexe C) pour un système évoluant dans un espace de dimension n , l’expression unidimensionnelle de l’amortissement critique donnée à l’équation (2.39) du chapitre 2, on obtient :

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{cr} = & -\frac{1}{2T}(\mathbf{M} + T\mathbf{D}_h) \\ & + \frac{1}{2T} \left[(\mathbf{M} + T\mathbf{D}_h)^T (\mathbf{M} + T\mathbf{D}_h) + 4T^2\mathbf{K}_i\mathbf{M} \right]^{\frac{1}{2}}, \end{aligned} \quad (3.21)$$

où \mathbf{K}_i et \mathbf{D}_h sont respectivement les matrices $n \times n$ de raideur au point d’interaction et de l’amortissement cartésien humain, \mathbf{M} est la matrice $n \times n$ de masse virtuelle de la fonction d’admittance du robot et T est la constante de temps du filtre employé.

Toutefois, pour les mêmes raisons que celles mentionnées dans la section 3.2.2.1 concernant le cas de la raideur, il serait très périlleux d’estimer l’amortissement critique dans l’ensemble de l’espace de dimension n . En utilisant encore une fois la matrice de projection \mathbf{G} , la matrice d’amortissement critique dans $\mathbb{R}^{\text{rang}(\mathbf{H})}$ est donc donnée par :

$$\mathbf{C}_{cr} = -\frac{1}{2T} \left(\mathbf{Z} - \left[\mathbf{Z}^T\mathbf{Z} + 4T^2\mathbf{K}_i\mathbf{G}^T\mathbf{M}\mathbf{G} \right]^{\frac{1}{2}} \right), \quad (3.22)$$

où \mathbf{Z} est la projection de $(\mathbf{M} + T\mathbf{D}_h)$ dans l'espace de \mathbf{G} , c'est-à-dire :

$$\mathbf{Z} = \mathbf{G}^T(\mathbf{M} + T\mathbf{D}_h)\mathbf{G}. \quad (3.23)$$

En réfléchissant à la physique du problème, il est clair que l'orientation spatiale de l'ellipsoïde donné par la matrice d'amortissement critique devrait être la même que celle de la matrice de raideur. Toutefois, en se basant seulement sur l'équation (3.22), il n'est pas trivial de voir — du moins pour l'auteur — si les opérations matricielles ne modifieront pas les directions principales et par conséquent, si cette orientation sera maintenue. La figure (3.2) montre dans le plan la forme amplifiée de la matrice d'amortissement critique donnée par l'équation précédente superposée à celle de la matrice de raideur obtenue pour un sujet réel et pour deux configurations. Tel qu'anticipé, l'équation (3.22) maintient bel et bien la même orientation que celle de la matrice de raideur.

3.3.2 Observateur de stabilité

Assigner directement la matrice d'amortissement critique au modèle d'admittance pourrait garantir la stabilité de la commande du robot coopératif. Toutefois, ceci aurait pour effet une dynamique virtuelle non-intuitive puisque basée purement sur une notion mathématique de stabilité, dont l'apprentissage serait sans doute très difficile pour l'humain. Une conséquence directe de cet apprentissage difficile serait une synergie moins efficace entre les deux parties. Il est sans doute préférable de construire une rétroaction basée sur un observateur de stabilité qui va garder la dynamique virtuelle préétablie ou évoluant selon des contraintes d'intuitivité, aussi longtemps que cette dynamique est du côté stable de la frontière. La loi de commande présentée au chapitre 1 a été développée dans cet esprit de comportement intuitif. L'observateur de stabilité aura donc comme mission de contrôler l'amortissement variable de cette loi de commande donnée à l'équation (1.9) afin de garantir que la valeur de cet amortissement conduise à l'obtention d'un comportement stable du robot. Un tel observateur de stabilité peut s'écrire :

$$\mathbf{D} = \mathbf{G}^T\mathbf{C}_v\mathbf{G} - \mathbf{C}_{cr}, \quad (3.24)$$

où \mathbf{C}_v est la matrice d'amortissement variable définie à l'équation (1.6) du chapitre 1 pour une adaptation aux intentions humaines et $\mathbf{G}^T\mathbf{C}_v\mathbf{G}$ est simplement la projection de cette matrice dans l'espace associé à la tâche. La matrice \mathbf{D} est la matrice de dissipation globale. Si celle-ci est définie positive ou semi-positive, la dynamique virtuelle

désirée permet au système en boucle fermée de rester dissipatif, le robot pouvant ainsi garder ses paramètres d'origine. Toutefois, si \mathbf{D} n'est plus définie positive, on utilisera la matrice d'amortissement critique afin de prévenir l'accumulation d'énergie.

Il est probablement plus prudent de garder une marge de sécurité sur nos conclusions de stabilité afin de s'assurer que le robot demeure toujours sans danger pour l'opérateur humain. En effet, il est possible que notre estimation de la raideur soit plus ou moins exacte d'une part, mais on doit aussi rappeler que l'équation de stabilité est basée sur une modélisation approximant le système. Dans ce cas, la matrice de dissipation globale deviendra :

$$\mathbf{D} = \mathbf{G}^T \mathbf{C}_v \mathbf{G} - \beta \mathbf{C}_{cr}, \quad (3.25)$$

où β est un scalaire compris entre 1 et l' ∞ , servant de facteur de sécurité.

Vérifier si la matrice \mathbf{D} est définie positive en se basant sur le critère conventionnel de Sylvester peut être difficile à réaliser en temps réel, celui-ci requérant le calcul des déterminants de toutes les mineures principales. Cette méthode peut aussi conduire à l'obtention d'un résultat infini si le résultat de l'équation (3.25) n'est pas une matrice de plein rang. Un moyen alternatif nécessitant une moins grande complexité algorithmique est de faire une décomposition \mathbf{LU} de la matrice \mathbf{D} et ensuite d'utiliser le signe des pivots pour conclure sur la définition positive de celle-ci. Selon cette approche, deux indices scalaires peuvent être définis ; s'ils sont de valeur égale, cela signifiera que la matrice \mathbf{D} est bel et bien définie positive ou du moins, semi-positive. En utilisant la convention d'Einstein pour la sommation, ces indices s'écrivent :

$$e = L_{ij} \delta^{ij} + U_{ij} \delta^{ij} \quad (3.26)$$

et

$$e^* = \text{abs}(L_{ij}) \delta^{ij} + \text{abs}(U_{ij}) \delta^{ij}, \quad (3.27)$$

où L_{ij} et U_{ij} sont les éléments ij des matrices \mathbf{L} et \mathbf{U} .

En appliquant le delta de Kronecker à ces indices, on obtient une réponse numérique simple et claire sur le caractère défini positif de la matrice \mathbf{D} . Cette réponse prend la forme :

$$\delta_{e,e^*} = \begin{cases} 1, & \text{si } e = e^* \\ 0, & \text{si } e \neq e^*. \end{cases} \quad (3.28)$$

Finalement, en utilisant cette relation combinée à la matrice d'amortissement critique,

la loi de commande d'admittance intuitive donnée à l'équation (1.9) devient :

$$\mathbf{f} = \mathbf{M}\ddot{\mathbf{p}} + \left[\delta_{e,e^*} \mathbf{C}_v + (1 - \delta_{e,e^*}) \left[\beta \mathbf{G} \mathbf{C}_{cr} \mathbf{G}^T + \mathbf{H}' \mathbf{C}_v \right] \right] \dot{\mathbf{p}}, \quad (3.29)$$

avec

$$\mathbf{H}' = \mathbf{I} - \mathbf{H}, \quad (3.30)$$

où \mathbf{I} est la matrice identité de dimension n . Prémultiplier et postmultiplier la matrice \mathbf{C}_c par \mathbf{G} et sa transposée \mathbf{G}^T a pour effet de retourner celle-ci dans un espace de dimensions $n \times n$ avec des zéros dans les rangées et les colonnes où l'amortissement critique n'a pu être estimé en raison de la tâche. Toutefois, appliquer directement cette matrice comme paramètre d'amortissement de l'équation d'admittance peut être risqué. En effet, un amortissement nul apparaîtra dans les directions cartésiennes ayant été jugées non significatives par l'équation (3.17), conduisant à un système qui deviendra potentiellement instable. On peut argumenter qu'à la période d'échantillonnage suivante, si risque d'instabilité il y a, l'observateur ajustera cette fois-ci l'amortissement dans ces directions. Toutefois, afin de minimiser le travail de l'observateur ainsi que les oscillations potentielles pouvant en résulter, on utilisera plutôt la matrice \mathbf{H}' afin d'appliquer l'amortissement initialement désiré \mathbf{C}_v dans ces directions.

3.4 Validation expérimentale

Le contrôleur basé sur la commande par admittance variable présenté dans ce chapitre vise à garantir un comportement stable tout en étant plus intuitif lors des mouvements coopératifs d'un robot. L'expérience suivante vise à démontrer ces deux caractéristiques en situation réelle d'interaction physique entre un humain et un robot. L'étude a été réalisée avec l'aide de six sujets différents âgés de 5 à 56 ans, la moitié de sexe féminin et tous droitiers. Le robot utilisé lors de la tâche coopérative est le *Tripteron* [41], le robot parallèle pleinement découplé utilisé lors des expérimentations présentées dans les deux précédents chapitres. Un capteur d'effort multi-axes ainsi qu'un effecteur muni d'un crayon ont été fixés sur celui-ci. La figure (3.3) montre le montage expérimental.

La tâche à accomplir dans le cadre de cette expérience est similaire à celle réalisée lors de l'expérimentation du chapitre 1, impliquant que le sujet tienne un crayon en coopération avec un robot pour suivre un chemin présouigné menant à la sortie d'un labyrinthe imprimé sur une feuille. La figure (3.4) montre le dessin du labyrinthe utilisé.



FIG. 3.3 – Montage utilisé pour la réalisation de la tâche coopérative du chapitre 3.

Les sujets ont tous reçu les mêmes instructions, soit de tenter de compléter la tâche le plus rapidement possible tout en minimisant autant que possible le nombre de contacts avec les murs du labyrinthe. Deux séries de valeurs très différentes des paramètres d'admittance furent assignées au robot, une admittance très réactive avec une masse virtuelle de 0,5 kg et un amortissement de 10 Ns/m (l'ensemble 1 des valeurs des paramètres), ainsi qu'une autre conduisant à une réaction beaucoup plus lente du robot. Pour ce dernier cas, l'ensemble de valeurs était de 5 kg et 60 Ns/m (ensemble 2). Il a été demandé aux sujets de réaliser la tâche deux fois pour chaque ensemble, une fois avec un contrôleur par admittance fixe et l'autre avec une commande adaptative selon l'équation (3.29) présentée dans ce chapitre. Ces quatre essais ont été réalisés dans un ordre aléatoire afin de réduire l'impact sur les résultats de l'effet d'apprentissage. Pour les essais impliquant le contrôleur adaptatif présenté dans ce chapitre, les valeurs des paramètres α et β de l'équation (3.29) ont été fixées respectivement à 0,5 et 1,2.

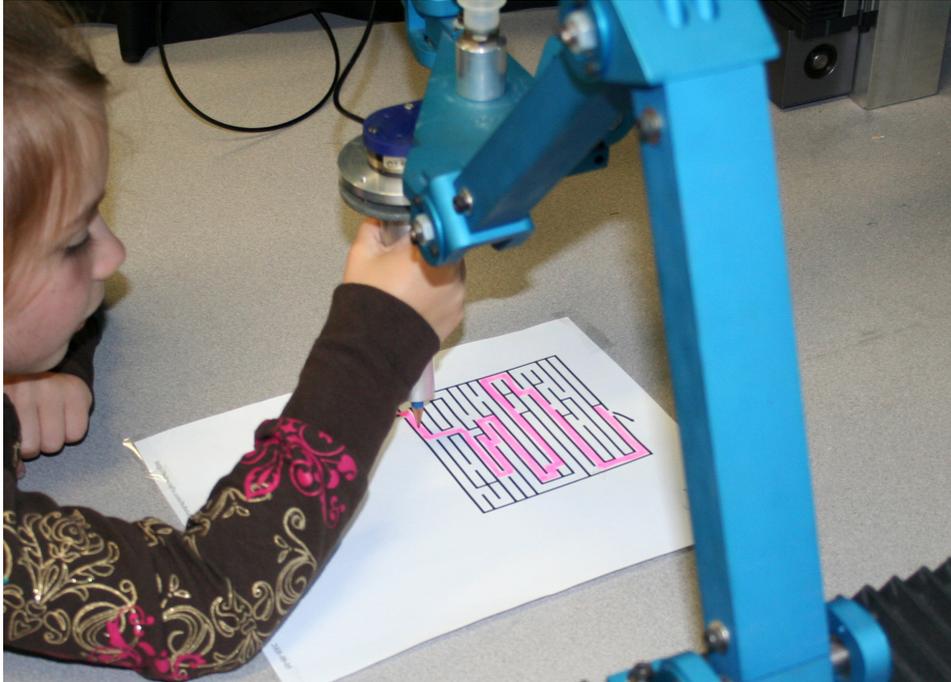


FIG. 3.4 – Labyrinthe utilisé.

3.4.1 Résultats

La figure (3.5) montre les résultats des six sujets pour le cas de l'ensemble 1 des valeurs des paramètres ($m = 0,5$ kg et $c = 10$ Ns/m). Ces résultats sont présentés à la fois pour la loi de commande fixe ainsi qu'adaptative. La valeur de ces paramètres était connue *a priori* pour donner une limite de stabilité relativement basse qui pouvait facilement être franchie au cours de l'interaction. Par conséquent, l'hypothèse était que la commande par admittance fixe serait grandement désavantagée. En accord avec cette hypothèse, il apparaît clairement sur cette figure, par le nombre de dépassements, que l'approche proposée permet une meilleure coopération. En raison de son comportement tout à fait stable, même pour cette faible dynamique virtuelle, le nombre de dépassements a été considérablement réduit par l'utilisation de cette approche.

Alors que l'ensemble 1 des valeurs des paramètres d'admittance permettait de voir clairement l'avantage procuré par les propriétés de stabilité de la loi de commande développée, l'expérimentation avec l'ensemble 2 des paramètres ($m = 5$ kg et $c = 60$ Ns/m) a été pensée pour vérifier l'aspect intuitif du comportement procuré par la capacité d'adaptation de la commande aux intentions humaines. En effet, en se basant

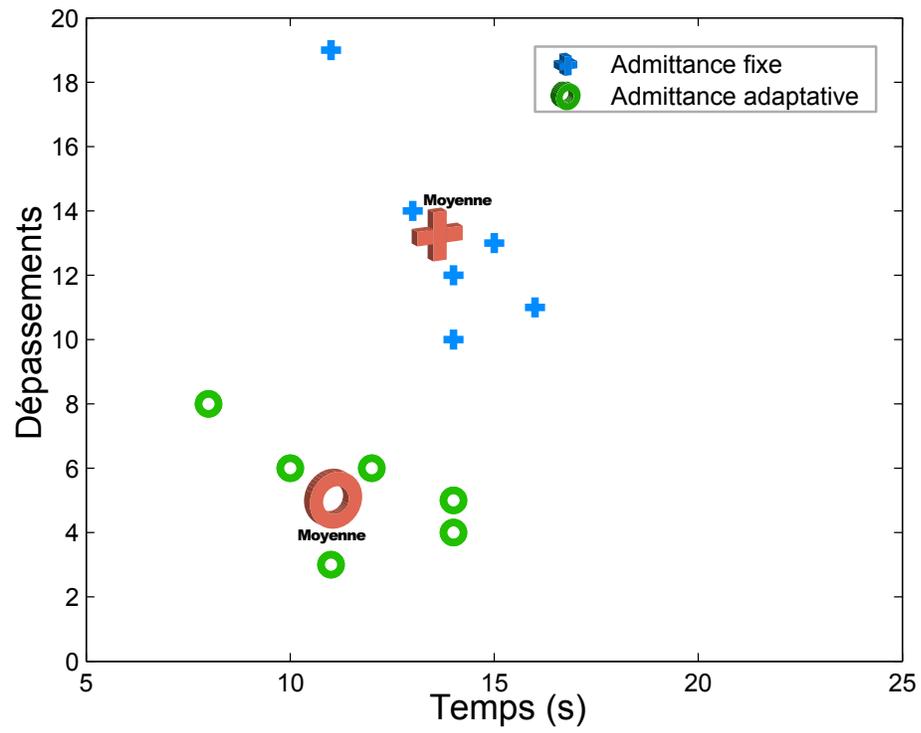


FIG. 3.5 – Résultats expérimentaux obtenus pour les deux contrôleurs avec l'ensemble 1 des valeurs des paramètres ($m = 0,5$ kg et $c = 10$ Ns/m) .

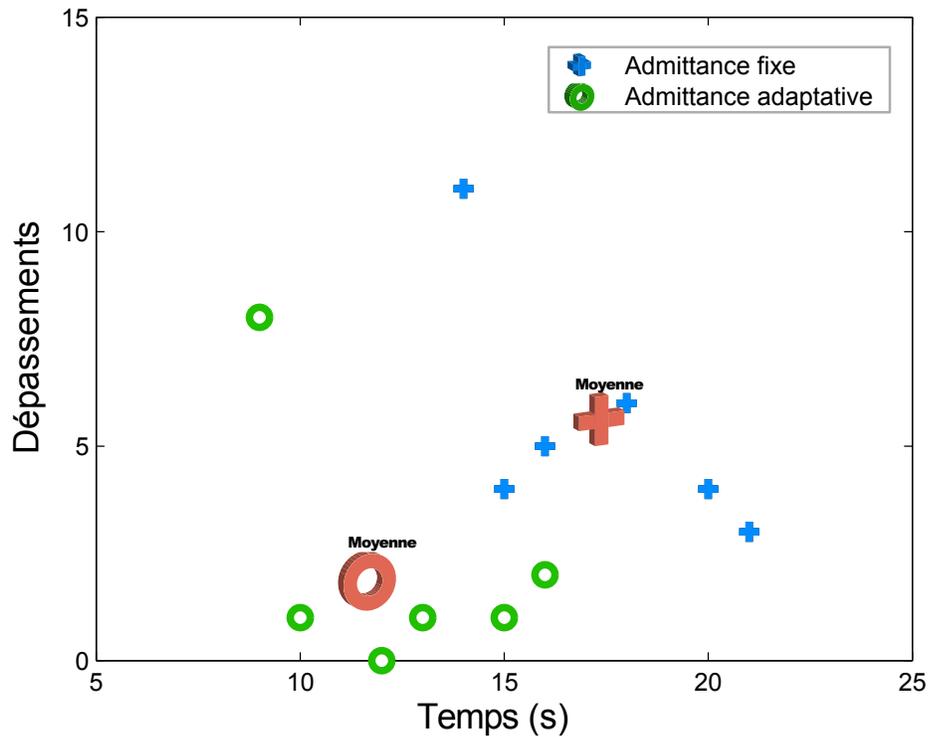


FIG. 3.6 – Résultats expérimentaux obtenus pour les deux contrôleurs avec l’ensemble 2 des valeurs des paramètres ($m = 5$ kg et $c = 60$ Ns/m).

sur les résultats expérimentaux obtenus lors de l’expérimentation du chapitre 2, ces paramètres étaient connus comme étant au-dessus de la limite atteignable de stabilité. Par conséquent, un comportement entièrement stable était attendu pour les deux contrôleurs. Toutefois, l’emploi de telles valeurs élevées dans le contexte d’une tâche impliquant de dessiner en coopération avec un robot présente l’inconvénient de demander une force à l’entrée relativement élevée et rend plus ardues les changements de direction. Ceci a comme conséquence directe une coopération plus difficile entre les deux parties. Dans ce contexte, tel qu’anticipé, les six sujets ont obtenu des résultats significativement meilleurs avec le robot commandé par la loi adaptative et ce, principalement en raison des capacités d’adaptabilité de ce contrôleur durant les phases d’accélération et de décélération. La figure (3.6) nous montre la portée de cet avantage, qui se quantifie autant en termes du temps moindre qui fut requis pour effectuer la tâche que par le nombre réduit de dépassements.

3.5 Conclusion

Prenant en considération le fait que la stabilité en boucle fermée d'un robot évoluant en mouvement contraint est étroitement liée à la raideur au point d'interaction, une nouvelle loi de commande par admittance adaptative basée sur l'estimation en temps réel de la raideur d'interaction a été conçue dans le présent chapitre. En plus de ses propriétés de stabilité, l'algorithme de commande développé utilise les avancées présentées au chapitre 1 en adaptant en permanence la dynamique virtuelle du robot pour correspondre de manière plus adéquate aux mouvements coopératifs de l'humain. L'expérimentation effectuée, dans laquelle une tâche coopérative entre six sujets humains et un robot fut réalisée, a confirmé l'adéquation des hypothèses posées lors de la conception de la loi de commande et, par conséquent, que le contrôleur résultant est une solution adéquate pour l'ipHR qui minimise le compromis entre performance et stabilité.

Cette solution intuitive et stable conclut cette partie de la thèse portant sur le comportement idéal désiré au point opérationnel d'un robot évoluant en mode coopératif. La partie suivante portera sur la commande des robots destinés à l'ipHR, mais cette fois-ci, pour leur fonctionnement dans des modes alternatifs (mode autonome, réaction aux contacts).

Deuxième partie

Autres modes d'opération et unification de la commande

“Seuls les grammairiens sont assez naïfs pour penser que l’exception confirme la règle.”

- Amélie Nothomb

Même si l’objectif principal d’un robot d’ipHR est d’assister directement un humain dans la réalisation d’une tâche, la réussite concrète de cet objectif ne se résumera pas simplement à produire des mouvements coopératifs, tel que vu dans la première partie de cette thèse. En effet, pour mener à bien la réalisation complète de ce but visé, il est possible que le robot ait à réagir à des collisions, ou encore à produire des mouvements de façon autonome tel un manipulateur conventionnel, afin d’assurer à lui seul une partie de la tâche. Ce chapitre couvre ces deux modes d’opération alternatifs dans lesquels un robot d’ipHR peut être amené à évoluer. Cette partie se terminera sur un chapitre unifiant les trois modes d’opération (coopératif, autonome et réaction aux collisions) au sein d’une même équation de commande et présentera une procédure de résolution de l’équation différentielle obtenue, qui conduira à l’obtention du vecteur de vitesse désiré.

Chapitre 4

Commande par admittance étendue pour une réaction passive aux contacts

Afin de permettre une interaction physique humain-robot ou tout simplement autoriser ceux-ci à partager le même espace de travail, il est impératif que les robots deviennent in-offensifs pour les êtres humains. La détection des contacts est une pièce importante de ce casse-tête, mais qui ne peut à elle seule augmenter la sécurité de l'interaction. En effet, la détection des contacts doit être jumelée à un algorithme de commande approprié gouvernant la réaction aux contacts.

Ce chapitre présente une nouvelle approche de commande donnant la capacité à un robot de réagir aux contacts ou collisions d'une façon facilement prévisible pour les humains. Cette approche reprend le modèle de commande par admittance utilisé précédemment dans cette thèse pour la production de mouvements coopératifs à l'effecteur, mais est cette fois-ci étendu à l'ensemble du robot afin de commander n'importe lequel de ses points. Afin d'augmenter

davantage la synergie entre les deux parties de l'interaction, une solution satisfaisant l'admittance désirée au point de contact tout en continuant de façon optimale l'exécution de la tâche à l'effecteur est proposée. Le potentiel de cet algorithme à augmenter la sécurité humaine au cours d'une interaction humain-robot est finalement démontré via un mélange de simulations et de collisions réelles entre un humain et un robot.

4.1 Introduction

Dans la synthèse sur l'ipHR présentée dans [28], les auteurs donnent un bon aperçu de ce que devraient être les caractéristiques fondamentales servant d'assise lors de la conception des robots destinés à l'ipHR, tels une bonne fiabilité, un comportement intuitif et efficace et surtout, un souci constant pour la sécurité humaine. De nombreuses études ont porté sur cet aspect particulier. Il a été démontré dans [126] qu'un robot peut facilement blesser un être humain lors d'un contact involontaire. Des études plus poussées ont été effectuées récemment afin de comprendre cette menace et de fournir des indicateurs pour quantifier le niveau de celle-ci [45], [46], [123].

Sur la base des conclusions des études mentionnées ci-dessus, plusieurs chercheurs ont tenté de revoir la conception des robots coopératifs dans le but de mieux garantir la sécurité de l'humain. Il a notamment été proposé d'utiliser des techniques d'actionnement basées sur une compliance intrinsèque aux articulations tels les *Serial Elastic Actuators* (SEA) [95] ou le concept de *Distributed Macro-Mini* (DM2) [125]. Le précepte sur lequel repose la justification de ces approches est de séparer l'inertie des membrures du manipulateur de celle de ses actionneurs et ainsi minimiser l'énergie transférée lors d'un impact. Conscients que le coincement d'un humain entre un robot et une surface est une situation encore plus dangereuse qu'une collision entre les deux parties, les auteurs de [81] et [92] ont proposé une solution basée sur une compliance non-linéaire aux articulations, réduisant les forces en cas de serrage, mais gardant aussi une grande précision à l'effecteur. Cependant, en utilisant une solution purement mécanique, il est difficile de réduire simultanément l'impact des collisions et les forces de serrage tout en réagissant de façon intuitive à celles-ci. Par conséquent, bon nombre de solutions ayant été proposées au problème de l'ipHR sécuritaire ont plutôt été partiellement ou principalement basées sur la commande. Dans [70], les auteurs ont conçu une articulation

compliant utilisant des fluides magnétorhéologiques pour commander activement la raideur de celle-ci et ce, afin de maintenir un niveau constant de sécurité dans l'espace Cartésien. Heinzmann et al. [49] ont proposé, dans l'approche intitulée *Impact Potential Control*, de suivre en temps réel l'impact potentiel des nombreux points sur le robot et de réduire la vitesse de celui-ci en fonction du niveau de danger associé. Kulic et Croft [75] ont présenté un concept similaire, mais utilisant la proximité humaine en temps réel comme indice de sûreté, dans l'esprit de modifier en conséquence la trajectoire du robot.

Toutes les approches de commande présentées plus haut sont basées sur la prévention ou l'anticipation des collisions. Bien que la prévention des collisions doit être une priorité absolue dans le contexte d'un espace de travail partagé entre un humain et un robot, celle-ci ne peut à elle seule garantir pleinement la sécurité de l'humain. En effet, une mauvaise anticipation pourrait éventuellement mener à des contacts non désirés. De plus, du point de vue de l'efficacité et du naturel de l'ipHR, les contacts entre l'humain et le robot ne doivent pas nécessairement être toujours perçus comme un mode fautif qui doit être évité. Par exemple, il pourrait être souhaitable que l'humain puisse guider manuellement le robot directement via les membrures. Très peu de travaux ont abordé cette problématique. L'une des principales raisons expliquant ceci est qu'il est difficile d'envisager une telle approche sans exiger une capacité de détection sur l'ensemble du corps d'un robot. Ce dernier point est encore aujourd'hui considéré comme un défi dans le domaine des capteurs tactiles [23]. Néanmoins, Yamada et al. [123] ont proposé une solution basée sur un observateur de perturbations utilisant le couple requis aux articulations afin de détecter les contacts ou les collisions et de réagir à ceux-ci en imposant une limitation sur la vitesse et sur le courant aux actionneurs. Au lieu d'empêcher les collisions, cette solution détecte et réagit immédiatement aux contacts en tout point d'un robot.

Dans l'article [27] et plus récemment dans [43], les auteurs ont utilisé une procédure de détection des contacts similaire, mais ont expérimenté des comportements réactifs plus avancés. Dans la dernière des deux études, en utilisant le *DLR Lightweigh III*, les auteurs ont étudié quatre approches réactives différentes principalement centrées sur la sécurité de l'humain. L'une de ces approches ayant donné les meilleurs résultats en termes d'annulation des forces de contact et de naturel de la réaction a été un contrôleur d'admittance au niveau articulaire utilisé afin de générer une vitesse désirée dans la direction opposée à celle de la collision.

S'appuyant sur ces résultats encourageants ainsi que sur les propriétés présentées au chapitre 1, l'auteur a la sincère conviction que la commande par admittance, par sa nature, représente une bonne base pour attaquer simultanément le problème de la réaction sécuritaire aux contacts tout en fournissant un comportement réactif très intuitif et prévisible du point de vue de l'humain. La commande par impédance/admittance a été largement utilisée, tel que vu dans les trois premiers chapitres, dans le domaine de la commande des robots en situation d'interaction physique avec l'humain. Toutefois, la grande majorité des travaux concernant cette commande dans ce contexte ont utilisé celle-ci uniquement pour commander les mouvements au point opérationnel du robot en mode coopératif.

Dans le présent chapitre, la commande par admittance est étendue à toute la surface du robot, appuyée sur l'hypothèse que les robots auront bientôt la capacité de localiser et de connaître l'intensité des contacts sur l'étendue de leur corps. En d'autres mots, plutôt que d'être en mesure d'interagir seulement à l'effecteur, le robot sera capable de réagir, selon une admittance donnée, à un contact ou à une collision en tout point sur son corps. Afin de maintenir une capacité d'interaction au point opérationnel, l'algorithme présenté a de particulier qu'il essaie de manière optimale de réconcilier les contraintes exigées par les mouvements coopératifs à l'effecteur avec celles requises par la réaction aux contacts entre le manipulateur et son environnement. Le sens du mot optimal sera défini plus bas, mais de toute évidence, la capacité du robot à s'attaquer à ces deux tâches simultanément dépendra de sa cinématique, par exemple si celle-ci est redondante en regard des tâches à satisfaire. Néanmoins, le comportement qui en résulte partagera des similarités avec l'habileté naturelle humaine à adapter sa cinématique et sa dynamique en fonction des contraintes provenant du milieu environnant tout en effectuant une tâche donnée.

Ce chapitre est organisé comme suit : la section 4.2 introduit d'abord la notion de l'espace de contact et définit ensuite l'admittance de contact et comment les paramètres de celle-ci doivent être réglés ; dans la section 4.3, l'équation exacte satisfaisant simultanément à l'admittance aux points de contact et à la tâche à l'effecteur est dérivée. Cette situation est un cas idéal, qui nécessite un certain nombre de degrés de liberté au point de contact et à l'effecteur. Dans le contexte d'une application réelle, il est peu probable que ce cas idéal soit rencontré fréquemment. Par conséquent, les sections 4.4 et 4.5 présenteront une approche dite priorisant la sécurité, permettant de respecter exactement les contraintes requises par les contacts tout en minimisant la déviation

à l'effecteur du comportement exigé par la tâche à satisfaire. Enfin, des résultats de collisions supervisées entre un robot et un humain sont présentés à la section 4.6 afin de démontrer comment l'approche de contrôle proposée peut améliorer le niveau de sécurité dans un contexte d'ipHR, tout en conduisant à un comportement plus naturel.

4.2 Admittance de contact

4.2.1 Espace des contacts

L'espace opérationnel est un concept introduit par Khatib [69] et qui, comme son étymologie le suggère, désigne l'espace associé à la tâche prescrite. Bien que l'espace opérationnel soit souvent défini dans un repère cartésien orthonormé correspondant au repère de base du robot, il est important de ne pas confondre ces deux notions. En effet, certaines tâches se décrivent de manière plus intuitive dans un repère alternatif. Un exemple de ceci est le cas d'une tâche de suivi de contour où l'utilisation d'un repère défini selon les directions tangentielle et normale de la tâche semble plus adéquat.

Cette notion d'espace des tâches conduit logiquement à la définition du point opérationnel comme étant le point de réalisation de la tâche, soit, dans la plupart des cas, un point de l'effecteur. Le mode coopératif des robots d'ipHR tel que présenté dans les 3 premiers chapitres de cette thèse se décrit d'une manière naturelle dans cet espace, l'espace opérationnel étant l'espace de travail et le point opérationnel, le point d'interaction entre les deux parties. Toutefois, dans le contexte du présent chapitre, puisqu'il est question d'une loi de commande permettant à un robot de réagir en tout point de son corps, cette définition apparaît insuffisante pour décrire simultanément la tâche à l'effecteur ainsi que la réaction aux contacts. En effet, étant donnée la capacité de réaction en tout point que l'application de ce concept exige, il existera une infinité de points opérationnels ; de plus, l'espace des réactions aux contacts sera parfois différent de celui de la tâche à l'effecteur. Par conséquent, on définira un espace propre aux collisions intitulé l'espace des contacts. Cet espace est de dimension égale à ce que la capacité de détection permet.

4.2.2 Équation d'admittance

Même si la commande par admittance est déjà utilisée pour générer les mouvements coopératifs d'un robot à l'effecteur, celle-ci ne devrait pas être étendue directement à la totalité du robot pour la gestion des contacts. Il est préférable de définir une nouvelle dynamique virtuelle distincte conduisant à un comportement sécuritaire en cas de collision. En effet, l'admittance de contact doit être définie en fonction de considérations basées sur la sécurité — telle que l'inertie maximale résultant lors d'une collision — tandis que l'équation d'admittance destinée à la commande des mouvements à l'effecteur en ipHR est généralement ajustée afin de rendre une dynamique virtuelle qui sera intuitive pour l'humain en situation de manipulation coopérative.

Basée sur cette prémisse, une équation de forme identique à l'équation (1.4) est définie pour commander l'admittance du manipulateur dans l'espace des contacts :

$$\mathbf{f}_c = \mathbf{M}_c \ddot{\mathbf{p}}_c + \mathbf{C}_c \dot{\mathbf{p}}_c, \quad (4.1)$$

où \mathbf{M}_c et \mathbf{C}_c sont les matrices diagonales représentant respectivement l'inertie et l'amortissement virtuel désirés dans l'espace de contact et dans lequel $\dot{\mathbf{p}}_c$ et $\ddot{\mathbf{p}}_c$ sont la vitesse et l'accélération cartésiennes au point de contact. Tel que vu au chapitre 1, dans un contexte de commande par admittance, les forces exercées par l'utilisateur sont mesurées et ce sont les mouvements qui sont renvoyés à l'utilisateur. Par conséquent, l'équation (4.1) peut être résolue en vue de fournir une position de référence \mathbf{p}_c ou encore l'une de ses deux premières dérivées ($\dot{\mathbf{p}}_c$, $\ddot{\mathbf{p}}_c$) comme consigne. Des techniques concrètes de résolution de cette équation seront vues au chapitre 6 lors de la description des méthodes d'implantation des algorithmes de commande développés. Néanmoins, dans le cadre de ce chapitre, la vitesse du robot sera utilisée comme variable de commande dans le but d'exploiter la relation linéaire liant les vitesses cartésiennes à celles articulaires :

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{J}\dot{\mathbf{q}}. \quad (4.2)$$

L'asservissement des robots actuels étant réalisé typiquement dans le domaine articulaire, le vecteur des vitesses cartésiennes désirées au point de contact donné par la résolution de l'équation (4.1) pourrait être projeté directement dans cet espace. Toutefois, la résolution de ce problème ne passe pas par une solution unique, qu'il y ait redondance ou non dans la chaîne cinématique au point de contact en regard des contraintes données à ce point. Ce problème sera donc inclus directement dans la dérivation des équations de résolution cinématique présentées ci-dessous.

4.2.3 Paramètres d'admittance

Satisfaire l'équation (4.1) en chaque point de la surface d'un manipulateur pourrait théoriquement permettre une réaction passive et naturelle à tout contact entre robot et humain. Considérant la complexité et la diversité des réactions humaines en situation de contact, avoir une réaction passive¹ basée sur un modèle d'admittance n'est probablement pas suffisant pour couvrir l'ensemble des réactions idéales pour l'éventail complet des scénarios de collision possibles. Cependant, en utilisant seulement le sens du toucher comme canal d'interaction, cette façon de réagir est probablement une bonne base intuitive à laquelle d'autres comportements actifs et non linéaires pourraient être ajoutés.

Néanmoins, le comportement résultant en termes de sécurité et d'aspect intuitif de la réaction dépend en grande partie du choix des paramètres décrivant la dynamique virtuelle désirée au point de contact. Il n'est pas simple de déterminer la valeur numérique de ces paramètres permettant de contenir les forces de contact sous un seuil préétabli. D'une part, les paramètres doivent refléter la capacité dynamique réelle du robot à suivre adéquatement la dynamique virtuelle prescrite lors des impacts. En d'autres termes, même si l'on demande à un robot d'agir comme un système à masse nulle, il est fort probable qu'aucun robot n'aura la puissance nécessaire pour suivre ce comportement en situation de collision réelle. D'autre part, les paramètres dépendent des propriétés mécaniques (raideur, coefficient de restitution) de l'objet ou de l'humain en contact. Toutefois, en faisant appel à la signification physique de l'équation (4.1), il est possible de définir des lignes directrices dans le choix de la valeur des paramètres \mathbf{M}_c et \mathbf{C}_c . Pour une masse se déplaçant à une certaine vitesse, plus faible est sa valeur et plus élevé est l'amortissement associé à celle-ci, plus faible sera l'énergie cinétique transférée en situation d'impact. On cherchera donc la masse la plus faible et l'amortissement le plus élevé permis par les performances dynamiques du robot pour l'obtention du comportement le plus sécuritaire. Cependant, une mise en garde s'impose. Si, en plus de réagir aux collisions, on désire utiliser cet algorithme pour permettre l'ipHR en tout point sur le robot, un compromis devra être fait entre cette manière de définir les paramètres d'admittance et celle présentée au chapitre 1. Dans ces circonstances,

¹Le terme passif fait référence au comportement résultant de la dynamique virtuelle par rapport à d'autres méthodes de réaction plus actives telle la génération de trajectoires d'évitement. Toutefois, selon le sens physique réel, puisque basée sur la commande, la méthode de réaction présentée peut être définie comme active.

le comportement désiré au point de contact ne devra plus être basé uniquement sur des contraintes de sécurité mais aussi sur des considérations liées à l'aspect intuitif de celui-ci.

4.2.4 Force au point de contact

Selon la technologie de capteur utilisée pour détecter les contacts (ex. : peau de robot, capteur de couple aux articulations, courant aux actionneurs), la détection de multiples points de contact sera possible dans certains cas, alors que dans d'autres, seul un vecteur de force résultant pourra être trouvé. Le traitement des signaux de sortie de tels capteurs est hors du champ d'application de ce chapitre, mais il peut facilement être supposé que, dans les deux cas, il sera possible de déterminer un vecteur de force équivalent à un emplacement équivalent. Par conséquent, dans cet ouvrage, pour un contact donné sur la i^{e} membrure d'un robot, un vecteur de force équivalent sera supposé au point coïncident avec l'articulation connectant la i^{e} et la $(i+1)^{\text{e}}$ membrures. L'admittance de contact sera par conséquent calculée pour ce point, en utilisant ce vecteur de force équivalent afin de trouver la vitesse de référence appropriée, selon l'équation (4.1).

4.3 Solutions exactes aux contraintes de vitesse aux deux points commandés

La section précédente a introduit le concept d'admittance de contact et comment celle-ci peut être utilisée et ajustée afin de générer une vitesse de référence à un point de contact arbitraire garantissant la sécurité de l'humain. Selon l'objectif d'augmenter le niveau de sécurité d'un robot en situation d'ipHR, une approche possible est de commander simplement les mouvements de celui-ci en ce point, selon le vecteur vitesse à satisfaire. Toutefois, tout dépendant de l'endroit sur le robot où le contact se produira, il est très probable qu'il y ait plusieurs degrés de liberté restant en amont du point de contact. Afin d'améliorer l'efficacité d'exécution des tâches coopératives entre humains et robots, ces degrés de liberté en surplus seront utilisés de manière à poursuivre la tâche à l'effecteur. L'avantage potentiel de l'application de ce concept est de ne plus

considérer les contacts entre un humain et un robot comme une situation non désirée qui nécessite une action d’urgence, permettant ainsi une coopération davantage proactive.

Dans cette section, les équations dérivées permettront de satisfaire cette nouvelle contrainte cinématique, tout en continuant d’exécuter la tâche au point opérationnel.

4.3.1 Matrices de transformation

Avant d’aller plus loin dans la dérivation des équations de commande, certaines matrices de projection doivent être définies. La technique de réaction aux contacts proposée vise à satisfaire à une admittance donnée au point de contact, tout en essayant de poursuivre la réalisation d’une tâche à l’effecteur. À l’exception du cas particulier où un contact se produirait directement à l’effecteur, la solution aux contraintes données par le contact impliquera de travailler dans un sous-espace de l’espace articulaire du robot.

La première matrice sera utilisée afin de transformer un vecteur ou une matrice de dimension égale à celle de l’espace articulaire du robot vers un espace de dimension égale au nombre d’articulations dans la chaîne cinématique reliant la base au point de contact équivalent ². Cette matrice, appelée \mathbf{B} , est définie par :

$$B_{ij} = \delta_{ij} \quad (4.3)$$

où B_{ij} représente la composante ij de la matrice \mathbf{B} et δ_{ij} est le delta de Kronecker tel que défini à l’équation (1.8). Les valeurs maximales des indices i et j sont respectivement la dimension de l’espace articulaire du robot et le nombre d’articulations en-dessous du point de contact.

Par ailleurs, la matrice \mathbf{L} est définie comme la matrice contenant les colonnes ‘manquantes’ de \mathbf{B} et forme donc la base du noyau de gauche de \mathbf{B} . Par exemple, pour un manipulateur à 4 ddl, en cas de contact entre la troisième membrure de celui-ci et son

²Afin de simplifier la lecture de ce texte, cette chaîne cinématique sera appelée dans le reste du texte *manipulateur de contact*.

environnement, ces matrices prendront la forme :

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

et

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (4.5)$$

où $\text{range}(\mathbf{L}) = \ker(\mathbf{B}^T)$ et où les opérateurs $\text{range}()$ et $\ker()$ dénotent respectivement l'image de la transformation et le noyau de la matrice en argument.

Ces matrices peuvent être utilisées pour définir deux matrices jacobiennes qui seront utilisées dans le reste du chapitre. La première de ces deux matrices est la jacobienne du manipulateur de contact et est donnée par :

$$\mathbf{J}_c = \mathbf{J}^* \mathbf{B}, \quad (4.6)$$

où \mathbf{J}^* est la matrice jacobienne du manipulateur original, mais dans laquelle la longueur des membrures se situant au-dessus du point de contact a été mise à zéro et où l'indice ${}_c$ sera désormais utilisé pour dénoter l'appartenance d'un paramètre au manipulateur de contact. Cette matrice est identique à la matrice jacobienne du bras virtuel introduite par Tsuji [116] dans un autre contexte lié à la résolution cinématique des robots redondants.

L'autre matrice est la jacobienne des parties résiduelles de la chaîne cinématique originale :

$$\mathbf{J}_r = \mathbf{J} \mathbf{L}. \quad (4.7)$$

La figure (4.1) illustre la signification physique de ces deux matrices jacobiennes.

4.3.2 Dérivation des équations

L'équation générale liant le vecteur des vitesses cartésiennes à celles articulaires s'écrit

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^I \dot{\mathbf{p}} + \mathcal{P} \mathbf{z}, \quad (4.8)$$

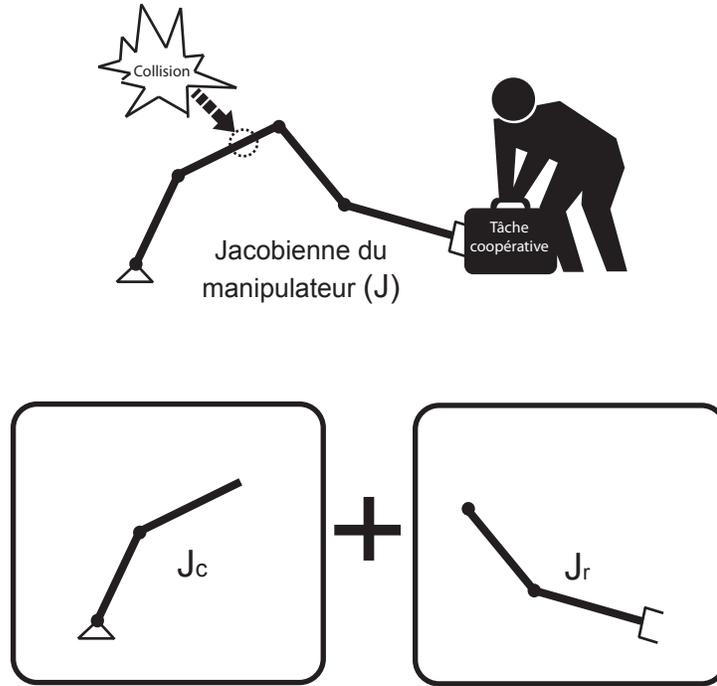


FIG. 4.1 – Représentation schématique des deux matrices jacobienne définies.

où $\mathcal{P} = (\mathbf{I} - \mathbf{J}^I \mathbf{J})$ est la matrice produisant une projection orthogonale dans le noyau de \mathbf{J} , \mathbf{z} est un vecteur quelconque et \mathbf{J}^I est une inverse généralisée de \mathbf{J} .

Cependant, comme l'objectif de ce chapitre est de satisfaire la contrainte au point d'opération $\dot{\mathbf{p}}_o$ tout en respectant simultanément celle imposée par l'admittance prescrite au point de contact \mathbf{p}_c , l'équation (4.8) devra être résolue dans chacun des espaces associés à ces deux contraintes. L'espace articulaire de contact étant un sous-espace de l'espace articulaire du robot, cette équation sera satisfaite en premier lieu dans ce sous-espace. En projetant l'équation (4.8) dans l'espace articulaire du manipulateur de contact en utilisant la matrice \mathbf{B} définie à cet effet à l'équation (4.4), on obtient :

$$\dot{\mathbf{q}}_c = \mathbf{B}^T \mathbf{J}^I \dot{\mathbf{p}}_o + \mathbf{B}^T \mathcal{P} \mathbf{z}. \quad (4.9)$$

En manipulant l'équation précédente, celle-ci peut être réécrite sous la forme :

$$\mathbf{B}^T \mathcal{P} \mathbf{z} = (\dot{\mathbf{q}}_c - \mathbf{B}^T \mathbf{J}^I \dot{\mathbf{p}}_o), \quad (4.10)$$

où $\dot{\mathbf{q}}_c$ est un vecteur connu provenant de la projection dans l'espace articulaire de la vitesse cartésienne imposée par l'équation d'admittance au point de contact, c'est-à-

dire :

$$\dot{\mathbf{q}}_c = \mathbf{J}_c^I \dot{\mathbf{p}}_c. \quad (4.11)$$

En utilisant l'équation (4.10), on cherche à identifier le vecteur \mathbf{z} qui, une fois projeté dans le noyau de \mathbf{J} , imposera un mouvement interne satisfaisant la contrainte $\dot{\mathbf{p}}_c$ au point de contact. La solution à cette problématique exige l'inversion de la matrice $\mathbf{B}^T \mathcal{P}$ afin d'isoler les composantes inconnues de l'équation (4.10). Pour que celle-ci soit inversible, on doit préalablement décomposer le vecteur \mathbf{z} tel que :

$$\mathbf{z} = \mathbf{B} \mathbf{z}_0. \quad (4.12)$$

Par conséquent, l'équation (4.10) devient :

$$\mathbf{z}_0 = (\mathbf{B}^T \mathcal{P} \mathbf{B})^{-1} (\dot{\mathbf{q}}_c - \mathbf{B}^T \mathbf{J}^I \dot{\mathbf{p}}_o). \quad (4.13)$$

Maintenant, en retournant dans l'espace articulaire global du manipulateur, la solution aux contraintes de vitesse à l'effecteur est donnée par :

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^I \dot{\mathbf{p}}_o + \mathcal{P} \mathbf{B} \mathbf{z}_0. \quad (4.14)$$

En substituant l'équation (4.13) dans (4.14), celle-ci devient :

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^I \dot{\mathbf{p}}_o + \mathcal{P} \mathbf{B} (\mathbf{B}^T \mathcal{P} \mathbf{B})^{-1} (\dot{\mathbf{q}}_c - \mathbf{B}^T \mathbf{J}^I \dot{\mathbf{p}}_o). \quad (4.15)$$

Cette équation est la solution exacte satisfaisant simultanément les vitesses désirées à l'effecteur et au point de contact.

4.3.3 Interprétation des singularités de l'équation (4.15)

Si l'on sépare la chaîne cinématique en deux branches distinctes, l'une allant de la base du robot jusqu'au point de contact (manipulateur de contact) et l'autre, du point de contact à l'effecteur, le nombre de degrés de liberté dans les deux branches doit être suffisant pour satisfaire simultanément les contraintes dans l'espace des contacts ainsi que celles à l'effecteur. En d'autres mots, \mathbf{J}_c et \mathbf{J}_r doivent être au moins de plein rang. C'est-à-dire :

$$\text{rang}(\mathbf{J}_c) = \dim(\dot{\mathbf{p}}_c) \quad (4.16)$$

et

$$\text{rang}(\mathbf{J}_r) = \dim(\dot{\mathbf{p}}_o). \quad (4.17)$$

Toutefois, si les conditions données aux équations (4.16) et (4.17) ne sont pas satisfaites, cela ne signifiera pas nécessairement que l'ensemble des contraintes de vitesse aux deux points à commander ne peut être respecté simultanément, mais plutôt qu'il est impossible de satisfaire des contraintes **arbitraires** à ces points. Une analyse détaillée nous montre qu'il existe trois cas de figure :

4.3.3.1 Cas 1

La matrice $\mathbf{B}^T \mathcal{P} \mathbf{B}$ est inversible, par conséquent $\mathbf{B}^T \mathcal{P} \mathbf{B} (\mathbf{B}^T \mathcal{P} \mathbf{B})^{-1} = \mathbf{I}$. Une solution exacte aux contraintes aux deux points existe. Les équations (4.16) et (4.17) sont satisfaites.

4.3.3.2 Cas 2

$\mathbf{B}^T \mathcal{P} \mathbf{B}$ n'est pas inversible. Les équations (4.16) et/ou (4.17) ne sont pas satisfaites. Le vecteur résultant de la résolution de l'équation (4.15) en utilisant une inverse de Moore-Penrose comme inverse de $(\mathbf{B}^T \mathcal{P} \mathbf{B})$ est une solution satisfaisant la tâche à l'effecteur, avec une déviation du comportement désiré au point de contact.

4.3.3.3 Cas 3

$\mathbf{B}^T \mathcal{P} \mathbf{B}$ n'est pas inversible. Les équations (4.16) et/ou (4.17) ne sont pas satisfaites. Toutefois, l'image de la transformation faite par $\mathbf{B}^T \mathcal{P} \mathbf{B} (\mathbf{B}^T \mathcal{P} \mathbf{B})^I$ inclut la direction de $(\dot{\mathbf{q}}_c - \mathbf{B}^T \mathbf{J}^I \dot{\mathbf{p}}_o)$ et, par conséquent, une solution exacte aux contraintes aux deux points existe.

L'équation (4.15) donne la solution exacte aux vitesses requises dans les deux espaces de commande, c'est-à-dire à la vitesse requise à l'effecteur ainsi que celle demandée au point de contact. Toutefois, tel que mentionné au cas 2, si le manipulateur n'a pas une mobilité suffisante pour satisfaire les deux contraintes, résoudre cette équation en faisant appel à une inverse généralisée de Moore-Penrose donnera une solution satisfaisant

parfaitement à la tâche à l'effecteur, mais déviant du comportement désiré au point de contact. Selon le contexte d'utilisation de cet algorithme, cette réalité peut ou ne peut pas être acceptable. Dans le contexte de l'ipHR, de l'avis de l'auteur, la sécurité de l'humain doit prévaloir sur l'efficacité de la tâche. Par conséquent, la vitesse requise au point de contact devrait toujours être suivie et ce, au détriment de l'exécution de la tâche à l'effecteur.

Ainsi, au lieu d'utiliser une solution exacte au problème de satisfaire simultanément deux contraintes cinématiques sur un robot, la prochaine section se concentrera sur la recherche d'une solution satisfaisant la contrainte de contact, tout en minimisant la déviation à l'effecteur des mouvements souhaités.

4.4 Priorité aux contraintes dans l'espace de contact

La solution à une contrainte de vitesse pour un point arbitraire situé sur un manipulateur ne peut être trouvée que dans un espace de dimension égale ou inférieure à l'espace articulaire de celui-ci. En utilisant ce fait, le problème de la réaction aux contacts sera abordé dans cette section d'une manière différente par rapport à la section précédente. On cherchera d'abord la solution exacte à la contrainte de vitesse demandée au point de contact pour ensuite utiliser les articulations restantes afin de suivre le mieux possible la tâche à l'effecteur. Mathématiquement, les vitesses de ces articulations restantes seront trouvées en **minimisant** la déviation à l'effecteur du vecteur de vitesse opérationnelle voulu. Cette formulation implique que le vecteur des vitesses articulaires $\dot{\mathbf{q}}$ du robot soit partitionné en deux sous-vecteurs, l'un obtenu par la solution de la contrainte cartésienne au point de contact qui produira les vitesses articulaires associées à la jacobienne de contact et l'autre contenant les vitesses des articulations de la chaîne cinématique résiduelle. La séparation de ces composantes est donnée par :

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{B}\mathbf{J}_c^T\dot{\mathbf{p}}_c + \mathbf{L}\dot{\mathbf{q}}_r, \quad (4.18)$$

où $\dot{\mathbf{q}}_r$ est le vecteur dans $\mathbb{R}^{\text{rang}(\mathbf{J}_r)}$ des composantes résiduelles des vitesses articulaires.

En utilisant cette expression, on désire minimiser la norme de la différence entre la

vitesse résultante à l'effecteur $\mathbf{J}\dot{\mathbf{q}}$ et celle requise par la tâche dans l'espace opérationnel $\dot{\mathbf{p}}_o$. Ceci s'exprime par :

$$\min_{\dot{\mathbf{q}}_r \in \mathbb{R}} \chi_{\dot{\mathbf{q}}_r} \quad (4.19)$$

où

$$\chi_{\dot{\mathbf{q}}_r} = \left[\mathbf{J}\mathbf{B}\mathbf{J}_c^I \dot{\mathbf{p}}_c + \mathbf{J}\mathbf{L}\dot{\mathbf{q}}_r - \dot{\mathbf{p}}_o \right]^T \left[\mathbf{J}\mathbf{B}\mathbf{J}_c^I \dot{\mathbf{p}}_c + \mathbf{J}\mathbf{L}\dot{\mathbf{q}}_r - \dot{\mathbf{p}}_o \right]. \quad (4.20)$$

En dérivant l'équation (4.20) par rapport à la variable $\dot{\mathbf{q}}_r$, on obtient :

$$\frac{\partial \chi_{\dot{\mathbf{q}}_r}}{\partial \dot{\mathbf{q}}_r} = 2\mathbf{L}^T \mathbf{J}^T \left[\mathbf{J}\mathbf{B}\mathbf{J}_c^I \dot{\mathbf{p}}_c + \mathbf{J}\mathbf{L}\dot{\mathbf{q}}_r - \dot{\mathbf{p}}_o \right] = 0 \quad (4.21)$$

qui, après manipulation, donne la valeur du vecteur des vitesses articulaires résiduelles minimisant la déviation à l'effecteur :

$$\dot{\mathbf{q}}_r = - \left(\mathbf{L}^T \mathbf{J}^T \mathbf{J}\mathbf{L} \right)^{-1} \mathbf{L}^T \mathbf{J}^T \left[\mathbf{J}\mathbf{B}\mathbf{J}_c^I \dot{\mathbf{p}}_c - \dot{\mathbf{p}}_o \right]. \quad (4.22)$$

Cette équation ne nous laisse aucune inconnue dans l'équation (4.18). Par conséquent, on trouve le vecteur complet des vitesses articulaires $\dot{\mathbf{q}}$ satisfaisant la contrainte au point de contact tout en garantissant une déviation minimale de la tâche voulue au point opérationnel. La valeur de ce vecteur est donnée par :

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{B}\mathbf{J}_c^I \dot{\mathbf{p}}_c - \mathbf{L} \left(\mathbf{L}^T \mathbf{J}^T \mathbf{J}\mathbf{L} \right)^{-1} \mathbf{L}^T \mathbf{J}^T \left[\mathbf{J}\mathbf{B}\mathbf{J}_c^I \dot{\mathbf{p}}_c - \dot{\mathbf{p}}_o \right]. \quad (4.23)$$

Évidemment, puisque cette solution est fonction de la matrice jacobienne de contact \mathbf{J}_c pour trouver les premières composantes du vecteur des vitesses articulaires associé au manipulateur de contact, l'équation résultante ne sera pas valide si les colonnes de la jacobienne de contact ne couvrent pas tout l'espace de contact. Si ceci devait se produire, cela signifierait qu'une des directions principales de cet espace est clairement hors de portée du manipulateur et qu'il est impossible que le manipulateur puisse réagir à toutes les composantes du vecteur de collision. Dans ce cas, on peut argumenter qu'il s'agit probablement plus d'une collision résultant d'un mouvement de l'environnement et non du robot. Par conséquent, le robot peut être considéré comme sécuritaire dans cette direction puisque qu'il ne peut injecter de l'énergie.

4.5 Espace opérationnel et espace de contact de différente dimension

Dans la section précédente, il a été supposé que l'espace de contact est toujours de la même dimension que l'espace opérationnel du robot. Toutefois, selon le type de

capteur employé, il est possible que les dimensions de ces deux espaces diffèrent. En effet, en utilisant par exemple les signaux de sortie de nombreuses technologies de *peau de robot*³ actuellement proposées dans la littérature [122], [105], [33], [111], il serait très difficile, en utilisant les techniques actuellement connues de traitement de tels signaux, de déduire un vecteur de force/couple de plus de trois composantes. Si une telle technologie de détection est montée sur un robot possédant plus de trois degrés de liberté à l'effecteur, il est évident que les dimensions de l'espace cartésien de contact et de l'espace opérationnel ne seront pas les mêmes. Dans de tels cas, les équations dérivées dans la section précédente ne peuvent être appliquées sans perdre l'optimum global de la déviation à l'effecteur. En effet, la matrice jacobienne de contact \mathbf{J}_c a été définie ci-dessus comme étant une matrice dont le nombre de colonnes est égal au nombre d'articulations dans la chaîne sérielle du manipulateur de contact, mais où le nombre de lignes est toutefois égal à la dimension de l'espace opérationnel. Ainsi, afin de tenir compte de l'appartenance de cette matrice jacobienne à l'espace de contact qui, dans ce cas particulier est de dimension différente de l'espace opérationnel, l'espace ligne de cette matrice doit être ajusté à la dimension de l'espace de contact. Cependant, la solution optimale à ce problème ne consiste pas simplement à changer les dimensions de cette matrice \mathbf{J}_c et à appliquer l'équation (4.23) issue de la méthode dérivée dans la section précédente pour obtenir le vecteur solution des vitesses articulaires. Pour le cas où le manipulateur de contact serait redondant en regard de l'espace de contact, l'utilisation de l'équation (4.23) avec une matrice jacobienne \mathbf{J}_c ajustée aux bonnes dimensions imposerait une solution qui n'est pas forcément optimale au sens de la minimisation de la déviation au point opérationnel du vecteur vitesse désiré.

Afin de bien illustrer cette pathologie, prenons l'exemple concret d'un manipulateur dans le plan (espace opérationnel de dimension 2) composé de 4 articulations, mais dont la technologie de détection des contacts permet la mesure de ceux-ci seulement selon un seul axe (espace de contact de dimension 1). Si un contact devait se produire à la troisième membrure de ce manipulateur, il est évident que la chaîne cinématique en amont serait redondante face à la contrainte de vitesse exigée en ce point \dot{p}_c et que la jacobienne \mathbf{J}_c ne serait pas de plein rang. L'utilisation d'une inverse généralisée de Moore-Penrose engendrera un mouvement du manipulateur satisfaisant la composante de vitesse désirée au point de contact, mais impliquera des valeurs arbitraires de vitesse dans les autres directions cartésiennes en dehors de l'espace de contact. Ces autres

³Terme souvent utilisé pour désigner un capteur tactile de grande dimension destiné à recouvrir la surface entière d'un robot.

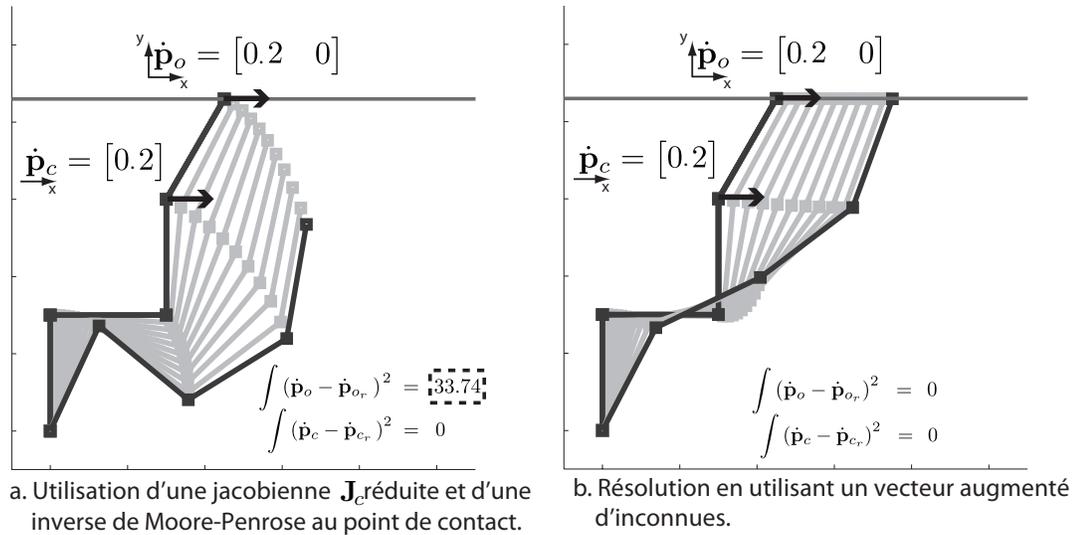


FIG. 4.2 – Exemple illustrant comment l'application de la méthode de résolution des vitesses articulaires présentée à la section 4.4 ne conduit pas nécessairement à une solution optimale en terme de déviation de la tâche voulue au point opérationnel lorsque l'espace de contact et l'espace opérationnel sont de dimension différente.

composantes seront optimales dans le sens de minimiser la norme du vecteur des vitesses articulaires, mais ne conduiront pas nécessairement au minimum global de la déviation de la vitesse à l'effecteur par rapport à celle désirée. La figure (4.2) illustre ce problème à l'aide de deux simulations.

4.5.1 Matrices de transformation

La matrice \mathbf{B} a été définie plus haut comme étant la matrice permettant de passer d'un espace de dimension égale au nombre d'articulations du manipulateur vers un espace d'arrivée de dimension égale à l'espace articulaire du manipulateur de contact. D'une manière similaire, afin de pallier la possible disparité entre l'espace opérationnel et celui de contact, une matrice faisant le lien entre ces deux espaces doit être définie. Cette matrice, notée \mathbf{V} , est une matrice dont les composantes ij sont données par :

$$V_{ij} = \delta_{ij}, \quad (4.24)$$

où les valeurs maximales de i et de j sont respectivement égales à la dimension de l'espace opérationnel du robot ($\dim(\dot{\mathbf{p}}_o)$) et à celle de l'espace de contact ($\dim(\dot{\mathbf{p}}_c)$) et

où δ_{ij} est le delta de Kronecker tel que défini à l'équation (1.8). Par conséquent, \mathbf{V} est la matrice dont l'étendue des vecteurs colonnes est $\mathbb{R}^{\dim(\dot{\mathbf{p}}_o)}$.

Par ailleurs, \mathbf{W} est la matrice des colonnes 'manquantes' de \mathbf{V} et forme, par conséquent, une base du noyau de gauche de \mathbf{V} .

Par exemple, pour un manipulateur plan à 4 ddl, si un contact se produit sur la troisième membrure et que l'espace de contact est de dimension 1, ces matrices auront la forme suivante :

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

et

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

où $\text{range}(\mathbf{W}) = \ker(\mathbf{V}^T)$.

4.5.2 Dérivation des équations

En supposant que

$$\dim(\dot{\mathbf{p}}_c) \leq \dim(\dot{\mathbf{p}}_o) \quad (4.27)$$

et que

$$\text{rang}(\mathbf{J}_c) \geq \dim(\dot{\mathbf{p}}_c), \quad (4.28)$$

le vecteur des vitesses articulaires du manipulateur de contact satisfaisant à la contrainte donnée par l'admittance de contact peut être séparé en deux parties distinctes. La première partie est celle qui provient des composantes issues de la solution du vecteur de vitesse requis dans l'espace de contact, $\dot{\mathbf{p}}_c$ alors que l'autre partie origine des mouvements résultants \mathbf{a} en ce même point, mais dans les $(\dim(\dot{\mathbf{p}}_o) - \dim(\dot{\mathbf{p}}_c))$ autres directions de l'espace opérationnel non communes à l'espace de contact. En utilisant les matrices \mathbf{V} et \mathbf{W} (définies plus haut) de projection entre les espaces, la séparation des vitesses articulaires du manipulateur de contact peut s'exprimer ainsi :

$$\dot{\mathbf{q}}_c = \mathbf{J}_c^I (\mathbf{V}\dot{\mathbf{p}}_c + \mathbf{W}\mathbf{a}). \quad (4.29)$$

En utilisant la définition de $\dot{\mathbf{q}}_c$, le vecteur des vitesses articulaires du manipulateur complet s'écrit :

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}}_c + \mathbf{L}\dot{\mathbf{q}}_r = \mathbf{B}\mathbf{J}_c^I (\mathbf{V}\dot{\mathbf{p}}_c + \mathbf{W}\mathbf{a}) + \mathbf{L}\dot{\mathbf{q}}_r, \quad (4.30)$$

où $\dot{\mathbf{q}}_r$ est le vecteur dans l'espace $\mathbb{R}^{\text{rang}(\mathbf{J}_r)}$ des composantes résiduelles du vecteur des vitesses articulaires. En projetant le vecteur des vitesses articulaires trouvé à l'équation (4.30) dans l'espace opérationnel en utilisant la jacobienne du manipulateur \mathbf{J} , il est possible de définir à nouveau un critère de minimisation. Ce critère est donné par la norme de la différence entre la vitesse désirée à l'effecteur et le vecteur de vitesse possible le plus près, satisfaisant à la contrainte au point de contact. L'indice résultant s'exprime mathématiquement par :

$$\begin{aligned}\chi(\dot{q}_r, a) &= \left[\mathbf{J}\dot{\mathbf{q}}(\dot{q}_r, a) - \dot{\mathbf{p}}_o \right]^T \left[\mathbf{J}\dot{\mathbf{q}}(\dot{q}_r, a) - \dot{\mathbf{p}}_o \right] \\ &= \left[\mathbf{c}(\dot{q}_r, a) \right]^T \left[\mathbf{c}(\dot{q}_r, a) \right],\end{aligned}\quad (4.31)$$

où l'indice $\chi(\dot{q}_r, a)$ dénote une fonction de $\dot{\mathbf{q}}_r$ et de \mathbf{a} et avec

$$\mathbf{c} = \mathbf{J}\mathbf{B}\mathbf{J}_c^{-1} (\mathbf{V}\dot{\mathbf{p}}_c + \mathbf{W}\mathbf{a}) + \mathbf{J}\mathbf{L}\dot{\mathbf{q}}_r - \dot{\mathbf{p}}_o. \quad (4.32)$$

Cet indice à minimiser contient deux vecteurs inconnus, \mathbf{a} et $\dot{\mathbf{q}}_r$. Afin de simplifier la procédure de minimisation, on définit un vecteur augmenté des inconnues. Celui-ci est donné par :

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \dot{\mathbf{q}}_r \end{bmatrix}. \quad (4.33)$$

Suivant cette modification, l'équation (4.32) peut être réécrite sous la forme :

$$\mathbf{c} = \left(\mathbf{J}\mathbf{B}\mathbf{J}_c^I \mathbf{V}\dot{\mathbf{p}}_c - \dot{\mathbf{p}}_o \right) + \mathbf{M}\mathbf{u}, \quad (4.34)$$

avec

$$\mathbf{M} = \left[\mathbf{J}\mathbf{B}\mathbf{J}_c^{-I} \mathbf{W} \quad \mathbf{J}\mathbf{L} \right]. \quad (4.35)$$

Cette équation étant linéaire en \mathbf{u} , le minimum de l'équation (4.31) se trouve lorsque :

$$\frac{\partial \chi_{\mathbf{u}}}{\partial \mathbf{u}} = 2\mathbf{M}^T \left[\left(\mathbf{J}\mathbf{B}\mathbf{J}_c^I \mathbf{V}\dot{\mathbf{p}}_c - \dot{\mathbf{p}}_o \right) + \mathbf{M}\mathbf{u} \right] = 0. \quad (4.36)$$

Avec quelques manipulations, cette dernière équation conduit à la valeur du vecteur \mathbf{u} , c'est-à-dire :

$$\mathbf{u} = - \left(\mathbf{M}^T \mathbf{M} \right)^{-1} \mathbf{M}^T \left(\mathbf{J}\mathbf{B}\mathbf{J}_c^I \mathbf{V}\dot{\mathbf{p}}_c - \dot{\mathbf{p}}_o \right). \quad (4.37)$$

En retournant aux vecteurs inconnus originaux \mathbf{a} et $\dot{\mathbf{q}}_r$, le vecteur des vitesses articulaires s'écrit :

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{B}\mathbf{J}_c^I (\mathbf{V}\dot{\mathbf{p}}_c + \mathbf{W}\mathbf{a}) + \mathbf{L}\dot{\mathbf{q}}_r, \quad (4.38)$$

avec

$$\mathbf{a} = \left[u_1 \quad \dots \quad u_{\text{rang}(\mathbf{W})} \right]^T \quad (4.39)$$

et

$$\dot{\mathbf{q}}_r = \left[u_{\text{rang}(\mathbf{W})+1} \quad \dots \quad u_{\text{fin}} \right]^T. \quad (4.40)$$

Cette équation est une version généralisée de l'équation (4.23) trouvée à la section 4.5, pouvant gérer de manière optimale et sécuritaire un espace de contact de dimension différente de l'espace opérationnel. On peut facilement voir, en utilisant la définition des matrices \mathbf{V} et \mathbf{W} que, si ces deux espaces deviennent de même dimension, l'équation (4.31) devient équivalente à l'équation (4.20). Par conséquent, le vecteur optimal des vitesses articulaires résultant de ces deux procédures de minimisation sera identique.

Cette approche pour résoudre le problème de la réaction aux contacts est désignée ici comme l'approche *priorisant la sécurité* par opposition à l'approche *priorisant la tâche*, qui elle satisfait la tâche à l'effecteur tout en minimisant la déviation de la vitesse au point de contact de celle voulue. Il convient de noter qu'un manipulateur redondant représente le cas idéal pour l'application de cet algorithme puisqu'en présence d'un niveau élevé de redondance, il est probable que les deux contraintes puissent être satisfaites simultanément. Toutefois, les équations présentées ci-dessus sont applicables tant aux manipulateurs redondants qu'à ceux qui ne le sont pas. L'efficacité à poursuivre la tâche à l'effecteur tout en réagissant aux contacts en dépendra cependant.

4.5.3 Singularité de la jacobienne de contact en situation réelle

La méthode proposée plus haut donne la possibilité de commander simultanément et distinctement deux points sur le même manipulateur. Par conséquent, les singularités de la matrice jacobienne du manipulateur ne sont plus suffisantes pour anticiper adéquatement les comportements pathologiques potentiels en situation de commande. Afin d'illustrer cette affirmation et le comportement en résultant, un exemple est donné à la figure (4.3). Dans cet exemple, la jacobienne du manipulateur, dans cette configuration, est très bien conditionnée. Le nombre de conditionnement κ associé à celle-ci est :

$$\kappa(\mathbf{J}) = 12. \quad (4.41)$$

Toutefois, pour cette même configuration, la matrice jacobienne de contact apparaît beaucoup moins bien conditionnée :

$$\kappa(\mathbf{J}_c) = 3270. \quad (4.42)$$

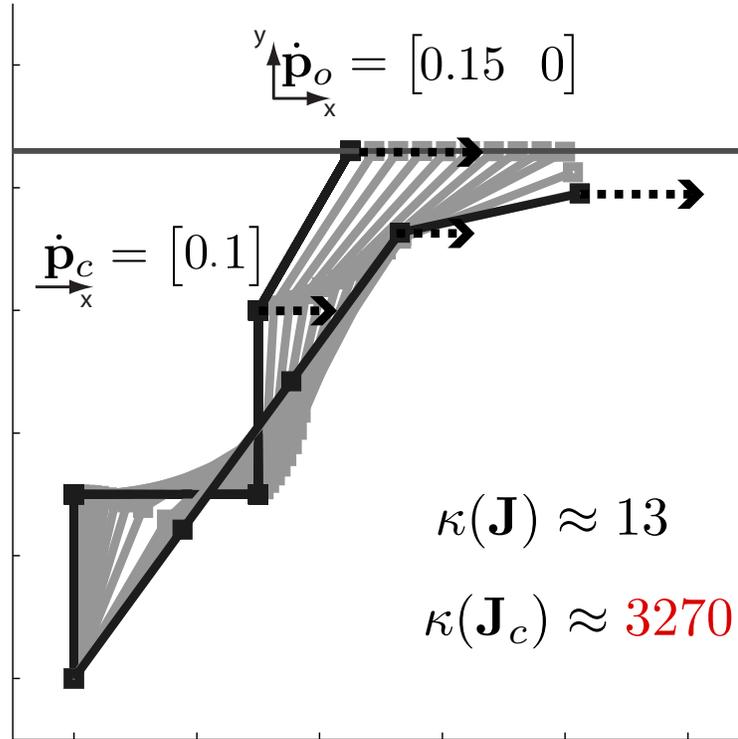


FIG. 4.3 – Exemple d’une situation dans laquelle la jacobienne de contact est mal conditionnée alors que la jacobienne du manipulateur ne l’est pas.

L’utilisation de cette matrice mal conditionnée dans la résolution de la problématique de la réaction aux contacts a pour effet une variation considérable, entre deux périodes d’échantillonnage k , du vecteur solution des vitesses articulaires donné par l’équation (4.38). Dans cette situation précise et en utilisant une fréquence d’asservissement de 500 Hz, cette variation sera de :

$$\dot{\mathbf{q}}_k = \begin{bmatrix} -4.5 \\ 11.6 \\ -9.6 \\ 1.7 \end{bmatrix} \text{ rad/s} \implies \dot{\mathbf{q}}_{k+1} = \begin{bmatrix} -226 \\ 541 \\ -404 \\ 88 \end{bmatrix} \text{ rad/s.} \quad (4.43)$$

Afin d’éviter ce problème, il est possible de surveiller simultanément le conditionnement des matrices \mathbf{J} et \mathbf{J}_c . La solution retenue dans ce chapitre est l’ajout d’une contrainte supplémentaire dans la minimisation, imposant la continuité temporelle du vecteur \mathbf{u} donné par l’équation (4.37)⁴. Pour y parvenir, le vecteur augmenté de commande \mathbf{u} à l’instant passé doit être mémorisé (\mathbf{u}_{k-1}). Un critère exprimant la variation

⁴Le vecteur \mathbf{u} est utilisé ici plutôt que le véritable vecteur de commande $\dot{\mathbf{q}}$, puisque la continuité

du vecteur \mathbf{u} dans le temps peut être défini comme étant :

$$\Delta \mathbf{u} = \mathbf{u}_k - \mathbf{u}_{k-1}. \quad (4.44)$$

En utilisant cette expression, le critère à minimiser donné à l'équation (4.31) peut être modifié de manière à imposer la continuité temporelle du vecteur \mathbf{u} . L'expression de celui-ci devient :

$$\chi_{\mathbf{u}} = [\mathbf{c}_{\mathbf{u}}]^T [\mathbf{c}_{\mathbf{u}}] + \Delta \mathbf{u}^T \boldsymbol{\eta} \Delta \mathbf{u}, \quad (4.45)$$

avec

$$\mathbf{c}_{\mathbf{u}} = \left(\mathbf{J} \mathbf{B} \mathbf{J}_c^T \mathbf{V} \dot{\mathbf{p}}_c - \dot{\mathbf{p}}_o \right) + \mathbf{M} \mathbf{u}, \quad (4.46)$$

où $\boldsymbol{\eta}$ est une matrice diagonale de pondération de dimension

$$\dim(\boldsymbol{\eta}) = \dim(\mathcal{R}(\mathbf{W})) + \dim(\mathcal{R}(\mathbf{L})). \quad (4.47)$$

Les éléments η_{ii} de la diagonale devront être choisis prudemment. Si leurs valeurs sont trop élevées, il est possible que la contrainte de vitesse au point de contact ne soit pas satisfaite et ce, même lorsque loin des singularités de \mathbf{J} et \mathbf{J}_c , avec pour conséquence un niveau de sécurité diminué. Une manière efficace d'assigner une valeur aux éléments de cette matrice est de définir ceux-ci comme étant proportionnels au conditionnement des jacobiniennes de contact (\mathbf{J}_c) et du manipulateur (\mathbf{J}). Cette approche est similaire à la méthode proposée par Nakamura [91] intitulée *Singularity-Robust Inverse*, à la différence que la technique proposée ici implique aussi le conditionnement de \mathbf{J}_c . Suivant cette recommandation, la valeur des termes η_{ii} devient :

$$\eta_{ii} \propto (\kappa(\mathbf{J}_c) + \kappa(\mathbf{J})). \quad (4.48)$$

En minimisant le critère modifié donné à l'équation (4.45), la valeur optimale et robuste du vecteur \mathbf{u} devient :

$$\mathbf{u} = - \left(\mathbf{M}^T \mathbf{M} + \boldsymbol{\eta} \right)^I \left(\mathbf{M}^T \left(\mathbf{J} \mathbf{B} \mathbf{J}_c^T \mathbf{V} \dot{\mathbf{p}}_c - \dot{\mathbf{p}}_o \right) + \boldsymbol{\eta} \mathbf{u}_{k-1} \right). \quad (4.49)$$

4.6 Expérimentation

L'algorithme de commande présenté dans ce chapitre a comme objectif de donner la capacité à un robot de réagir de manière sécuritaire et intuitive aux contacts, tout en essayant de continuer la tâche prescrite à l'effecteur. L'expérimentation dans cette section doit aussi être maintenue sur le vecteur \mathbf{a} afin d'éviter des mouvements brusques et soudains au point de contact.

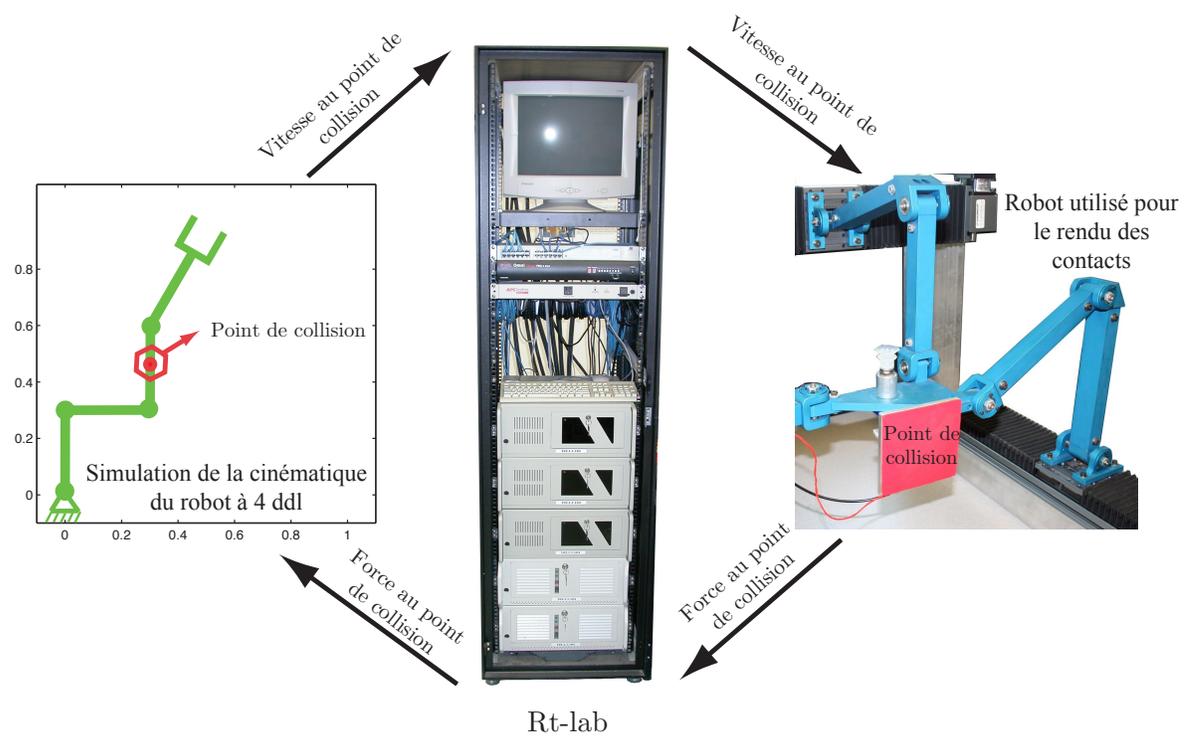


FIG. 4.4 – Montage utilisé dans le cadre de l'expérimentation : Interaction entre le robot et la simulation.

visé à démontrer la capacité réelle de ces équations à satisfaire ces deux contraintes cinématiques, mais surtout le potentiel de cette méthode, basée sur l'admittance, à rendre plus sécuritaire l'ipHR.

4.6.1 Montage expérimental

La simulation des équations dérivées plus haut pourrait être suffisante afin de vérifier si la réaction cinématique obtenue est conforme à celle qui est attendue. Toutefois, une partie des travaux présentés dans ce chapitre implique des forces de collision ainsi que la perception associée de l'humain. Ces deux parties étant difficiles à simuler, une expérimentation réelle a donc été nécessaire. Par conséquent, la vérification expérimentale présentée dans cette section est une combinaison de ces deux éléments, un mélange entre simulation et expérimentation, impliquant l'interaction entre un humain et un robot.

La raison principale justifiant ce mode d'expérimentation hybride est qu'au moment d'écrire ces lignes, aucun robot hautement redondant et ayant une capacité de détection des contacts suffisante n'était disponible. Par conséquent, un robot sériel plan à 4 ddl a été simulé en utilisant le logiciel *RT-Lab*, un système de commande temps réel fonctionnant sur *QNX* et basé sur *Simulink*. Dans le cadre de cette expérimentation, ce robot a été commandé afin de suivre une tâche prescrite à l'effecteur. L'un des points de ce robot simulé a été lié à un manipulateur réel dont le rôle premier était de suivre les déplacements exacts de ce point mais aussi de capter les forces de contact et de faire un rendu haptique de l'admittance de contact. Le robot utilisé pour cette partie de l'expérimentation est une fois de plus le *Tripterion*. Dans le présent contexte, la cinématique découplée de ce robot a comme avantage additionnel de ne pas ajouter une source de singularité supplémentaire dans la chaîne d'expérimentation (autre que la jacobienne du manipulateur simulé ainsi que sa jacobienne de contact). La détection des contacts a été effectuée via l'utilisation d'un capteur d'effort 6 axes monté entre le robot et un effecteur spécialement conçu pour les collisions. La figure (4.4) montre le robot simulé et son interaction avec le véritable manipulateur.

4.6.2 Collisions entre un humain et un robot

En utilisant le montage expérimental décrit plus haut, la capacité de l'algorithme de réaction aux contacts présenté dans ce chapitre à réduire l'impact des collisions a été étudiée. La tâche définie à l'effecteur au cours de cette expérimentation était de maintenir une vitesse constante de 2,5 m/s selon l'axe des x et une vitesse nulle dans l'autre direction. Au cours de cette tâche, il a été demandé à un sujet humain de maintenir son bras dans une configuration donnée et à un endroit précis de l'espace de travail du robot afin de servir d'obstacle sur la trajectoire de celui-ci.

L'essence de cette expérimentation peut soulever des questions d'ordre éthique, puisqu'il est question ici de collisions directes et voulues entre un humain et un robot. Toutefois, basé sur des essais précédents présentés dans [31], il était connu a priori que, étant données les performances dynamiques limitées du robot, le risque de blessure pour l'humain était inexistant. Les collisions ont été tout au plus peut-être désagréables pour le sujet, mais jamais dangereuses.

Le point de collision a été programmé pour se produire à l'extrémité de la seconde membrure du robot simulé. Les déplacements du *Tripteron* ont donc suivi les mouvements de ce point précis de manière à rendre fidèlement les contacts. Au moment de l'impact, la vitesse du vrai robot était de 0,89 m/s, allant exactement à la vitesse du point de contact du robot simulé. Étant donnée la disparité entre l'espace de contact défini comme étant de dimension 1 et l'espace opérationnel de dimension 2, le robot a été commandé en utilisant l'équation (4.49). Plusieurs collisions ont été réalisées afin d'étudier le comportement et les forces d'interaction résultant de l'utilisation de différentes valeurs des paramètres d'admittance de contact.

4.6.2.1 Résultats

La figure (4.5) montre trois courbes différentes des forces obtenues au point de contact : la première, correspondant au cas dans lequel le robot ne réagit pas à la collision et les deux autres, correspondant à une réaction produite suivant deux ensembles de paramètres d'admittance différents. Tel qu'anticipé, l'amplitude maximale de la force mesurée lors de la collision pour laquelle aucune réaction au contact n'a été utilisée, excède la valeur du *seuil unifié de la douleur*, défini dans [123] comme étant la force

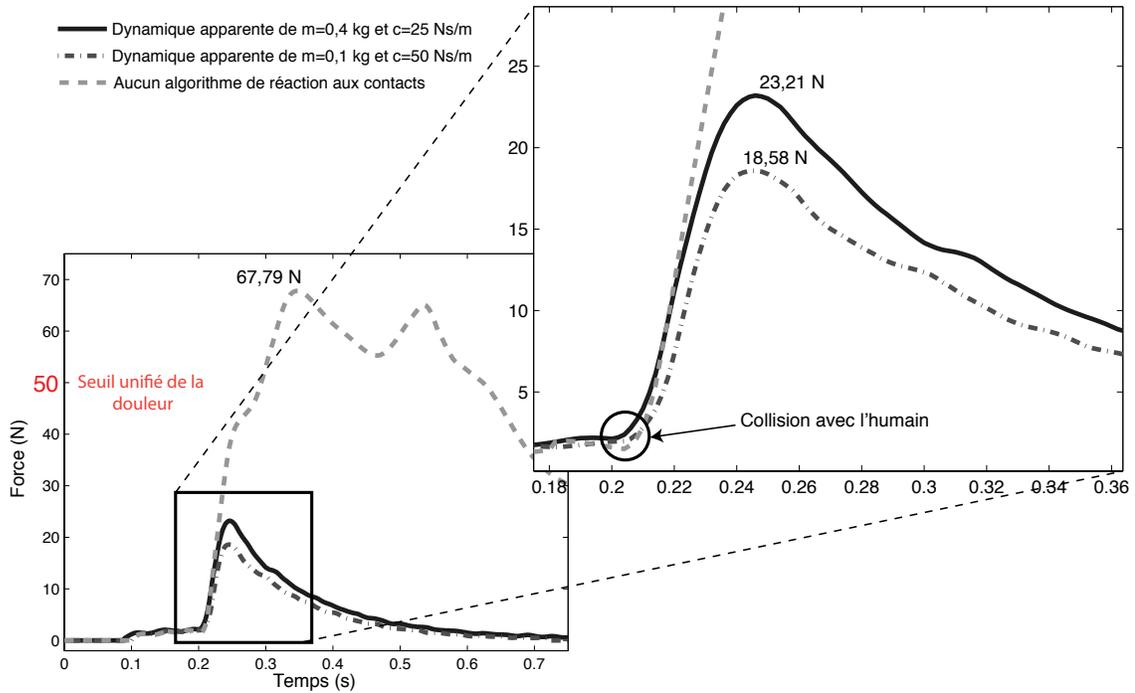


FIG. 4.5 – Courbe de force au point de contact obtenue pour différentes réactions et pour différentes valeurs des paramètres d’admittance.

limite à laquelle l’humain commence à ressentir un inconfort. L’amplitude maximale de la force mesurée pour ce cas est de 67,78 N. En outre, on voit aussi sur cette courbe qu’une fois l’impact initial passé, en dépit d’un léger recouvrement, une force résultante et constante est mesurée. Ceci montre l’effet non désiré de serrage, qui dans ce cas n’est pas nécessairement dangereux étant données les capacités dynamiques du robot, mais qui dans certains cas peuvent être autrement pires que la collision en elle-même [81]. Les deux autres courbes montrent qu’en utilisant l’approche présentée dans le ce chapitre, les forces de collision peuvent être considérablement réduites si l’admittance au point de contact est réglée convenablement. Dans les deux cas, l’amplitude maximale de la force issue de la collision est considérablement inférieure au *seuil unifié de la douleur*. De plus, conformément aux résultats obtenus dans le cadre de l’expérimentation conduite dans [43] pour le cas de la commande d’admittance articulaire, les courbes montrent clairement que passé l’impact initial, la force diminue rapidement pour revenir à une valeur nulle, supprimant ainsi le risque de serrage.

Du côté humain, même si les collisions n’ont pas toujours été agréables, le comportement résultant de l’utilisation de cet algorithme de réaction s’est montré beaucoup plus intuitif et prévisible que le comportement issu de l’expérimentation présentée dans

[31]. Dans ce dernier cas, la réaction programmée était simplement de générer un mouvement dans la direction opposée à celle du vecteur collision, à une vitesse égale à la vitesse maximale du robot.

D'autres expérimentations ont été réalisées afin d'étudier l'impact de l'ajustement des paramètres d'admittance sur les forces de contact. La figure (4.6) montre les résultats de ces multiples essais. Tel qu'anticipé à la section 4.2, une masse virtuelle faible ainsi qu'un coefficient d'amortissement élevé réduisent l'amplitude maximale des forces de collision. On remarque toutefois qu'en-dessous d'une certaine valeur de masse virtuelle ou au-dessus d'un certain coefficient d'amortissement, la force maximale mesurée cesse de diminuer. Cette limitation semble provenir de l'atteinte de la limite des capacités dynamiques du robot utilisé dans le cadre de cette expérience. Au-delà de cette limite, le robot n'est plus apte à rendre adéquatement l'admittance désirée en situation d'impact et à ce moment, la dynamique apparente au point de contact devient égale à la différence entre la dynamique réelle du robot et sa capacité maximale à annuler celle-ci. Il est important de bien connaître cette limitation de la capacité du robot à rendre adéquatement l'admittance prescrite au point de contact lors d'une implémentation réelle. Non pas que définir une admittance au-dessus des capacités dynamiques d'un robot rendra celui-ci moins sécuritaire, mais le rendra plutôt moins intuitif. En effet, une valeur inutilement trop faible de la masse virtuelle ou trop élevée de l'amortissement rendra l'interaction très difficile pour l'humain. Par conséquent, l'admittance de contact optimale est un ensemble qui mène à une force d'impact acceptable pour les conditions les plus défavorables et qui conduit toujours à un comportement efficace et intuitif pendant l'interaction. Ce constat ouvre la voie à l'admittance de contact variable selon la nature des contacts, ceci étant toutefois en dehors de la matière couverte par ce chapitre.

4.7 Conclusion

Dans ce chapitre, une loi de commande permettant à un robot de réagir aux contacts ou aux collisions de manière sécuritaire et prévisible a été présentée. L'idée clé derrière cette approche est de donner au robot la possibilité de répondre à ces collisions selon une admittance donnée et ce, peu importe où le point de contact se situe. Cette nouvelle méthode vise à améliorer l'interaction physique entre un humain et un robot, en

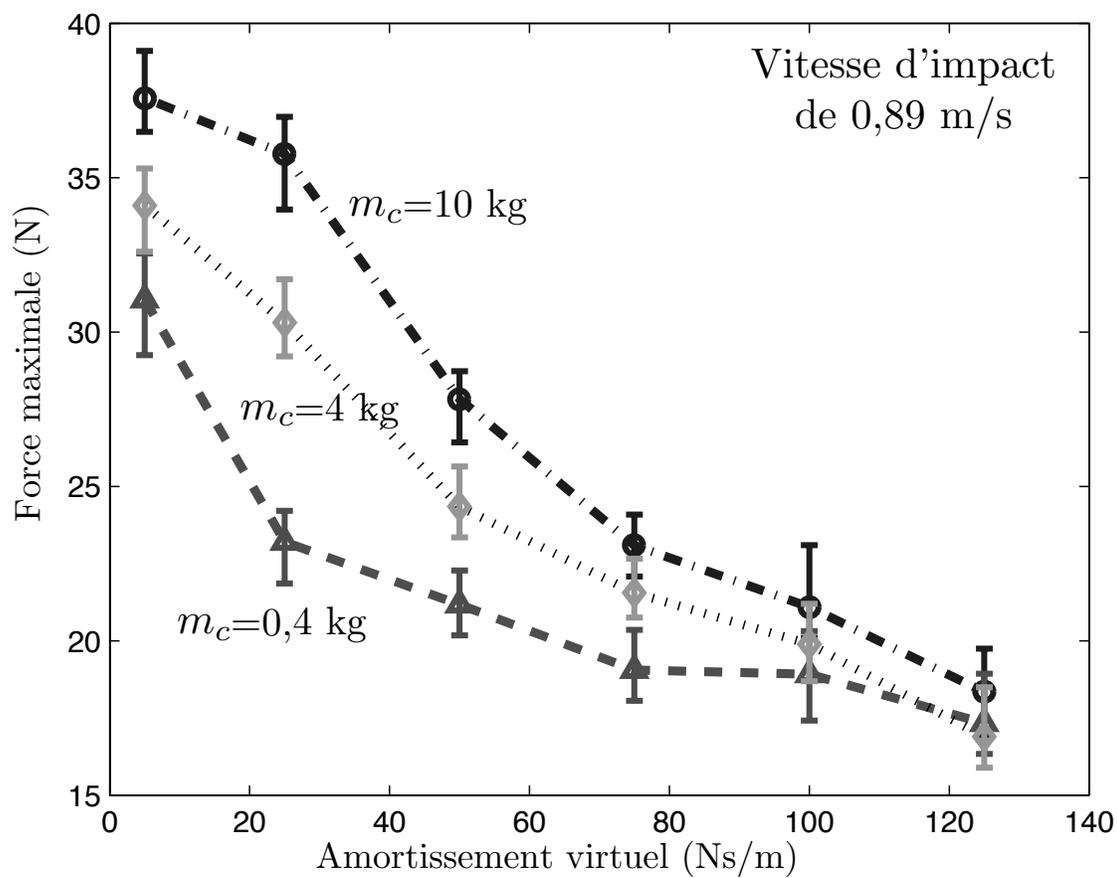


FIG. 4.6 – Valeur maximale de la force mesurée pour un impact à 0,89 m/s et pour différents ensembles de paramètres d'admittance de contact.

permettant de ne plus voir les contacts entre les membrures d'un robot et son environnement comme une situation non désirée requérant une action radicale. Afin d'obtenir ce comportement, une loi de commande satisfaisant à l'admittance désirée au point de contact tout en continuant à suivre de manière optimale la tâche à l'effecteur a été dérivée. L'équation de commande résultante a également été généralisée de manière à couvrir l'éventualité d'un espace de contact de dimension différente à celui opérationnel. Il est fort probable que cette situation se produira dans le cadre d'une utilisation réelle. Afin de valider l'algorithme de commande présenté, certaines expérimentations impliquant humains et robots ont été réalisées. Les résultats obtenus ont clairement démontré que la méthode proposée de réaction aux contacts a le potentiel de réduire considérablement les forces d'impact ainsi que d'empêcher l'effet de serrage, tout en offrant une réaction adéquate et très intuitive pour l'humain.

Il convient de souligner, cependant, qu'un robot parallèle hautement performant pouvant produire des accélérations comparables à celles de l'humain a été utilisé pour effectuer le rendu de l'admittance de contact au cours de cette expérimentation. L'utilisation de ce robot aux capacités dynamiques exceptionnelles démontre clairement que l'implantation des équations de commande proposées peut rendre un tel robot sécuritaire. Toutefois, cette caractéristique spécifique du robot lui confère une capacité de réaction qui excède grandement celle des manipulateurs conventionnels ; il serait ainsi hasardeux de généraliser que tout robot peut être rendu sécuritaire par l'utilisation conjointe d'une technologie de détection adéquate et de cette méthode de réaction aux contacts. Par conséquent, il sera important de prendre en considération la capacité dynamique du robot avant l'implantation des algorithmes présentés de manière à s'assurer que l'admittance désirée dans l'espace des contacts pourra être rendue à un niveau acceptable.

Chapitre 5

Commande des mouvements en mode autonome et unification des modes d'opération

Alors que la majorité des manipulateurs utilisés dans l'industrie sont programmés pour effectuer des mouvements autonomes tels la prise et le dépôt d'un objet, la génération future de robots coopératifs devra en plus interagir physiquement avec l'humain et réagir intelligemment aux contacts. Cette extension comportementale des robots est essentielle afin de permettre une interaction sécuritaire et efficace avec les humains, mais conduira inévitablement à une augmentation de la complexité du contrôleur résultant. Ce chapitre présente une manière d'unifier l'ensemble des équations de commande présentées aux chapitres précédents en un algorithme unique de commande permettant à un robot d'évoluer dans les trois modes opérationnels requis par l'application du concept d'ipHR. Préalablement, une solution au dernier mode d'opération pas encore couvert dans cette thèse (mode autonome) sera exposée. Cette solution permettra aux robots d'ipHR d'évoluer en mode autonome à la manière des manipulateurs conventionnels, mais la commande sera basée sur une variante de l'équation

d'admittance utilisée dans la génération des mouvements coopératifs. Finalement, une technique de résolution de l'équation différentielle de commande sera proposée afin de fournir au lecteur une méthode concrète pour mettre en oeuvre l'approche de commande proposée.

5.1 Introduction

L'interaction physique entre humains et robots étant un domaine de recherche encore relativement récent, les obstacles à franchir sur la route menant à une interaction efficace entre les deux parties sont encore nombreux [28]. Ces défis sont liés principalement à l'aspect sécurité[44] tel que vu au chapitre précédent, mais aussi au développement de la capacité d'interaction de ces robots. Cependant, une augmentation des possibilités comportementales en robotique se traduit presque inévitablement par une augmentation de la complexité du contrôleur. En effet, alors que les manipulateurs conventionnels sont principalement programmés de manière à suivre de façon autonome des contraintes de positionnement, les robots d'ipHR devront évoluer dans des situations pouvant exiger trois modes d'opération distincts. Naturellement, tel que vu lors des trois premiers chapitres de cet ouvrage, ceux-ci devront être en mesure de produire des *mouvements coopératifs* en harmonie avec ceux de l'humain. Cette capacité nouvelle est le coeur même de cette génération à venir de robots avancés ; toutefois, pour être sécuritaires, ceux-ci devront aussi avoir la capacité de *réagir aux contacts ou aux collisions* entre eux-mêmes et leur environnement. Finalement, puisque l'on parle ici de robotique avancée, il est évident que ceux-ci devront être en mesure de réaliser ce que leurs ancêtres encore présents dans les usines sont capables d'effectuer, c'est-à-dire pouvoir générer des *mouvements autonomes*.

L'objectif de ce chapitre est de réconcilier en une série unique d'équations les requis sur la commande exigés par le fonctionnement des robots d'ipHR dans ces trois modes d'opération distincts. La raison première motivant ce souhait d'unification est dans un premier temps liée au désir de réduire la complexité du contrôleur résultant, mais aussi d'éviter toute forme de transition drastique dans la commande imposée par l'utilisation hypothétique de trois contrôleurs, a priori complètement différents.

Des solutions permettant à un robot d'évoluer en mode coopératif et de réagir aux contacts ont déjà été proposées respectivement dans la première partie de cette thèse ainsi qu'au chapitre quatre de celle-ci. La problématique de la production de mouvements autonomes par les robots d'ipHR n'a pas encore été étudiée et sera donc présentée dans ce chapitre, préalablement à l'unification de l'ensemble des modes d'opération dans une même loi de commande. Finalement, ce chapitre ainsi que cette deuxième partie de la thèse s'achèveront sur la proposition d'une méthode permettant l'implantation des algorithmes de commande développés. En effet, dans les chapitres écrits jusqu'à présent, seules les équations algébriques et différentielles décrivant les comportements désirés ont été présentées. On montrera donc ici des techniques concrètes de résolution conduisant à l'obtention de la variable à commander.

5.2 Commande des robots d'ipHR en mode autonome

Cette section présente une solution à la commande des robots d'ipHR en mode autonome. En effet, même si le mode de fonctionnement principal de ces robots est d'assister directement l'humain, certaines parties des tâches qui devront être réalisées par ceux-ci nécessiteront la production autonome de mouvements. Un exemple concret de cette réalité est la tâche typique d'insertion d'un tableau de bord que l'on retrouve dans les usines d'automobiles, pour laquelle l'un des robots commerciaux d'ipHR les plus avancés est utilisé actuellement. Au cours de cette tâche, ce robot doit d'abord saisir de manière autonome le tableau de bord pour ensuite attendre l'humain afin de réaliser en coopération la tâche d'insertion. Une fois cette partie coopérative achevée, le robot retourne de manière autonome à son point initial. Comme le montre cet exemple, l'alternance de ces deux modes d'opération permet une synergie plus efficace entre les deux parties. Preuve que ce mode fait partie intégrante du fonctionnement des robots d'ipHR, la norme ANSI/RIA R15.06 [5] visant à baliser l'utilisation de ces robots dans un contexte industriel présente certaines recommandations quant à l'évolution de ceux-ci dans ce mode particulier.

Cette partie, tout en constituant un apport intéressant à la commande des robots d'ipHR, ne représente pas par son ampleur, l'une des contributions principales de cette

thèse comparée à celles associées aux autres chapitres. En ce qui a trait aux performances, l'opinion de l'auteur est qu'il n'y a pas de besoin criant pour des algorithmes de génération de trajectoires et de suivi plus avancés que ceux connus. La robotique actuelle est assise sur près de 50 ans d'expérience avec des robots évoluant principalement dans ce mode particulier d'opération, c'est donc dire que ce domaine est relativement mûr. Toutefois, les motifs d'un retour sur cette problématique ne sont justement pas basés sur des considérations de performance. La solution proposée trouve principalement son intérêt dans le fait qu'elle permet d'atteindre l'objectif de ce chapitre, c'est-à-dire de garder à un niveau minimal la complexité et la diversité d'un contrôleur visant à couvrir l'ensemble des modes requis par une situation d'ipHR. Ces considérations justifient le fait que la solution à ce mode d'opération n'est pas l'objet d'un chapitre distinct au même titre que l'ont été les modes coopératif ou de réaction aux contacts. C'est donc plus logiquement que celui-ci a été intégré à ce chapitre qui vise à simplifier les contrôleurs d'ipHR via l'unification des modes d'opération.

Lors de la production de mouvements en mode autonome, les robots d'ipHR devront se comporter de manière similaire aux manipulateurs conventionnels, c'est-à-dire, être commandés en position. Une solution à ce problème serait d'utiliser les techniques conventionnelles de commande en position en conjonction avec des algorithmes connus de planification de trajectoires. L'utilisation d'une telle approche nécessiterait toutefois un changement radical au sein du contrôleur lors du passage du mode coopératif au mode autonome, allant ainsi soudainement d'une commande par admittance principalement asservie dans le domaine des vitesses vers un algorithme de génération de trajectoires asservi dans le domaine des positions. Afin de permettre la génération autonome de mouvements tout en gardant une structure de commande unique, cette section proposera une nouvelle manière d'utiliser la raideur virtuelle ainsi que l'amortissement de la commande par admittance afin de produire des mouvements continus et efficaces.

5.2.1 Coefficient de raideur virtuelle

Comme il a été expliqué au chapitre 1, le coefficient de raideur de l'expression générale de l'impédance/admittance donnée à l'équation (1.3) prend généralement une valeur nulle lors des mouvements coopératifs entre humains et robots. Ce faisant, l'équation admet une infinité de points d'équilibre dans l'espace, confinant ainsi le robot dans

un rôle de suiveur passif. Ce comportement représente exactement ce qui est attendu d'un robot fonctionnant en mode coopératif puisque, durant cette partie de la tâche, l'humain initiera et dirigera les mouvements. Cependant, en mode autonome, on attendra du robot la capacité inverse, soit d'être plus actif et ainsi de diriger seul ses propres mouvements. Assigner une valeur non nulle à la raideur virtuelle \mathbf{K}_r de l'équation (1.3) aura pour effet d'ajouter un point d'équilibre spatial à la position \mathbf{p}_d et générera un champ potentiel attractif guidant les mouvements du robot dans la direction appropriée.

Des approches similaires ont été largement utilisées dans la robotique depuis des décennies [68]. En effet, si l'on considère ceci selon une perspective différente, cette approche peut être vue comme un contrôleur PD dans le domaine Cartésien. Toutefois, cette méthode, combinée à l'utilisation d'une valeur unique \mathbf{K}_r et avec la destination finale de la trajectoire directe comme point d'équilibre \mathbf{p}_d , générera un mouvement assez maladroit. Celui-ci débutera par une très grande accélération, engendrant une vitesse élevée, mais qui diminuera tout au long de la trajectoire. Par conséquent, ce type d'approche est typiquement utilisé en conjonction avec une procédure de planification de trajectoire générant une série de points d'équilibre \mathbf{p}_d successifs dans la direction de la destination désirée réelle.

L'approche proposée se distingue de celles précédemment présentées dans la littérature en combinant l'étape de la planification de trajectoires et de la génération des mouvements cartésiens en une seule loi de commande par admittance. Cette combinaison des étapes est réalisée en modulant la raideur virtuelle (\mathbf{K}) ainsi que l'amortissement afin de diriger le robot vers la destination finale \mathbf{p}_d désirée. Cette méthode a pour effet de générer des mouvements sûrs et efficaces pour toute posture ciblée du robot.

5.2.1.1 Expressions de la raideur variable

La valeur idéale de la raideur \mathbf{K} à assigner à l'équation d'admittance pour l'obtention d'un mouvement précis et continu à l'effecteur est dépendante du paramètre d'amortissement virtuel. Si l'amortissement est d'une valeur trop faible, un comportement oscillatoire du robot autour du point de destination final \mathbf{p}_d sera observé. D'autre part, si l'amortissement s'avère trop élevé, un mouvement suramorti en résultera. Il apparaît donc évident que cette valeur idéale n'est pas unique et devra par conséquent varier dans le temps. Tel que mentionné au chapitre 2, les humains ont la capacité naturelle d'ajuster en continu la raideur de leurs bras selon différents niveaux d'activation

des muscles agonistes et antagonistes. Cette capacité est la pierre d'assise de l'habileté humaine à la manipulation. Certaines études [38], [78] ont démontré que le comportement visqueux inhérent aux bras humains augmente ou diminue simultanément avec la raideur afin de stabiliser les mouvements produits. Une analyse plus poussée de la relation liant la variation de ces deux caractéristiques, réalisée indépendamment dans [78] et dans [67], a mené à la conclusion que le paramètre adimensionnel que représente le taux d'amortissement est constant quel que soit le niveau d'activation musculaire. Ce constat sous-tend donc une relation directe entre le coefficient d'amortissement et la racine carrée de la raideur.

Inspirée par le naturel avec lequel l'humain évolue dans son environnement, l'approche proposée pour la commande des mouvements autonomes des robots d'ipHR reprendra cette relation trouvée chez l'humain pour lier la variation du coefficient d'amortissement à celle de la raideur virtuelle afin de produire des mouvements précis et stables.

L'équation liant le taux d'amortissement aux paramètres d'un système du deuxième ordre est :

$$2\zeta\mathbf{I} = \mathbf{C}(\mathbf{KM})^{-\frac{1}{2}}, \quad (5.1)$$

où \mathbf{I} est la matrice identité de dimensions appropriées, ζ est le taux d'amortissement et \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} représentent respectivement la masse, l'amortissement et la raideur. Puisque la dynamique virtuelle utilisée afin de générer les mouvements en mode autonome est du même ordre, ces paramètres sont égaux à ceux de l'expression d'admittance donnée à l'équation (1.3).

Basée sur l'hypothèse mentionnée plus haut que ce ratio d'amortissement est maintenu constant, peu importe la valeur que prend la raideur, la matrice d'amortissement est donnée par :

$$\mathbf{C} = 2\zeta\sqrt{\mathbf{KM}}. \quad (5.2)$$

En utilisant cette valeur de la matrice d'amortissement, l'équation (1.3) peut être réécrite de la façon suivante :

$$\mathbf{f} = \mathbf{M}\ddot{\mathbf{p}} + 2\zeta\sqrt{\mathbf{KM}}\dot{\mathbf{p}} - \mathbf{K}(\mathbf{p} - \mathbf{p}_d) = 0. \quad (5.3)$$

La matrice de raideur \mathbf{K} garantissant une vitesse à l'effecteur sous un seuil maximal

donné v_{max} , tel que prescrit par la norme [5], peut être trouvée lorsque l'énergie potentielle est entièrement dissipée par les forces visqueuses produites à cette vitesse, c'est-à-dire lorsque :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{p}} = 0 \quad (5.4)$$

et

$$\mathbf{f} = 0. \quad (5.5)$$

Dans ce cas, l'équation (5.3) se réduit à :

$$2\zeta\sqrt{\mathbf{KM}}\dot{\mathbf{p}}_{max} - \mathbf{K}(\Delta\mathbf{p}) = \mathbf{0}, \quad (5.6)$$

qui peut aussi être réécrit :

$$2\zeta\sqrt{\mathbf{KM}}\dot{\mathbf{p}}_{max} = \mathbf{K}(\Delta\mathbf{p}), \quad (5.7)$$

avec

$$\Delta\mathbf{p} = \mathbf{p} - \mathbf{p}_d \quad (5.8)$$

et

$$\dot{\mathbf{p}}_{max} = \frac{v_{max}}{\|\Delta\mathbf{p}\|} \Delta\mathbf{p}. \quad (5.9)$$

L'équation (5.9) est la clé permettant la mise à l'échelle du mouvement dans toutes les directions. Assigner la valeur de la vitesse limite v_{max} à toutes les composantes du vecteur de vitesse limite $\dot{\mathbf{p}}_{max}$ résulterait en un mouvement non synchronisé dans les différentes directions. En d'autres mots, le temps requis pour effectuer la trajectoire générée dans l'ensemble des directions du repère utilisé serait différent selon les axes. De plus, une telle approche conduirait à l'obtention d'une norme de la vitesse du robot supérieure à la valeur maximale souhaitée v_{max} . Les approches conventionnelles de génération de trajectoires font plutôt référence à une notion de temps pour mettre à l'échelle les mouvements dans l'ensemble des directions principales, ce temps étant typiquement défini selon la direction exigeant le temps maximum en raison de contraintes d'accélération ou de vitesse. La figure (5.1) montre qu'en utilisant l'équation (5.9), l'algorithme proposé a la capacité de synchroniser les mouvements réalisés dans l'ensemble des axes sans faire référence à une notion de temps de trajectoire.

En prenant le carré de l'équation (5.7), l'expression de la matrice de raideur permettant la génération de mouvements dont la vitesse est toujours sous une contrainte v_{max} peut être trouvée. Celle-ci s'écrit :

$$\mathbf{K} = 4\zeta^2\dot{\mathbf{P}}_{max}\dot{\mathbf{P}}_{max}\mathbf{M}(\Delta\mathbf{P}^T\Delta\mathbf{P})^{-1}, \quad (5.10)$$

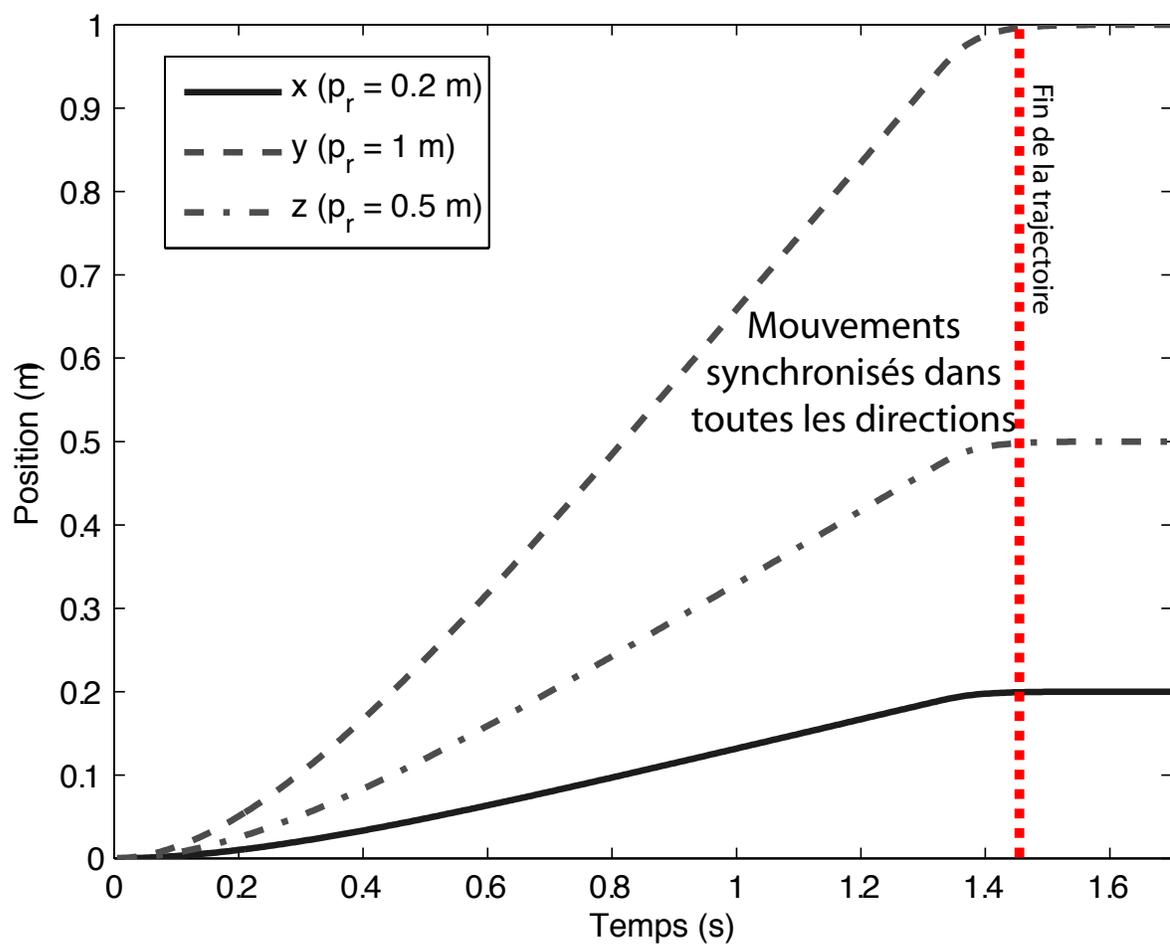


FIG. 5.1 – Synchronisation automatique des mouvements dans les directions principales.

où

$$\Delta \mathbf{P} = \text{diag}(\Delta \mathbf{p}) \quad (5.11)$$

et

$$\dot{\mathbf{P}}_{max} = \text{diag}(\dot{\mathbf{p}}_{max}). \quad (5.12)$$

Puisque \mathbf{p} est la position actuelle du robot, la raideur donnée par l'équation (5.10) sera en perpétuel changement et atteindra une valeur infinie à la position désirée $\mathbf{p} = \mathbf{p}_d$, c'est-à-dire lorsque $\Delta \mathbf{p} = 0$. Par conséquent, il est important de définir une valeur maximale de la raideur.

Les études conduites sur la variation de la raideur humaine en situation de mouvements [96] permettent de conclure que la variation de la raideur donnée par l'équation (5.10) est similaire à la façon dont les êtres humains commandent leur propre raideur. Lorsque la position de la main de l'humain est loin de celle désirée, la raideur est typiquement de valeur faible. Celle-ci augmente toutefois lorsque la main se rapproche du point de destination. Dans ce cas spécifique, la raideur maximale est limitée physiquement par la capacité musculaire humaine. Cependant, dans bien des cas, cette raideur maximale au point de destination est modulée chez l'humain à une valeur bien inférieure à cette limite, selon les perturbations envisagées. D'une manière similaire, la valeur de la raideur maximale imposée pourra être adaptée selon les situations.

La figure (5.2) montre un exemple de mouvements résultant de l'utilisation de l'approche proposée basée sur la commande par admittance pour la génération des mouvements autonomes, ainsi que deux autres exemples de déplacements similaires générés par une trajectoire de type trapézoïdale et une autre de type polynomiale du 5^e ordre. Ces courbes sont données à titre de comparaison, non pour montrer un quelconque avantage d'une des méthodes, mais plutôt afin de montrer que les mouvements obtenus sont continus et relativement similaires à ceux produits par les autres approches. En effet, l'avantage de la méthode proposée ne s'exprime pas par des métriques de performance, mais plutôt par le fait qu'elle utilise la même équation d'admittance que pour la commande des mouvements coopératifs. Par conséquent, en utilisant cette approche, il devient facile de changer d'un mode de commande à l'autre sans réel soucis pour la transition. Cette réalité, tout en rappelant la capacité naturelle humaine d'évoluer tour à tour dans les rôles de meneur et de suiveur, ne sera pas sans diminuer la complexité du contrôleur final.

La méthode proposée présente aussi, tel que mentionné plus haut, une caractéris-

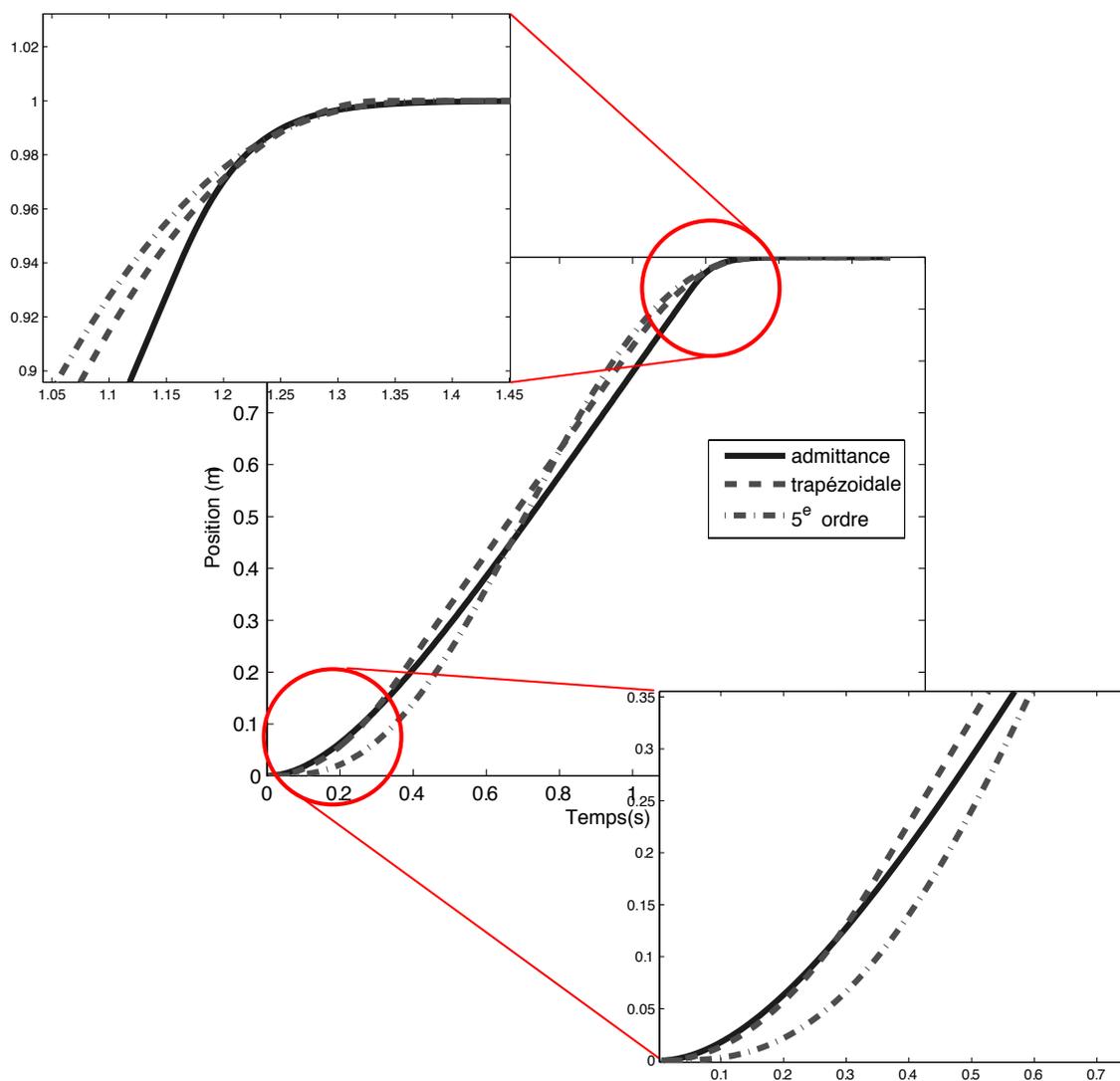


FIG. 5.2 – Exemples de mouvements produits par l'utilisation de l'approche proposée ainsi que par deux méthodes plus conventionnelles dites trapézoïdale et polynomiale du 5^e ordre.

tique intéressante qui rend le comportement du robot potentiellement plus sécuritaire pour l'humain. En effet, cet algorithme génère ses propres mouvements selon la position et la vitesse réelles du robot à l'instant présent et ce, sans jamais faire référence au temps. Les approches de génération de trajectoires conventionnelles font typiquement référence à un temps de trajectoire. Dans la majorité de ces méthodes, si un contact non désiré devait immobiliser momentanément le robot, le point de référence continuerait son déplacement vers la destination finale, engendrant une force croissante ainsi qu'un mouvement brusque au relâchement des contraintes. Un robot dont le fonctionnement sera basé sur la méthode de commande proposée continuera simplement ses mouvements au relâchement des contraintes, en utilisant son état actuel comme condition initiale.

5.3 Unification des trois modes d'opération et mise en oeuvre

Les trois modes d'opération exigés par les tâches d'ipHR ont tous été définis préalablement de manière indépendante. Les chapitres 1 à 3 ont présenté la commande en mode coopératif des robots amenés à évoluer dans ce nouveau paradigme, tandis que le chapitre 4 et la section 5.2 ont respectivement présenté des solutions à la réaction aux contacts ainsi qu'à la commande en mode autonome. Les approches développées pour couvrir ces modes d'opération étant toutes basées sur la commande par admittance, cette section présentera comment celles-ci peuvent toutes être intégrées à une solution de commande unique. Les motivations derrière l'obtention de cette structure de commande unique sont, d'une part, de simplifier le contrôleur et d'autre part, d'éviter les transitions entre différents types de commandes requérant des régulateurs primaires différents. La figure (5.3) montre une schématisation de l'architecture du contrôleur unifiant l'ensemble des modes d'opération.

En dépit du fait que ces trois modes d'opération sont distincts, ceux-ci ne sont pas tous exclusifs. En effet, alors qu'un robot d'ipHR devra agir soit en mode coopératif soit en mode autonome, il est possible que, simultanément dans l'un ou dans l'autre de ces modes, celui-ci ait à utiliser sa capacité à réagir aux collisions. Par conséquent, l'étape première apparaissant logique est d'intégrer les deux modes ne pouvant être simultanés,

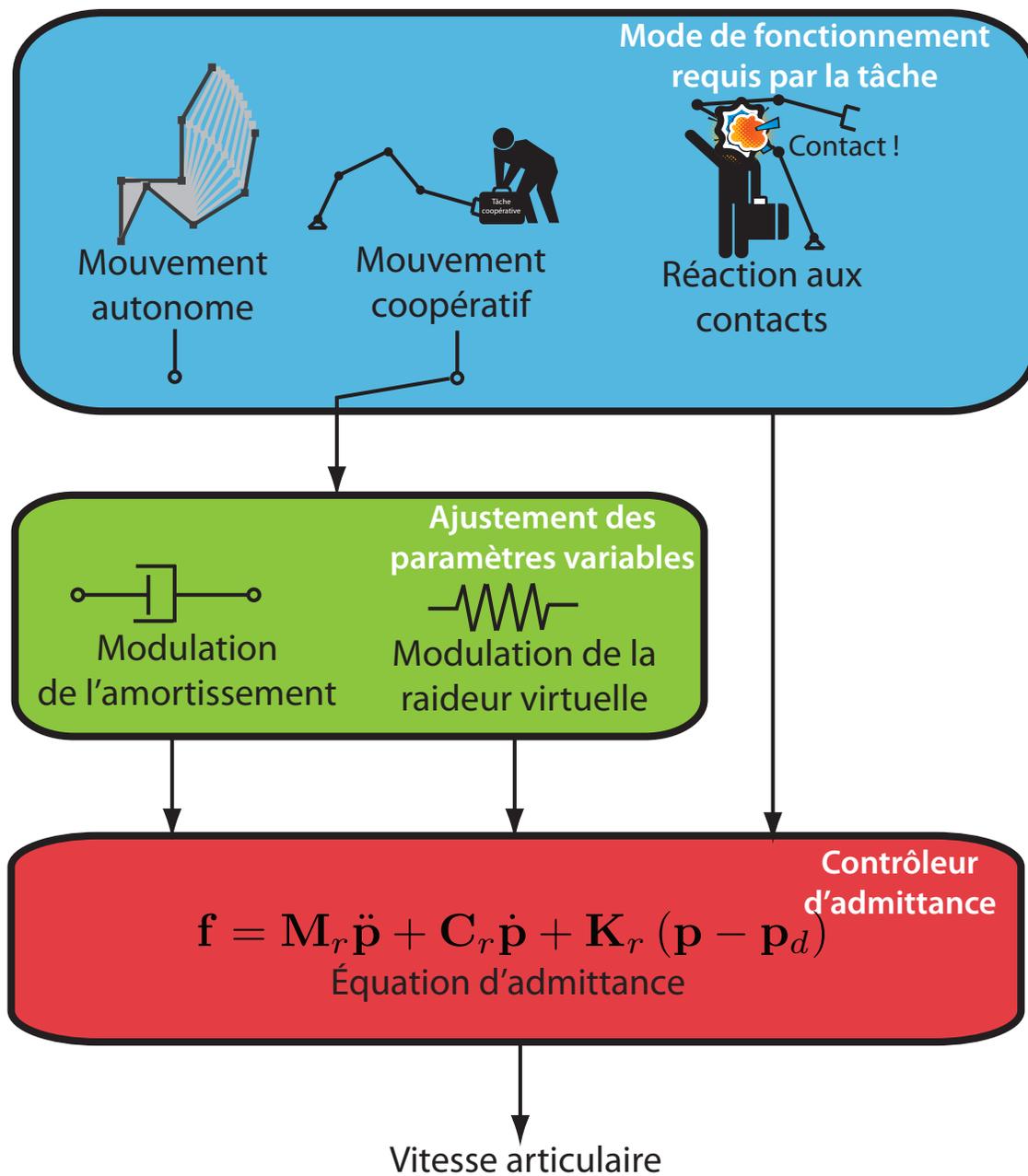


FIG. 5.3 – Structure du contrôleur proposé.

soient les équations de commande permettant la coopération entre humains et robots et celles permettant à un robot de se mouvoir de façon autonome.

5.3.1 Intégration des modes coopératif et autonome

Comme le montre la figure (5.3), les modes coopératif et autonome sont basés exactement sur la même équation d'admittance, mais utilisent des valeurs différentes de coefficients d'amortissement et de raideur. Ici, l'approche consistera à définir une commande unique basée sur l'admittance variable, dont les changements de valeurs de ses coefficients seront fonction du mode d'opération désiré. Pour ce faire, on définira une fonction de Heaviside \mathcal{H} permettant cette transition. Cette fonction prendra une valeur unitaire lorsqu'on désirera que le robot agisse de manière purement autonome ou une valeur nulle autrement, c'est-à-dire :

$$\mathcal{H} = \begin{cases} 0 & \text{si coopératif} \\ 1 & \text{si autonome.} \end{cases} \quad (5.13)$$

En utilisant cette fonction d'Heaviside, l'équation (3.29) présentée au chapitre 3 comme solution au mouvement coopératif stable et intuitif peut être modifiée de manière à permettre successivement le contrôle d'un robot d'ipHR dans les deux modes non simultanés traités dans cette sous-section. Cette équation modifiée s'écrit :

$$\mathbf{f} = \mathbf{M}\ddot{\mathbf{p}} + [\delta_{e,e^*}\mathbf{C}_{\mathcal{H}} + (1 - \delta_{e,e^*})\mathbf{C}_{cr}] \dot{\mathbf{p}} + \mathcal{H}\mathbf{K}(\mathbf{p} - \mathbf{p}_d), \quad (5.14)$$

où $\mathbf{C}_{\mathcal{H}}$ est une matrice représentant l'amortissement variable qui est donnée par :

$$\mathbf{C}_{\mathcal{H}} = (\mathcal{H}2\zeta\sqrt{\mathbf{KM}} + (1 - \mathcal{H})\mathbf{C}_v), \quad (5.15)$$

dans laquelle \mathbf{C}_v et \mathbf{C}_{cr} sont les matrices variables données respectivement par les équations (1.6) et (3.22).

5.3.2 Mise en oeuvre de l'équation d'admittance

En remplaçant la matrice $[\delta_{e,e^*}\mathbf{C}_{\mathcal{H}} + (1 - \delta_{e,e^*})\mathbf{C}_{cr}]$ par la lettre \mathbf{C} , l'équation (5.14) redevient équivalente à l'équation (1.3). Cette expression est une équation différentielle du deuxième ordre représentant la dynamique apparente désirée à l'effecteur. Pour

des raisons mentionnées notamment au chapitre 1, on désire mettre en oeuvre cette dynamique virtuelle selon une commande de type admittance et, par conséquent, on cherchera à mesurer les forces à l'entrée afin de produire des déplacements en sortie.

Selon l'approche la plus commune dans la littérature, il serait tentant de résoudre cette équation de manière à obtenir la valeur de la position servant de référence \mathbf{p}_r au régulateur primaire. Cependant, pour des raisons de sécurité¹ et afin d'exploiter la relation linéaire liant les vitesses cartésiennes à celles articulaires,

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{J}\dot{\mathbf{q}}, \quad (5.16)$$

on préférera plutôt trouver la valeur de la vitesse $\dot{\mathbf{p}}_r$ en réaction à une force donnée, qui servira de consigne aux régulateurs primaires. Pour ce faire, une des possibilités est d'inverser l'équation (1.3) de manière à exprimer la valeur de $\dot{\mathbf{p}}_r$, c'est-à-dire :

$$\dot{\mathbf{p}}_r = \mathbf{C}^{-1} [\mathbf{f}_m - \mathbf{M}\ddot{\mathbf{p}}_m - \mathcal{H}\mathbf{K}(\mathcal{F}(\mathbf{q}_m) - \mathbf{p}_d)], \quad (5.17)$$

où l'indice ${}_m$ est utilisé pour dénoter une variable mesurée et $\mathcal{F}(\mathbf{q}_m)$ représente le problème géométrique direct du manipulateur. En pratique, cette solution est difficilement réalisable en raison du bruit de mesure, notamment sur $\ddot{\mathbf{p}}$. En effet, la valeur de cette variable est rarement mesurée directement. Typiquement, la seule manière d'obtenir celle-ci est de dériver 2 fois la position des encodeurs, ce qui a pour effet d'amplifier grandement le bruit de mesure. Par conséquent, on optera plutôt pour une intégration numérique de l'équation de vitesse en utilisant un estimé de l'accélération cartésienne. En supposant une période d'échantillonnage d'une durée \mathcal{T} , la valeur estimée à l'instant k de l'accélération $\ddot{\mathbf{p}}_e$ est donnée par :

$$\ddot{\mathbf{p}}_e(k) = \mathbf{M}^{-1} [\mathbf{f}_m - \mathbf{C}\dot{\mathbf{p}}_r(k-1) - \mathbf{K}(\mathcal{F}(\mathbf{q}_m) - \mathbf{p}_d)]. \quad (5.18)$$

En intégrant la valeur estimée de cette accélération, on obtient la valeur de la vitesse de référence à l'instant k :

$$\dot{\mathbf{p}}_r(k) = \dot{\mathbf{p}}_r(k-1) + \ddot{\mathbf{p}}_e(k)\mathcal{T}. \quad (5.19)$$

¹La commande en position des robots d'ipHR peut potentiellement conduire à des situations pathologiques en raison de la présence d'un point d'équilibre spatial imposé par cette commande. En effet, si le robot n'est plus à même de répondre adéquatement aux intentions humaines et ce, en raison par exemple de contraintes externes, il est possible que le point de référence continue à se déplacer. Au relâchement de ces contraintes, il est probable que ce point d'équilibre lointain engendrera un mouvement brusque, rapide, avec tous les risques d'accidents possibles. La commande en vitesse apparaît plus appropriée face à cet aspect particulier en raison de son infinité de points d'équilibre dans l'espace.

Notons qu'il est théoriquement possible de substituer dans les équations (5.18) et (5.19) la valeur mesurée de la vitesse cartésienne $\mathbf{J}\dot{\mathbf{q}}_m$ à la valeur de référence calculée à l'instant précédent $\dot{\mathbf{p}}_r(k-1)$. Cependant, en situation réelle de fonctionnement, l'utilisation de la valeur calculée $\dot{\mathbf{p}}_r(k-1)$ conduit à un comportement plus rapproché de celui désiré. Cette différence s'explique par le fait que l'utilisation de la vitesse réelle mesurée $\mathbf{J}\dot{\mathbf{q}}_m$ comme condition initiale, ainsi que d'une période d'échantillonnage \mathcal{T} de valeur faible, engendreront une vitesse de référence $\dot{\mathbf{p}}_r(k)$ quasi similaire à la vitesse mesurée actuellement. Ainsi, l'erreur aux régulateurs sera toujours extrêmement faible, rendant difficile un bon asservissement. L'utilisation comme condition initiale de la valeur de la vitesse de référence calculée à l'instant passé $\dot{\mathbf{p}}_r(k-1)$, permet quant à elle la création d'une erreur de nature plus grande qui conduira à un meilleur suivi.

En supposant donc une résolution discrète de l'équation d'admittance, en utilisant la vitesse calculée à l'instant passé ainsi qu'un bloqueur d'ordre zéro (BOZ), on peut combiner les équations (5.18) et (5.19) en une seule équation d'état :

$$\dot{\mathbf{p}}_r(k) = \mathbf{A}\dot{\mathbf{p}}_r(k-1) + \mathcal{T}\mathbf{M}^{-1}[\mathbf{f}_m - \mathcal{H}\mathbf{K}(\mathcal{F}(\mathbf{q}_m) - \mathbf{p}_d)], \quad (5.20)$$

où \mathbf{A} est la matrice de dynamique donnée par :

$$\mathbf{A} = (\mathbf{1} - \mathcal{T}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}). \quad (5.21)$$

5.3.3 Ajout de la capacité de réaction aux contacts

L'équation (5.20) nous donne la solution à l'expression de la dynamique apparente unifiant le mode coopératif présenté à la partie 1 de cette thèse au mode autonome donné par l'équation (5.14). Comme il a été mentionné plus haut, une solution prenant la forme de vitesse désirée est préférable dans le contexte d'ipHR. La contrainte dans l'espace opérationnel selon la notation du chapitre 4 est donc :

$$\dot{\mathbf{p}}_0(k) = \dot{\mathbf{p}}_r(k) = \mathbf{A}\dot{\mathbf{p}}_r(k-1) + \mathcal{T}\mathbf{M}^{-1}[\mathbf{f}_m - \mathcal{H}\mathbf{K}(\mathcal{F}(\mathbf{q}_m) - \mathbf{p}_d)]. \quad (5.22)$$

Le vecteur de la vitesse désirée au point opérationnel étant maintenant connu, on doit ensuite trouver, si l'on souhaite utiliser les équations de réaction aux contacts développées au chapitre 4, le vecteur de vitesse désirée au point de contact. En utilisant une technique de résolution similaire à celle utilisée à la section 5.3.2, la valeur de ce

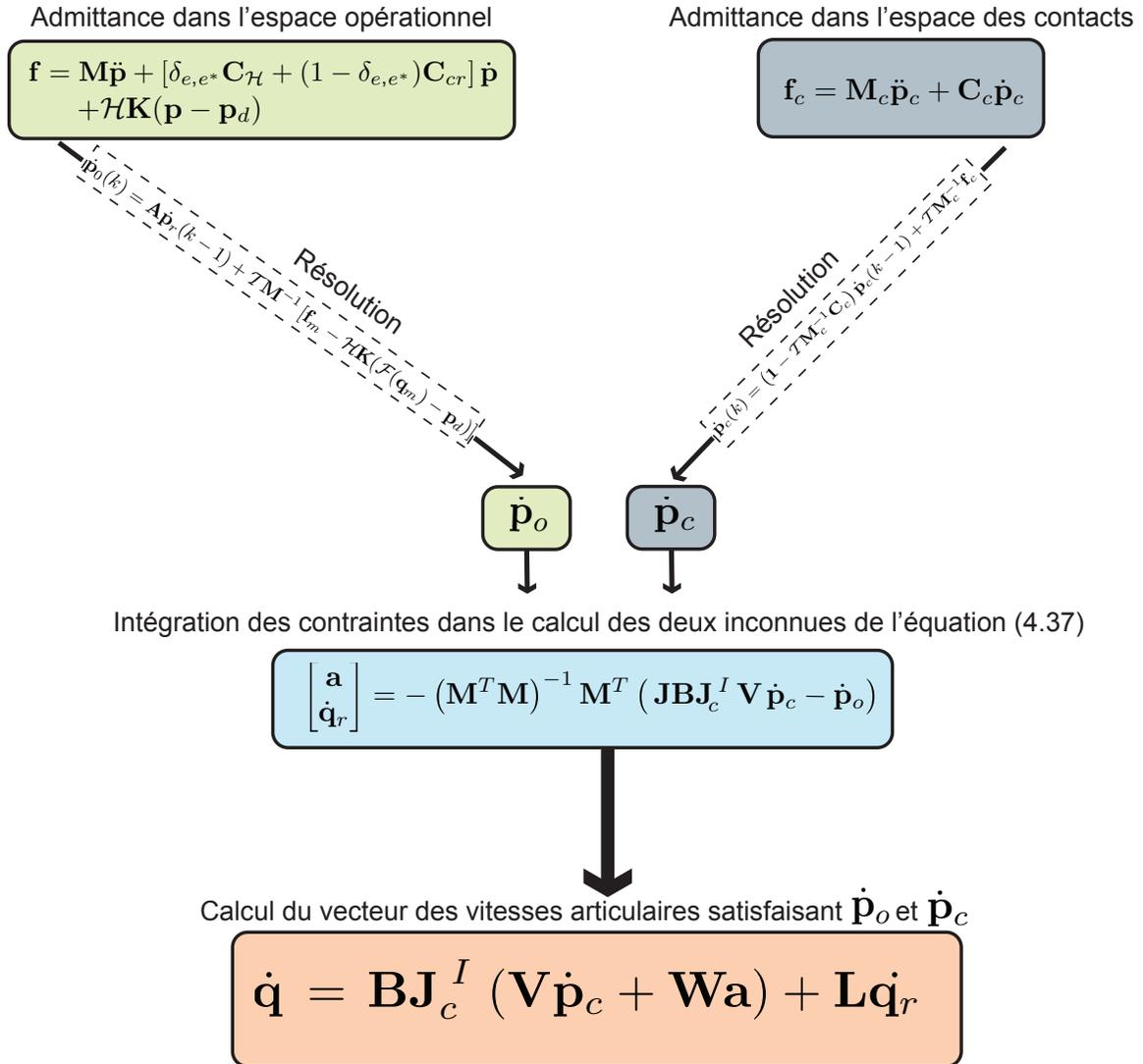


FIG. 5.4 – Schéma de l'ordre d'implémentation des équations de commande.

vecteur de vitesse au point de contact est donnée par :

$$\dot{\mathbf{p}}_c(k) = (\mathbf{1} - \mathcal{T}\mathbf{M}_c^{-1}\mathbf{C}_c)\dot{\mathbf{p}}_c(k-1) + \mathcal{T}\mathbf{M}_c^{-1}\mathbf{f}_c. \quad (5.23)$$

Les valeurs trouvées pour ces deux contraintes seront ensuite substituées dans l'équation (4.37) qui sera à son tour utilisée dans l'équation (4.38) afin de trouver le vecteur de vitesse satisfaisant aux deux vecteurs de vitesse avec priorité pour celle désirée au point de contact.

Cette dernière équation a l'avantage de convenir autant en situation de contacts qu'en l'absence de ceux-ci. De cette façon, il n'est pas nécessaire de prévoir les deux

cas et de changer en conséquence l'équation de projection dans le domaine articulaire utilisé. En effet, si aucun contact n'est perçu entre les membrures d'un robot et son environnement, selon leurs définitions, les matrices \mathbf{B} et \mathbf{J}_c seront de valeur nulle tandis que la matrice \mathbf{L} sera l'identité. Pour ce cas qui est très certainement commun, l'équation (4.38) se simplifie à :

$$\dot{\mathbf{q}} = (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \dot{\mathbf{p}}_o = \mathbf{J}^I \dot{\mathbf{p}}_o, \quad (5.24)$$

soit une solution directe à la contrainte au point opérationnel. De plus, afin d'éviter les singularités des matrices jacobienues, il est possible d'utiliser l'équation (4.49) au lieu de l'équation (4.37) pour trouver le vecteur \mathbf{u} qui sera ensuite utilisé dans l'équation (4.38). Pour le cas où aucun contact ne sera détecté, l'utilisation de cette équation alternative dans l'équation (4.38) conduira à :

$$\dot{\mathbf{q}} = (\mathbf{J}^T \mathbf{J} - \boldsymbol{\eta})^{-1} \mathbf{J}^T \dot{\mathbf{p}}_o. \quad (5.25)$$

Cette relation est dans ce cas identique à l'inverse dite *robuste aux singularités*² proposée par Nakamura [91], une solution reconnue comme étant efficace et robuste au problème de la commande basée sur l'utilisation de la jacobienne.

La figure (5.4) présente le schéma de mise en oeuvre des équations de commande.

5.4 Conclusion

Afin de maintenir au minimum la complexité du contrôleur des robots coopératifs, il a été proposé dans ce chapitre l'utilisation d'un ensemble unique d'équations basées sur la commande par admittance et pouvant dicter le comportement des robots dans ces trois modes typiques de fonctionnement, à savoir le *mode coopératif*, les *mouvements autonomes* et la *réaction aux contacts*. Précédent l'unification de ces modes de fonctionnement, un algorithme permettant aux robots d'ipHR de générer de manière autonome des mouvements continus et sécuritaires a été présenté. Finalement, pour fournir des balises concrètes dans l'implémentation du contrôleur suggéré, une procédure de résolution des équations différentielles obtenues a été apportée.

Ce chapitre termine la partie 2 de cette thèse et, par le fait même, l'ensemble des travaux réalisés sur la commande de haut niveau des robots d'ipHR. On entend ici

²en anglais : *Singularity-Robust Inverse*

par commande de haut niveau des algorithmes visant à régir le comportement de ces robots. Afin de donner une solution complète à la problématique de la commande des robots d'ipHR, la dernière partie de cette thèse portera sur l'asservissement primaire de ceux-ci, c'est-à-dire sur les techniques de régulation permettant un suivi adéquat des comportements désirés introduits dans les deux premières parties de cette thèse.

Troisième partie

Asservissement articulaire des robots conçus pour l'ipHR

“L’avenir est ce qu’il y a de pire dans le présent.”

- Gustave Flaubert

La partie suivante portera sur des méthodes d’asservissement articulaire permettant un suivi adéquat des consignes résultant de l’utilisation des algorithmes de commande présentés aux chapitres précédents. Quoiqu’il existe une multitude de régulateurs pouvant remplir cette fonction sur un manipulateur en général, la majorité de ceux-ci ne conduiront pas à de bonnes performances en poursuite lorsque implantés sur un robot spécifiquement conçu pour l’ipHR. En effet, en raison des requis mécaniques particuliers imposés par le contexte lié à l’ipHR, tels l’utilisation de faibles ratios de réduction ou l’ajout de compliance aux articulations, les régulateurs conventionnels comme les PID perdent beaucoup de leur efficacité. Les méthodes proposées étant basées sur l’utilisation d’un modèle, ces caractéristiques particulières pourront ainsi être considérées dans la commande de manière à obtenir un suivi beaucoup plus précis. Néanmoins, contrairement à la matière présentée dans les 5 premiers chapitres de cette thèse, dans lesquels les méthodes de commande proposées s’appliquent exclusivement aux robots d’ipHR, les travaux présentés dans cette partie seront applicables à l’ensemble des manipulateurs existants.

Le chapitre 6 introduira le concept de la commande prédictive, bien connue dans l’industrie pétro-chimique, adaptée à la commande des manipulateurs. Cette méthode très générale,

quoique simple mathématiquement, conduit à un système d'équations qui peut devenir un fardeau considérable lors de sa mise en oeuvre sur certains contrôleurs. Par conséquent, le chapitre 7 en présentera une version grandement simplifiée pouvant aussi rivaliser avec un PID en terme de temps de calcul.

Chapitre 6

Commande prédictive générale appliquée aux manipulateurs

Ce chapitre présente une méthode générale permettant l'application de la commande prédictive à l'asservissement en vitesse des manipulateurs. Cette technique est proposée afin de combler les faiblesses des régulateurs linéaires conventionnels qui ne permettent pas un asservissement articulaire adéquat des robots d'ipHR, en raison de la mécanique particulière de ces derniers. Le chapitre dressera d'abord un bref historique de la commande prédictive et présentera les idées de base de cette méthode. Celui-ci s'achèvera par une section démontrant comment ce domaine de l'automatique peut être appliqué à la commande des manipulateurs et surtout à ceux évoluant dans un contexte d'ipHR.

6.1 Introduction

L'asservissement articulaire des manipulateurs industriels existants est encore majoritairement réalisé par l'utilisation de contrôleurs proportionnels-dérivatifs (PD). Ce type de régulateur linéaire ne représente pas une solution optimale pour commander les mouvements d'un robot, la dynamique de ceux-ci étant généralement hautement non linéaire. En effet, afin d'accommoder les configurations dans lesquelles les forces inertielles et gravitationnelles sont à leur amplitude minimale, le gain lié à la partie dérivative (D) de ces contrôleurs doit être réglé à une valeur relativement importante. Cet accommodement conduit généralement à un comportement résultant suramorti qui limite grandement les performances. Néanmoins, dans la plupart des applications actuelles en robotique, les contrôleurs PD sont fonctionnels et suffisants en raison des rapports élevés de réduction des transmissions utilisées. Ces transmissions ont pour effet de linéariser la dynamique du manipulateur et d'annuler ainsi les inconvénients liés aux régulateurs linéaires.

Cependant, pour certains types de manipulateurs moins conventionnels tels les manipulateurs destinés à opérer à haute vitesse ainsi que les robots d'ipHR, cette supposition n'est plus valide en raison de la mécanique particulière de ces robots. En effet, tel que mentionné à plusieurs occasions au cours de cette thèse, les robots destinés à interagir physiquement avec l'humain doivent être conçus différemment des manipulateurs industriels d'aujourd'hui [30]. Pour des raisons de sécurité, on cherchera à diminuer leur inertie apparente afin de limiter l'énergie transmise en situation d'impact. Ceci implique l'utilisation de recouvrements souples, de faibles ratios de transmission ainsi que l'ajout de compliance aux articulations. Dans ces conditions, il devient clair que le contexte rendant acceptable l'utilisation de contrôleurs linéaires sur les manipulateurs ne sera plus rencontré ; par conséquent, des contrôleurs plus évolués doivent être utilisés.

Plusieurs approches alternatives aux régulateurs strictement linéaires furent proposées au cours des trente dernières années. Samson [102] suggère de classifier ces méthodes plus évoluées selon deux catégories : *i) la commande dynamique*, qui est basée sur l'utilisation d'un modèle dynamique et *ii) la commande adaptative*, qui privilégie plutôt un ajustement en continu de la dynamique du contrôleur. La plus connue de toutes ces approches alternatives est sans aucun doute la méthode du *couple précal-*

*culé*¹, parfois aussi appelée *commande par linéarisation du retour*, qui appartient à la première catégorie dite de *la commande dynamique*. L'idée à la base de cette méthode est d'utiliser le modèle dynamique du manipulateur afin de calculer les couples nécessaires pour annuler les non-linéarités de la dynamique et d'utiliser un contrôleur PID sur le système linéaire restant. Des exemples d'applications de cette méthode sont donnés dans [119, 4, 7]. Une critique souvent formulée à l'endroit de cette technique est son manque de robustesse face aux erreurs de modélisation. Sans considérer explicitement les équations de la dynamique, les méthodes appartenant à la catégorie de *la commande adaptative* sont reconnues pour compenser les non-linéarités des robots avec plus de robustesse. Il existe dans cette catégorie une multitude d'algorithmes tous différents les uns des autres. Des exemples de méthodes bien connues de commandes adaptatives sont donnés dans [108, 110, 109], alors que [82] présente un bon survol d'une variante de cette catégorie de contrôleurs qui, en plus de s'adapter, aura la faculté d'apprendre.

Au-delà de la robustesse de l'approche, la commande des robots d'ipHR exigera bien souvent d'un contrôleur que celui-ci puisse exploiter au mieux les capacités physiques des actionneurs. En effet, pour ce type de robots, toujours en raison du niveau de sécurité requis pour l'humain, on cherchera à réduire au minimum la puissance des actionneurs. Il sera donc important d'utiliser une méthode d'asservissement permettant d'exploiter ceux-ci de manière optimale afin d'obtenir les meilleures performances possibles.

Au début des années 1980, une nouvelle approche de commande **robuste** et **optimale** prenant directement en compte la dynamique d'un procédé fit son apparition sous le nom de *commande prédictive*. Inspirée directement des travaux réalisés par Kalman [62, 63] sur le désormais célèbre filtre du même nom, la commande prédictive offre la possibilité d'asservir un système en utilisant une approche proactive plutôt que réactive. La commande prédictive combine les avantages d'une commande robuste avec une capacité sans précédent de générer des commandes optimales. Cette efficacité provient du fait qu'elle ne considère pas uniquement le comportement du système sur la période d'échantillonnage suivante, contrairement à plusieurs autres méthodes basées sur l'utilisation d'un modèle. Celle-ci cherchera plutôt à trouver quelle est la meilleure commande à donner à l'instant présent, qui conduira au meilleur suivi d'une trajectoire de consignes sur un horizon de temps donné. Ceci implique que cette méthode d'asservissement soit principalement basée sur le calcul récursif du modèle dynamique

¹Appelée en anglais *Computed torque*.

d'un système et explique partiellement pourquoi les premières applications de cette approche ce sont faites naturellement dans les procédés linéaires à dynamique lente. Encore aujourd'hui, cette technique et ses variantes sont principalement utilisées dans l'industrie pétro-chimique.

Plusieurs tentatives furent réalisées pour adapter cette nouvelle méthode de commande à l'asservissement articulaire des robots. Cependant, étant donnée la dynamique hautement non-linéaire de ces derniers, l'application directe des algorithmes de commande prédictive aux manipulateurs implique une difficulté de résolution des équations de prédiction qui est quasi irréconciliable avec les fréquences d'asservissement élevées que l'on retrouve typiquement en robotique. L'un des premiers pas dans cette direction a toutefois été réalisé par Berlin et al. dans [6]. Dans cet article, en s'inspirant d'une des formes de commande prédictive originale intitulée *Dynamic Matrix Control*, ceux-ci ont proposé de linéariser la boucle de retour par l'utilisation de la méthode du *couple précalculé* et d'utiliser la commande prédictive sur le système linéaire résultant. Quoique ceci puisse être perçu comme une utilisation partielle de la commande prédictive et qu'aucun résultat d'implantation réel ne fut présenté, il reste que l'approche proposée est une des premières avenues sérieuses vers l'application de la commande prédictive aux manipulateurs. Suivant cet article, il fallut attendre trois autres années avant d'entendre à nouveau "commande prédictive" rimer avec "manipulateurs". Cette fois-ci, dans [21], les auteurs présentèrent différentes applications potentielles de leur algorithme aujourd'hui bien connu sous le nom de *Predictive Functional Control* (PFC). Cet article très général, bien qu'identifiant les robots industriels rapides comme des candidats intéressants pour l'application de leur approche, reste vague en ce qui a trait à l'adpatation concrète du PFC au contexte de la robotique et en particulier sur les difficultés liées au temps de calcul élevé requis. Près de dix années plus tard, Poinet et al. reprirent cet algorithme dit de PFC, qui s'apparente aussi beaucoup à celui de [6], pour implanter une commande prédictive linéaire sur le résiduel d'une boucle de linéarisation de la dynamique. Bien que n'apportant rien de nouveau au sens de la théorie de la commande prédictive appliquée aux manipulateurs, ces travaux ont l'originalité d'avoir formulé d'une manière extrêmement structurée l'adaptation du PFC à la robotique et d'avoir démontré les avantages de la méthode en situation réelle, en appliquant celle-ci à un robot parallèle à 4 ddl. En réutilisant exactement la même approche, les auteurs de [124] démontrèrent en simulation comment le PFC permet une commande précise des robots flexibles, un type de manipulateurs qui partagent certaines caractéristiques des robots d'ipHR.

Parallèlement à ces travaux, tous basés sur la même approche de la commande prédictive, Boucher et al. présentèrent dans [48, 47] une avenue alternative n'impliquant pas de linéarisation préalable de la dynamique. Sans directement traiter de manière récursive la non-linéarité des équations de cette dynamique dans les prédictions, ils ont plutôt opté pour une approximation de celle-ci par l'utilisation d'une série de Taylor. Cette approche a donc le mérite d'être la première méthode de commande prédictive en robotique à considérer réellement la dynamique du manipulateur dans les équations de prédiction et ce, même si celle-ci n'est pas considérée sous sa forme explicite et générale habituelle.

Le présent chapitre propose une méthode générale basée sur la commande prédictive, permettant de commander de manière optimale les mouvements d'un manipulateur. Principalement fondée sur la théorie derrière le *Generalized Predictive Control*, cette démarche innove en incluant directement les expressions de la dynamique dans le calcul des prédictions. Loin d'être simplement une dérivation théorique, la relative simplicité de l'algorithme présenté permet d'envisager réellement l'implantation de celle-ci sur des contrôleurs fonctionnant à de hautes fréquences d'asservissement. La commande prédictive étant une approche peu répandue en robotique, la première partie de ce chapitre fera d'abord une brève introduction en expliquant les bases de cette commande. L'autre section montrera en détail, mais de manière très générale, comment la commande prédictive peut être appliquée aux manipulateurs.

6.2 Introduction à la commande prédictive

Découlant des travaux de Kalman [62, 63] réalisés dans les années 1960, l'idée de la commande prédictive telle que connue aujourd'hui fut amenée en 1978 par J. Richalet [98]. Issus de ses travaux, les premiers algorithmes commerciaux de commande prédictive apparurent au début des années 1980 sous le nom de *Dynamic Matrix Control* (DMC) [24] et *Generalized Predictive Control* (GPC) [19]. Ces deux approches eurent un succès considérable et rapide dans l'industrie pétro-chimique et ouvrirent la porte à plusieurs nouvelles variantes de ces algorithmes (PFC [97], NLPC [107], GlobPC [29], etc.), qui font aujourd'hui partie intégrante de la famille de commandes regroupées sous

le nom de *Commande prédictive*² (MPC)³. Une description plus détaillée de l'histoire de la commande prédictive peut être lue dans [89], notamment en ce qui concerne les algorithmes ultérieurs. Ces variantes partagent cependant toutes les mêmes bases de fonctionnement. La commande prédictive repose en effet sur trois idées clés récurrentes qui furent très bien résumées par Camacho et Bordons dans leur livre sur le sujet [16] :

*i. Cette méthode utilise un **modèle** explicite pour prédire la sortie d'un procédé sur un **horizon** donné.*

Plusieurs autres approches parfois qualifiées de prédictives utilisent un modèle afin de prévoir la sortie d'un système. La méthode dite du *couple précalculé* [88] en est un exemple bien connu. Cependant, cette dernière utilise le modèle simplement pour faire une linéarisation du retour, en calculant et en employant l'équation de la dynamique du robot à l'instant présent. La commande prédictive a de différent qu'elle travaille sur un horizon de prédiction (h_p) donné et cherchera donc à prévoir la sortie sur cet intervalle.

*ii. La prédiction est réalisée via le calcul d'une séquence de commandes minimisant une **fonction objectif**.*

En effet, en utilisant une fonction objectif on cherchera, sur un horizon de temps donné, la séquence de commandes optimales conduisant au meilleur suivi d'une trajectoire de consignes.

*iii. La commande prédictive a aussi de particulier qu'elle est basée sur le principe d'un horizon **fuyant**.*

Ceci fait en sorte qu'à chaque instant, l'horizon est déplacé vers l'avenir, ce qui implique l'application du premier signal de commande de la séquence calculée à chaque étape. Cette particularité explique partiellement pourquoi ce domaine de la commande optimale est parfois appelé *commande à horizon fuyant*.

La figure (6.1) illustre le fonctionnement de cette commande et particulièrement le principe de l'horizon fuyant.

Tel que mentionné plus haut, l'utilisation de la commande prédictive requiert la

²Ce nom porte parfois à confusion étant donnée l'extrême généralité qu'il suggère. En effet, plusieurs méthodes de commande utilisant un modèle pour prédire la sortie pourraient prétendre logiquement à la qualification de commande prédictive. Cependant, la commande prédictive, telle que définie en automatique, doit respecter certaines idées de base que l'on verra ultérieurement.

³Issu de l'anglais : *Model Predictive Control*.

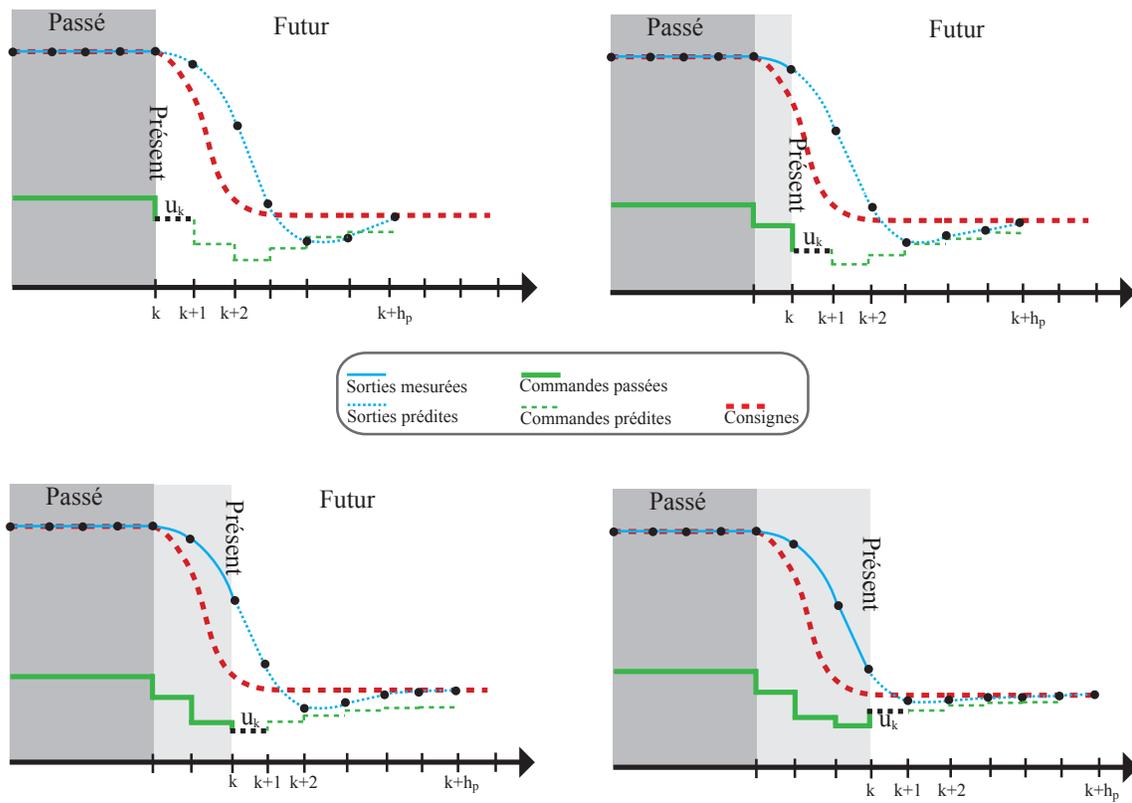


FIG. 6.1 – Illustration du principe de la commande prédictive et de son fonctionnement.

minimisation d'une fonction quadratique sur un certain horizon de prédiction donné afin de trouver la valeur idéale de la variable commandée à appliquer à l'instant k . Cette fonction de coût est typiquement constituée de deux parties distinctes. La première partie minimise la différence entre la trajectoire désirée et la sortie du modèle du procédé et est composée d'éléments déterministes et stochastiques. Celle-ci est donnée par l'équation :

$$J = \sum_{n=1}^{h_p} (\mathbf{y}_{k+n|k} - \mathbf{r}_{k+n|k} + \mathbf{d}_{k+n|k})^T (\mathbf{y}_{k+n|k} - \mathbf{r}_{k+n|k} + \mathbf{d}_{k+n|k}), \quad (6.1)$$

où

- J est la fonction de coût,
- k représente l'instant présent,
- h_p est l'horizon de prédiction,
- $\mathbf{r}_{k+n|k}$ est la prédiction à l'instant k de la consigne à $k+n$,
- $\mathbf{y}_{k+n|k}$ est la prédiction à l'instant k de la sortie du système à $k+n$,
- $\mathbf{d}_{k+n|k}$ est la prédiction à l'instant k de l'erreur de modélisation à $k+n$.

La figure (6.2) présente le schéma de commande associé à cette partie de la fonction globale de coût. La prédiction de la sortie du procédé $\mathbf{y}_{k+n|k}$ est bien entendu donnée par un modèle déterministe du système. Toutefois, la valeur du terme $\mathbf{d}_{k+n|k}$ est, dans la majorité des cas, issue plutôt de prédictions stochastiques de l'erreur de modélisation. En effet, comme le montre la figure (6.2), ce terme provient de la différence entre la sortie réelle du procédé et celle d'un observateur évoluant en parallèle. Cette valeur est donc connue pour l'instant présent (k) et passé ($k-n$), mais sa valeur future est inconnue. Celle-ci sera plutôt estimée selon différentes approches statistiques, la plus commune de ces techniques étant de supposer la valeur future de ce terme égale à sa valeur présente (instant k)⁴. Le dernier élément composant cette partie de la fonction de coût est le vecteur des consignes \mathbf{r} . Lorsque la valeur future de la consigne sera connue, cet élément sera utilisé directement comme valeur de \mathbf{r} à l'instant $k+n$, sinon on fera une prédiction stochastique de cette consigne future. À partir de ce point, l'indice $\hat{\square}$ dénotera une prédiction déterministe dans cette thèse, alors que l'indice $\tilde{\square}$ signifiera plutôt une prédiction d'origine stochastique.

La deuxième partie de cette fonction de coût impose des contraintes diverses sur

⁴Cette estimation est connue comme étant la meilleure prédiction possible au sens statistique si l'on suppose ce terme d'erreur comme étant aléatoire et à moyenne nulle.

la minimisation. Cette dernière caractéristique est l'un des principaux avantages de cette méthode de commande. En effet, elle peut traiter de manière simultanée la régulation du procédé ainsi que la satisfaction de contraintes. Ces contraintes sont très souvent imposées sur la variable manipulée, telle l'incorporation d'une valeur minimale ou maximale, ou encore d'une variation maximale entre deux commandes successives. Celles-ci peuvent être aussi, dans certains cas, imposées plutôt sur la sortie du procédé (ex. : vitesse maximale). Ce dernier point explique en partie pourquoi cet algorithme de commande a été si rapidement adopté par l'industrie pétro-chimique. En prolongeant la durée de vie des actionneurs tels que les valves, l'utilisation de cette méthode permet un gain financier réel en industrie.

En intégrant cette partie liée aux contraintes, la fonction quadratique globale à minimiser devient :

$$J = \sum_{n=1}^{h_p} (\mathbf{y}_{k+n|k} - \mathbf{r}_{k+n|k} + \mathbf{d}_{k+n|k})^T \mathbf{\Omega} (\mathbf{y}_{k+n|k} - \mathbf{r}_{k+n|k} + \mathbf{d}_{k+n|k}) + \sum_{m=1}^{h_p} \boldsymbol{\psi}_{k+m|k}^T \mathbf{\Lambda} \boldsymbol{\psi}_{k+m|k}, \quad (6.2)$$

où

- $\mathbf{\Omega}$ est une matrice de pondération de la partie liée au modèle,
- $\mathbf{\Lambda}$ est une matrice de pondération liée à la partie associée aux contraintes,
- $\boldsymbol{\psi}$ est une fonction des contraintes.

Certaines approches de commande prédictive utiliseront aussi un horizon de commande (h_c) distinct de l'horizon de prédiction (h_p). L'utilisation de cet horizon restreint le nombre permis de commandes à une valeur inférieure à l'horizon de prédiction. Par exemple, si l'on utilise un horizon de prédiction de cinq périodes d'échantillonnage ($h_p = 5$), mais un horizon de commande de seulement une période ($h_c = 1$), on cherchera quelle est la commande qui, appliquée cinq fois, permettra le meilleur suivi de la trajectoire de consignes. Ce paramètre amène principalement une latitude supplémentaire dans l'ajustement de la réponse donnée par le contrôleur prédictif.

Bien que l'équation (6.2) et ses composantes soient la clé de l'efficacité de la commande prédictive en terme d'optimisation, celle-ci est aussi sa faiblesse en raison du temps de calcul qu'elle peut demander. Pour les procédés linéaires et selon les contraintes imposées, la séquence de commandes optimales peut être trouvée relative-

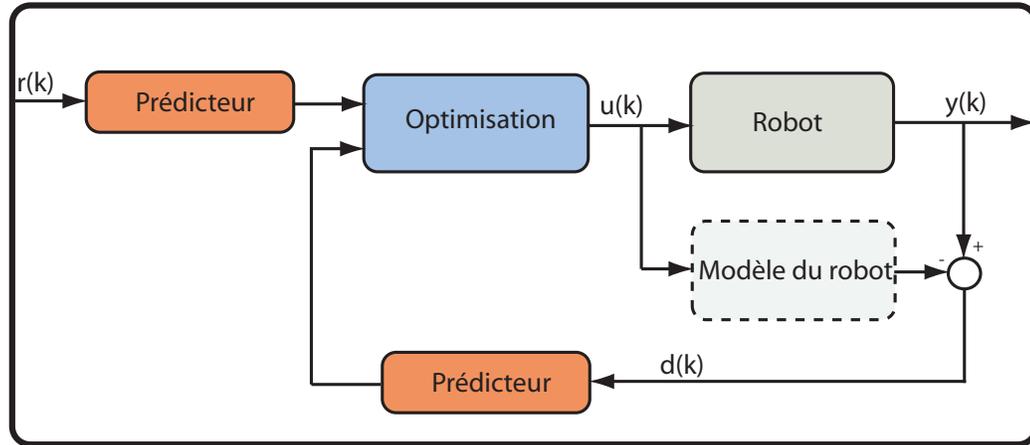


FIG. 6.2 – Schéma de la commande prédictive proposée.

ment rapidement. Toutefois, pour le cas de procédés non-linéaires, le problème d'optimisation n'est malheureusement plus convexe, ce qui rend difficile le calcul des équations de prédiction sur l'horizon choisi. La robotique étant clairement un cas de système non-linéaire, ceci explique principalement pourquoi aucune adaptation complète et fonctionnelle de cette commande n'a été proposée jusqu'à maintenant. La section suivante présentera comment cette famille de commandes peut être adaptée aux manipulateurs en général et plus particulièrement aux manipulateurs commandés en admittance.

6.3 Application aux manipulateurs

Dans cette section, on présentera une méthode générale permettant d'appliquer efficacement le concept de la commande prédictive aux manipulateurs. Bien que l'asservissement des robots est typiquement réalisé dans le domaine des positions, comme on a vu dans les cinq chapitres précédents il est préférable d'asservir les robots d'ipHR dans le domaine des vitesses. Étant donné l'objet de cette thèse qui vise la commande de ce type de robots en particulier, la commande prédictive présentée ici sera logiquement adaptée à l'asservissement articulaire dans le **domaine des vitesses**. Néanmoins, le chapitre 7, portant sur une adaptation simplifiée de ce type de commande, se terminera en présentant tout de même une solution destinée à l'asservissement articulaire en position.

En se basant sur le schéma illustrant la structure du contrôleur prédictif présenté à la figure (6.2), chaque partie ainsi que les équations de prédiction associées seront d'abord définies pour ensuite décrire la fonction de coût à minimiser et la solution optimale à celle-ci. Cette dérivation générale reprend une structure de commande similaire à celle du GPC, l'une des approches de la famille des MPC qui, selon l'avis de l'auteur, divise de la manière la plus intuitive l'ensemble des parties de la structure de commande. Quoique les équations de prédiction soient complètement différentes, puisque modélisées dans l'espace d'état, la solution optimale aura une forme similaire à celle trouvée dans [19].

6.3.1 Modélisation du manipulateur et équations de prédiction associées

L'équation générale décrivant la dynamique d'un manipulateur dans l'espace articulaire est donnée par :

$$\Gamma = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{V}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}), \quad (6.3)$$

où

- Γ est le vecteur des forces/couples aux actionneurs,
- $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ est la matrice d'inertie généralisée,
- $\ddot{\mathbf{q}}$ est le vecteur d'accélération angulaires,
- $\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ est le vecteur des forces/couples centrifuge et de Coriolis,
- $\mathbf{V}\dot{\mathbf{q}}$ est le vecteur des forces/couples liées à la friction visqueuse,
- $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ est le vecteur des forces/couples gravitationnelles.

Afin de rendre plus compacte la notation, la désignation de la dépendance des termes aux coordonnées articulaires sera mise de côté dans le reste du chapitre, c'est-à-dire $\mathbf{M}(\mathbf{q})$, $\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$, $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ seront simplement noté \mathbf{M} , \mathbf{h} , \mathbf{g} .

La représentation d'état de l'équation (6.3) dans le domaine continu est donnée par :

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{x}_2 \quad (6.4)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{h}_n + \mathbf{V}\mathbf{x}_2 - \Gamma), \quad (6.5)$$

où $\mathbf{x}_1 = \mathbf{q}$, $\mathbf{x}_2 = \dot{\mathbf{q}}$ et \mathbf{h}_n est le vecteur de l'ensemble des termes non-linéaires donné par les forces de Coriolis, centrifuge et de gravité :

$$\mathbf{h}_n = \mathbf{h} + \mathbf{g}. \quad (6.6)$$

Puisque nous ne sommes intéressés ici qu'à l'information liée aux vitesses articulaires $\dot{\mathbf{q}}$ du manipulateur (État \mathbf{x}_2) et que la seconde équation d'état est indépendante de l'état \mathbf{x}_1 , seule cette équation sera conservée. En utilisant un bloqueur d'ordre zéro avec une période d'échantillonnage T_s , la représentation discrète de l'équation (6.5) est :

$$\dot{\mathbf{q}}_{k+1} = \mathbf{A}\dot{\mathbf{q}}_k + \mathbf{B}\mathbf{\Gamma}_k - \mathbf{l}, \quad (6.7)$$

où

$$\mathbf{A} = -T_s\mathbf{M}^{-1}\mathbf{V} + \mathbf{I}, \quad (6.8)$$

$$\mathbf{B} = T_s\mathbf{M}^{-1}, \quad (6.9)$$

$$\mathbf{l} = -T_s\mathbf{M}^{-1}\mathbf{h}_n \quad (6.10)$$

et \mathbf{I} est la matrice identité de dimensions appropriées.

En absence d'incertitude sur le modèle, cette équation conduira, pour un vecteur d'entrée $\mathbf{\Gamma}(k)$ donné, à une valeur assez fidèle de la vitesse à la prochaine période d'échantillonnage. Cependant, l'utilisation de cette équation de manière récursive pour prédire la sortie du système sur un horizon éloigné dans le temps engendrera inévitablement une erreur de prédiction. Celle-ci sera due au fait que l'équation considère constants les termes décrivant la dynamique du robot. Néanmoins, l'approche suivante utilisera cette avenue avec l'hypothèse que, sur un horizon d'une longueur pertinente en robotique, l'erreur engendrée sera minimale et pourra aisément être compensée par le terme \mathbf{d} (voir figure 6.2) prévu à cet effet. Effectivement, en commande prédictive, on choisira souvent un horizon de prédiction d'une durée similaire au temps de réponse du système, car il est davantage pertinent de prédire le comportement d'un procédé en régime transitoire plutôt qu'en régime permanent, la réponse étant plutôt triviale dans ce dernier cas. Le temps de réponse des actionneurs en robotique étant typiquement rapide et les périodes d'échantillonnage très brèves, il est logique de penser que, sur un horizon de prédiction pertinent choisi en fonction de cette réalité, la position du manipulateur ne variera que faiblement. L'approche présentée ici est donc un compromis entre un régulateur linéaire constant et une commande prédictive strictement non-linéaire. Elle diffère de la méthode proposée par Poignet dans [120, 84, 93] par le fait qu'elle prend

réellement en compte les équations dynamiques du robot dans les prédictions plutôt que simplement annuler au préalable cette dynamique par linéarisation et appliquer la commande prédictive sur le système linéaire restant.

Certaines approches, ayant considéré de manière récursive la non-linéarité d'un système dans les équations de prédiction telles que celles présentées dans [87], sont difficilement envisageables pour une utilisation en temps réel en raison du temps de calcul trop élevé qu'elles requièrent. Dans certaines applications lentes, linéariser la dynamique d'un procédé sur un horizon de prédiction peut engendrer une erreur de prédiction inacceptable. Cependant, en raison de la rapidité typique de la réponse des robots, le gain de considérer de manière récursive l'évolution de la dynamique non-linéaire des robots dans les équations de prédiction sera bien souvent négligeable, mais aura des répercussions sensibles sur la difficulté de mise en oeuvre. À la connaissance de l'auteur, aucune approche permettant une implantation réelle en robotique d'une commande prédictive strictement non-linéaire n'a été proposée jusqu'à maintenant.

Basée sur l'hypothèse de la constance de la dynamique d'un robot sur un horizon de prédiction donné, la valeur future de la vitesse du robot pourra donc être donnée par :

$$\dot{\mathbf{q}}_{k+1} = \mathbf{A}\dot{\mathbf{q}}_k + \mathbf{B}\Gamma_k + \mathbf{l} \quad (6.11)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_{k+2} = \mathbf{A}\dot{\mathbf{q}}_{k+1} + \mathbf{B}\Gamma_{k+1} + \mathbf{l} = \mathbf{A}^2\dot{\mathbf{q}}_k + \mathbf{A}\mathbf{B}\Gamma_k + \mathbf{B}\Gamma_{k+1} + \mathbf{A}\mathbf{l} + \mathbf{l} \quad (6.12)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{q}}_{k+3} &= \mathbf{A}\dot{\mathbf{q}}_{k+2} + \mathbf{B}\Gamma_{k+2} + \mathbf{l} = \mathbf{A}^3\dot{\mathbf{q}}_k + \mathbf{A}^2\mathbf{B}\Gamma_k + \mathbf{A}\mathbf{B}\Gamma_{k+1} \\ &\quad + \mathbf{B}\Gamma_{k+2} + \mathbf{A}^2\mathbf{l} + \mathbf{A}\mathbf{l} + \mathbf{l} \end{aligned} \quad (6.13)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{q}}_{k+4} &= \mathbf{A}\dot{\mathbf{q}}_{k+3} + \mathbf{B}\Gamma_{k+3} + \mathbf{l} = \mathbf{A}^4\dot{\mathbf{q}}_k + \mathbf{A}^3\mathbf{B}\Gamma_k + \mathbf{A}^2\mathbf{B}\Gamma_{k+1} \\ &\quad + \mathbf{A}\mathbf{B}\Gamma_{k+2} + \mathbf{B}\Gamma_{k+3} + \mathbf{A}^3\mathbf{l} + \mathbf{A}^2\mathbf{l} + \mathbf{A}\mathbf{l} + \mathbf{l} \end{aligned} \quad (6.14)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_{k+h_p} = \mathbf{A}\dot{\mathbf{q}}_{k+h_p-1} + \mathbf{B}\Gamma_{k+h_p-1} + \mathbf{l} = \dots \quad (6.15)$$

En introduisant le vecteur de variation⁵ de la variable manipulée Γ :

$$\Delta\Gamma = \begin{bmatrix} \Delta\Gamma_k \\ \Delta\Gamma_{k+1} \\ \vdots \\ \Delta\Gamma_{k+h_p-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_k - \Gamma_{k-1} \\ \Gamma_{k+1} - \Gamma_{k-1} \\ \vdots \\ \Gamma_{k+h_p-1} - \Gamma_{k-1} \end{bmatrix}, \quad (6.16)$$

la représentation matricielle des équations de prédiction devient :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_{k+1} \\ \dot{\mathbf{q}}_{k+2} \\ \dot{\mathbf{q}}_{k+3} \\ \vdots \\ \dot{\mathbf{q}}_{k+h_p} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}^1 \\ \mathbf{A}^2 \\ \mathbf{A}^3 \\ \vdots \\ \mathbf{A}^{h_p} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_k + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{AB} + \mathbf{B} \\ \mathbf{A}^2\mathbf{B} + \mathbf{AB} + \mathbf{B} \\ \vdots \\ \mathbf{A}^{h_p-1} + \dots + \mathbf{AB} + \mathbf{B} \end{bmatrix} \Gamma_{k-1} \\ &+ \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{A} + \mathbf{I} \\ \mathbf{A}^2 + \mathbf{A} + \mathbf{I} \\ \vdots \\ \mathbf{A}^{h_p-1} + \dots + \mathbf{A} + \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{1} \\ &+ \begin{bmatrix} \mathbf{B} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{AB} + \mathbf{B} & \mathbf{B} & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{A}^2\mathbf{B} + \mathbf{AB} + \mathbf{B} & \mathbf{AB} + \mathbf{B} & \mathbf{B} & \dots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & 0 \\ \mathbf{A}^{h_p-1} + \dots + \mathbf{AB} + \mathbf{B} & \dots & & & \mathbf{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\Gamma_k \\ \Delta\Gamma_{k+1} \\ \Delta\Gamma_{k+2} \\ \vdots \\ \Delta\Gamma_{k+h_p-1} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (6.17)$$

où \mathbf{I} est la matrice identité de dimensions appropriées. Dans une notation plus compacte, qui sera utilisée dans le reste du chapitre, la prédiction de la vitesse du manipulateur sur un horizon donné sera fournie par :

$$\hat{\mathbf{q}} = \mathbf{E}_r \dot{\mathbf{q}}_k + \mathbf{F}_r \Gamma_{k-1} + \mathbf{G}_r \mathbf{1} + \mathbf{H}_r \Delta\Gamma, \quad (6.18)$$

où les matrices \mathbf{E}_r , \mathbf{F}_r , \mathbf{G}_r et \mathbf{H}_r sont dans l'ordre les matrices de l'équation (6.17).

⁵Il est possible de poursuivre la dérivation des équations de prédiction en utilisant le vecteur de commande Γ plutôt que sa variation $\Delta\Gamma$. Cependant, les équations résultantes conduiront à l'obtention d'une solution singulière lorsqu'on considérera un horizon de contrôle h_c différent de l'horizon de prédiction h_p .

6.3.2 Prédiction stochastique et déterministe du vecteur de consigne

La fonction objectif générale donnée par l'équation (6.2) vise principalement à trouver l'ensemble des commandes qui, appliquées sur un horizon donné, minimiseront la différence entre la sortie d'un système et une trajectoire de consigne désirée. Le modèle ainsi que les équations visant à prédire le comportement d'un robot ont été dérivés à la sous-section précédente. Cette section traitera donc de la partie manquante de cette fonction, c'est-à-dire le vecteur des consignes présentes et futures.

Le cas le plus évident est celui où la trajectoire des **vitesse futures serait connue**. Dans cette situation, la solution évidente est d'utiliser cette connaissance pour former un vecteur renfermant la valeur future connue de la consigne, c'est-à-dire :

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_k \\ \mathbf{r}_{k+1} \\ \mathbf{r}_{k+2} \\ \vdots \\ \mathbf{r}_{k+h_p} \end{bmatrix}.$$

Ce cas trivial est fréquent chez les robots fonctionnant en mode autonome ; cependant, pour d'autres applications, notamment en situation d'ipHR, les consignes futures seront cette fois inconnues. En effet, dans ce cas particulier qui est le sujet d'intérêt de cette thèse, les consignes proviennent directement des intentions humaines et, par conséquent, ne sont pas connues au préalable. Dans cette situation, on cherchera plutôt à **estimer** la valeur de ces consignes futures.

L'une des approches les plus répandues dans le domaine de la commande prédictive est de considérer les consignes futures égales à la consigne présente :

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{k+1|k} &= \mathbf{r}_k \\ \mathbf{r}_{k+2|k} &= \mathbf{r}_k \\ &\vdots \\ \mathbf{r}_{k+h_p|k} &= \mathbf{r}_k, \end{aligned} \tag{6.19}$$

où $\mathbf{r}_{k+n|k}$ désigne la prédiction faite à l'instant k de la valeur de la consigne \mathbf{r} au temps $k + n$. En faisant l'hypothèse d'une variation aléatoire de la consigne, cette

supposition est la meilleure prédiction stochastique possible au sens de la minimisation de la variance de l'erreur d'estimation. Dans ce cas précis, le vecteur de consigne utilisé dans l'équation de minimisation deviendra :

$$\tilde{\mathbf{r}} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_k \\ \mathbf{r}_k \\ \mathbf{r}_k \\ \vdots \\ \mathbf{r}_k \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{h_p \dim(\mathbf{q})},$$

Cependant, on peut facilement argumenter qu'à défaut d'être connues, les consignes futures d'un robot évoluant en situation d'ipHR sont loin d'être un signal aléatoire à moyenne nulle puisqu'elles suivent la logique humaine. En effet, bien que l'humain puisse varier subitement ses intentions de mouvement, dans la majorité des cas, celui-ci effectuera des mouvements continus et cohérents. Par conséquent, il sera possible d'estimer les consignes futures du robot d'une manière plus certaine en utilisant les variations passées pour anticiper les directions futures. La méthode proposée est en quelque sorte similaire à l'idée derrière la commande intuitive présentée au chapitre 1.

Puisque la consigne n'est pas issue directement de la force appliquée par l'humain mais plutôt de la vitesse provenant de la sortie d'un modèle d'admittance, cette dernière fonction devra être intégrée à nos prédictions de consignes. Tel que vu au chapitre 1, la fonction générale d'admittance utilisée en ipHR est donnée par :

$$\mathbf{f} = \mathbf{M}_a \ddot{\mathbf{p}} + \mathbf{C}_a \dot{\mathbf{p}}, \quad (6.20)$$

où l'indice ${}_a$ est utilisé dans ce chapitre pour dénoter l'appartenance d'une variable à l'équation d'admittance afin d'éviter une confusion avec d'autres variables utilisées dans ce chapitre, où chaque composante a la même signification que dans l'équation (1.4). La représentation d'état de cette fonction dans le domaine continu est :

$$\ddot{\mathbf{p}}(t) = -\mathbf{M}_a^{-1} \mathbf{C}_a \dot{\mathbf{p}}(t) + \mathbf{M}_a^{-1} \mathbf{f}(t) \quad (6.21)$$

En utilisant un bloqueur d'ordre zéro avec une période d'échantillonnage T_s , cette fonction devient dans l'espace discret :

$$\dot{\mathbf{p}}_{k+1} = [-\mathbf{M}_a^{-1} \mathbf{C}_a T_s + \mathbf{I}] \dot{\mathbf{p}}_k + \mathbf{M}_a^{-1} T_s \mathbf{f}_k. \quad (6.22)$$

En remplaçant :

$$\mathbf{A}_a = -\mathbf{M}_a^{-1}\mathbf{C}_a T_s + \mathbf{I} \quad (6.23)$$

$$\mathbf{B}_a = \mathbf{M}_a^{-1}T_s, \quad (6.24)$$

on trouve d'une manière similaire à celle vue à la section 6.3.1, les équations prédisant la valeur future de la vitesse de référence issue de l'équation d'admittance :

$$\dot{\mathbf{p}}_{k+1} = \mathbf{A}\dot{\mathbf{p}}_k + \mathbf{B}\mathbf{f}_k \quad (6.25)$$

$$\dot{\mathbf{p}}_{k+2} = \mathbf{A}\dot{\mathbf{p}}_{k+1} + \mathbf{B}\mathbf{f}_{k+1} = \mathbf{A}^2\dot{\mathbf{p}}_k + \mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{f}_k + \mathbf{B}\mathbf{f}_{k+1} \quad (6.26)$$

$$\dot{\mathbf{p}}_{k+3} = \mathbf{A}\dot{\mathbf{p}}_{k+2} + \mathbf{B}\mathbf{f}_{k+2} = \mathbf{A}^3\dot{\mathbf{p}}_k + \mathbf{A}^2\mathbf{B}\mathbf{f}_k + \mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{f}_{k+1} + \mathbf{B}\mathbf{f}_{k+2} \quad (6.27)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{p}}_{k+4} = \mathbf{A}\dot{\mathbf{p}}_{k+3} + \mathbf{B}\mathbf{f}_{k+3} = \mathbf{A}^4\dot{\mathbf{p}}_k + \mathbf{A}^3\mathbf{B}\mathbf{f}_k + \mathbf{A}^2\mathbf{B}\mathbf{f}_{k+1} + \\ \mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{f}_{k+2} + \mathbf{B}\mathbf{f}_{k+3} \end{aligned} \quad (6.28)$$

$$\dot{\mathbf{p}}_{k+h_p} = \mathbf{A}\dot{\mathbf{p}}_{k+h_p-1} + \mathbf{B}\mathbf{f}_{k+h_p-1} = \dots \quad (6.29)$$

En introduisant le vecteur de variation de la force :

$$\Delta\mathbf{f}_k = \mathbf{f}_k - \mathbf{f}_{k-1}, \quad (6.30)$$

l'expression générale prédisant la valeur future de la vitesse de référence devient :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_{k+1} \\ \dot{\mathbf{p}}_{k+2} \\ \dot{\mathbf{p}}_{k+3} \\ \vdots \\ \dot{\mathbf{p}}_{k+h_p} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_a^1 \\ \mathbf{A}_a^2 \\ \mathbf{A}_a^3 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_a^{h_p} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_k + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_a \\ \mathbf{A}_a\mathbf{B}_a + \mathbf{B}_a \\ \mathbf{A}_a^2\mathbf{B}_a + \mathbf{A}_a\mathbf{B}_a + \mathbf{B}_a \\ \vdots \\ \mathbf{A}_a^{h_p-1} + \dots + \mathbf{A}_a\mathbf{B}_a + \mathbf{B}_a \end{bmatrix} \mathbf{f}_{k-1} + \\ &\begin{bmatrix} \mathbf{B}_a & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{A}_a\mathbf{B}_a + \mathbf{B}_a & \mathbf{B}_a & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{A}_a^2\mathbf{B}_a + \mathbf{A}_a\mathbf{B}_a + \mathbf{B}_a & \mathbf{A}_a\mathbf{B}_a + \mathbf{B}_a & \mathbf{B}_a & \dots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & 0 \\ \mathbf{A}_a^{h_p-1} + \dots + \mathbf{A}_a\mathbf{B}_a + \mathbf{B}_a & \dots & & & \mathbf{B}_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{f}_k \\ \Delta\mathbf{f}_{k+1} \\ \Delta\mathbf{f}_{k+2} \\ \vdots \\ \Delta\mathbf{f}_{k+h_p-1} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (6.31)$$

En utilisant le gradient de la force au temps k comme prédiction constante de l'évolution de la force sur l'horizon de prédiction :

$$\begin{bmatrix} \Delta\mathbf{f}_k \\ \Delta\mathbf{f}_{k+1} \\ \Delta\mathbf{f}_{k+2} \\ \vdots \\ \Delta\mathbf{f}_{k+h_p-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{f}_k \\ 2\Delta\mathbf{f}_k \\ 3\Delta\mathbf{f}_k \\ \vdots \\ h_p\Delta\mathbf{f}_k \end{bmatrix}, \quad (6.32)$$

ceci ne nous laisse aucune inconnue dans l'équation (6.31). Par conséquent, celle-ci donne une prédiction de la valeur future de la vitesse cartésienne. Cependant, la commande prédictive dérivée dans ce chapitre étant destinée à l'asservissement articulaire des robots, ces consignes doivent être ramenées dans l'espace articulaire. On obtient donc :

$$\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{J}_h \hat{\mathbf{p}}, \quad (6.33)$$

où

$$\mathbf{J}_h = \begin{bmatrix} \mathbf{J}^{-1} \\ \mathbf{J}^{-1} \\ \vdots \\ \mathbf{J}^{-1} \end{bmatrix} \quad (6.34)$$

une matrice de dimension $[\dim(\text{col}(\mathbf{J}) \times h_p \dim(\text{ligne}(\mathbf{J})))]$ et \mathbf{J} est la matrice jacobienne du manipulateur⁶.

6.3.3 Prédiction stochastique de l'erreur de modélisation

Afin de compenser activement dans l'équation de minimisation les erreurs de modélisation, la structure de commande utilisée dans ce chapitre et montrée à la figure (6.2) inclut une composante à cet effet, intitulée \mathbf{d} . Ce terme n'est pas commun à tous les algorithmes appartenant à la famille de la commande prédictive, mais son usage est très répandu puisqu'il procure davantage de robustesse à l'asservissement face aux erreurs de modèle. En effet, celui-ci nous permet de suivre l'erreur de modélisation en comparant la sortie réelle mesurée à la sortie d'un observateur du procédé en parallèle. Il est donc important de définir d'abord cet observateur. En reprenant les équations de prédiction vues plus haut, celui-ci prend la forme :

$$\hat{\mathbf{q}}_{k|k-1} = \mathbf{A}\dot{\mathbf{q}}_{k-1} + \mathbf{B}\Gamma_{k-1} + \mathbf{l}, \quad (6.35)$$

où $\hat{\mathbf{q}}_k$ sera la prédiction réalisée à l'instant $k-1$ de la vitesse angulaire du manipulateur à la période k , résultant de la commande appliquée au manipulateur réel. Par conséquent, l'erreur de modélisation au temps k est bien évidemment donnée par :

$$\mathbf{d}_k = \dot{\mathbf{q}}_k - \hat{\mathbf{q}}_{k|k-1}, \quad (6.36)$$

⁶Il est à noter que la matrice jacobienne du manipulateur \mathbf{J} ne sera pas toujours forcément inversible. Dans un tel cas, une inverse généralisée de \mathbf{J} pourra être utilisée au lieu de \mathbf{J}^{-1} .

où \mathbf{q}_k est la vitesse réelle mesurée aux articulations à l'instant k . Puisque ce terme sera inclus dans la minimisation, qui s'étend sur un horizon de prédiction donné, on devra prédire l'erreur de modélisation future. En absence de connaissance sur la nature de cette erreur, on suppose celle-ci comme étant aléatoire et à moyenne nulle. Pour les fins de cette modélisation, cette supposition est suffisamment précise. Tel que mentionné dans le cas de l'estimation des consignes futures dans des conditions similaires, la meilleure estimation à faire dans ce contexte, au sens de la minimisation de l'erreur, est de supposer l'erreur de modélisation future égale à la valeur de l'erreur présente. Par conséquent :

$$\tilde{\mathbf{d}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_k - \hat{\mathbf{q}}_{k|k-1} \\ \vdots \\ \dot{\mathbf{q}}_k - \hat{\mathbf{q}}_{k|k-1} \end{bmatrix}, \quad (6.37)$$

soit un vecteur de dimension $h_p \dim(\mathbf{q})$, où le surindice $\tilde{[]}$ dénote ici une prédiction stochastique par opposition à une prédiction déterministe, qui est indiquée par $\hat{[]}$. En plus d'ajouter de la robustesse à l'asservissement, la supposition d'une erreur future identique à l'erreur actuelle est reconnue pour ajouter un effet intégrateur à l'algorithme de commande prédictive (voir annexe 2).

6.3.4 Fonction à minimiser

Maintenant que l'ensemble des composantes du schéma présenté à la figure (6.2) a été défini, la fonction quadratique à minimiser et qui permet de trouver la commande optimale à appliquer à l'instant k , peut être déterminée. En incluant l'ensemble de ces composantes, cette fonction s'écrit :

$$J = (\hat{\mathbf{q}} - \mathbf{r} + \tilde{\mathbf{d}})^T (\hat{\mathbf{q}} - \mathbf{r} + \tilde{\mathbf{d}}). \quad (6.38)$$

En combinant tous les termes connus de l'équation (6.38) (incluant ceux qui donnent la valeur de $\hat{\mathbf{q}}$) dans un même vecteur, on obtient :

$$\mathbf{z} = \mathbf{E}_r \dot{\mathbf{q}}_k + \mathbf{F}_r \Gamma_{k-1} + \mathbf{G}_r \mathbf{l} + \tilde{\mathbf{d}} - \mathbf{r}. \quad (6.39)$$

En utilisant ce nouveau vecteur, le critère de minimisation se réduit à :

$$J = (\mathbf{z} + \mathbf{H}_r \Delta \Gamma)^T (\mathbf{z} + \mathbf{H}_r \Delta \Gamma). \quad (6.40)$$

Le minimum de cette fonction quadratique simple se trouve facilement en égalant à zéro la dérivée partielle de celle-ci par rapport à $\Delta\mathbf{\Gamma}$, ce qui donne :

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta\mathbf{\Gamma}} = \mathbf{H}_r^T (\mathbf{z} + \mathbf{H}_r \Delta\mathbf{\Gamma}) = 0 \quad (6.41)$$

et qui conduit au vecteur des commandes optimales⁷

$$\Delta\mathbf{\Gamma} = - \left(\mathbf{H}_r^T \mathbf{H}_r \right)^{-1} \mathbf{H}_r^T \mathbf{z}. \quad (6.42)$$

Le vecteur obtenu sera de dimension égale à celle de l'espace articulaire du robot multiplié par la valeur de l'horizon de prédiction. En d'autres mots, ce vecteur contiendra dans l'ordre le vecteur des variations optimales des couples articulaires à appliquer à l'instant k , à l'instant $k + 1$ et ce jusqu'à $k + h_p$:

$$\Delta\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{\Gamma}_k \\ \Delta\mathbf{\Gamma}_{k+1} \\ \vdots \\ \Delta\mathbf{\Gamma}_{k+h_p} \end{bmatrix}. \quad (6.43)$$

Le principe de l'horizon fuyant associé à la commande prédictive implique que l'on garde seulement la commande calculée à l'instant k et que celle-ci soit appliquée. Par conséquent, la valeur optimale des couples articulaires à appliquer devient :

$$\mathbf{\Gamma}_k = \mathbf{\Gamma}_{k-1} + \Delta\mathbf{\Gamma}_k \quad (6.44)$$

6.3.4.1 Ajout de contraintes

Dans certains contextes, on voudra profiter de l'avantage qu'offre la commande prédictive de pouvoir gérer l'ajout de contraintes sur la variable manipulée ou encore sur la sortie du système. Cependant, dans la majorité des cas, l'ajout de ces contraintes ne permettra plus l'obtention d'une solution analytique directe. Pour ce cas particulier, des méthodes alternatives d'optimisation devront être utilisées, telle la programmation quadratique.

Dans l'ensemble global des contraintes imaginables, celle qui est de loin la plus utilisée dans le domaine de la commande prédictive impose la continuité sur la commande.

⁷Il est à noter que pour le cas spécifique où \mathbf{H}_r est de plein rang et où aucune contrainte n'est ajoutée à la minimisation, l'équation (6.42) devient directement $\Delta\mathbf{\Gamma} = -\mathbf{H}_r^{-1}\mathbf{z}$.

Celle-ci fait d'ailleurs partie intégrante du critère de minimisation à la base de l'algorithme GPC présenté par Clarke et al.[19]. Cette contrainte vient en fait limiter la variation entre deux commandes successives sur un horizon de prédiction, qui s'exprime dans notre cas par :

$$\Delta\mathbf{\Gamma}_{k+n} = \mathbf{\Gamma}_{k+n} - \mathbf{\Gamma}_{k+n-1}. \quad (6.45)$$

Cette notion de variation faisant déjà partie intégrante du système donné par l'équation (6.17), la détermination d'une solution analytique menant à la commande optimale qui considère cette contrainte se trouve assez facilement. Ce type de contrainte, tout en prolongeant la durée de vie des actionneurs par la diminution des coups donnés sur ceux-ci, permet aussi la réalisation de prédictions plus réalistes en regard des capacités dynamiques des actionneurs. Ceci se traduit par l'obtention d'une commande plus douce.

En ajoutant cette contrainte, l'équation (6.38) à minimiser s'écrit maintenant :

$$J = (\hat{\mathbf{q}} - \mathbf{r} + \tilde{\mathbf{d}})^T (\hat{\mathbf{q}} - \mathbf{r} + \tilde{\mathbf{d}}) + \Delta\mathbf{\Gamma}^T \mathbf{\Lambda} \Delta\mathbf{\Gamma}, \quad (6.46)$$

où $\mathbf{\Lambda}$ est une matrice diagonale dont les entrées sont des facteurs de pondération entre la partie de la fonction objective associée à la contrainte imposée et celle associée à la sortie du système. En résolvant cette équation en suivant une procédure identique à celle présentée à la sous-section précédente, la valeur optimale de $\Delta\mathbf{\Gamma}$ devient :

$$\Delta\mathbf{\Gamma} = - \left(\mathbf{H}_r^T \mathbf{H}_r + \mathbf{\Lambda} \right)^{-1} \mathbf{H}_r^T \mathbf{z}, \quad (6.47)$$

une équation qui conduit ensuite d'une manière identique à l'obtention du vecteur des couples optimaux $\mathbf{\Gamma}_k$ à appliquer aux articulations à l'instant k .

6.3.4.2 Horizon de commande différent de l'horizon de prédiction

Tel que mentionné à la section 6.2, un autre moyen parfois utilisé pour donner une meilleure latitude dans l'ajustement de la réponse d'un contrôleur prédictif est l'introduction d'un horizon de commande distinct de l'horizon de prédiction. En général, l'utilisation d'un horizon de commande beaucoup plus petit que l'horizon de prédiction conduira à une réponse moins brusque et performante, mais plus douce.

La formulation utilisée dans la dérivation des équations de prédiction du manipulateur présentée plus haut a l'avantage de permettre l'ajout de cet horizon sans nécessiter

de modification majeure dans les équations. Le seul changement qui sera nécessaire pour prendre en compte cet horizon de commande sera une modification de la matrice \mathbf{H}_r de l'équation (6.17). Dans ce cas précis, on gardera uniquement les $h_c \dim(\dot{\mathbf{q}})$ premières colonnes de cette matrice qui auparavant, était de dimensions $h_p \dim(\dot{\mathbf{q}}) \times h_p \dim(\mathbf{q})$. Celle-ci est donc réduite à une matrice de dimensions $h_p \dim(\dot{\mathbf{q}}) \times h_c \dim(\dot{\mathbf{q}})$. Par exemple, si $h_p = 3$ et que $h_c = 2$, cette matrice devient :

$$\mathbf{H}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{0} \\ \mathbf{AB} + \mathbf{B} & \mathbf{B} \\ \mathbf{A}^2\mathbf{B} + \mathbf{AB} + \mathbf{B} & \mathbf{AB} + \mathbf{B} \end{bmatrix}. \quad (6.48)$$

Toutefois, le vecteur de la variation de la commande $\Delta\mathbf{\Gamma}$ obtenue de l'équation (6.42), est lui aussi de dimension différente à son équivalent trouvé pour $h_c = h_p$. Auparavant, de longueur égale à la dimension de l'espace articulaire multiplié par l'horizon de prédiction ($h_p \dim(\mathbf{q})$), ce vecteur est maintenant plutôt de longueur $h_c \dim(\mathbf{q})$. Néanmoins, puisque le vecteur des couples optimaux n'est fonction que des $\dim(\mathbf{q})$ premières composantes de ce vecteur, la procédure donnant la valeur de $\mathbf{\Gamma}_k$ reste inchangée.

6.4 Conclusion

Dans ce chapitre, on a vu de manière générale comment la commande prédictive pouvait être adaptée aux manipulateurs commandés dans le domaine des vitesses et plus particulièrement à ceux évoluant en mode coopératif selon un modèle d'admittance. Puisque cette méthode est encore largement inconnue en robotique, un bref historique et une introduction à cette approche de l'automatique furent préalablement réalisés.

La contribution de ce chapitre n'a pas la prétention d'appartenir à l'avancement des connaissances dans le domaine de la commande prédictive, puisque l'approche présentée ici s'inspire d'un ensemble d'éléments connus dans ce domaine. Cependant, le bénéfice réel se situe plutôt dans le domaine de la commande des robots répondant mal aux asservissements conventionnels de type PID, tels les manipulateurs destinés à opérer à grande vitesse ou encore aux robots d'ipHR. Tel que mentionné plus haut, les tentatives jusqu'à ce jour de transposer à la robotique cette commande mieux adaptée aux procédés lents ont été plutôt marginales, voire dans certains cas infructueuses. La méthode proposée a d'original que, tout en prenant en compte la dynamique du ma-

nipulateur dans les prédictions, celle-ci maintient une simplicité de calcul qui permet d'envisager une implantation réelle.

Cependant, pour des robots à plusieurs ddls et des prédictions réalisées sur un horizon de longueur considérable, les équations de prédiction peuvent devenir lourdes à manipuler pour des contrôleurs évoluant aux fréquences d'asservissement élevées que l'on retrouve typiquement en robotique. De plus, les gains de l'utilisation de la commande prédictive en robotique sont certes moindres que ceux que l'on peut espérer dans le domaine de l'industrie pétrolière. Par conséquent, le rapport gain sur complexité d'implantation sera souvent insuffisant pour justifier l'utilisation de cette commande. Le chapitre suivant proposera donc une version simplifiée de la commande prédictive qui rivalisera en temps de calcul avec un simple régulateur PID, tout en gardant un excellent niveau de performance à un coût minimal en terme de complexité de l'implantation.

Chapitre 7

Commande prédictive simplifiée

Ce chapitre présente une version simplifiée de la commande prédictive appliquée aux manipulateurs, telle que vue au chapitre précédent. Ces nouvelles équations sont dérivées dans le but de rendre cette commande plus attrayante, en diminuant la complexité d'implantation y étant associée. Cette fois-ci, en plus d'une solution pour l'asservissement en vitesse des robots, une technique permettant la commande des manipulateurs dans le domaine plus commun des positions sera proposée. Ce chapitre s'achèvera sur des essais expérimentaux démontrant la capacité de la commande prédictive à bien asservir divers systèmes robotisés à un coût raisonnable en terme de temps de calcul.

7.1 Introduction

L'application générale de la commande prédictive aux manipulateurs, telle que vue au chapitre précédent, est une formulation complète permettant de trouver la meilleure commande à appliquer à l'instant présent en regard de la prédiction du comportement d'un manipulateur sur un horizon donné. Cette formulation inclut les éléments principaux de la commande prédictive dans sa forme originale, telles la gestion d'un horizon de commande distinct de l'horizon de prédiction ainsi que la possibilité de gérer des contraintes. L'hypothèse posée d'une dynamique constante sur un horizon de prédiction donné a permis, pour la première fois en robotique, d'intégrer la dynamique d'un manipulateur aux équations de prédiction en maintenant le temps de calcul requis au minimum.

Toutefois, bien que ce temps de calcul permette d'envisager une mise en oeuvre réelle, celui-ci est encore exigeant par rapport aux autres méthodes d'asservissement communément utilisées en robotique. De plus, le système d'équations obtenu est certes peu complexe, mais peut atteindre des dimensions considérables dans le cadre de l'utilisation d'un horizon de prédiction relativement long et d'un robot à plusieurs ddl, rendant lourde l'implantation réelle. Ces points en défaveur de cette commande rendent son utilisation moins attrayante, surtout en considérant les avantages limités que peut amener la commande prédictive en robotique. Il faut bien comprendre ici que les avantages de la commande prédictive appliquée aux manipulateurs sont grands en terme de qualité de l'asservissement obtenu, d'autant plus sur les robots moins communs tels ceux d'ipHR. Cependant, le contexte particulier de la robotique ne permet pas d'exploiter l'ensemble des bénéfices issus de l'utilisation de cette commande comme il est possible de le faire dans le domaine de l'industrie pétro-chimique. Celle-ci permet dans ce domaine particulier une réduction des matières premières employées dans les procédés et le prolongement de la durée de vie des actionneurs, entraînant une diminution du temps de maintenance et une amélioration de la qualité du produit résultant. L'ensemble de ces avantages se traduit, dans une industrie aussi lucrative que celle du pétrole, par des économies monétaire substantielles, ce qui n'est évidemment pas le cas en robotique.

Par conséquent, ce chapitre présentera une version grandement simplifiée des algorithmes de commande prédictive appliqués aux manipulateurs afin d'améliorer le ratio

entre les avantages de cette commande et sa complexité d'implantation, dans l'espoir de rendre celle-ci plus attrayante et réaliste pour une utilisation en robotique. L'approche proposée sera d'abord présentée pour le cas de l'asservissement dans le domaine des vitesses, puisque c'est dans ce mode que les robots d'ipHR seront amenés à évoluer. La deuxième section, dans un esprit de généralité, présentera l'application de cette méthode simplifiée à la commande en position des manipulateurs. Finalement, afin de démontrer réellement les avantages de la commande prédictive pour l'asservissement des robots, une série d'expérimentations utilisant un pendule simple à entraînement direct ainsi qu'un robot entraîné par câbles à six ddls seront présentées.

7.2 Asservissement dans le domaine des vitesses

L'asservissement en vitesse est rarement utilisé dans la commande des manipulateurs industriels classiques ; la majorité des tâches leur étant demandées exigeant plutôt un suivi précis d'une série de positions données. Cependant, tel que vu aux chapitres précédents, dans le contexte de l'ipHR, il est préférable de commander les robots dans le domaine des vitesses. Cette section présente donc, en accord avec les intérêts de cette thèse, une méthode simplifiée d'adaptation de la commande prédictive pour l'asservissement articulaire en vitesse des manipulateurs.

7.2.1 Structure générale

Dans cette section, on prendra une structure de commande identique à celle qui est présentée à la figure (6.2) du chapitre précédent. Cette structure, en plus de la partie servant à minimiser le critère objectif, possède un prédicteur stochastique de l'erreur de modélisation, utilisant la différence entre la sortie réelle du manipulateur et celle d'un observateur en boucle ouverte. De plus, une contrainte similaire à celle présentée dans l'algorithme du GPC original [19] et conduisant à la minimisation de la variation entre deux commandes successives sera imposée. En considérant la présence d'un horizon de commande distinct de l'horizon de prédiction, le critère global de minimisation associé

à une telle structure s'écrit :

$$J = \sum_{n=1}^{h_p} (\hat{\mathbf{q}}_{k+n|k} - \mathbf{r}_{k+n} + \tilde{\mathbf{d}}_{k+n|k})^T \mathbf{\Omega} (\hat{\mathbf{q}}_{k+n|k} - \mathbf{r}_{k+n} + \tilde{\mathbf{d}}_{k+n|k}) + \sum_{m=1}^{h_c} \Delta \mathbf{\Gamma}_{k+m}^T \mathbf{\Lambda} \Delta \mathbf{\Gamma}_{k+m}, \quad (7.1)$$

où, comme au chapitre 6,

- k est la période d'échantillonnage actuelle,
- h_p est l'horizon de prédiction,
- h_c est l'horizon de commande,
- $\mathbf{\Omega}$ est une matrice de pondération,
- $\mathbf{\Lambda}$ est une matrice de pondération,
- \mathbf{r}_{k+n} est la valeur connue ou prédite de la consigne au temps $k+n$,
- $\tilde{\mathbf{d}}_{k+n|k}$ est la prédiction stochastique à l'instant k de l'erreur de modélisation à $k+n$,
- $\hat{\mathbf{q}}_{k+n|k}$ est la valeur prédite à l'instant k de la sortie au temps $k+n$,
- $\mathbf{\Gamma}_{k+m}$ est la variable manipulée,
- Δ est l'opérateur de différence.

7.2.2 Prédicteurs des consignes et de l'erreur de modélisation

Comme on l'a vu au chapitre 6, la minimisation de la fonction objectif de la commande prédictive exige que les consignes futures \mathbf{r}_{k+n} soient connues sur un horizon de temps égal à h_p . Dans des applications d'ipHR cependant, celles-ci sont malheureusement inconnues puisque fonctions des intentions arbitraires de l'humain. On cherchera plutôt à estimer celles-ci par des techniques statistiques ou encore à les prédire par l'utilisation de modèles. Suivant cette réflexion, au chapitre 6 on a vu comment, en utilisant le vecteur des forces appliquées au point d'interaction, on pouvait concevoir un prédicteur des consignes futures basé sur un calcul récursif de l'équation d'admittance. Toutefois, en accord avec les motivations derrière ce chapitre visant à simplifier l'application de la commande prédictive aux manipulateurs, l'utilisation d'un estimateur stochastique sera privilégiée pour remplir cette fonction. Ce faisant, on évitera la lourdeur d'avoir à traiter avec le modèle de prédiction des consignes futures, donné par l'équation (6.33).

Le prédicteur stochastique utilisé reprendra la philosophie ayant conduit à l'équation (6.20) qui consiste à supposer les consignes futures égales à celles actuelles. Tel que mentionné au chapitre précédent, si l'on suppose une distribution de type aléatoire et à moyenne nulle ($E[\mathbf{r}_k^T \mathbf{r}_{k+n}] = 0, \forall n \neq 0, E[\mathbf{r}] = 0$), cette prédiction est connue comme la meilleure prédiction possible au sens de la minimisation de la variance de l'erreur d'estimation. Cependant, ce n'est pas cette raison qui motive ici l'emploi de ce prédicteur, puisqu'il apparaît clair que les mouvements générés par l'humain ne sont pas dénués de cohérence. Si l'on regarde le profil de vitesse typique de ces mouvements générés, celui-ci tendra rapidement vers un plateau relativement constant. Par conséquent, sur un horizon de prédiction donné qui, on doit le rappeler, sera plutôt bref en robotique, supposer une consigne future égale à la consigne actuelle semble une hypothèse valable. En absence de meilleures informations sur le futur, cette prédiction sera donc retenue. Ainsi, l'expression de la prédiction à l'instant k de la consigne à $k + n$ sera :

$$\tilde{\mathbf{r}}_{k+n|k} = \mathbf{r}_k. \quad (7.2)$$

La prédiction de l'erreur de modélisation \mathbf{d} suivra aussi une philosophie similaire, mais sera ici supportée par le fait que la valeur future de celle-ci est inconnue et que son évolution dans le temps est probablement similaire à un bruit blanc ($E[\mathbf{d}] = 0, E[\mathbf{d}_k \mathbf{d}_{k+n}] = 0$ pour tout $n \neq 0$). La prédiction de celle-ci à l'instant $k + n$ contenu dans l'intervalle allant de k à $k + h_p$ s'écrit :

$$\tilde{\mathbf{d}}_{k+n|k} = \mathbf{d}_k, \quad (7.3)$$

où $\mathbf{d}_k = \dot{\mathbf{q}}_k - \hat{\mathbf{q}}_{k|k-1}$.

7.2.3 Équations de prédiction de la vitesse du manipulateur

Afin d'éviter l'utilisation d'un système matriciel aux dimensions similaires à celui donné par les équations de prédiction de la vitesse articulaire du manipulateur au chapitre 6, on cherchera plutôt ici à combiner de manière récursive les termes de la dynamique du manipulateur dans les prédictions. Ceci nous conduira à un système vectoriel de dimensions égales à celles de l'espace articulaire du robot, donc facile à manipuler. Pour des raisons que l'on verra plus loin, une telle simplification exigera cependant l'imposition d'un horizon de commande unitaire ($h_c = 1$), ce qui aura pour effet d'adoucir la commande et d'ajouter de la robustesse au contrôleur.

En reprenant l'expression générale de la dynamique d'un robot dans l'espace articulaire donnée à l'équation (6.3), l'accélération résultante d'un couple appliqué aux articulations du système peut être trouvée en inversant cette relation. Ceci donne :

$$\ddot{\mathbf{q}}_{k+1} = -\mathbf{M}^{-1}[\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{V}\dot{\mathbf{q}}_k + \mathbf{g} - \mathbf{\Gamma}_k], \quad (7.4)$$

où \mathbf{q}_k et $\dot{\mathbf{q}}_k$ sont les vecteurs de position et de vitesse articulaires mesurés au temps présent. En utilisant un bloqueur d'ordre zéro qui, en d'autres mots revient à poser l'hypothèse d'une accélération constante sur une période d'échantillonnage, l'expression donnant le vecteur des vitesses articulaires à l'instant suivant $k + 1$ peut être trouvée par l'intégration de l'équation (7.4), c'est-à-dire :

$$\dot{\mathbf{q}}_{k+1} = \dot{\mathbf{q}}_k + \int_{t=0}^{T_s} \ddot{\mathbf{q}}_{k+1} dt = \dot{\mathbf{q}}_k - \mathbf{M}^{-1}[\mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{\Gamma}]T_s, \quad (7.5)$$

où T_s est la période d'échantillonnage et $\mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ est, comme au chapitre 6, le regroupement des termes non linéaires de l'équation de la dynamique du manipulateur.

Si l'on désire connaître la valeur de $\dot{\mathbf{q}}_{k+1}$ dans un futur plus éloigné comme l'exige la commande prédictive, il est possible de poursuivre l'intégration de l'accélération dans le temps. Par conséquent, on obtient :

$$\dot{\mathbf{q}}_{k+1} = \dot{\mathbf{q}}_k + \ddot{\mathbf{q}}_{k+1}T_s \quad (7.6)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_{k+2} = \dot{\mathbf{q}}_{k+1} + \ddot{\mathbf{q}}_{k+2}T_s \quad (7.7)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_{k+3} = \dot{\mathbf{q}}_{k+2} + \ddot{\mathbf{q}}_{k+3}T_s \quad (7.8)$$

$$\vdots = \vdots \quad (7.9)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_{k+h_p} = \dot{\mathbf{q}}_{k+h_p-1} + \ddot{\mathbf{q}}_{k+h_p}T_s. \quad (7.10)$$

Le développement direct de ces équations conduirait à un résultat équivalent à l'équation (6.15), ce que l'on désire ici éviter. Toutefois, la supposition d'un horizon de commande unitaire ($h_c = 1$) sur un horizon de prédiction donné, combinée à l'hypothèse posée au chapitre 6 d'une dynamique constante sur ce même horizon de prédiction, permettront une simplification considérable de ces équations. Sous de telles hypothèses, puisque :

$$\mathbf{\Gamma}_k = \mathbf{\Gamma}_{k+1} = \dots = \mathbf{\Gamma}_{k+h_p} \quad (7.11)$$

et que \mathbf{M} et $\mathbf{h}_n(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q})$ sont constants, l'accélération devient elle aussi constante sur toute la durée de l'horizon de prédiction :

$$\ddot{\mathbf{q}}_{k+1} = \ddot{\mathbf{q}}_{k+2} = \dots = \ddot{\mathbf{q}}_{k+h_p} = -\mathbf{M}^{-1}[\mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{\Gamma}_k]. \quad (7.12)$$

Par conséquent, la prédiction faite sur la valeur future de la vitesse articulaire obtenue devient :

$$\dot{\mathbf{q}}_{k+1} = \dot{\mathbf{q}}_k + \ddot{\mathbf{q}}_{k+1}T_s \quad (7.13)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_{k+2} = \dot{\mathbf{q}}_{k+1} + \ddot{\mathbf{q}}_{k+1}T_s = \dot{\mathbf{q}}_k + 2\ddot{\mathbf{q}}_{k+1}T_s \quad (7.14)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_{k+3} = \dot{\mathbf{q}}_{k+2} + \ddot{\mathbf{q}}_{k+1}T_s = \dot{\mathbf{q}}_k + 3\ddot{\mathbf{q}}_{k+1}T_s \quad (7.15)$$

$$\vdots = \vdots \quad (7.16)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_{k+h_p} = \dot{\mathbf{q}}_{k+h_p-1} + \ddot{\mathbf{q}}_{k+1}T_s = \dot{\mathbf{q}}_k + h_p\ddot{\mathbf{q}}_{k+1}T_s, \quad (7.17)$$

ce qui conduit à l'équation de prédiction donnant la valeur de $\dot{\mathbf{q}}$ à n'importe quel instant se situant à l'intérieur d'un horizon de prédiction donné :

$$\hat{\dot{\mathbf{q}}}_{k+n|k} = \dot{\mathbf{q}}_k + n\mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1}[\mathbf{\Gamma}_k - \mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})]T_s. \quad (7.18)$$

7.2.4 Fonction à minimiser et solution

En combinant le modèle déterministe dérivé plus haut avec les deux parties stochastiques de la structure de commande, la fonction de coût présentée à l'équation (7.1) peut être réécrite de manière plus particulière, c'est-à-dire :

$$J = \sum_{n=1}^{h_p} [\mathbf{e}(n)^T \mathbf{\Omega} \mathbf{e}(n) + \Delta \mathbf{\Gamma}_k^T \mathbf{\Lambda} \Delta \mathbf{\Gamma}_k],$$

avec

$$\mathbf{e}(n) = \dot{\mathbf{q}}_k + n\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{\Gamma}_k - \mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}))T_s - (\mathbf{r}_k - \mathbf{d}_k), \quad (7.19)$$

et où $\Delta \mathbf{\Gamma}_k = \mathbf{\Gamma}_k - \mathbf{\Gamma}_{k-1}$, soit le vecteur de la différence entre la commande actuelle et celle appliquée à l'instant passé.

Puisque le problème d'optimisation donné par le critère J est convexe, son minimum peut être trouvé lorsque sa dérivée par rapport à $\mathbf{\Gamma}_k$ égale $\mathbf{0}$. Le problème se réduit donc à trouver la racine de l'équation :

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{\Gamma}} = \sum_{n=1}^{h_p} ((\mathbf{f}(n) - (\mathbf{r}_k - \mathbf{d}_k))T_s) + 2\mathbf{\Lambda} \Delta \mathbf{\Gamma}_k = \mathbf{0} \quad (7.20)$$

avec

$$\mathbf{f}(n) = 2nT_s \mathbf{M}^{-T} \mathbf{\Omega} (\dot{\mathbf{q}}_k + nT_s \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{\Gamma}_k - \mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}))). \quad (7.21)$$

En résolvant cette équation, on trouve la valeur optimale de la commande à appliquer à l'instant k . Celle-ci est :

$$\mathbf{\Gamma}_k = \left[(2h_p^3 + 3h_p^2 + h_p)T_s^2 \mathcal{A} + 6\mathbf{\Lambda} \right]^{-1} \times \\ \left((2h_p^3 + 3h_p^2 + h_p)T_s^2 \mathbf{A} \mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - 3(h_p^2 + h_p)T_s \mathcal{B} \mathbf{v} + 6\mathbf{\Lambda} \mathbf{\Gamma}_{k-1} \right) \quad (7.22)$$

avec

$$\mathcal{A} = \mathbf{M}^{-T} \mathbf{\Omega} \mathbf{M}^{-1}, \quad (7.23)$$

$$\mathcal{B} = \mathbf{M}^{-T} \mathbf{\Omega} \quad (7.24)$$

et

$$\mathbf{v} = \dot{\mathbf{q}}_k - \mathbf{r}_k + \mathbf{d}_k. \quad (7.25)$$

Toutefois, une solution encore plus simple peut être trouvée en supprimant la contrainte imposant la minimisation de la variation entre deux commandes successives. La suppression de cette contrainte, typiquement utilisée pour adoucir la commande, n'aura probablement aucun effet majeur dans cette situation particulière puisque l'utilisation d'un horizon de commande unitaire conduit déjà à un effet similaire d'adoucissement de la commande¹. Si, en dépit de ces considérations, la réponse du manipulateur est jugée encore trop brusque, il sera possible d'adoucir la commande davantage en augmentant la valeur de l'horizon de prédiction. La fonction de coût résultant de la suppression de cette contrainte s'écrit :

$$J = \sum_{n=1}^{h_p} \mathbf{e}(n)^T \mathbf{e}(n). \quad (7.26)$$

En calculant la dérivée de l'équation (7.26) par rapport à $\mathbf{\Gamma}_k$ et en l'égalant à zéro, on trouve l'expression générale de la commande optimale à appliquer à l'instant k . Celle-ci est :

$$\mathbf{\Gamma}_k = \mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \frac{3\mathbf{M}(\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{r}_k + \mathbf{d}_k)}{(1 + 2h_p)T_s}. \quad (7.27)$$

Afin d'alléger le manuscrit, les manipulations algébriques conduisant aux équations (7.22) et (7.27) en partant respectivement des équations (7.20) et (7.26) sont consignées aux sections B.1 et B.2 de l'annexe B.

¹Excepté en singularité, où seule la contrainte est à même d'adoucir la commande.

7.3 Asservissement dans le domaine des positions

La troisième partie de cette thèse a porté jusqu'à maintenant sur l'application de la commande prédictive à l'asservissement articulaire en **vitesse** des manipulateurs et ce, pour la raison principale que les robots d'ipHR sont appelés à être commandés en vitesse. Cependant, puisqu'il est question dans ce chapitre d'une version **simplifiée** de la commande prédictive, l'utilisation de celle-ci peut devenir attrayante même sur les robots parfaitement adaptés à l'emploi de régulateurs linéaires, étant donné l'effort réduit que demandera l'implantation de ce nouveau contrôleur. Ces manipulateurs évoluant typiquement dans des tâches de suivi de trajectoires, on introduira donc ici une version simplifiée de la commande prédictive destinée à l'asservissement articulaire en position. Par conséquent, cette section fera une brève incartade au fil conducteur de cette thèse qui est la commande des robots d'ipHR.

7.3.1 Structure générale

On reprendra ici une structure de commande identique à celle vue à la section 7.2.1, à la seule différence que les prédictions sur le comportement futur du robot seront faites dans le domaine des positions. De cette façon, le critère devient :

$$J = \sum_{n=1}^{h_p} (\hat{\mathbf{q}}_{k+n|k} - \mathbf{r}_{k+n} + \tilde{\mathbf{d}}_{k+n|k})^T \mathbf{\Omega} (\hat{\mathbf{q}}_{k+n|k} - \mathbf{r}_{k+n} + \tilde{\mathbf{d}}_{k+n|k}) + \sum_{m=1}^{h_c} \Delta \mathbf{\Gamma}_{k+m}^T \mathbf{\Lambda} \Delta \mathbf{\Gamma}_{k+m}. \quad (7.28)$$

La prédiction stochastique à l'instant k de l'erreur de modélisation \mathbf{d} à l'instant $k+n$ sera réalisée de manière identique à celle présentée à la section précédente et donnée par l'équation (7.3). Le prédicteur des commandes futures prendra cependant une autre forme. Dans la section 7.2 portant sur une version simplifiée de l'adaptation de la commande prédictive à l'asservissement articulaire des robots dans le domaine des vitesses, l'hypothèse utilisée était que l'une des meilleures prédictions pouvant être faites sur la valeur future de la consigne était de supposer celle-ci égale à la valeur présente. Cette supposition a été justifiée par le fait que l'humain tend à effectuer des mouvements à vitesse relativement constante. Cette justification impose cependant qu'il est erroné de considérer la position constante sur un horizon de prédiction car, même à vitesse constante, cette position évoluera dans le temps. Par conséquent, on prédira celle-ci en utilisant la valeur passée de la position pour approximer linéairement

les valeurs futures. Un tel prédicteur aura la forme :

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{r}}_k &= \mathbf{r}_k \\ \tilde{\mathbf{r}}_{k+1} &= \mathbf{r}_k + \Delta\mathbf{r}_k \\ &\vdots \\ \tilde{\mathbf{r}}_{k+h_p} &= \mathbf{r}_k + h_p\Delta\mathbf{r}_k\end{aligned}\tag{7.29}$$

où $\Delta\mathbf{r}$ est donné par :

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_k - \mathbf{r}_{k-1}.\tag{7.30}$$

Ainsi, la prédiction à l'instant k de la valeur de $\tilde{\mathbf{r}}$ au temps $k+n$ sera :

$$\tilde{\mathbf{r}}_{k+n|k} = \mathbf{r}_k + n\Delta\mathbf{r}_k.\tag{7.31}$$

7.3.2 Équations de prédiction de la position du manipulateur

La prédiction de la position articulaire future du manipulateur sur un horizon donné sera réalisée ici par l'intégration successive de l'expression de l'accélération au temps $k+1$ donnée par l'équation (7.4). En intégrant deux fois celle-ci, cette prédiction sera :

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k + \dot{\mathbf{q}}_k T_s + \frac{1}{2}\ddot{\mathbf{q}}_{k+1} T_s^2\tag{7.32}$$

$$\mathbf{q}_{k+2} = \mathbf{q}_{k+1} + \dot{\mathbf{q}}_{k+1} T_s + \frac{1}{2}\ddot{\mathbf{q}}_{k+2} T_s^2\tag{7.33}$$

$$\mathbf{q}_{k+3} = \mathbf{q}_{k+2} + \dot{\mathbf{q}}_{k+2} T_s + \frac{1}{2}\ddot{\mathbf{q}}_{k+3} T_s^2\tag{7.34}$$

$$\vdots = \vdots\tag{7.35}$$

$$\mathbf{q}_{k+h_p} = \mathbf{q}_{k+h_p-1} + \dot{\mathbf{q}}_{k+h_p-1} T_s + \frac{1}{2}\ddot{\mathbf{q}}_{k+h_p} T_s^2.\tag{7.36}$$

Puisqu'ici on gardera l'hypothèse d'une dynamique constante sur un horizon de prédiction donné et qu'on utilisera encore un horizon de commande unitaire, on aura à nouveau :

$$\mathbf{\Gamma}_k = \mathbf{\Gamma}_{k+1} = \dots = \mathbf{\Gamma}_{k+h_p}\tag{7.37}$$

et

$$\ddot{\mathbf{q}}_{k+1} = \ddot{\mathbf{q}}_{k+2} = \dots = \ddot{\mathbf{q}}_{k+h_p} = -\mathbf{M}^{-1}[\mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{\Gamma}_k],\tag{7.38}$$

En utilisant cette dernière équation en conjonction avec les expressions (7.13) à (7.17) trouvées à la section précédente, la prédiction faite sur la valeur future de la position

articulaire obtenue devient :

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k + \dot{\mathbf{q}}_k T_s + \frac{1}{2} \ddot{\mathbf{q}}_{k+1} T_s^2 \quad (7.39)$$

$$\mathbf{q}_{k+2} = \mathbf{q}_k + 2\dot{\mathbf{q}}_k T_s + \frac{4}{2} \ddot{\mathbf{q}}_{k+1} T_s^2 \quad (7.40)$$

$$\mathbf{q}_{k+3} = \mathbf{q}_k + 3\dot{\mathbf{q}}_k T_s + \frac{9}{2} \ddot{\mathbf{q}}_{k+1} T_s^2 \quad (7.41)$$

$$\vdots = \vdots \quad (7.42)$$

$$\mathbf{q}_{k+h_p} = \mathbf{q}_k + h_p \dot{\mathbf{q}}_k T_s + \frac{h_p^2}{2} \ddot{\mathbf{q}}_{k+1} T_s^2. \quad (7.43)$$

Cette équation conduit à l'équation de prédiction à l'instant k donnant la valeur de $\dot{\mathbf{q}}$ à n'importe quel instant $k+n$ se situant à l'intérieur d'un horizon de prédiction donné, c'est-à-dire :

$$\hat{\mathbf{q}}_{k+n|k} = \mathbf{q}_k + n\dot{\mathbf{q}}_k T_s + \frac{n^2}{2} \mathbf{M}^{-1} [\mathbf{\Gamma}_k - \mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})] T_s^2. \quad (7.44)$$

7.3.3 Fonction à minimiser et solution

En combinant les parties stochastique et déterministe définies plus haut, la version particulière du critère de minimisation donné à l'équation (7.28) s'écrit :

$$J = \sum_{n=1}^{h_p} \left([\hat{\mathbf{q}}_{k+n|k} - \tilde{\mathbf{r}}_{k+n|k} + \mathbf{d}_k]^T \mathbf{\Omega} [\hat{\mathbf{q}}_{k+n|k} - \tilde{\mathbf{r}}_{k+n|k} + \mathbf{d}_k] + \Delta \mathbf{\Gamma}_k^T \mathbf{\Lambda} \Delta \mathbf{\Gamma}_k \right) \quad (7.45)$$

$$= \sum_{n=1}^{h_p} \left(\mathbf{m}(n)^T \mathbf{\Omega} \mathbf{m}(n) + \Delta \mathbf{\Gamma}_k^T \mathbf{\Lambda} \Delta \mathbf{\Gamma}_k \right), \quad (7.46)$$

où

$$\mathbf{m}(n) = \mathbf{q}_k + n\dot{\mathbf{q}}_k T_s - (\tilde{\mathbf{r}}_{k+n|k} - \mathbf{d}_k) + \frac{n^2}{2} \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{\Gamma}_k - \mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) T_s^2. \quad (7.47)$$

Puisque encore une fois ce critère quadratique est convexe, la commande optimale à appliquer à l'instant k sera donnée en trouvant la racine de l'équation de la dérivée de celui-ci par rapport à $\mathbf{\Gamma}_k$. On obtient donc :

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{\Gamma}_k} = \sum_{n=1}^{h_p} (n^2 T_s^2 \mathbf{M}^{-T} \mathbf{\Omega} \mathbf{m}(n) + 2\mathbf{\Lambda} \Delta \mathbf{\Gamma}_k) = 0. \quad (7.48)$$

Comme dans le cas de l'asservissement en vitesse, il est clairement possible de trouver une valeur de $\mathbf{\Gamma}_k$ solution de cette équation. Celle-ci s'écrit :

$$\mathbf{\Gamma}_k = \left[n_4 T_s^3 \mathcal{A} + 4\mathbf{\Lambda} \right]^{-1} \left(n_4 T_s^3 \mathcal{A} \mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - 2n_3 T_s^2 \mathcal{B} \dot{\mathbf{q}}_k - 2n_2 T_s \mathcal{B} \mathbf{w} + 4\mathbf{\Lambda} \mathbf{\Gamma}_{k-1} \right) \quad (7.49)$$

avec

$$\mathbf{w} = \mathbf{q}_k - \mathbf{r}_k - n_1 \Delta \mathbf{r} + \mathbf{d}_k \quad (7.50)$$

et

$$n_1 = \frac{h_p(h_p + 1)}{2} \quad (7.51)$$

$$n_2 = \frac{h_p(h_p + 1)(2h_p + 1)}{6} \quad (7.52)$$

$$n_3 = \left(\frac{h_p(h_p + 1)}{2} \right)^2 \quad (7.53)$$

$$n_4 = \frac{h_p(h_p + 1)(2h_p + 1)(3h_p^2 + 3h_p - 1)}{30}. \quad (7.54)$$

Cependant, on peut trouver une version grandement simplifiée de cette équation en éliminant la contrainte sur la variation de la commande sous l'hypothèse que l'horizon de commande unitaire utilisé a déjà un effet adoucissant sur celle-ci. Dans ces circonstances, le critère J devient :

$$J = \sum_{n=1}^{h_p} \mathbf{m}(n)^T \mathbf{m}(n). \quad (7.55)$$

La valeur de $\mathbf{\Gamma}_k$ minimisant ce critère est :

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \frac{2\mathbf{M}(P_2 \dot{\mathbf{q}} T_s + \mathbf{q} - \mathbf{r} + P_3 \Delta \mathbf{r} + \mathbf{d})}{P_1 T_s^2} \quad (7.56)$$

avec

$$P_1 = \frac{(3h_p^2 + 3h_p - 1)}{5}, \quad (7.57)$$

$$P_2 = \frac{3h_p(h_p + 1)}{2(2h_p + 1)}, \quad (7.58)$$

$$P_3 = \frac{-3h_p^2 + h_p + 2}{4h_p + 2}. \quad (7.59)$$

Pour alléger le texte, les manipulations permettant l'obtention des solutions (7.49) et (7.56) en partant respectivement des équations (7.46) et (7.55) sont données aux sections B.3 et B.4 de l'annexe B.

Cette solution, encore une fois très simple à calculer, donnera directement la valeur de la commande optimale à l'instant k en fonction de l'horizon de prédiction désiré.

7.4 Validation expérimentale

L'adaptation de la commande prédictive aux manipulateurs, telle que présentée dans la troisième partie de cette thèse, vise à permettre une meilleure commande des robots. L'objectif premier de cette section expérimentale est donc de comparer en situation réelle les performances du nouveau contrôleur prédictif présenté dans ce chapitre à celles d'un régulateur de type PID typiquement utilisé dans la commande des robots actuels. On cherche aussi à vérifier que les hypothèses simplificatrices faites tout au long de ce chapitre permettent de maintenir les avantages de la commande prédictive, tout en conduisant à une solution très économe en puissance de calcul requise.

Comme on l'a vu au chapitre précédent, en dépit de la non-linéarité de la dynamique des robots, les régulateurs linéaires semblent tout de même adéquats pour l'asservissement des manipulateurs actuels. Ceci s'explique par les hauts ratios des transmissions utilisées, ceux-ci ayant pour effet de linéariser la dynamique du manipulateur du point de vue des actionneurs. Cependant, la génération à venir de robots d'ipHR sera, pour des raisons de sécurité, conçue différemment. Les tendances actuelles cherchent notamment à ajouter de la compliance aux actionneurs ainsi qu'à diminuer les ratios de transmission utilisés dans l'espoir de minimiser l'énergie transférée lors de collisions. De telles caractéristiques rendront certes les régulateur de type PID beaucoup moins appropriés pour la commande de ces manipulateurs. Afin d'illustrer cette particularité et afin de démontrer que la commande prédictive, même dans sa plus simple expression, est une solution adéquate à la commande des manipulateurs aux caractéristiques plus marginales, la première partie de cette expérimentation est réalisée en utilisant un pendule simple à entraînement direct (ratio 1 : 1) sur lequel un contrôleur de type PID, un contrôleur utilisant la méthode du couple précalculé et un contrôleur prédictif sont utilisés pour l'asservissement en vitesse.

La suite de l'expérimentation utilise cette fois-ci un robot parallèle entraîné par câbles à 6 ddls. L'utilisation de ce robot permet de démontrer que les équations présentées sont aptes à commander des robots plus complexes et ce, à un coût raisonnable en terme de temps de calcul requis. Les deux expériences utilisent un contrôleur QNX temps réel, fonctionnant à une fréquence de 500 Hz. De plus, le réglage des contrôleurs de type PID utilisés est fait de façon expérimentale de manière à minimiser la somme des erreurs au carré sur la trajectoire entière.

Contrôleur	Variance (s^2)
PID	2.1012
Couple précalculé	1.2784
Commande prédictive	1.1784

TAB. 7.1 – Variance de l’erreur entre la sortie et la consigne.

7.4.1 Illustration avec un pendule simple

Dans cette partie, un pendule simple relié directement à un moteur a été commandé par trois différents types de contrôleurs : un régulateur de type PID, un contrôleur utilisant le couple précalculé avec un PID en parallèle et un contrôleur utilisant la commande prédictive. Quoique l’expression des non-linéarités d’un tel système ne soit pas complexe ($\sin \theta$), la variation dans l’espace des couples requis est plutôt radicale. De plus, il est facile d’expérimenter la commande en vitesse sur un tel système en raison de l’absence de limite articulaire. Finalement, la relative simplicité de ce système permet aisément l’obtention d’une estimation précise des paramètres du modèle dynamique, autorisant ainsi la vérification de l’algorithme dans une situation idéale. Ces trois caractéristiques, combinées au fait que ce pendule est à entraînement direct, ont motivé l’utilisation d’un tel système. Il est à noter que la commande prédictive implantée dans cette partie utilise directement l’équation (7.27) avec un horizon de prédiction de quatre périodes d’échantillonnage ($h_p = 4$).

Les figures (7.1) à (7.3) montrent dans l’ordre la réponse du pendule à une série de consignes, obtenue pour le contrôleur PID, celui basé sur la méthode dite du couple précalculé et celui utilisant la commande prédictive. Tel qu’anticipé, on voit immédiatement que le régulateur linéaire est clairement inapproprié pour la commande d’un tel système. Les réponses des deux autres contrôleurs semblent assez similaires mais aussi plus adéquate. Afin de différencier les deux méthodes, la variance de l’erreur fut calculée et est présentée au tableau (7.1). Conséquemment aux résultats visuels obtenus, la variance de l’erreur enregistrée pour les deux contrôleurs prenant en compte la dynamique du système est d’une magnitude similaire, en concédant toutefois un léger avantage à la commande prédictive.

Tel que mentionné plus haut, la simplicité du système permet d’obtenir facilement

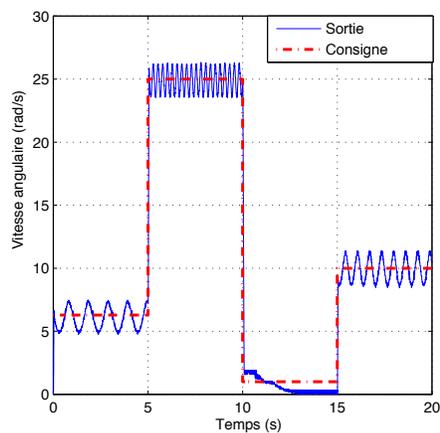


FIG. 7.1 – Réponse en vitesse : Contrôleur PID.

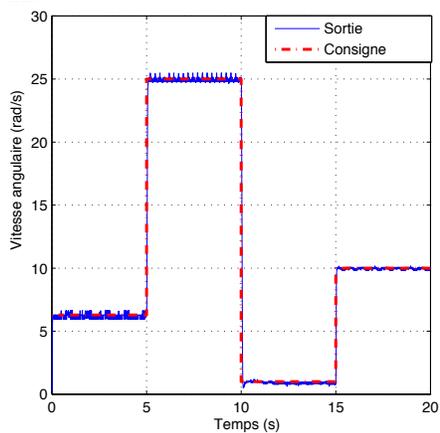


FIG. 7.2 – Réponse en vitesse : Couple pré-calculé avec un PID en parallèle.

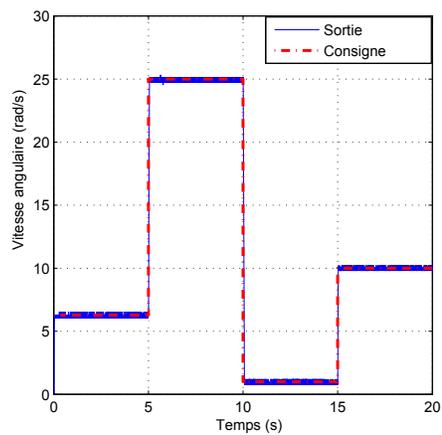


FIG. 7.3 – Réponse en vitesse : Contrôleur prédictif.

Contrôleur	Variance (s^2)
Couple précalculé	2.3674
Commande prédictive	1.4661

TAB. 7.2 – Variance de l’erreur entre la sortie et la consigne en situation d’erreur de modélisation.

un modèle précis de sa dynamique. Afin de vérifier la robustesse de l’approche, la même série de consignes fut demandée à nouveau aux deux contrôleurs utilisant la dynamique, mais cette fois-ci une erreur considérable sur le modèle fut introduite (100% sur le terme de gravité).

Les figures (7.4) et (7.5) illustrent les réponses obtenues en situation d’erreur de modélisation pour ces deux contrôleurs, alors que le tableau (7.2) montre la variance de l’erreur qui y est associée. Ce cas fait ressortir immédiatement la faiblesse de la méthode du couple précalculé qui, dans de telles circonstances, devient quasi équivalente au simple PID, voire même pire. En effet, si le modèle inclut une erreur considérable, les couples estimés ne viennent plus aider le PID fonctionnant en parallèle, mais nuiront plutôt à celui-ci. La commande prédictive, en raison du facteur d prenant en compte l’erreur de modélisation, garde un niveau de performance acceptable malgré une commande résultante plus bruitée.

7.4.2 Robot parallèle entraîné par câbles à 6 ddls

L’expérience préliminaire avec le pendule a été réalisée afin de montrer les performances de l’algorithme simplifié de commande prédictive présenté dans ce chapitre, dans une situation défavorable aux régulateurs conventionnels. Cette deuxième partie de l’expérimentation montre cette fois-ci l’application de cet algorithme à un manipulateur beaucoup plus évolué, soit un robot parallèle entraîné par câbles à 6 ddls². Ce robot similaire à celui utilisé dans [10], est constitué de six enrouleurs disposés à différents points d’une structure cubique de 2 mètres d’arête. Une image de ce robot est donnée à la figure (7.6).

²L’auteur tient à souligner la participation considérable et appréciée du Dr. Samuel Bouchard dans la réalisation de cette expérimentation.

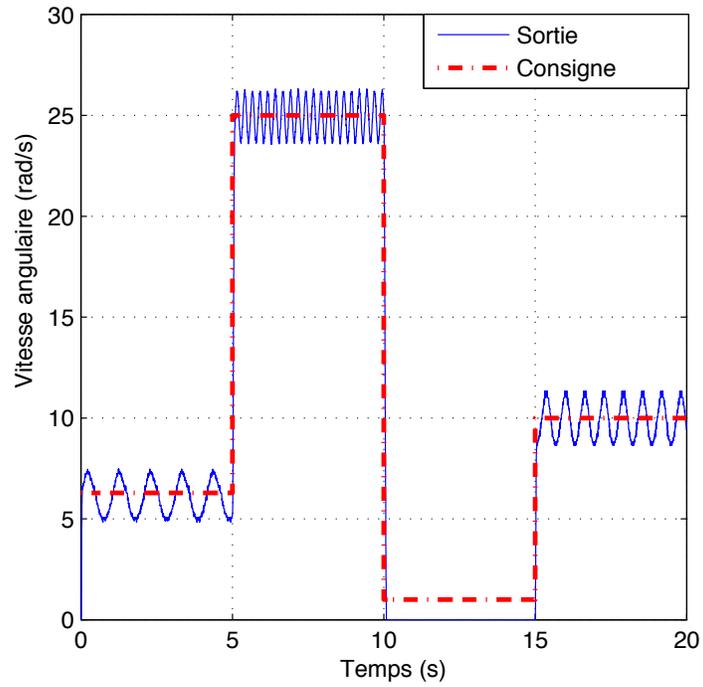


FIG. 7.4 – Réponse en vitesse avec erreur de modélisation :
Couple précalculé avec un PID en parallèle.

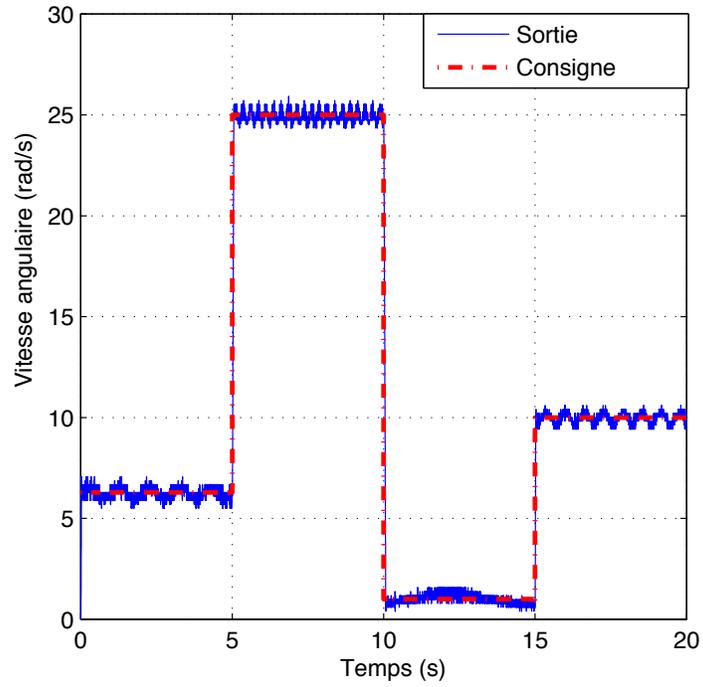


FIG. 7.5 – Réponse en vitesse avec erreur de modélisation :
Contrôleur prédictif.

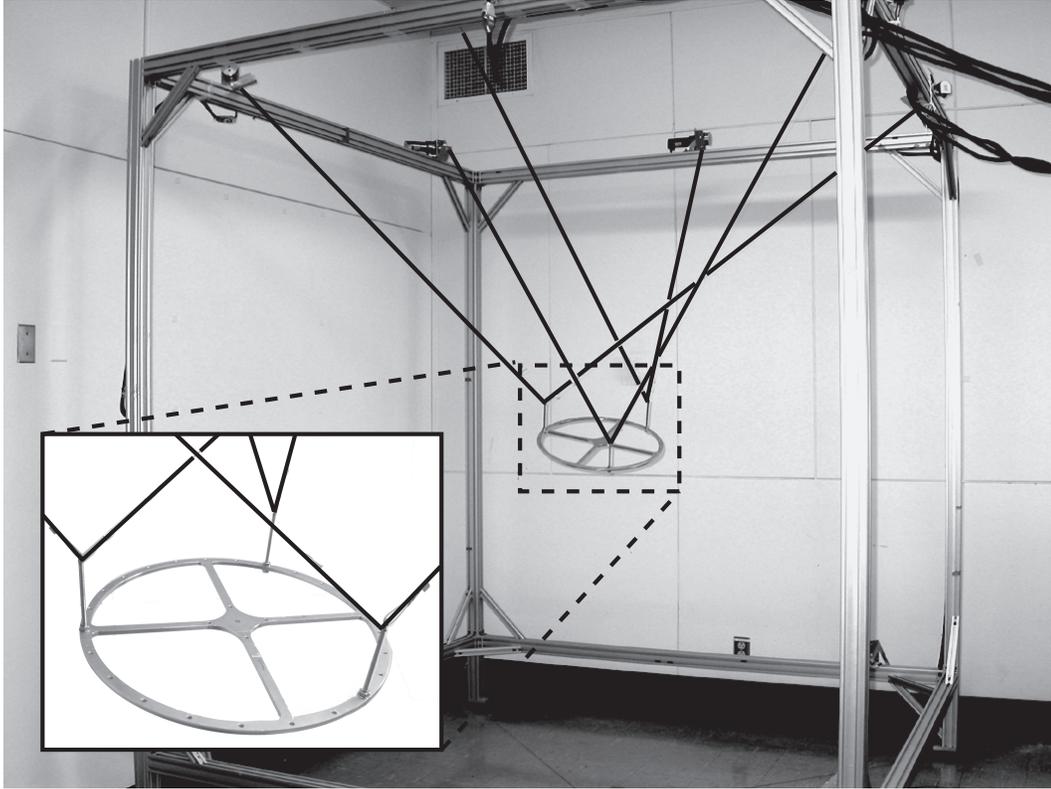


FIG. 7.6 – Robot à câbles utilisé dans la deuxième partie de l'expérimentation.

La dynamique de ce manipulateur et les non-linéarités qui y sont associées sont cette fois-ci beaucoup plus complexes, aussi davantage constantes dans le temps. De plus, comme on le verra plus loin, les actionneurs de ce robot parallèle sont tous couplés à une transmission. Ces deux caractéristiques ont pour effet de neutraliser, en quelque sorte, les avantages de la commande prédictive. Par conséquent, la différence attendue entre les performances issues de l'approche présentée en comparaison de celles données par l'utilisation d'un contrôleur linéaire est certes moins impressionnante. Néanmoins, l'objectif de cette deuxième expérimentation vise plutôt à démontrer que les équations simplifiées de commande prédictive présentées dans ce chapitre ont la capacité de commander en temps réel des robots plus complexes et qui plus est, à un coût très faible en termes de temps de calcul et de difficulté d'implantation.

7.4.2.1 Modélisation cinématique

Pour une pose \mathbf{x} donnée à l'effecteur, la longueur ρ nécessaire des câbles peut être calculée en utilisant les équations du modèle géométrique inverse du manipulateur. La

longueur du i^e câble est donc donnée par :

$$\rho_i^2 = \mathbf{v}_i^T \mathbf{v}_i, \quad (7.60)$$

où

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{a}_i - \mathbf{b}_i. \quad (7.61)$$

Dans l'équation (7.61), \mathbf{b}_i et \mathbf{a}_i sont respectivement la position du point d'attache du i^e câble sur la structure et à l'effecteur, exprimée dans le système global de coordonnées. Par conséquent, le vecteur \mathbf{a}_i peut être exprimé comme suit :

$$\mathbf{a}_i = \mathbf{c} + \mathbf{Q}\mathbf{a}'_i, \quad (7.62)$$

où \mathbf{a}'_i est le point d'attache du i^e câble à l'effecteur exprimé dans le référentiel de celui-ci et \mathbf{Q} , la matrice exprimant l'orientation de l'effecteur dans le référentiel fixe. Le vecteur \mathbf{c} est défini comme la position du point de référence de la plateforme dans le repère fixe. Dans cette section, on a $i = 1, \dots, 6$, à moins d'indication contraire.

En posant l'hypothèse d'une poulie de rayon (r) constant, les longueurs des câbles peuvent être reliées aux positions angulaires $\boldsymbol{\theta}$ des actionneurs par la relation :

$$\boldsymbol{\rho} = r\boldsymbol{\theta}. \quad (7.63)$$

En substituant $\boldsymbol{\rho}$ dans l'équation (7.60) et en dérivant celle-ci par rapport au temps, on obtient l'équation de vitesse :

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{B}\dot{\boldsymbol{\theta}}, \quad (7.64)$$

où $\dot{\mathbf{x}}$ est la vitesse à l'effecteur,

$$\dot{\mathbf{x}} = [\dot{\mathbf{c}}^T \quad \boldsymbol{\omega}^T]^T, \quad (7.65)$$

$$\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \quad \dots \quad \theta_6]^T, \quad (7.66)$$

$$\mathbf{B} = \text{diag}[r^2\theta_1, \dots, r^2\theta_6], \quad (7.67)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_1^T \\ \vdots \\ \mathbf{c}_6^T \end{bmatrix}, \quad (7.68)$$

le vecteur \mathbf{c}_i étant

$$\mathbf{c}_i = \begin{bmatrix} (\mathbf{a}_i - \mathbf{b}_i) \\ (\mathbf{Q}\mathbf{a}'_i) \times (\mathbf{a}_i - \mathbf{b}_i) \end{bmatrix} \quad (7.69)$$

et $\boldsymbol{\omega}$ est la vitesse angulaire à l'effecteur.

7.4.2.2 Modélisation de la dynamique

On verra dans cette section les équations de la dynamique de ce manipulateur qui seront utilisées dans la loi de commande prédictive lors de l'asservissement.

Dans ce travail, les câbles sont considérés droits, sans masse et infiniment rigides. L'hypothèse de câbles rectilignes est justifiée par la petite taille³ du robot utilisé et par le fait que la masse de l'effecteur est beaucoup plus grande que celle des câbles, minimisant de cette façon la déflexion. De plus, les trajectoires qui sont utilisées dans cette expérimentation font en sorte que chacun des câbles demeure en tension à tout moment. L'inertie de ces câbles est négligeable en comparaison de celle des actionneurs, des poulies et celle de l'effecteur. L'inertie des câbles est donc ignorée dans la modélisation suivante, tout comme leur élasticité. Bien que ce dernier point soit un domaine de recherche d'intérêt, dans le contexte de l'expérimentation de ce chapitre, le comportement élastique des câbles est bien peu stimulé en raison des faibles accélérations qui sont demandées (maximum 9,81 m/s²) à l'effecteur et de la faible masse de celui-ci (600 g).

Afin de retrouver une forme plus communément utilisée en robotique, la relation entre les vitesses Cartésiennes et articulaires donnée par l'équation (7.64) peut être réarrangée pour devenir :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\theta}}, \quad (7.70)$$

où

$$\mathbf{J} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}. \quad (7.71)$$

En partant de l'équation (7.70) et en faisant appel au principe du travail virtuel, l'équation suivante de la dynamique du manipulateur peut être obtenue :

$$\boldsymbol{\Gamma} = \mathbf{I}_p\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{K}_\nu\dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{J}^T\mathbf{M}_e(\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{w}_g), \quad (7.72)$$

où \mathbf{I}_p est la matrice dont les éléments de la diagonale contiennent l'inertie combinée des poulies et des actionneurs, c'est-à-dire :

$$\mathbf{I}_p = \text{diag}[I_{p1}, \dots, I_{p6}], \quad (7.73)$$

³Quoique l'espace de travail de ce robot puisse être considéré comme grand en regard de celui d'un manipulateur conventionnel, cet espace est relativement petit comparé à celui d'autres robots à câbles.

\mathbf{K}_ν est la matrice de friction visqueuse aux actionneurs

$$\mathbf{K}_\nu = \text{diag}[k_{\nu 1}, \dots, k_{\nu 6}], \quad (7.74)$$

\mathbf{M}_e est la matrice d'inertie de l'effecteur

$$\mathbf{M}_e = \begin{bmatrix} \text{diag}[m_e, m_e, m_e] & [\mathbf{0}]_{(3 \times 3)} \\ [\mathbf{0}]_{(3 \times 3)} & \mathbf{I}_e \end{bmatrix}, \quad (7.75)$$

m_e est la masse de l'effecteur et \mathbf{I}_e , la matrice d'inertie de celui-ci, obtenue par son modèle CAO. Le vecteur \mathbf{w}_g est le torseur appliqué par la gravité à l'effecteur.

En dérivant l'équation (7.70) par rapport au temps, on obtient :

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{J}\ddot{\boldsymbol{\theta}}. \quad (7.76)$$

En substituant cette expression de $\ddot{\mathbf{x}}$ dans l'équation (7.72), la dynamique du manipulateur peut être exprimée dans l'espace articulaire :

$$\boldsymbol{\Gamma} = [\mathbf{I}_p + \mathbf{J}^T \mathbf{M}_e \mathbf{J}] \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{J}^T \mathbf{M}_e \dot{\mathbf{J}} \dot{\boldsymbol{\theta}} - \mathbf{K}_\nu \dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{J}^T \mathbf{M}_e \mathbf{w}_g. \quad (7.77)$$

L'équation (7.77), quoique différente à prime abord, est équivalente à l'expression générale de la dynamique d'un manipulateur donnée à l'équation (6.3). L'équivalence entre ces deux relation est :

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{I}_p + \mathbf{J}^T \mathbf{M}_e \mathbf{J} \quad (7.78)$$

$$\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) = \mathbf{J}^T \mathbf{M}_e \dot{\mathbf{J}} \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (7.79)$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{K}_\nu \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (7.80)$$

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{J}^T \mathbf{M}_e \mathbf{w}_g. \quad (7.81)$$

où le symbole $\boldsymbol{\theta}$ est utilisé au lieu de \mathbf{q} en référence au fait que tout les articulations commandées sont des liaisons de type rotoïde. Ces expressions sont utilisées sous cette forme dans le calcul des équations de prédiction.

7.4.2.3 Trajectoires

Les trajectoires ont été définies dans l'espace cartésien. Pour l'expérience, la trajectoire choisie est un déplacement de 0,95 mètre le long de l'axe vertical, effectué en une seconde. Les mouvements du manipulateur ont été produits à l'aide d'une équation de génération de trajectoire de forme polynomiale du 5^e degré, imposant notamment une

vitesse et une accélération nulles en début et en fin de trajectoire. Ce type de trajectoire a été choisi en raison de la douceur des déplacements qu'il génère, permettant ainsi d'éviter l'induction de vibrations dans le manipulateur, puisque l'élasticité des câbles n'a pas été considérée dans la modélisation. Tel que mentionné précédemment, il a été vérifié avant l'expérience que ce trajet n'impliquait pas de compression dans l'un des câbles.

Le robot à câbles étant asservi dans le domaine articulaire θ , les trajectoires cartésiennes sont projetées dans cet espace en utilisant le problème géométrique inverse du manipulateur ainsi que les équations de vitesse. De plus, une solution numérique au problème géométrique direct a été implantée afin de connaître la pose à l'effecteur, qui est notamment utilisée pour calculer les termes dépendants de \mathbf{x} .

7.4.3 Résultats expérimentaux pour le robot à 6 ddls

7.4.3.1 Asservissement en vitesse

Pour cette partie de l'expérimentation, l'asservissement en vitesse du robot a été effectué en utilisant la solution simplifiée à la commande prédictive donnée à l'équation (7.27). La valeur optimale de l'horizon de prédiction a été déterminée expérimentalement selon un critère visant à minimiser le carré de l'erreur tout au long de la trajectoire. La valeur trouvée est $h_p = 11$. À des fins de comparaison, un contrôleur de type PID en vitesse a aussi été implanté. Celui-ci a été ajusté de manière expérimentale selon le même objectif que le contrôleur prédictif.

La figure (7.7) donne l'erreur entre la réponse du système (vitesse articulaire) et la dérivée temporelle de la projection articulaire de la trajectoire décrite plus haut. Les signaux de commande obtenus sont aussi montrés sur cette figure.

On peut observer que la magnitude de l'erreur sur la sortie est en moyenne plus petite que celle obtenue par un régulateur conventionnel de type PID. Les signaux de commande semblent également plus lisses pour l'approche proposée qu'avec le contrôleur linéaire classique. Il est fort probable que, dans ce contexte, le PID souffre de l'utilisation qu'exige le gain dérivatif de la deuxième dérivée des signaux d'encodeurs,

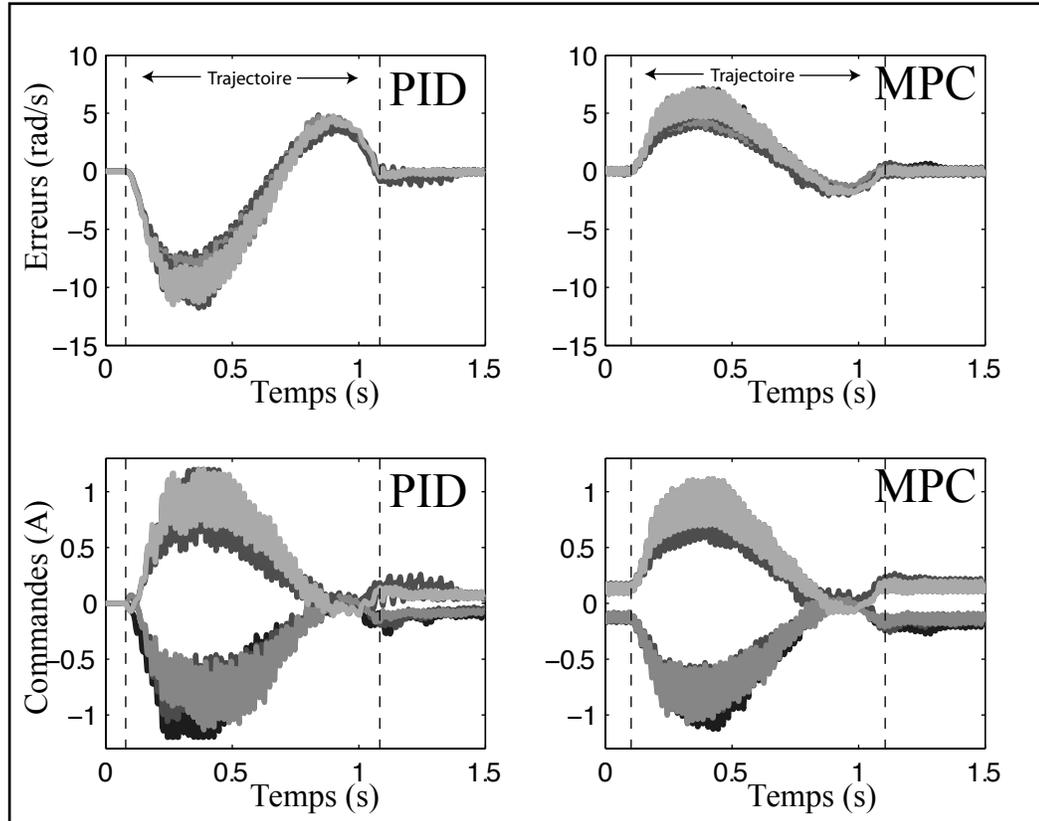


FIG. 7.7 – Commande en vitesse - Erreur entre la vitesse réelle et la consigne aux 6 moteurs pour le PID (en haut à gauche) et pour le contrôleur prédictif (en haut à droite). Les signaux de commande correspondant sont montrés au bas de la figure.

ce qui a pour effet d'introduire du bruit dans la commande. L'équation (7.27) de commande prédictive utilisée fait appel seulement aux signaux des encodeurs et à leurs premières dérivées.

7.4.3.2 Asservissement en position

Pour cette portion de l'expérimentation, l'asservissement en position du manipulateur a été effectué par l'utilisation de la solution simplifiée à la commande prédictive donnée à l'équation (7.56). Un horizon de prédiction de 14 périodes d'échantillonnage ($h_p = 14$) a été trouvé expérimentalement, permettant le meilleur suivi des consignes. À des fins de comparaison, un contrôleur de type PID permettant l'asservissement a aussi été implanté. Celui-ci a été ajusté de manière expérimentale avec un objectif similaire à celui utilisé pour le réglage du contrôleur prédictif.

La figure (7.8) montre l'erreur obtenue en poursuite pour les deux contrôleurs utilisés. Les signaux de commande correspondant sont aussi fournis sur ce graphique. On remarque tout de suite que l'amplitude de l'erreur est cette fois-ci d'une échelle comparable entre les deux méthodes utilisées. Cependant, on note une différence considérable à la fin de la trajectoire où le PID conduit à un dépassement de la consigne et prend un certain temps à retourner à celle-ci. Cet effet est typique pour les contrôleurs purement *réactifs* tels les PID et représente une situation avantageuse pour la commande prédictive. Cet effet non désiré est dû principalement au coefficient intégrateur. Même si l'accélération requise en fin de trajectoire est identique à celle demandée au début de celle-ci, la réponse d'un contrôleur linéaire est différente lors de ces deux phases. Initialement, pendant l'accélération, la vitesse nulle à ce moment engendrera rapidement une erreur qui générera des commandes de signes identiques autant pour la partie proportionnelle (P) du contrôleur que la partie intégrateur (I). Lors de la décélération, en raison de la vitesse élevée, le sens de l'erreur doit s'inverser afin d'immobiliser le système. Cependant, à cause de l'effet mémoire associé à un intégrateur, celui-ci ne peut changer instantanément la direction de sa commande comme le fait la partie proportionnelle, engendrant ainsi un dépassement considérable de la consigne. Ce comportement typique est montré à la figure (7.9). Celle-ci présente les données réelles obtenues pour un des actionneurs du robot à câbles asservi en position par le contrôleur PID. Le contrôleur prédictif, prenant en compte les consignes futures ainsi que la dynamique du manipulateur, arrive à générer les couples adéquats permettant un bon suivi dans cette portion de la trajectoire.

On peut aussi noter sur la figure que l'erreur dans le cas du contrôleur de type PID varie davantage dans le temps et d'une manière plus aléatoire que celle obtenue pour le contrôleur prédictif. Pour ce dernier contrôleur, l'erreur suit exactement le profil de vitesse de la trajectoire, laissant supposer une mauvaise estimation du terme de friction visqueuse \mathbf{K}_ν .

Finalement, un dernier avantage non négligeable du contrôleur prédictif est qu'il s'est montré beaucoup plus facile à ajuster. Il est impossible de démontrer objectivement cet avantage, qui ne se traduit pas en terme de performance. Cependant, le contrôleur prédictif a su commander le robot adéquatement dès le premier essai et n'a demandé que quelques essais subséquents pour trouver l'horizon de prédiction idéal. Dans le cas du contrôleur de type PID, en raison des trois coefficients à ajuster et du couplage entre ceux-ci, il a été beaucoup plus ardu d'ajuster le contrôleur, plusieurs essais ayant

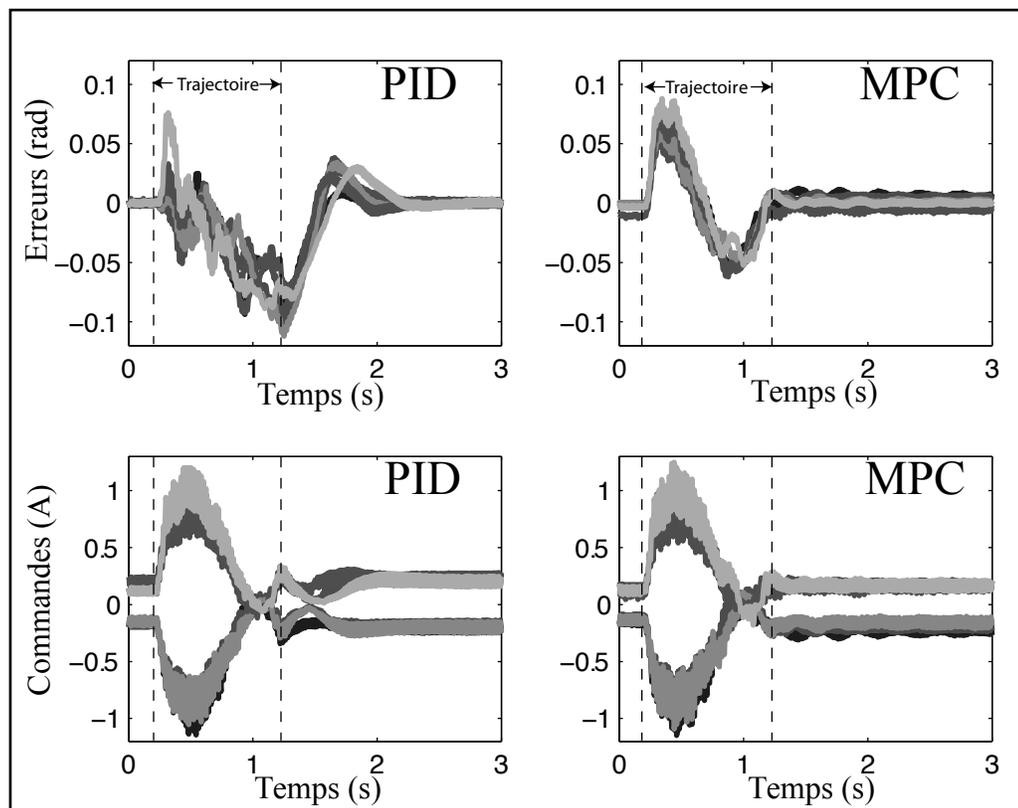


FIG. 7.8 – Commande en position - Erreur entre la position réelle et la consigne aux 6 moteurs pour le PID (en haut à gauche) et pour le contrôleur prédictif (en haut à droite). Les signaux de commande correspondant sont montrés au bas de la figure.

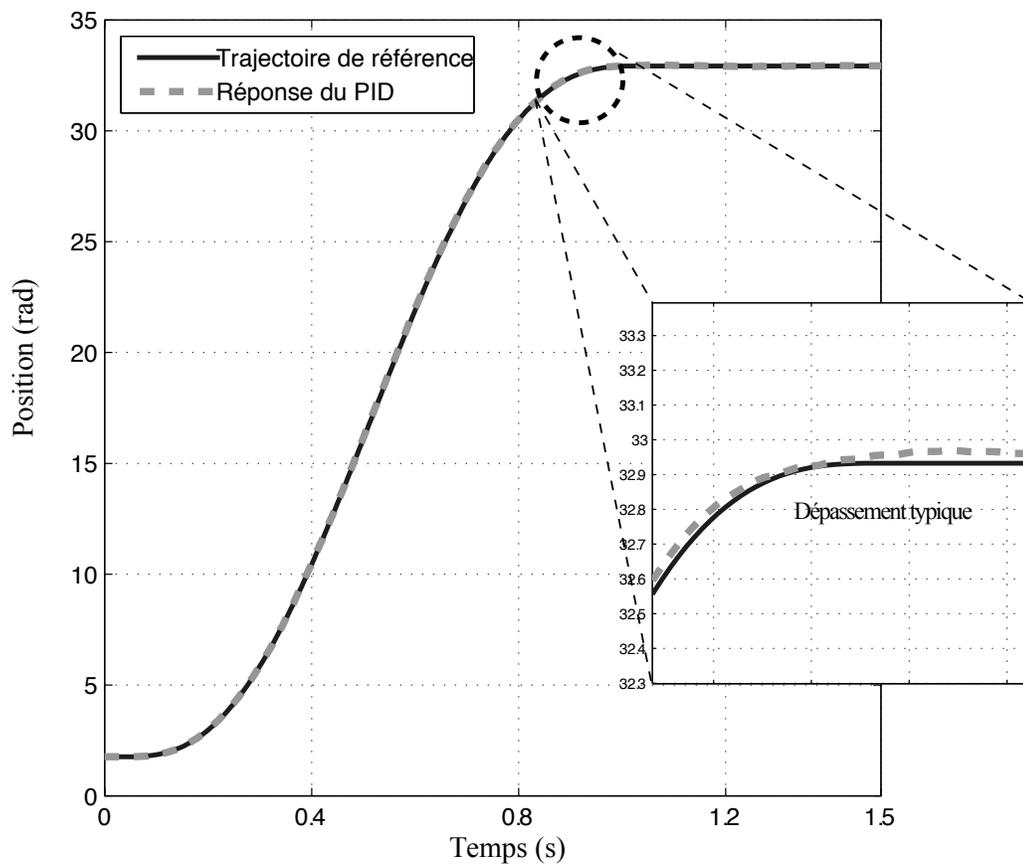


FIG. 7.9 – Trajectoire demandée dans le domaine articulaire et celle obtenue par l'utilisation d'un contrôleur PID.

Contrôleur	Temps moyen de calcul (μs)
Contrôleur PID	506
Contrôleur PD	209
Contrôleur prédictif	281

TAB. 7.3 – Temps de calcul requis par chaque contrôleur.

notamment conduit à l’obtention d’un comportement instable.

7.4.3.3 Temps de calcul

Afin de démontrer que les simplifications réalisées dans ce chapitre résultent en une solution de commande peu exigeante en terme de charge de calcul, le temps requis pour effectuer les opérations associées à chaque contrôleur a été mesuré. Les résultats obtenus sont donnés au tableau (7.3). Au premier regard, le temps de calcul requis par la commande prédictive semble être près de deux fois inférieur à celui demandé par le PID. Ce résultat improbable, après vérification, s’est avéré être causé par l’utilisation du coefficient intégrateur. Celui-ci, pour une raison inconnue, demande sur le système RT-Lab/QNX utilisé un temps de calcul considérable. En répétant l’expérimentation avec un contrôleur de type PD, le temps de calcul moyen requis à chaque période devient 209 μs , ce qui est légèrement inférieur à celui demandé par la commande prédictive. Par conséquent, on peut conclure que les deux contrôleurs requièrent un temps de calcul d’un ordre de grandeur similaire, démontrant ainsi qu’il est possible d’adapter efficacement la commande prédictive à la commande des manipulateurs dont les contrôleurs fonctionnent à des fréquences élevées.

7.5 Conclusion

Ce chapitre a présenté une version simplifiée de la commande prédictive adaptée aux manipulateurs. Des équations de prédiction ont été dérivées pour l’asservissement en vitesse ainsi que la commande en position, conduisant à des expressions analytiques et générales de la commande optimale à appliquer. En reprenant les hypothèses posées sur la partie déterministe du critère de minimisation, ce chapitre a poussé les simplifications

encore plus loin en imposant un horizon de commande unitaire, obtenant ainsi un compromis entre temps de calcul et précision de l'asservissement. La solution résultante combine ainsi les avantages de la commande prédictive avec la simplicité de mise en œuvre de la méthode du couple précalculé et le temps de calcul rapide d'un contrôleur de type PID.

En dépit de toutes ces simplifications, les résultats expérimentaux obtenus sur un pendule simple à transmission directe et sur un robot parallèle entraîné par câbles à 6 ddls ont montré que la commande prédictive, telle que présentée dans ce chapitre, permet un meilleur suivi des consignes que les contrôleurs typiquement utilisés dans la robotique actuelle. Cette supériorité s'est montrée particulièrement dominante dans le contexte où la dynamique du manipulateur devenait réellement apparente aux actionneurs, comme la tendance le veut dans le domaine de l'ipHR. De plus, les solutions exactes simplifiées de la commande optimale utilisée dans cette expérimentation se sont avérées faciles d'implantation et, chiffres à l'appui, peu exigeantes en terme de charge de calcul, contournant ainsi deux des principaux inconvénients de l'adaptation de la commande prédictive aux manipulateurs.

L'ensemble de ces caractéristiques fait de cette commande une piste intéressante à considérer pour l'asservissement des robots destinés à interagir physiquement avec l'humain.

Conclusion



- Jorge Cham

Donner la capacité à un robot d'interagir physiquement et de coopérer avec les humains a été le *leitmotiv* de cette thèse. Plusieurs obstacles se posent toutefois entre la réussite de cet objectif et l'état actuel de la robotique. Pour permettre une coopération harmonieuse entre les deux parties, il faudra notamment que le robot adopte un comportement qui semblera intuitif à l'humain, de manière à exploiter la capacité naturelle de celui-ci à coopérer avec ses semblables. Souvent, ces performances attendues ont été limitées par des compromis faits au détriment de la stabilité. Ce dernier point représente un défi important en situation d'ipHR puisqu'il a des répercussions sur la sécurité humaine. Le comportement idéal à adopter à l'effecteur et qui permet une bonne coopération n'est cependant pas l'unique préoccupation en ce qui concerne la commande des

robots d'ipHR. La proximité physique entre les deux parties, que requiert l'application de ce concept, implique que le robot soit en mesure de percevoir son environnement et de réagir de manière à éviter les contacts en tout point entre lui et son environnement. Au-delà de ces nouveaux requis chez un robot, les manipulateurs d'ipHR devront naturellement être capables d'accomplir ce que leurs ancêtres industriels pouvaient réaliser, c'est-à-dire générer des mouvements de manière autonome. L'ensemble de ces comportements exigés par le contexte de l'ipHR se traduira inévitablement par une complexité accrue des contrôleurs. Il y a donc un besoin certain pour des lois de commande se combinant harmonieusement, réduisant ainsi la complexité d'intégration.

En proposant des solutions à ces multiples défis, cette thèse représente un avancement pertinent vers l'avènement de robots d'ipHR aux capacités sans précédent.

Le chapitre 1 de cette thèse a abordé la problématique de la commande intuitive en situation d'interaction physique. Suivant une brève introduction à la problématique de la commande des robots d'ipHR en mode coopératif, une loi de commande par admittance adaptative, permettant de contourner les désavantages associés à l'utilisation d'un modèle fixe, a été proposée. En utilisant la dérivée temporelle du vecteur des forces au point d'interaction pour prédire les intentions futures de l'humain, le comportement résultant de l'application de cette loi de commande s'est avéré, en situation expérimentale, beaucoup plus intuitif pour l'humain, avec comme incidence une efficacité accrue de l'interaction entre les deux parties.

Le chapitre 2 a plutôt étudié le problème de la stabilité du comportement résultant de l'utilisation de la commande par admittance sur les robots, en modélisant et en analysant le schéma d'interaction liant l'humain et le robot en situation de tâche coopérative. Cette analyse, basée sur la théorie de Lyapunov, a conduit à une équation simple représentant la frontière de stabilité du système. En inversant cette relation, il a été possible de déterminer des équations décrivant la valeur critique des paramètres d'admittance en vue de créer de nouvelles lois à coefficients variables garantissant en tout temps un comportement stable à l'effecteur. Une série d'expérimentations impliquant humains et robots ont permis de démontrer que ces équations prédisent avec suffisamment de précision l'instabilité d'un système d'ipHR commandé en admittance.

En utilisant les travaux réalisés dans les deux premiers chapitres de cette thèse, le dernier chapitre de la première partie de cette thèse a présenté une loi de commande

qui, cette fois-ci, est à la fois intuitive et stable. Au préalable, puisque les équations de stabilité trouvées au chapitre 2 sont fonctions de la raideur au point d'interaction, une méthode pour déterminer adéquatement celle-ci en temps réel a été proposée. L'expérimentation réalisée dans ce chapitre a clairement démontré que cette nouvelle loi de commande représente une solution complète et performante pour la génération de mouvements coopératifs.

Dans la deuxième partie de cette thèse, les modes alternatifs d'opération requis par l'application du concept d'ipHR ont été couverts et une solution unifiant l'ensemble des équations de commande résultantes a été introduite.

Le chapitre 4 a ainsi porté sur le problème des contacts non-désirés entre un robot et son environnement. Afin de maintenir l'amplitude de ceux-ci à un niveau sécuritaire pour l'humain, une solution permettant à un robot de réagir de manière naturelle à ces contacts en tout point sur ses membrures a été proposée. Afin de rendre plus efficace l'activité de coopération entre humains et robots, cette solution permet à la fois de s'adapter aux contraintes imposées par les contacts perçus par l'utilisation d'une commande par admittance étendue, tout en continuant le mieux possible la réalisation de la tâche demandée à l'effecteur. Le chapitre s'est conclu sur la démonstration expérimentale que cette approche de commande, lorsqu'implantée sur un robot aux capacités dynamiques suffisantes, est en mesure de réduire considérablement l'amplitude maximale de la force en situation de collision.

Le chapitre 5 a brièvement traité des sujets bien connus de la génération de trajectoires et de la production de mouvements en mode autonome, en introduisant une solution s'inspirant des systèmes de commande humains et basés une fois de plus sur la commande par admittance. Cette équation similaire à celle utilisée dans la partie 1 traitant de la commande à l'effecteur des robots en mode coopératif a été employée afin de faciliter la transition entre les différents modes d'opération, diminuant ainsi grandement la complexité du contrôleur associé. Ce chapitre s'est terminé par la présentation d'un contrôleur unifié intégrant l'ensemble des modes d'opération au sein d'une même série d'équations et par l'introduction d'une technique d'implantation de ce contrôleur.

Dans l'intention de couvrir la problématique de la commande des robots d'ipHR à tous les niveaux, la troisième et dernière partie de cette thèse a porté sur les défis liés à l'asservissement de ce type de robots à la mécanique particulière. Basé sur la prémisse

que le contexte de l'ipHR implique que ces robots soient mécaniquement conçus différemment des manipulateurs d'aujourd'hui, il est clair que les régulateurs conventionnels ne permettront pas un asservissement adéquat de cette nouvelle génération de robots.

Ainsi, le chapitre 6 a présenté une méthode d'asservissement alternative se voulant mieux adaptée aux robots hautement non linéaires, basée sur une technique de régulation bien connue dans l'industrie pétro-chimique et appelée *commande prédictive*. Des simplifications justifiées ont permis l'adaptation réussie à la commande des manipulateurs, de cette méthode jusqu'à maintenant mal adaptée aux fréquences de fonctionnement élevées des robots. Suivant une introduction générale à la commande prédictive, une série d'équations permettant d'intégrer de manière récursive la dynamique d'un manipulateur dans les prédictions a été présentée. La commande prédictive étant basée sur la minimisation d'un critère sur un horizon de prédiction donné, une expression générale de ce critère incluant les équations de prédiction trouvées, a été introduite. Ce chapitre s'est terminé par la solution exacte à ce critère, donnant ainsi l'expression de la commande optimale à appliquer à l'instant présent.

Quoique requérant une faible puissance de calcul permettant ainsi l'utilisation de la commande prédictive en robotique, la solution générale proposée au chapitre 6 est relativement lourde d'implantation, rendant peu attrayante son utilisation par rapport à ses bénéfices. Ainsi, le chapitre 7 a introduit une version encore plus simplifiée de cette commande, mais gardant l'essentiel des performances de celle-ci. Finalement, dans l'intention de fournir une démonstration des avantages réels découlant de l'utilisation de cette technique nouvelle d'asservissement, ainsi que de montrer la faible demande en temps de calcul de celle-ci, ce chapitre s'est achevé sur une série d'expérimentations comparant favorablement la commande prédictive aux performances obtenues par d'autres contrôleurs.

Travaux futurs

Dire qu'il n'y a plus rien à réaliser dans le domaine de la commande appliquée à l'ipHR serait hautement erroné. Ce volet de recherche en robotique est l'un des domaines par lesquels émergera l'autonomie nécessaire aux robots plus évolués tels que les humanoïdes. En dépit des premiers pas faits dans cette thèse sur la problématique de

réaction aux collisions, il est clair qu'il reste de la place notamment pour des algorithmes plus évolués, capables de traiter différemment les contacts selon leur nature. En effet, la solution présentée dans cette thèse face à ce problème ne fait aucune distinction entre contact volontaire ou involontaire. Certes, le type de commande employé dans cette situation permet une réponse modulée en fonction de l'intensité de ce contact ; cependant, la réponse obtenue sera de même nature peu importe le contact, c'est-à-dire un mouvement d'éloignement. Il serait donc pertinent de permettre à un robot de réagir de manière différentes en fonction de la nature du contact.

De plus, pour tracer un chemin continu vers la robotique pleinement adaptée à évoluer à nos côtés, plusieurs progrès significatifs devront être réalisés en ce qui a trait à la commande de haut niveau des robots d'ipHR. Alors que les comportements résultant des équations de commande présentées dans cette thèse s'apparentent davantage à la création de réflexes primaires, les équations de demain devraient tendre davantage vers l'intelligence artificielle et viser l'augmentation des capacités de prise de décision des robots, leur permettant ainsi une meilleure autonomie.

Cependant, en dépit de ces ouvertures certaines dans la recherche liée à la commande des robots d'ipHR, les travaux de cette thèse ont permis de constater que le manque de technologies avancées de capteurs mettait un frein sérieux au développement d'algorithmes de commande évolués. Tout comme chez l'humain, l'intelligence et l'autonomie d'un robot devront nécessairement s'appuyer sur une capacité sensorielle adéquate. Au point où nous en sommes aujourd'hui, il reste une infinité d'algorithmes de commande pouvant être imaginés, mais à défaut de capteurs adéquats fournissant les mesures nécessaires, ceux-ci seront difficilement utilisables sur des robots réels. Les travaux rapportés dans le chapitre 4 en sont un bon exemple ; bien que théoriquement valides, l'absence au niveau commercial de capteurs permettant la localisation en tout point sur la surface d'un robot d'un contact et de son intensité empêche actuellement l'utilisation adéquate de cette méthode. Des progrès dans ce domaine devront donc être réalisés afin de permettre aux spécialistes de la commande d'innover et de repousser les limites de l'autonomie des robots actuels.

Bibliographie

- [1] ADAMS, R., AND HANNAFORD, B. Stable haptic interaction with virtual environments. In *IEEE Transactions on robotics and Automation* (1999), vol. 15, pp. 465–474.
- [2] AL-JARRAH, O., AND Y.F., Z. Arm-manipulator coordination for load sharing using compliant control. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, Montpellier, France* (1996), vol. 2, pp. 1000–1005.
- [3] ALBU-SCHÄFFER, A., OTT, C., AND HIRZINGER, G. A Unified Passivity-based Control Framework for Position, Torque and Impedance Control of Flexible Joint Robots. In *The International Journal of Robotics Research* (2007), vol. 26, p. 23.
- [4] ANDERSON, R. J. Passive computed torque algorithms for robot. In *Conference on Decision and Control, Tampa Bay, États-Unis* (1989), vol. 2, pp. 1638–1644.
- [5] ANSI/RIA. *ANSI/RIA R15.06-1999 American National Standard for Industrial Robots and Robot Systems - Safety Requirements*. ANSI/RIA, 1999.
- [6] BERLIN, F., AND FRANK, P. M. Robust predictive robot control. In *International Conference on Advanced Robotics, Montpellier, France* (1991), vol. 2, pp. 1493–1496.
- [7] BESTAOU, Y., AND BENMERZOUK, D. A sensity analysis of the computed torque technique. In *American Control Conference, Seattle, États-Unis* (1995), vol. 6, pp. 4458–4459.

- [8] BICCHI, A., PESHKIN, M., AND COLGATE, E. Safety for physical human-robot interaction. In *Springer Handbook of Robotics* (2008), pp. 1335–1348.
- [9] BORST, C., WIMBÖCK, T., SCHMIDT, F., FUCHS, M., BRUNNER, B., ZACHARIAS, F., GIORDANO, P., KONIETSCHKE, R., SEPP, W., FUCHS, S., ET AL. Rollin’Justin-Mobile Platform with Variable Base. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, Kobe, Japan* (2009), pp. 1169–1174.
- [10] BOUCHARD, S., AND GOSSELIN, C. Workspace optimization of a very large cable-driven parallel mechanism for a radiotelescope application. In *ASME International Design Engineering Technical Conferences, Mechanics and Robotics Conference, Philadelphia, États-Unis* (2007).
- [11] BREAZEAL, C. *Designing sociable robots*. Bradford Book, 2002.
- [12] BREAZEAL, C. Social interactions in HRI : The robot view. In *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C : Applications and Reviews* (2004), vol. 34, IEEE, pp. 181–186.
- [13] BREAZEAL, C., AND SCASSELLATI, B. Infant-like social interactions between a robot and a human caretaker. In *Adaptive Behavior* (2000), vol. 8, pp. 49–74.
- [14] BREAZEAL, C., SIEGEL, M., BERLIN, M., GRAY, J., GRUPEN, R., DEEGAN, P., WEBER, J., NARENDRAN, K., AND MCBEAN, J. Mobile, dexterous, social robots for mobile manipulation and human-robot interaction. In *ACM Siggraph 2008 new tech demos, Los Angeles, États-Unis* (2008), pp. 27–33.
- [15] BURDET, E., OSU, R., FRANKLIN, D., MILNER, T., AND KAWATO, M. The central nervous system stabilizes unstable dynamics by learning optimal impedance. In *Nature* (2001), vol. 414, pp. 446–9.
- [16] CAMACHO, E., AND BORDONS, C. *Model predictive control*. Springer Verlag, 2004.
- [17] CHEAH, C., AND WANG, D. Learning impedance control for robotic manipulators. In *IEEE Transactions on Robotics and Automation* (1998), vol. 14, pp. 452–465.
- [18] CHEN, S., AND KAO, I. Conservative Congruence Transformation for Joint and Cartesian Stiffness Matrices of Robotic Hands and Fingers. In *The International Journal of Robotics Research* (2000), vol. 19, p. 835.
- [19] CLARKE, D., MOHTADI, C., AND TUFFS, P. Generalized predictive control algorithm. In *Automatica* (1987), vol. 23, pp. 137–160.

- [20] COLGATE, J., PESHKIN, M., AND KLOSTERMEYER, S. Intelligent assist devices in industrial applications : a review. In *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Las Vegas, États-Unis* (2003), vol. 3, pp. 1642–1647.
- [21] COMPAS, J. M., DECARREAU, P., LANQUETIN, G., ESTIVAL, J., AND RICHALET, J. Industrial application of predictive functional control to rolling mill, fast robot, river dam. In *IEEE Conference on Control Applications, Glasgow, Scotland* (1994), vol. 3, pp. 1643–1655.
- [22] CORTEVILLE, B., AERTBELIEN, E., DE SCHUTTER, J., AND VAN BRUSSEL, H. Human-inspired robot assistant for fast point-to-point movements. In *International Conference on Robotics and Automation, Rome, Italie* (2007), pp. 3639–3644.
- [23] CUTKOSKY, M. R., HOWE, R. D., AND PROVANCHER, W. R. Force and tactile sensors. In *Springer Handbook of Robotics* (2008), pp. 455–476.
- [24] CUTLER, C. Dynamic matrix control : An optimal multivariable control algorithm with constraints. In *Dissertation Abstracts International Part B : Science and Engineering* (1984), vol. 44, pp. 192–201.
- [25] D.A.LAWRENCE. Impedance control stability properties in common implementations. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, Philadelphia, États-Unis* (1988), pp. 1185–1190.
- [26] DAUTENHAHN, K. Design issues on interactive environments for children with autism. In *International Conference on Disability, Virtual Reality and Associated Technologies, Alghero, Italie* (2000), pp. 153–161.
- [27] DE LUCA, A., ALBU-SCHÄFFER, A., HADDADIN, S., AND HIRZINGER, G. Collision detection and safe reaction with the DLR-III lightweight manipulator arm. In *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Beijing, China* (2006), pp. 1623–1630.
- [28] DE SANTIS, A., SICILIANO, B., DE LUCA, A., AND BICCHI, A. An atlas of physical human–robot interaction. In *Mechanism and Machine Theory* (2008), vol. 43, pp. 253–270.
- [29] DESBIENS, A., HODOUIN, D., AND PLAMONDON, E. Global predictive control : A unified control structure for decoupling setpoint tracking, feedforward compensation and disturbance rejection dynamics. In *IEEE Proceedings on Control Theory and Applications* (2000), vol. 147, pp. 465–475.

- [30] DUCHAINE, V., LAUZIER, N., AND GOSSELIN, C. On the Design of Human-Safe Robot Manipulators. In *Advances in Robot Manipulators* (2009), Inteh Publishing.
- [31] DUCHAINE, V., LAUZIER, N., LACASSE, M., BARIL, M., AND GOSSELIN, C. A Flexible Robot Skin for Safe Physical Human Robot Interaction. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, Kobe, Japon* (2009), pp. 3606–3611.
- [32] EDSINGER, A., AND WEBER, J. Domo : A force sensing humanoid robot for manipulation research. In *IEEE International Conference on Humanoid Robots, Santa Monica, Los Angeles, USA* (2004), pp. 678–683.
- [33] ENGEL, J., CHEN, J., AND LIU, C. Development of polyimide flexible tactile sensor skin. In *Journal of Micromechanics and Microengineering* (2003), vol. 13, pp. 359–366.
- [34] FLASH, T., AND HOGAN, N. The coordination of arm movements : An experimentally confirmed mathematical model. In *The journal of Neuroscience* (1985), vol. 5, pp. 1688–1703.
- [35] FORLIZZI, J., AND DISALVO, C. Service robots in the domestic environment : a study of the roomba vacuum in the home. In *1st ACM SIGCHI/SIGART conference on Human-robot interaction, Utah, États-Unis* (2006), pp. 265–271.
- [36] FRANKLIN, D., SO, U., KAWATO, M., AND MILNER, T. Impedance Control Balances Stability With Metabolically Costly Muscle Activation. In *Journal of Neurophysiology* (2004), vol. 92, Am Physiological Soc, pp. 3097–3105.
- [37] GILBERT, G. Positive Definite Matrices and Sylvester’s Criterion. In *The American Mathematical Monthly* (1991), vol. 98, pp. 44–46.
- [38] GOMI, H., AND OSUI, R. Task-dependent viscoelasticity of human multijoint arm and its spatial characteristics for interaction with environments. In *Journal of Neuroscience* (1998), vol. 21, pp. 8965–8978.
- [39] GOSSELIN, C., AND HADJ-MESSAOUD, A. Automatic planning of smooth trajectories for pick-and-place operations. In *Journal of Mechanical Design* (1993), vol. 115, pp. 450–456.
- [40] GOSSELIN, C., MASOULEH, M., DUCHAINE, V., RICHARD, P., FOUCAULT, S., AND KONG, X. Parallel Mechanisms of the Multipterion Family : Kinematic Architectures and Benchmarking. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, Rome, Italie* (2007), pp. 555–560.

- [41] GOSSELIN, C. M., KONG, X., FOUCAULT, S., AND BONEV, I. A fully decoupled 3-dof translational parallel mechanism. In *Parallel Kinematic Machines International Conference, Chemnitz, Germany* (2004), vol. 1, pp. 595–610.
- [42] GRUNWALD, G., SCHREIBER, G., ALBU-SCHÄFFER, A., AND HIRZINGER, G. Touch : The direct type of human interaction with a redundantservice robot. In *IEEE International Workshop on Robot and Human Interactive Communication, Bordeaux-Paris, France* (2001), pp. 347–352.
- [43] HADDADIN, S., ALBU-SCHÄFFER, A., DE LUCA, A., AND HIRZINGER, G. ‘Collision detection and reaction : A contribution to safe physical human-robot interaction. In *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Nice, France* (2008), pp. 227–232.
- [44] HADDADIN, S., ALBU-SCHÄFFER, A., AND HIRZINGER, G. Safety evaluation of physical human-robot interaction via crash-testing. In *Robotics : Science and Systems Conference, Atlanta, États-Unis* (2007), pp. 217–224.
- [45] HADDADIN, S., ALBU-SCHÄFFER, A., AND HIRZINGER, G. The role of the robot mass and velocity in physical human-robot interaction-Part I : Non-constrained blunt impacts. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, Pasadena, États-Unis* (2008), pp. 1331–1338.
- [46] HADDADIN, S., ALBU-SCHÄFFER, A., AND HIRZINGER, G. The role of the robot mass and velocity in physical human-robot interaction-Part II : Constrained blunt impacts. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, Pasadena, États-Unis* (2008), pp. 1339–1345.
- [47] HEDJAR, R., AND BOUCHER, P. Nonlinear receding-horizon control of rigid link robot manipulators. In *International Journal of Advanced Robotic Systems* (2005), vol. 2, pp. 15–24.
- [48] HEDJAR, R., TOUMI, R., BOUCHER, P., AND DUMUR, D. Finite horizon nonlinear predictive control by the taylor approximation : Application to robot tracking trajectory. In *International Journal of Applied Mathematic and Science* (2005), vol. 15, pp. 527–540.
- [49] HEINZMANN, J., AND ZELINSKY, A. Quantitative safety guarantees for physical human-robot interaction. In *The International Journal of Robotics Research* (2003), vol. 22, p. 479.
- [50] HELMS, E., SCHRAFT, R., AND HAGELE, M. rob@work : Robot assistant in industrial environments. In *IEEE International Workshop on Robot and Human interactive Communication, Berlin, Germany* (2002), pp. 399–404.

- [51] HOGAN, N. Impedance control : An approach to manipulation. In *American Control Conference* (1982), vol. 21.
- [52] HOGAN, N. Impedance control : An approach to manipulation, part 1- Teory. In *Journal of Dynamic systems, measurements, and control* (1985), vol. 107, pp. 1–7.
- [53] HOGAN, N. Impedance control : An approach to manipulation, part 2 - Implementation. In *Journal of Dynamic systems, measurements, and control* (1985), vol. 107, pp. 8–16.
- [54] HOGAN, N. Impedance control : An approach to manipulation, part 3 - Applications. In *Journal of Dynamic systems, measurements, and control* (1985), vol. 107, pp. 17–24.
- [55] HORGAN, S., AND VANUNO, D. Robots in laparoscopic surgery. In *Journal of Laparoendoscopic & Advanced Surgical Techniques* (2001), vol. 11, Mary Ann Liebert, Inc., pp. 415–419.
- [56] HOSHI, T., AND SHINODA, H. A tactile sensing element for a whole body robot skin. In *International Symposium on Robotics, Tokyo, Japon* (2005), pp. 295–300.
- [57] IKEURA, R., AND INOOKA, H. Variable impedance control of a robot for cooperation with a human. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, Nagoya, Japon* (1995), vol. 3, pp. 3097–3102.
- [58] IKEURA, R., MONDEN, H., AND INOOKA, H. Cooperative motion control of a robot and a human. In *International Workshop on Robot and Human Communication, Nagoya, Japon* (1994), pp. 112–117.
- [59] IKEURA, R., MORIGUCHI, T., AND MIZUTANI, K. Optimal variable impedance control for a robot and its application to lifting an object with a human. In *IEEE International Workshop on Robot and Human Interactive Communication* (2002), pp. 1500–1505.
- [60] IWATA, H., HOSHINO, H., MORITA, T., AND SUGANO, S. Force detectable surface covers for humanoid robots. In *Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, Como, Italie* (2001), vol. 2, pp. 687–692.
- [61] JARRASSE, N., PAIK, J., PASQUI, V., AND MOREL, G. How can human motion prediction increase transparency? In *International Conférence on Robotics and Automation, Passadena, États-Unis* (2008), pp. 2134–2139.
- [62] KALMAN, R. Contributions to the theory of optimal control. In *Bull. Soc. Math. Mex.* (1960), pp. 102–119.

- [63] KALMAN, R. A new approach to linear filtering and prediction problems. In *Transaction of ASME, Journal Basic Engineering* (1960), pp. 35–45.
- [64] KAWAMOTO, H., AND SANKAI, Y. Power assist method based on phase sequence and muscle force condition for HAL. In *Advanced Robotics* (2005), vol. 19, VSP, an imprint of Brill, pp. 717–734.
- [65] KAZEROONI, H. Stability and performance of human-robot interaction. In *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics* (1989), vol. 2, pp. 494–497.
- [66] KAZEROONI, H., RACINE, J., HUANG, L., AND STEGER, R. On the control of the berkeley lower extremity exoskeleton (BLEEX). In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, Detroit, États-unis* (2005), vol. 4, pp. 4353–4359.
- [67] KEARNEY, R., AND HUNTER, I. System identification of human joint dynamics. In *Critical Reviews in Biomedical Engineering* (1990), vol. 18, pp. 55–87.
- [68] KHATIB, O. Dynamic control of manipulators in operational space. In *Sixth CISM-IFTOMM Congress on Theory of Machines and Mechanisms, New Delhi, India* (1983), pp. 1128–1131.
- [69] KHATIB, O. A unified approach for motion and force control of robot manipulators- The operational space formulation. In *IEEE Journal of Robotics and Automation* (1987), vol. 3, pp. 43–53.
- [70] KIKUCHI, T., IKEDA, K., KAKEHASHI, T., OTSUKI, K., AND FURUSHO, J. Development of compact mrf clutch for human-friendly actuator. In *ROMANSY 17 : Robot Design, Dynamics, and Control, Tokyo, Japon* (2008), pp. 359–364.
- [71] KOBAYASHI, S., MUIS, A., AND OHNISHI, K. Sensorless cooperation between human and mobile manipulator. In *IEEE International Conference on Industrial Technology, Hong Kong, Hong Kong* (2005), pp. 811– 816.
- [72] KOSUGE, K., AND KAZAMURA, N. Control of a robot handling an object in cooperation with a human. In *IEEE International Workshop on Robot and Human Communication* (1997), pp. 142–147.
- [73] KOZIMA, H., AND NAKAGAWA, C. Interactive robots as facilitators of children’s social development. In *Mobile robots : Towards new applications. Vienna : Advanced Robotic Systems* (2006), pp. 269–286.
- [74] KOZIMA, H., NAKAGAWA, C., AND YANO, H. Using robots for the study of human social development. In *AAAI Spring Symposium on Developmental Robotics, Palo Alto, USA* (2005), pp. 118–123.

- [75] KULIC, D., AND CROFT, E. Safe planning for human-robot interaction. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, Barcelone, Espagne* (2004), vol. 2.
- [76] KUMAR, R., BERKELMAN, P., GUPTA, P., BARNES, A., JENSEN, P., WHITCOMB, L., AND TAYLOR, R. Preliminary experiments in cooperative human/robot force control for robot assisted microsurgical manipulation. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, San-Fransisco, États-Unis* (2000), vol. 1, pp. 610–617.
- [77] KWON, J., AND HANNAFORD, B. Stability guaranteed control : time domain passivity approach. In *Transaction on Control Systems Technology* (2004), vol. 12, pp. 860–868.
- [78] LACQUANITI, F., LICATA, F., AND SOECHTING, J. The mechanical behavior of the human forearm in response to transient perturbations. In *Biological Cybernetics* (1982), vol. 44, Springer, pp. 35–46.
- [79] LAURIA, M., LEGAULT, M., LAVOIE, M., AND MICHAUD, F. Differential elastic actuator for robotic interaction tasks. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, Passadena, États-Unis* (2008), pp. 3606–3611.
- [80] LAUZIER, N., GOSSELIN, C., LALIBERTÉ, T., AND TREMBLAY, P. Adaptive gravity compensation of decoupled parallel and serial manipulators using a passive hydraulic transmission. In *The Institution of Mechanical Engineers, Part C : Journal of Mechanical Engineering Science* (2009), Professional Engineering Publishing, pp. 1–9.
- [81] LAUZIER, N., GRENIER, M., AND GOSSELIN, C. 2 DOF Cartesian Force Limiting Device for Safe Physical Human-Robot Interaction. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, Kobe, Japon* (2009), pp. 3606–3611.
- [82] LEWIS, F., JAGANNATHAN, S., AND YEŞİLDIREK, A. *Neural network control of robot manipulators and nonlinear systems*. CRC, 1998.
- [83] LYAPUNOV, A. The general problem of the stability of motion. In *International Journal of Control* (1992), vol. 55, Taylor & Francis, pp. 531–534.
- [84] LYDOIRE, F., AND POIGNET, P. Non linear model predictive control via interval analysis. In *IEEE Conference on Decision and Control, Séville, Espagne* (2005), pp. 3771–3776.
- [85] MAEDA, Y., TAKAHASHI, A., HARA, T., AND ARAI, T. Human-robot cooperation with mechanical interaction based on rhythm entrainment-realization

- of cooperative rope turning. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, Seoul, Corée* (2001), vol. 4, pp. 3477–3482.
- [86] MASSIE, T., AND SALISBURY, J. The phantom haptic interface : A device for probing virtual objects. In *Proceedings of the ASME Winter Annual Meeting, Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems*, (1994), vol. 55, pp. 295–300.
- [87] MICHALSKA, H., AND MAYNE, D. Robust receding horizon control of constrained nonlinear systems. In *IEEE Transactions on Automatic Control* (1993), vol. 38, pp. 1623–1633.
- [88] MIDDLETONE, R., AND GOODWIN, G. Adaptive computed torque control for rigid link manipulators. In *IEEE Conference on Decision and Control, Athènes, Grèce* (1986), vol. 25, pp. 24–39.
- [89] MORARI, M., AND H. LEE, J. Model predictive control : past, present and future. In *Computers and Chemical Engineering* (1999), vol. 23, Elsevier, pp. 667–682.
- [90] MUSSA-IVALDI, F., HOGAN, N., AND BIZZI, E. Neural, mechanical, and geometric factors subserving arm posture in humans. In *Journal of Neuroscience* (1985), vol. 5, Society Neuroscience, pp. 2732–2743.
- [91] NAKAMURA, Y. *Advanced robotics : redundancy and optimization*. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc. Boston, MA, USA, 1990.
- [92] PARK, J.-J., SONG, J.-B., AND KIM, H.-S. Safe joint mechanism based on passive compliance for collision safety. In *Recent Progress in Robotics : Viable Robotic Service to Human* (2008), pp. 49–61.
- [93] POIGNET, P., AND GAUTIER, M. Nonlinear model predictive control of a robot manipulator. In *International Workshop on Advanced Motion Control, Noyoga, Japon* (2000), pp. 401–406.
- [94] PRATT, G., AND WILLIAMSON, M. Series elastic actuators. In *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Pittsburgh, États-Unis* (1995), vol. 1, pp. 399–406.
- [95] PRATT, G., AND WILLIAMSON, M. Series elastic actuators. In *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Pittsburgh, États-Unis* (1995), vol. 1, pp. 399–406.
- [96] RAHMAN, M., IKEURA, R., AND MIZUTANI, K. Investigating the impedance characteristic of human arm for development of robots to co-operate with human

- operators. In *IEEE International Conference on systems, Man, and Cybernetics, Tucson, États-Unis* (1999), vol. 2, pp. 676–681.
- [97] RICHALET, J., ABU, E., ARBER, C., KUNTZE, H., JACUBASCH, A., AND SCHILL, W. Predictive functional control : application to fast and accurate robots. In *IFAC World Congress, Albuquerque, États-Unis* (1997), pp. 337–342.
- [98] RICHALET, J., RAULT, A., TESTUD, J., AND PAPON, J. Model predictive heuristic control : Applications to industrial processes. In *Automatica* (1978), vol. 14, pp. 413–428.
- [99] RYU, J., PREUSCHE, C., HANNAFORD, B., AND HIRZINGER, G. Time domain passivity control with reference energy following. In *IEEE Transactions on Control Systems Technology* (2005), vol. 13, pp. 737–742.
- [100] SAKAGAMI, Y., WATANABE, R., AOYAMA, C., MATSUNAGA, S., HIGAKI, N., FUJIMURA, K., LTD, H., AND SAITAMA, J. The intelligent ASIMO : System overview and integration. In *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System, Lausanne, Switzerland* (2002), vol. 3, pp. 1684–1689.
- [101] SALISBURY, J. Active stiffness control of a manipulator in Cartesian coordinates. In *IEEE conference on Decision and Control including the Symposium on Adaptive Processes* (1980), vol. 19, pp. 176–181.
- [102] SAMSON, C. Commande non-linéaire robuste des robots manipulateurs. In *INRIA, Rapport de recherche* (1983), vol. 1, pp. 1–53.
- [103] SCHREMPF, O., U.D., H., SCHMIDT, A., AND WURM, H. A novel approach to proactive human-robot cooperation. In *IEEE International Workshop on Robots and Human Interactive Communication, Nashville, États-Unis* (2005), vol. 5, pp. 555–560.
- [104] SERAJI, H. Adaptive admittance control : An approach to explicit force control in compliant motion. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation* (1994), IEEE, pp. 2705–2705.
- [105] SHIMOJO, M., NAMIKI, A., ISHIKAWA, M., MAKINO, R., AND MABUCHI, K. A tactile sensor sheet using pressure conductive rubber with electrical-wires stitched method. In *IEEE Sensors Journal* (2004), vol. 4, pp. 589–596.
- [106] SHIN, D., SARDELLITTI, I., AND KHATIB, O. A hybrid actuation approach for human-friendly robot design. In *International conférence on Robotics and Automation, Pasadena, USA* (2008), pp. 1741–1746.
- [107] SISTU, P., AND BEQUETTE, B. Nonlinear predictive control of uncertain processes : Application to a CSTR. In *AIChE Journal* (1991), vol. 37, pp. 1711–1723.

- [108] SLOTINE, J.-J. E. The robust control of robot manipulators. In *The International Journal of Robotics Research* (1985), vol. 4, pp. 49–64.
- [109] SLOTINE, J.-J. E., AND LI, W. Adaptive strategies in constrained manipulation. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, New Orleans, États-Unis* (1987), vol. 4, pp. 595–601.
- [110] SLOTINE, J.-J. E., AND LI, W. Adaptive manipulator control a case study. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, Albuquerque, États-Unis* (1997), vol. 4, pp. 1392–1400.
- [111] SOMEYA, T., SEKITANI, T., IBA, S., KATO, Y., KAWAGUCHI, H., AND SAKURAI, T. A large-area, flexible pressure sensor matrix with organic field-effect transistors for artificial skin applications. In *Proceedings of the National Academy of Sciences* (2004), vol. 101, National Acad Sciences, pp. 9969–9978.
- [112] SURDILOVIC, D. Contact stability issues in position based impedance control : Theory and experiments. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, Minneapolis, États-Unis* (1996), vol. 4, pp. 1675–1681.
- [113] TAKUBO, T., ARAI, H., HAYASHIBARA, Y., AND TANIE, K. Human-robot cooperative manipulation using a virtual nonholonomic constraint. In *International Journal of Robotics Research* (2002), vol. 21, MIT Press, pp. 541–553.
- [114] TSETSERUKOU, D., TADAKUMA, R., KAJIMOTO, H., KAWAKAMI, N., AND TACHI, S. Development of a Whole-Sensitive Teleoperated Robot Arm using Torque Sensing Technique. In *Second Joint EuroHaptics Conference and Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems, Tsukuba, Japon* (2007), pp. 476–481.
- [115] TSUJI, T., MORASSO, P., GOTO, K., AND ITO, K. Human hand impedance characteristics during maintained posture. In *Biological cybernetics* (1995), vol. 72, Springer, pp. 475–485.
- [116] TSUJI, T., NAKAYAMA, S., ARAKI, A., AND ITO, K. Instantaneous Inverse Kinematic Solution for Redundant Manipulators Based on Virtual Arms and Its Application to Winding Control. In *JSME International Journal-Series C-Dynamics Control Robotics Design and Manufacturing* (1995), vol. 38, Tokyo : Japan Society of Mechanical Engineers, c1993-c1997., pp. 87–93.
- [117] TSUMUGIWA, T., YOKOGAWA, R., AND HARA, K. Variable impedance control based on estimation of human arm stiffness for human-robot cooperative calligraphic task. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, Washington, États-Unis* (2002), vol. 1, pp. 644–650.

- [118] TSUMUGIWA, T., YOKOGAWA, R., AND YOSHIDA, K. Stability analysis for impedance control of robot for human-robot cooperative task system. In *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, Sendai, Japon (2004)*, vol. 6, pp. 3883–3888.
- [119] UEBEL, M., MINIS, I., AND CLEARY, K. Improved computed torque control for industrial robots. In *International Conference on Robotics and Automation, Montpellier, France (1992)*, vol. 1, pp. 528–533.
- [120] VIVAS, A., POIGNET, P., AND PIERROT, F. Predictive functional control for a parallel robot. In *International Conference on Intelligent Robots and Systems, Las Vegas, États-Unis (2003)*, vol. 3, pp. 2785–2790.
- [121] WYROBEK, K., BERGER, E., VAN DER LOOS, H., AND SALISBURY, J. Towards a personal robotics development platform : Rationale and design of an intrinsically safe personal robot. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, Pasadena, États-Unis (2008)*, pp. 89–94.
- [122] YAMADA, K., GOTO, K., NAKAJIMA, Y., KOSHIDA, N., AND SHINODA, H. A sensor skin using wire-free tactile sensing elements based on optical connection. In *41st SICE Annual Conference, Osaka, Japon (2002)*, vol. 1, pp. 337–342.
- [123] YAMADA, Y., HIRASAWA, Y., HUANG, S., UMETANI, Y., AND SUITA, K. Human-robot contact in the safeguarding space. In *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics (1997)*, vol. 2, pp. 230–236.
- [124] ZHANG, Z., AND WANG, W. Predictive function control of a two link robot manipulator. In *Internationnal Conference on Mechatronics and Automation, Niagara Falls, Canada (2005)*, vol. 4, pp. 2004 – 2009.
- [125] ZINN, M., KHATIB, O., AND ROTH, B. A new actuation approach for human friendly robot design. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, Barcelone, Espagne (2004)*, vol. 1.
- [126] ZINN, M., KHATIB, O., ROTH, B., AND SALISBURY, J. Playing it safe [human-friendly robots]. In *IEEE Robotics & Automation Magazine (2004)*, vol. 11, pp. 12–21.
- [127] ZOLLO, L., SICILIANO, B., LASCHI, C., TETI, G., AND DARIO, P. An experimental study on compliance control for a redundant personal robot arm. In *Robotics and Autonomous Systems (2003)*, vol. 44, Elsevier, pp. 101–129.

Annexe A

Annexe A : Démonstration de l'effet intégrateur du terme d'erreur de modélisation d dans le schéma de la commande prédictive

Le critère de minimisation conduisant à l'obtention de la commande optimale u à appliquer à un système \hat{y}_k s'écrit :

$$J = (\hat{y}_k - r_k + d_k)^2, \quad (\text{A.1})$$

où la valeur de \hat{y} au temps k est donnée par :

$$\hat{y}_k = \mathcal{F}u_k. \quad (\text{A.2})$$

Étant donnée la forme quadratique du critère J , la valeur de u_k minimisant celui-ci se trouve lorsque :

$$\frac{\partial J}{\partial u} = (\mathcal{F}u_k - r_k + d_k) \mathcal{F} = 0. \quad (\text{A.3})$$

La résolution de cette équation nous donne la valeur optimale de la commande à appliquer :

$$u_k = \frac{(r_k - d)}{\mathcal{F}} = 0. \quad (\text{A.4})$$

Le terme $d(k)$ donnant l'erreur de modélisation est obtenu par la différence entre la sortie réelle du système y_k et celle du modèle \hat{y}_k en réponse à la commande u_k , c'est-à-dire :

$$d_{k+1} = y_k - \hat{y}_k = y_k - \mathcal{F}u_k. \quad (\text{A.5})$$

En substituant la valeur de u_k trouvée à l'équation (A.4), l'expression de l'erreur de modélisation devient :

$$d_{k+1} = y_k - \mathcal{F} \frac{(r_k - d_k)}{\mathcal{F}} = y_k - r_k + d_k. \quad (\text{A.6})$$

L'erreur entre la sortie d'un système et la consigne au temps k s'écrit :

$$e_k = y_k - r_k. \quad (\text{A.7})$$

Suivant cette définition, l'équation (A.6) peut être réécrite comme ceci :

$$d_{k+1} = e_k + d_k. \quad (\text{A.8})$$

En retournant à l'équation (A.1) jusqu'à l'équation (A.5), mais à l'instant suivant ($k + 1$), l'expression de l'erreur de modélisation vaut :

$$d_{k+1} = y_{k+1} - \hat{y}_{k+1} = y_{k+1} - \mathcal{F}u_{k+1}. \quad (\text{A.9})$$

En substituant à nouveau la valeur de u mais trouvée cette fois-ci à $k + 1$, on obtient :

$$d_{k+2} = y_{k+1} - r_{k+1} + d_{k+1}. \quad (\text{A.10})$$

En substituant la valeur trouvée de d_k à l'équation (A.8), l'expression (A.10) se réduit en vertu de l'équation (A.7) à :

$$d_{k+2} = e_{k+1} + e_k + d_k. \quad (\text{A.11})$$

Par conséquent, la valeur de l'erreur de modélisation à l'instant n sera donnée par :

$$d_{k+n} = \sum_{i=0}^n (e_{k+i}) + d_k, \quad (\text{A.12})$$

où d_k est égale à la somme des erreurs précédentes k . Cette définition est identique à celle d'un intégrateur ; par conséquent :

$$d_{k+n} = \int_{t=0}^{k+n} e(t) dt. \quad (\text{A.13})$$

Annexe B

Annexe B : Obtention des équations (7.22), (7.27), (7.49) et (7.56)

B.1 Obtention de l'équation (7.22) en partant de la dérivée de l'équation (7.20)

Le critère de minimisation étant :

$$J = \sum_{n=1}^{h_p} [\mathbf{e}(n)^T \boldsymbol{\Omega} \mathbf{e}(n) + \Delta \Gamma_k^T \boldsymbol{\Lambda} \Delta \Gamma_k],$$

où

$$\mathbf{e}(n) = \dot{\mathbf{q}}_k + nT_s \mathbf{M}^{-1} (\boldsymbol{\Gamma}_k - \mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) - (\mathbf{r}_k - \mathbf{d}_k), \quad (\text{B.1})$$

le minimum de celui-ci se trouve lorsque :

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{\Gamma}_k} = \sum_{n=1}^{h_p} \left(\frac{\partial \mathbf{e}(n)}{\partial \mathbf{\Gamma}_k} \right)^T \mathbf{\Omega} \mathbf{e}(n) + \mathbf{\Lambda} \Delta \mathbf{\Gamma}_k = 0. \quad (\text{B.2})$$

Substituer l'équation (B.1) dans cette dernière conduit à :

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{\Gamma}} = \sum_{n=1}^{h_p} ([\mathbf{f}(n) - (\mathbf{r}_k - \mathbf{d}_k)] T_s] + 2\mathbf{\Lambda} \Delta \mathbf{\Gamma}_k) = 0 \quad (\text{B.3})$$

avec

$$\mathbf{f}(n) = 2n\mathbf{M}^{-T} \mathbf{\Omega} (\dot{\mathbf{q}}_k + nT_s \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{\Gamma}_k - \mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}))). \quad (\text{B.4})$$

En manipulant cette dernière équation et en utilisant le fait que

$$\Delta \mathbf{\Gamma}_k = \mathbf{\Gamma}_k - \mathbf{\Gamma}_{k-1}, \quad (\text{B.5})$$

on obtient :

$$\sum_{n=1}^{h_p} \left(n^2 T_s^2 \mathcal{A} \mathbf{\Gamma}_k - n^2 T_s^2 \mathcal{A} \mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + n T_s \mathcal{B} \mathbf{v} + \mathbf{\Lambda} \mathbf{\Gamma}_k - \mathbf{\Lambda} \mathbf{\Gamma}_{k-1} \right) = 0, \quad (\text{B.6})$$

avec

$$\mathcal{A} = \mathbf{M}^{-T} \mathbf{\Omega} \mathbf{M}^{-1}, \quad (\text{B.7})$$

$$\mathcal{B} = \mathbf{M}^{-T} \mathbf{\Omega} \quad (\text{B.8})$$

et

$$\mathbf{v} = \dot{\mathbf{q}}_k - \mathbf{r}_k + \mathbf{d}_k. \quad (\text{B.9})$$

En isolant $\mathbf{\Gamma}_k$ de l'équation (B.6), la valeur optimale de la commande à appliquer à l'instant k fonction de l'horizon de prédiction est :

$$\mathbf{\Gamma}_k = \sum_{n=1}^{h_p} \left[n^2 T_s^2 \mathcal{A} + \mathbf{\Lambda} \right]^{-1} \left(n^2 T_s^2 \mathcal{A} \mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - n T_s \mathcal{B} \mathbf{v} + \mathbf{\Lambda} \mathbf{\Gamma}_{k-1} \right) = 0. \quad (\text{B.10})$$

En utilisant l'identité de Gauss pour la sommation des n premiers entiers :

$$\sum_{n=1}^{h_p} n = \frac{h_p(h_p + 1)}{2} \quad (\text{B.11})$$

et l'identité pour la somme des n premiers carrés d'entiers :

$$\sum_{n=1}^{h_p} n^2 = \frac{h_p(h_p + 1)(2h_p + 1)}{6}, \quad (\text{B.12})$$

l'équation (B.10) devient :

$$\mathbf{\Gamma}_k = \left[(2h_p^3 + 3h_p^2 + h_p) T_s^2 \mathcal{A} + 6\mathbf{\Lambda} \right]^{-1} \times \left((2h_p^3 + 3h_p^2 + h_p) T_s^2 \mathcal{A} \mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - 3(h_p^2 + h_p) T_s \mathcal{B} \mathbf{v} + 6\mathbf{\Lambda} \mathbf{\Gamma}_{k-1} \right), \quad (\text{B.13})$$

tel que désiré. ■

B.2 Obtention de l'équation (7.27) en partant de la dérivée de l'équation (7.26)

Le critère de minimisation étant :

$$J = \sum_{n=1}^{h_p} \left(\mathbf{e}(n)^T \mathbf{e}(n) \right), \quad (\text{B.14})$$

où

$$\mathbf{e}(n) = \dot{\mathbf{q}}_k + n\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{\Gamma}_k - \mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}))T_s - (\mathbf{r}_k - \mathbf{d}_k), \quad (\text{B.15})$$

le minimum de celui-ci se trouve lorsque :

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{\Gamma}_k} = \sum_{n=1}^{h_p} \left(\frac{\partial \mathbf{e}(n)}{\partial \mathbf{\Gamma}_k} \right)^T \mathbf{e}(n) = 0. \quad (\text{B.16})$$

Substituer l'équation (B.15) dans cette dernière conduit à :

$$\sum_{n=1}^{h_p} \left(T_s \mathbf{M}^{-1} \right)^T \left(n^2 T_s \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{\Gamma}_k - \mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) + n(\dot{\mathbf{q}}_k - \mathbf{r}_k + \mathbf{d}_k) \right) = 0. \quad (\text{B.17})$$

Puisque la matrice $(T_s \mathbf{M}^{-1})$ est constante, Le vecteur de commandes optimales fonction de l'horizon de prédiction est obtenu en trouvant les racines de la partie vectorielle de l'équation, c'est-à-dire :

$$\sum_{n=1}^{h_p} n^2 T_s \mathbf{M}^{-1} \mathbf{\Gamma}_k = \sum_{n=1}^{h_p} \left(n^2 T_s \mathbf{M}^{-1} \mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - n(\dot{\mathbf{q}}_k - \mathbf{r}_k + \mathbf{d}_k) \right) \quad (\text{B.18})$$

$$\sum_{n=1}^{h_p} n^2 \mathbf{\Gamma}_k = \sum_{n=1}^{h_p} \left(n^2 \mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - n \frac{\mathbf{M}(\dot{\mathbf{q}}_k - \mathbf{r}_k + \mathbf{d}_k)}{T_s} \right) \quad (\text{B.19})$$

$$\mathbf{\Gamma}_k = \left(\mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \frac{\sum_{n=1}^{h_p} n \mathbf{M}(\dot{\mathbf{q}}_k - \mathbf{r}_k + \mathbf{d}_k)}{\sum_{n=1}^{h_p} n^2} \right). \quad (\text{B.20})$$

En utilisant l'identité de Gauss pour la sommation des n premiers entiers donnée à l'équation (B.11) et l'identité pour la somme des n premiers carrés d'entiers donnée à l'équation (B.12), on obtient la réduction suivante :

$$\frac{\sum_{n=1}^{h_p} n}{\sum_{n=1}^{h_p} n^2} = \frac{3}{2h_p + 1}. \quad (\text{B.21})$$

En substituant ce dernier résultat dans l'équation (B.20), on obtient finalement :

$$\mathbf{\Gamma}_k = \mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \frac{3\mathbf{M}(\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{r}_k + \mathbf{d}_k)}{(1 + 2h_p)T_s} \quad (\text{B.22})$$

tel que désiré. ■

B.3 Obtention de l'équation (7.49) en partant de la dérivée de l'équation (7.46)

Le critère de minimisation étant :

$$J = \sum_{n=1}^{h_p} \left(\mathbf{m}(n)^T \mathbf{\Omega} \mathbf{m}(n) + \Delta \mathbf{\Gamma}_k^T \mathbf{\Lambda} \Delta \mathbf{\Gamma}_k \right),$$

où

$$\mathbf{m}(n) = \mathbf{q}_k + n\dot{\mathbf{q}}_k T_s - (\tilde{\mathbf{r}}_{k+n|k} - \mathbf{d}_k) + \frac{n^2}{2} \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{\Gamma}_k - \mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) T_s^2, \quad (\text{B.23})$$

le minimum de celui-ci se trouve lorsque :

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{\Gamma}_k} = \sum_{n=1}^{h_p} \left(\frac{\partial \mathbf{m}(n)}{\partial \mathbf{\Gamma}_k} \right)^T \mathbf{\Omega} \mathbf{m}(n) + \mathbf{\Lambda} \Delta \mathbf{\Gamma}_k = 0. \quad (\text{B.24})$$

Substituer l'équation (B.23) dans cette dernière conduit à :

$$\sum_{n=1}^{h_p} (n^2 T_s^2 \mathbf{M}^{-T} \mathbf{\Omega} \mathbf{m}(n) + 2\mathbf{\Lambda} \Delta \mathbf{\Gamma}_k) = 0. \quad (\text{B.25})$$

En manipulant cette dernière équation et en utilisant l'égalité suivante :

$$\Delta \mathbf{\Gamma}_k = \mathbf{\Gamma}_k - \mathbf{\Gamma}_{k-1}, \quad (\text{B.26})$$

on obtient :

$$\sum_{n=1}^{h_p} \left(\frac{n^4}{2} T_s^3 \mathcal{A} \mathbf{\Gamma}_k - \frac{n^4}{2} T_s^3 \mathcal{A} \mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + n^3 T_s^2 \mathcal{B} \dot{\mathbf{q}}_k + n^2 T_s \mathcal{B} \mathbf{w} + 2\mathbf{\Lambda} \mathbf{\Gamma}_k - 2\mathbf{\Lambda} \mathbf{\Gamma}_{k-1} \right) = 0, \quad (\text{B.27})$$

avec

$$\mathcal{A} = \mathbf{M}^{-T} \mathbf{\Omega} \mathbf{M}^{-1}, \quad (\text{B.28})$$

$$\mathcal{B} = \mathbf{M}^{-T} \boldsymbol{\Omega} \quad (\text{B.29})$$

et

$$\mathbf{w} = \mathbf{q}_k - \tilde{\mathbf{r}}_{k+n|k} + \mathbf{d}_k. \quad (\text{B.30})$$

En isolant $\boldsymbol{\Gamma}_k$ de l'équation (B.27) on trouve la valeur optimale de la commande à appliquer à l'instant k fonction de l'horizon de prédiction, c'est-à-dire :

$$\boldsymbol{\Gamma}_k = \sum_{n=1}^{h_p} \left[n^4 T_s^3 \mathcal{A} + 4\boldsymbol{\Lambda} \right]^{-1} \times \left(n^4 T_s^3 \mathcal{A} \mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - 2n^3 T_s^2 \mathcal{B} \dot{\mathbf{q}}_k - 2n^2 T_s \mathcal{B} \mathbf{w} + 4\boldsymbol{\Lambda} \boldsymbol{\Gamma}_{k-1} \right). \quad (\text{B.31})$$

En utilisant les identités de sommation :

$$\sum_{n=1}^{h_p} n = \frac{h_p(h_p + 1)}{2} = n_1 \quad (\text{B.32})$$

$$\sum_{n=1}^{h_p} n^2 = \frac{h_p(h_p + 1)(2h_p + 1)}{6} = n_2 \quad (\text{B.33})$$

$$\sum_{n=1}^{h_p} n^3 = \left(\frac{h_p(h_p + 1)}{2} \right)^2 = n_3 \quad (\text{B.34})$$

$$\sum_{n=1}^{h_p} n^4 = \frac{h_p(h_p + 1)(2h_p + 1)(3h_p^2 + 3h_p - 1)}{30} = n_4, \quad (\text{B.35})$$

l'équation (B.31) devient :

$$\boldsymbol{\Gamma}_k = \left[n_4 T_s^3 \mathcal{A} + 4\boldsymbol{\Lambda} \right]^{-1} \left(n_4 T_s^3 \mathcal{A} \mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - 2n_3 T_s^2 \mathcal{B} \dot{\mathbf{q}}_k - 2n_2 T_s \mathcal{B} \mathbf{w} + 4\boldsymbol{\Lambda} \boldsymbol{\Gamma}_{k-1} \right) \quad (\text{B.36})$$

avec

$$\mathbf{w} = \mathbf{q}_k - \mathbf{r} - n_1 \Delta \mathbf{r} + \mathbf{d}_k, \quad (\text{B.37})$$

tel que désiré. ■

B.4 Obtention de l'équation (7.56) en partant de la dérivée de l'équation (7.55)

Pour l'asservissement en position, le critère de minimisation s'écrit :

$$J = \sum_{n=1}^{h_p} \mathbf{m}(n)^T \mathbf{m}(n), \quad (\text{B.38})$$

où

$$\mathbf{m}(n) = \mathbf{q}_k + n\dot{\mathbf{q}}_k T_s - (\tilde{\mathbf{r}}_{k+n} - \mathbf{d}_k) + \frac{n^2}{2} \mathbf{M}^{-1} (\boldsymbol{\Gamma}_k - \mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) T_s^2, \quad (\text{B.39})$$

le minimum de celui-ci se trouve lorsque :

$$\frac{\partial J}{\partial \boldsymbol{\Gamma}_k} = \sum_{n=1}^{h_p} \left(\frac{\partial \mathbf{m}(n)}{\partial \boldsymbol{\Gamma}_k} \right)^T \mathbf{m}(n) = 0. \quad (\text{B.40})$$

Substituer l'équation (B.39) dans cette dernière conduit à :

$$\sum_{n=1}^{h_p} \left(T_s^2 \mathbf{M}^{-1} \right)^T \left(\frac{n^4}{4} T_s^2 \mathbf{M}^{-1} (\boldsymbol{\Gamma}_k - \mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) + \frac{n^3}{2} (\dot{\mathbf{q}}_k T_s - \Delta \mathbf{r}_k) + \frac{n^2}{2} (\mathbf{q}_k - \mathbf{r}_k + \Delta \mathbf{r}_k + \mathbf{d}_k) \right) = 0, \quad (\text{B.41})$$

où $\tilde{\mathbf{r}}_{k+n}$ a été remplacé selon l'équation (7.31) par :

$$\tilde{\mathbf{r}}_{k+n} = \mathbf{r}_k + n \Delta \mathbf{r}_k. \quad (\text{B.42})$$

Puisque la matrice $(T_s \mathbf{M}^{-1})$ est constante, le vecteur de commandes optimales fonction de l'horizon de prédiction est obtenu en trouvant les racines de la partie vectorielle de l'équation, c'est-à-dire :

$$\sum_{n=1}^{h_p} \frac{n^4}{4} T_s^2 \mathbf{M}^{-1} \boldsymbol{\Gamma}_k = \sum_{n=1}^{h_p} \left(\frac{n^4}{4} T_s^2 \mathbf{M}^{-1} \mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \frac{n^3}{2} (\dot{\mathbf{q}}_k T_s - \Delta \mathbf{r}_k) - \frac{n^2}{2} (\mathbf{q}_k - \mathbf{r}_k + \Delta \mathbf{r}_k + \mathbf{d}_k) \right) \quad (\text{B.43})$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_k = \left(\mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \frac{2\mathbf{M}}{T_s^2} \left(\frac{\sum_{n=1}^{h_p} n^3}{\sum_{n=1}^{h_p} n^4} (\dot{\mathbf{q}}_k - \Delta \mathbf{r}_k) + \frac{\sum_{n=1}^{h_p} n^2}{\sum_{n=1}^{h_p} n^4} (\mathbf{q}_k - \mathbf{r}_k + \Delta \mathbf{r}_k + \mathbf{d}_k) \right) \right). \quad (\text{B.44})$$

En utilisant les identités de sommation :

$$\sum_{n=1}^{h_p} n^2 = \frac{h_p(h_p+1)(2h_p+1)}{6} \quad (\text{B.45})$$

$$\sum_{n=1}^{h_p} n^3 = \left(\frac{h_p(h_p+1)}{2} \right)^2 \quad (\text{B.46})$$

$$\sum_{n=1}^{h_p} n^4 = \frac{h_p(h_p+1)(2h_p+1)(3h_p^2+3h_p-1)}{30}, \quad (\text{B.47})$$

on peut définir P_1 comme étant :

$$P_1 = \frac{\sum_{n=1}^{h_p} n^2}{\sum_{n=1}^{h_p} n^4} = \frac{5}{3h_p^2 + 3h_p + 1}. \quad (\text{B.48})$$

D'une manière similaire on a :

$$\frac{\sum_{n=1}^{h_p} n^3}{\sum_{n=1}^{h_p} n^4} = \frac{15h_p(h_p + 1)}{2(2h_p + 1)(3h_p^2 + 3h_p + 1)} = \frac{P_2}{P_1}, \quad (\text{B.49})$$

où P_2 est :

$$P_2 = \frac{3h_p(h_p + 1)}{2(2h_p + 1)}. \quad (\text{B.50})$$

En combinant les termes $\Delta \mathbf{r}$ dans l'équation (B.44) on obtient :

$$\left(\frac{1}{P_1} - \frac{P_2}{P_1} \right) = \frac{P_3}{P_1}, \quad (\text{B.51})$$

où

$$P_3 = -\frac{3h_p(h_p + 1)}{2(2h_p + 1)} + 1 = \frac{-3h_p^2 + h_p + 2}{4h_p + 2}. \quad (\text{B.52})$$

Finalement, en substituant ces trois équations polynomiales dans l'équation (B.44) cela conduit à :

$$\Gamma_k = \mathbf{h}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \frac{2\mathbf{M}(P_2\dot{\mathbf{q}}_k T_s + \mathbf{q}_k - \mathbf{r}_k + P_3\Delta \mathbf{r}_k + \mathbf{d}_k)}{P_1 T_s^2} \quad (\text{B.53})$$

tel que désiré. ■

Annexe C

Annexe C : Extension de l'étude de stabilité dans un espace à n dimension

Au chapitre 3, il a été supposé que l'équation scalaire (2.39) représentant la valeur critique du coefficient d'amortissement virtuel pouvait être directement étendue à un espace de dimension n . Une telle supposition sous-tend que la validité de l'analyse unidimensionnelle de stabilité effectuée au chapitre 2 peut être généralisée pour un espace de dimension n . Alors que, dans un système parfaitement découplé (matrice diagonale), il est évident que l'analyse de stabilité peut être étendue à un espace de dimension supérieure (puisqu'il n'y a aucune interférence entre les axes principaux), il n'est pas aussi évident de généraliser ce raisonnement à des systèmes où il y a couplage entre les directions. Les matrices \mathbf{K}_i et \mathbf{D}_h contenues dans l'équation de frontière obtenue au

chapitre 2 n'étant pas découplées, la preuve doit donc être faite que l'équation (2.39) est directement applicable dans un espace multidimensionnel.

C.1 Retour sur l'analyse de stabilité

La preuve logique de la validité, dans une dimension supérieure, de l'analyse de stabilité effectuée au chapitre 2 serait de refaire celle-ci en remplaçant cette fois chaque scalaire par la matrice $n \times n$ correspondante. Faire ceci implique de travailler avec la théorie des matrices blocs. Ainsi, la matrice de dynamique du système donnée à l'équation (2.17) deviendra une matrice $3n \times 3n$ contenant 9 matrices blocs $n \times n$.

$$\mathbf{A} = \frac{1}{T} \mathbf{M}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & T\mathbf{M}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} & T\mathbf{M}_{n \times n} \\ -\mathbf{K}i_{n \times n} & -(\mathbf{C} + \mathbf{D}_h)_{n \times n} & -(\mathbf{M} + T\mathbf{C})_{n \times n} \end{bmatrix}. \quad (\text{C.1})$$

En faisant appel aux propriétés de ces matrices, il est facile de refaire le chemin ayant conduit à l'équation (2.28) et d'obtenir une équation quasi identique mais où chaque scalaire est cette fois une matrice. Cependant, au meilleur des connaissances de l'auteur, l'état actuel des avancées dans le domaine des matrices blocs ne permet pas de conclure sur la définition positive de la matrice obtenue. À des fins de rappel, cette preuve est essentielle dans le cadre de la théorie de Lyapunov pour conclure sur la stabilité du système. Par conséquent, on ne peut obtenir de preuve formelle de la validité de l'expression de la frontière de stabilité dans un espace de dimension n via cette méthode.

C.2 Rotation du système de coordonnées

Une manière alternative de prouver la validité dans un espace de dimension n de l'expression de stabilité trouvée pour ce cas spécifique est de diagonaliser le système complet. Ceci implique qu'il doit exister un repère où chaque composante de l'équation de stabilité peut être simultanément exprimée sous forme diagonale. Toutes les matrices impliquées dans le présent système sont des multiples de la matrice identité, à l'exception des matrices \mathbf{K}_i et \mathbf{D}_h . Par conséquent, l'amplification procurée par ces matrices est indépendante de la direction. Il est donc possible d'exprimer ces matrices

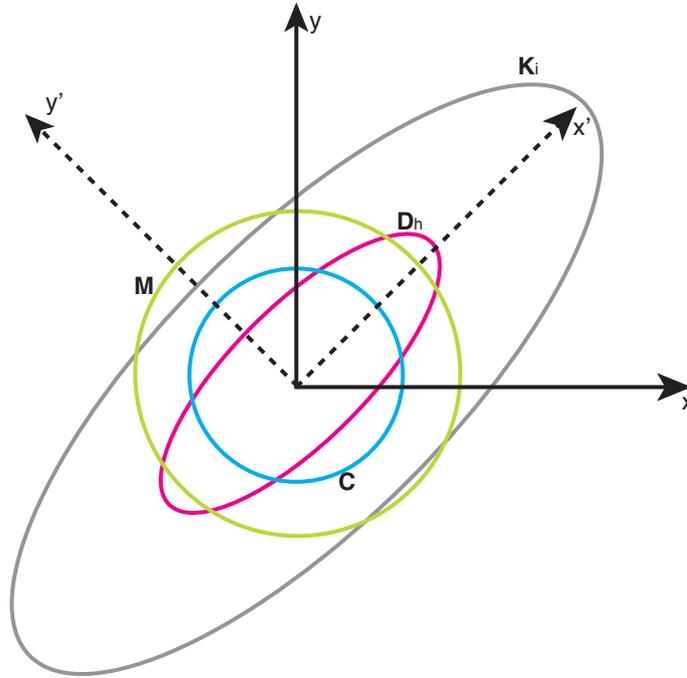


FIG. C.1 – Représentation dans le plan des ellipses associées aux matrices impliquées dans l'équation (2.39)

comme des multiples de la matrice identité dans n'importe quelle orientation, dans la mesure où les vecteurs qu'elles multiplient seront exprimés dans ce nouveau repère. Les matrices \mathbf{K}_i et \mathbf{D}_h elles, étant liées par l'équation

$$\mathbf{D}_h = \mathbf{K}_i^{1/2}, \quad (\text{C.2})$$

celles-ci partagent donc les mêmes vecteurs propres, la racine carrée n'ayant pas d'influence sur ceux-ci. Par conséquent, il est possible d'exprimer l'ensemble du système dans un repère de base lié aux vecteurs propres de \mathbf{K}_i , pour ainsi obtenir un système purement découplé. La figure (C.1) illustre cette approche et montre le découplage possible dans cette direction. Une fois le système purement découplé, il devient clair que l'expression scalaire de l'amortissement critique peut être utilisée dans un espace de dimension supérieure. Cependant, pour être utilisée dans l'équation (3.29) du chapitre 3, la matrice obtenue devra être à nouveau repivotée dans le repère de base.

L'approche présentée dans cette annexe, au-delà d'être une simple preuve de la validité de l'équation de stabilité dans un espace de dimension n , peut être utilisée comme méthode alternative de calcul pour l'amortissement critique. L'équation pour

le calcul de cette matrice présentée au chapitre 3 a comme désavantage d'impliquer le calcul de la racine carrée d'une matrice non-diagonale, ce qui peut parfois être difficile à implanter en temps réel. La méthode proposée constitue donc une alternative qui permettra de travailler avec un système découplé en ajoutant simplement deux opérations de rotation.

